

KELAS INTENSIF UTBK PK-PM 2024

Sukses UTBK 2024!!

Materi 3 : Jarak dan Kecepatan, Relasi dan Fungsi, Operasi Matriks

By : @abdan_hafidz

A. Jarak dan Kecepatan

- Jarak

Misalkan suatu titik A berada pada koordinat (x_1, y_1) dan titik B berada pada koordinat (x_2, y_2) maka jarak dari titik A ke titik B adalah :

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

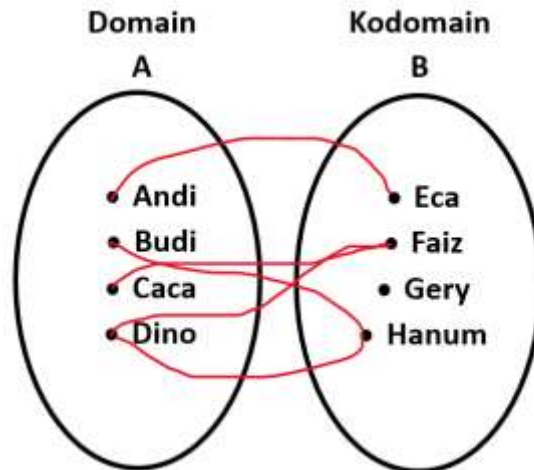
- Kecepatan rata - rata

Rumus Kecepatan	Rumus Jarak	Rumus Waktu
$v = \frac{s}{t}$	$s = vt$	$t = \frac{s}{v}$
Rumus Kecepatan Rata-Rata		
$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$		

Jika dalam bentuk persamaan garis maka menghitung kecepatan rata - rata bisa menggunakan konsep kemiringan.

B. Relasi dan Fungsi

- Relasi adalah kondisi untuk menyatakan bahwa sesuatu suatu objek asal (domain) memiliki hubungan pencocokan dengan objek tujuan / daerah kawan (kodomain). Tidak seperti kamu dan dia yang cuman dekat tanpa ada relasi yang spesial.



Contoh Relasi pertemanan siswa di Kelas A dengan siswa di Kelas B.

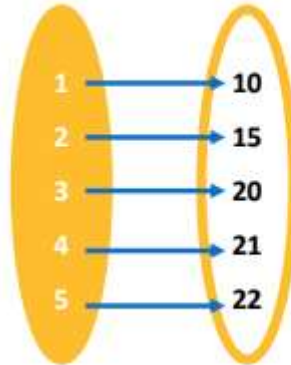
- **Andi berelasi dengan Eca**
- **Budi berelasi dengan Hanum**
- **Caca berelasi dengan Faiz**
- **Dino berelasi dengan Hanum dan Faiz**

- Fungsi dalam Matematika adalah suatu relasi yang menghubungkan sebuah bilangan pada parameter fungsi dengan sebuah nilai.

PENALARAN : Semua fungsi adalah relasi, tapi relasi belum tentu fungsi
Fungsi adalah bagian dari relasi khusus.

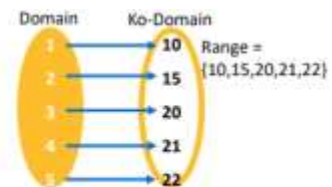
• **Contoh :**

- $F(1) = 10$
- $F(2) = 15$
- $F(3) = 20$
- $F(4) = 21$
- $F(5) = 22$



- **Fungsi dalam Matematika** memiliki 3 bagian, yaitu

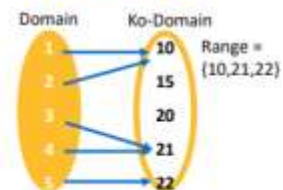
- Domain (Daerah Asal)
- Ko-Domain (Daerah Kawan)
- Range (Daerah Hasil)



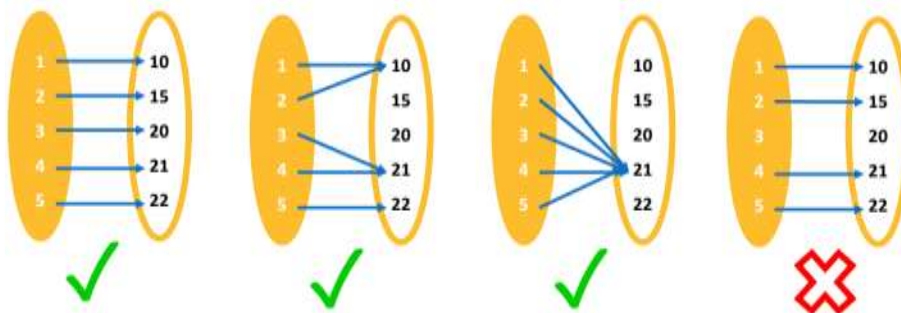
- Syarat sebuah fungsi:

- Setiap anggota domain harus dipasangkan pada **tepat satu** anggota Ko-Domain

- Anggota Ko-Domain dapat dipasangkan dengan 0,1,2, atau lebih anggota domain.



- Sebuah fungsi dapat digambarkan sebagai berikut



Contoh :

$f(x) = x^2$ merupakan fungsi, tapi $f(x) = \pm(x + 1)$ bukan merupakan fungsi.

