

PEMBAHASAN SOAL PK-1

By : Abdan Hafidz

1. $A = -5$
 $B = 5A - 2$
 $C = 2AB - A$
 $D = A^2 - (C - 2) + 1$
 $D - 1 = A^2 - (C - 2)$
 $B = 5(-5) - 2 = -27$
 $C = 2AB - A$
 $C = A(2B - 1)$
 $C = (-5)(-54 - 1)$
 $C = (-5)(-55)$
 $C = 275$
 $D = 5^2 - (275 - 2)$
 $D = 25 - (273) = -248$

JAWABAN -

2. 1) 0,989898..

2) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

3) $-\frac{2}{7}$

4) $\sqrt{5}$

Bilangan rasional adalah pembagian dua bilangan bulat (a/b). Sudah pasti 2 dan 4 salah. Jika 2 dan 4 salah sudah pasti jawabannya adalah **1 dan 3**.

JAWABAN B

3. Misalkan $x = 0,202320232023\dots$

Karena pola berulang kali setiap 2023 (4 digit) maka kalikan dengan 10.000 (4 angka nol).

$$10.000x = 2023,20232023\dots$$

$$10.000x - x = 2023,20232023\dots - 0,20232023\dots$$

$$9.999x = 2023$$

$$x = \frac{2023}{9999}$$

$$a = 2023, b = 9999$$

$$a + b = 12022$$

JAWABAN -

4. Karena bilangan sama sama berbentuk $2000 + x \times 2000 + y$, maka urutkan berdasarkan hasil dari $xy + x + y$. Dari soal sangat mudah ditemukan langsung jawabannya adalah E.

JAWABAN E

5. $x + y + 2 = \text{genap}$

$$(x+y) + 2 = \text{genap}$$

$a + b = \text{genap}$, hanya untuk a dan b genap, atau a dan b ganjil.

Pada soal $a = (x+y)$ dan $b = 2$ (genap). Sudah pasti a bernilai genap.

Karena $(x + y)$ pasti bernilai genap maka hanya ada dua kemungkinan, x dan y keduanya genap atau x dan y keduanya ganjil. Anda bisa lakukan pengujian masing – masing pilihan.

Dan pilihan a akan selalu benar. Selama x dan y jenis bilangannya sama jika dijumlahkan atau dikurangi hasilnya akan selalu genap.

JAWABAN A

6. $p + 2q + r = 2 \dots (1)$

$$2p + q = 4 \dots (2)$$

$$p + 2r = 1 \dots (3)$$

$$\begin{array}{rcl}
p + 2q + r & = & 2 \\
2p + q & = & 4 \\
\hline & (-) & \\
-p + q + r & = & -2 \quad (4) \\
p + 2r & = & 1 \quad \dots \quad (3) \\
\hline & (+) & \\
q + 3r & = & -1 \\
q & = & -1 - 3r \quad \dots \quad (5) \\
\text{Substitusi (5) ke persamaan (2)} & & \\
2p + (-1 - 3r) & = & 4 \\
2p - 1 - 3r & = & 4 \\
2p - 3r & = & 5 \quad (6) \\
\text{Substitusi (5) ke persamaan (1)} & & \\
p + 2(-1 - 3r) + r & = & 2 \\
p - 2 - 6r + r & = & 2 \\
p - 2 - 5r & = & 2 \\
p - 5r & = & 4 \quad (7)
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\text{Eliminasi (6) dan (7)} & & \\
2p - 3r & = & 5 \quad | \times 1 | \\
p - 5r & = & 4 \quad | \times 2 | \\
\hline & & \\
2p - 3r & = & 5 \\
2p - 10r & = & 8 \\
\hline & (-) & \\
-3r - (-10r) & = & -3 \\
-3r + 10r & = & -3 \\
7r & = & -3 \\
r & = & -\frac{3}{7}
\end{array}$$

Dengan mensubstitusikan nilai r ke salah satu persamaan di atas kemudian mendapatkan nilai p . Nilai p yang diperoleh kita substitusikan ke persamaan sehingga bisa ditemukan.

$$\{p, q, r\} = \left\{ \frac{13}{7}, \frac{2}{7}, -\frac{3}{7} \right\}$$

$$\text{Diperoleh } p - 2q - 3r = \frac{18}{7}$$

7. Dari pernyataan $p + 2q < q$ (p dan q bilangan bulat) kita coba tentukan :

$$\begin{array}{l}
p + 2q < q \\
p < q - 2q \\
p < -q
\end{array}$$

Hati – hati saat ini pernyataan belum bisa ditentukan benar / salah karena p dan q masih memiliki kemungkinan nilai yang beragam. Misalnya :

