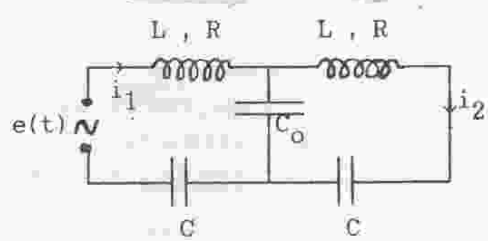
OSCILLATIONS FORCEES D'UN SYSTEME A DEUX DEGRES DE LIBERTE

<u>THEMES</u>: Réponse à une excitation sinusoïdale
Résonances et antirésonance
Influence du couplage sur les fréquences propres

I. <u>Etude de la réponse à une excitation extérieure sinusoïdale</u>:

On considère les circuits couplés symétriques de la figure 4 alimentés à présent par une source de tension sinusoïdale $e(t) = e_o \exp(j\omega t)$.



C_o étant la capacité du condensateur de couplage, le coefficient K de couplage entre les deux mailles est donné par (voir étude des oscillations libres):

$$K = \frac{C}{C + C_o} \quad \text{dont on déduit} \quad \frac{C_o}{C} = \frac{1 - K}{K}$$

Montrer que les tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$ aux bornes des condensateurs de la première et de la seconde maille respectivement, sont régies par les équations suivantes:

$$\ddot{v}_1 + 2\delta\,\dot{v}_1 + \omega_o^2\,\frac{1}{1 - K}\,v_1 - \omega_o^2\,\frac{K}{1 - K}\,v_2 = \omega_o^2\,e_o\,\exp(j\omega t)$$

$$\ddot{v}_2 + 2\delta\,\dot{v}_2 + \omega_o^2\,\frac{1}{1 - K}\,v_2 - \omega_o^2\,\frac{K}{1 - K}\,v_1 = 0$$

dans lesquelles on a posé $\delta = R/2L$ et $\omega_o^2 = 1/LC$.

On peut également étudier les oscillations du système à partir des courants de mailles $i_1(t)$ et $i_2(t)$ qui, par intégration, donneront les charges $q_1(t)$ et $q_2(t)$ et donc les tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$ cherchées.

Si on pose $Z = R + j(L\omega - 1/C\omega)$, impédance de chacune des mailles découplées, montrer qu'on a:

$$i_1 + i_2 = e / Z$$

$$i_1 - i_2 = jZC_o\omega\, i_2$$

Les solutions de ce système sont les suivantes

$$i_1 = \frac{1 + jZC_o\omega}{Z\ (\ 2 + jZC_o\omega\ )}\ e(t)$$

$$i_2 = \frac{1}{Z\ (\ 2 + jZC_o\omega\ )}\ e(t)$$

On en déduit

$$v_1(t) = \frac{\frac{K}{1 - K} + (\ (1-x^2) + 2j\beta x\ )}{(\ (1-x^2) + 2j\beta x\ )(\ \frac{2K}{1 - K} + (1-x^2) + 2j\beta x\ )}\ e(t)$$

$$v_2(t) = \frac{\frac{K}{1 - K}}{(\ (1-x^2) + 2j\beta x\ )(\ \frac{2K}{1 - K} + (1-x^2) + 2j\beta x\ )}\ e(t)$$

en posant $x = \omega / \omega_o$ et $\beta = \delta / \omega_o$.

Montrer que les amplitudes de $v_1(t)$ et $v_2(t)$ tendent respectivement vers $e_o/(1+ K)$ et $Ke_o/(1+ K)$ quand ω tend vers 0.

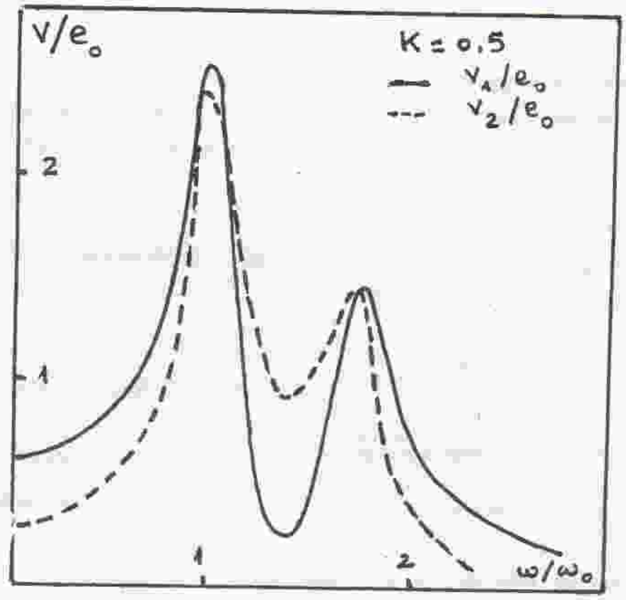


Figure 6: Variation de l'amplitude relative des réponses v_1/e_o et v_2/e_o en fonction de la pulsation relative ω/ω_o pour un système symétrique.

