



Analitika dan Logika

Ditulis oleh Daniel Stevanus

Konten

- Logika Matematika
- Latihan Soal Analitika dan Logika

Logika Matematika

Definisi



- **Logika Matematika** adalah suatu cara berpikir untuk dapat mengambil sebuah kesimpulan, apakah suatu pernyataan/ kejadian itu adalah benar atau salah.
- Suatu pernyataan hanya dapat bernilai salah satu diantara **Benar (True)** atau **Salah (False)**, namun tidak dapat bernilai keduanya atau tidak bernilai sama sekali.
- Karena itulah, sebelum masuk lebih dalam ke Logika Matematika, ada baiknya jika kita mengenal terlebih dahulu dulu sebuah tipe data baru, yaitu ***Boolean***.

Boolean

- **Boolean** adalah sebuah tipe data pada dunia pemrograman yang hanya dapat bernilai dua nilai, yaitu 1 (yang berarti True) atau 0 (yang berarti False)
- Boolean tidak dapat dijumlah, dikurang, dikali, ataupun dibagi. Jadi, bisa diapain aja?
- Jadi, nilai Boolean hanya dapat diubah dengan operasi **Logika Matematika**, yang akan dibahas pada slide berikutnya.

Logika Matematika

- Dalam logika matematika, selalu ada **pernyataan**, baik itu pernyataan yang **bernilai benar, atau bernilai salah**.
- Ada dua jenis pernyataan, yaitu

1. **Pernyataan Tertutup**, yaitu pernyataan yang **sudah dipastikan** nilai kebenarannya.

Contoh : $1 + 1 = 2$ [**BENAR**] , $20/2 = 15$ [**SALAH**]

2. **Pernyataan Terbuka**, yaitu pernyataan yang **belum dipastikan** nilai kebenarannya.

Contoh: Andi bangun pukul 17.00. , Pak Beni pergi bekerja.

Logika Matematika

Jenis-jenis Logika Matematika:

1. Negasi
2. Konjungsi (And)
3. Disjungsi (Or)
4. Implikasi (If ... then ...)
5. Biimplikasi (... If and only if ...)
6. Disjungsi Eksklusif (Xor)

Konjungsi (AND)

Bahasa Inggris	Bahasa Indonesia	Bahasa C++	Bahasa Pascal	Simbol
and	dan	&&	and	\wedge

Tabel Kebenaran

P	Q	P and Q
True	True	True
True	False	False
False	True	False
False	False	False

Hanya bernilai **True** jika **keduanya True**

DISJUNGSI (OR)

Bahasa Inggris	Bahasa Indonesia	Bahasa C++	Bahasa Pascal	Simbol
or	atau		or	v

Tabel Kebenaran

P	Q	P or Q
True	True	True
True	False	True
False	True	True
False	False	False

Hanya bernilai **False** jika **keduanya False**

DISJUNGSI EKSKLUSIF (XOR)

Bahasa Inggris	Bahasa Indonesia	Bahasa C++	Bahasa Pascal
xor	xor	xor	xor

Tabel Kebenaran

P	Q	P xor Q
True	True	False
True	False	True
False	True	True
False	False	False

Hanya bernilai **False** jika **keduanya sama**

IMPLIKASI (IF ... , THEN ...)

Bahasa Inggris	Bahasa Indonesia	Bahasa C++	Bahasa Pascal	Simbol
If ..., then ...	Jika ..., maka ...	If (...) {...}	If(...)then(...)	$\dots \rightarrow \dots$

- If ..., then .. dapat dinotasikan kedalam bentuk **or** yaitu

$$p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p \equiv \neg p \vee q$$

Tabel Kebenaran

P	Q	$P \rightarrow Q$
True	True	True
True	False	False
False	True	True
False	False	True

Hanya bernilai **False** jika **P false dan Q true**

BIIMPLIKASI (... IF AND ONLY IF ...)