Ilustrasi :

Mobil (kodomain) bisa dinaiki oleh banyak orang (domain). Tapi orang tidak bisa menaiki banyak mobil dalam waktu yang bersamaan.

Operasi Fungsi

$$\begin{aligned}(f+g)(x) &= f(x) + g(x) \\ (f-g)(x) &= f(x) - g(x) \\ (af)(x) &= a f(x) \\ (f \cdot g)(x) &= f(x)g(x) \\ (f/g)(x) &= f(x)/g(x), g(x) \neq 0\end{aligned}$$

Komposisi Fungsi

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

Invers Fungsi

Invers dari sebuah fungsi berarti merubah bentuk $y = \dots$ menjadi $x = \dots$ atau dengan kata lain kita ingin melihat visualisasi grafik ketika koordinat kita balik, sumbu-x menjadi vertikal dan sumbu-y menjadi horizontal. Inverse dari suatu fungsi $f(x)$ dinyatakan sebagai $f^{-1}(x)$.

PERHATIAN KERAS!! :

$$f^{-1}(x) \neq \frac{1}{f(x)} \text{ (HARAM)}$$

Tapi

$$f(x)^{-1} = \frac{1}{f(x)} \text{ (HALAL)}$$

Contoh Invers fungsi

$$f(x) = x + 4$$

$$y = x + 4$$

$$f(x) = x + 4$$

$$y = x + 4$$

$$x = y - 4$$

Ganti x dengan $f^{-1}(x)$ dan y dengan x

$$f^{-1}(x) = x - 4$$

Sifat Invers pada Komposisi Fungsi

$$(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$$

$$\{(f \circ g) \circ g^{-1}\}(x) = \{g^{-1} \circ (g \circ f)\}(x) = f(x)$$

$$\{f^{-1} \circ (f \circ g)\}(x) = \{(g \circ f) \circ f^{-1}\}(x) = g(x)$$

$$(f \circ g \circ h)^{-1}(x) = (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(x)$$

Domain dan Range Fungsi

Misal suatu fungsi $f(x) = ax + b$

Domain adalah himpunan bilangan riil x yang memenuhi nilai $f(x)$.

Range adalah himpunan bilangan hasil operasi substitusi x pada $f(x)$ atau himpunan semua bilangan riil hasil $ax + b$

C. Operasi Matriks

- Operasi matriks skalar

Misalkan suatu matriks A (dikalikan, dijumlahkan, dikurangi, atau dibagi) dengan bilangan riil k . Maka matriks hasilnya adalah susunan hasil pengoperasian anggota A dengan k .

Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$A + 2 = \begin{pmatrix} 1+2 & 2+2 \\ -1+2 & 0+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$
$$A \times 2 = \begin{pmatrix} 1 \times 2 & 2 \times 2 \\ -1 \times 2 & 0 \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$$

- Operasi Penjumlahan dan pengurangan Matriks

Misalkan suatu Matriks A dan Matriks B, jika dijumlahkan maka operasinya adalah $A \pm B$. Operasi $A \pm B$ bisa dilakukan jika A dan B berordo sama.

Contoh :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$A + B = \begin{pmatrix} 1+1 & 2+0 \\ -1+0 & 0+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- Operasi perkalian dan pembagian Matriks

$$A \times B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 3 \cdot 7 + 4 \cdot 6 & 3 \cdot 5 + 4 \cdot 4 \\ 1 \cdot 7 + 2 \cdot 6 & 1 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 21 + 24 & 15 + 16 \\ 7 + 12 & 5 + 8 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 45 & 31 \\ 19 & 13 \end{pmatrix}$$

Perkalian bisa dilakukan dengan metode [Kiri x Atas + Kanan x Bawah]

Sedangkan pembagian matriks, misal Matriks A dibagi dengan Matriks B bisa dilakukan dengan mengalikan A dengan Inverse matriks B (B^{-1})

$$\frac{A}{B} = AB^{-1}$$

- Inverse Matriks

Invers matriks

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{a \cdot d - b \cdot c} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

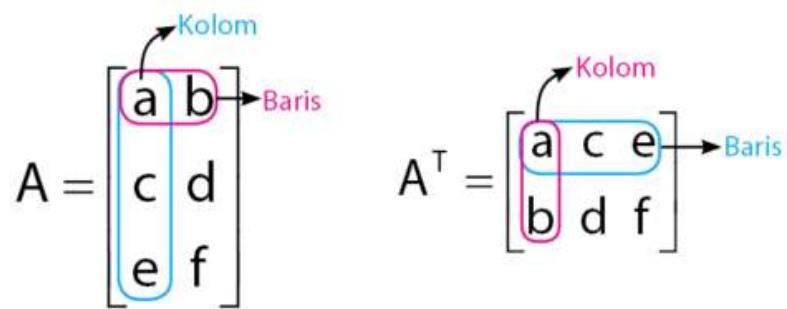
Di mana biasa kita ungkapkan $ad - bc = \det(A)$, sebagai determinan dari matriks A.

- Transpose matriks

Posisi Matriks ketika dirotasi 90° searah jarum jam.

Baris \rightarrow Kolom

Kolom \rightarrow Baris



- Matriks Singular dan non – singular

Suatu Matriks A dikatakan singular jika $\det(A) = 0$ dan non – singular apabila $\det(A) \neq 0$.