

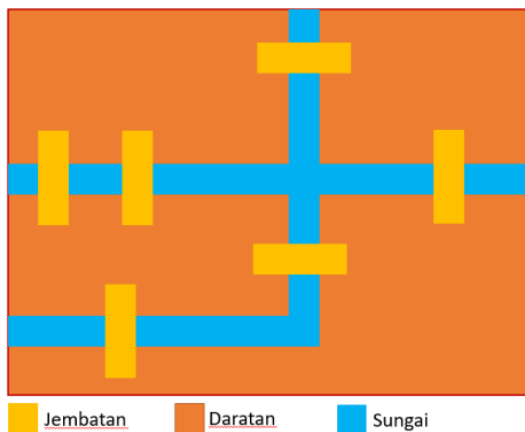
## Soal Latihan Mandiri Set 5

### A. Berpikir Komputasional

1. Perhatikan deskripsi soal di bawah ini!

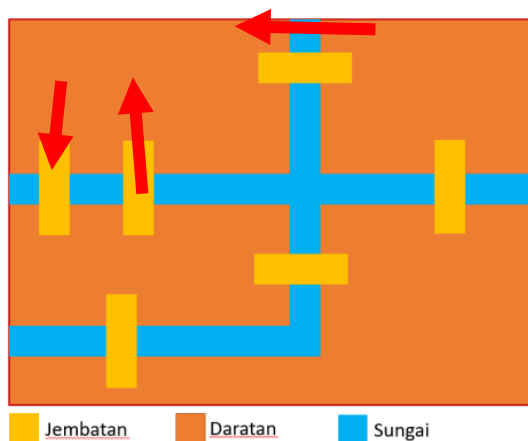
#### JEMBATAN

Desa Pak Dengklek adalah desa yang sangat terkenal karena letaknya yang sangat dekat dengan sungai BorBor. Keindahan sungai BorBor menjadi daya Tarik utama para wisatawan. Sayangnya, arus Sungai Borbor sangat kuat sehingga tidak mungkin manusia dapat menyebrangi sungai tersebut. Oleh karena itu, pada tahun 2018 dibangunlah 6 buah jembatan untuk menyebrangi sungai tersebut. Letak jembatan - jembatan tersebut dapat dilihat pada gambar berikut!



Suatu hari Pak Dengklek penasaran, jika ia hanya dapat melewati setiap jembatan sebanyak satu kali, berapa kali minimal ia melewati jembatan-jembatan yang ada hingga ia tidak dapat melewati jembatan manapun lagi? {tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}

**JAWABAN : 3**



setelah itu ia tidak dapat melewati jembatan manapun lagi.

2. Perhatikan deskripsi soal di bawah ini!

**KOTAK AJAIB**

	1	2	3	4
1			■	
2	■	■		■
3		■	■	
4	■	■		■
5			■	
6			■	
7	■	■		■
8			■	

Adi, Bebi dan Cantika sedang mencari kotak berisi harta karun yang disembunyikan Kapten Daniel. Adi diberitahu letak baris kotak itu berada, sedangkan Bebi diberitahu letak kolom kotak itu berada, dan Cantika diberitahu penjumlahan kolom dengan baris kotak itu berada. Dan terjadilah percakapan berikut :

Adi : "Aku belum tahu letak kotak itu"

Bebi : "Aku juga"

Cantika : "Aku baru saja mengetahuinya karena si Bebi."

Adi dan Bebi : "Aku juga sudah tau sekarang"

Maka angka berapa yang diberitahu Daniel kepada Cantika itu berada ? **{tuliskan jawaban dalam bentuk ANGKA saja}**

Perhatikan bahwa setiap kalimat yang diucapkan, pasti mengeliminasi beberapa kotak yang tidak mungkin berisi harta karun.

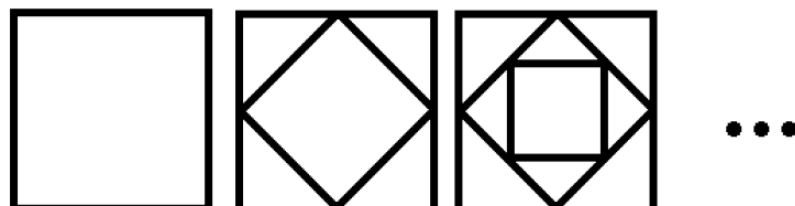
- Ucapan Adi mengeliminasi kotak tunggal pada suatu baris.
- Ucapan Bebi mengeliminasi kotak tunggal pada suatu kolom.
- Ucapan Cantika yang berhasil menemukan memberikan petunjuk kepada kita bahwa hasil penjumlahan BARIS dan KOLOM tempat harta karun itu berada BERBEDA DENGAN YANG LAIN setelah Bebi mengeliminasi kotak yang membuatnya bingung yaitu kotak (3,3)

Sehingga diketahuilah bahwa harta karun ada pada koordinat (2,4) dengan kolom+baris = 6.

