

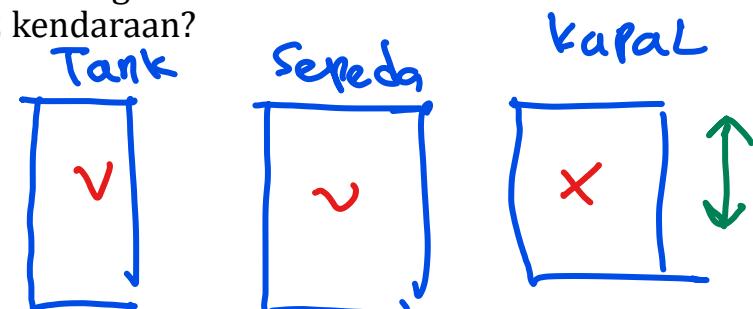
Probabilitas

By Abdan Hafidz

Latihan Dulu Yang Ez

Pak Dengklek menghadiri acara undian berhadiah. Pak Dengklek akan memenangkan sepeda dengan peluang $\frac{1}{2}$, memenangkan tank dengan peluang $\frac{1}{3}$, dan memenangkan kapal dengan peluang $\frac{1}{4}$. Jika ketiga hadiah tersebut diundi secara terpisah, berapa peluang Pak Dengklek mendapatkan setidaknya 2 kendaraan?

- * $P(C \text{ Tank} \wedge \textcircled{1} \text{ Sepeda} \wedge \neg \text{ Kapal}) \rightarrow k_1$
 $= \frac{1}{3} * \frac{1}{2} * (\frac{1}{2} - \frac{1}{4})$
 $= \frac{1}{3} * \frac{1}{2} * \frac{3}{4} \leftrightarrow \frac{1}{8}$



$$\Leftarrow P(C \neg \text{ Tank} \wedge \neg \text{ Kapal} \wedge \text{ Sepeda}) \rightarrow k_3$$

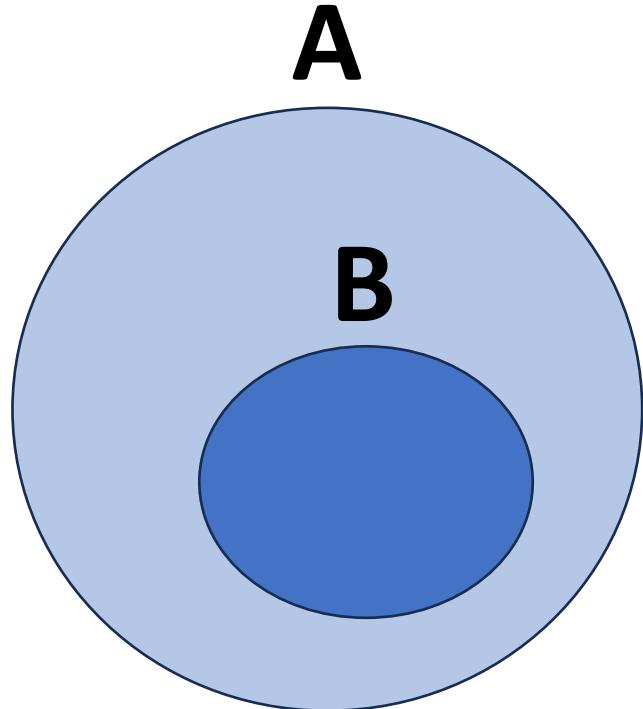
- * $P(C \text{ Tank} \wedge \neg \text{ Sepeda} \wedge \text{ Kapal}) \rightarrow k_2 = (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) * (\frac{1}{4}) * \frac{1}{2}$
 $= \frac{1}{3} * (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}) * \frac{1}{4}$
 $= \frac{1}{3} * \frac{1}{2} * \frac{1}{4} \leftrightarrow \frac{1}{24}$
- * $P(C \text{ Tank} \wedge \neg \text{ Kapal} \wedge \text{ Sepeda}) = \frac{2}{3} * \frac{1}{4} * \frac{1}{2} \leftrightarrow \frac{1}{12}$
 $= \frac{1}{3} * \frac{1}{4} * \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$

ans = $P(k_1) + P(k_2) + P(k_3) + P(k_4)$
 $= \frac{1}{8} + \frac{1}{24} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{7}{24}$

Outline

- Himpunan Bagian
- Peluang Kejadian Bersyarat
- Baye's Theorm : Likelihood, Prior, Posterior, Marginal
- Infinite Probability Series
- Markov Chain

