

تمهيد اختيار مادة الإختبارات والأشياء

حل التمرين 1:

1. حساب التناقض اللوغاريتمي γ :

$$\gamma = \ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) \quad \text{لإطلاقاً من القانون التالي:}$$

$$\gamma = \ln\left(\frac{1}{0,75}\right)$$

$$\gamma = 0,288$$

(2)

2. حساب الشبه الدور T_D :

لدينا العلاقات التالية:

$$w_D^2 = w_0^2 - \delta^2 \quad (1)$$

$$w_D = \frac{2\pi}{T_D} \quad (2)$$

$$\gamma = T_D \cdot \delta \Rightarrow \delta = \frac{\gamma}{T_D} \quad (3)$$

بتعويض العلاقات (2) و (3) في (1) نجد:

$$\left(\frac{2\pi}{T_D}\right)^2 = w_0^2 - \left(\frac{\gamma}{T_D}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{4\pi^2 + \gamma^2}{T_D^2} = w_0^2$$

$$T_D^2 = \frac{4\pi^2 + \gamma^2}{\omega_0^2}$$

$$T_D = \sqrt{\frac{4\pi^2 + \gamma^2}{\omega_0^2}}$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4}{1}} = 2 \text{ rad/s} \quad (0,5)$$

$$T_D = \sqrt{\frac{4(3,14)^2 + (0,288)^2}{4}}$$

$$T_D = 3,145 \text{ s} \quad (1)$$

3. استنتاج البند الزاوي ω_D :

$$\omega_D = \frac{2\pi}{T_D} = \frac{2 \cdot 3,14}{3,145}$$

$$\omega_D = 1,996 \text{ rad/s} \quad (0,5)$$

4. حساب معامل التخميد δ :

$$\gamma = T_D \cdot \delta \Rightarrow \delta = \frac{\gamma}{T_D}$$

$$\delta = \frac{0,288}{3,145}$$

$$\delta = 0,0915 \text{ s}^{-1} \quad (0,5)$$

5. أريد إيجاد معامل اللزوجة α :

$$2\delta = \frac{\alpha}{m}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2m\delta$$

$$\alpha = 2 \cdot 1 \cdot 0,0195$$

$$\alpha = 0,183 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

(0,5)

حل التصويف 2 :

1. الطاقة الحركية E_c :

$$E_c = \frac{1}{2} J_A \dot{\theta}^2$$

$$J_A = J_o + Ma^2$$

$$J_A = \frac{1}{2} MR^2 + Ma^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} MR^2 + Ma^2 \right) \dot{\theta}^2 \quad (2)$$

2. الطاقة الكامنة E_p :

$$E_p = M \cdot g \cdot h$$

$$h = a(1 - \cos \theta)$$

$$E_p = M \cdot g \cdot a(1 - \cos \theta) \quad (2)$$

3. شرط التوازن :

$$\frac{dE_p}{d\theta} \Big|_{\theta=0} = 0$$

$$\frac{dE_p}{d\theta} = M \cdot g \cdot a \sin \theta \quad (1)$$

$$\left. \frac{dE_p}{d\theta} \right|_{\theta=0} = M \cdot g \cdot a \sin(\theta) = 0$$

4. دالة لاغرانج L :

$$L = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} M R^2 + M a^2 \right) \dot{\theta}^2 - M \cdot g \cdot a (1 - \cos \theta) \quad (1)$$

5. معادلة لاغرانج الخاصة بالنظام :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (1)$$

6. المعادلة التفاضلية لكثافة :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = \left(\frac{1}{2} M R^2 + M a^2 \right) \ddot{\theta} \quad (0,5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -M \cdot g \cdot a \sin \theta \quad (0,5)$$

وبما

$$\left(\frac{1}{2} M R^2 + M a^2 \right) \ddot{\theta} + M \cdot g \cdot a \sin \theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{M \cdot g \cdot a}{\frac{1}{2} M R^2 + M a^2} \sin \theta = 0 \quad (1)$$

عند الاهتزازات الصغيرة تصبح المعادلة التفاضلية كـ (W.B)

$$\ddot{\theta} + \frac{M \cdot g \cdot a}{\frac{1}{2} M R^2 + M a^2} \theta = 0 \quad (1)$$

7. إيجاد البند النهائي لكثافة ω_0 :

$$\omega_0^2 = \frac{M \cdot g \cdot a}{\frac{1}{2} M R^2 + M a^2} = \frac{M \cdot g \cdot \frac{2}{3} R}{\frac{1}{2} M R^2 + M \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 R^2}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \cdot g}{\frac{1}{2} R + \frac{4}{9} R}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\frac{2}{3} \cdot 10}{\frac{1}{2} \cdot 0,5 + \frac{4}{9} \cdot 0,5}}$$

1

$$\omega_0 = 3,757 \text{ rad/s}$$

8. إيجاد المعادلة التفاضلية للحركة

ووجدنا المعادلة التفاضلية من الشكل:

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

هنا $\Delta < 0$ هنا الحسبر

ونحن نعلم أن الحركة هي

$$\theta(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

1

$$\theta(t) = A \cos(3,757 t + \varphi)$$

أو:

$$\theta(t) = a \cos 3,757 t + b \sin 3,757 t$$

9. تحديد الثوابت A و φ

$$\theta(t=0) = a \cdot \cos \overline{1} 3,757(0) + b \sin \cancel{3,757}(0) = 2 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow a = 2 \text{ rad} \quad (0,5)$$

$$\dot{\theta}(t) = -a \omega_0 \sin \omega_0 t + b \omega_0 \cos \omega_0 t$$

$$\dot{\theta}(t=0) = -a \omega_0 \sin \omega_0(0) + b \omega_0 \cos \overline{1} \omega_0(0) = 0$$

$$\Rightarrow b = 0 \text{ rad} \quad (0,5)$$

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}$$

1. $\sin \theta$

$$A = \sqrt{2^2 + 0^2}$$

$$A = 2 \text{ rad}$$

①

1. $\cos \theta$

$$\phi = \arccos\left(\frac{a}{A}\right)$$

$$\phi = \arccos\left(\frac{2}{2}\right)$$

$$\phi = 0$$

①

في الأوسر فإن معادلة التذبذب هي:

$$\theta(t) = 2 \cos 3.757 t$$

