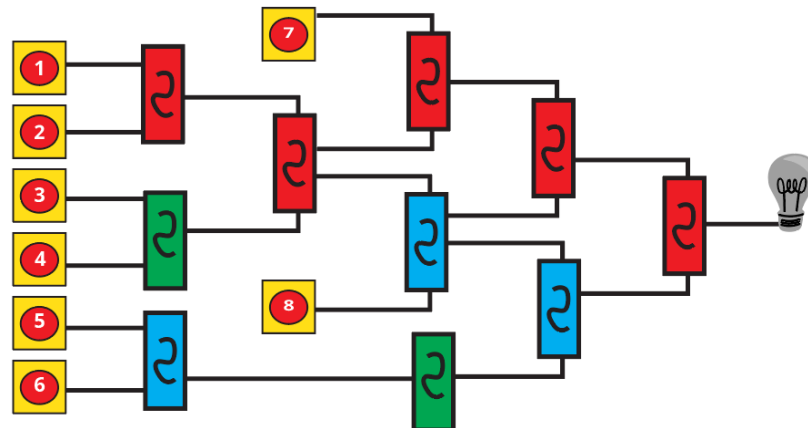





A. Berpikir Komputasional

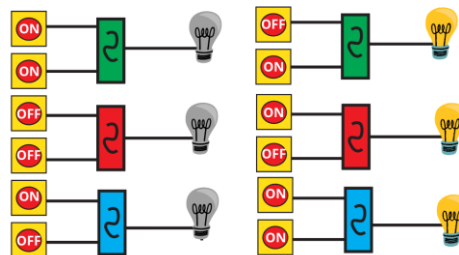
1. Perhatikan deskripsi soal di bawah ini!

Tekan – Tekan Yang Benar



Pak Dengklek mempunyai rangkaian listrik yang terdiri dari enam buah tombol dan jika ditekan akan mengalirkan arus listrik pada kabel – kabel terhubung. Namun arus yang mengalir akan melewati gerbang controller dengan 3 jenis yaitu : Gerbang yang bisa dilewati satu buah arus terhubung saja , Gerbang yang bisa dilewati minimal satu arus terhubung , dan gerbang yang hanya bisa dilewati jika arus yang terhubung adalah dua arus sekaligus 

Di bawah ini adalah ilustrasi rangkaian bekerja.



ON = Tombol ditekan, OFF = Tombol tidak ditekan.

Pak Dengklek ingin memilih dua tombol untuk ditekan. Tombol mana di bawah ini yang bisa Pak Dengklek tekan sehingga dapat dipastikan lampu dapat hidup?

- a. 1 dan 8
- b. 5 dan 8
- c. 7 dan 8
- d. 3 dan 8
- e. Tidak ada yang tepat

JAWABAN : A dan C

Pilihan A benar

Pilihan B salah ,walaupun tombol 5 dan 8 ditekan masih ada kemungkinan tombol 6 tidak ditekan sehingga arus tidak dapat mengalir

Pilihan C benar, karena minimal selama satu arus melalui controller merah maka arus bisa mengalir.

Pilihan D salah karena masih ada kemungkinan 4 ditekan sehingga arus yang melalui gerbang hijau tidak dapat mengalir

2. Perhatikan deskripsi soal di bawah ini!

RAMUAN FRIEREN















Frieren adalah seorang mage legendaris dari petualangannya beberapa puluh tahun yang lalu, akan tetapi sifatnya yang tidak berubah adalah pemalas dan sangat suka tidur sampai bangun terlambat di pagi harinya.

Kali ini Frieren meminta bantuan anda untuk membantunya membuatkan ramuan hebat yaitu ramuan yang akan diberikan kepada Fern lalu Fern memberinya kepada Stark.

Dalam proses pembuatan ramuan ini dibutuhkan beberapa bahan. Bahan – bahan yang ada bisa dimantrai hingga menghasilkan bahan baru kemudian bahan sebelumnya akan hilang. Frieren bisa memantrai beberapa bahan sekaligus dalam satu waktu dan dalam urutan apapun.

Berikut adalah informasi pengolahan bahan ramuan yang diperlukan.

Bahan	Waktu Pemantraan diperlukan	Jika Dimantrai Menghasilkan
	2 menit	

	3 menit	 
	1 menit	
	4 menit	
	2 menit	 

Sebagai contoh dalam waktu 7 menit Frieren memantrai bahan  dan menghasilkan komposisi bahan baru yaitu   dengan proses seperti di bawah ini :

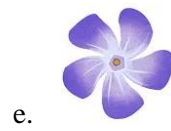


Frieren yang pemalas berpikir agar dia cukup menemukan satu bahan saja di antara kelima di atas kemudian ia memantrainya sampai mendapatkan komposisi bahan membuat ramuan yaitu :



Dengan bahan apa ia bisa mendapatkan komposisi bahan di atas dalam waktu yang minimum?

a. 



JAWABAN : A

Cukup jelas lakukan BFS

3. Perhatikan deskripsi soal berikut ini!

PIRING DAN SENDOK



Frieren, Hiemel, dan pasukan petualang legendaris sedang makan malam untuk merayakan keberhasilan mengalahkan Raja Iblis. Pemilik restoran pun sibuk mengatur persediaan peralatan makanan yang ada untuk ditata di atas meja nantinya.

Ia ingin mengatur peralatan makan berupa sendok (S) dan piring (P) secara berurutan dengan cara sebagai berikut :

- Jika saat ini ia mendapatkan sebuah sendok maka ia akan menyimpannya di dalam kotak sendok
- Jika saat ini ia mendapatkan sebuah piring maka ia akan mengambil sebuah sendok lalu menata piring beserta sendok yang ada di atas meja.

Tapi bisa saja terjadi kesalahan yaitu :

- Jika saat ini ia menerima sebuah piring dan ternyata sendok di kotak sendok tidak ada
- Jika semua piring yang diterima sudah ditata tapi masih ada sisa sendok di dalam kotak sendok.

Manakah urutan pemilik restoran menerima piring atau sendok di bawah ini (dari kiri ke kanan) yang sesuai sehingga penataan peralatan makan berjalan dengan baik dan tidak terjadi kesalahan?