La figure 6 présente, à titre d'exemple, la variation des amplitudes relatives v_1/ e_o et v_2/ e_o en fonction de $x = \omega/\omega_o$ pour un coefficient de couplage K= 0.5. On y observe la présence de deux résonances pour chacune des amplitudes. La position de ces deux résonances dépend, bien entendu, du coefficient de couplage mais aussi du degré d'amortissement β. On constate cependant que, pour des amortissements faibles, les résonances se produisent pour des pulsations $\omega = \Omega_1$ et $\omega = \Omega_2$, pulsations propres du système. Ainsi, pour K=0.5, on a $\Omega_1 = \omega_o$ et $\Omega_2 = \omega_o\sqrt{3}$ (voir étude des oscillations libres). On observe bien sur la figure 6 que les deux résonances se produisent pour des valeurs de ω/ω_o très proches de 1 et de $\sqrt{3}$.

On constate également que pour une certaine pulsation comprise entre Ω_1 et Ω_2, l'amplitude de $v_1(t)$ devient très petite (d'autant plus petite que l'amortissement est faible). Ainsi, en excitant le système sur cette pulsation dite d'antirésonance, les oscillations de la première maille sont considérablement atténuées. Ce phénomène constitue le principe de l'atténuateur de vibrations.

Montrer que, dans le cas de très faibles amortissements ($\delta \ll \omega_o$), la pulsation ω_{min} pour laquelle on obtient l'atténuation de la vibration du premier degré de liberté est donnée par

$$\omega_{min}^2 \simeq \omega_o^2 \frac{1}{1 - K}$$

Dans une première partie, il s'agira d'observer à l'oscilloscope l'évolution des tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$, en fonction de la fréquence d'excitation puis de tracer les deux courbes de réponse donnant la variation de leurs amplitudes en fonction de ω, cela pour un coefficient de couplage donné. On mettra ainsi en évidence les phénomènes de résonance et d'atténuation de la vibration.

Au cours de la deuxième partie, on mettra à profit ce phénomène de résonance et les propriétés qui ont été mises en évidence pour étudier la variation des fréquences propres du système en fonction du coefficient de couplage.

II. Réalisation pratique

On reprendra le dispositif expérimental utilisé pour les oscillations libres, le GBF délivrant cette fois-ci une tension sinusoïdale de fréquence variable et d'amplitude maintenue constante durant toute la manipulation. Les tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$ sont observées selon la technique déjà employée (utilisation des fonctions $Y_1 + Y_2$ et $-Y_2$ de l'oscilloscope). On prendra $C = 47$ nF et $C_o = 0.22\ \mu F$. Les inductances peuvent être, selon les tables, des bobines de 500 tours (de résistance $\simeq 3\ \Omega$), des self-inductions AOIP de 100 mH (32 Ω) ou des bobines PHYWE de 35 mH (12 Ω).

Observer sur une des deux voies de l'oscilloscope le signal $e(t)$. Régler et noter son amplitude e_o qu'on choisira inférieure à 0.5 Volt.

A. Première partie

Etude des courbes de réponse en tension

1. Observation des réponses $v_1(t)$ et $v_2(t)$:

Connecter l'oscilloscope de telle sorte qu'il soit possible de visualiser alternativement les tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$. Faire varier sur une large gamme la fréquence du signal d'entrée $e(t)$ en observant la forme de v_1 et v_2. En particulier, mettre en évidence les résonances et l'atténuation de v_1. Mesurer les fréquences et les amplitudes à la résonance.

2. Tracé des courbes de réponse

Le tracé doit être effectué en même temps que les mesures. Les valeurs maximales des amplitudes ayant été mesurées précédemment, l'échelle verticale en v/e_o peut donc être définie au préalable. Par ailleurs, on fera varier la pulsation ω à partir de $\omega_o/3$ environ jusque vers $3\omega_o$.(Rappel: ω_o représente la pulsation propre de chacune des deux mailles découplées). L'échelle horizontale en ω peut donc également être définie à l'avance.