Bahasa Inggris	Bahasa Indonesia	Bahasa C++	Bahasa Pascal	Simbol
... if and only if jika dan hanya jika ...	-	-	$\dots \leftrightarrow \dots$

- If ..., then .. dapat dinotasikan kedalam bentuk **if .., then.. and if.., then..** yaitu

Tabel Kebenaran

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
True	True	True
True	False	False
False	True	False
False	False	True

$$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

*Note : Bentuk ini masih bisa di simplify menjadi bentuk or/and.
Perhatikan kalau $p \rightarrow q$ masih bisa disederhanakan seperti yang ada pada slide sebelumnya*

Hanya bernilai **True** jika **P sama dengan Q**

- Dodi kenyang jika dan hanya jika Dodi makan.
- Setelah makan, Dodi pasti kenyang.
- Kalau Dodi kenyang, Dodi pasti makan.

IMPLIKASI VS BIIMPLIKASI

IMPLIKASI

- Jika terjadi kebakaran, maka ada asap.
- Terjadi kebakaran => ada asap.
- Ada asap => belum tentu kebakaran, bisa aja tetanggamu masak

BIIMPLIKASI

- Aku kenyang jika dan hanya jika aku makan.
- Setelah makan, aku pasti kenyang.
- Kalau aku kenyang, aku **pasti** habis makan.

NEGASI

Singkatnya, negasi itu ibaratkan tanda minus (-) di Matematika. Nah kalau dimatematika tanda minus itu kan harus dikali masuk, begitu juga di Logika Matematika.

1. Negasi konjungsi (dan (\wedge))

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

2. Negasi disjungsi (atau (\vee))

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

3. Negasi Implikasi ($\neg(p \rightarrow q)$)

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv \neg(\neg p \vee q) \equiv p \wedge \neg q$$

4. Negasi biimplikasi ($p \leftrightarrow q$)

$$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv \neg((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)) \equiv$$

P	- P
True	False
False	True

PENARIKAN KESIMPULAN

Ada 3 metode yang digunakan untuk menarik suatu kesimpulan dari premis/pernyataan yang diberikan.

Catatan : Pernyataan yang diberikan harus berupa Logika Matematika (**and, or, if**)

1. Modus Ponens

$$(1) \cancel{p} \rightarrow q$$

$$(2) \cancel{p}$$

$$\hline K = q$$

2. Modus Tollens

$$(1) p \rightarrow \cancel{q}$$

$$(2) \cancel{-q}$$

$$\hline K = -p$$

3. Silogisme

$$(1) p \rightarrow \cancel{q}$$

$$(2) \cancel{q} \rightarrow r$$

$$\hline K = p \rightarrow r$$

Ingat! :

$$p \rightarrow q \equiv -q \rightarrow -p \not\equiv -p \rightarrow -q$$

Modus Ponens

1. Modus Ponens

(1) $p \rightarrow q$

(2) p

$\hline K = q$

Modus Ponens atau disebut juga **Penegasan**.

Contoh:

- Jika ibu masak, maka sebentar lagi makan.
- Ibu masak.

Kesimpulan : Sebentar lagi makan

Modus Tollens

2. Modus Tollens

(1) $p \rightarrow q$

(2) $\neg q$ _____

$\therefore \neg p$

Modus Ponens atau disebut juga **Penegasan**.

Contoh:

- Jika terjadi kebakaran, maka keluar asap.
- Tidak keluar asap..

Kesimpulan : Tidak terjadi kebakaran

Silogisme

3. Silogisme

$$(1) p \rightarrow q$$

$$(2) q \rightarrow r$$

$$K = p \rightarrow r$$

Modus Ponens atau disebut juga **Penegasan**.

Contoh:

- Jika Andi makan, maka Andi kenyang.
- Jika Andi kenyang, Andi tidur.

Kesimpulan : Jika Andi makan, maka Andi tidur.

