Résumé Proba

$card(A \times B) = |A| \times |B|$

* Arrangement "sans Remise"

$|E| = n \quad ; (p \leq n)$

$\boxed{A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}}$ façons

* Arrangement "avec remise"

$\boxed{\tilde{A}_n^p = n^p}$ façons

* Permutation sans répétition :

$\boxed{A_n^n = n!}$

* Permutation avec répétition

$\boxed{\tilde{P}_n = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \dots n_n!}}$

* Combinaison :

$\boxed{\frac{A_n^p}{p!} = C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}}$

$0! = 1$

$n! = n(n-1)!$

$1! = 1$

$C_n^0 = 1$

$C_n^p = C_n^{n-p}$

$C_n^n = 1$

- Si $A \cap B = \emptyset \Longrightarrow$ A et B sont 2 évt incompatibles

$card\, P(\Omega) = 2^{card(\Omega)}$

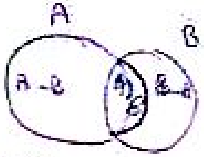
- $P(\Omega) = 1$
- $P(\emptyset) = 0$
- $\forall A, B \in \mathcal{F}$ tq $A \cap B = \emptyset$; $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

* Propriétés d'une probabilité :

soient A, B et C $\in \mathcal{F}$

- $A \subset B \Longrightarrow P(A) \leq P(B)$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
- $P(A - B) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$

$A - B = \{w \in \Omega,\ w \in A \text{ et } w \notin B\}$



$A = (A-B)\cup(A\cap B)$ et on a $(A-B)\cap(A\cap B) = \emptyset$

- $P(A) = P((A-B)\cup(A\cap B)) = P(A-B) + P(A\cap B)$

* Evenement équiprobables :

on dit que les évènements élémentaires $\{w_i\}_{i=1,\dots,n}$ sont équiprobables si :

$$\forall_i\ ;\ P(\{w_i\}) = \frac{card\{w_i\}}{card\,\Omega} = \frac{1}{n}$$

$$nx = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{n}$$

* Proba d'un évènement $A \in \mathcal{F}$:

$\forall A \in \mathcal{F}$, si on suppose équiproba alors :

$$\boxed{P(A) = \frac{card\,A}{card\,\Omega}}$$

* Proba conditionnelles : $A, B \subset \Omega$

proba conditionnelle de B sachant

$A = P_A(B) = P(B)P(A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)}$ avec $P(A) \neq 0$

Remarque :

$$P_A(\emptyset) = \frac{P(\emptyset \cap A)}{P(A)} = \frac{P(\emptyset)}{P(A)} = 0$$

- $P_A(\Omega) = \frac{P(A\cap\Omega)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1$
- $P_A(B\cup C) = P_A(B) + P_A(C)$
- $P(A\cap B) = P(A/B).P(B) = P(B/A)\,P(A)$
- $P(A\cap B\cap C) = P(A).\,P(B/A).\,P(C/A\cap B)$

* A et B sont indépendantes ssi

1) $P(A\cap B) = P(A).P(B)$ (un est vérifié)

2) $P(A/B) = P(A)$

3) $P(B/A) = P(B)$

RQ :

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = P_A(B)$$

$$P(\bar{D}/H) = 1 - P(D/H)$$

1er Chapitre : Statistique descriptive à une dimension

Définitions :

+ **Population :**
c'est l'ensemble sur lequel porte l'étude statistique.

+ **Echantillon :**
sous-ensemble de la population

+ **Taille :**
nombre d'individu de la population ou de l'echantillon
noté : N ; n

+ **Caractère :**
c'est l'objet de l'étude

+ **Les modalités d'un caractère :**
Les ≠ valeurs prises par le caractère

Caractère

- qualitatif = non mesurable
  - ne sont pas des variables statistiques
- quantitatif = mesurable
  - discret ⇓ valeurs isolées
  - continue ⇓ intervalle de variations
  - sont des variables statistiques

1 - Le cas d'1 V. S. continue :

+ $$\text{Etendue} = Y_{max} - Y_{min}$$

+ k = nbr de classes $= E\left[5 \log_{10}(N)\right]$
ou bien $k = \sqrt{N}$

+ longueur d'une classe $= a = \dfrac{\text{Etendue}}{k}$

$$x_i = \frac{a_{i-1} + a_i}{2}$$ centre de classe

+ **La moyenne $\bar{X}$:**

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} x_i n_i$$ ou bien $$\sum_{i=1}^{k} f_i x_i = \bar{X}$$

+ **Le Mode :**
La valeur la plus fréquente que l'on observe dans la série
⟹ Maximum du diagramme

$$M_o = a_{i-1} + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right)(a_i - a_{i-1})$$

⇓ le cas continue et $M_o \in [a_{i-1} ; a_i[$

+ **Médiane :**
partage la série statistique en 2 parties égales.