Himpunan Bagian

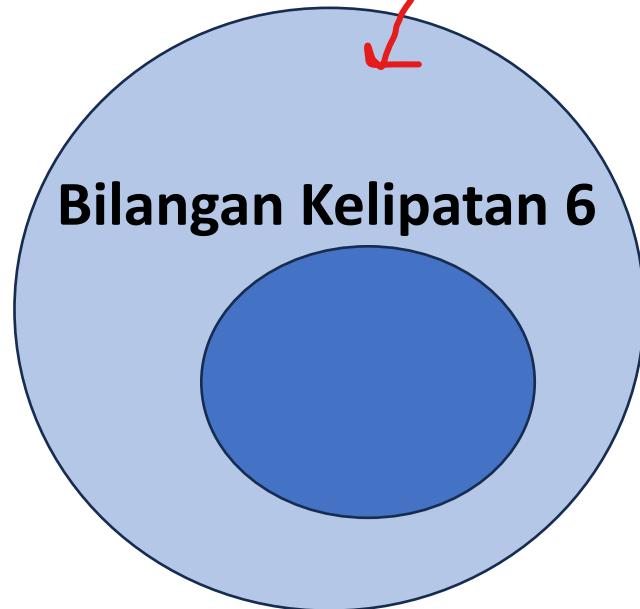


- B merupakan himpunan bagian dari A
- A mempunyai anggota yang merupakan semua anggota B

Sebagian

Kejadian Bersyarat

Bilangan Kelipatan 3



- Bilangan Kelipatan 6 harus merupakan Bilangan Kelipatan 3

Keipatan 6 \supseteq Keipatan 3

Kejadian Bersyarat

Definisi

Peluang bersyarat A bila B diketahui dilambangkan dengan $P(A|B)$ dan didefinisikan sebagai

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, P(B) > 0$$

Bayes : $P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B)}$

$P(\text{cari} | \text{diketahui})$

$$P(B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(A|B)}$$

Kejadian Bersyarat

$3, 6, 9, 12, \dots$
 $\frac{1}{2}$

Contoh

Sebuah komputer melakukan proses komputasi secara acak untuk menghasilkan suatu angka asli. Tingkat keacakan tertentu Komputer mempunyai peluang menghasilkan angka ganjil sebesar $\frac{1}{7}$. Berapa peluang computer tersebut menghasilkan angka kelipatan 3?



$$K_3 \quad \frac{1}{7}$$

Kelipatan 3 ($\frac{1}{7}$)

$$\left(\frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{7}}$$

Kelipatan 6 $\frac{1}{2}$

$$P(K_6 | K_3) = \frac{P(K_3 | K_6) + P(K_6)}{P(K_3)}$$
$$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{7}}$$

$$P(\text{Detected}) = P(\text{Detected | SPAM}) * P(\text{SPAM}) + P(\text{Detected | Not SPAM}) * P(\text{Not SPAM})$$

Kejadian Bersyarat

Sebuah sistem klasifikasi email menggunakan model AI untuk mendeteksi apakah email yang masuk

merupakan **spam** atau **bukan spam**. Dari data pelatihan: $P(D) = 0,9 * 0,12 + 0,105 * 0,18 = 0,122$

- 20% dari seluruh email yang diterima adalah **spam**.

- Model AI mampu mendeteksi 90% dari email **spam** secara benar.

- Namun, model juga salah mendeteksi 5% dari email yang **bukan spam** sebagai **spam**.

Jika sebuah email terdeteksi sebagai **spam** oleh sistem, berapa kah peluang bahwa email tersebut

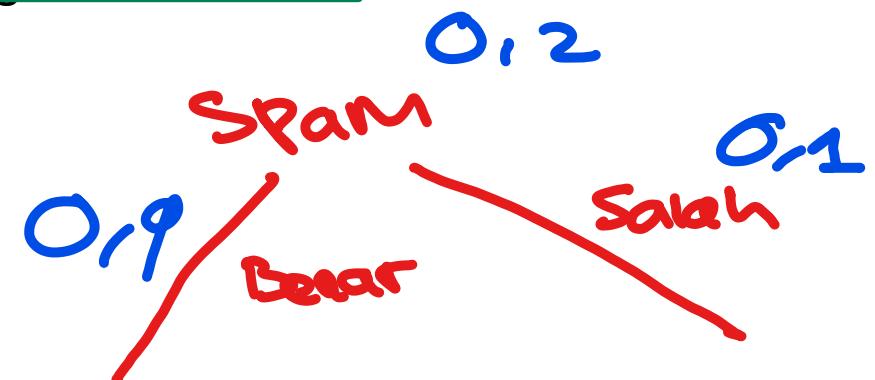
benar-benar spam

$$P(\text{SPAM}) = 0,2$$

$$P(\text{Detected | SPAM}) = 0,9$$

$$\underline{P(\text{Detected | Not SPAM}) = 0,05}$$

$$\underline{P(\text{SPAM} | \text{Detected})} = \frac{P(\text{Detected | SPAM}) * P(\text{SPAM})}{P(\text{Detected})}$$