Relever et porter sur le graphe, pour chaque valeur de la pulsation ω, les amplitudes de $v_1(t)/e_o$ et de $v_2(t)/e_o$. Le voisinage des résonances doit être étudié avec soin: il sera nécessaire de resserrer les intervalles des fréquences entre les points de mesures pour bien rendre compte des pics. Chaque courbe devrait comporter une quinzaine de points environ.

3. Comparaison avec les prévisions:

Déduire, à partir du graphe, la valeur des pulsations de résonance Ω_1 et Ω_2 ainsi que ω_{min}, pulsation d'antirésonance de l'oscillation $v_1(t)$ puis estimer les valeurs limites des amplitudes quand ω tend vers 0. Calculer le coefficient de couplage en utilisant les différentes relations introduites dans la partie théorique.

Calculer la valeur théorique de ces mêmes grandeurs à partir des éléments du circuit.

Comparer les deux ensembles de valeurs.

Comparer également avec les valeurs de Ω_1, Ω_2 et K obtenues à partir de l'étude des oscillations libres.

B. Deuxième partie

Influence du couplage sur les fréquences propres

Les résultats obtenus au cours de la partie précédente ont permis de montrer qu'un système forcé à deux degrés de liberté entre en résonance chaque fois que la fréquence de l'excitation extérieure est égale (ou très proche) d'une des deux fréquences propres du système.
On se propose dans cette partie d'utiliser ce phénomène de résonance pour mesurer les pulsations propres Ω_1 et Ω_2 d'un système à deux degrés de liberté dont on fait varier le coefficient de couplage K. Le but est l'étude de l'évolution de Ω_1 et Ω_2 en fonction de K, évolution dont l'approche théorique a déja été exposée dans l'introduction aux oscillations libres.

On conserve le dispositif expérimental précédent avec la possibilité supplémentaire de modifier la capacité C_o à l'aide de divers condensateurs (0.22 μF, 47 nF, 10 nF) qu'on associera en série ou en parallèle. On obtient ainsi différentes valeurs du coefficient de couplage K.
Pour chacune de ces valeurs de K, on déterminera les deux pulsations de résonance Ω_1 et Ω_2.

Tracer sur le même repère les graphes de Ω_1^2 et Ω_2^2 en fonction de K. Comparer avec les prévisions théoriques et discuter.

16/20 Bien

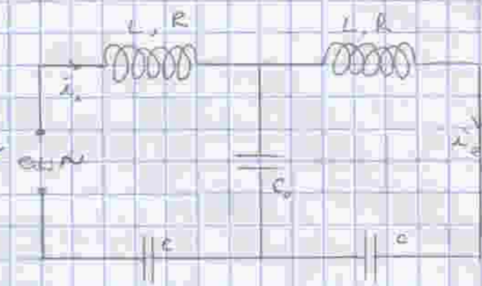
TP N° 4

Oscillations forcées d'un système à deux degrés de liberté

But :

Réponse à une excitation sinusoïdale
Résonances et antirésonance
Influence du couplage sur les fréquences propres.

I Étude de la réponse à une excitation extérieure sinusoïdale.



$e(t) = e_0 \exp(j\omega t)$

C_0 la capacité du condensateur de couplage.

K le coefficient de couplage entre les deux mailles tq : $K = \frac{C}{C + C_0} \Rightarrow \frac{C_0}{C} = \frac{1-K}{K}$

Les équations différentielles des tensions $V_1(t)$ et $V_2(t)$ dans les deux mailles :

$$\begin{cases} V_L + V_R + V_{C_0} + V_C = e(t) \\ V_L + V_R - V_{C_0} + V_C = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L\frac{di_1}{dt} + Ri_1 + \frac{1}{C_0}\int (i_1 - i_2)\,dt + \frac{1}{C}\int i_1\,dt = e(t) \\ L\frac{di_2}{dt} + Ri_2 + \frac{1}{C_0}\int (i_2 - i_1)\,dt + \frac{1}{C}\int i_2\,dt = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{di_1}{dt} + \frac{R}{L}i_1 + \frac{1}{LC_0}\int (i_1 - i_2)\,dt + \frac{1}{LC}\int i_1\,dt = \frac{e(t)}{L} \\ \frac{di_2}{dt} + \frac{R}{L}i_2 + \frac{1}{LC_0}\int (i_2 - i_1)\,dt + \frac{1}{LC}\int i_2\,dt = 0 \end{cases}$$

