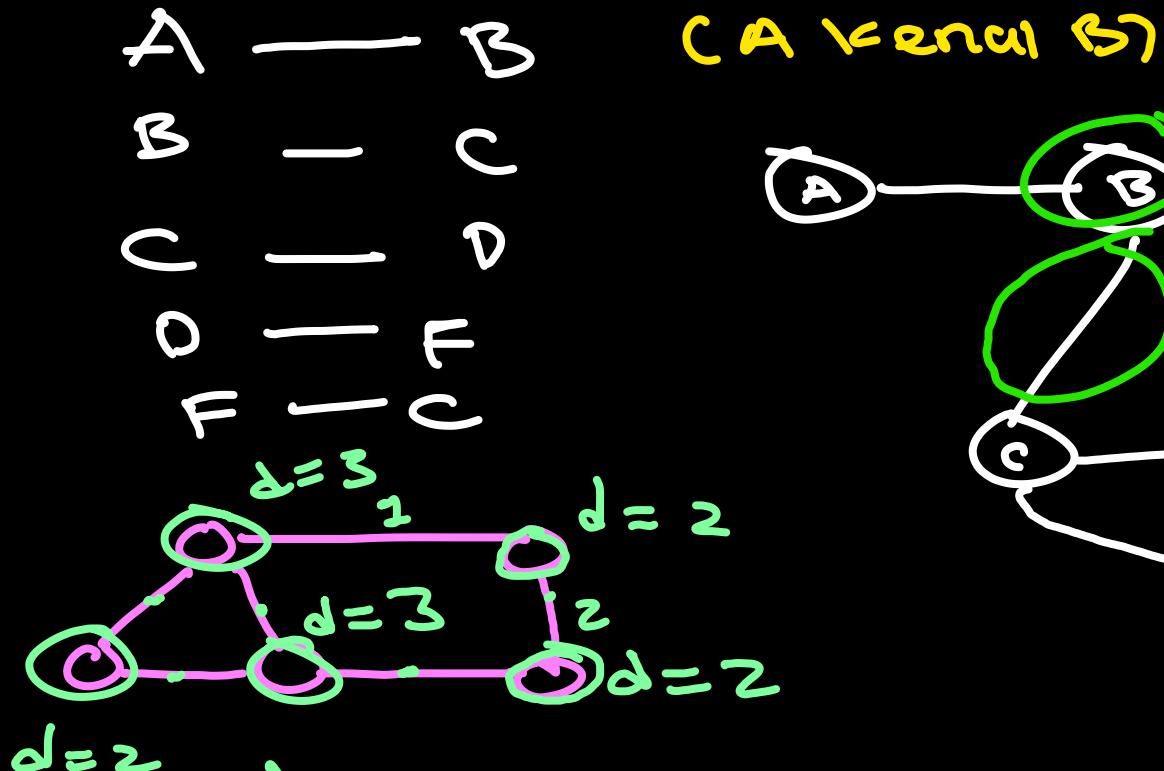


# Teori Graf dan Tree

# Representasi Graf

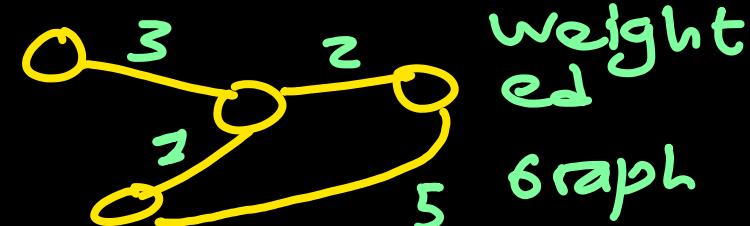


Syarat Suatu

Graf  $\rightarrow$  min 1 edge,  
2 node (1 Pg)

vertices / node

- + berarah / tidak
- + berbobot / tidak



langsung

degree = derajat  $\rightarrow$  Terhubung Ke berapa  
 $d(n)$  = derajat node n jalan / edge

# Representasi Graf

Bebek-bebek baru Pak Dengklek yang bernama Anto, Budi, Candra, Doni, Eko, Ferdi, Geri, Hendra, Igor, dan Joko belum saling mengenal satu sama lain. Definisi saling mengenal adalah bebek A mengenal bebek B jika dan hanya jika bebek B mengenal bebek A juga. Berikut adalah daftar bebek-bebek yang telah dikenal oleh masing-masing bebek.

Anto : Eko, Doni, dan Ferdi

Budi : Anto, Hendra, Joko, Eko, dan Ferdi

Candra : Ferdi, Hendra, dan Joko

Doni : Anto, Candra, dan Budi

Eko : Joko, Igor, Hendra, Budi, dan Anto

Ferdi : Hendra, Igor, Geri, Anto, dan Budi

Geri : Anto, Budi, Ferdi dan Joko

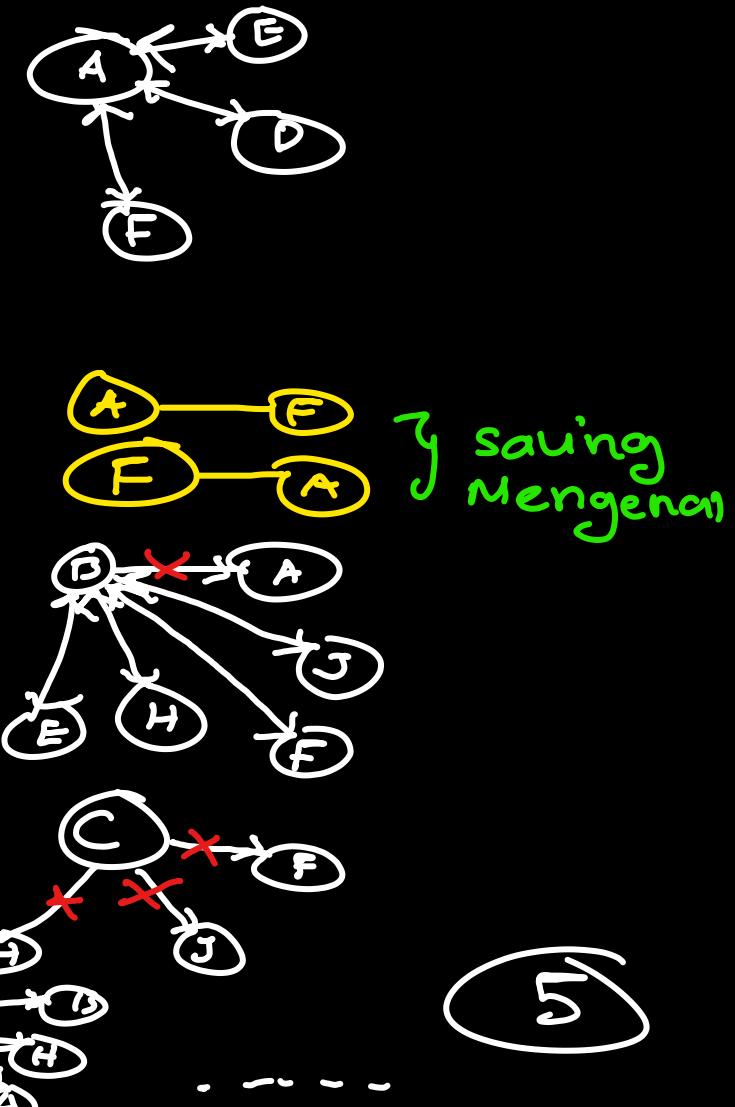
Hendra : Anto, Eko, Ferdi, Igor, Joko, dan Budi