1- **Le cas discrète :**

$$Med = \begin{cases} \dfrac{X_{(\frac{N}{2})} + X_{(\frac{N}{2})+1}}{2} & ; \text{si } \frac{N}{2} \in \mathbb{N} \quad \text{pair} \\ X_{(\frac{N}{2})+1} & \text{si } \frac{N}{2} \notin \mathbb{N} \quad \text{impair} \end{cases}$$

2- **Le cas continue.**
on calcule $\frac{N}{2}$. si $\tilde{n}_{i-1} < \frac{N}{2} < \tilde{n}_i$ alors
$Med \in [a_{i-1} ; a_i[$ ⟹ classe médiane et la valeur de Med est :

$$Med = a_{i-1} + \frac{a_i - a_{i-1}}{n_i}\left(\frac{N}{2} - \tilde{n}_{i-1}\right)$$

ou bien :

$$Med = a_{i-1} + a\left(\frac{0{,}5 - \tilde{f}_{i-1}}{f_i}\right)$$

+ **Les quantiles :**
- **Les quartiles :**
il y a 3 quartiles qui partagent la série en 4
$Q_1 = q_{\frac{1}{4}}$; $Q_2 = q_{\frac{1}{2}} = Med$; $Q_3 = q_{\frac{3}{4}}$
- **Les déciles :**
il y a 9 déciles qui partagent la série en 10

$D_1 = q_{\frac{1}{10}}$; $D_2 = q_{\frac{2}{10}}$ ..... ; $D_9 = q_{\frac{9}{10}}$

• Les centiles :

il y a 99 centiles qui partagent la série en 100 parties.

$C_1 = q_{\frac{1}{100}}$; $C_2 = q_{\frac{2}{100}}$; $C_{99} = q_{\frac{99}{100}}$

• Calcul du quantile q_α :

. Le cas discrète :

$$q_\alpha = \begin{cases} \dfrac{x_{(n\alpha)} + x_{(n\alpha)+1}}{2} & \text{si } n\alpha \in \mathbb{N} \text{ pair} \\ x_{(n\alpha)+1} & \text{si } n\alpha \notin \mathbb{N} \text{ impair} \end{cases}$$

• Le cas continue :

on calcule $N\alpha$. Si $\tilde{n}_{i-1} < N\alpha < \tilde{n}_i$ alors $q_\alpha \in [a_{i-1} ; a_i[$

$$q_\alpha = a_{i-1} + \frac{a_i - a_{i-1}}{n_i}\left(N\alpha - \tilde{n}_{i-1}\right)$$

* Paramètres de dispersion :

a) La variance :

$$var(X) = \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2\right) - \bar{X}^2$$

b) L'écart-type :

$$\sigma_X = \sqrt{V(X)}$$

c) Le coefficient de variation de X :

$$CV(X) = \frac{\sigma_X}{\bar{X}}$$

il permet d'effectuer des comparaisons des séries différentes, il est souvent exprimé en pourcentage.

Représentation graphique :

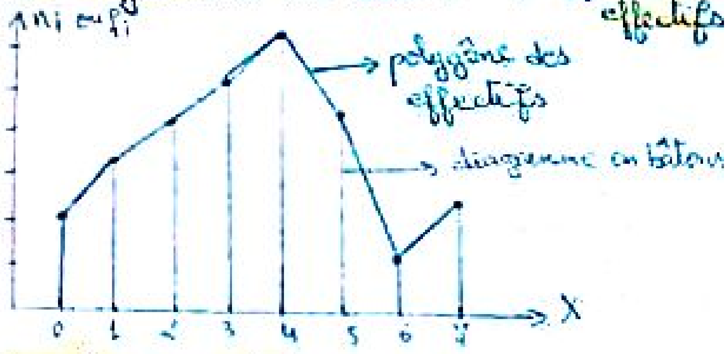
* Caractère qualitatif :

• Le tuyaux d'orgue

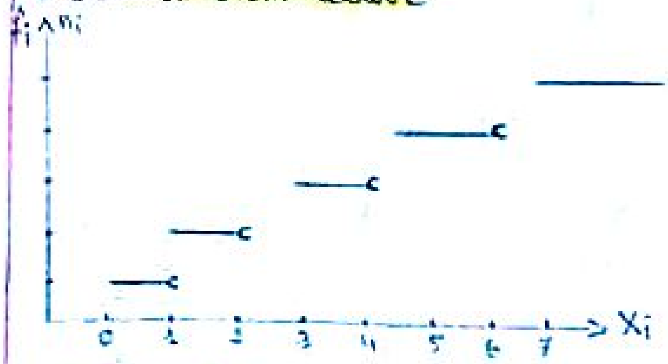
• Le secteur circulaire

* Caractère quantitatif : discrète

• Le diagramme en bâtons + polygône des effectifs

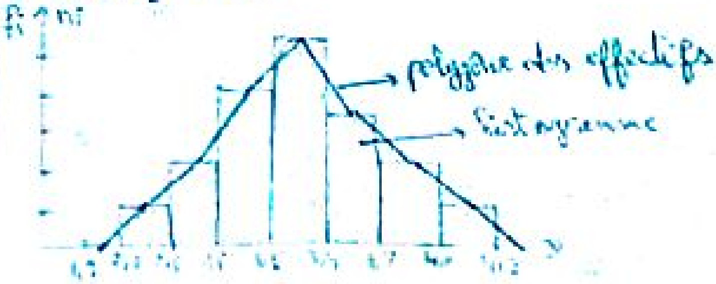


• Courbe cumulative



continue :

• Histogramme



• Courbe cumulative