3. Perhatikan deskripsi soal berikut ini!

#### POLA PERSEGI

Mula-mula terdapat sebuah persegi dengan luas 1 satuan. Kemudian titik tengah sisi persegi tersebut dihubungkan ke titik tengah sisi yang bersebelahan sehingga membentuk pola seperti berikut:



Jika hal itu terus dilakukan sampai ukuran persegi yang sangat amat kecil sekali, maka berapa jumlah luas persegi-persegi tersebut termasuk juga luas persegi awal?{jawaban berupa angka bulat}

**JAWABAN : 2**

Dengan deret tak berhingga, kita dapat menyelesaikan persoalan ini karena luas perseginya membentuk pola sebagai berikut:

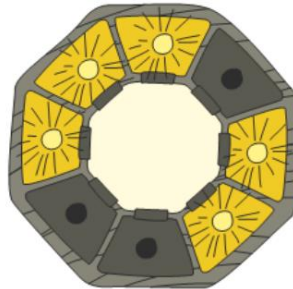
1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ , ..., dst.

$$S_{\infty} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \text{ satuan}$$

4. Perhatikan deskripsi soal di bawah ini!

#### LAMPU KANTOR

Delapan bebras menempati ruang masing-masing di kantor. Saat di kantor, para bebras menyalakan lampu, dan mematikannya saat pergi. Atasan mereka memeriksa bebras yang hadir dengan melihat lampu. Gambar di bawah menunjukkan bahwa tidak semua bebras bekerja hari ini. Sang atasan membuat catatan bebras yang bekerja dan yang tidak bekerja, dengan menggunakan simbol-simbol untuk lampu menyala dan lampu mati yang berbeda, tanpa perlu tahu mana awal dan mana yang terakhir.



Catatan mana yang sesuai dengan gambar di atas?

- a. # & & # # & #
- b. & # & & # & #
- c. # & # # & & &
- d. & & # & & # # &

**JAWABAN : D**

Soal ini memungkinkan kita untuk memilih awal dan akhir.

Pilihan A sudah pasti salah karena Jumlah lampu yang menyala = 5 dan lampu mati = 4 sedangkan pilihan A menunjukkan kedua catatan untuk lampu menyala dan mati sama sama berjumlah 4

Pilihan B salah karena jika kita misalkan & = lampu menyala dan # = lampu mati, maka harusnya ada catatan terlihat bahwa dua kamar dengan lampu mati berturut – turut “##” sedangkan di pilihan tidak ada. Jika & = lampu mati dan # = lampu menyala salah karena tidak ada 3 kamar dengan lampu mati berturut – turut.

Pilihan C salah, dengan metode sama seperti validasi pilihan B sebelumnya, tidak ada 4 kamar berturut – turut dengan lampu menyala / mati.

Karena A,B, dan C salah maka jawabannya adalah D



## B. Penyelesaian Masalah

1. Tentukan nilai  $n$  terbesar sehingga  $2024!$  habis dibagi  $10^n$  {jawaban berupa angka bulat}

JAWABAN : 503

Untuk menghitung banyak angka nol dalam digit penyusun hasil operasi faktorial atau disebut sebagai *trailing zero* suatu bilangan  $n!$  kita bisa menggunakan rumus :

$$\left\lfloor \frac{n}{5^1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{n}{5^2} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor \frac{n}{5^k} \right\rfloor$$

Untuk  $5^k \leq n$ .

$$\left\lfloor \frac{2024}{5^1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2024}{5^2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2024}{5^3} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2024}{5^4} \right\rfloor = 404 + 80 + 16 + 3 = 503$$

2. Banyaknya bilangan yang habis membagi  $2024^{2025} \times 2025^{2026}$  dapat dinyatakan sebagai  $n$ .  
dua digit terakhir dari  $n$  adalah ... {jawaban berupa angka bulat}

Jawaban : 25

Dengan faktorisasi prima kita akan menemukan

$$2024^{2025} \times 2025^{2026} = (2^3 \times 11 \times 23)^{2024} \times (3^4 \times 5^2)^{2026} \\ (2^3 \times 11 \times 23)^{2024} \times (3^4 \times 5^2)^{2026} = 2^{6072} \times 11^{2024} \times 23^{2024} \times 3^{8104} \times 5^{5052}$$