Igor : Geri, Hendra, Joko, Eko, dan Ferdi

Joko : Igor, Hendra, Anto, Geri, Eko, dan

Suatu hari Pak Dengklek ingin bertamasya bersama

Suatu hari Pak Dengklek ingin bertamasya bersama bebek-bebeknya menggunakan beberapa mobil. Setiap mobil hanya boleh diisi oleh bebek-bebek yang sudah saling mengenal saja. Berapakah mobil minimum yang harus disiapkan Pak Dengklek?

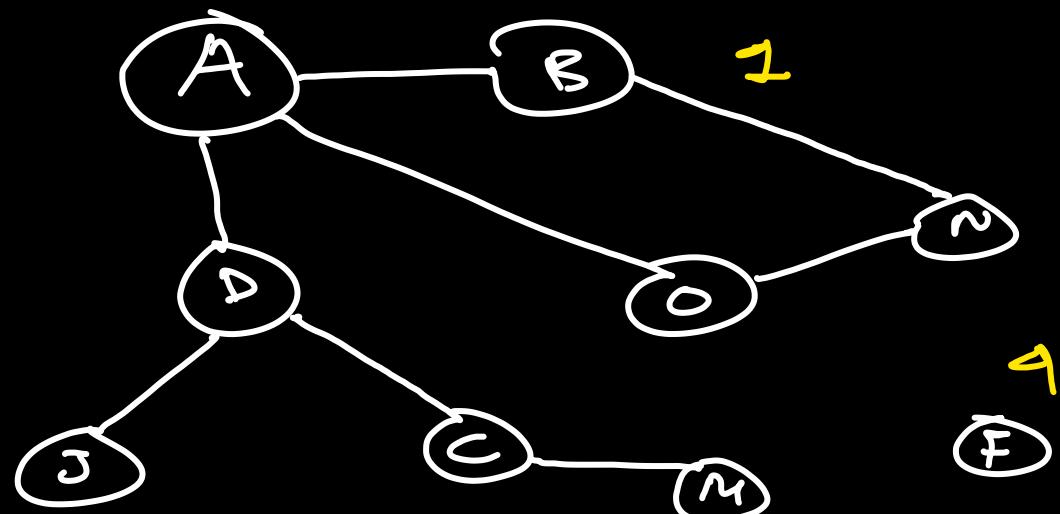


# Representasi Graf

Terdapat 15 pengguna facebook yaitu A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, dan O. Fungsi pertemanan  $F(X, Y)$  menyatakan bahwa X dan Y berteman di Facebook. Jika X dan Y berteman kemudian Y dan Z berteman, maka bisa dipastikan bahwa X, Y, dan Z berada pada lingkaran pertemanan yang sama. Anda diberikan informasi status pertemanan antara pengguna sebagai berikut:

$F(A, B)$	$F(C, M)$	$F(E, G)$
$F(A, D)$	$F(D, J)$	$F(O, N)$
$F(A, O)$	$F(K, L)$	$F(D, C)$
$F(B, N)$	$F(L, H)$	$F(H, I)$

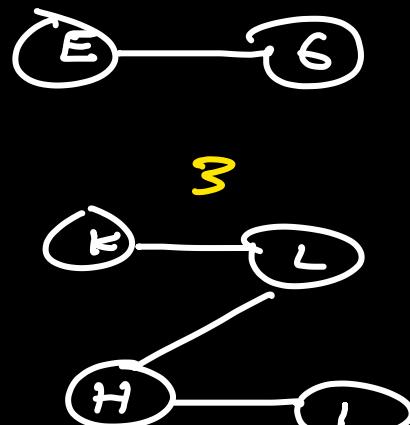
Berapakah banyaknya lingkaran pertemanan yang terbentuk?



Ambigu

Lingk · Pert → > 1 Org ?

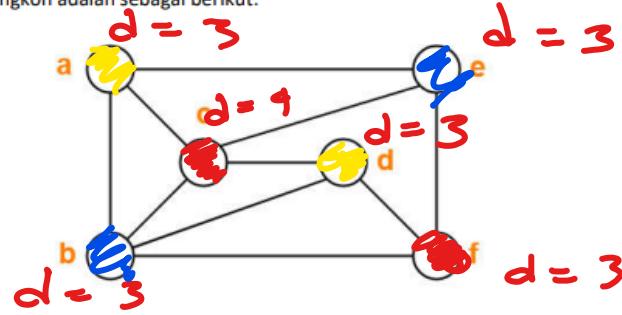
z



ada 4 Lingkaran Pertemanan

# Representasi Graf

Pak Blangkon berencana mengecat kandang-kandang ayamnya. Konfigurasi lokasi dari kandang yang dimiliki oleh Pak Blangkon adalah sebagai berikut:



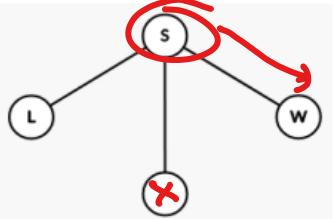
Posisi kandang dilambangkan dengan bulatan. Jika dua buah kandang dihubungkan oleh sebuah garis artinya ada jalan setapak yang menghubungkan secara langsung dua buah kandang tersebut. Seekor ayam tidak akan senang jika kandangnya berwarna sama dengan kandang ayam lain yang terhubung langsung dengan jalan setapak. Karena dana yang terbatas, berapa minimal warna cat yang harus dibeli oleh Pak Blangkon sehingga semua ayam senang.

min = 3 warna

## Graph coloring problem

- ① warnai secara terurut dari derajat puning gede
- ② Semua yg terhubung dgn suatu node kasih warna beda