- PPPSSPPSS
- PPSPPSSSPP
- SPSSSPSPPP
- SSPPSSPPSS
- SPSSSSPPPS

JAWABAN C

Pembahasan :

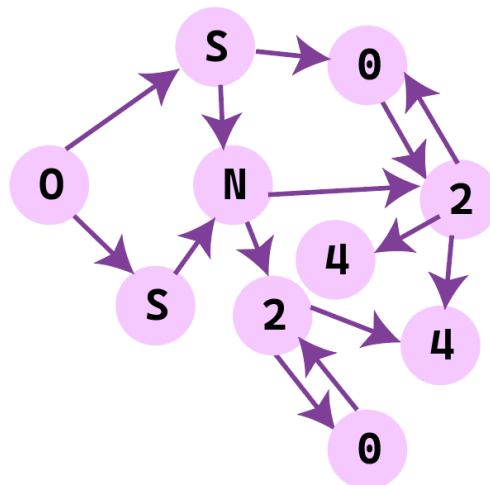
Pilihan a dan b salah, karena di awal kotak sendok masih kosong dan belum ada sendok yang bisa ditata bersama dengan piring

Pilihan c benar

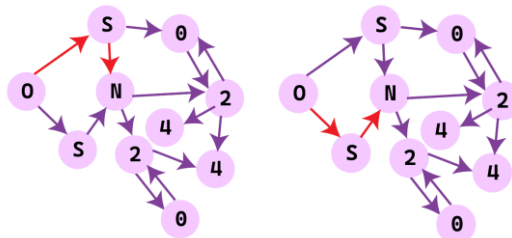
Pilihan d dan e salah karena jumlah sendok > jumlah piring

4. Perhatikan deskripsi soal di bawah ini!

MESIN PEMBENTUK KATA



Mesin milik Fern dapat membuat sebuah kata dengan mengikuti diagram di atas. Pertama ia memilih sebuah huruf lalu mengikuti tanda panah untuk menentukan huruf berikutnya. Contoh kata yang bisa ia buat adalah OSN dan ada dua cara membentuk kata tersebut :

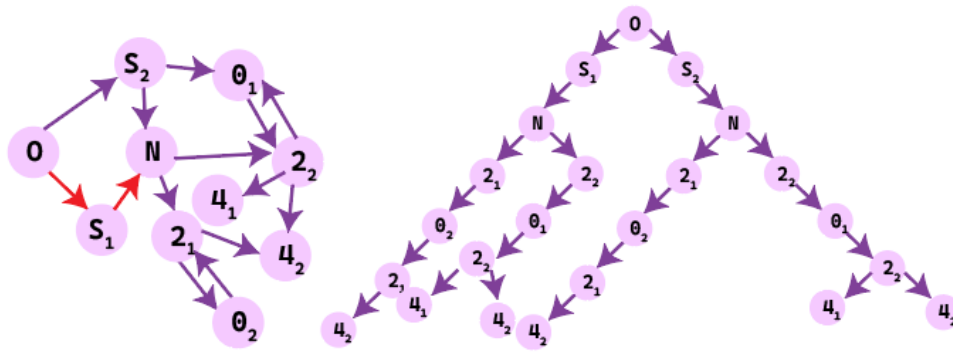


Jika sekarang Fern ingin membuat kata “OSN2024” ada berapa banyak cara yang bisa dilakukan? {jawaban berupa angka bulat}

JAWABAN : 6

Agar mempermudah kita bisa berikan penamaan O,S1,S2,N,01, dst ...

Jika diilustrasikan kemungkinan penelusuran diagram adalah sebagai berikut.. Akan ditemukan ada 6 cara membentuk kata OSN2024



Sehingga diketahuilah bahwa harta karun ada pada koordinat (2,4) dengan kolom+baris = 6.

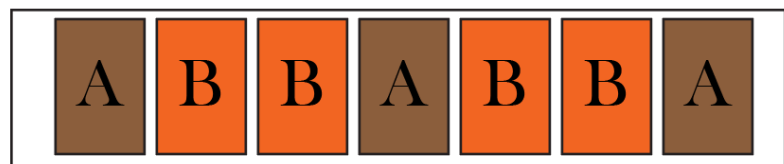
6. Perhatikan deskripsi soal di bawah ini!

GRIMOIRE FRIEREN

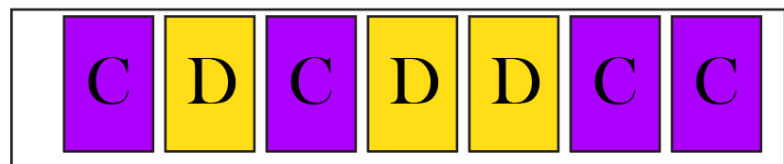


Frieren adalah orang yang sangat hobi mengumpulkan grimoire. Grimoire yang berhasil ia kumpulkan akan disimpan dan ditata dengan baik di rak buku. Rak buku kumpulan Grimoire Frieren berada di atas Rak buku Fern.

Rak Buku Frieren



Rak Buku Fern



Frieren yang iseng ingin merubah susunan buku yang ada dengan cara sebagai berikut :

1. Frieren mengambil sebuah Grimoire dari Rak miliknya lalu Rak milik Fern mulai dari ujung paling kanan
2. Jika Grimoire yang ia dapatkan adalah Grimoire tipe A (coklat) atau C (ungu) maka masukkan ke Rak buku lain mulai dari ujung paling kiri.
3. Selain Grimoire tipe A dan tipe C maka pindahkan Grimoire yang ia ambil dari suatu rak ke ujung paling kiri pada rak tersebut
4. Jika dari masing – masing Rak buku telah berpindah ke rak lain sebanyak 3 grimoire maka Frieren berhenti, jika tidak maka ulangi langkah 1.

Susunan rak buku Grimoire Frieren setelah dilakukan langkah – langkah di atas adalah ...

{tuliskan jawaban berupa susunan huruf kapital contoh :ABBBCDDDD}

JAWABAN : ACBBCBCB

Langkah 0 : Rak Frieren = ABBABBA, Rak Fern = CDCDCC

Langkah 1 : Rak Frieren = **C**ABBABB, Rak Fern = **A**CD CDC

Langkah 2 : Rak Frieren = **CB**CABBAB, Rak Fern = ACDCD

Langkah 3 : Rak Frieren = **BC**BCABBA, Rak Fern = **D**ACDC

Langkah 4 : Rak Frieren = **CBC**BCABB, Rak Fern = **A**DACD

Langkah 5 : Rak Frieren = **B**CBCBCAB, Rak Fern = **D**ADAC

Langkah 6 : Rak Frieren = **C**BBCBCBCA, Rak Fern = DADA

Langkah 7 : Rak Frieren = **A**CBBCBCB, Rak Fern = **A**DAD

7. Perhatikan deskripsi soal berikut ini!

MENCARI KATA

Zanite senang mencari kata tersembunyi. Diketahui pencarian kata menggunakan simbol khusus sebagai berikut :

- Simbol # mewakili satu huruf
- Simbol * mewakili sejumlah huruf berbeda, termasuk tidak ada huruf sama sekali
- Simbol – mewakili sebuah angka.