$$= \frac{0.9 * 0.2}{0.22} =$$

Kejadian Bersyarat

Sebuah sistem deteksi intrusi (IDS) berbasis AI mendeteksi serangan siber dari lalu lintas jaringan.

Data statistik menunjukkan:

- Peluang suatu paket jaringan merupakan serangan nyata adalah **1%**.
- Jika paket tersebut merupakan serangan, maka sistem mampu mendeteksinya dengan akurasi **98%**.
- Namun, jika bukan serangan, sistem masih bisa **salah deteksi (false positive)** sebanyak **2%**.

Jika sistem mendeteksi sebuah paket sebagai serangan, **berapaakah peluang bahwa deteksi tersebut benar?**

Dan bagaimana Anda menilai efektivitas sistem berdasarkan hasil ini?

Kejadian Bersyarat

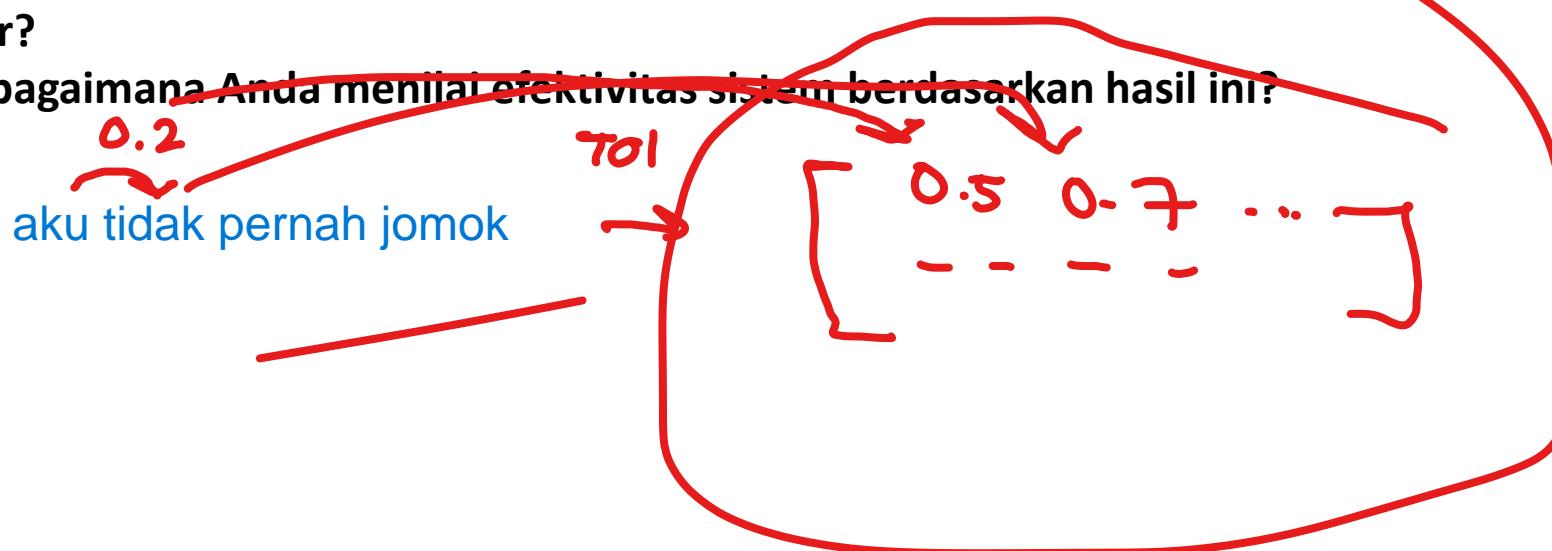
Sebuah sistem deteksi intrusi (IDS) berbasis AI mendeteksi serangan siber dari lalu lintas jaringan.