Contoh Soal 1

Ingkaran dari pernyataan “Tidak benar bahwa jika Ani lulus sekolah maka ia dibeli sepeda” adalah

Pembahasan 1

- Ingkaran berarti NEGASI. Tadi sudah dikatakan kalau negasi itu harus dikali masuk semua.
- Negasi dari “Tidak Benar” adalah “Benar”
- Negasi dari “Jika Ani lulus sekolah, ia akan dibeli sepeda” adalah “Ani lulus sekolah dan tidak dibeli sepeda”
- Jadi jawabannya adalah Benar bahwa Ani lulus sekolah dan tidak dibeli sepeda

Contoh Soal 2

Pelatih olah raga meminta 3 atlet binaannya bernama Dengklek, Ganesh, Blangkon untuk berlari mengelilingi lapangan olah raga dengan target sebanyak 5 keliling. Kondisi yang diperoleh adalah:

- Jika Blangkon tidak menyelesaikannya paling awal, maka Dengklek yang menyelesaikan paling awal dari ketiganya.
- Jika Dengklek tidak menyelesaikannya paling akhir, maka Ganesh yang menyelesaikan paling awal dari ketiganya.

Dari sejumlah kondisi di atas, bagaimana urutan pencapaian target mulai dari yang paling awal menyelesaikan targetnya? (OSK 2017)

Contoh Soal 3

Perhatikan argumentasi berikut:

- (i) Jika ibu tidak pergi maka adik senang.
- (ii) Jika adik senang maka ia tersenyum.

Kesimpulan yang sah adalah...

Pakai Silogisme kita dapatkan jawabannya adalah E

- ☐ Jika Ibu pergi, maka adik senang
- ☐ Jika ibu pergi, maka adik tersenyum
- ☐ Jika Adik senang, maka ibu pergi
- ☐ Jika Adik tersenyum, maka ibu tidak pergi
- ☐ Jika Ibu tidak pergi, maka Adik tersenyum

Contoh Soal 4

Diketahui premis-premis berikut ini :

- (i) Jika adik tidak makan , maka adik tidak bertenaga
- (ii) Jika adik tidak bertenaga, maka adik lemas

Kesimpulan yang sah adalah....

- ☐ Adik tidak makan atau adik lemas
- ☐ Adik makan atau adik lemas
- ☐ Adik makan atau adik tidak lemas
- ☐ Adik tidak makan walaupun adik lemas
- ☐ Adik bertenaga karena makan

Pakai Silogisme dan ubah implikasi kedalam disjungsi (bentuk “or”) kita dapatkan jawabannya adalah B

Contoh Soal 3

Ekspresi Logika yang nilainya sama dengan $(P \text{ and } (Q \text{ or } P)) \text{ and } (\text{not}(Q) \text{ or } (P \text{ and } \text{not}(Q)))$ adalah.... (OSK 2018)

- a. $P \text{ or } \text{not}(Q)$
- b. $\text{not}(P) \text{ or } Q$
- c. $P \text{ and } Q$
- d. $P \text{ and } \text{not}(Q)$
- e. $(\text{not}(P) \text{ and } Q) \text{ or } P$

Pembahasan 3

Hukum Penyerapan (Absorpsi)

$$*p \text{ and } (q \text{ or } p) = p*$$

sehingga soal dapat disederhanakan menjadi **P and not(Q)**

Hukum Logika Matematika

1. Hukum Identitas

- (i) $p \vee F \leftrightarrow p$
- (ii) $p \wedge T \leftrightarrow p$

3. Hukum Negasi

- (i) $p \vee \sim p \leftrightarrow T$
- (ii) $p \wedge \sim p \leftrightarrow F$

5. Hukum Involusi(negasi ganda)

- (i) $\sim(\sim p) \leftrightarrow p$

7. Hukum komutatif

- (i) $p \vee q \leftrightarrow q \vee p$
- (ii) $p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$