Sekarang ia ingin mencari kata mana kah yang mungkin untuk sebuah kata tersembunyi ALPHA##*X-##

- 1) ALPHAAAX1A
- 2) ALPHABCZZX123
- 3) ALPHAEEGHX3GHE
- 4) ALPHAZBX3Z

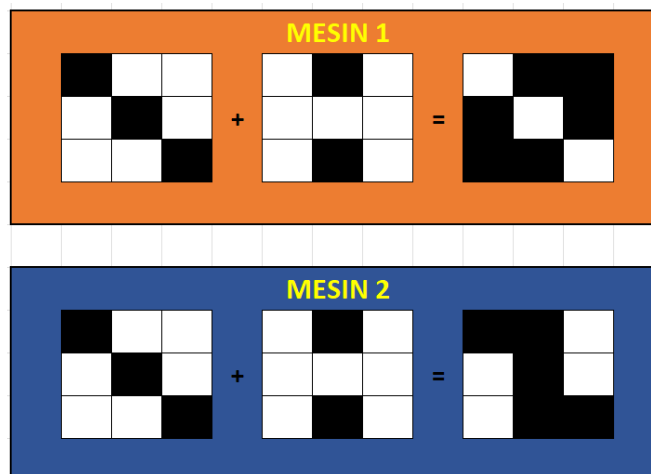
Dari daftar di atas banyak kata yang mungkin adalah ... {tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}

JAWABAN : 2

- 1) Memenuhi : # adalah 'A' , * adalah '', dan - adalah '1'
- 2) Tidak memenuhi : karena # mempunyai lebih dari satu kemungkinan
- 3) Memenuhi : # adalah 'E' , * adalah 'GH', dan – adalah '3'
- 4) Tidak memenuhi : Lihat jika kita anggap ZB sebagai '*' ini berarti '#' kosong. Dan ini invalid

8. Perhatikan deskripsi soal di bawah ini!

MESIN DENGKLEKERS

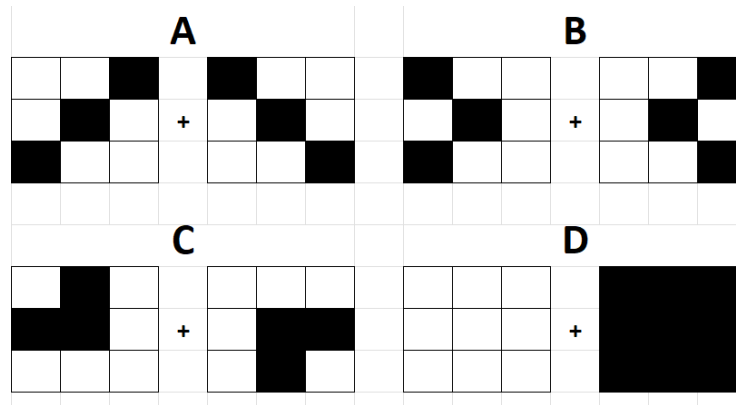


Pak Dengklek mempunyai dua buah mesin yang mampu memproses grid A dan grid B menghasilkan bentukan grid baru. saat grid A dan grid B diproses pada mesin satu dihasilkan bentuk sesuai gambar di atas dan saat grid A dan grid B diproses pada mesin dua dihasilkan bentuk yang berbeda dari mesin satu sebelumnya.

Mesin akan memproses grid yang dimasukkan dengan pola yang konstan.

Kali ini Pak Dengklek mencoba mencari tahu kira – kira ada berapa banyak pasangan grid di bawah ini yang jika diproses ke kedua mesin akan menghasilkan bentukan yang serupa?

Diketahui bentukan serupa adalah jika **dirotasi** atau **refleksi** sedemikian rupa, dapat menghasilkan bentuk yang sama.



{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}

JAWABAN : 1

Mesin 1 akan memproses warna pada grid 1 dan grid 2 dengan operasi if-then (Implikasi) anggap saja Hitam = True, Putih = False

Mesin 2 akan memproses warna pada grid 1 dan grid 2 dengan operasi XOR (Disjungsi Eksklusif) anggap saja Hitam = True, Putih = False

- c. Robot Caca
- d. Robot Dodi
- e. Robot Eman

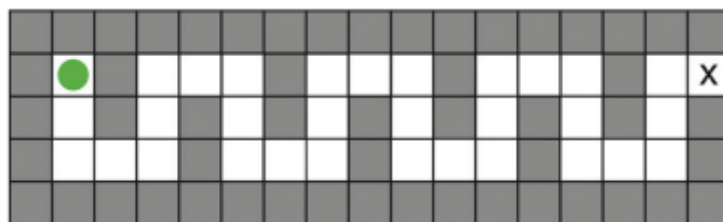
JAWABAN : D

Jawabannya yang ditemukan yaitu robot milik Dodi. Karena Jika logikanya benar, respons ‘terlalu tinggi’ akan memberikan batas tinggi baru, respons ‘terlalu rendah’ akan memberikan batas rendah baru, dan setiap tebakan berikutnya akan berada di antara batas atas dan bawah tebakan sejauh yang pernah dijawab.

10. Perhatikan deskripsi soal berikut ini!

LABIRIN

Yola sedang menyusun sekumpulan tanda panah yang dapat mengarahkan bola hijau tersebut menuju pintu keluar yang ditandai dengan x.



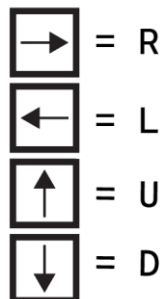
Jenis tanda panah yang dimiliki oleh Yola adalah



Yola hanya diperbolehkan menggunakan 8 buah tanda panah. Sekumpulan tanda panah yang disusun oleh Yola akan diulang sebanyak 4 kali. Bola hanya dapat bergerak di kotak yang berwarna putih.

tanda panah yang dapat mengarahkan bola hijau menuju kotak yang ditandai dengan ‘x’ adalah ...

{tuliskan jawaban dalam bentuk kode arah berikut ini :

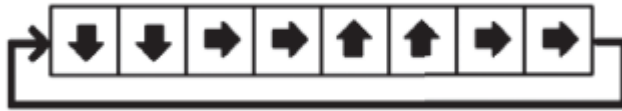


Contoh jika jawaban

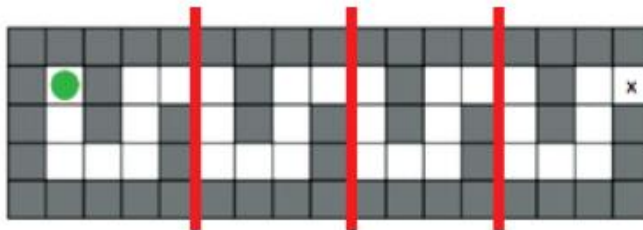


Maka kode yang ditulis adalah RRRUUDLU}

Jawaban yang benar adalah : DRRRUURR



Sebelum menyusun langkah-langkah untuk bola yang dimainkan oleh Yola, peserta didik terlebih dahulu perlu membagi-bagi rute boleh menjadi beberapa bagian. Karena kotak yang disediakan untuk mengatur langkah ada 8 kotak, jalur jalan bola pun perlu dibagi-bagi setiap 8 kotak menjadi seperti berikut :



Dengan demikian, makin jelas bahwa langkah yang disusun akan dijalankan sebanyak empat putaran.

B. Pemecahan Masalah

Perhatikan deskripsi soal berikut ini untuk nomor 1 – 3!