Data statistik menunjukkan:

- Peluang suatu paket jaringan merupakan serangan nyata adalah **1%**.
- Jika paket tersebut merupakan serangan, maka sistem mampu mendeteksinya dengan akurasi **98%**.
- Namun, jika bukan serangan, sistem masih bisa **salah deteksi (false positive)** sebanyak **2%**.

Jika sistem mendeteksi sebuah paket sebagai serangan, **berapaakah peluang bahwa deteksi tersebut benar?**

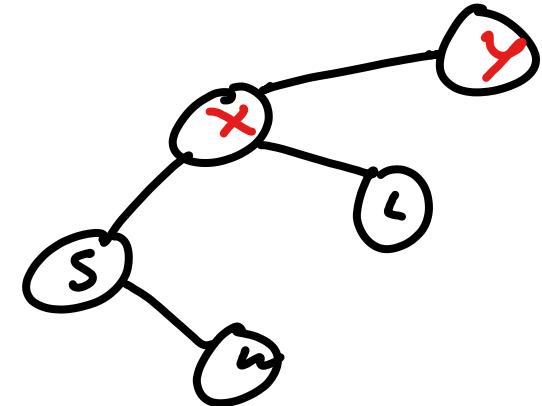
~~Dan bagaimana Anda menilai efektivitas sistem berdasarkan hasil ini?~~



Infinite Probability Series

Empat anak bernama Andi, Budi, Caca, dan Dudi sedang bermain hompimpa. Andi, Budi, dan Caca mempunyai peluang berturut-turut $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, dan $\frac{1}{4}$ untuk mengeluarkan hitam. Permainan dilakukan terus-menerus sampai ada yang menang. Seorang pemain dikatakan menang apabila mengeluarkan warna yang berbeda dengan semua pemain lainnya. Untuk mendapatkan peluang menang terbesar, Dudi perlu mengeluarkan warna ... sehingga peluangnya menjadi ...

- a. Hitam - $\frac{1}{8}$
- b. Hitam - $\frac{1}{6}$
- c. Putih - $\frac{1}{6}$
- d. Hitam - $\frac{1}{4}$
- e. Hitam - $\frac{3}{5}$



Baye's Theorem

Name	Give Birth	Can Fly	Live in Water	Have Legs	Class
human	yes	no	no	yes	mammals
python	no	no	no	no	non-mammals
salmon	no	no	yes	no	non-mammals
whale	yes	no	yes	no	mammals
frog	no	no	sometimes	yes	non-mammals
komodo	no	no	no	yes	non-mammals
bat	yes	yes	no	yes	mammals
pigeon	no	yes	no	yes	non-mammals
cat	yes	no	no	yes	mammals
leopard shark	yes	no	yes	no	non-mammals
turtle	no	no	sometimes	yes	non-mammals
penguin	no	no	sometimes	yes	non-mammals
porcupine	yes	no	no	yes	mammals
eel	no	no	yes	no	non-mammals
salamander	no	no	sometimes	yes	non-mammals
gila monster	no	no	no	yes	non-mammals
platypus	no	no	no	yes	mammals
owl	no	yes	no	yes	non-mammals
dolphin	yes	no	yes	no	mammals
eagle	no	yes	no	yes	non-mammals

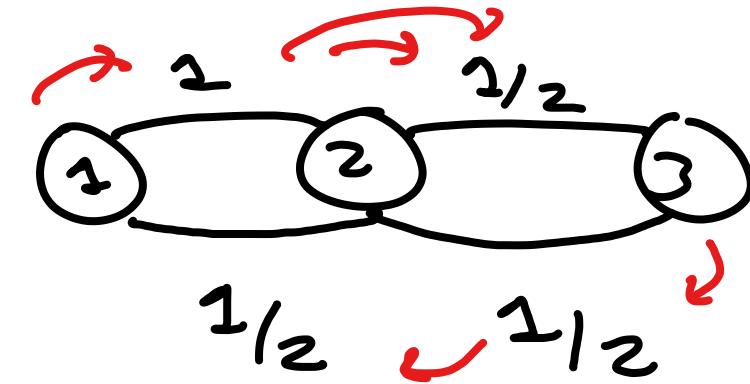
$$P(2|1)$$

$$P(3|2) = P(2|1) \times P(3)$$

Diketahui ada suatu Makhluk

Give Birth	Can Fly	Live in Water	Have Legs	Class
yes	no	yes	no	?

Give Birth	Can Fly	Live in Water	Have Legs	Class
no	yes	no	yes	?