9. Hukum Distributif

- (i) $p \vee (q \wedge r) \leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- (ii) $p \wedge (q \vee r) \leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

2. Hukum null/Dominasi

- (i) $p \wedge F \leftrightarrow F$
- (ii) $p \vee T \leftrightarrow T$

4. Hukum idempoten

- (i) $p \vee p \leftrightarrow p$
- (ii) $p \wedge p \leftrightarrow p$

6. Hukum Penyerapan (absorpsi)

- (i) $p \vee (p \wedge q) \leftrightarrow p$
- (ii) $p \wedge (p \vee q) \leftrightarrow p$

8. Hukum assosiatif

- (i) $p \vee (q \vee r) \leftrightarrow (p \vee q) \vee r$
- (ii) $p \wedge (q \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$

10. Hukum De Morgan

- (i) $\sim(p \wedge q) \leftrightarrow \sim p \vee \sim q$
- (ii) $\sim(p \vee q) \leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

TIDAK UNTUK DIHAPAL

DIPAHAMI

TIDAK UNTUK DIHAPAL

DIPAHAMI

TIDAK UNTUK DIHAPAL

DIPAHAMI

TIDAK UNTUK DIHAPAL

DIPAHAMI

DIPAHAMI

TIDAK UNTUK DIHAPAL

DIPAHAMI

TIDAK UNTUK DIHAPAL

DIPAHAMI

TIDAK UNTUK DIHAPAL

DIPAHAMI

TIDAK UNTUK DIHAPAL

Latihan Soal

Motivasi

Materi ini tidak dapat dikuasai secara menyeluruh hanya dengan melihat, membaca, dan mendengar. Materi ini hanya dapat dikuasai dengan **latihan** dan **mengenal dan mengerjakan lebih banyak jenis soal**.

Soal 1

Pelatih olah raga meminta 3 atlet binaannya bernama Dengklek, Ganesh, Blangkon untuk berlari mengelilingi lapangan olah raga dengan target sebanyak 5 keliling. Kondisi yang diperoleh adalah:

- Jika Blangkon tidak menyelesaikannya paling awal, maka Dengklek yang menyelesaikan paling awal dari ketiganya.
- Jika Dengklek tidak menyelesaikannya paling akhir, maka Ganesh yang menyelesaikan paling awal dari ketiganya.

Dari sejumlah kondisi di atas, bagaimana urutan pencapaian target mulai dari yang paling awal menyelesaikan targetnya? (OSK 2017)

Pembahasan 1

Karena hanya 3 orang, maka kita dapat **mencoba satu satu kemungkinan urutan** dan mencari urutan dimana tidak terjadi kontradiksi antar pernyataan.

- A. Dengklek, Ganesh, Blangkon (*kontradiksi*, karena kalau Blangkon tidak menyelesaikan paling awal, seharusnya Dengklek menyelesaikan paling akhir)
- B. Ganesh, Dengklek, Blangkon (*kontradiksi*, karena kalau Blangkon tidak menyelesaikan paling awal, seharusnya Dengklek menyelesaikan paling akhir)
- C. Blangkon, Ganesh, Dengklek** (tidak terjadi kontradiksi, karena semua sesuai dengan syarat/pernyataan yang diberikan)

Soal 2

Diketahui beberapa pernyataan berikut yang dapat bernilai benar atau salah:

1. Ada pernyataan di bawah pernyataan ini yang benar
2. Ada pernyataan di atas pernyataan ini yang benar
3. Ada pernyataan di atas pernyataan ini yang salah
4. Ada pernyataan di bawah pernyataan ini yang salah
5. Ada pernyataan di bawah pernyataan ini yang benar
6. Ada pernyataan di atas pernyataan ini yang benar
7. Ada pernyataan di atas pernyataan ini yang salah
8. Ada pernyataan di bawah pernyataan ini yang salah

...