OSN

Pak Dengklek mempunyai sebuah string S yang huruf penyusunnya terdiri dari ‘O’, ‘S’, atau ‘N’. Ia ingin mengoperasikan string S tersebut sebanyak N kali. Dalam satu langkah ia akan melakukan operasi pada string S yaitu :

- Mengganti semua karakter ‘O’ dengan ‘OSN’
- Mengganti semua karakter S dengan ‘O’
- Mengganti semua karakter N dengan ‘SN’

1. Jika Pak Dengklek memiliki string $S = \text{“OSN”}$ dan Pak Dengklek melakukan operasi sebanyak $N = 10$ kali ada berapa banyak ‘OSN’ yang dihasilkan pada string akhir? **{jawaban dalam bentuk angka bulat}**

JAWABAN : 1024

Kita amati pola

$N = 1$, S menjadi “OSNOSN” OSN sebanyak 2

$N = 2$, S menjadi “OSNOSNOSNOSN” OSN sebanyak 4

$N = 3$, S menjadi “OSNOSNOSNOSNOSNOSNOSNOSN” OSN sebanyak 8

....

Sehingga diperoleh bahwa untuk $N = 10$ OSN ada sebanyak $2^{10} = 1024$.

2. Jika Pak Dengklek memiliki string $S = \text{“OSSNNN”}$ setelah ia melakukan operasi sebanyak $N = 4$ kali ada berapa banyak ‘OSN’ yang dihasilkan pada string akhir? **{jawaban berupa angka bulat}**

JAWABAN : 28

Pada langkah pertama O akan dirubah menjadi OSN, 3 langkah berikutnya akan terbentuk OSN sebanyak $2^3 = 8$.

Pada langkah pertama S akan dirubah menjadi O, langkah kedua O menjadi OSN, dua langkah berikutnya akan terbentuk OSN sebanyak $2^2 = 4$. Karena ada 2 S maka kata OSN sebanyak $2 \times 4 = 8$

Pada langkah pertama N akan dirubah menjadi SN, langkah kedua SN menjadi OSN, 2 langkah berikutnya akan terbentuk $2^2 = 4$ OSN. Karena ada 3 N maka OSN sebanyak $4 \times 3 = 12$.

Banyak OSN terbentuk $8 + 8 + 12 = 28$.

3. Jika diberikan string S = 'ONNSOSS' kemudian Pak Dengklek mengoperasikan string sebanyak N = 8 kali maka huruf ke-24 hasil akhir string tersebut adalah ... **{jawaban berupa satu buah huruf kapital}**

JAWABAN : N

Cukup mudah, kita tahu hasil operasi string pasti OSNOSNOSNOSN

Huruf ke-i untuk i kelipatan 3 adalah N

Perhatikan deskripsi soal berikut ini untuk nomor 4 – 6!

NOMOR TELEPON

Pak Dengklek sebagai Menteri Komunikasi dan Informatika di negara Dengklekers ingin melakukan perubahan nomor telepon dari format Kwek ke format Kwak.

Nomor telepon yang ada terdiri dari 10 karakter angka dengan ketentuan sebagai berikut pada masing – masing format :

Format Kwek : AABBCBACCC

Format Kwak : CABCCBAABC

Karakter A,B, dan C nantinya dapat diisi oleh angka berikut ini :

- A dapat diisi oleh satu anggota dari himpunan angka {1 .. 9}
- B dapat diisi oleh satu anggota dari himpunan angka {2 .. 7}
- C dapat diisi oleh satu anggota dari himpunan angka {0 .. 2}

4. Misalkan X adalah salah satu nomor telepon format Kwek dan Y adalah salah satu nomor telepon format Kwak. Selisih terbesar X dan Y adalah ... (diketahui X dan Y adalah angka yang tidak diawali 0) **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}**

JAWABAN : 8857258102

Dengan metode greedy kita dapat simpulkan agar $|X - Y|$ sebesar mungkin maka X harus maksimum dan Y harus minimum.

Kita lihat bahwa nilai terbesar nomor telepon format Kwek adalah $X = 9977279222$

Nilai terkecil nomor telepon format Kwak adalah $Y = 1120021120$

$X - Y = 9977279222 - 1120021120 = 8857258102$

5. Berapa banyak nomor telepon baru yang terbentuk dari perubahan format tersebut?
{tuliskan jawaban berupa 3 digit terakhir jawaban dalam bentuk ANGKA saja}

JAWABAN : 608

Misalkan

X = himpunan nomor telepon dengan format Kwek

Y = himpunan nomor telepon dengan format Kwak

Dapat ditemukan bahwa ada anggota B yang merupakan anggota A ini kita sebut sebagai $(X \cap Y)$

- Menentukan $|X \cap Y|$

Untuk digit pertama : yaitu saat A = C ada sebanyak 2 cara

Untuk digit kedua : yaitu saat A = A ada sebanyak 9 cara

Untuk digit ketiga : yaitu saat B = B ada sebanyak 6 cara

Untuk digit keempat : yaitu saat B = C ada sebanyak 1 cara

Untuk digit kelima : yaitu saat C = C ada sebanyak 3 cara

Untuk digit keenam : yaitu saat B = B ada sebanyak 6 cara

Untuk digit ketujuh : yaitu saat A = A ada sebanyak 9 cara

Untuk digit kedelapan : yaitu saat C = A ada sebanyak 2 cara

Untuk digit kesembilan : yaitu saat C = B ada sebanyak 1 cara

Untuk digit kesepuluh : yaitu saat C = C ada sebanyak 3 cara

$$|X \cap Y| = 1^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 6^2 \times 9^2$$

$$|X \cap Y| = (1 \times 2 \times 3 \times 6 \times 9)^2 = 104976$$

- Menentukan $|Y|$

Format Kwak : CABCCBAABC

Karakter A,B, dan C nantinya dapat diisi oleh angka berikut ini :

A dapat diisi oleh satu anggota dari himpunan angka $\{1 .. 9\}$

B dapat diisi oleh satu anggota dari himpunan angka $\{2 .. 7\}$

C dapat diisi oleh satu anggota dari himpunan angka $\{0 .. 2\}$

$$|Y| = 3^4 \times 6^3 \times 9^3 = 3^{10} \times 8 \times 3^3$$

$$|Y| = 8 \times 3^{13}$$

- Menentukan jawaban akhir $|Y| - |X \cap Y|$

$$(8 \times 3^{13} - 104976) \bmod 1000 = 608$$

6. Ada berapa banyaknya nomor telepon format Kwek yang sama dengan nomor telepon format Kwak? **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}**

JAWABAN : 104976

Dari pembahasan no.5

Perhatikan deskripsi soal berikut ini untuk nomor 7 – 9!

Melawan Musuh

Tiga orang petualang Frieren, Fern, dan Stark sedang melawan musuh yang jumlahnya banyak. Mereka bertiga masing – masing melawan musuh di area yang berbeda. Kemampuan melawan musuh tiap orang pun berbeda – beda Frieren mampu mengalahkan lima musuh sekaligus setiap lima menit sekali, Fern mampu mengalahkan dua musuh setiap tiga menit sekali, dan Stark mampu mengalahkan tiga musuh setiap tujuh menit sekali. Mereka mulai melawan musuh di waktu yang sama.

