Université El Bachir El Ibrahimi - BBA Le : 14/01/2023

Faculté des Sciences et de la technologie

Département : ST

Examen de Physique 1

Questions de cours : (4 points)

1. Démontrer le théorème de l'énergie cinétique $\Delta E_C|_A^B = \sum W(\vec{F}_{ext})$.
2. Montrer que la dérivée par rapport au temps du moment cinétique $\vec{L}$ par rapport à un point fixe O correspond au moment de la résultante des forces $\frac{d\vec{L}_{/O}}{dt} = \vec{\tau}(\vec{F})_{/O}$

Exercice 01 : (4 points)

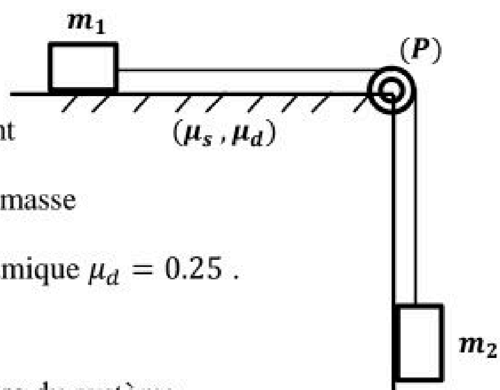
Une particule M est repérée en coordonnées cartésiennes par ses coordonnées (x, y, z) selon les équations :

$x = \frac{1}{2}\alpha t^2$, $y = \beta t$, $z = \frac{3}{2}\alpha t^2$, où : α et β sont des constantes positives.

1- Trouver les vecteurs vitesse et accélération.

2- Trouver l'équation de la trajectoire du point $P(x, y)$ projection du point M sur le plan (XOY) .

Exercice 02 : (6 points)



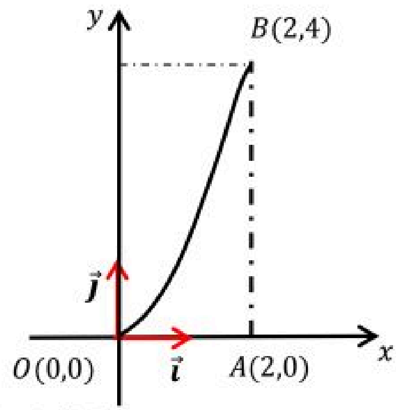
Soit le système représenté sur la figure 1.

Les deux masses sont liées par un fil inextensible de masse négligeable passant par une poulie de masse négligeable. Le plan horizontal sur lequel est posé la masse m_1 est caractérisé par des coefficients de frottement statique $\mu_S = 0.4$ et dynamique $\mu_d = 0.25$.

1. Représenter les forces agissant sur le système.
2. Calculer la masse minimale m_2 qu'il faut mettre pour rompre l'équilibre du système.
3. Si on remplace la masse m_2 par une masse $m_2' = 4\ kg$, le système acquiert une accélération. Calculer l'accélération du système.

On prend : $m_1 = 3\ kg$, $g = 10\ m.s^{-2}$

Exercice 03 : (6 points)



Une particule de masse m est sous l'action d'une force définie par l'équation :

$\vec{F}(x, y) = x^2 y\vec{i} + y^2 x\vec{j}$

Calculer le travail de la force $W(\vec{F})$ nécessaire pour déplacer la particule selon les chemins suivants : 1- Suivant la trajectoire d'équation $y = x^2$ du point $O(0,0)$ au point $B(2,4)$

2- Parallèlement à l'axe (Ox), du point $O(0,0)$ au point $A(2,0)$ puis parallèlement à l'axe (Oy) de $A(2,0)$ au point $B(2,4)$.

3- Cette force dérive-t-elle d'un potentiel ? Pourquoi ?

Bon Courage !

Corrigé de l'examen de physique 1

Le 14/01/2023

Questions de cours : 4pts

1) Démonstration :

$$W(\vec{F})\Big|_A^B = \int_A^B \vec{F}\,\vec{dl} \quad 0{,}5$$

D'après la deuxième loi de Newton : $\vec{F} = m\vec{a} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt}$ 0,5

$$W(\vec{F})\Big|_A^B = m\int_A^B \frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{l} = m\int_A^B d\vec{v}\left(\frac{d\vec{l}}{dt}\right)$$

$$= m\int_A^B \vec{v}\,d\vec{v} \; (0{,}5) = \frac{1}{2}m\left[v^2\right]_{v_A}^{v_B} = \frac{1}{2}m v_B^2 - \frac{1}{2}m v_A^2 \quad 0{,}5$$

$$W(\vec{F})\Big|_A^B = E_c(B) - E_c(A)$$

2°). Par définition : $\vec{L}_{/0} = \vec{r}\times\vec{p} = m\vec{r}\wedge\vec{v}$ 0,5 ; $\vec{r} = \vec{OM}$