# Penjelajahan Graf

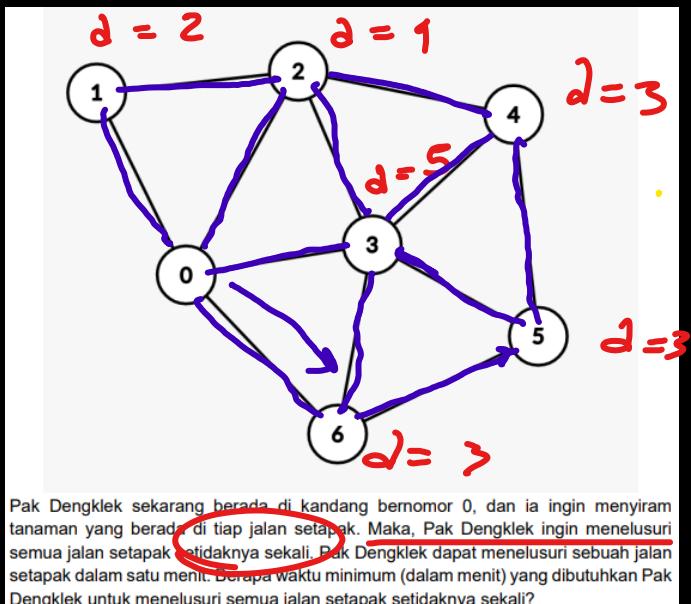


Mula-mula Pak Dengklek berada pada ruangan S. Setiap saat, dengan peluang yang sama Pak Dengklek berpindah ke ruangan lain yang bersebelahan dengan ruangan saat ini. Jika Pak Dengklek sampai pada ruangan W, Pak Dengklek langsung menang. Sebaliknya, jika sampai pada ruangan L, Pak Dengklek langsung kalah. Selain itu, Pak Dengklek akan tetap berpindah-pindah selama belum menang maupun kalah. Berapa peluang Pak Dengklek untuk menang?

- a. 0
- b.  $\frac{1}{3}$
- c.  $\frac{1}{2}$
- d.  $\frac{2}{3}$
- e. 1

$$\begin{aligned} (1) & S \rightarrow W \quad (\text{v}) \\ (2) & S \rightarrow L \\ (3) & S \rightarrow X \rightarrow W \quad (\text{v}) \\ (4) & S \rightarrow X \rightarrow L \\ = & \cancel{\frac{2}{4}} \\ = & \frac{1}{2} \\ S \rightarrow X \rightarrow S \rightarrow X \rightarrow \dots & \end{aligned}$$

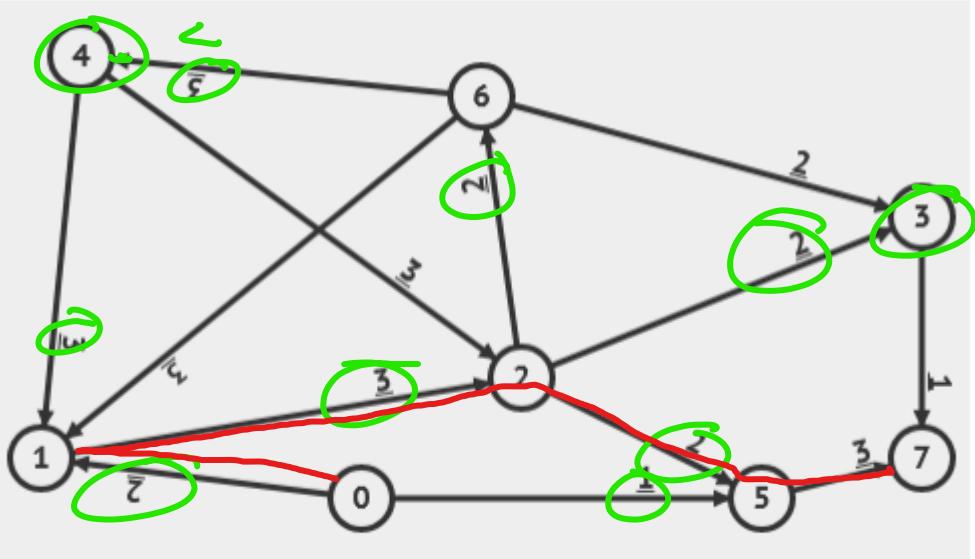
# Penjelajahan Graf



$$\begin{aligned} & \text{semua edge} + 1 \\ & = \underline{\underline{19}} \end{aligned}$$

# Penjelajahan Graf

Diketahui 8 buah kota dengan label 0, 1, 2, ..., 7 yang masing-masing terhubung dengan sebuah jalan. Setiap jalan bersifat satu arah.



Diketahui pula waktu tempuh dari satu kota ke kota yang lain melalui masing-masing jalan sesuai dengan nilai yang ditunjukkan pada masing-masing jalur penghubung (dalam satuan jam). Waktu tempuh antara dua buah kota didefinisikan sebagai nilai terkecil dari total waktu tempuh jalan-jalan yang harus dilewati untuk berpindah dari satu kota ke kota lainnya. Misalnya, waktu tempuh dari 2 ke 7 adalah 3, karena kita dapat melalui jalur  $2 \rightarrow 3$  (waktu tempuh = 2) dan jalur  $3 \rightarrow 7$  (waktu tempuh = 1),

sehingga total =  $2 + 1 = 3$ , dan tidak ada jalur lain dari 2 ke 7 yang memiliki total waktu tempuh  $< 3$ . Kota manakah yang waktu tempuhnya dari 0 paling besar?

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6 E. 7



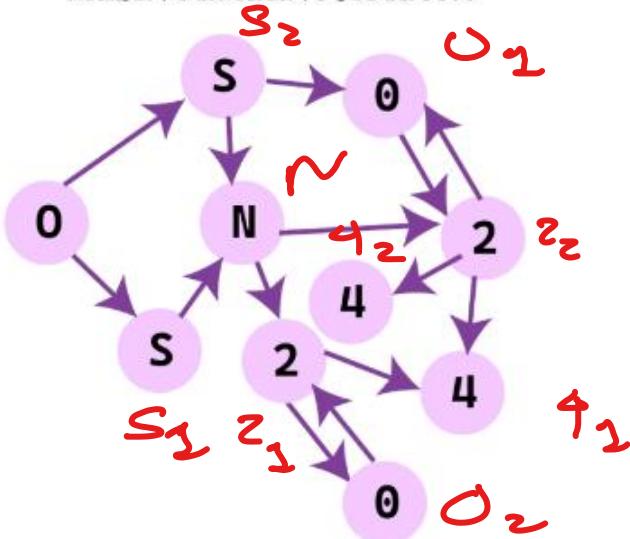
Karena  $7 = 2 + 3 + 2 + 3$   
 $= \underline{\underline{10}}$

# Penjelajahan Graf

(BFS)

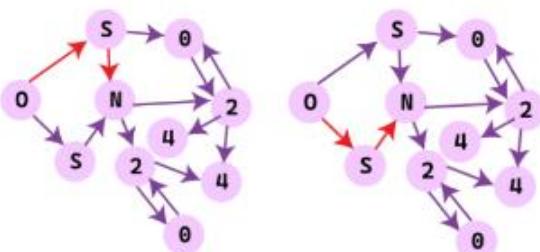
4. Perhatikan deskripsi soal di bawah ini!