Aux bornes du condensateur on a : $q = VC \Rightarrow V = \frac{q}{C}$

donc $\dot{V} = \frac{dq}{dt}\frac{1}{C}$ avec : $\frac{dq}{dt} = i$ et donc $\dot{V} = \frac{i}{C}$

d'où $i = \dot{V}C \Rightarrow \frac{di}{dt} = \ddot{V}C$

$$\begin{cases} \ddot{V}_1 C + \frac{R}{L}\dot{V}_1 C + \left(\frac{1}{LC} + \frac{1}{LC_0}\right)\int \dot{V}_1 C\,dt - \frac{1}{LC_0}\int \dot{V}_2 C\,dt = \frac{e(t)}{L} \\ \ddot{V}_2 C + \frac{R}{L}\dot{V}_2 C + \left(\frac{1}{LC} + \frac{1}{LC_0}\right)\int \dot{V}_2 C\,dt - \frac{1}{LC_0}\int \dot{V}_1 C\,dt = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{V}_1 + \frac{R}{L}\dot{V}_1 + \left(\frac{1}{LC} + \frac{1}{LC_0}\right)\int \dot{V}_1\,dt - \frac{1}{LC_0}\int \dot{V}_2\,dt = \frac{1}{LC}e(t) \\ \ddot{V}_2 + \frac{R}{L}\dot{V}_2 + \left(\frac{1}{LC} + \frac{1}{LC_0}\right)\int \dot{V}_2\,dt - \frac{1}{LC_0}\int \dot{V}_1\,dt = 0 \end{cases}$$

on a : $\frac{1}{LC} + \frac{1}{LC_0} = \frac{1}{LC}\left(1 + \frac{C}{C_0}\right) = \frac{1}{LC}\left(\frac{C+C_0}{C_0}\right) = \frac{1}{LC}\left(\frac{C+C_0}{C} \cdot \frac{C}{C_0}\right)$

et encore : $K = \frac{C}{C+C_0}$ et $\frac{C}{C_0} = \frac{K}{1-K}$

donc : $\frac{1}{LC} + \frac{1}{LC_0} = \frac{1}{LC}\left(\frac{1}{K} \cdot \frac{K}{1-K}\right) = \left(\frac{1}{1-K}\right)\frac{1}{LC}$

avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ et $\delta = \frac{R}{2L}$

$$\boxed{\begin{cases} \ddot{V}_1 + 2\delta \dot{V}_1 + \omega_0^2 \left(\frac{1}{1-K}\right) V_1 - \omega_0^2 \frac{K}{1-K} V_2 = \omega_0^2 e_0 \exp(j\omega t) \\ \ddot{V}_2 + 2\delta \dot{V}_2 + \omega_0^2 \left(\frac{1}{1-K}\right) V_2 - \omega_0^2 \frac{K}{1-K} V_1 = 0 \end{cases}}$$

* On pose $Z = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$ c'est l'impédance de chacune des mailles découplées.

on a : $i(t) = i_0 \exp(j\omega t)$; $\frac{di}{dt} = j\omega i_0 \exp(j\omega t)$

$\int i\,dt = \frac{i_0}{j\omega} \exp(j\omega t) = \frac{1}{j\omega} i(t) = -\frac{j}{\omega} i(t)$

on remplace dans l'équation des deux mailles :

$$\begin{cases} j\omega i_1 + \frac{R}{L} i_1 - \left(\frac{1}{LC} + \frac{1}{LC_0}\right)\frac{j}{\omega} i_1 + \frac{1}{LC_0} \cdot \frac{j}{\omega} i_2 = \frac{e(t)}{L} \\ j\omega i_2 + \frac{R}{L} i_2 - \left(\frac{1}{LC} + \frac{1}{LC_0}\right)\frac{j}{\omega} i_2 + \frac{1}{LC_0} \cdot \frac{j}{\omega} i_1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \left\{R + j\left[\omega L - \frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}\right)\right]\right\} i_1 + \frac{j}{C_0 \omega} i_2 = e(t) & ① \\ \left\{R + j\left[\omega L - \frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}\right)\right]\right\} i_2 + \frac{j}{C_0 \omega} i_1 = 0 & ② \end{cases}$$

$① + ② \Rightarrow \left\{R + j\left[L\omega - \frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}\right)\right]\right\}(i_1 + i_2) + \frac{j}{C_0\omega}(i_1 + i_2) = e(t)$

$\Rightarrow (i_1 + i_2)\underbrace{\left\{R + j\left[L\omega - \frac{1}{\omega}\frac{1}{C}\right]\right\}}_{Z} = e(t)$