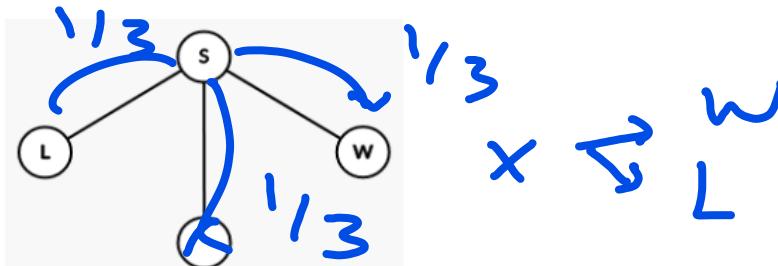


$$P(1-3, n=3 \text{ integeran})$$

$$= P(1 \rightarrow 3, n=1) = 1/2$$

$$P(1 \rightarrow 3, n=2) = 1/16$$

Markov Chain



Mula-mula Pak Dengklek berada pada ruangan S. Setiap saat, dengan peluang yang sama Pak Dengklek berpindah ke ruangan lain yang bersebelahan dengan ruangan saat ini. Jika Pak Dengklek sampai pada ruangan W, Pak Dengklek langsung menang. Sebaliknya, jika sampai pada ruangan L, Pak Dengklek langsung kalah. Selain itu, Pak Dengklek akan tetap berpindah-pindah selama belum menang maupun kalah. Berapa peluang Pak Dengklek untuk menang?

- a. 0
- b. $\frac{1}{3}$
- c. $\frac{1}{2}$
- d. $\frac{2}{3}$
- e. 1

$$P(W) = P(W|S) + P(W|X) + \cancel{P(W|L)}$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \cancel{\frac{1}{3}}$$

```

graph LR
    S((sunny)) -- "0.2" --> S
    S --> R((Rainy))
    
```

$$P(X) = \cancel{P(X|W)} * P(W) + P(X|S) * P(S) + \cancel{P(X|L)} * P(L) = \frac{1}{3}$$

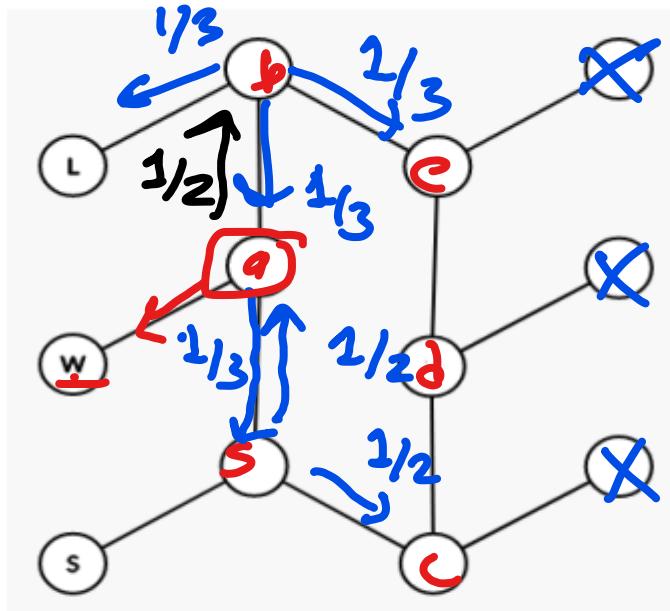
$$P(A) = P(A|x_1) * P(x_1) +$$

$$P(A|x_2) * P(x_2) + \dots + P(A|x_n) * P(x_n)$$

$$= \frac{1}{3} * 1 + \frac{1}{2} * \frac{1}{3} = \frac{3}{6}$$

Markov Chain

15. Diberikan denah ruangan seperti pada gambar di bawah.



Mula-mula Pak Dengklek berada pada ruangan S. Setiap saat, dengan peluang yang sama Pak Dengklek berpindah ke ruangan lain yang bersebelahan dengan ruangan saat ini. Jika Pak Dengklek sampai pada ruangan W, Pak Dengklek langsung menang. Sebaliknya, jika sampai pada ruangan L, Pak Dengklek langsung kalah. Selain itu, Pak Dengklek akan tetap berpindah-pindah selama belum menang maupun kalah. Berapa peluang Pak Dengklek untuk menang?

$$P(a|S) = 1/2$$

$$P(c|S) = 1/2$$

∞

$$P(w) =$$

$$\frac{P(a)}{P(b)} =$$

$$= P(a|S) * P(s) + P(a|b) * P(b)$$

$$= P(b|a) * P(a) + P(b|e) * P(e)$$

$$\underline{P(w|a)}$$

$$\underline{P(w|b)}$$