

## Aturan Perkalian

Seniap minuman  $\rightarrow$  ada 3  
Punya  $\textcircled{5}$  pilihan makanan

5 Makanan

- \* Soto
- \* Bakso
- \* Mie
- \* Nasgor
- \* Sate

3 Minuman

- ES teh  $\rightarrow$  5 makanan
- Air Putih  $\rightarrow$  5 makanan
- Jus  $\rightarrow$  5 makanan

$$5+5+5 = 3 \times 5 \\ = 15 \text{ cara/menu}$$

Berapa banyak variasi menu

(Pasangan makan & minuman)

(\* soto - \* jus)  $\rightarrow$  Ps / menu - 1

## Aturan Perkalian

Filling slot

$$\begin{array}{c} 5 \\ \times 3 \\ \hline \text{Makanan} & \text{Minuman} \end{array}$$

2 pasangan  
↓

2 slot

$$= 5 \times 3$$

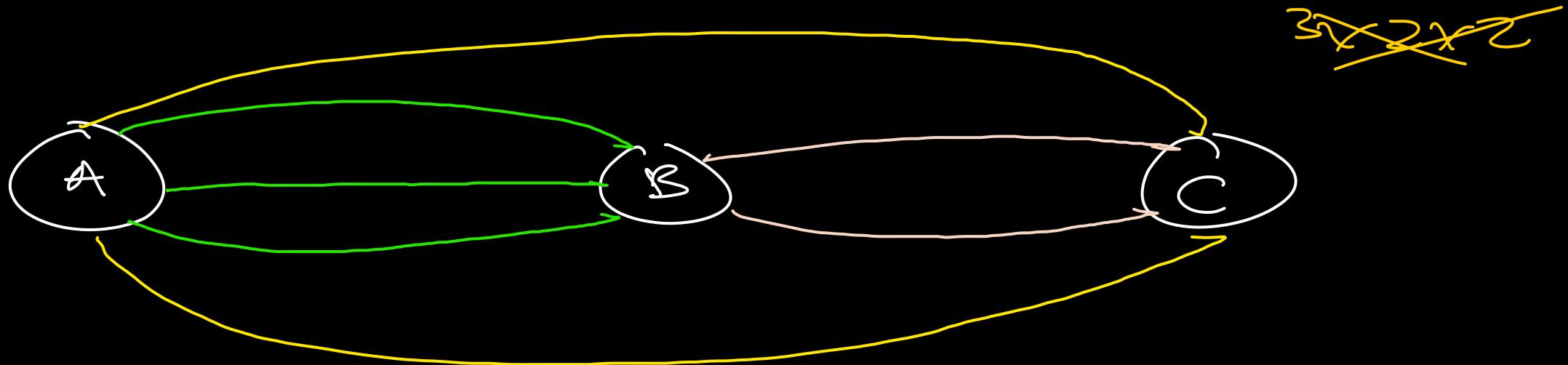
$$= 15 \text{ Pasangan} \quad / \text{Menur}$$

## Aturan Penjumlahan

Kehika suam Kejadian  
Membuat banyak Sam Pel  
Yang banyak ( $s_1, s_2, s_3, \dots$ )

Maka banyak Konfigura si.  
Kejadian =  $s_1 + s_2 + s_3 + \dots + s_n$

## Aturan Pengurangan atau Penjumlahan



Hitung banyak cara seseorang  
pergi dari A ke C  
sampai konfigurasi:

$s_1 = A \xrightarrow{\text{yellow}} B \xrightarrow{\text{green}} C$   
 $s_2 = A \xrightarrow{\text{white}} C$

$$\frac{s_1 + s_2}{3 \times 2} = 6 +$$

Permutasi → Bentuk Matematis / Formula  
dari a. Perkalian

Ada 5 orang A, B, C, D, E berapa  
banyak cara keimanya berbaris

ABCDE → cara 1

ACBDE → cara 2

ABCDE → cara 3

-----

EDCBA → cara ... ?