MESIN PEMBENTUK KATA

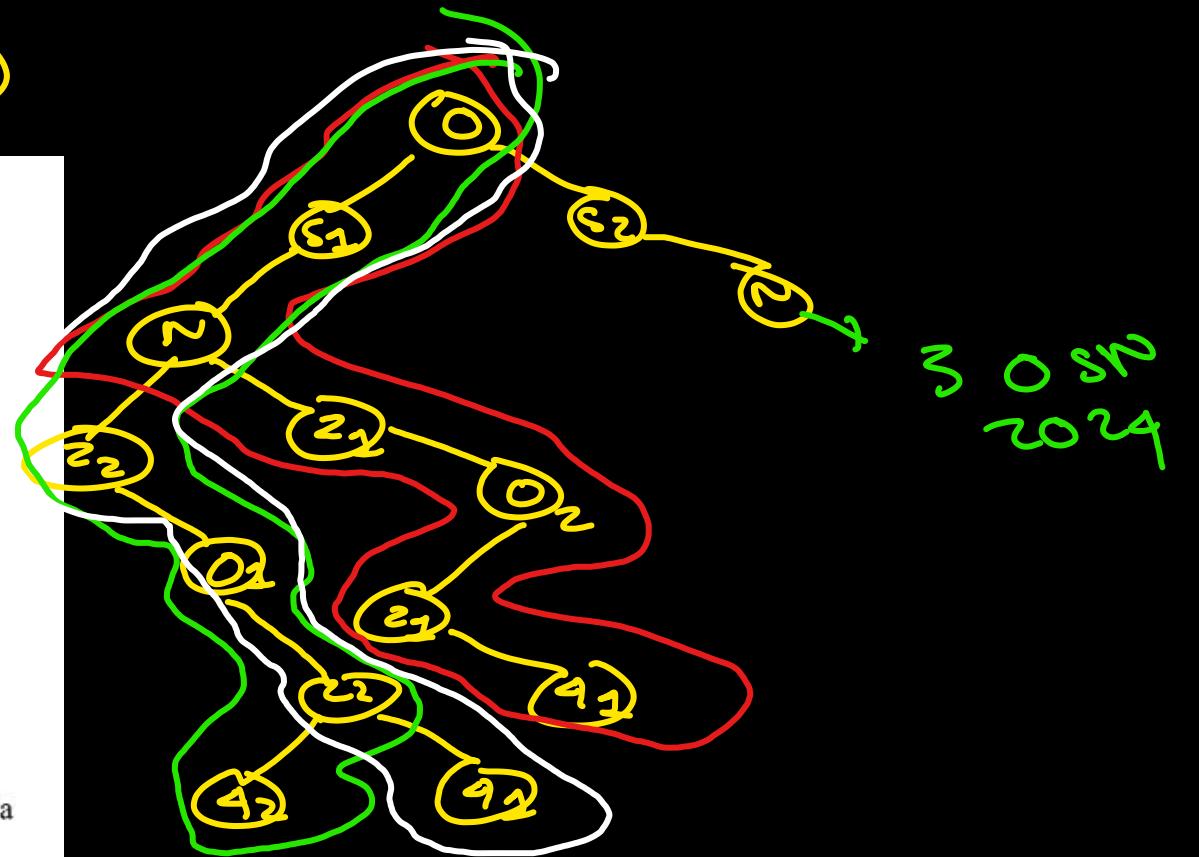


Mesin milik Fern dapat membuat sebuah kata dengan mengikuti diagram di atas. Pertama ia memilih sebuah huruf lalu mengikuti tanda panah untuk menentukan huruf berikutnya.

Contoh kata yang bisa ia buat adalah OSN dan ada dua cara membentuk kata tersebut :



Jika sekarang Fern ingin membuat kata “OSN2024” ada berapa banyak cara yang bisa dilakukan? {jawaban berupa angka bulat}

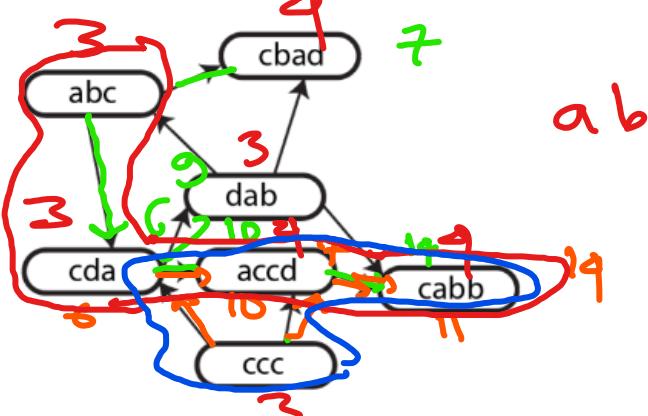


unruk seniap n  
bisa bentuk 3 OSN 2024  
 $3 + 3 = 6$

# Penjelajahan Graf

Perhatikan deskripsi soal di bawah ini!

KATA – KATANYA DONG KAK DENGKLEK



Pak Dengklek ingin membentuk kalimat dengan penyusunnya adalah berdasarkan diagram di atas. Tanda panah yang menghubungkan kata penyusun berarti kata tersebut mendahului kata berikutnya pada kalimat. Misal kalimat yang bisa dibentuk adalah abccdaaccdcabb. Berdasarkan diagram di atas, jika kata yang dimuat dalam kalimat tidak boleh berulang misal abccdadababccda. Tuliskan satu string terpanjang yang bisa dibentuk! {berbentuk satu string berurutan dan tidak dalam kapital}

max : 14

(1) abc cda ace 2 cab  
(2) ccc cda acca cabb

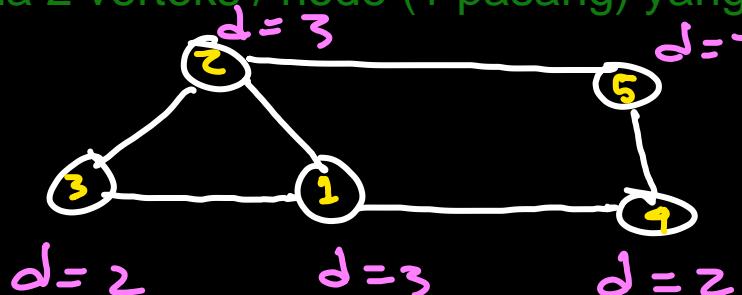
# Lintasan – Sirkuit Euler

1. Dikasih sebuah graf kemudian dipertanyakan apakah bisa mengunjungi semua jalan yang ada tepat satu kali?

2. Bisa kalau :

- Semua derajat verteks/node itu bernilai genap

- Ada 2 verteks / node (1 pasang) yang derajatnya ganjil lalu verteks lainnya itu berderajat genap

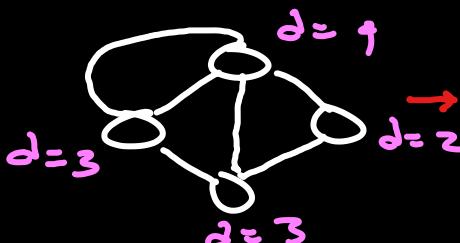


Bisa ga lewanin  
Semua jalan  $\rightarrow \times$  ?  
(BISA?)

