

4. Sisa pembagian  $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 99^3 + 100^3$  oleh 7 adalah...

- a. 1
- b. 2**
- c. 3
- d. 4
- e. 5

$$\left( 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \dots + 99^3 + 100^3 \right) \bmod 7$$

$$n = 100$$

Deras bilangan kubik =

$$\left( \frac{100 \times (101)}{2} \right)^2 \bmod 7$$

$$= 5050^2 \bmod 7$$

$$= (5050 \bmod 7)^2 \bmod 7 = 3^2 \bmod 7$$

$$= 2 \bmod 7$$

5. Dua digit terakhir dari  $43^{43^{2018}}$  adalah...

- a. 41
- b. 01
- c. 07
- d. 49
- e. 43



Notes :

$$\varphi(10) = 4$$

$$\varphi(100) = 40$$

$$\varphi(1000) = 900$$

2018

43

$$43 \mod 100$$

$$a^b \mod n = a^b \mod \varphi(n)$$

$$\varphi(100) = 100 \mod 100$$

$$\varphi(100) = 100 = 100 \times (\frac{5-1}{5}) \times (\frac{2-1}{2})$$

$$100 = 5^2 \times 4 = \frac{5^2}{P_1} \times \frac{2^2}{P_2} \times \frac{8}{8} = 10 \times 4 \times 1 = 40$$

Euler Totient Function ( $\varphi(n)$ )  $\rightarrow$  Phi Function

$\varphi(n)$  = banyaknya bilangan yang saing relatif prima dgn  $n$  ( $\leq n$ )

$$\gcd(\text{bil}, n) = 1$$

$$\varphi(4)$$

4 relatif prima dgn  $\rightarrow 3, 1 \rightarrow \gcd(4, 3) = 1$

$\varphi(4) = 2$

$$\gcd(4, 1) = 1$$

$$\varphi(100)$$

$$\varphi(n) = n \times \underbrace{(P_1 - 1)}_{P_1} \times \underbrace{(P_2 - 1)}_{P_2} \times \dots \times \underbrace{(P_i - 1)}_{\substack{\text{Faktorisasi} \\ \text{prima}}} \times q$$

3. Dua orang sahabat, Pak Dengklek dan Pak Ganesh memiliki sejumlah kucing kesayangan yang tak terhingga jumlahnya dengan harga 465 satuan per ekornya. Sedangkan pak Dengklek memiliki milyaran ekor bebek yang setiap bebeknya bernilai 300 satuan. Keduanya melakukan transaksi dengan cara bertukar hewan. Sebagai contoh, jika pak Dengklek berhutang ke pak Ganesh sebesar 135 satuan, maka ia dapat membayar hutangnya dengan memberi pak Ganesh 2 ekor bebek dan mendapatkan sebuah kucing sebagai kembalian. Berapakah pecahan transaksi terkecil yang dapat diselesaikan dengan menggunakan cara pertukaran tersebut?

- 5
- 10
- 15
- 135
- 165

$$\begin{array}{ccccccc} 100.000 & 10.000 & \rightarrow & 5000 & 5000 \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 50.000 & 20.000 & & 20.000 & 10.000 \end{array}$$

No. 3

$$\text{gcd}(465, 300) =$$

EUCID Aig.

$$\text{gcd}(a, b) \left\{ \begin{array}{l} a, b = 0 \\ \text{gcd}(a, b) \end{array} \right.$$

$$\text{gcd}(b, a \bmod b)$$

$$\text{gcd}(465, 300) = \text{gcd}(300, 165)$$

$$\text{gcd}(300, 165) = \text{gcd}(165, 135)$$

$$\text{gcd}(165, 135) = \text{gcd}(135, 30)$$

Langutan No. 5

$$\begin{aligned} & 43^{\text{2018}} \quad 43^{\text{2018}} \\ & 43^{\text{2018}} \bmod 100 = 43^{\text{2018}} \bmod 100 \\ & (3^9 \bmod 40)^{504} \bmod 40 = (43 \bmod 40)^{2010} \bmod 40 \\ & = 1^{504} \bmod 40 = 3^{2010} \bmod 40 \\ & = 1 \times 3^2 \bmod 40 = (3^4)^{126} \cdot 3^2 \bmod 40 \\ & = \frac{9}{\cancel{3}} + 43^9 \bmod 100 \\ & = (43^3)^3 \bmod 100 \\ & = 79507^3 \bmod 100 \\ & = (\overline{79507} \bmod 100)^3 \bmod 100 \\ & = 7^3 \bmod 100 \\ & = 343 \bmod 100 = 43 \end{aligned}$$