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1$$

$$n = 5$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\text{ada } \frac{120}{120} \text{ konfigurasi}$$

$$8! = 8 \times \underline{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 8 \times 7!$$

$$7! = \underline{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 7!$$

$$8 \times 7! = 8 \times 7 \times 6! = 8 \times 7 \times 6 \times 5! = \dots = 7 \times 6!$$

# Permutasi

$$P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

1021

*unsur*

$$5P_5 = \frac{5!}{(5-5)!} = \frac{5!}{0!} = 1$$

$$2^0 = 1 \quad 0^1 = 1$$
$$0^0 = 1$$

Ad~~s~~ 5 orang akan dipilih 3 orang untuk mengikuti Olimpiade MTK,IPA, dan IPS. Berapa banyak caranya?

$${}^5P_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = 60$$

*n = 5*

*M TK 19 A*

*in der Reihe*

*IPS*

## Permutasi Unsur Berulang / elemen sama

A A B B C C C  
↓ ↓ 3 9 5 6 7 → ada berapa banyak cara menggunakan ?

Permutasi = Variasi suatu susunan objek

A A C C B B C → Permutasi (salah sam)

J<sub>1</sub> = A → ada 2 huruf A

J<sub>2</sub> = B → ada 2 huruf B

J<sub>3</sub> = C → ada 3 huruf C

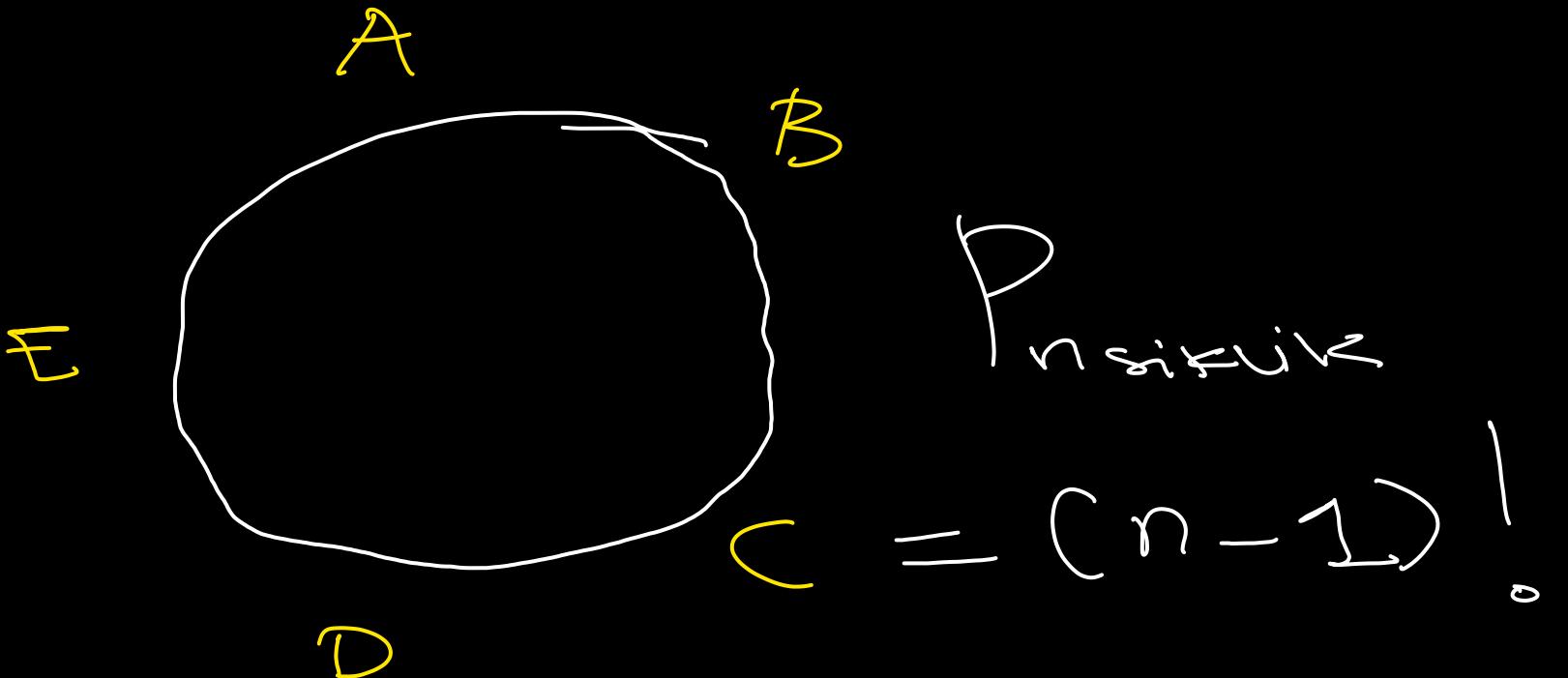
$$P = \frac{n!}{J_1! J_2! \dots J_n!}$$

$$P = \frac{7!}{2! 2! 3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3}}$$
$$= 35 \times 6$$
$$= 210 \text{ cara}$$

