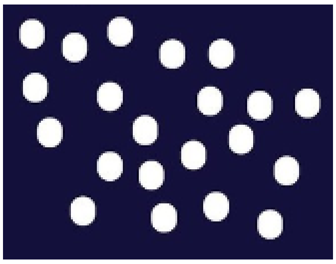
SOAL SET 9

A. Analitika dan Logika

1. Pak Dengklek mempunyai beberapa patok tanah yang akan dihubungkan menggunakan tali untuk dijadikan pagar. Pagar tersebut melindungi patok lainnya yang berada dalam area perimeter.



Berapa patok terbanyak yang bisa dihubungkan jika Pak Dengklek ingin penggunaan tali seminimal mungkin? **{Jawaban berupa angka bulat}**

JAWABAN : 10

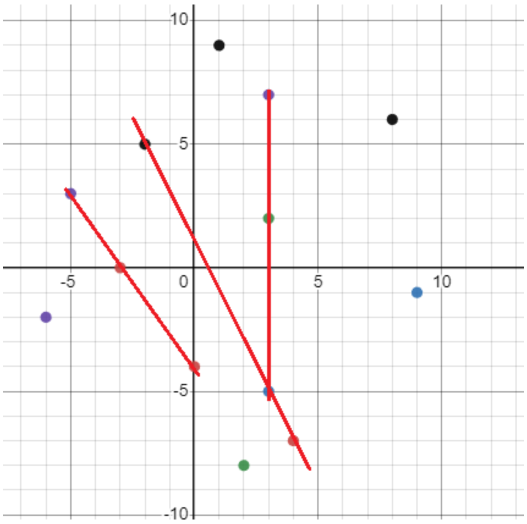
2. Pak Dengklek mempunyai beberapa titik pada koordinat :

(3, 7) (-2, 5) (0, -4) (9, -1) (3,2) (-6, -2) (8, 6) (-3, 0) (3,-5) (2, -8) (-5, 3) (1, 9) (4, -7)

Ia ingin menghubungkan 3 titik sehingga membentuk suatu poligon terbuka. Dengan menghubungkan ketiga titik tersebut Pak Dengklek ingin membentuk sudut maksimum. Tentukan banyaknya cara Pak Dengklek membentuk sudut maksimum tersebut! **{Jawaban berupa angka bulat}**

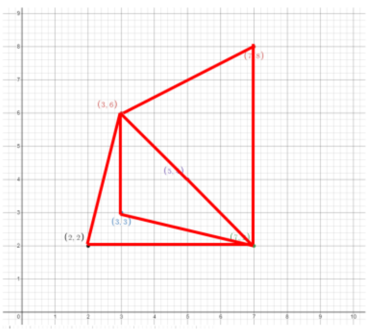
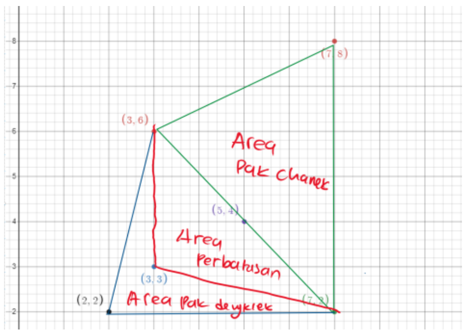
Jawaban : 3

Untuk mencapai sudut maksimum dalam poligon terbuka berarti kita mencari segmen yang besar sudutnya adalah 180^0 atau membentuk garis lurus.



3. Pak Chanek dan Pak Dengklek mendapatkan warisan dari Pak Ghara masing – masing berupa bidang lahan. Pada skala bidang kartesius dua dimensi lahan milik Pak Chanek adalah bidang pada koordinat (7,8),(3,6), (3,3), dan (7,2) sedangkan milik Pak Dengklek pada koordinat (3,6), (5,4),(7,2) dan (2,2). Lahan asli milik Pak Chanek adalah bidang lahan yang sama sekali tidak menyinggung kawasan bidang lahan milik Pak Dengklek. Berapa luas lahan asli milik Pak Chanek? **{Jawaban berupa angka bulat}**