Dengan menggunakan tau function kita akan menemukan banyak faktornya adalah

$$(6072 + 1)(2024 + 1)(2024 + 1)(8104 + 1)(5052 + 1)$$

Mencari dua digit terakhirnya kita tinggal modulo saja dengan 100

$$(73)(25)(25)(05)(53) \bmod 100 = 25$$

3. Diberikan himpunan

$$A = \{1, 4, 7, 10, \dots, 100\}$$

Bilangan asli  $N$  adalah bilangan yang memenuhi sifat, setiap himpunan bagian dari  $A$  dengan  $N$  anggota memuat dua bilangan yang jumlahnya adalah 104. Nilai terkecil bagi  $N$  adalah...{jawaban berupa angka bulat}

JAWABAN : 33

Ada 33 pasang bilangan dari himpunan tersebut yang jika dijumlah hasilnya sama dengan 104. Jika 1 dan 52 diabaikan, maka berdasarkan prinsip sarang burung merpati, minimal harus diambil 34 bilangan agar memenuhi syarat. Jika 1 dan 52 dimasukkan ke himpunan ini, didapat 36 anggota yang minimal harus diambil agar memenuhi syarat.

4. Maul membeli permen di supermarket. Permen di supermarket ini terdiri dari tiga kategori, yaitu bungkus kecil berisi 6 permen, bungkus sedang berisi 9 permen dan bungkus besar berisi 20 permen. Banyak permen maksimum yang tidak bisa diperoleh Maul adalah ... {jawaban berupa angka bulat}

Jawaban : 43

Pembahasan :

Gunakan teorema McChicken Nugget Theorem

Misalkan  $N$  adalah banyak permen terbanyak yang tidak bisa diperoleh Maul.

$N$  adalah bilangan bulat positif terbesar yang tidak dapat ditulis sebagai

$$6x + 9y + 20z, \quad x, y, z \text{ bulat nonnegatif.}$$

Substitusi  $z = 0$ , sebarang bilangan bulat positif kelipatan 3, selain 3 itu sendiri dapat dinyatakan sebagai bentuk di atas.

Untuk  $z = 1$ , sebarang bilangan bulat positif berbentuk  $3k + 2$  lebih besar dari 23 dapat disajikan dalam bentuk di atas, dan untuk  $z = 2$ , sebarang bilangan bulat positif berbentuk  $3k + 1$  lebih besar dari 43

5. Tiga digit terakhir dari  $1 \times 3 \times \dots \times 2019$  adalah...

Jawaban : 875

- Menggunakan Chinese Remainder Theorem, jika

$$A = 1 \times 3 \times \dots \times 2019$$

Cukup dicari sisa pembagian 8 dan 125

$$GCD(8, 125) = 1.$$

$$8 * 125 = 1000$$

Mengingat  $1 < 125 < 2019$  dan juga merupakan bilangan ganjil, maka jelas bahwa

$$A \equiv 0 \pmod{125}.$$

Diperhatikan bahwa A dapat ditulis sebagai

$$A = 2019 \times 2017 \times \prod_{k=0}^{251} (8k+1)(8k+3)(8k+5)(8k+7) \equiv 1.3. \prod_{k=0}^{251} 1.3.(-3).(-1) \equiv 3 \pmod{8}.$$

Didapat persamaan modulo

$$A \equiv 0 \pmod{125}, A \equiv 3 \pmod{8}, \text{ dengan penyelesaian terkecil } 875.$$

### C. Algoritmitika

Perhatikan potongan program di bawah ini untuk nomor 1 – 3!

```

1      int meng(int a, int b) {
2
3          if(a == b) {
4              return a;
5          }else if(a > b) {
6              a -= b;
7              return meng(a, b);
8          } else {
9              b -= a;
10             return meng(a, b);
11         }
12
13     }
14     int inet(int x, int y){
15         int val = meng(x,y);
16         if(val > 1){
17             return x/meng(x,y)*y/meng(x,y);
18         }else{
19             return 0;
20         }
21     }

```

1. Jika dipanggil fungsi meng (65536, b) berapakah nilai b yang memenuhi sehingga kembaliannya bernilai 32? **{jawaban berupa angka bulat}**

**JAWABAN : 32**

Fungsi meng(a,b) mengembalikan nilai fpb(a,b). Jika diperhatikan  $65536 = 2^{16}$  agar  $\text{fpb}(2^{16}, b) = 2^5$  cukup jelas nilai b yang memenuhi adalah 32.