7. Ketiganya pasti mencapai jumlah musuh yang dilawan yaitu bernilai k untuk $k > 0$.

Nilai minimum k adalah ... {tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}

JAWABAN : 30

$$\text{KPK}(5,2,3) = 30$$

8. Selama $10^5 + 7$ menit berapa kali ketiganya selesai mengalahkan musuh pada menit yang sama? .. {tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja }

JAWABAN : 952

Pada menit yang sama yaitu $\text{KPK}(5,3,7) = 105k$ ketiganya sama – sama sedang melawan musuh. Banyak k yang memenuhi sehingga $105k \leq 10^5 + 7$

$$k = \text{floor}\left(\frac{10^5 + 7}{105}\right) = 952$$

9. Pada menit ke-293790 apakah ketiganya sama – sama sedang berhadapan dengan musuh? {tuliskan jawaban dalam berupa YA/TIDAK}

JAWABAN : YA

Karena 293790 habis dibagi 105

Perhatikan deskripsi soal berikut ini untuk nomor 10 – 12!

Piramid

Pak Dengklek ingin membuat sebuah piramid yang terdiri dari N lantai. Lantai – lantai tersebut dinomori dengan nomor i sampai N , terurut dari lantai terbawah hingga ke atas. Untuk membuat sebuah piramid, ia akan menumpuk beberapa balok di lantai 1, kemudian menumpuk beberapa balok lagi di lantai 2, 3, 4, dan seterusnya. Jumlah balok pada lantai ke i dimana $i < j$ haruslah lebih banyak dari balok di lantai ke j .

10. Apabila Pak Dengklek memiliki 1000 balok, berapakah tinggi lantai maksimal yang dapat ia bangun dengan ke 1000 balok itu? ... {tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}

JAWABAN : 44

Kita dapat menggunakan greedy untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Perhatikan bahwa balok minimal yang diperlukan untuk membangun N lantai adalah

$$= 1 + 2 + 3 + \dots + N \text{ balok}$$

$$= \frac{N(N+1)}{2} \text{ balok}$$

Kita ingin mencari N terbesar dimana

$$\frac{N(N+1)}{2} \leq 1000$$

$$N(N+1) \leq 2000$$

$$44.45 \leq 2000$$

$$N = 44$$

11. Selama $10^5 + 7$ menit berapa kali ketiganya selesai mengalahkan musuh pada menit yang sama? .. **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja }**

JAWABAN : 952

Pada menit yang sama yaitu $KPK(5,3,7) = 105k$ ketiganya sama – sama sedang melawan musuh. Banyak k yang memenuhi sehingga $105k \leq 10^5 + 7$

$$k = \text{floor}\left(\frac{10^5 + 7}{105}\right) = 952$$

12. Pak Dengklek terpikirkan bahwa ia ingin membentuk Piramid Ajaib, yaitu Piramid yang berbeda dengan cara penyusunan balok sebelumnya, di mana Piramid Ajaib memiliki jumlah balok minimal satu pada setiap lantai dan tidak ada pengaturan secara khusus. Ada berapa banyak model piramid Ajaib yang bisa dibuat menggunakan 45 balok dan tinggi maksimal? **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja }**

JAWABAN : 177232627

Dari keterangan nomor 10 diperoleh bahwa tinggi maksimal untuk 45 balok adalah

$$\frac{N(N+1)}{2} \leq 45$$

$$N(N+1) \leq 90$$

$$9.10 \leq 90$$

Diperoleh $N = 9$

Dengan tinggi sebesar 9 kita misalkan jumlah balok pada setiap lantai ke-i adalah x_i . Sehingga kita akan menentukan banyaknya konfigurasi x_i sehingga

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_9 = 45$$

Untuk $x_i \geq 1$.

Karena $x_i \geq 1$ maka $x_i - 1 \geq 0$, kita misalkan $a_i = x_i - 1$

$x_i = a_i + 1$ untuk $a_i \geq 0$.

$$a_1 + 1 + a_2 + 1 + a_3 + 1 + \dots + a_9 + 1 = 45$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 = 45 - (1 * 9)$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 = 36, \text{ untuk } a_i \geq 0$$

Dengan menggunakan teorema stars and bars banyak konfigurasi a_i adalah

$$C(36 + 9 - 1, 36) \\ = C(44, 36) = 177232627$$

Perhatikan deskripsi soal berikut ini untuk nomor 13 – 15!

Bola - Bola

Pak Dengklek mempunyai beberapa bola di dalam sebuah peti harta karun. Ada sebanyak M bola merah, B bola biru, K bola kuning, H bola hijau, dan U bola ungu. Ia ingin mengambil bola yang ia tentukan jenisnya apa tanpa melihat isi peti tersebut.

13. Untuk $M = 9$, $B = 2$, $K = 3$, $H = 4$, dan $U = 5$. Tentukan berapa banyak bola minimum yang harus Pak Dengklek ambil sehingga dapat dipastikan ia mendapatkan 2 bola kuning, 1 bola hijau, dan 3 bola ungu! **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}**

JAWABAN : 20

Worst Case : Pak Dengklek mendapatkan Selain bola kuning, hijau, dan ungu + 3 bola kuning + 0 bola hijau + 5 bola ungu

Selain bola kuning, hijau, dan ungu + 3 bola kuning + 0 bola hijau + 5 bola ungu = $9 + 2 + 3 + 0 + 5 = 19$

Minimal Pak Dengklek harus mengambil $19 + 1 = 20$ bola.

14. Manakah pernyataan yang **pasti benar** di bawah ini?
- Jika tersedia 2 bola merah, 3 bola biru, 4 bola kuning, 1 bola hijau, dan 1 bola ungu minimal Pak Dengklek harus mengambil 10 bola sehingga dapat dipastikan ada 1 bola hijau di dalamnya
 - Untuk semua bilangan bulat positif $M = B = K = H = U$, Pak Dengklek perlu mengambil minimal $M + B + K + H + 1$ untuk mendapatkan secara pasti 2 bola ungu
 - Apabila diambil secara acak 1 bola dari peti, peluang seseorang mendapatkan bola kuning adalah $\frac{K+1}{M+B+K+H}$
 - Apabila diambil secara acak 1 bola dari peti dan diketahui $M > B$, $B < K$, $K < H$, dan $H > U$. Maka peluang mendapatkan bola biru lebih kecil dibanding mendapatkan bola hijau.