Jawaban : 15

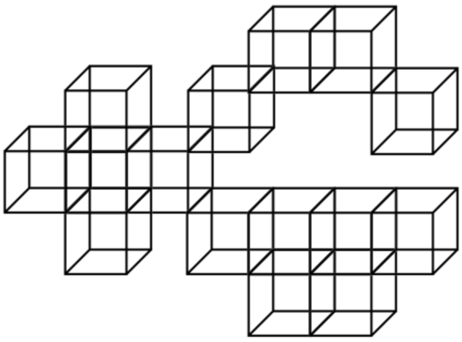



Pada segitiga area milik Pak Chanek mempunyai tinggi berupa sisi tegaknya yaitu sepanjang 6 satuan [jarak terhadap titik Y dari (7,2) ke (7,8)]. Dan Panjang alasnya adalah jarak dari titik (3,6) ke (7,8). Bakan Euclidean distance

$$\boldsymbol{dist}\big((3,5) \rightarrow (7,8)\big) = \sqrt{(7-3)^2 + (8-5)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

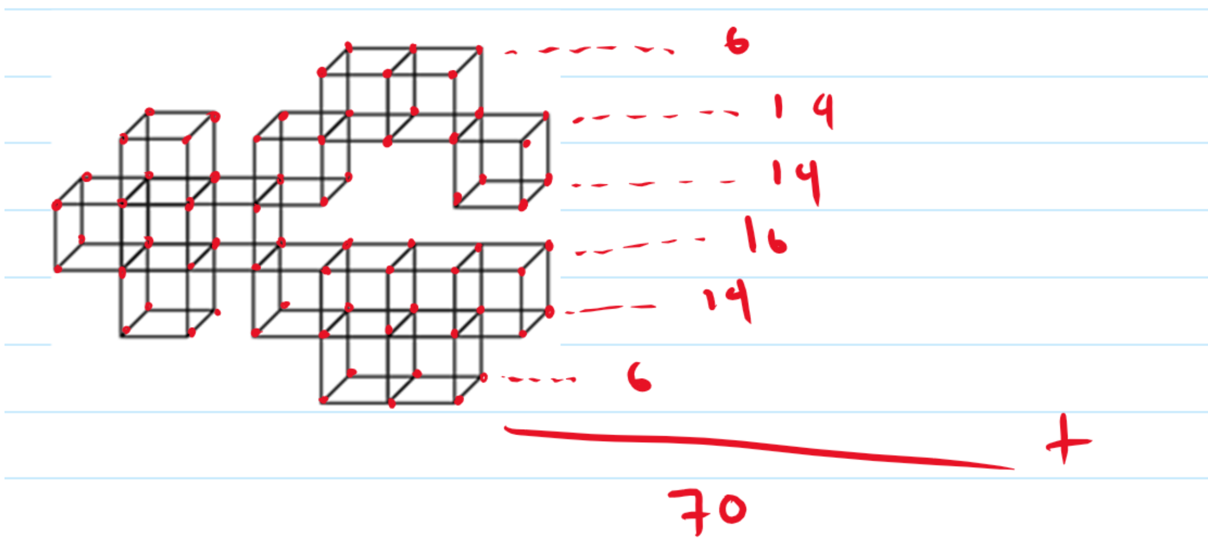
Sehingga luas area asli milik Pak Chanek adalah ½ * 5 * 6 = 15 satuan luas.

4. Perhatikan gambar di bawah ini!



Di antara semua titik sudut pada bangun di atas, seekor semut ingin berjalan pada ruas bangun. Banyaknya rute perjalanan semut tersebut dalam satu kali perjalanan adalah ...(suatu rute perjalanan adalah pemilihan titik mulai dan titik akhir perjalanan semut) **{Jawaban berupa angka bulat}**

Jawaban : 4830



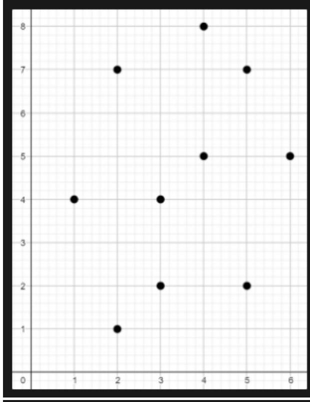
Jumlah titik sudutnya adalah sebanyak 70. Dari 70 titik sudut akan dipilih dua titik sebagai start dan finish. Ada sebanyak $2 \times 70C2 = 4830$.

