Université Mohamed Kheider Biskra
Faculté des sciences et de la Technologie

Département : Génie Electrique
Filière : Electrotechnique

Année : 3ème électrotechnique
Module : système asservis.

Corrigé type N°1

19 /1/ 2023

Nom : ....
Prénom : ....
Gr. :
NOTE :

Exo1 : (12pts)

A/Soit le système automatique décrit par le schéma fonctionnel suivante :

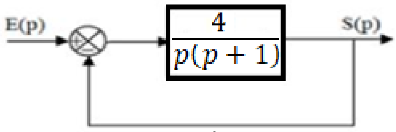

Figure1

Trouver :

1/ $G_{BF} = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\frac{4}{p(p+1)}}{1+\frac{4}{p(p+1)}} = \frac{4}{p^2+p+4}$ **(1pt)**

Par analogie avec la forme canonique d'un système de deuxième ordre déduire K_s , ξ , ω_n :

$$\begin{cases} K_s w_n^2 = 4 \to K_s = \frac{1}{w_n^2} \\ 2\xi\,\omega_n = 1 \to \xi = \frac{1}{2\,\omega_n} \\ w_n^2 = 4 \to \omega_n = 2 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} K_s = 1 \ \ (\mathbf{0.5pt}) \\ \xi = 0.25(\mathbf{0.5pt}) \\ \omega_n = 2(\mathbf{0.5pt}) \end{cases}$$

2/ Pour une réponse indicielle, calculer :

a/ $\omega_p = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 1{,}936\ rad/s$ **(0.5pt)** ; $t_p = \frac{\pi}{\omega_p} = 1{,}62\ s$ **(0.5pt)**

$\varphi = arctg\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) = 75{,}52^0 = 1.31\ rad$ **(0.5pt)** ; $t_m = t_p\left(1-\frac{\varphi}{\pi}\right) = 0{,}94\ s$ **(0.5pt)**

b/ l'équation caractéristique D(p) :

D(p)= $p^2 + p + 4$ **(1pt)**

c/ Conditions de stabilité :

- Tous les coefficients de l'équation ont le même signe **(0.25pt)**
- Tous les coefficients de la 1ere colonne de la table de Routh ont le même signe donc le système est stable **(0.5pt)**

P^2	1	4
P^1	1	0
P^0	4	

Table de Routh**(0.25pt)**

3/ En se référant à la figure 1,calculer l'erreur statique de vitesse et de position unitaire (ε_p , ε_v)ainsi que peut-on conclure :

$$\varepsilon_p = \lim_{p\to 0}\frac{pE(p)}{1+G_{BO}} = \lim_{p\to 0}\frac{p\frac{1}{p}}{1+\frac{4}{p(p+1)}} = 0\ \mathbf{(0.5pt)}$$

$$\varepsilon_v = \lim_{p\to 0}\frac{pE(p)}{1+G_{BO}} = \lim_{p\to 0}\frac{p\frac{1}{p^2}}{1+\frac{4}{p(p+1)}} = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%\ \mathbf{(0.5pt)}$$

Conclusion : Le système est précis pour $\varepsilon_p(\ \varepsilon_p = 0)$ contrairement pour $\varepsilon_v(\varepsilon_v \neq 0)$ car la classe α de la FTBO=1. **(0.5pt)**

B/ La figure ci-contre montre la réponse indicielle d'un système de 2 ème ordre.

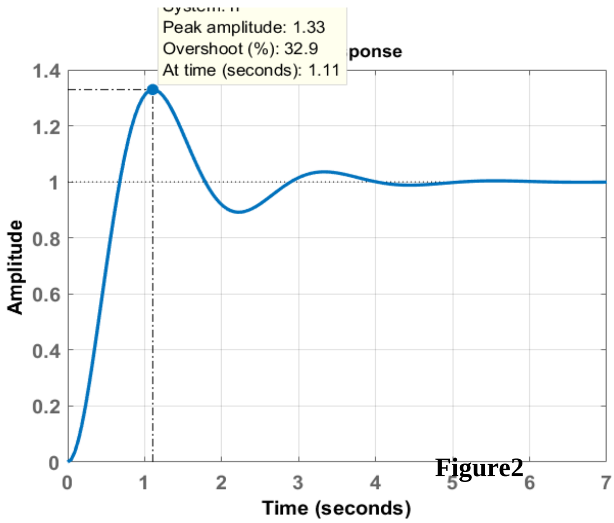

Figure2

1/ Calculer:

a/ le gain statique :

$$K_s = \frac{\lim_{t\to\infty} y(t)}{\lim_{t\to\infty} u(t)} = \frac{1}{1} = 1$$ **(1pt)**

b/ le coefficient d'amortissement ξ :

$$D_{\%} = \frac{y_{max} - y_{(\infty)}}{y_{(\infty)}} 100 = \frac{1.33 - 1}{1} 100 = 33\%$$

$$D_{\%} = 100.e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Rightarrow \xi = \sqrt{\frac{(lnD)^2}{\pi^2 + (lnD)^2}} = 0.33$$ **(1pt)**

c/ la pulsation naturelle ω_n.