$\Rightarrow \boxed{i_1 + i_2 = \frac{e}{Z}}$

(2) $\Rightarrow R i_2 + j\omega L i_2 - \frac{j}{\omega C} i_2 - \frac{j}{\omega C_0} i_2 + \frac{j}{\omega C_0} i_1 = 0$

$\Rightarrow \underbrace{\left[R + j\left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)\right]}_{Z} i_2 + \frac{j}{C_0\omega}(i_1 - i_2) = 0$

donc $(i_1 - i_2) = \frac{-Z i_2 C_0 \omega}{j}$

$\boxed{i_1 - i_2 = Zj\, i_2 C_0 \omega}$

* on a : $2 i_2 = \frac{e}{Z} - Zj\, i_2 C_0\omega$

$\Leftrightarrow i_2 (2 + jZC_0\omega) = e/Z$

$\Rightarrow i_2 = \frac{1}{Z(2 + jZC_0\omega)} e(t)$

on remplace dans la première équation on trouve :

$i_1 = \frac{e}{Z} - \frac{e}{Z(2 + jZC_0\omega)}$

$i_1 = \frac{1 + jZC_0\omega}{Z(2 + jZC_0\omega)} e(t)$

$V(t) = \int \frac{1}{C} i\, dt$ on a $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et $\beta = \frac{\delta}{\omega_0}$

$$V_1(t) = \frac{\left(\frac{K}{1-K} + \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2j\frac{\delta}{\omega_0}\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right) e(t)}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2j\frac{\delta}{\omega_0}\frac{\omega}{\omega_0}\right)\left(\frac{2K}{1-K} + \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) + 2j\frac{\delta}{\omega_0}\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

Lorsque $\omega \to 0$, $\frac{\omega}{\omega_0} \to 0$ donc $V_1(t) = \frac{\frac{K}{1-K} + 1}{1 + \frac{2K}{1-K}} e_0$

$\exp(j\omega t) \to 1$

d'où $\boxed{V_1(t) \to \frac{e_0}{1-K}}$

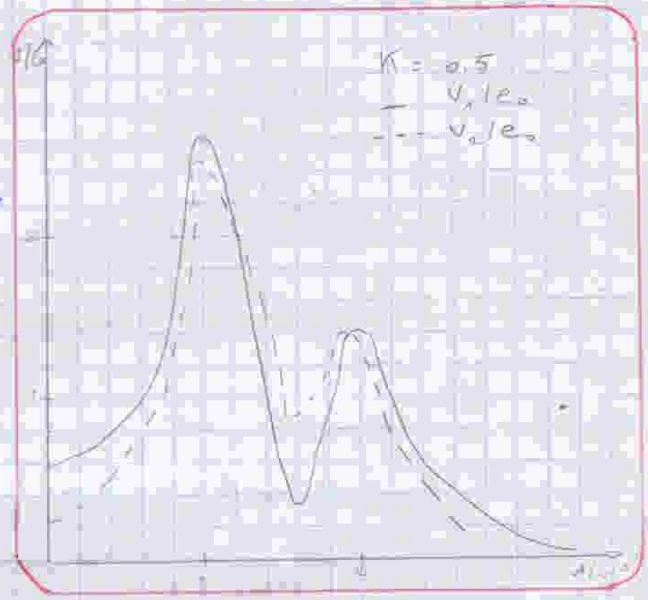
$$V_2(t) = \frac{K/1-K \quad e(t)}{\left(\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) + 2j\frac{\delta}{\omega_0}\frac{\omega}{\omega_0}\right)\left(\frac{2K}{1-K} + \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) + 2j\frac{\delta}{\omega_0}\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

lorsque $\omega \sim 0$ $\frac{\omega}{\omega_0} \sim 0$ $\exp(j\omega t) = 1$

alors $V_2(t) = \frac{K/(1-K)}{(K-1)/(K-1)} e_0$ d'où $\boxed{V_2(t) \sim \frac{K e_0}{1-K}}$

Figure :

Variation des amplitudes relative V_1/e_0 et V_2/e_0 en fonction de la pulsation relative ω/ω_0 pour $K = 0,5$