5. Kwok memiliki 10 buah titik pada sistem koordinat XY sebagai berikut.
   - (1, 4)
   - (2, 1)
   - (2,7)
   - (3, 2)
   - (3, 4)
   - (4, 5)
   - (4, 8)
   - (5, 2)
   - (5, 7)
   - (6, 5)

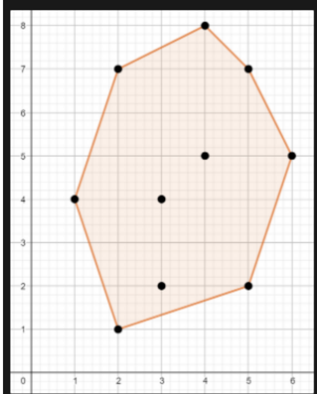
   Kwok ingin membuat sebuah poligon yang memuat kesepuluh titik tersebut dengan luas sekecil mungkin dan memenuhi syarat-syarat berikut.
   - Tidak ada sudut poligon yang lebih besar dari 180 derajat
   - Untuk setiap pasang titik, garis yang terbentuk oleh pasangan titik tersebut harus berada sepenuhnya di dalam poligon.

   Berapakah luas dari poligon yang ia buat? **{Jawaban berupa angka desimal tanda koma gunakan titik misal 24.5}**

Apabila digambarkan pada koordinat Kartesius, kesepuluh titik tersebut adalah sebagai berikut.



Dari gambar, cukup mudah untuk melihat *convex hull* yang terbentuk dari titik-titik tersebut:

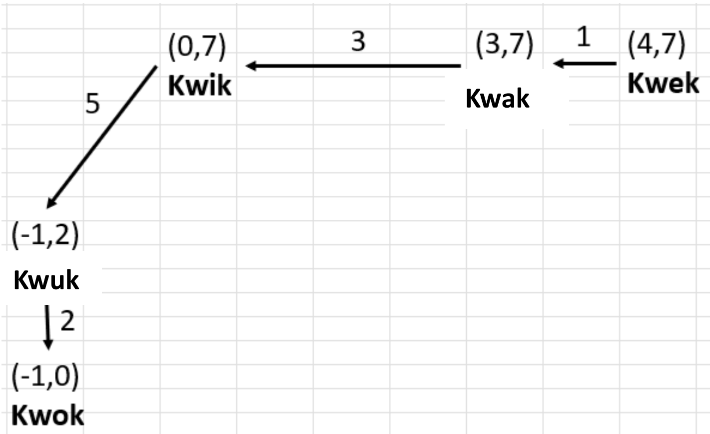


Terdapat 7 titik yang dilalui oleh *convex hull*. Luas *convex hull* ini dapat dicari dengan menggunakan *shoelace formula* (jangan lupa untuk mengurutkan titik-titik tersebut searah jarum jam atau berlawanan jarum jam), atau dengan membaginya menjadi beberapa segitiga yang kemudian dicari luasnya. Didapatkan hasilnya adalah $23,5$.

6. Lima sekawan Kwak, Kwik, Kwuk, Kwek, dan Kwok tinggal dalam satu lingkungan perumahan Tempat tinggal Kwak berada di koordinat (3,7)
    - **Kwik berjarak 3 satuan di sisi barat dari Kwak**
    - **Kwek berjarak 4 satuan di sisi timur dari Kwik**
    - **Kwok berjarak 2 satuan di sisi selatan Kwuk, dan**
    - **Kwuk berada di koordinat (-1, 2)**

   Jika Kwek ingin mengunjungi semua rumah temannya . Tentukan jarak tempuh minimum yang dilalui oleh Kwek! **{Petunjuk : Bulatkan jawaban ke pembulatan terdekat. Misal jika jawaban 3.2 = 3 , jika jawaban 3.5 = 4 }**

   Jawaban : 11



   Dengan menggunakan Jarak Euclidean akan ditemukan jarak tempuh minimum adalah 11.

7. Diketahui suatu fungsi boolean mengembalikan nilai benar / salah :

   f(p,q,r,s) = (R OR (P AND Q)) OR (NOT P AND Q AND (R OR S))

   Diketahui pula dua variabel menyimpan nilai kembalian fungsi di atas

   A = f(true,true,false,false)

   B = f(false,A,true,false)