Permutasi Siklik / Miringkar



Banyak  
Konfigurasi  
Jaduluk ?



# Kombinasi

Ada 5 orang Siswa kita akan pilih untuk ikut Olimpiade Informatika 3 orang ada berapa banyak caranya?

A B C D E

\* Permutasi  
(soal seberumnyan)

Mat IPA IPS

A B C

A C B

- - - - -  
E D C

cara-1

cara-2

cara-..

\* Kombinasi  
(soal skrg)

Informatika

A B C

C B A

A C B

E A B

E A B

## Kombinasi

$$n \ C_r = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

5 orang dipilih  
di susus  
di urutkan

$$5 \ C_3 =$$

$$n \ C_r = n \ C_{(n-r)}$$

$$5 \ C_3 = 5 \ C_2 = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = 10 \text{ cara}$$

$$= \frac{5!}{3! \times 2!}$$

## Kombinasi Unsur Berulang (Stars And Bars)

$$x_i \geq 0$$

$$\cancel{x}_1 + \cancel{x}_2 + \cancel{x}_3 = \underline{5}$$

ada brp konfigurasi  $x_1, x_2, x_3$  ?

$$x_1 = 0, x_2 = 3, x_3 = 2 \rightarrow \text{K1}$$

$$\cancel{x}_1 + \cancel{x}_2 + \cancel{x}_3 + \dots + \cancel{x}_i = \underline{d}$$

$$n+i-1 \ C_n$$

$$5+3-1 \ C_5 = \frac{7!}{2! \ 5!} = \frac{7 \times 6}{2} = \underline{\underline{21}}$$

## Komplementer, Inklusi - Eksklusi

$A =$  Banyaknya Kemungkinan  
terjadi  $A$

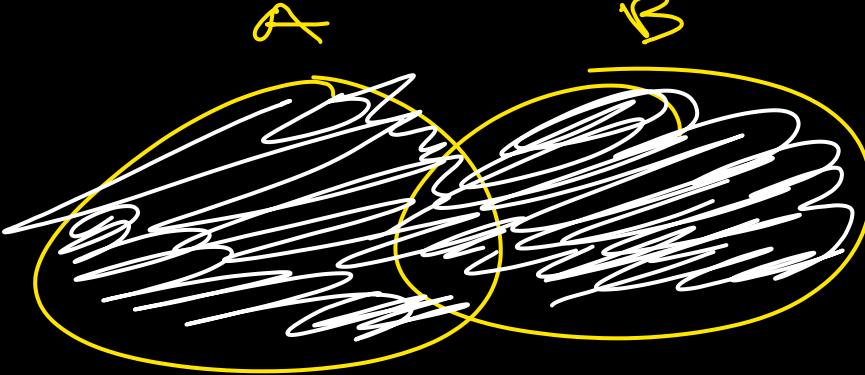
$A^c =$  Banyaknya kemungkinan  
tidak terjadi  $A$

$$|S| = |A| + |A^c|$$

$$A = |S| - |A^c|$$

$$|A^c| = |S| - |A|$$

Inklusi' - Eksklusi'



$$A \cup B$$

## LATIHAN SOAL

$$A \cup B = |A| + |B| - (A \cap B)$$

$\cup$  = union  
= Gabungan  
 $=$  atau

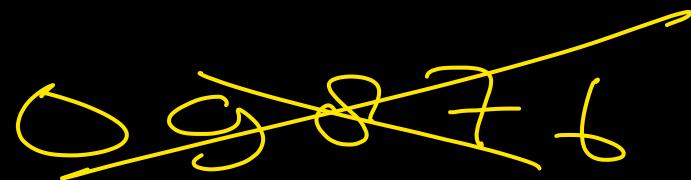
$\cap$  = irisan  
= dan

Ada 16 orang yang terdiri dari 8 orang cantik dan 8 orang ganteng. Jika setiap orang ganteng memilih pasangannya seseorang yang cantik ada berapa banyak cara pemilihannya?