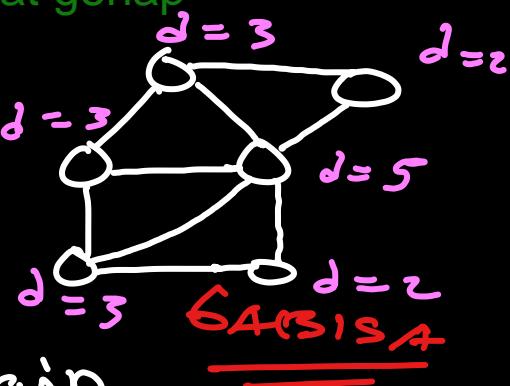
1 dan 2 derajat ganjil dan yg lain

genap  
Finish  $\frac{2}{1}$

start  $\frac{1}{2}$



BISA

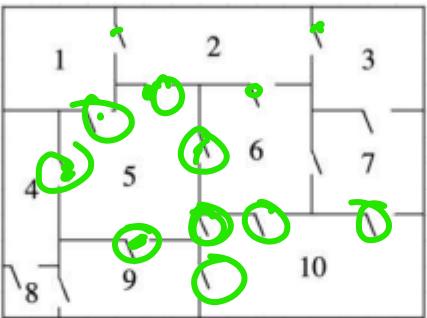


$\frac{d=2}{d=2}$  BISA  
 $\frac{d=2}{d=2}$   
Karena  $d(i)$   
Semua Genap

# Lintasan Euler

Pak Dengklek baru saja merancang sebuah denah sebuah pameran. Ia merancang denah sedemikian sehingga setiap pintu harus dan hanya dilewati sekali. Berikut adalah denah yang dibuat oleh Pak Dengklek.

L. euler



Pak Dengklek meminta bantuanmu untuk menentukan dua buah ruangan di mana yang satunya akan ditempatkan pintu masuk dan yang lain akan ditempatkan pintu keluar. Ruangan-ruangan manakah yang bisa ditempatkan pintu masuk dan pintu keluar?

$$P. \text{ Masuk} = 7$$

$$P. \text{ Keluar} = 9$$

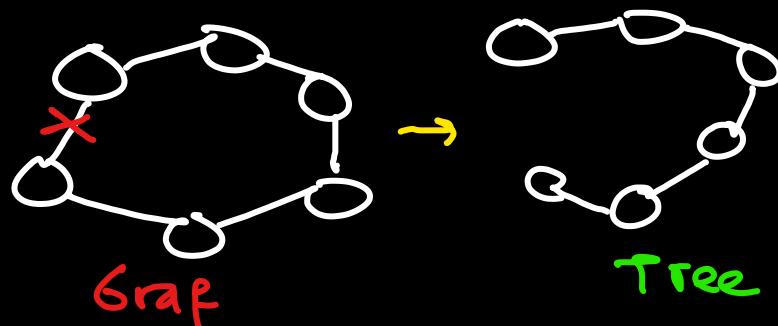
$d =$  Jumlah pintu pada biar ruangan  
genap semua

$$\begin{aligned}d(1) &= 2 \\d(2) &= 4 \\d(3) &= 2 \\d(4) &= 2 \\d(5) &= 6 \\d(6) &= 4 \\d(7) &= 3 \\d(8) &= 2 \\d(9) &= 3 \\d(10) &= 4\end{aligned}$$

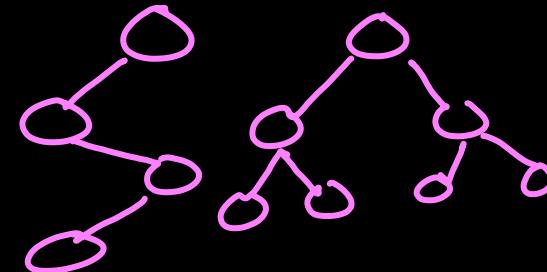
- \* Kalau ga 2 node ganjil, sisanya genap
- \* Semua genap
- \* Sabisa Lagi 2 node ganjil  $\rightarrow$  sdh 2 node ganjil  
kalau derajat semua node jadi genap  $\rightarrow d(7) + 1$   
 $d(9) + 1$

# Representasi Tree

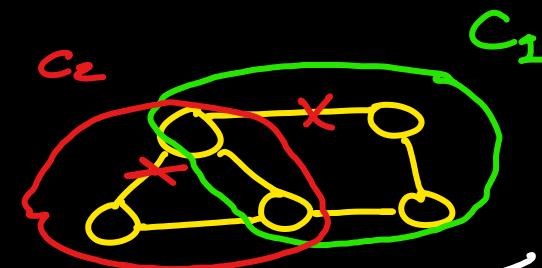
Tree  $\rightarrow$  graf tanpa siklik



Root/m. parent  
Root/m. parent



(Kita membuang cycle)

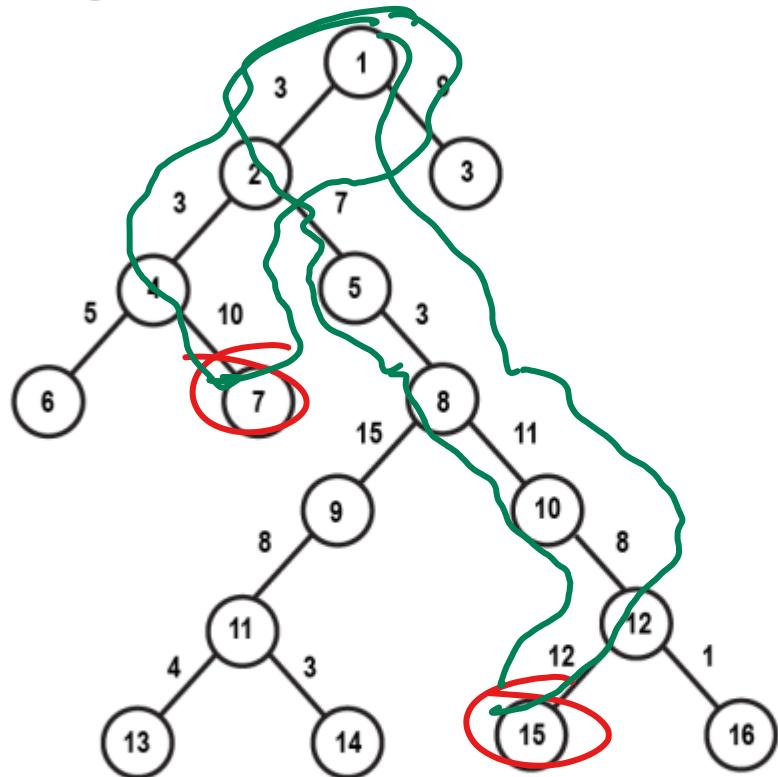


Berapa jalan minimum harus dibuang supaya jadi tree?