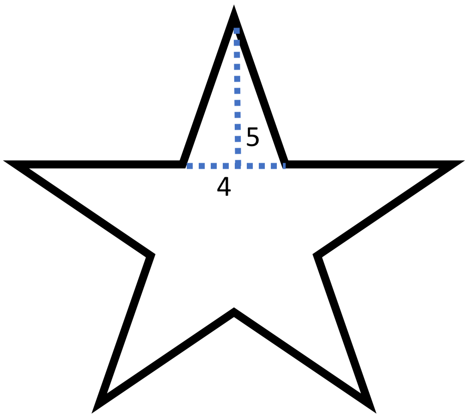
   Tentukan nilai kebenaran fungsi **f(not(A),B,B or A,A)!** {**jawaban true/false "Non-Kapital"}**

   A = f(true,true,false,false) = (false or (true and true)) or (not true and true and (false or false) = (true) or (false) = true

   B = f(false,A,true,false) = f(false,true,true,false) = (true or (false and true)) or (true and …) = true

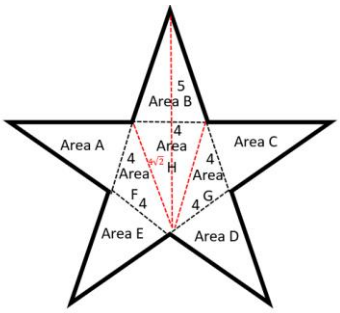
   f(not(A),B,B or A,A) = f(false,true,true,true) = true (ruas kiri bernilai true)

8. Perhatikan gambar di bawah ini



Luas bangun di atas adalah $a + b\sqrt{c}$. Tentukan nilai a + b + c ! **{Jawaban berupa angka bulat}**

JAWABAN : 75



$$Luas = A + B + C + D + E + F + G + H$$

$$A = B = C = D = E\ , F = G$$

$$Luas = 5A + 2F + H$$

Menentukan tinggi H

$$\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 - 2^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$Luas = 5 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 5 + 2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{7} = 50 + 16 + 2\sqrt{7} = 66\ + 2\sqrt{7}$$

a + b + c = 75.

9. Dua kapal, Kapal A dan Kapal B, sedang berlayar di lautan. Kapal A awalnya berada di titik (3,2) pada koordinat kartesian, sedangkan Kapal B berada di titik (7, -5). Kapal A bergerak sejauh 8 satuan ke arah timur dan 4 satuan ke arah utara, kemudian berbelok ke arah barat dan bergerak sejauh 5 satuan. Sementara itu, Kapal B bergerak sejauh 3 satuan ke arah timur dan 10 satuan ke arah utara. Setelah itu, Kapal A dan Kapal B bergerak secara serentak dengan kecepatan yang sama selama 6 satuan ke arah selatan. Tentukan jarak kapal A dan kapal B saat ini! **{Jika jawaban berupa bilangan desimal, bulatkan ke angka terdekat misal 17.3 = 17, 20.5 = 21}**

   Jawaban : 4
   Pembahasan:
   Langkah 1: Kapal A bergerak 8 satuan ke timur dan 4 satuan ke utara. Maka posisi Kapal A menjadi (3+8, 2+4) = (11, 6).
   Langkah 2: Kapal A berbelok ke arah barat dan bergerak 5 satuan. Maka posisi Kapal A menjadi (11-5, 6) = (6, 6).
   Langkah 3: Kapal B bergerak 3 satuan ke timur dan 10 satuan ke utara. Maka posisi Kapal B menjadi (7+3, -5+10) = (10, 5).
   Langkah 4: Kapal A dan Kapal B bergerak serentak 6 satuan ke selatan. Maka posisi Kapal A menjadi (6, 6-6) = (6, 0), dan posisi Kapal B menjadi (10, 5-6) = (10, -1).

   Jadi, setelah 6 langkah tersebut, posisi Kapal A adalah (6, 0) dan posisi Kapal B adalah (10, -1). Gunakan jarak euclid akan ditemukan jaraknya :
   $$\sqrt{(10-6)^2+(-1-0)^2} = \sqrt{16+1} \approx 4$$

10. Seorang arkeolog sedang melakukan penelitian di sebuah gua rahasia. Dia ingin mengukur jarak antara dua titik di dalam gua tersebut, tetapi ia tidak bisa mengukur secara langsung karena terhalang oleh rintangan di sepanjang jalannya. Dia memiliki alat yang dapat mengukur jarak secara vertikal dan horizontal, tetapi tidak dapat mengukur jarak diagonal secara langsung. Arkeolog tersebut berjalan sejauh 20 meter ke timur, kemudian berbelok ke utara dan berjalan sejauh 30 meter. Setelah itu, dia berbelok ke barat dan berjalan sejauh 10 meter. Terakhir, dia berbelok ke utara lagi dan berjalan sejauh 40 meter. Arkeolog tersebut ingin tahu jarak terpendek dari titik awalnya ke titik tujuan di dalam gua. Tentukan jarak terpendek perjalanannya! **{Jika jawaban berupa bilangan desimal, bulatkan ke angka terdekat misal 17.3 = 17, 20.5 = 21}**