* Pour une valeur minimale de pulsation $V_1(t) = 0$ pour faible amortissement ($\delta \lll \omega_0$)

on a : $V_1(t) = \frac{K}{1-K}(1-x^2 - 2j\beta x)$

$V_1(t) = 0 \Rightarrow \frac{K}{1-K} + \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right] - 2j\frac{\delta\omega}{\omega_0^2} = 0$ car : $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ et $\beta = \frac{\delta}{\omega_0}$

on a : $\frac{\delta}{\omega_0^2} \rightarrow 0$ ($\delta \ll \omega_0$)

donc, $\frac{K}{1-K} + 1 - \frac{\omega_{min}^2}{\omega_0^2} = 0 \Rightarrow \frac{\omega_{min}^2}{\omega_0^2} = \frac{1}{1-K}$ d'où $\boxed{\omega_{min}^2 = \omega_0^2 \frac{1}{1-K}}$

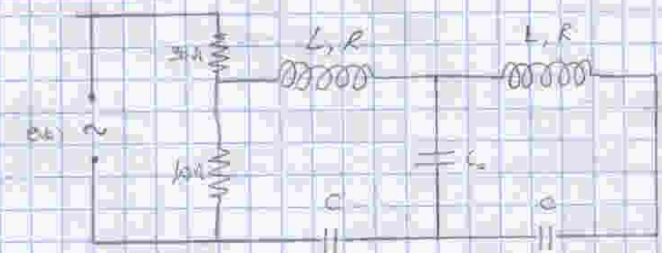
II. Réalisation Pratique :

Le dispositif expérimental

$C = 47\,nF$, $C_0 = 0{,}22\,\mu F$

$e(t) = c^{te} < 0{,}5$ volt

$L = 11 \cdot 10^{-3}$ Henry



A. Première partie : Étude des courbes de réponse en tension

1- Observation des réponses $V_1(t)$ et $V_2(t)$

$ch_2 \longrightarrow V_1(t)$

$ch_1 \longrightarrow V_1(t) - V_2(t)$ et pour avoir $V_2(t) \to$ inv + add ch_1

le calibre de V_1 = le calibre de V_2

On fait varier les fréquences de générateur (G.B.F) à partir de $f = 1\,kH$ et on observe les tensions V_1 et V_2

2- Tracé des courbes de réponse

f (kHz)	2	4	5	6	6,5	6,8	7	7,5	8	8,3	8,5	9
V_1 (volt)	0,4	0,6	0,8	1,25	2	4	3,75	0,5	2,25	3	2,75	1,7
V_2 (volt)	0,15	0,25	0,4	0,7	1,5	3,5	3,1	1,6	2,5	2,76	2	1

on a $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{11 \cdot 10^{-3} \times 47 \cdot 10^{-9}}} \Rightarrow \omega_0 = 43{,}979 \cdot 10^{5}$ rd/s

3 - Comparaison avec les prévisions :

$f_{\Omega_1}(V_1) = 6,8\ KHz \Rightarrow \Omega_1 = 2\pi f_{\Omega_1} \Rightarrow \Omega_1 = 42,709\ 10^3\ rd/s$

$f_{\Omega_2}(V_2) = 8,3\ KHz \Rightarrow \Omega_2 = 2\pi f_{\Omega_2} \Rightarrow \Omega_2 = 52,150\ 10^3\ rd/s$

$f_{min}(V_1) = 7,5\ KHz \Rightarrow \Omega_{min} = 2\pi f_{min} \Rightarrow \Omega_{min} = 47,123\ 10^3\ rd/s$

lorsque $\omega \to 0$ $V_1(t) = \dfrac{e_0}{1+K}$ et $V_2(t) = \dfrac{Ke_0}{1+K}$

on a déjà fait la démonstration dans la partie théorique.

Coefficient de couplage

* $K_{théorique} = \dfrac{C}{C+C_0} = \dfrac{47\cdot10^{-9}}{47\cdot10^{-9}+0,22\cdot10^{-6}} \Rightarrow K_{théo} = 0,176$

* $\omega \to 0 \Rightarrow f \to 0$

donc $V_1(0) = \dfrac{e_0}{1+K}$ et $V_2(0) = \dfrac{Ke_0}{1+K}$

d'où $K = \dfrac{\langle V_2(0)\rangle}{\langle V_1(0)\rangle} = \dfrac{0,0675}{0,35} \Rightarrow K = 0,192$

* on a aussi : $K = \dfrac{\Omega_{min}^2 - \Omega_1^2}{\Omega_{min}^2} = \dfrac{47,123^2\,10^6 - 42,709^2\,10^6}{47,123^2\,10^6} \Rightarrow K = 0,178$

