4. Sisa pembagian $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots + 99^3 + 100^3$ oleh 7 adalah...

a. 1
b. 2
c. 3
d. 4
e. 5

$n = 100$

$$\left(1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + \ldots + 99^3 + 100^3\right) \bmod 7$$

Deret bilangan kubik $= \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

$$\left(\frac{\cancel{100}^{50} \times (101)}{\cancel{2}}\right)^2 \bmod 7$$

$= 5050^2 \bmod 7$

$= (5050 \bmod 7)^2 \bmod 7 = 3^2 \bmod 7$

$= 2$ ✓

5. Dua digit terakhir dari $43^{43^{2018}}$ adalah...
   a. 41
   b. 01
   c. 07
   d. 49
   e. 43

$43^{43^{2018}} \bmod 100$

Notes :
$\phi(10) = 4$
$\phi(100) = 40$
$\phi(1000) = 400$
...

$a^b \bmod n = a^{b \bmod \phi(n)} \bmod n$

$\phi(100) = 100 = \cancel{100}^{\cancel{20}\ 10} \times (5-1) \times (2-1)$

$100 = 5^2 \times 4 = 5^2 \times 2^2$ (p_1, p_2) $= 10 \times 4 \times 1 = 40$

Euler Totient Function ($\phi(n)$) → Phi Function

$\phi(n)$ = banyaknya bilangan yang saling relatif prima dgn n ($\le n$)

gcd(bil, n) = 1

$\phi(4)$

4 relatif prima dgn → 3, 1 → gcd(4, 3) = 1 √
gcd(4, 1) = 1 √

$\phi(4) = 2$

$\phi(100)$

$\phi(n) = n \times (\underbrace{p_1 - 1}_{p_1}) \times (\underbrace{p_2 - 1}_{p_2}) \times \ldots \times (p_i - 1)$

Faktorisasi prima ← p_i

3. Dua orang sahabat, Pak Dengklek dan Pak Ganesh memiliki sejumlah kucing kesayangan yang tak terhingga jumlahnya dengan harga 465 satuan per ekornya. Sedangkan pak Dengklek memiliki milyaran ekor bebek yang setiap bebeknya bernilai 300 satuan. Keduanya melakukan transaksi dengan cara bertukar hewan. Sebagai contoh, jika pak Dengklek berhutang ke pak Ganesh sebesar 135 satuan, maka ia dapat membayar hutangnya dengan memberi pak Ganesh 2 ekor bebek dan mendapatkan sebuah kucing sebagai kembalian. Berapakah pecahan transaksi terkecil yang dapat diselesaikan dengan menggunakan cara pertukaran tersebut ?

a. 5
b. 10
c. 15
d. 135
e. 165

100.000 10.000 → 5000 5000

→ 50.000 20.000 20.000 10.000

No. 3

$\gcd(465, 300) =$

Euclid Alg.

$\gcd(a, b) \begin{cases} a, & b = 0 \\ \gcd(b, a \bmod b) \end{cases}$

$\gcd(465, 300) = \gcd(300, 165)$

$\gcd(300, 165) = \gcd(165, 135)$

$\gcd(165, 135) = \gcd(135, 30)$

Lanjutan No. 5

$93^{93^{2018}} \bmod 100 = 93^{93^{2018} \bmod 40} \bmod 100$

$93^{2018} \bmod 40 = (93 \bmod 40)^{2018} \bmod 40$

$= 3^{2018} \bmod 40$

$= (3^4)^{504} \cdot 3^2 \bmod 40$

$(3^4 \bmod 40)^{504} \bmod 40$

$= 1^{504} \bmod 40$

$= 1 \times 3^2 \bmod 40$

$= 9 \rightarrow 93^9 \bmod 100$

$= (93^3)^3 \bmod 100$

$= 79507^3 \bmod 100$

$= (79507 \bmod 100)^3 \bmod 100$

$7^3 \bmod 100$

$= 343 \bmod 100 = 43$

Lanjutan no. 3

$\gcd(135, 30) = \gcd(30, 15)$

$\gcd(30, 15) = \gcd(15, 0)$

$= 15$

4. Jika FPB dari a dan 2008 = 251. Jika a < 4036, maka nilai terbesar untuk a adalah...
   a. 3263
   b. 4016
   c. 2259
   d. 3765
   e. 3514