    Ketika arkeolog tersebut berjalan sejauh 20 meter ke timur, posisinya berubah menjadi titik A. Kemudian, ketika dia berbelok ke utara dan berjalan sejauh 30 meter, posisinya berubah menjadi titik B. Setelah itu, ketika dia berbelok ke barat dan berjalan sejauh 10 meter, posisinya berubah lagi. Terakhir, ketika dia berbelok ke utara dan berjalan sejauh 40 meter, posisinya berubah menjadi titik tujuan.

    Untuk mencari jarak terpendek antara titik awal dan titik tujuan, kita dapat menggunakan Teorema Pythagoras. Jarak terpendek tersebut adalah hipotenusa dari segitiga siku-siku yang terbentuk antara perpindahan horizontal (20 m + 10 m = 30 m) dan perpindahan vertikal (30 m + 40 m = 70 m).

Dengan demikian, menggunakan rumus Pythagoras, kita dapat menghitung jarak terpendek:

Jarak terpendek = $\sqrt{30^2 + 70^2}$
= $\sqrt{900 + 4900}$
= $\sqrt{5800}$
≈ 76 meter

B. Problem Solving

Siswa Hebat SMA U.A
Batas Memori : 1 MB
Batas Waktu : 1 detik

Midoriya dan Uraraka duduk berdua di taman A untuk mengerjakan PR bersama. Namun sayangnya pada waktu bersamaan ada dua pasangan lainnya yang mengerjakan PR juga di taman A. Ada Kaminari dan Jiro, juga Yaoyoruzu dan Todoroki. Melihat kondisi ini Midoriya dan Uraraka ingin mengatur jadwal agar mereka bisa fokus mengerjakan PR berdua di taman dan tidak ada orang lain, begitupun dengan pasangan lainnya. Mereka harus membuat jadwal. Selama N tahun mereka membuat kesepakatan bahwa Midoriya dan Uraraka akan ke taman setiap X hari sekali, Kaminari dan Jiro Y hari sekali, Yaoyoruzu dan Todoroki Z hari sekali. Mereka bertanya - tanya selama N tahun tersebut berapa kali mereka bisa menikmati waktu bersama hanya berdua tanpa diganggu orang lain. Gunakan keterangan bahwa di dunia mereka saat ini, satu tahun sama dengan 365 hari.

Pembahasan :

Dengan menggunakan konsep teori himpunan, aturan inklusi – eksklusi kita bisa terapkan :

- Untuk menentukan berapa kali Midoriya dan Uraraka duduk di taman berdua tanpa ada orang lain, maka kita akan mencari banyak hari yang hanya berkelipatan X saja di antara $N \times 365$ hari namun bukan kelipatan Y atau Z. Sebanyak
$$\left\lfloor\frac{N \times 365}{X}\right\rfloor - \left(\left\lfloor\frac{N \times 365}{kpk(X,Y)}\right\rfloor + \left\lfloor\frac{N \times 365}{kpk(X,Z)}\right\rfloor - \left\lfloor\frac{N \times 365}{kpk(X,Y,Z)}\right\rfloor\right)$$
- Untuk menentukan berapa kali Kaminari dan Jiro duduk di taman berdua tanpa ada orang lain, maka kita akan mencari banyak hari yang hanya berkelipatan Y saja di antara $N \times 365$ hari namun bukan kelipatan X atau Z.
$$\left\lfloor\frac{N \times 365}{Y}\right\rfloor - \left(\left\lfloor\frac{N \times 365}{kpk(X,Y)}\right\rfloor + \left\lfloor\frac{N \times 365}{kpk(Y,Z)}\right\rfloor - \left\lfloor\frac{N \times 365}{kpk(X,Y,Z)}\right\rfloor\right)$$
- Untuk menentukan berapa kali Yaoyoruzu dan Todoroki duduk di taman berdua tanpa ada orang lain, maka kita akan mencari banyak hari yang hanya berkelipatan Y saja di antara $N \times 365$ hari namun bukan kelipatan X atau Y.
$$\left\lfloor\frac{N \times 365}{Z}\right\rfloor - \left(\left\lfloor\frac{N \times 365}{kpk(Y,Z)}\right\rfloor + \left\lfloor\frac{N \times 365}{kpk(X,Z)}\right\rfloor - \left\lfloor\frac{N \times 365}{kpk(X,Y,Z)}\right\rfloor\right)$$