* $K = \dfrac{\Omega_2^2 - \Omega_1^2}{\Omega_1^2 + \Omega_2^2} = \dfrac{52,15^2\,10^6 - 42,709^2\,10^6}{52,150^2\,10^6 + 42,709^2\,10^6} \Rightarrow K = 0,187$

$\Omega_{min} = \omega_0 \sqrt{\dfrac{1}{1-K}}$

$\Omega_1 = \omega_0$

$\Omega_2 = \omega_0 \sqrt{\dfrac{1+K}{1-K}}$

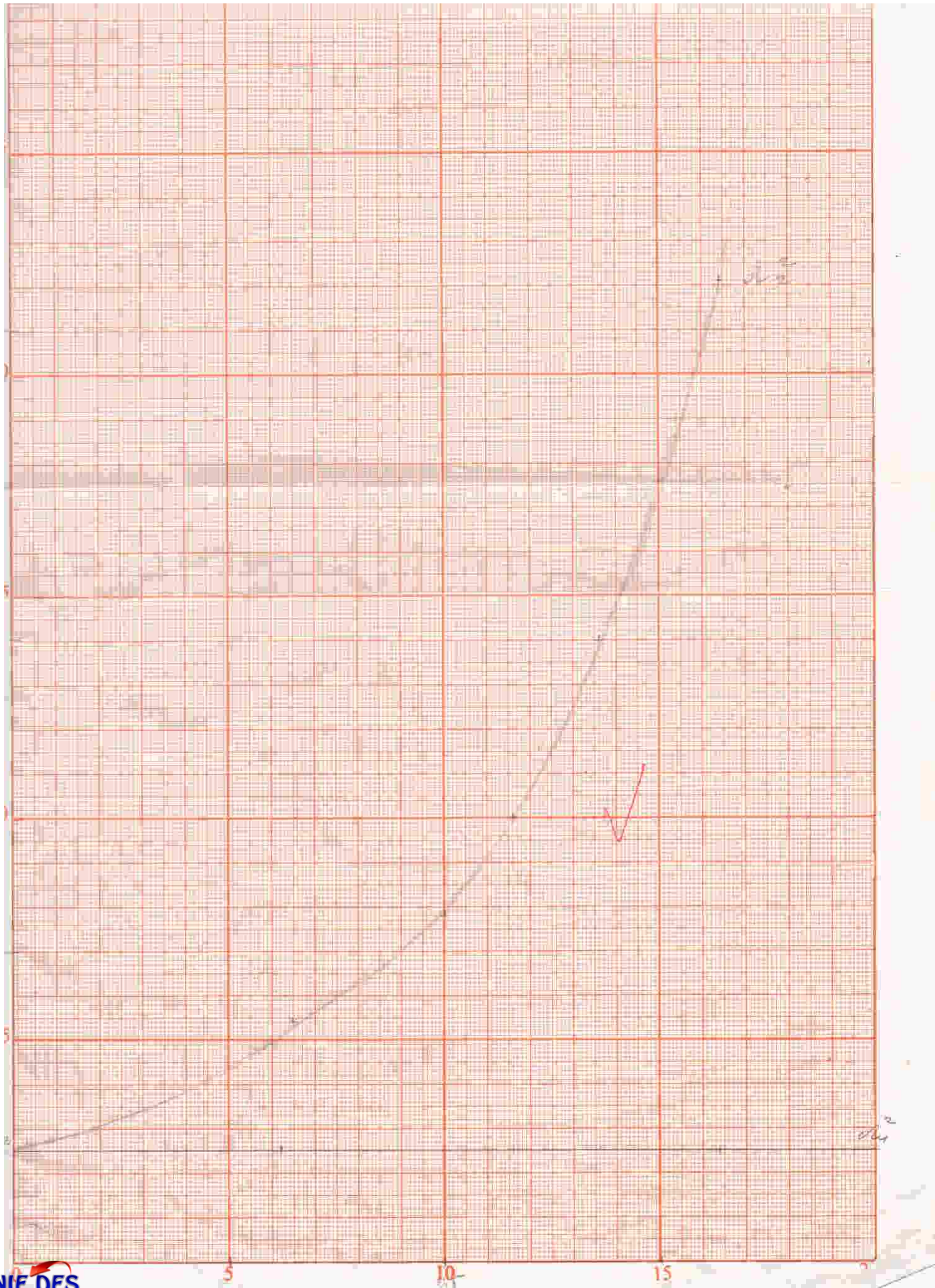
B - Deuxième partie : Influence du couplage sur les fréquences propres