2019. Ada pernyataan di atas pernyataan ini yang salah

2020. Ada pernyataan di bawah pernyataan ini yang salah

Ada berapa maksimal pernyataan yang dapat bernilai benar? (OSP 2019)

Pembahasan 2

- Perhatikan jika terdapat sebuah pernyataan yang dapat kita pastikan kebenarannya, yaitu **pernyataan ke-2020 yang bernilai SALAH** (karena tidak ada lagi pernyataan dibawahnya).
- Karena pernyataan ke-2020 salah, maka semua pernyataan yang menyatakan “ada pernyataan dibawah ini yang salah” bernilai **BENAR**.
- Karena yang ditanya adalah “**maksimal** pernyataan benar” maka kita usahakan pernyataan yang Benar ada semaksimal mungkin. Oleh karena itu, kita dapat membuat pernyataan 1 dan 2 bernilai **Benar**.

Pembahasan 2

- Karena pernyataan 1 dan 2 bernilai **Benar**, maka pernyataan ke-3 bernilai **Salah**.
- Karena pernyataan ke-3 bernilai salah, maka pernyataan ke-2019 bernilai **Benar**.
- Kenapa 2019 duluan dikerjakan? Karena kita mau supaya baik diatas ataupun dibawah sudah terdapat nilai Benar dan Salah.
- Untuk pernyataan ke-4 sampai pernyataan ke-2018, semuanya bernilai **Benar**, karena sudah terdapat pernyataan Benar dan Salah di pernyataan 1(atas benar), 2(atas benar), 3(atas salah), 2019(bawah benar), 2020(bawah salah).
- Maka, maksimal ada **2018** pernyataan yang **Benar**.

Soal 3

Andi menemukan suatu permainan yang memiliki 10 pertanyaan di dalamnya. Beberapa pertanyaan hanya dapat dijawab apabila sudah berhasil menyelesaikan salah satu pertanyaan lain. Jika suatu pertanyaan A memiliki syarat B, C, D, maka Andi baru dapat menjawab pertanyaan A jika sudah berhasil menyelesaikan salah satu dari B, C, dan D. Syarat ini dituliskan dalam notasi A: [B, C, D].

Selengkapnya, permainan itu mempunyai syarat sebagai berikut:

- 1: [2, 3] | 6: [3, 9]
- 2: [5, 7] | 7: [10]
- 3: [5, 9] | 8: [9, 10]
- 4: [7, 8] | 9: [7]
- 5: [6, 10] | 10: -

Pertanyaan nomor 10 dapat dijawab tanpa harus menyelesaikan pertanyaan lainnya. Berapakah banyak pertanyaan minimum yang harus dijawab sebelumnya agar Andi dapat menjawab pertanyaan nomor 1?
(OSP 2019)

Pembahasan 3

1: [2, 3]		6: [3, 9]
2: [5, 7]		7: [10]
3: [5, 9]		8: [9, 10]
4: [7, 8]		9: [7]
5: [6, 10]		10: -

- Coret disini gan

Soal 4

Diberikan beberapa premis sebagai berikut:

- Jika A bernilai TRUE, maka B bernilai TRUE
- Jika B bernilai FALSE, maka C bernilai FALSE
- Jika C bernilai TRUE, maka D bernilai FALSE
- A bernilai TRUE jika dan hanya jika D bernilai TRUE
- Jika D bernilai FALSE, maka E bernilai FALSE

Ada berapa kemungkinan kombinasi nilai A, B, C, D, E yang berbeda sehingga kelima premis tersebut benar? (OSP 2019)

Pembahasan 4

- Jika A bernilai TRUE, maka B bernilai TRUE
- Jika B bernilai FALSE, maka C bernilai FALSE
- Jika C bernilai TRUE, maka D bernilai FALSE
- A bernilai TRUE jika dan hanya jika D bernilai TRUE
- Jika D bernilai FALSE, maka E bernilai FALSE

- Dimisal-misalin ajah..