JAWABAN : D

Karena $B < K$ dan $K < H$ maka otomatis $P(B) < P(H)$

15. Tersedia 5 bola merah, 2 bola biru, 2 bola kuning, 3 bola hijau, dan 1 bola ungu kemudian dilakukan pengambilan bola sebanyak dua kali tanpa pengambilan (masing – masing 1 bola tiap pengambilan). Berapa peluang Pak Dengklek mendapatkan bola hijau pada pengambilan pertama atau bola kuning pada pengambilan kedua? **{tuliskan jawaban dalam bentuk a/b untuk f_{pb}(a,b) = 1 }**

JAWABAN : 9/26

Peluang Pak Dengklek mendapatkan bola hijau pada pengambilan pertama adalah :

- Pak Dengklek mendapatkan bola hijau pada pengambilan pertama dan kedua

$$\frac{3}{13} \times \frac{2}{12} = \frac{3}{78}$$

- Pak Dengklek mendapatkan bola hijau pada pengambilan pertama dan bola selain hijau pada pengambilan kedua

$$\frac{3}{13} \times \frac{10}{12} = \frac{15}{78}$$

$$\text{Total} = \frac{3}{78} + \frac{15}{78} = \frac{18}{78}$$

Peluang Pak Dengklek mendapatkan bola kuning pada pengambilan kedua adalah :

- Pak Dengklek mendapatkan bola kuning pada pengambilan pertama dan kedua :

$$\frac{2}{13} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{78}$$

- Pak Dengklek mendapatkan selain bola kuning pada pengambilan pertama dan bola kuning pada pengambilan kedua :

$$\frac{11}{13} \times \frac{2}{12} = \frac{11}{78}$$

$$\text{Total} = \frac{1}{78} + \frac{11}{78} = \frac{12}{78}$$

Peluang Pak Dengklek mendapatkan bola hijau pada pengambilan pertama dan bola kuning pada pengambilan kedua adalah :

$$\frac{3}{13} \times \frac{2}{12} = \frac{3}{78}$$

Peluang Pak Dengklek mendapatkan bola hijau pada pengambilan pertama atau bola kuning pada pengambilan kedua :

$$\frac{18}{78} + \frac{12}{78} - \frac{3}{78} = \frac{27}{78} = \frac{9}{26}$$

C. Algorimitika

Perhatikan potongan program di bawah ini untuk nomor 1 – 3 !

```

1  int merah(int x, int y){
2      int ret = 0;
3      while(x<=y){
4          ret += x+2;
5          ret *= y;
6          x++;
7      }
8      return ret;
9  }
10
11 int putih(int x, int y){
12     if(x == 0) return 0;
13     return x - y * 3 + putih(x-2,y+3);
14 }
15
16 int hijau(int x, int y){
17     if(x == 0 || y == 0) return 1;
18     return merah(x,y) + putih(x,y) + hijau(x-1,y-1);
19 }
20

```

1. Berdasarkan potongan program di atas berapakah nilai kembalian hasil pemanggilan fungsi merah(5, 10) ? **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}**

JAWABAN : 7901220

x	ret operation	ret result
5	(5+2)*10	70
6	(70+6+2)*10	780
7	(780 + 7 + 2)*10	7890
8	(7890 + 8 + 2)*10	79000
9	(79000 + 9 + 2)*10	790110
10	(790110 + 10 + 2)*10	7901220

Terlihat bahwa merah(x,y) akan mengembalikan nilai
 $(((((x+2)*y + (x+1+2))*y) + (x+2+2))*y \dots [\text{sebanyak } y]) * y$

2. Berdasarkan potongan program di atas berapakah nilai kembalian pemanggilan fungsi putih(merah(2, 2), merah(1, 2)) ? **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}**

JAWABAN : - 274

Jika dilakukan observasi maka fungsi putih(x,y) akan mengembalikan nilai

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=0}^{\left(\frac{x}{2}-1\right)} (x-2i) - 3(y+3i) &= \sum_{i=0}^{\left(\frac{x}{2}-1\right)} x-2i-3y-9i = \sum_{i=0}^{\left(\frac{x}{2}-1\right)} x-3y-11i \\
 &= \sum_{i=0}^{\frac{x}{2}-1} x-3y - \sum_{i=0}^{\frac{x}{2}-1} 11i \\
 &= (x-3y) * \left(\frac{x}{2}-1+1\right) - 11 \left(0+1+2+3+\dots+\frac{x}{2}-1\right) \\
 &= (x-3y) * \left(\frac{x}{2}\right) - 11 \left(0+1+2+3+\dots+\frac{x}{2}-1\right) \\
 &= (x-3y) * \left(\frac{x}{2}\right) - 11 \frac{\left(\left(\frac{x}{2}-1\right)\left(\left(\frac{x}{2}-1\right)+1\right)\right)}{2}
 \end{aligned}$$

Diketahui merah(2,2) = 8 , dan merah(1,2) = 20

$$\text{putih}(8,20) = (8-60) * \left(\frac{8}{2}\right) - 11 \frac{\left(\left(\frac{8}{2}-1\right)\left(\left(\frac{8}{2}-1\right)+1\right)\right)}{2}$$

$$\text{putih}(8,20) = -52 * 4 - 11 \frac{(3)(4)}{2}$$

$$\text{putih}(8,20) = -208 - 66 = -274$$

3. Tentukan manakah pernyataan di bawah ini yang pasti salah !

- Jika kode pada baris ke-12: `if(x == 0) return 0;` diganti menjadi `if(x == 0) return y;` Kemudian fungsi `hijau(6,9)` dipanggil nilai kembaliannya adalah 33424
- Fungsi `hijau` hanya dapat menerima nilai `x` berupa bilangan genap
- Jika diasumsikan `x = y` proses pada kompilasi subprogram `putih` lebih cepat dibanding `merah`
- Tidak ada pernyataan yang salah di antara pilihan a,b, dan c.

JAWABAN : D

Jika dilakukan perubahan kode sesuai keterangan di atas maka formula `putih(x,y)` sama seperti perhitungan sebelumnya hanya saja pada perhitungan akhir anda harus menjumlahkan dengan hasil perhitungan $\frac{x^2}{2}$.

Anda dapat melakukan simulasi untuk menghitung `hijau(6,9)`.

Pernyataan b benar

Kompleksitas fungsi `merah` adalah $O(y)$ dan fungsi `putih` adalah $O(x/2)$

Dengan asumsi `x = y` dapat dilihat dengan jelas bahwa `putih` akan berjalan lebih cepat dibanding `merah`

Perhatikan potongan program di bawah ini untuk nomor 4 – 6 !

```

1  int arr[11] = {0,0,4,6,1,2,5,3,9,7,8};
2
3
4  int tap(int x){
5      if(x>=0){
6          cout<<x;
7          tap(x-2);
8          tap(x-3);
9      }
10     return 0;
11 }
12
13 int tep(int x){
14     if(x>=0){
15         if(arr[x]){
16             tep((arr[x]));
17             tep(tap(arr[x] - 1));
18         }
19     }
20     return 0;
21 }
```

```

22 int top(int x, int y){
23     if(x == 0) return y;
24     return top(arr[x],y+1);
25 }
26

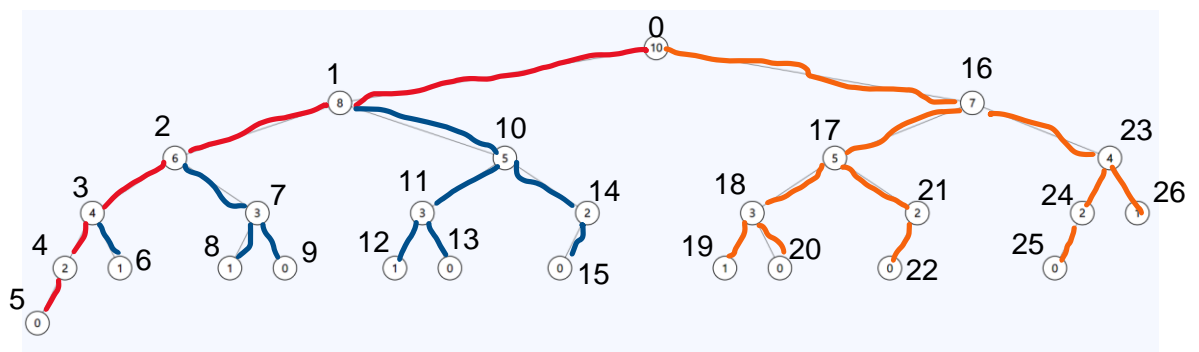
```