$$\frac{8}{G} \times \frac{8}{C} = 64$$

Masih soal mencari jodoh, Mas Budi memiliki 5 orang teman satu tongkorongan yang masing – masing temannya merekomendasikan 2 orang kenalannya untuk dicomblangi dengan Mas Budi. Ada berapa banyak cara Mas Budi mencari teman hidupnya?

$$5 \times 2 = 10 \text{ orang}$$



Ada berapa banyak cara membentuk angka 5 digit dari penyusunnya adalah angka (0-9)?

$$\frac{10}{9} \times \frac{10}{9} \times \frac{10}{9} \times \frac{10}{9} \times \frac{10}{9} = 90.000 \text{ angka}$$

Ada berapa banyak cara membentuk angka 4 digit dari penyusunnya adalah angka (0-9) dan tidak boleh mengandung digit yang berulang?

~~Logika~~

10 - 1

~~Logika~~

18 - 2

18 - 3

$$\frac{9}{2} \times \frac{9}{1} \times \frac{8}{1} \times \frac{7}{1} = 9 \times 8 \times 7 \\ = 81 \times 56$$

Ada berapa banyak cara membentuk bilangan ganjil 4 digit yang >2998 dan penyusunnya adalah (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)?

3, 9, 5, 6, 7, 8, 9       $\begin{matrix} 3, 5, 7, 9 \\ \searrow \\ \text{ } \end{matrix} \hookrightarrow \textcircled{1} \quad 2999$

7 8 8 9 = 7 6 4 9

ganjil / genap  $\rightarrow$  samanya /  
digit  
terakhir

Di restoran Padang Mukhlis yang banyak maunya sedang memilih makanan. Di restoran tersedia beberapa pilihan makanan dan minuman. Ada 3 jenis makanan yaitu makanan pedas, asin, dan pahit. Ada juga 2 jenis minuman yaitu minuman hangat dan dingin. Makanan pedas terdiri dari sambal balado, sambal teri, sate padang, dan mie samyang level 100. Makanan asin terdiri dari sop tahu, mie rebus, soto padang, dan nasi rames, sedangkan makanan pahit adalah sop rempah dan kangkung rebus. Ada 4 menu minuman hangat dan 2 menu minuman dingin. Mukhlis ingin memesan makanan dengan ketentuan setiap makanan pedas minumnya harus minuman dingin, makanan asin atau pahit minumnya harus minuman hangat. Ada berapa banyak cara Muhklis memesan makanan dan minuman?

$$\begin{aligned}
 \text{Pedas} &\rightarrow 4 & S_1 \text{ Pedas} - \text{Jing'in} &= 4 \times 2 \\
 \text{Asin} &\rightarrow 1 & S_2 \text{ Asin} - \text{hangat} &= 4 \times 4 \\
 \text{Pawit} &\rightarrow 2 & \underline{\text{S}_3 \text{ Pawit} - \text{hangat}} &= 2 \times 1 + \underline{\textcircled{30}}
 \end{aligned}$$

M. Wangat = 4, M. Dingin = 2

Tahun ini Pak Dengklek ditunjuk menjadi ketua panitia Olimpiade Internasional Bebek (OIB). Untuk memberikan pengalaman kepada bebek-bebeknya, Pak Dengklek berencana memilih ~~10 dari 15~~ bebek yang dimilikinya untuk menjadi peserta. Tentunya kita tahu bahwa di antara 15 bebek tersebut, ~~ada empat bebek~~ kesayangan Pak Dengklek, yaitu Kwak, Kwik, Kwek dan Kwok. Kwak dan Kwik harus dipilih untuk menjadi peserta lomba karena keduanya yang paling pintar. Sedangkan Kwek dan Kwok tidak bisa dipilih sebab saat ini sedang sakit. Ada berapa banyak cara memilih bebek-bebek sebagai peserta OIB?