### Lanjutan no. 3

4. Jika FPB dari a dan 2008 = 251. Jika  $a < 4036$ , maka nilai terbesar untuk a adalah...

- a. 3263
- b. 4016**
- c. 2259
- d. 3765
- e. 3514

$$\begin{aligned} \gcd(135, 30) &= \gcd(30, 15) \\ \gcd(30, 15) &= \gcd(15, 0) \\ &= 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gcd(a, 2008) &= 251 \quad a < 4036 \\ \hookrightarrow a \text{ dan } 2008 \text{ habis dibagi } 251 \\ a \text{ kenaikan } 251 \rightarrow 251k \end{aligned}$$

$$251k < 4036 \rightarrow \text{coba coba}, k=16$$

$$251 \cdot 16 = \underline{\underline{4016}}$$

5. Kita tahu bahwa bilangan prima adalah suatu bilangan yang memiliki tepat 2 bilangan pembagi positif. Didefinisikan F-Primes adalah suatu bilangan yang memiliki tepat 5 bilangan pembagi positif. Berapa banyakkah bilangan F-Primes dari 1-1000 (inklusif)?

- a. 2
- b. 3**
- c. 4
- d. 5
- e. 6

Faktor  
banyak Faktor = 5

$$\rightarrow 2^9, 3^9, 5^9 (3)$$

$\varphi(x) =$  banyak  $x$  yang memenuhi sehingga  $\varphi(x) = 5$

$$\varphi(100) = \dots ?$$

$$\varphi(x) = \cdot (p_1+1)(p_2+1)(p_3+1)\dots$$

- \* Bilangan yang Fak. Prima
- \* Bilangan  $a_1^{p_1} \times a_2^{p_2}$

$$(p_1+1)(p_2+1) = 5$$

$$p_1 = 0, p_2 = 4$$

$$p_1 = 4, p_2 = 0$$

Pangkat  $p_1$   $\rightarrow$  faktor prima  $a_1$   $\rightarrow$   $a_1^4$   $\leq 1000$

$(p_1+1) = 5 \rightarrow p_1 = 4$

Bilangan Pangkat 4  $\leq 1000$  (inklusif)

$= \sqrt[4]{1000} =$

3. Berapakah hasil  $\underline{27^{2016} \text{ mod } 26}$ ?

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. 4
- e. 5

$$\begin{aligned} & 27^{2016} \text{ mod } 26 \\ &= (27 \text{ mod } 26)^{2016} \text{ mod } 26 \\ &= 1^{2016} \text{ mod } 26 = \underline{\underline{1}} \end{aligned}$$

9. Terdapat 2 bilangan, yaitu 720000 dan 262144. Berapa banyak bilangan berbeda yang membagi habis kedua bilangan tersebut?

- a. 7
- b. 8
- c. 30
- d. 31
- e. 23

$$\gcd(720000, 262144) =$$

$$720 \cdot 000 = 72 \cdot 10^4 = \frac{36 \cdot 2 \cdot 10^4}{(3^2 \cdot 2^2)^3 \cdot 2} = (2 \cdot 5)^4 = 3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 5^4$$

$$262144 = 2^n = 2^{18} < 262144 \quad \begin{matrix} \text{gcd} \rightarrow 2 \\ + (2^7) = (7+1) \\ = 8 \end{matrix}$$

16. Ido berulang tahun ke-20 pada hari Kamis, 13 Oktober 2016. Pada hari apakah Ido lahir?

- a. Senin
- b. Rabu
- c. Jumat
- d. Sabtu
- e. Minggu

(c)

$$7305 \text{ MOD } 7 = 4$$

← han' sebelum kams,  
Minggu

- han ini adalah han senin 2023 lagi han apa?  
↳ modulo

13 Oktober 2016 → Kamis

$$7300 + 5 = 7305$$

Lahir 20 tahun yg lalu → 13 Oktober 1996

$$20 \text{ tahun} \rightarrow \text{berapa han?} \rightarrow 20 \times 365 = 7300 \text{ (cureng)}$$

1994 - 2016 ada brp thn kabisat?  
1996, 2000, 2004, 2008, 2012, 2016 TAHUN KABISAT  
KLPTN.4 → 366 han'