Soal 5

Pak Dengklek berencana memasang tiang untuk bebek-bebeknya bermain pada lahan berbentuk persegi panjang. Panjang dan lebar lahan tersebut belum ditentukan, namun kelilingnya harus 100 m. Pada lahan tersebut nantinya akan dikelilingi tembok. Jarak antara tiang harus sebesar minimal 2 meter. Selain itu, jarak antar tiang dengan tembok juga harus sebesar minimal 2 meter. Jika dilihat dari atas, tiang akan seperti titik pada koordinat dua dimensi. Berapa banyak tiang maksimal yang bisa dibuat oleh Pak Dengklek pada lahan tersebut?

Pembahasan 5

Observasi 1

Hanya keliling yang diketahui berarti kita bebas menentukan Panjang(p) dan Lebar(l) dengan syarat $2p + 2l = 100$ atau $p + l = 50$

Banyaknya lampu pada setiap baris/kolom dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\text{Banyak Lampu Per Baris} = \frac{\text{Panjang}_{\text{Baris}}}{2} - 1$$

$$\text{Banyak Lampu Per Kolom} = \frac{\text{Lebar}_{\text{kolom}}}{2} - 1$$

$$\text{Total Lampu} = \text{Banyak lampu per baris} \times \text{banyak lampu per kolom}$$

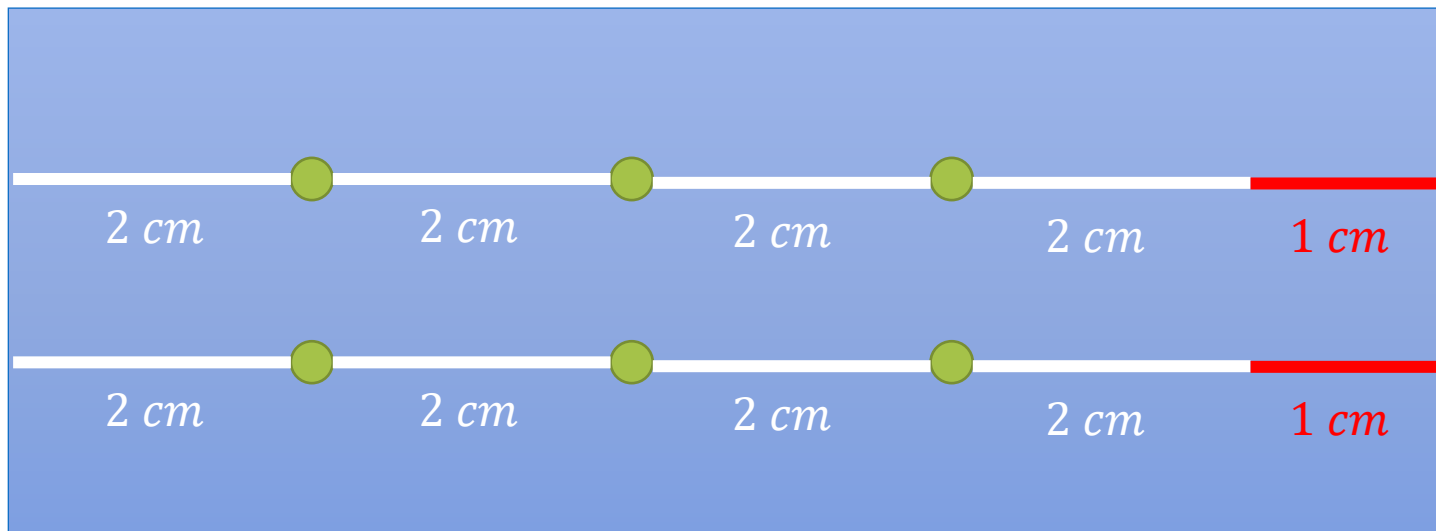
Pembahasan 5

Observasi 2

Hanya keliling yang diketahui berarti kita bebas menentukan Panjang(p) dan Lebar(l) dengan syarat $2p + 2l = 100$ atau $p + l = 50$