2. Nilai kembalian dari fungsi meng (2088, 1923) adalah ... **{jawaban berupa angka bulat}**

**JAWABAN : 3**

$$\text{FPB}(2088, 1923) = 3$$

3. Nilai kembalian dari fungsi inet (8668, 6226) adalah... **{jawaban berupa angka bulat}**

**JAWABAN : 1**

$$\text{Fungsi inet mengembalikan nilai } x/y \cdot 8668/6226 = 1.$$

Perhatikan potongan program di bawah ini untuk nomor 4 – 6!

```

1      int merah(int a,int b){
2          if(b == 0) return a;
3          return merah(a+1,b-1);
4      }
5      int biru(int a, int b){
6          if(b == 0) return a;
7          return biru(a-1,b-1);
8      }
9      int kuning(int a, int b){
10         if(b == 1) return a;
11         return (a+kuning(a,b-1));
12     }
13     int hijau(int a, int b){
14         if(a - b == 0) return 1;
15         return (1+hijau(a-b,b));
16     }

```

4. Jika dipanggil fungsi

```
merah(kuning(8,2),hijau(kuning(7,9),biru(9,2)))
```

Maka nilai kembaliannya adalah ... {jawaban berupa angka bulat}

JAWABAN : 25

merah(a,b) = a + b

biru(a,b) = a – b

kuning(a,b) = ab

hijau(a,b) = a/b

$\text{merah}(8 * 2, (7*9) / (9-2)) = 16 + (63/7) = 16 + 9 = 25$

5. Diketahui pemanggilan beberapa kali fungsi di atas menghasilkan kembalian sebagai berikut

Pemanggilan Fungsi	Nilai Kembalian
merah(kuning(3,x), kuning(4,y))	23
merah(kuning(2,x), kuning(7,y))	24

Berdasarkan informasi di atas nilai x dan y yang memenuhi adalah ... {tuliskan nilai x dan y dipisahkan oleh spasi contoh jika x = 1, y=0 tuliskan 1 0}

JAWABAN : 5 2

Pemanggilan fungsi di atas membuat sistem persamaan :

$3x + 4y = 23$

$2x + 7y = 24$

Akan didapat solusinya  $x = 5, y = 2$

6. Jika subprogram di atas dijalankan ke dalam program berikut

```

1 int main(){
2   int res = 0;
3   for(int i = 1; i<=7 ; i++){
4     for(int j=1;j<i;j*=2){
5       res += merah(i,j) + kuning(i,j) + biru(i,i);
6     }
7   }
8   cout<<res<<endl;
9 }

```

Maka keluarannya bernilai ... {jawaban berupa angka bulat}

**JAWABAN : 247**

Karena angka yang tidak terlalu besar anda dapat melakukan simulasi dan akan diperoleh keluarannya bernilai 247.

Perhatikan potongan program di bawah ini untuk nomor 7 – 9!

```

1 long long so = n;
2   for (int i = 2; i * i <= n; i++) {
3     if (n % i == 0) {
4       while (n % i == 0)
5         n /= i;
6       so -= so / i;
7     }
8   }
9   if (n > 1)
10    so -= so / n;

```

7. Tentukan berapa nilai akhir so jika  $n = 10^8$  {jawaban berupa angka bulat}

Program di atas menghasilkan so bernilai  $\phi(n)$  sesuai dengan aturan Euler Totient Function

$$\phi(n) = n \prod_{p \text{ prime} \mid n} \left(1 - \frac{1}{p}\right)$$

$$\begin{aligned}
 \phi(n) &= \phi(p_1^{a_1}) \cdot \phi(p_2^{a_2}) \cdots \phi(p_k^{a_k}) \\
 &= (p_1^{a_1} - p_1^{a_1-1}) \cdot (p_2^{a_2} - p_2^{a_2-1}) \cdots (p_k^{a_k} - p_k^{a_k-1}) \\
 &= p_1^{a_1} \cdot \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \cdot p_2^{a_2} \cdot \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdots p_k^{a_k} \cdot \left(1 - \frac{1}{p_k}\right) \\
 &= n \cdot \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{p_k}\right)
 \end{aligned}$$

Dengan cara sederhana kita dapat menentukan bahwa

$$\phi(10) = 4$$

$$\phi(100) = 40$$

$$\phi(1000) = 400$$

.....