Pilih 10 dari 15  
2 yang tidak bisa dipilih = Kwak, Kwik,  
Kwek, Kwok

$$10 - 2 = 8 \quad \text{belum dipilih}$$

$$15 - 4 = 11 \quad \text{bisa dipilih jika pilih}$$

$$11C8 = \frac{11!}{8!3!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3} = 165$$

Ada 10 orang dalam sebuah kelas. Di antara 10 orang itu ada 3 orang sepuh, 2 orang fosil, dan 5 orang pemula. Dalam pemilihan tiga orang perwakilan Tim peserta Olimpiade Matematika Hebat, yang mengikuti haruslah orang dengan kategori Fosil atau Sepuh. Berapa banyak cara pemilihan tim tersebut?

Fosil atau Sepuh      =      5 orang

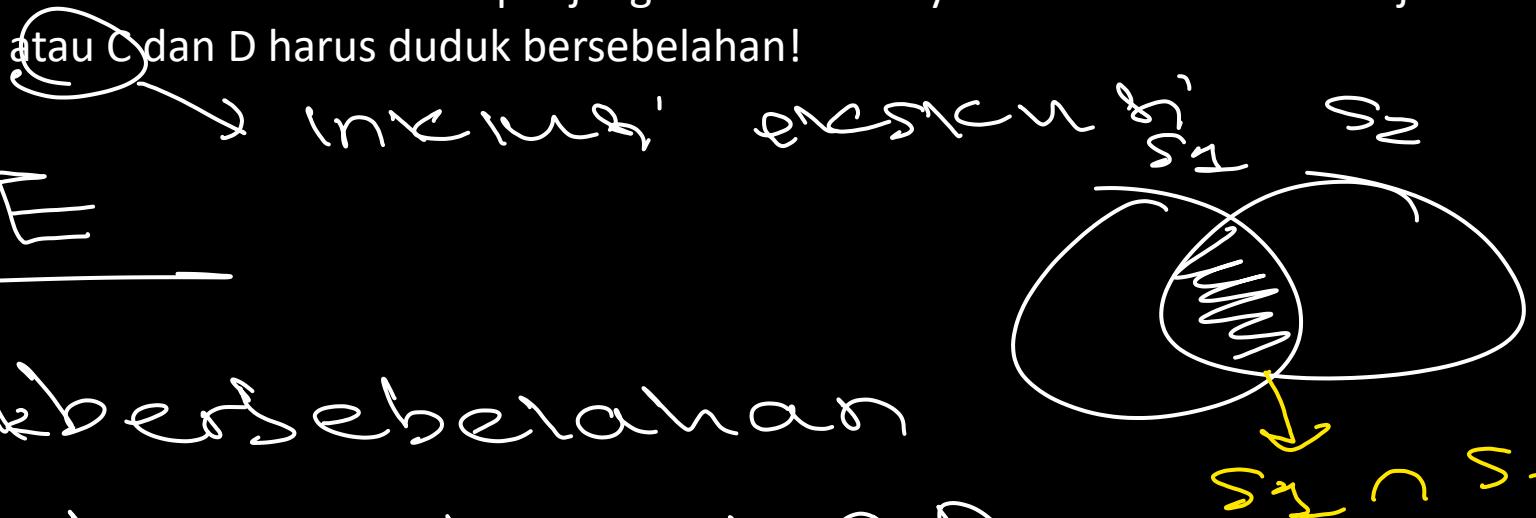
2                          3

5 orang      dipilih 3

$$5 \text{ C } 3 = \frac{5!}{2! \cdot 3!}$$

= 10 cara

5 orang sekawan A,B,C,D,E duduk bersama dalam kursi taman panjang tentukan banyak cara mereka duduk jika A dan B tidak ingin duduk bersebelahan atau C dan D harus duduk bersebelahan!



$$S_1 = AB \text{ tidak bersebelahan}$$

$$S_2 = CD \text{ bersebelahan}$$

$$S_1 = |S| - |S_1^c| \rightarrow AB \text{ bersebelahan}$$

$$\text{AB} \rightarrow X \quad CDE = 4! \times 2$$

$$BA \quad CDE = 4! \times 2$$

$$= 5! - 48$$

$$= 72$$

$$S_2 = 48$$

~~$S_1 + S_2$~~

$$\rightarrow CD \rightarrow X \quad ABE = 4! \times 2$$

$$Ans = |S_1| + |S_2| - |S_1 \cap S_2| = 48$$

6 orang (A,B,C,D,E) duduk di sebuah meja melingkar berapa banyak cara mereka duduk jika lagi lagi A dan B tidak boleh duduk bersebelahan?