- $p = 2, q = -1$
 $2 < 1$ (Salah)
- $p = -1, q = -2$
 $-1 < 2$ (Benar)

Pernyataan	Benar	Salah	Kesimpulan
Untuk suatu a bilangan bulat, $p + a > q + a$		Pernyataan bisa disederhanakan menjadi $p > q$. Dengan memanfaatkan pernyataan ini akan diperoleh bahwa untuk $p > q$ akan menyebabkan $p < -q$ pasti salah	Karena hanya memiliki satu kemungkinan jawaban yaitu membuat pernyataan salah, maka dengan pernyataan 1 saja cukup menjawab pertanyaan
$p < 0, q > 0$	$p < 0, q > 0$ Kita coba pilih sembarang p dan q , $p = -2$ dan $q = 1$ Maka $p < -q$ $-2 < -1$ Pernyataan bernilai benar	$p < 0, q > 0$ Kita coba pilih sembarang p dan q , $p = -1$ dan $q = 1$ Maka $p < -q$ $-1 < -1$ Pernyataan bernilai salah Atau $p = -1$ dan $q = 2$ $p < -q$ $-1 < -2$ Pernyataan bernilai salah	Karena memiliki dua kemungkinan jawaban dengan pernyataan 2 saja tidak cukup

JAWABAN A

8. Misalkan \$ dan \square menyatakan operasi penjumlahan (+), pengurangan (-), perkalian (x), atau pembagian (:). Jika $\$ 2 \square 1 > 6$, manakah pasangan berikut yang benar untuk ($\$, \square$) ?
1. (+, x)
 2. (x, :)
 3. (x, -)
 4. (+, -)

Anda bisa melakukan pengujian pernyataan satu per satu.

9. $b \& n = 3(b \& (n - 1))$
 $b \& 0 = 3$

Agar lebih mudah kita sajikan model di atas menjadi

$$b(n) = 3b(n-1), b(0) = 3$$

Lakukan pengujian

$$b(0) = 3$$

$$b(1) = 3 \times b(0) = 3 \times 3 = 3^2$$

$$b(2) = 3 \times b(1) = 3 \times (3 \times 3) = 3^3$$

$$b(3) = 3 \times b(2) = 3 \times 3^3 = 3^4$$

.....

Dari mengamati pola akan diperoleh bahwa $b(n) = 3^{n+1}$
Maka dapat ditentukan $b(2023) = 3^{2024}$

10. $|2x + 1| + x = |x - 2| + 3$
 $|2x + 1| - |x - 2| = 3 - x$
 $|2x + 1 - (x - 2)| = 3 - x$
 $|2x + 1 - x + 2| = 3 - x$
 $|x + 3| = 3 - x$
- Untuk $x + 3 \geq 0 \rightarrow x \geq -3$,
 $x + 3 = 3 - x$
 $x + x = 3 - 3$
 $2x = 0 \rightarrow x = 0$
Solusi benar karena $0 \geq -3$
 - Untuk $x + 3 < 0 \rightarrow x < -3$,
 $-(x + 3) = 3 - x$
 $-x - 3 = 3 - x$
 $-x + x = 3 + 3$
 $0 = 6$ (Invalid)
Solusi tidak memenuhi

Solusi yang memenuhi hanyalah untuk $x = 0$

JAWABAN D

11. $\frac{i^{2019}-1}{i^{2023}+1}$
 $i^2 = -1$
 $i^{2019} = i^{2018}i$
 $i^{2018} = (i^2)^{1009} \rightarrow (-1)^{1009}$, karena berpangkat ganjil maka $i^{2018} = -1$
 $i^{2019} = -1 \cdot i \rightarrow -i$
 $i^{2023} = i^{2022}i$
 $i^{2022} = (i^2)^{1011} \rightarrow (-1)^{1011}$, karena berpangkat ganjil maka $i^{2022} = -1$
 $i^{2023} = -1 \cdot i \rightarrow -i$
 $\frac{i^{2019}-1}{i^{2023}+1} = \frac{-i-1}{-i+1} = -\frac{-(1+i)}{-(i-1)} = \frac{1+i}{i-1}$

$$\frac{1+i}{i-1} \times \frac{i-1}{i-1} = \frac{i^2-1^2}{i^2+1^2-2i} = \frac{-1-1}{-1+1-2i} = \frac{-2}{-2i} = \frac{1}{i}$$