$$\phi(10^n) = 4 \cdot 10^{n-1}$$

Sehingga

$$\phi(100000000) = \phi(10^8) = 4 \cdot 10^7 = 40000000$$

8. Untuk n bilangan prima apakah so pada akhirnya akan selalu bernilai 0? {jawaban berupa YA/TIDAK}

**JAWABAN : TIDAK**

$\Phi(n) = 1$  saat n bernilai prima

9. Kompleksitas program di atas adalah ...

- $O(N)$
- $O(N^2)$
- $O(\log N)$
- $O(\sqrt{N})$
- $O(1)$

**JAWABAN D**



Perhatikan batas iterasi yaitu  $i^2 \leq N$

Perhatikan potongan program di bawah ini untuk nomor 10 – 12!

```
1  int kriuk[100], krauk[100];
2      for(int i = 0; i<100; i++){
3          kriuk[i] = krauk[i] = 0;
4      }
5      krauk[0] = 1;
6      krauk[1] = 2;
7
8      for(int i = 0; i<100; i++){
9          if(i>0){
10             kriuk[i] = 2*kriuk[i - 1] + krauk[i - 1];
11             krauk[i] = 2*kriuk[i];
12         }
13     }
```

10. Jika program dijalankan nilai `krauk[10]` adalah ... {jawaban berupa angka bulat}

Misalkan  $kriuk[i] = g(n)$   
 $krauk[i] = f(n)$

maka didapat :

$$g(n) = 2g(n-1) + f(n-1)$$
$$f(n) = 2g(n) \quad \text{atau} \quad 2g(n-1) = f(n-1)$$
$$g(n) = \frac{f(n-1) + f(n-1)}{2} = f(n-1)$$
$$f(n) = 2 \cdot 2f(n-1)$$
$$f(n) = 4f(n-1), \text{ untuk } f(1) = 2$$
$$f(1) = 2 = 2^1$$
$$f(2) = 8 = 2^3$$
$$f(3) = 32 = 2^5$$
$$f(4) = 128 = 2^7$$

-----

sehng didapat  $f(10) = 2^{2 \cdot 10 - 1}$   
 $= 2^{20-1}$   
 $= 2^{19}$   
 $= 524288$

*Jika diperhatikan polanya  $f(n) = 2^{2n-1}$*

11. Jika kode pada baris ke-6 dirubah menjadi `krauk[1] = a`; untuk a adalah suatu bilangan bulat tertentu maka nilai `krauk[i]` untuk  $1 < i < 100$  adalah ...

- a.  $a^i$
- b.  $2^{2i-1}$
- c.  $a \times i$
- d.  $a^{2i-1}$
- e. Tidak dapat ditentukan

**JAWABAN B**

Lihat pembahasan nomor 10

12. Manakah pernyataan di bawah ini yang benar?{pilihan dapat lebih dari 1}
- a. Berapapun nilai krauk[1] hasil krauk[3] = 32.
  - b. Kompleksitas program tersebut  $O(2^N)$
  - c. Jika definisi pada kode baris ke-5 yaitu krauk[0] = 1 dihapus maka tidak berpengaruh apapun selama ada definisi krauk[1] = 2
  - d. A,B, dan C benar

**JAWABAN A**

Jika krauk[0] = 1 dihapus akan menjadi masalah karena itu merupakan base case.

Kompleksitas program adalah  $O(N)$  karena mengikuti jumlah iterasi yaitu 100.

Perhatikan potongan program di bawah ini untuk nomor 13 – 15!

```
1 string S = "SELAMATSUKSES";
2
3 for(int i = 0; i<13; i++){
4     if(i%3 == 0){
5         S[i] = 'O';
6     }
7 }
8
9 cout<<S<<endl;
```

13. Berdasarkan program di atas, jika program dijalankan maka keluarannya adalah ...{tuliskan jawaban berupa string dengan huruf kapital}

**JAWABAN : OELOMAOSUOSEO**

Program di atas akan mengganti huruf indeks ke-i jika i kelipatan 3 maka diganti dengan O, sehingga string akan berubah menjadi : "OELOMAOSUOSEO".

14. Kompleksitas program di atas adalah ...

- a.  $O(N)$
- b.  $O(N+1)$
- c.  $O(N-1)$
- d.  $O(N^2)$
- e.  $O(\log N)$

**JAWABAN A**

15. Jika kode pada baris ke-5  $S[i] = 'O'$  diganti menjadi  $S[i+1] = 'N'$  maka keluarannya adalah ... {tuliskan jawaban berupa string dengan huruf kapital}

**JAWABAN : SNLANATNUKNES**