$\gcd(a, 2008) = 251 \quad a < 4036$

↳ a dan 2008 habis dibagi 251

a kelipatan 251 → 251k

$251k < 4036$ → coba coba, $k = 16$

$251 \cdot 16 = \underline{4016}$

5. Kita tahu bahwa bilangan prima adalah suatu bilangan yang memiliki tepat 2 bilangan pembagi positif. Didefinisikan F-Primes adalah suatu bilangan yang memiliki tepat 5 bilangan pembagi positif. Berapa banyakkah bilangan F-Primes dari 1-1000 (inklusif)?

a. 2
b. 3
c. 4
d. 5
e. 6

Fak r → $2^4, 3^4, 5^4$ (3)

banyak Faktor = 5

$f(x)$ = banyak x yang Memenuhi shg $f(x) = 5$

$f(100) = \ldots ?$

$f(x) = (P_1+1)(P_2+1)(P_3+1)\ldots$

Pangkat

* Bilangan yang Fak. Prima $\to$ $a_1^{P_1}$ → Faktor prima

* Bilangan $a_1^{P_1} \times a_2^{P_2}$

$(P_1+1)(P_2+1) = 5$

$P_1 = 0$, $P_2 = 4$

$P_1 = 4$, $P_2 = 0$

Sama aja

$(P_1+1) = 5 \to a_1^4 \to a_1 = 2, 3, 5$ ada 3

$P_1 = 4$

$= a_1^4 \leq 1000$

Bilangan pangkat 4 1-1000 (inklusif)

$= \lfloor \sqrt[4]{1000} \rfloor =$

3. Berapakah hasil 27^{2016} mod 26?

a. 1
b. 2
c. 3
d. 4
e. 5

$$27^{2016} \bmod 26$$

$$\equiv (27 \bmod 26)^{2016} \bmod 26$$

$$\equiv 1^{2016} \bmod 26 = \underline{\underline{1}}$$

9. Terdapat 2 bilangan, yaitu 720000 dan 262144. Berapa banyak bilangan berbeda yang membagi habis kedua bilangan tersebut?
   a. 7
   b. 8
   c. 30
   d. 31
   e. 23

$gcd(720000, 262144) =$

$720.000 = 72 \cdot 10^4 = 36 \cdot 2 \cdot 10^4$

$= (3^2 \cdot 2^2) \cdot 2 (2 \cdot 5)^4$

$= 3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 5^4$

$= 3^2 \cdot 2^7 \cdot 5^4$

$262144 = 2^n \leq 262144$

$= 2^{18} \rightarrow 2^7 \cdot 2^{11}$

$gcd \rightarrow 2^7 \rightarrow p_1$

$\tau(2^7) = (7+1)$

$= 8$

16. Ido berulang tahun ke-20 pada hari Kamis, 13 Oktober 2016. Pada hari apakah Ido lahir?

a. Senin
b. Rabu
c. Jumat
d. Sabtu
e. Minggu

7305 mod 7 = 4

4 hari sebelum kamis, Minggu

hari ini adalah hari senin 2023 lagi hari apa?

→ Modulo

7300 + 5 = 7305

13 oktober 2016 → kamis

Lahir 20 tahun yg lalu → 13 oktober 1996

20 tahun → berapa hari? → 20 x 365 = 7300 (kurang)

TAHUN KABISAT

1996 – 2016 ada brp thn kabisat?

→ 1996, 2000, 2004, 2008, 2012, 2016

KLPTN. 4 → 366 hari