

# Combinatorics

# Binomial Coefficients

$$\binom{19}{10} \rightarrow \binom{19}{9}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

# Binomial Coefficients

```
#include <iostream>
using namespace std;
int faktorial[100000];
int C(int n, int r){
    return faktorial[n] / ((faktorial[n - r]) * faktorial[r]);
}
int main(){
    int n,r;
    cin>>n>>r;
    faktorial[0] = 1;
    for(int i = 1; i<= n; i++){
        faktorial[i] = faktorial[i - 1] * i;
    }
}
```

# Stars & Bars

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = r$$

Berapa banyak konfigurasi  $x_i$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5 \dots (?)$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & + & 2 & + & 1 \\ 1 & + & 2 & + & 2 \end{array}$$

$$\rightarrow \text{stars \& bars} \\ = \binom{n+r-1}{r}$$

# Stars & Bars

$$x_i \geq 1 \rightarrow \binom{r-1}{n-1}$$

# Stars & Bars

# Stars & Bars

# Catalan Numbers

Stack -> Parenthesis Problem (Valid / Invalid)

Ada tanda kurung (()) kalau kita acak ada berapa banyak konfigurasi penyusunan tanda kurung yang valid.

Valid : (())

Invalid : ())(

$$n \rightarrow$$

$$C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$$



# Binary Trees Counting

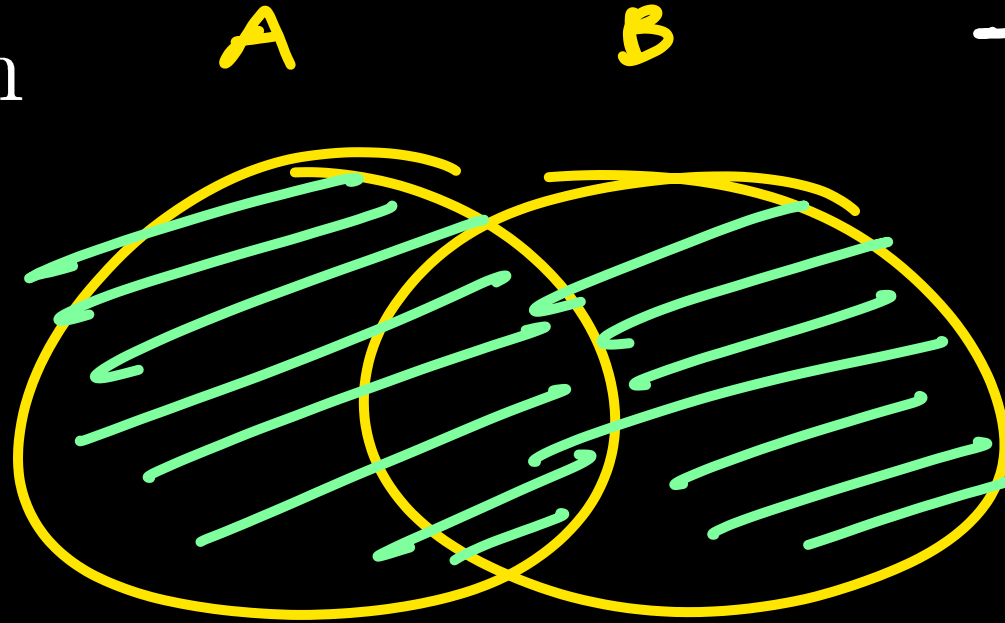
Binary  $\rightarrow C_n$

Rooted  $\rightarrow C_{n-1}$

$$C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$$

# Valid Parenthesis

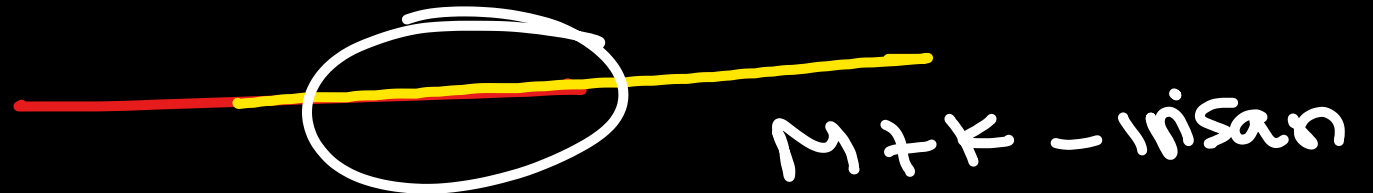
Inclusion  
Exclusion



→ + intersection  
segment

$$A \cup B = \dots ?$$

$$A \cup B = |A| + |B| - |A \cap B|$$



$M + K - \text{intersection}$

# Derangement

Punya larik A anggotanya adalah  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  kita ingin mengacak sedemikian hingga posisi  $A_i$  tidak menempati  $i$

1 2 3 4 5

Acak posisi di mana elemen tidak akan pernah menempati ulang posisi dia sebelumnya

~~1 3 2 5 4~~

~~3 2 1 4 5~~

2 1 4 5 3 ... (?)

$$D(n) = (n-1)(D(n-1) +$$

$$D(n-2))$$

$$D(1) = 0$$

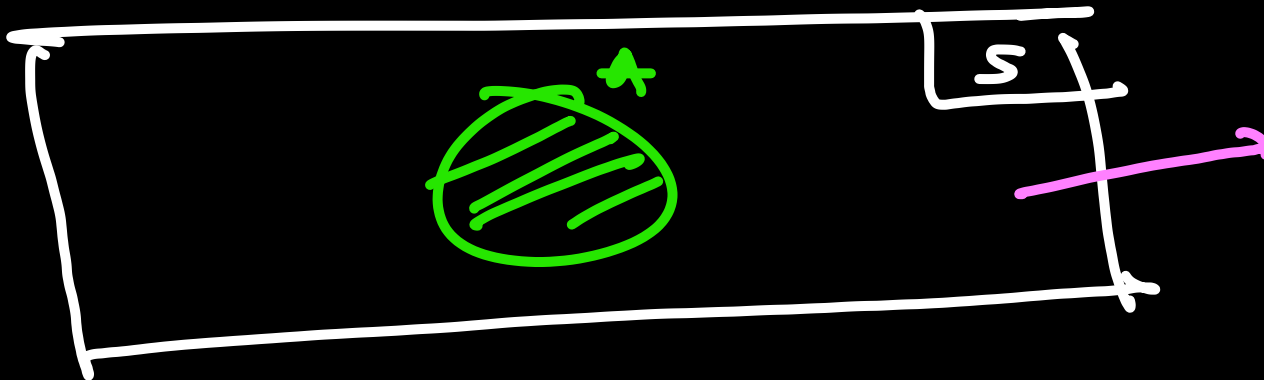
$$D(2) = 1$$

# Complementer

$A$  terjadi

Tidak terjadi =  $A^c$

$$A^c = |S| - |A|$$



$A$  tidak  
terjadi  
 $|S| - |A|$

# Burnside Lemma

$$P_{\text{sikuis}}^n = (n-1)!$$

$n$  objek unik

$$P_{\text{sikuis}}^n = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{n^{\gcd(i,n)}}{n}$$

# Complementer

# Subsets Counting

maximin/engga

$$A = \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_n\}$$

Pecah - pecah menjadi sebuah subset

$$\{A_1, A_2, A_3\}, \{A_2, A_1, A_3\}$$

$$|P| = 2^n$$









































































































