Jika X = Y , maka tentu saja untuk pasangan Midoriya dan Uraraka dan pasangan Kaminari dan Jiro keduanya sama sekali tidak mendapatkan kesempatan berdua saja di taman

Jika X = Z , maka tentu saja untuk pasangan Midoriya dan Uraraka dan pasangan Yaoyoruzu dan Todoroki keduanya sama sekali tidak mendapatkan kesempatan berdua saja di taman

Jika Y = Z , maka tentu saja untuk pasangan Kaminari dan Jiro dan pasangan Yaoyoruzu dan Todoroki keduanya sama sekali tidak mendapatkan kesempatan berdua saja di taman.

Anda bisa melakukan optimasi solusi dengan menguji sifat relatif prima antar X,Y, dan Z; tapi tidak terlalu peduli, cukup menggunakan teori himpunan inklusi – eksklusi di atas anda sudah bisa mendapatkan jawaban mengingat kasus uji yang tidak begitu besar.

1. Jika $N = 5, X = 4, Y = 3, Z = 2$. Tentukan berapa kali Midoriya dan Uraraka duduk di taman berdua tanpa ada orang lain! **{Jawaban berupa angka bulat}**
   JAWABAN : 0
   Ups semua hari berdua Midoriya dan Uraraka juga hari berdua Yaoyoruzu dan Todoroki
2. Jika $N = 3, X = 5, Y = 2, Z = 2$. Tentukan berapa kali Yaoyoruzu dan Todoroki duduk di taman berdua tanpa ada orang lain! **{Jawaban berupa angka bulat}**
   JAWABAN : 0
   Perhatikan Y = Z
3. Jika $N = 6, X = 4, Y = 3, Z = 5$. Tentukan berapa kali minimal dua pasangan bertemu di taman A **{Jawaban berupa angka bulat}**
4. **Membuat Program sederhana**
   Buatlah program menggunakan bahasa C/C++ untuk membantu menjawab pertanyaan di atas.

   Format Masukan
   Baris pertama berisi bilangan bulat N , X, Y, dan Z.
   Format Keluaran
   Berisi satu baris berisikan jawaban selama N tahun tersebut berapa kali masing – masing pasangan (Midoriya dan Uraraka, Kaminari dan Jiro, serta Yaoyoruzu dan Todoroki) bisa menikmati waktu bersama hanya berdua tanpa diganggu orang lain dipisahkan oleh spasi.

Contoh Masukan	Contoh Keluaran
1 1 2 3 1 3 4 5 2 1 1 1	122 0 0 73 49 37 0 0 0

Penjelasan Contoh 1 :
Selain hari kelipatan 2 atau 3 Midoriya dan Uraraka bisa berdua di taman A. Sedangkan pasangan lainnya sama sekali tidak bisa berdua karena pada hari mereka akan selalu ada Midoriya dan Uraraka yang setiap harinya berdua di taman.

Batasan
Untuk kasus uji berlaku
- $1 \leq N \leq 10^9$
- $1 \leq X, Y \leq N$

Solusi :

```
#include <bits/stdc++.h>
#define ll long long
using namespace std;

ll kpk(ll x, ll y){
    return (x*y)/(__gcd(x,y));
}

int main()
{
    ll N,X,Y,Z,p1,p2,p3,inter;
    cin>>N>>X>>Y>>Z;
    ll hari = N*365;
    inter = (hari/kpk(kpk(X,Y),Z));
    p1 = (hari/X) - ( (hari/kpk(X,Y))+ (hari/kpk(X,Z)) - inter);
    p2 = (hari/Y) - ( (hari/kpk(X,Y))+ (hari/kpk(Y,Z)) - inter);
    p3 = (hari/Z) - ( (hari/kpk(X,Z))+ (hari/kpk(Y,Z)) - inter);
    cout<<p1<<" "<<p2<<" "<<p3<<endl;
    return 0;
}
```

Ket : `inter` = irisan ketiga himpunan