Kita harus mengoptimalkan nilai p dan l sehingga tidak terjadi “**rugi**” seperti berikut:

9



Perhatikan kalau untuk setiap baris, kita mengalami kerugian spasi 1m, jika semua baris 41 digabung maka kita rugi 38 m, yaitu rugi 18 tiang

Pembahasan 5

Observasi 2

Dari observasi ini, maka untuk meminimalisir kerugian, Panjang dan Lebar harus habis dibagi dua (**Angka Genap**)

Pembahasan 5

Observasi 3

Seperti yang sudah disebutkan tadi

Total Lampu = *Banyak lampu per baris* \times *banyak lampu per kolom*

$$\text{Total Lampu} = \left(\frac{p}{2} - 1\right)\left(\frac{l}{2} - 1\right)$$

Perhatikan jika semakin dekat nilai Panjang dengan Lebar maka semakin banyak jumlah tiangnya.

24 x 26	20 x 30	10 x 40	4 x 46
132 tiang	126 tiang	76 tiang	22 tiang

Pembahasan 5

Well sebenarnya di observasi 3 tadi, udah dapat jawabannya, yaitu Panjang Genap, Lebar Genap, dan nilai Panjang dekat dengan nilai Genap, which is persegi Panjang dimensi 24 x 26, sebanyak 132 tiang.

24 x 26	20 x 30	10 x 40	4 x 46
132 tiang	126 tiang	76 tiang	22 tiang

Soal & Pembahasan 6

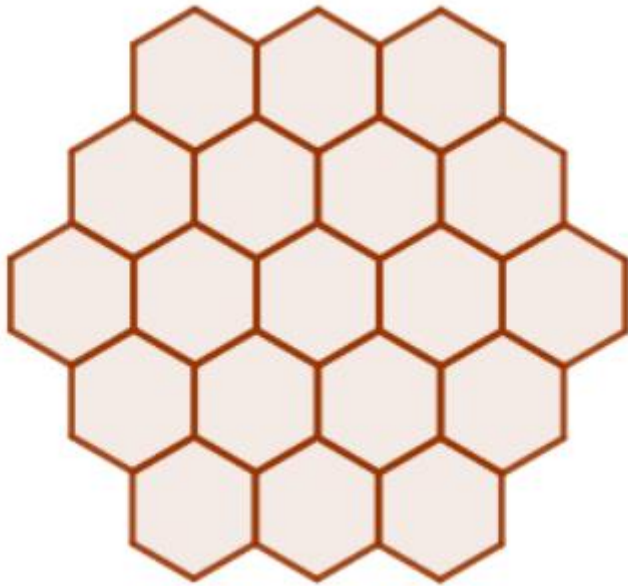
Kwak, Kwik, Kwuk, Kwek dan Kwok masing-masing tinggal di satu kandang berbeda. Kandang Kwuk ada di sebelah utara kandang Kwak. Kandang Kwik bersebelahan dengan kandang Kwak. Kandang kwok terletak paling selatan. Kandang Kwek ada di sebelah tenggara kandang Kwuk. Kandang siapa yang berada di tengah-tengah?

Graph Coloring

Soal dan Pembahasan 7

Berapa banyak warna berbeda minimal yang dibutuhkan untuk mewarnai setiap segienam di atas sehingga tidak ada dua segienam berwarna sama yang memiliki minimal satu sisi yang saling berhimpitan?

0070



Soal dan Pembahasan 8

Terdapat 6 orang bernama A, B, C, D, E, dan F yang memberikan pernyataan berikut:

A : C bohong

B : A jujur

C : 3 orang di antara kami bohong

D : 4 orang di antara kami jujur

E : F bohong

F : D bohong

Sebutkan orang yang jujur, urutkan sesuai abjad!