Lanjutan  $\rightarrow S_1 \cap S_2$

A B tdk bersebelahan dan C D  
bersebelahan

\* C D bersebelahan = 48

\* C D bersebelahan dan A B bers =  
~~(C D)(A B)E~~<sup>X</sup> =  $3! \times 2 \times 2 = 24$

---

\* C D bers & A B tdk bers = 24  $\rightarrow S_1 \cap S_2$

Ans =  $72 + 48 - 24 = \underline{\underline{96}}$

Perhatikan potongan program di bawah ini untuk nomor 4 – 6!

```
1 int merah(int a, int b){  
2     if(b == 0) return a;  
3     return merah(a+1,b-1);  
4 }  
5 int biru(int a, int b){  
6     if(b == 0) return a;  
7     return biru(a-1,b-1);  
8 }  
9 int kuning(int a, int b){  
10    if(b == 1) return a;  
11    return (a+kuning(a,b-1));  
12 }  
13 int hijau(int a, int b){  
14     if(a - b == 0) return 1;  
15     return (1+hijau(a-b,b));  
16 }
```

4. Jika dipanggil fungsi

merah(kuning(8,2),hijau(kuning(7,9).biru(9,2)))

$$m(a,b) = \begin{cases} a, & b=0 \\ m(a+1,b-1) & \end{cases}$$

$$b=0$$

Kapan  $b=0$ ?

$b-1$  terms sebanyak

$$b$$

$$b-b=0$$

$a+1$  terms sebanyak

$$9/2 =$$

$$m(3,2) = m(4,1) = m(16,0) \rightarrow a+b$$
$$= m(5,0)$$
$$\underline{= 25}$$
$$m(a,b) = a+b$$

$$m(3,2) = 5 \rightarrow 3+2$$

$$m(2,1) = m(3,0) \rightarrow 2+1$$

$$= 3$$

$$m(a,b) = a+b$$

$$b(a,b) = a-b$$

$$k(a,b) = a \times b$$

$$h(a,b) = a/b$$

5. Diketahui pemanggilan beberapa kali fungsi di atas menghasilkan kembalian sebagai berikut

Pemanggilan Fungsi	Nilai Kembalian
merah(kuning(3,x), kuning(4,y))	23
merah(kuning(2,x), kuning(7,y))	24

Berdasarkan informasi di atas nilai x dan y yang memenuhi adalah ... {tuliskan nilai x dan y dipisahkan oleh spasi contoh jika x = 1, y=0 tuliskan 1 0}

$$m(3x, 4y) = 23$$

$$m(2x, 7y) = 24$$

↓

$$3x + 4y = 23 \quad \}$$

$$2x + 7y = 24 \quad \}$$

~~$f(a, b)$   
 $f(a+2, b-1)$   
 $a+b$   
 return~~ 
  
 Bungung?

# Tentukan Nilai Akhir res

```
int res = 0;
for(int i=0;i<=1000;i++){
    for(int j=1;j<=1000;j++){
        res+=i+j;
    }
}
```

$$0 \leq i \leq 1000$$
$$i = 0, 1, 2, \dots$$

res<sub>i</sub> = nilai res  
saat i = i

$$\text{res}_0 = 0 + 1 + 0 + 2 + 0 + 3 + \dots + 0 + 1000$$

$$\text{res}_0 = 1+2+3+4+5+6+\dots+1000$$

$$\text{res}_1 = 1+1+1+2+1+2+\dots+1+1000$$

$$= 1 \times 1000 + 1+2+3+4+5+6+7+\dots+1000$$

update res

$$\text{res}_i = \frac{i \times 1000 + 1+2+3+4+\dots+1000}{S_{\text{res}}}$$
$$S_{\text{res}} = \sum \text{res}_i$$

sejap i berlaku

$$0 \leq j \leq 1000$$

dgn  $i+j$

Tentukan Nilai Akhir res

```
int res = 0;
for(int i=1; i<=1000; i++){
    for(int j=1; j<i; j++){
        res += i*j;
    }
}
```