et $\vec{\tau}_{/0}(\vec{F}) = \vec{r}\times\vec{F}$ 0,5

La dérivée du moment cinétique est :

$$\frac{d\vec{L}_{/0}}{dt} = m\frac{d}{dt}(\vec{r}\times\vec{v})$$

$$= m\frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{v} + m\vec{r}\times\frac{d\vec{v}}{dt} \quad 0{,}5$$

$$= m\underbrace{(\vec{v}\times\vec{v})}_{=\vec{0}} + m(\vec{r}\times\vec{a}) \quad 0{,}5$$

$$= \vec{r}\times(m\vec{a}) = \vec{r}\times\vec{F}$$

donc : $$\frac{d\vec{L}_{/0}}{dt} = \vec{\tau}_{/0}(\vec{F})$$

EXERCICE 01 : (4pts)

$x = \frac{1}{2}\alpha t^2$, $y = \beta t$; $z = \frac{3}{2}\alpha t^2$; α, β des constantes positives.

1). Vecteurs vitesse et accélération :

- $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$ (0,5)

$$\vec{v} = \alpha t \vec{i} + \beta \vec{j} + 3\alpha t \vec{k}$$ (0,5)

- $\vec{a} = \frac{d^2\vec{OM}}{dt^2}$ (0,5) $= \frac{d\vec{v}}{dt} = \alpha \vec{i} + 3\alpha \vec{k}$ (0,5)

2). Équation de la trajectoire du point P :

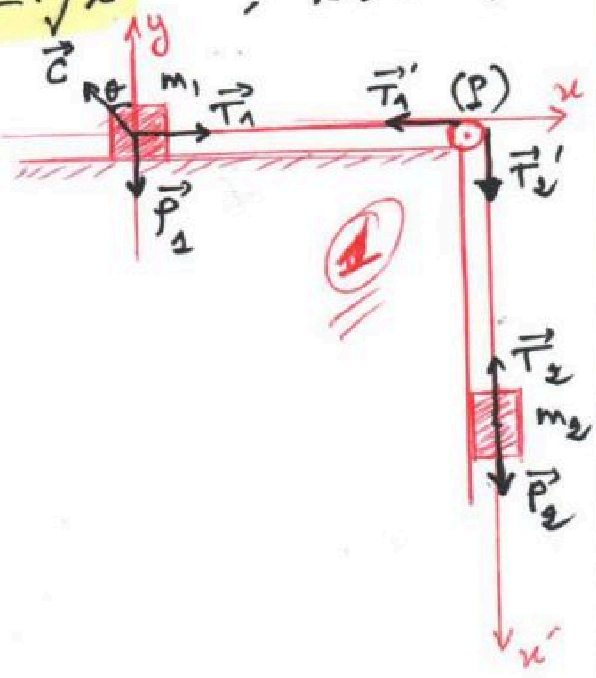
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad --- (1) \\ y = \beta t \quad --- (2) \end{cases}$$

de l'équation (2) : $t = \frac{y}{\beta}$ (1) remplacée dans l'équation (1) :

$$x = \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{y}{\beta}\right)^2 = \frac{\alpha}{2\beta^2}y^2$$

$$y^2 = \frac{2\beta^2}{\alpha}x \Rightarrow y = \sqrt{\frac{2\beta^2}{\alpha}}\cdot\sqrt{x} \quad ; x > 0$$ (1)

EXERCICE 02 : (6pts)



1°) Représentation des forces :

(Sur la figure ci-contre)

2)- Calcul de la masse m_2 pour rompre l'équilibre :

à l'équilibre : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$ 0,25

Masse (m_1) : $\vec{C} + \vec{P}_1 + \vec{T}_1 = \vec{0}$ 0,25

Projettée suivant (Ox) et (Oy) :

$$\begin{cases} (Ox) : T_1 - C_x = 0 \text{ --- } (1) \\ (Oy) : C_y - P_1 = 0 \text{ --- } (2) \end{cases}$$

0,25 ici : $C_x = f_s$; $C_y = R_1$

0,25

Comme : $\mu_s = \frac{C_x}{C_y}$ 0,25 $\Rightarrow C_x = \mu_s \cdot C_y$

D'après l'équation (2) : $C_y = P_1 = m_1 g$

$\Rightarrow C_x = \mu_s \cdot P_1 = m_1 g \mu_s$ ---- (3) 0,25

(3) dans (1) :

$$T_1 = C_x = m_1 g \mu_s \text{ --- } (4)$$

Masse (m_2) :

0,25

$P_2 - T_2 = 0 \Rightarrow T_2 = m_2 g$ --- (5)

Puisque la poulie est de masse négligeable et ~~le~~ fil est inextensible

$$T_1 = T_1' = T_2 = T_2' \text{ ----- } (6)$$ 0,25

De (4), (5) et (6) :

$m_1 g \mu_s = m_2 g \Leftrightarrow \boxed{m_2 = \mu_s \cdot m_1}$ 0,25

$\boxed{m_2 = 1,2 \text{ kg}}$ 0,25

3)- On remplace la masse m_2 par $m_2' > m_2$

Les masses m_1, m_2' acquièrent une accélération.