Karena tidak disarankan untuk membagi dengan akar maka kita bisa sederhanakan

$$\frac{1}{i} \times \frac{i}{i} = \frac{i}{i^2} = \frac{i}{-1} = -i$$

JAWABAN C

12. $\frac{(x^2-5x+6)(x^2+4)}{x^2-7x+6} \geq 0$

$$\frac{(x-2)(x-3)(x^2+4)}{(x-1)(x-6)} \geq 0$$

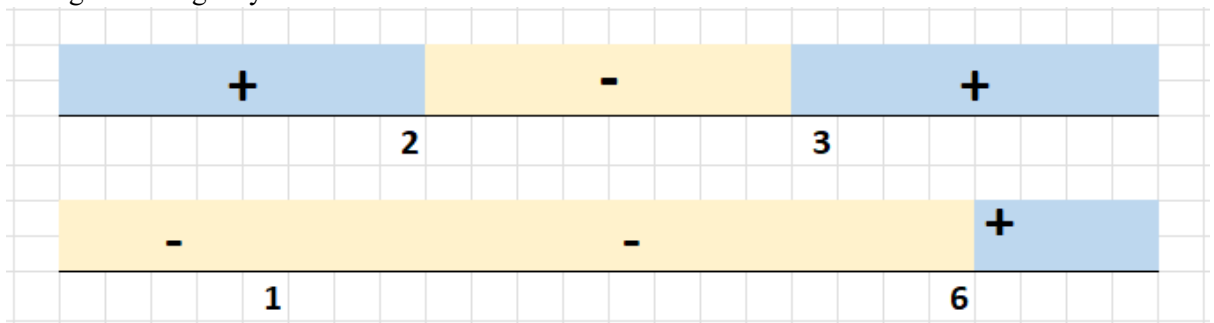
Karena $x^2 + 4$ definit positif maka bisa kita abaikan

$$\frac{(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-6)} \geq 0$$

Misalkan $\frac{(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-6)} = \frac{A}{B}$

Agar ≥ 0 maka $A \cap B \geq 0$ atau $A \cap B \leq 0$ (A dan B positif atau A dan B negatif)

Buat garis bilangannya

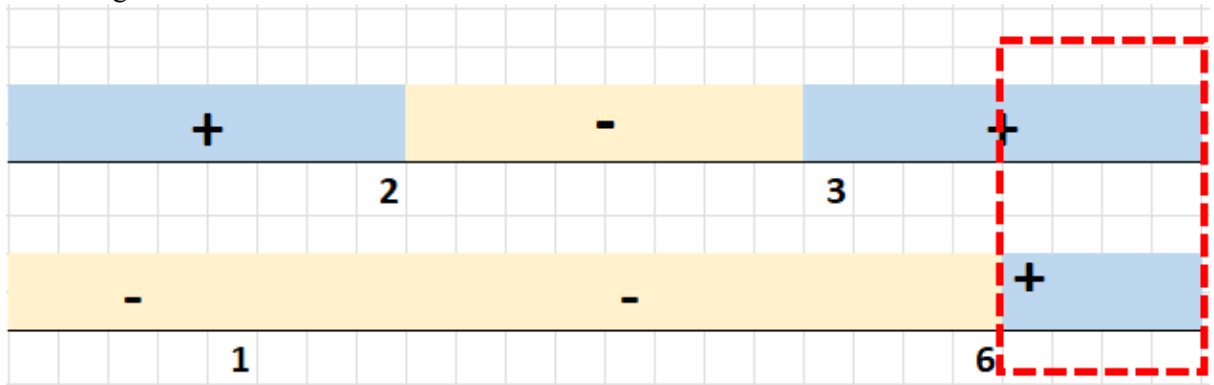


- Dari garis bilangan kondisi $A = (x - 2)(x - 3) \geq 0$ adalah saat $x \leq 2 \cup x \geq 3$ dan $B = (x - 1)(x - 6) \geq 0$ adalah saat $x \geq 6$.

$$A \cap B \geq 0$$

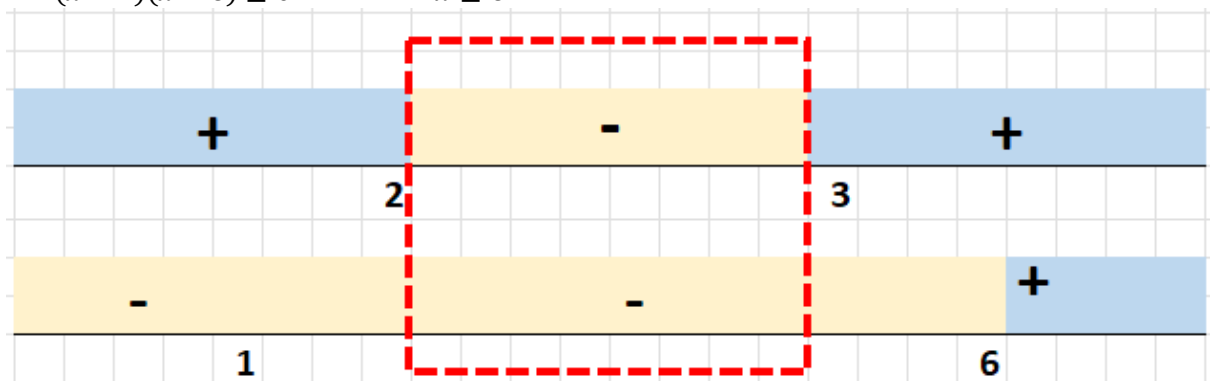
$$(x \leq 2 \cup x \geq 3) \cap (x \geq 6)$$