$$\omega_p = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} \rightarrow \omega_n = \frac{\omega_p}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\frac{\pi}{t_p}}{\sqrt{1-\xi^2}}, \ avec\ t_p = 1.11s\ alors\ on\ a :$$

$$\omega_n = \frac{\frac{\pi}{1.11}}{\sqrt{1-0.33^2}} = 2{,}99 \cong 3rad/s$$ **(1pt)**

2/ Déterminer la fonction de transfert en BO $G_{BO}(p)$.

$$G_{BO}(p) = \frac{K_s w_n^2}{p^2 + 2\xi\,\omega_n + w_n^2} = \frac{9}{p^2 + 1.98p + 9} = \frac{9}{p^2 + 2p + 9}$$ **(1pt)**

Exo2 : (8pts)

Soit le système défini par la fonction de transfert suivante : $\boldsymbol{G(p)} = \frac{\mathbf{5}}{\mathbf{1+2p}}$

Trouver :

a/

$$|G(j\omega)|_{dB} = 20log|G(j\omega)| = 20log\left(\frac{5}{\sqrt{(1)^2+(2\omega)^2}}\right) = 20\left(\log(5) - \log\left(\sqrt{(1)^2+(2\omega)^2}\right)\right)$$

$$= 13{,}97 - 20\log\left(\sqrt{(1)^2 + 4\omega^2}\right)$$ **(1.5pt)**

$$\varphi(\omega) = arg\left(\frac{5}{1+j2\omega}\right) = \arg(5) - \arg(1+j2\omega) = -arctan(2\omega)$$ **(1pt)**

ω_{c0} à $0dB$:

$$|G(\omega_{c0})|_{dB} = 0dB \Rightarrow 20log\left(\frac{5}{\sqrt{(1)^2+4\omega^2}}\right) = 20log(1)$$

$$\frac{5}{\sqrt{1+4\omega_{c0}^2}} = 1 \rightarrow \sqrt{1+4\omega_{c0}^2} = 5 \rightarrow 1 + 4\omega_{c0}^2 = 25 \rightarrow \omega_{c0}^2 = 6 \rightarrow \quad \omega_{c0} = \sqrt{6} = 2.45\ rad/s$$ **(1pt)**

b/ calculer M_φ, M_G :

$$M_\varphi = 180^0 + \varphi(\omega_{c0}) = 180^0 - arctan(2\omega_{c0}) = 101.54^0 \cong 102^0$$ **(1pt)**

$M_G = +\infty$ **(0.5pt)**

discuter la stabilité : Le système est stable en boucle fermé car : $M_\varphi > 0 \quad et \quad M_G > 0$ **(1pt)**

c/ La figure 3 montre le lieu de Nyquist de système G(p). Discuter la stabilité en BO et en BF .

.

- G(p) en BO n'a pas de pôle instable ⟶ P = 0 ⟶ le systéme est stable en boucle ouverte (BO) . **(0.5pt)**

- Le nombre de tours autour de -1 est nul ⟶ N=0.
  Z = P – N = 0, Le système est stable en boucle fermée (BF).
  (0.5pt)

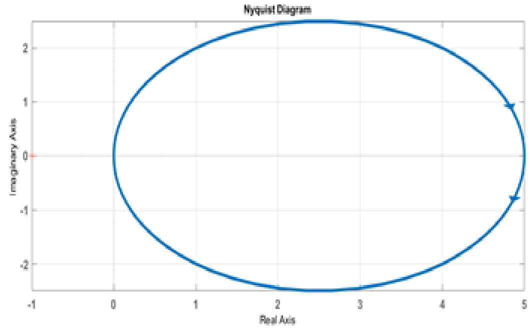

Figure3

d/ On ajoute en série avec **G(p)** l'élement $\boldsymbol{\frac{K}{p}}$ **:** déterminer la valeur de $\boldsymbol{K}$ pour une marge de phase égal à ($M_\varphi = \frac{\pi}{4}$)

le systeme devient : $\boldsymbol{H(p)} = \frac{\mathbf{5k}}{\mathbf{p(1+2p)}}$

$$H(jw) = \frac{5k}{(1+j2\omega)jw} \rightarrow |H(jw)| = \frac{5k}{\omega\sqrt{1+4\omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \arg(H(jw) = \arg(5k) - \arg(jw) - \arg((1+j2\omega)) = -\frac{\pi}{2} - arctg(2\omega)$$

Pour trouver k on travaille avec ces deux conditions :$\left\{ M_\varphi = \frac{\pi}{4} \; et \; |H(j\,\omega_{c0})| = 1 \right.$

Avec : $M_\varphi = \frac{\pi}{4}$ on a :

$M_\varphi = 180^0 + \varphi(w_{c0}) = \frac{\pi}{4} \rightarrow \pi - \frac{\pi}{2} - arctg(2w_{c0}) = \frac{\pi}{4} \rightarrow -arctg(2w_{c0}) = -\frac{\pi}{4} \rightarrow \; w_{c0} = 0{,}5\frac{rad}{s}$ **(0.5pt)**

$avec : |H(j\,\omega_{c0})| = 1$ on a : $|H(j\,\omega_{c0})| = \frac{5k}{\omega_{c0}\sqrt{1+4\omega_{c0}^2}} = 1 \rightarrow 5k = \omega_{c0}\sqrt{1+4\omega_{c0}^2} \rightarrow k = \frac{0{,}5.\sqrt{2}}{2} = 0.14$

(0.5pt)

Bonne chance