$$1 \times 1$$

$$2 \times 1$$

$$3 \times 2 + 3 \times 2$$

$$4 \times 2 + 4 \times 2 + 4 \times 3$$

$$i = 1$$

$$j = 1 \rightarrow res = 1$$

$$i = 2$$

$$j = 1 \rightarrow res = 2 \times 1$$

$$i = 3$$

$$j = 1, j = 2$$

$$res = 3 \times 1 + 3 \times 2$$

$$\begin{aligned} & \overline{1000} \times \overline{1} + \overline{1000} \times \overline{2} + \dots + \overline{1000} \times \overline{999} \\ & = res \text{ akhir} \end{aligned}$$

Perhatikan potongan program di bawah ini untuk nomor 1 – 3!

```
1 int A,B,C;  
2 cin>>A>>B>>C;  
3 if(B - 5 != 4*A + 2){  
4     C = 0;  
5 }  
6 A = A - 5;  
7 B = B - 3;  
8 A = A + 2;  
9 if(A < B){  
10    C = 1;  
11 }  
12  
13 if(A > B){  
14    C = 2;  
15 }  
16 cout<<C<<endl;
```

arus

$$A = B$$
$$A_3 = B_2 =$$

1. Jika keluaran program di atas adalah 5 maka input yang harus dimasukkan ke dalam variabel A adalah ... {jawaban berupa angka bulat}

$$A_2 = A_1 - 5$$
$$B_2 = B_1 - 3$$
$$A_3 = A_2 \times 2$$

$$A_3 = (A_1 - 5) \times 2$$

$$B_2 = (4A_1 + 7)$$

Cakhir = 5

$C \neq 0$

$C = 0$  saat  $B - 5 \neq 4A + 2$

$C \neq 0 \rightarrow B - 5 = 4A + 2$

$$B - 5 = 4A + 2$$

$$B_2 = 4A_1 + 7$$

$A_1 \Delta_2 + B_1 \Delta$  terik  
dimasukkan

$$A \rightarrow A' \rightarrow A''$$

$$A_3 = B_2$$

$$2 \times (A_1 - 5) = 4A_1 + 7$$

```
1 int manis(int x, int y){  
2     if(y==0){  
3         return x;  
4     }  
5     return (manis(x - 1 ,y - 1));  
6 }  
7  
8 int asem(int x, int y){  
9     if(y==0){  
10        return x;  
11    }  
12    return (asem(x + 1 ,y - 1));  
13 }  
14 int main()  
15 {  
16     int rasa = 0;  
17     for(int i = 0 ; i<=100; i++){  
18         for(int j = 0; j<i ; j++){  
19             rasa+=manis(i,j) + asem(j,i);  
20         }  
21     }  
22     cout<<rasa<<endl;  
23     return 0;  
24 }
```

10. Jika dijalankan maka keluaran program di atas adalah ... **{jawaban hanya berupa bilangan bulat}**

Perhatikan deskripsi soal berikut ini untuk nomor 7 – 9!

**OSN**

Pak Dengklek mempunyai sebuah string S yang huruf penyusunnya terdiri dari 'O','S', atau 'N'. Ia ingin mengoperasikan string S tersebut sebanyak N kali. Dalam satu langkah ia bisa melakukan operasi pada string S yaitu :

- Mengganti karakter 'O' dengan 'OSN'
- Mengganti karakter S dengan 'O'
- Mengganti karakter N dengan 'SN'

7. Jika Pak Dengklek memiliki string S = "OSN" dan Pak Dengklek melakukan operasi sebanyak  $N = 10$  kali, ada berapa banyak 'OSN' yang dihasilkan pada string akhir? {jawaban dalam bentuk angka bulat}

8. Jika Pak Dengklek memiliki string  $S = \text{"OSSNNN"}$  setelah ia melakukan operasi sebanyak  $N = 4$  kali ada berapa banyak 'OSN' yang dihasilkan pada string akhir? {jawaban berupa angka bulat}

9. Jika diberikan string  $S = \text{'ONNSOSS'}$  kemudian Pak Dengklek mengoperasikan string sebanyak  $N = 8$  kali maka huruf ke-24 hasil akhir string tersebut adalah ... {jawaban berupa satu buah huruf kapital}