semua node tetap terhubung  
 $\Rightarrow$  Spanning Tree

# Repre'sentasi Tree

Perhatikan gambar di bawah ini



Di kandang bebeknya Pak Ghanesh ada 16 bebek yang ia pelihara. Gambar di atas menunjukkan pengurutan bebek Pak Ghanesh dari yang tertua hingga ke yang termuda. Angka yang tertera menunjukkan perbedaan usia antar dua bebek. Misalnya bebek ke-10 lebih tua 8 tahun dari bebek ke-12. Tentukan berapa selisih usia Bebek 15 dan bebek 7! {Jawaban hanya angka}

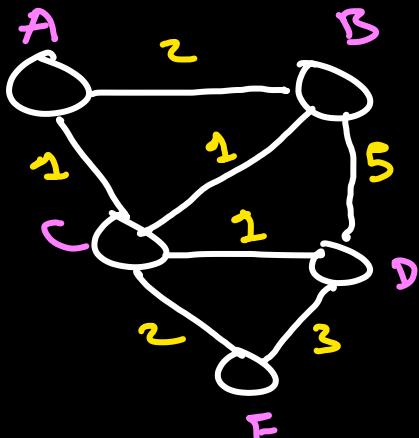
$$\begin{aligned} \text{Usia } 1 - \text{Usia } 7 &= 16 \\ \text{Usia } 1 - \text{Usia } 15 &= 49 \\ 49 - 16 &= \cancel{18} - \cancel{12} - (\cancel{12} - \cancel{15}) \\ 28 &= |U_{15} - U_7| \end{aligned}$$

## Spanning Tree

↳ hilang kan cycle dan sebuah  
graf

# Min/Max Spanning Tree

Alg. Kruskal



Berapa total bobot minimum jika dirubah graf tersebut menjadi tree

(Jika dihapus beberapa jalan tapi semua rumah masih terhubung berapa total bobot/jarak/biaya secara minimum)?

$$A - B = 2$$

$$A - C = 1$$

$$B - C = 1$$

$$B - D = 5$$

$$C - D = 1$$

$$C - E = 2$$

$$D - E = 3$$

urutan



min: kecil - besar  
max: besar - kecil

$$\underline{A - C = 1}$$

$$B - C = 1$$

$$C - D = 1$$

$$\cancel{A - B = 2}$$

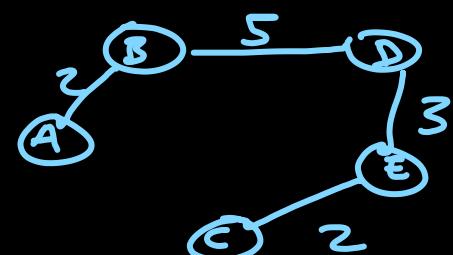
$$C - E = 2$$

$$D - E = 3$$

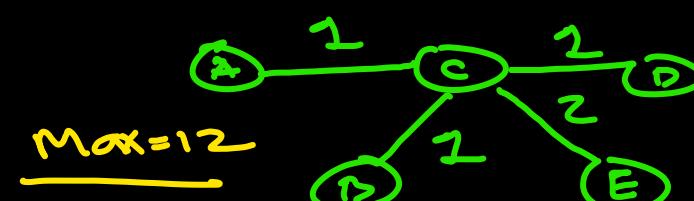
$$B - D = 5$$

jadi cycle

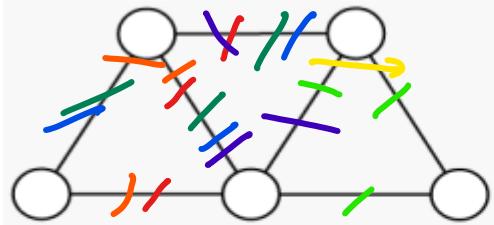
$$\underline{\text{min: } 5}$$



$$\text{max} = 12$$



# Spanning Tree



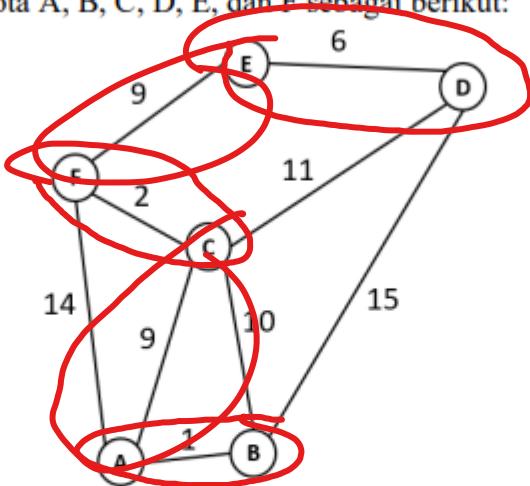
Oleh karena suatu masalah tertentu, Pak Dengklek ingin memotong 3 dari 7 kabel yang ada. Namun, Pak Dengklek harus memastikan bahwa setiap pasang rumah masih tetap terhubung melalui kabel-kabel yang tidak dipotong, baik secara langsung maupun melalui rumah lain. Berapa banyak konfigurasi pemotongan kabel yang bisa Pak Dengklek lakukan? [Jawablah dengan angka saja!]

→ 3 cara  
→ 3 cara  
→ 3 cara

+ C<sub>3</sub> – banyak cara sing masih  
ada cycle / rumahnya  
tidak terhubung

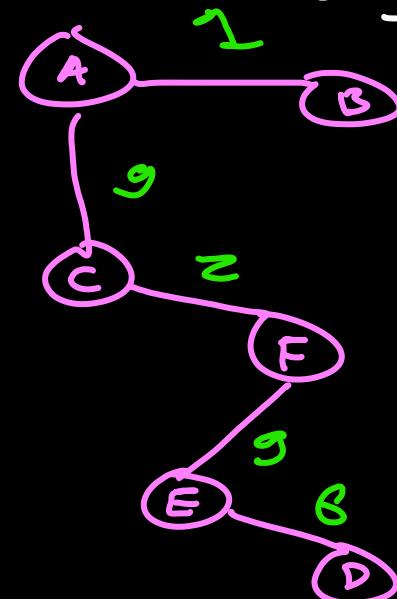
# Minimum / Max Spanning Tree

Diketahui ada enam kota A, B, C, D, E, dan F sebagai berikut:



Dua kota dikatakan terhubung jika ada jalan (divisualisasikan sebagai garis) yang menghubungkan keduanya dengan jarak dalam kilometer. Pak Dengklek ditugasi untuk memasang kabel internet di atas beberapa jalan yang ada sedemikian sehingga setiap kota bisa terhubung baik secara langsung maupun tidak langsung (melalui kota lainnya). Berapa panjang kabel minimal yang harus disiapkan oleh Pak Dengklek?

$$\begin{aligned} \text{ans} &= 1 + 9 + 2 + 9 + 6 \\ &= 27 \end{aligned}$$



# Minimum / Max Spanning Tree

18. Pak Dengklek sedang ingin berkeliling mengunjungi tempat-tempat wisata yang ada di Pulau Jawa. Ada 10 kota yang ingin dikunjungi oleh Pak Dengklek, yaitu: Jakarta, Bogor, Bandung, Purwakarta, Tasikmalaya, Cirebon, Semarang, Yogyakarta, Solo dan Surabaya. Pak Dengklek sudah mensurvei jalur antar kota-kota tersebut dan mencatat biaya perjalanan dengan bus antara beberapa kota. Berikut adalah informasi biaya ongkos bus (satu arah) antar kota yang didapatkan pak Dengklek.