Atau dengan kata lain kita iriskan



Ditemukan irisannya adalah $x \geq 6$.

- Dari garis bilangan kondisi $A = (x - 2)(x - 3) \leq 0$ adalah saat $2 \leq x \leq 3$ dan $B = (x - 1)(x - 6) \leq 0$ adalah saat $x \leq 6$.



Dengan metode yang sama pada di atas kita akan temukan irisannya adalah $(2 \leq x \leq 3)$
 Sehingga dari penyelesaian di atas

$$\frac{(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-6)} \geq 0$$

Saat $x \geq 6$ atau $2 \leq x \leq 3$

Solusi	Benar	Salah
$2 \leq x \leq 6$	V	
$x \leq 2$ atau $x \geq 6$		V
$2 \leq x \leq 3$ atau $x \leq 6$	V	
$x \geq 6$	V	

13. Untuk jawaban dapat lebih dari satu, manakah bilangan di bawah ini yang jika dibagi 5 bersisa 2 ?

Opsi	Keterangan	Cara Biasa	Cara Kilat Semua bilangan habis dibagi 5 adalah bilangan yang digit terakhirnya 5. Karena digit terakhirnya 5, maka jika ditambahkan dengan suatu bilangan itu akan menjadi sisa pembagiannya ketika dibagi 5
1	17	$17 = 3 \times 5 + 2$, Jika dibagi 5 sisanya 2	$17 - 5 = 2$
2	87	$87 = 17 \times 5 + 2$, Jika dibagi 5 Sisanya 2	$87 - 5 = 2$
3	31	$31 = 6 \times 5 + 1$ Jika dibagi 5 Sisanya 1	$31 - 5$ tidak sama dengan 2
4	23	$23 = 4 \times 5 + 3$ Jika dibagi 5 sisanya 3	$23 - 5$ tidak sama dengan 2

PERINGATAN : Cara Kilat di atas hanya berlaku jika dibagi dengan 5!

14. Bilangan yang dibagi 3 bersisa 1 $\leftrightarrow 3k + 1$ untuk k bilangan cacah.
 $3k + 1 = \{1, 4, 7, \dots\}$

Karena $x > 0$ maka $x + 4 \geq 5$

Dengan melakukan pencocokan dari informasi di atas, anda akan menemukan nilai x terkecil adalah $x = 3$, salah satu $x + 4 = 7$ karena 7 merupakan anggota $3k + 1$ Sehingga $x = 7 - 4 = 3$.

Bilangan yang dibagi 3 bersisa 1 $\leftrightarrow 5k + 3$ untuk k bilangan cacah.
 $5k + 3 = \{3, 8, 13, \dots\}$

Karena $y > 0$ maka $y + 2 \geq 3$

Cukup jelas $y + 2 = 3$ karena 3 merupakan anggota $5k + 3$. Sehingga $y = 1$
 $x + y = 3 + 1 = 4$

JAWABAN : 4

15. Perhatikan polanya

$$2^1 = 2$$

$$2^2 = 4$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 6$$

$$2^5 = 2$$

$$2^6 = 4$$

$$2^7 = 8$$

$$2^8 = 16$$

....

Akan berulang setiap pangkat kelipatan 4

$$3^1 = 3$$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 7$$

$$3^4 = 1$$

$$3^5 = 3$$

$$3^6 = 9$$

$$3^7 = 7$$

$$3^8 = 1$$

....

Akan berulang setiap pangkat kelipatan 4

Yang mana artinya digit terakhir 2^x sama dengan digit terakhir $2^{x \bmod 4}$ digit terakhir 3^y sama dengan digit terakhir $3^{y \bmod 4}$.

$$\text{Digit terakhir } 2^{2023} = \text{Digit terakhir } 2^{2023 \bmod 4} \rightarrow 2^3 = 8$$

$$\text{Digit terakhir } 3^{2021} = \text{Digit terakhir } 3^{2021 \bmod 4} \rightarrow 3^1 = 3$$

$$8 + 3 = 11 \text{ (Digit terakhirnya 1)}$$