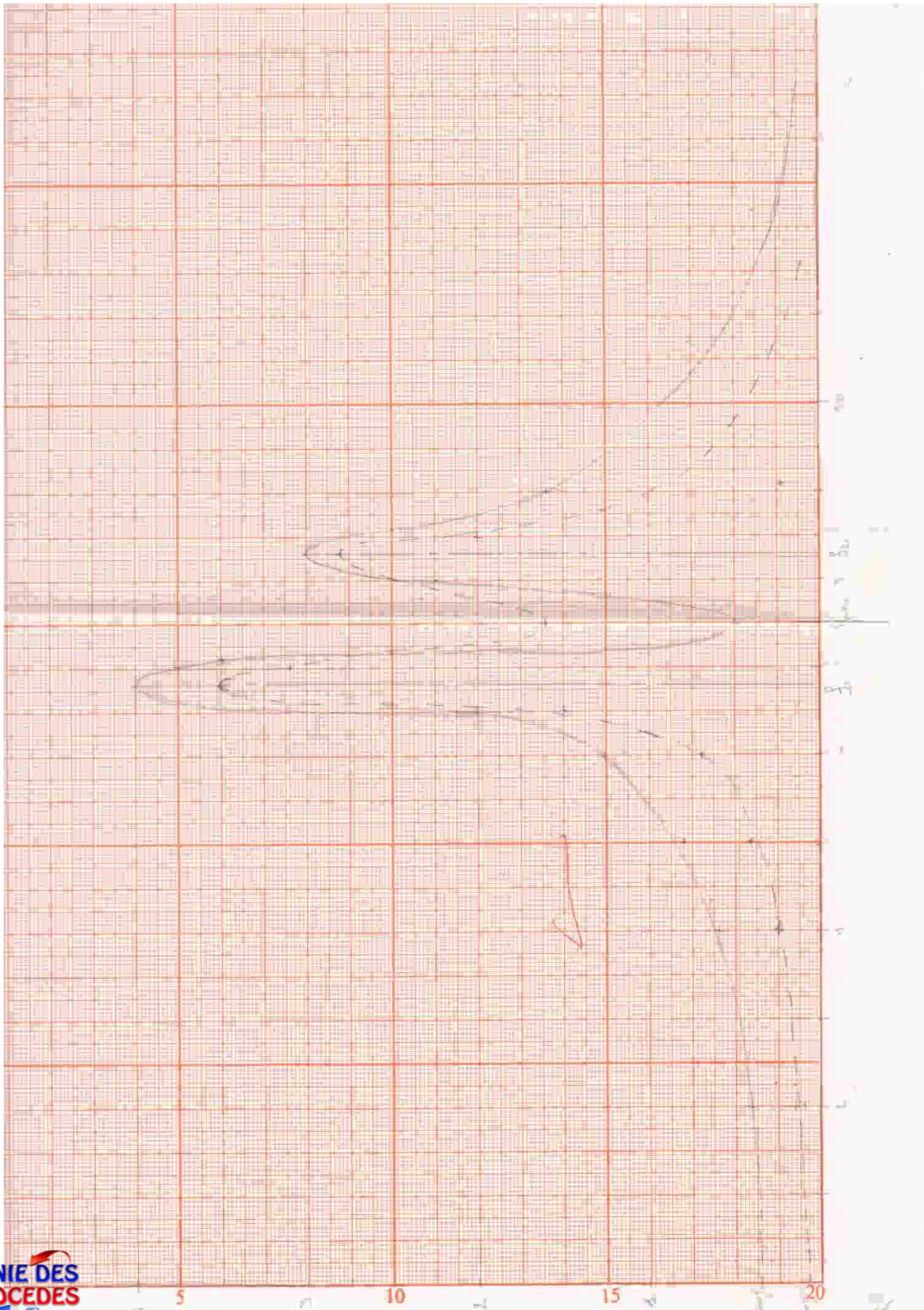
On fait varier le coefficient de couplage K

C_0 (nF)	220	100	47	33	22	10	Tend 0
K	0,176	0,31	0,5	0,58	0,68	0,82	→ 1
f_1 (KHz)	6,8	6,8	6,8	6,8	6,8	6,8	
f_2 (KHz)	8,5	10	12	14	16,5	19	
Ω_1^2 (1/s²)	1825	1825	1825	1825	1825	1825	
Ω_2^2 (1/s²)	2852	3947	5684	7737	10747	15791	

échelle : 10 cm ⟶ K = 0,5

7 cm ⟶ 5 rd²/s²


5
10
15


5
10
15
20