4. Berdasarkan potongan program di atas jika dipanggil fungsi `tap(10)` apa yang dikeluarkan pada layar?**{tuliskan jawaban berupa ANGKA saja}**

JAWABAN : 10864201310531020753102042010

fungsi `tap` akan membangun incomplete binary tree kemudian melakukan pengunjungan node secara [pre-order](#) dengan urutan sebagai berikut

10864201310531020753102042010



5. Berdasarkan potongan program di atas jika dipanggil fungsi `tep(5)` apa yang dikeluarkan pada layar?**{tuliskan jawaban berupa ANGKA saja}**

JAWABAN : 031010

Lakukan simulasi namun menggunakan navigasi array seperti nomor sebelumnya

6. Nilai kembalian dari pemanggilan fungsi `top(10)` adalah ...**{tuliskan jawaban berupa ANGKA saja}**

JAWABAN : 10

Fungsi `top` akan menelusuri array dan menghitung langkah yang diperlukan sampai menemukan nilai dari array tersebut = 0, dengan cara sebagai berikut

Index	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Value	0	0	4	6	1	2	5	3	9	7	8
y-trans		10	8	5	9	7	6	4	2	3	1

Perhatikan potongan program di bawah ini untuk nomor 7 – 9 !

```
1  int serang(int x, int y, int z) {
2      x = x - y;
3      y = x + y;
4      z = 2 * y - z;
5      x++;
6      y--;
7      z *= 2;
8      return x + y - z;
9  }
10
11 int tahan(int a, int b, int c, int d) {
12     if (a > b || c < d) {
13         a = c;
14         b = a;
15         c = d;
16         if (a < c && c > d) {
17             a += 2;
18             b--;
19             a = b;
20             b = a;
21         } else {
22             a = c;
23             d = b;
24         }
25     } else {
26         if (a == b) {
27             a = c;
28             b = d;
29         } else {
30             a++;
```

31	b++;
32	c--;
33	d--;
34	}
35	}
36	return serang(2*a, b + a, c - d);
37	}
38	

7. Asumsikan $a = b = c = d$ kemudian dipanggil fungsi tahan(a, b, c, d) dan kembaliannya bernilai -36 berapakah nilai a yang memenuhi? **{tuliskan jawaban berupa ANGKA saja}**

JAWABAN : 6

Diketahui fungsi serang akan mengembalikan nilai $x_{\text{trans}} + y_{\text{trans}} - z_{\text{trans}}$ yaitu x, y , dan z setelah mengalami transisi nilai.

$$x_1 = x_0 - y_0;$$

$$y_1 = x_1 + y_0;$$

$$y_1 = x_0 - y_0 + y_0 = x_0$$

$$z_1 = 2 * y - z;$$

$$z_1 = 2x_0 - z_0$$

$$x++;$$

$$y--;$$

$$z *= 2;$$

Dari keterangan di atas akan diperoleh

$$x_{\text{trans}} = x - y + 1$$

$$y_{\text{trans}} = x - 1$$

$$z_{\text{trans}} = (2x - z)*2$$

Pemanggilan fungsi tahan(a, b, c, d) tidak akan membuat nilai a, b, c, d berubah karena tidak memenuhi if-condition manapun. Sehingga kita tinggal mensubstitusikan saja $a = b = c = d$ ke fungsi serang.

$$\text{serang}(2a, a + a, a - a) = \text{serang}(2a, 2a, 0)$$

$$x_{\text{trans}} = 2a - 2a + 1 = 1$$

$$y_{\text{trans}} = 2a - 1 = 2a - 1$$

$$z_{\text{trans}} = (4a - 0)*2 = 8a$$

$$\text{return value} = x + y - z = 1 + 2a - 1 - 8a = -6a$$

$$-6a = -36$$

$$a = 6$$

8. Jika diketahui $a = 0$, $b = 0$, $c = 0$, dan $d = 0$ berapakah nilai kembalian dari pemanggilan fungsi `tahan(a,b,c,d)` ? **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}**

JAWABAN : 0

$x_{trans} = 1$ karena mengalami increament ($x++$)

$y_{trans} = -1$ karena mengalami decreament ($y--$)

$z_{trans} = 0$

$$1 - 1 + 0 = 0$$

9. Apabila fungsi di atas dipanggil dan dijalankan ke dalam program di bawah ini

1	<code>int a,b,c,d;</code>
2	<code>cin>>a>>b>>c>>d;</code>
3	<code>cout<<tahan(a,b,c,d);</code>

Kemudian diberi input 1 3 3 4 maka keluaran program tersebut adalah ... **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}**

JAWABAN : -21

Nilai a,b,c, atau d memenuhi kondisi if statement sehingga variabel mengalami transisi penukaran nilai

$$a = 3$$

$$b = 3$$

$$c = 4$$

$$d = 4$$

Karena c tidak lebih dari d maka if statement selanjutnya tidak terpenuhi mengakibatkan transisi

$$a = 4$$

$$d = 3$$

$$b = 3$$

$$c = 4$$

$$\text{tahan}(4,3,4,3) = \text{serang}(8,7,1)$$

$$\text{serang}(8,7,1) = (8 - 7 + 1) + (8 - 1) - (2 * 8 - 1) * 2 = -21$$

Perhatikan potongan program di bawah ini untuk nomor 10 – 12 !

1	<code>bool kiri(bool p, bool q) {</code>
2	<code>return (!p && q) or (p && !q);</code>
3	<code>}</code>
4	<code>bool kanan(bool p, bool q) {</code>
5	<code>return (!p q);</code>

```

6   }
7   bool atas(bool p, bool q) {
8       return (kanan(p, q) && kanan(q, p));
9   }
10  int main(){
11  bool p = , q = , r = , s = , t = , u = ;
12  if ((kiri(p, q) || (r || s)) && ((r || s) && (t &&
13  u))) {
14      cout << 1 << endl;
15  } else {
16      if (atas(p, q) || (kanan(kiri(p, q), kiri(r, s))
17  && kanan(t, u))) {
18          cout << 2 << endl;
19      } else {
20          cout << 3 << endl;
21      }
22  }
23  return 0;
    }

```

10. Manakah konfigurasi p , q , r , s , t , dan u di bawah ini yang mengakibatkan program mencetak angka 1?

- True, False, False, True, True, True
- True, False, False, False, True, True
- True, True, False, True, False, True
- True, True, True, False, False, False
- False, True, False, False, False, False

JAWABAN : A

Fungsi $kiri(p,q)$ akan mengembalikan $p \text{ xor } q$, $kanan(p,q)$ mengembalikan $\text{if } p \text{ then } q$, dan $atas(p,q)$ akan mengembalikan biimplikasi ($\text{if } p \text{ then } q$) and ($\text{if } q \text{ then } p$).

