

## NT episode 1.3

السلام عليكم يا شباب

رجعنا مع سلسلة ال nt

حلقة ٣: "هو ده المنطق؟"

هنتكلم ان شاء الله علي theorem لازم تكون فداغنا.

كنا قاعدين فالقاعة عادي فجأة طلعنا من جني من الاستاند بتاعة التصوير و طلب منا ٣ حاجات و قالنا مفروض تثبتوها عشان تعرفوا تخرجوا من القاعة و تروحوا وافقنا للاسف عشان مفيش بأيدينا حاجة قالنا اول theorem :

نفترض اني عندي رقم  $a_1$  و عملته divided ب  $b$  يعني  $a_1/b$  و طلع remainder هو  $r$

و لو عندي رقم ثاني  $a_2$  و برضو عملته divided ب  $b$  و طلع remainder هو  $r$

لو الشرطين دول اتحققوا يبقى

$a_1 - a_2$  is divisible by  $b$

$b | a_1 - a_2$

هي ال theorem بتقول كده باختصار لو عندي رقمين و عملت لكل واحد فيهم divided علي رقم  $b$  و الاتنين طلعوا نفس ال remainder يبقى كده لو عملت  $a_1 - a_2$  هيبقي الرقم الي طلع  $a_1 - a_2$  divisible by  $b$

تعالوا نثبت الكلام ده و خلي بالنا من زمايلنا الي اكبر مننا فالبروفز نفهمها كويس عشان ممكن تيجي عادي فالامتحان

يلا بيينا

لحد دلوقتي عدي علينا نوعين كده من التفكير ازاي نبدأ فالبروف:

١- بنبي من الاول لحد ما نوصل للي هو عايزه

٢- ناخذ الي قاله و نوصل بيه ل theorem مثبتة من المادة

تعالوا نستخدم ثاني طريقة

هو قالي ان عندهم نفس ال remainder فتعالوا نفترض و نحط ال division equation ليهم

$$a_1 = q_1 * b + r$$

$$a_2 = q_2 * b + r$$

تعالو نعمل  $a_1 - a_2$

$$a_1 - a_2 = (q_1 - q_2) * b$$

ثواني هو مش كده ال remainder زيرو يعني كده

$$b | a_1 - a_2$$

كده اثبتنا اول جزء فاضل اننا تثبت ان عندهم نفس ال remainder

طب تمام لو  $b | a_1 - a_2$

$$a_1 - a_2 = k * b$$

و من ال division equation الي فوق قايلين ان

$$a_2 = q_2 * b + r$$

تمام عوض بال  $a_2$

$$a_1 - q_2 * b - r = k * b$$

هات ال  $a_1$  لوحدها

$$a_1 = q_2 * b + k * b + r$$

خد  $b$  as a common factor

$$a_1 = (q_2 + k) * b + r$$

يبقي هنا ال quotient هو  $q_2 + k$  و ال remainder طلع فعلا  $r$  زي  $a_2$  كده اثبتنا تاني جزء انهم عندهم نفس ال remainder

تعالوا نضرب مثال

$$a_1 = 100 \text{ and } a_2 = 1 \text{ and } b = 3$$

$$a_1 \% b = 1 \text{ and } a_2 \% b = 1$$

عندهم نفس ال remainder

طب تعالوا نشوف بقا لو  $b | a_1 - a_2$

 is  $3 | 99$  ? Yes the theorem is right  $99 = 1 - 100$

البروف عايز يتبص عليه كذا مرة عشان تتعمق فيه شوية لكن متيسر بعون الله

جيه بعثنا الstatement دي عشان نناقشها

Assume  $a$  is not divisible by 2 ( $a$  is odd). What possible remainders can  $a$  have when divided by 4

بيقول اننا جينا نشوف لو الرقم  $a$  لقيناه مش بيقبل القسمة علي ٢ يعني الرقم odd فلو قسمناه علي ٤ ايه الremainders الي ممكن تبقي موجودة؟

اول حاجة احنا عارفين ان اي رقم ينقسم علي  $b$  فالremainders احتمالاتها هي من 0 ل  $b-1$  يعني فالمثال ده هي 4

يبقي احتمالات الremainder هي

0,1,2,3

لو قولنا ان الremainder 0 معني كده ان الرقم ده even بس احنا قايلين انه odd فمعني كده ال0 مش معانا طب و كذلك لو لاحظنا ال2 و تعالوا نشوف

نفترض أن الremainder هو 2

يبقي الdivision equation هتبقى

$$a = q \cdot 4 + 2$$

يعني لو حطينا ال  $q$  باي رقم ال  $a$  هتبقى even و ده منافي للي قاله فالstatement

يبقي كده احتمالات الremainders هي 1,3

تعبت من البروفز و فقدت الامل فالخروج لقيت صديقي القديم كشميري جيه و حط ايده علي كتفي و هزني كده و قال كمل اخر واحدة و ان شاء الله ربنا يكرمك اجتهد بس قولتله طب ساعدني قالي ماشي

اخر statement

Is it true that for any four integers  $a_1, a_2, a_3$ , and  $a_4$  there are two of them whose difference is divisible by 3

بيقول انه هل فيهم رقمين مثلا  $a_1$  و  $a_2$  لو عملنا

$$a_1 - a_2$$

النتاج هيبقي divisible by 3

قولت لكشميري ثواني مش دي الي اثبتناها ان لو رقمين عندهم نفس الremainder لو قسمنا كل منهم علي  $b$  يبقي  $a_1 - a_2$  is divisible by  $b$

قالي اه يبقي كده عايزين رقمين لو قسمنا كل منهم علي 3 يطلع نفس ال remainder قولتله طب ازاي ؟

قالي لو جبت اي ٤ ارقام فالدنيا هيبقي فيه اثنين نفس ال remainder و هثبتاك

ايه احتمالات ال remainders لو قسمنا علي 3

قولتله 0,1,2

قالي بظبط هما 3 احتمالات و انت عندك اربع ارقام يعني لو رقم قسمته علي 3 و طلع remainder مثلا 0 و الثاني طلع 1 و الثالث طلع 2 فالرابع هيطلع يأما 0 او 1 او 2 الي كده كده طلوعا قبل كده مع رقم من الي فاتوا فكده متأكدين ان فيه رقمين عندهم نفس ال remainder

و بكده نستخدم الي اثبتناه ان عندنا رقمين طلوعوا نفس ال remainder لما اتقسموا علي 3 يبقي ال difference ما بينهم هيبقي divisible by 3

تعالى مثال

1,27,5, 100

$2=3\%0,5=3\%1,27=3\%1,1=3\%100$

كده عندنا 100 و 1 نفس ال remainder

يبقي

100-1=99%3=0 so its divisible by 3 , 100-1 is divisible by 3

كده حلينا التلت statements و الجني فتحلنا باب القاعة شكرت صديقي كشميري جدا و خرجنا انا و هو فرحانين اننا هنرجع البيت اخيرا و بينما كشميري نازل عالسلم اذا بصوت يقول محدش هيروح غير لما نناقش التضخم ببص بشوف مين ده؟

دكتور هشام!!!

...To be continued

و عقبال ما نوصل للحلقة الجاية استعن بالله السلام عليكم..