Comme le fil est inextensible $\Rightarrow a_1 = a_2 = a$.

et $T_1 = T_2 = T_1' = T_2' = T$

. P.F.D : $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ 0,25

Masse (m_1): $\vec{C}' + \vec{P}_1 + \vec{T} = m_1 \vec{a}_1$ (0,25)

Projettée suivant (Ox) et (Oy) :

$$\begin{cases} T - C'_x = m_1 a & \text{--- (7)} \\ C'_y - m_1 g = 0 & \text{--- (8)} \end{cases}$$ (0,25)

Comme : $\mu_d = \dfrac{C'_x}{C'_y} \Leftrightarrow C'_x = \mu_d \cdot C'_y = m_1 g \, \mu_d$ --- (9) (0,25)

(7) et (9) : $T = m_1 a + C'_x = m_1 a + \mu_d \cdot m_1 g$ --- (10)

Masse (m_2) : $\vec{T} + \vec{P}_2 = m'_2 \vec{a}_2$ (0,25)

Par projection sur l'axe ($O'x'$):

$m'_2 g - T = m'_2 a$ ---- (11) (0,25)

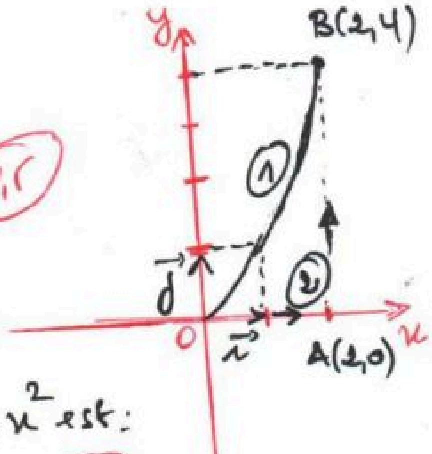
$T = m'_2 g - m'_2 a$ ---- (12)

De l'équation (10) et l'équation (12) :

$m_1 a + \mu_d m_1 g = m'_2 g - m_2 a$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{m'_2 - \mu_d \cdot m_1}{m'_2 + m_1} \cdot g}$$ (0,5)

A.N: $a = 4,64 \ m/s^2$ (0,5)



Exercice 03 : (6pts)

1) chemin (1) : $W_1(\vec{F})\Big|_0^B = \int_0^B \vec{F} \, d\vec{l} = \int_{x_0}^{x_B} F_x dx + \int_{y_A}^{y_B} F_y dy$ (0,5)

$y = x^2 \Rightarrow dy = 2x\,dx$ (0,5)

$0 \leq x \leq 2 ; 0 \leq y \leq 4$

Le travail suivant la courbe d'équation $y = x^2$ est:

$$W_1(\vec{F})\Big|_0^B = \int_0^2 x(\underbrace{x^2}_{y})\,dx + \int_0^2 (\underbrace{x^2}_{y^2})^2 \cdot x (\underbrace{2x\,dx}_{dy})$$ (0,5)

$$= \int_0^2 x^3 dx + 2\int_0^2 x^6 dx = 42,57 \ J$$ (0,5)

2) chemin (2) : $W_2(\vec{F})\Big|_0^B = \int_0^A \vec{F} \, d\vec{l} + \int_A^B \vec{F} \, d\vec{l}$

$W(\vec{F})\Big|_0^A = \int_0^2 F_x dx = \int_0^2 x \overset{=0}{y} dx = 0 \ J$ ($y = 0$) (0,5)

$$W_2(\vec{F})\Big|_A^B = \int_{y_A}^{y_B} F_y \, dy = \int_{y_A}^{y_2} y^2 x \cdot dy \qquad ; \; x = 2 \Rightarrow dx = 0$$

$$= 2\int_0^4 y^2 dy = \frac{2}{3}\left[y^3\right]_0^4 = 42,66 \text{ J} \quad 0,5$$

donc : $W_2(\vec{F})\Big|_0^B = W_2(\vec{F})\Big|_0^A + W_2(\vec{F})\Big|_A^B$ 0,5

$= 42,66$ J. 0,5

3°/ La force $\vec{F}$ 1 ne dérive pas d'un potentiel car $W_1(\vec{F}) \neq W_2(\vec{F})$ où le travail dépend du chemin suivi. 1

— " ——— " — " ———