Program akan mencetak angka 1 selama $((P \text{ XOR } Q) \text{ OR } (R \text{ OR } S)) \text{ AND } ((R \text{ OR } S) \text{ AND } (T \text{ AND } U))$ bernilai benar.

Dari permasalahan di atas ekspresi boolean akan bernilai false selama R dan S False atau T atau U False. Pilihan B menunjukkan R dan S bernilai False. Pilihan C s.d E menunjukkan T bernilai False

11. Ada berapa banyak konfigurasi p , q , r , s , t , dan u sehingga keluaran program bernilai 1? **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}**

JAWABAN : 12

Agar $((P \text{ XOR } Q) \text{ OR } (R \text{ OR } S)) \text{ AND } ((R \text{ OR } S) \text{ AND } (T \text{ AND } U))$ bernilai true maka $((P \text{ XOR } Q) \text{ OR } (R \text{ OR } S)) = \text{TRUE}$ dan $((R \text{ OR } S) \text{ AND } (T \text{ AND } U)) = \text{TRUE}$

Dapat dipastikan agar $((R \text{ OR } S) \text{ AND } (T \text{ AND } U)) = \text{TRUE}$ maka haruslah $(T = \text{TRUE}, U = \text{TRUE})$ dan $(R = \text{TRUE}, S = \text{TRUE})$ atau $(R = \text{TRUE}, S = \text{FALSE})$ atau $(R = \text{FALSE}, S = \text{True})$

Konfigurasi yang memenuhi adalah :

R	S	T	U
True	True	True	True
True	False	True	True
False	True	True	True

Untuk setiap konfigurasi RSTU di atas konfigurasi P dan Q ada sebanyak $2 \times 2 = 4$. Sehingga banyak cara penekanan tombol sehingga lampu dapat hidup adalah $4 \times 3 = 12$.

12. Manakah pernyataan yang pasti benar di bawah ini?
- Saat $P \neq Q$ maka program akan mencetak angka 2
 - Saat $R \neq S$ maka program akan mencetak angka 3
 - Saat $P = Q$ maka program akan mencetak angka 2
 - Saat $T = U$ maka program akan mencetak angka 3
 - Tidak ada satupun pernyataan yang pasti benar dari pilihan di atas

JAWABAN C

Perhatikan biimplikasi $\text{atas}(p,q)$ selama $P = Q$ maka akan mengembalikan TRUE dan if – statement dijalankan

Perhatikan potongan program di bawah ini untuk nomor 13 – 15 !

```

1  int asam(int a, int b) {
2      while (b) {
3          a %= b;
4          swap(a, b);
5      }
6      return a;
7  }
8
9  int manis(int a, int b) {
10     int i, temp, l, r;
11     if (a > b) {
12         temp = a;
13         a = b;
14         b = temp;
15     }
16     l = b;
17     r = a;
18     i = l;
19     while (1) {

```

```

20     if (i % r == 0)
21         return i;
22     i = i + 1;
23 }
24 return a;
25 }
26
27 int main(){
28     int N;
29     cin>>N;
30     int res = 0;
31     for(int i = 0; i<=N ; i++){
32         for (int j = 1; j<=i ; j++){
33             if(i%3 == 0){
34                 res+= asam(i,j) * manis(i,j)/j;
35             }else if(i%5 == 0){
36                 res+= 2*(asam(i,j) * manis(i,j)/j);
37             }
38         }
39     }
40     cout<<res<<endl;
41     return 0;
42 }
43
44

```

13. Berdasarkan potongan program di atas jika dipanggil `asam(8829,3213)` nilai kembaliannya adalah ... **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}**

JAWABAN : 27

Fungsi `asam(x,y)` mengembalikan `fpb(x,y)` dan `manis(x,y)` mengembalikan `kpk(x,y)`.

$\text{FPB}(8829,3213) = 27$

14. Untuk bilangan non negatif x ada berapa banyak x yang memenuhi `manis(x, 9720) = 9720` ? **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}**

JAWABAN : 48

Kita akan mencari banyaknya x sehingga `kpk(x,9720) = 9720`, x yang memenuhi adalah semua faktor dari 9720. Kita tahu faktorisasi prima dari 9720 adalah $2^3 \cdot 3^5 \cdot 5$ Banyak faktor dari 9720 adalah $(3+1)(5+1)(1+1) = 4 \cdot 6 \cdot 2 = 48$.

Banyak x yang memenuhi adalah 48.

15. Jika program dijalankan lalu diberi masukan 100, maka keluaran program tersebut adalah ... **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}**

JAWABAN : 215331

Kita tahu bahwa $\text{fpb}(i,j) * \text{kpk}(i,j) / j = i * j / j = i$

- Perhatikan untuk kondisi semua i bilangan habis dibagi 3, nilai res akan diupdate dengan nilai i , karena for loop kedua berulang sebanyak i kali maka nilai res akan diupdate sebanyak i kali membuat $\text{res} += i^2$. Karena i merupakan bilangan kelipatan 3 membuat $i = 3k$ sehingga $[i^2 = (3k)^2]$

$$\text{res} += 9 \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{N}{3} \rfloor} k^2 = 9 \sum_{k=1}^{33} k^2 = 9 * \frac{(33(33+1)(2*33+1))}{6} = 112761$$

- Perhatikan untuk kondisi semua i bilangan habis dibagi 5 tapi tidak habis dibagi 3, nilai res akan diupdate dengan nilai $2i$, karena for loop kedua berulang sebanyak i kali maka nilai res akan diupdate sebanyak i kali membuat $\text{res} += 2i^2$. Karena i merupakan bilangan kelipatan 5 membuat $i = 5k$ sehingga $[2i^2 = 2(5k)^2]$ namun kita harus mengurangi dengan semua $2i^2$ saat i habis dibagi 3 dan 5 $[2i^2 = 2(15k)^2]$ sehingga :

$$\begin{aligned} \text{res} += 2 * 25 \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{N}{5} \rfloor} k^2 - 2 * 225 \sum_{k=1}^{\lfloor \frac{N}{15} \rfloor} k^2 &= 2 * 25 \sum_{k=1}^{20} k^2 - 450 \sum_{k=1}^6 k^2 \\ &= 50 * \frac{(20(20+1)(2*20+1))}{6} - 450 * \frac{(6(6+1)(2*6+1))}{6} \\ &= 102550 \end{aligned}$$

- Nilai akhir $\text{res} = 112761 + 102550 = 215331$