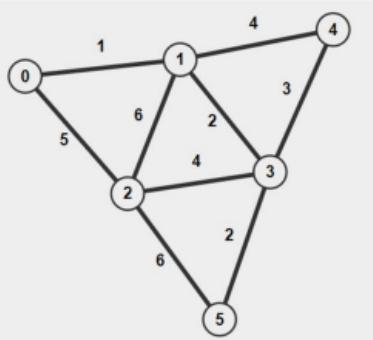
No.	Dari Kota	Ke Kota	Biaya (dalam ribuan rupiah)
1	Jakarta	Bogor	7
2	Jakarta	Bandung	20
3	Bogor	Bandung	80
4	Jakarta	Purwakarta	50
5	Bandung	Tasikmalaya	3
6	Bandung	Purwakarta	30
7	Purwakarta	Cirebon	60
8	Tasikmalaya	Cirebon	80
9	Cirebon	Semarang	70
10	Cirebon	Yogyakarta	10
11	Semarang	Solo	5
12	Solo	Yogyakarta	20
13	Semarang	Surabaya	80
14	Solo	Surabaya	50

Setiap jalur antar kota berdiri dua arah, dengan harga yang sama. Misalnya, Pak Dengklek dapat menaiki bus dari Bogor ke Jakarta dengan harga yang sama (Rp 30 ribu rupiah). Jika Pak Dengklek harus memulai perjalanan dari Jakarta, dan dapat mengakhiri perjalanan di kota mana saja, asalkan **semua** kota terkunjungi, berapakah total biaya minimal yang diperlukan Pak Dengklek?

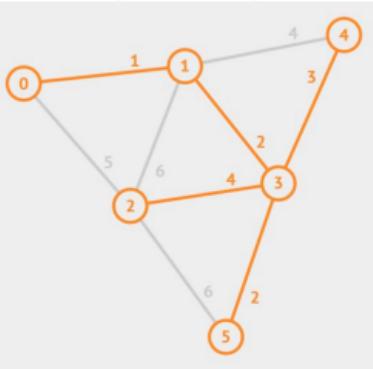
→ sadicyle

$$\begin{aligned} \text{min} = & 30 + 20 + 20 + \\ & 30 + 50 + 20 + 20 \\ & + 80 \\ = & 240 \end{aligned}$$

# Minimum / Max Spanning Tree



Keenam kecamatan ditandai dengan nomor 0 sampai 5, sedangkan angka pada setiap sisi jalan menunjukkan biaya yang diperlukan untuk memasang kabel pada sisi jalan tersebut. Pak Dengklek yang ditugaskan untuk merencanakan pembangunan jaringan Internet tersebut, telah menghitung bahwa biaya terkecil untuk menghubungkan semua kecamatan adalah 12, sebagaimana ditunjukkan pada gambar di bawah ini.



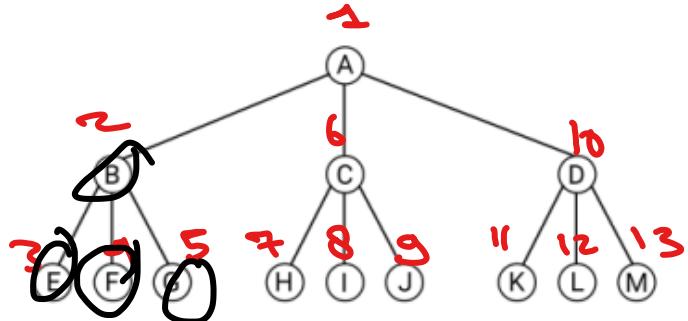
Namun, ketika Pak Dengklek ingin mengusulkan rencana pembangunan jalan sebagaimana terlihat pada gambar di atas, oleh atasannya rencana tersebut ditolak. Lebih lanjut, sang atasan meminta pak Dengklek mencari berapakah biaya terkecil kedua setelah nilai biaya terkecil (12) yang diusulkan Pak Dengklek tadi?

Jawaban: ..... {tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}

# Penjelajahan Tree

# Penjelajahan Tree

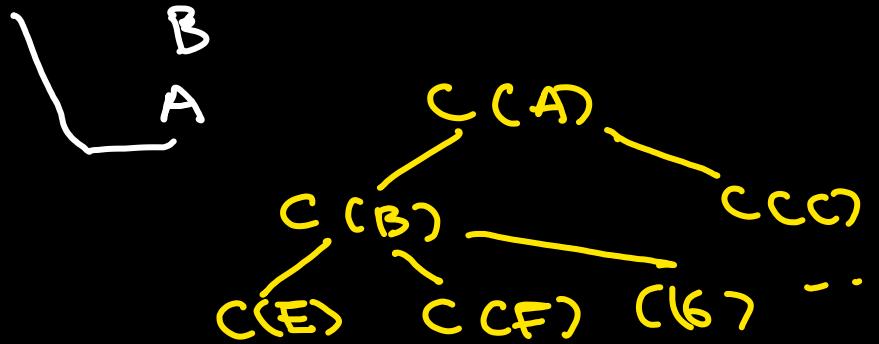
Pak Dengklek memiliki 13 buah benda pusaka yang dilabeli A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, dan M dalam sebuah tanah yang masing-masing memiliki hubungan sebagai berikut:



Dari gambar di atas diketahui bahwa benda pusaka B, C, dan D memiliki kekuatan yang diturunkan dari benda pusaka A, benda pusaka E, F, dan G memiliki kekuatan yang diturunkan dari benda pusaka B, dst. Kemudian Pak Dengklek mendefinisikan sebuah fungsi kiri(X), tengah(X) dan kanan(X) suatu benda pusaka X yang didefinisikan sebagai benda pusaka yang posisinya sebagai turunan benda pusaka X sebelah kiri, tengah, dan kanan. Sebagai contoh  $\text{kiri}(B)=E$ ,  $\text{tengah}(B)=F$ ,  $\text{kanan}(B)=G$ , tentunya benda pusaka yang tidak memiliki turunan, nilai fungsi kiri, tengah, dan kanannya akan bernilai kosong. Selanjutnya Pak Dengklek mendefinisikan sebuah cara untuk mencari benda pusaka yang dia miliki yaitu dengan cara membuat fungsi cari sebagai berikut:

```
fungsi cari(x):
    jika nilai x tidak kosong:
        cari(kiri(x));
        cari(tengah(x));
        cari(kanan(x));
        tambahkan x dalam box
    → post order
```

Setiap kali menemukan benda pusaka, Pak Dengklek akan meletakkannya dalam sebuah boks kosong pada posisi paling atas. Jika Pak Dengklek memulai pencarian dengan benda pusaka A yaitu  $\text{cari}(A)$  sampai semua benda pusaka ditemukan, tuliskan urutan benda pusaka dalam boks mulai dari posisi paling atas sampai posisi paling bawah.



EFGBHIJCKLMDA

kiri Sampai Sabisa  
bam tengah.

Tengah sampai  
sabisa bam  
ke kanan

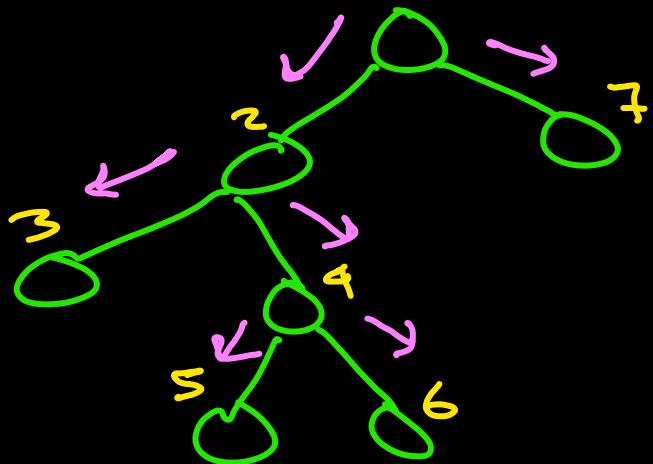
$$C(A) \rightarrow C(C \times C(A)) = CCC$$

$$C(C) \rightarrow C(C \times C(E)) = CCE$$

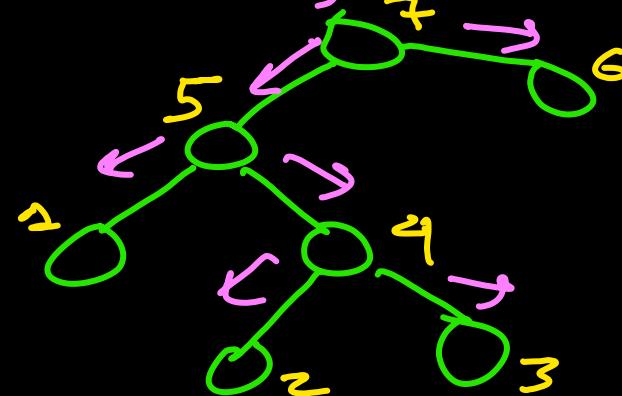
~~$$C(C \times C(E)) \rightarrow CCE$$~~
$$C(C \times C(F)) \rightarrow CCF$$

# Penjelajahan Tree

① Pre-order  $r_1$



② Post-order



PASTIKAN TANGGAL 26 ITU  
JADI HARI KEMENANGAN  
KALIAN











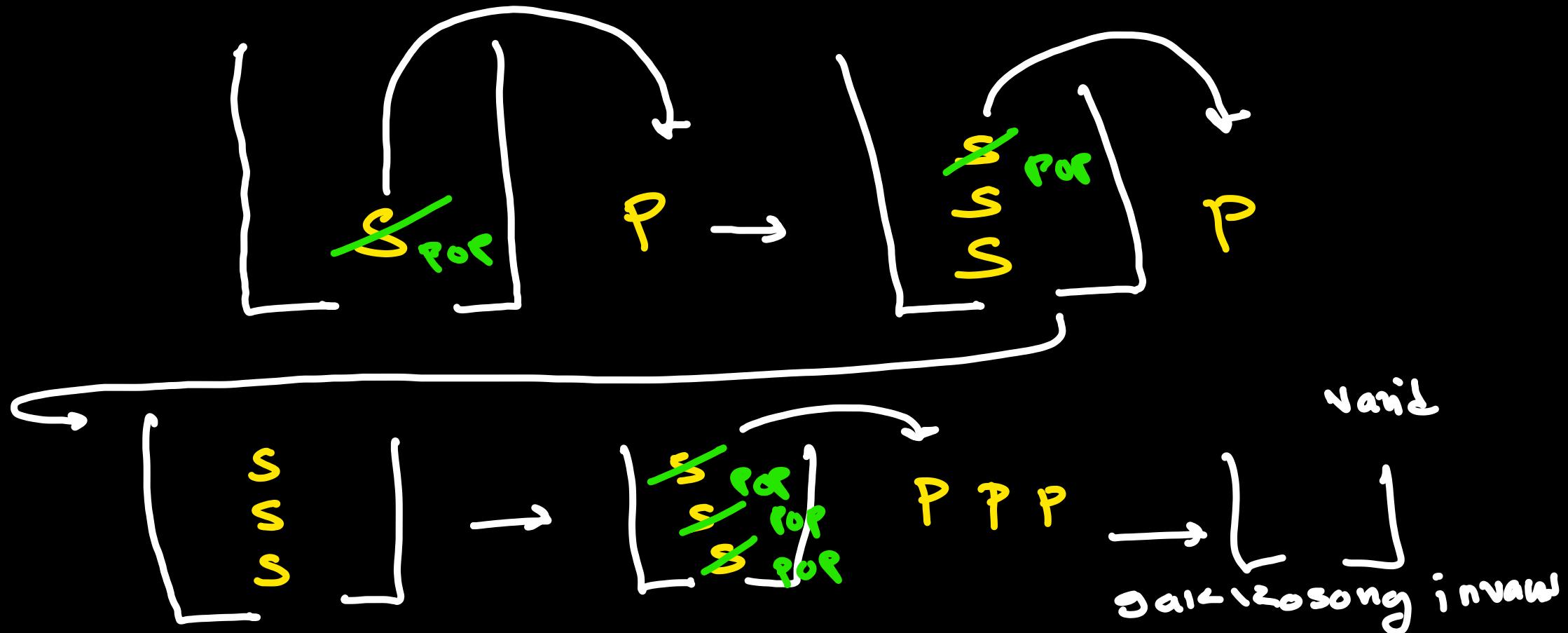






~~SENDOK~~

- Jika saat ini ia mendapatkan sebuah sendok maka ia akan menyimpannya di dalam kotak sendok
- Jika saat ini ia mendapatkan sebuah piring maka ia akan mengambil sebuah sendok lalu menata piring beserta sendok yang ada di atas meja



```
s = input()
stack = []
for x in s:
    if (s == "S"):
        stack.append("S")
    else:
        if(stack)
            stack.pop()
        else:
```

1 2 3 4 5  
↓  
5  
4  
3  
2  
1

Jam kap

y x

j ini

13

11

8

3

1

13

Besok

14

19

17

20

6

3

Masuk = 12

mobil  $\geq y$

mobil  $\geq 12$

↙ mobil  $> x$  x

↙ mobil  $< \cancel{5}$













