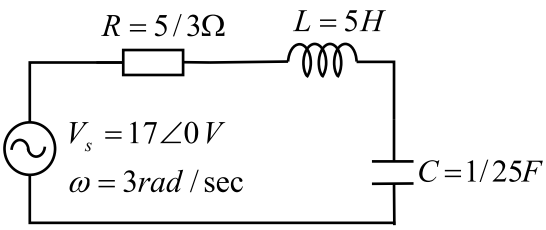
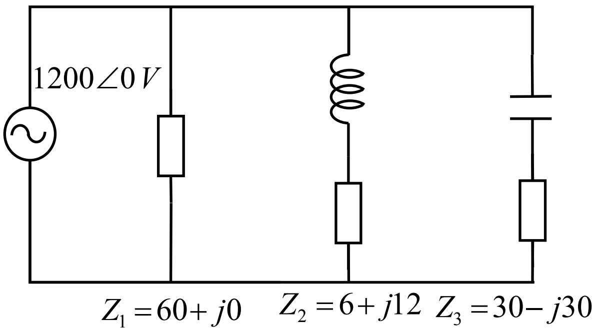
SÉRIE DE TD N°1

Exercice n°1



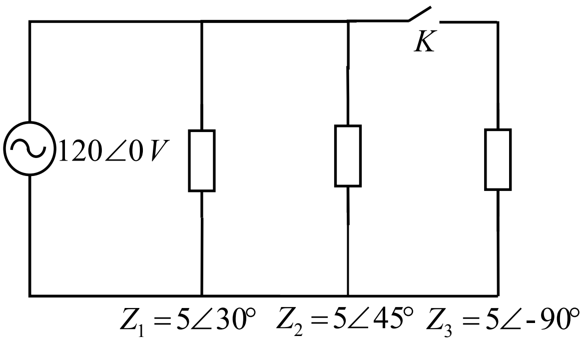
Déterminer $I, i(t), V_r, V_L, V_c$ et trouver la puissance absorbée par la charge, et le facteur de puissance.

Exercice n°2



Déterminer la puissance absorbée par chaque impédance ?

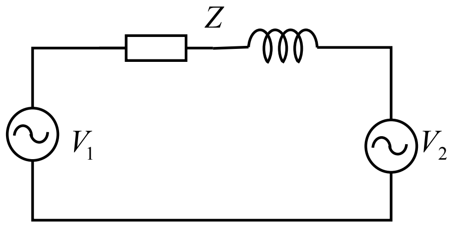
Exercice n°3



La figure montre un système monophasé simple de courant alternatif avec trois charges.

1. Supposer que le commutateur K est ouvert, calculer le courant I, le facteur de puissance, et la puissance fournie par la source;
2. Même question avec le commutateur fermé;

Exercice n°4



Deux sources de tension $V_1 = 120\angle -5°\,V$, $V_2 = 100\angle 0°V$ sont reliées par une ligne courte de l'impédance $Z = 1 + j7\Omega$.
Déterminer la puissance active et réactive pour chaque source et la perte de puissance dans la ligne?

Exercice n°5

Un récepteur couplé en étoile d'impudence $Z = 48\angle 36{,}87°$, alimenté à partir d'une source triphasée avec une tension entre phases de 4157 V
Calculez :

1. Les courants de phase dans chaque ligne.
2. La puissance absorbée.
3. Le même exercice avec une charge couplé en triangle.

Exercice n°6

Un charge triphasé équilibre absorbe au réseau une puissance de 2,8 kW sous 3*400 V - 50 Hz, cos $\phi = 0{,}85$.
Calculez :

1. La tension et l'intensité du courant aux bornes de la charge;
2. L'intensité du courant de ligne;
3. La puissance réactive.

Exercice n°7

Trois résistances $(R_1 = R_2 = R_3 = 25\Omega)$ sont couplées en étoile et raccordé sous 3*120 V.
Calculez la tension de phase, l'intensité du courant de ligne et la puissance active.

Exercice n°8

Trois impédances $4 + j3$ couplées en triangle et raccordé à une ligne électrique 208-V triphasée.
Trouver courant de phase et de ligne, les puissances et le facteur de puissance de cette charge.

SOLUTION

Exercice n°1

$V_s = V_r + V_L + V_c$

$V_s = R.I + j\omega L.I - \frac{j}{\omega C}.I$

$17\angle 0° = \frac{5}{3}.I + j15.I - \frac{j25}{3}.I = \frac{5}{3}(1+j4).I$

$I = \frac{51}{5(1+j4)} = \frac{51}{5*\sqrt{17}\angle 76°}$

$\boxed{I = \frac{3\sqrt{17}}{5}\angle -76° A}$

$i(t) = \frac{3\sqrt{17}}{5}\cos(3t - 76)$

$V_r = \frac{5}{3}.I = \sqrt{17}\angle -76°\ V$

$V_L = j\omega L.I = j15.\frac{3\sqrt{17}}{5}\angle -76° = 1\angle 90°.9\sqrt{17}\angle -76° = 9\sqrt{17}\angle 14°$

$V_c = -\frac{j}{\omega C}.I = -\frac{j25}{3}.\frac{3\sqrt{17}}{5}\angle -76° = 5\angle -90°.\sqrt{17}\angle -76° = 5\sqrt{17}\angle -166° V$

$S = V_s.I^* = 17\angle 0°.\frac{3\sqrt{17}}{5}\angle 76° = \frac{51\sqrt{17}}{5}\angle 76°\ VA = 10{,}17 + j.40{,}80\ VA$

$P = Re(S) = 10{,}17 W$

$Q = Im(S) = 40{,}80 VAR$

$\cos(\emptyset) = \frac{P}{|S|} = \frac{10{,}17*5}{51\sqrt{17}} = 0{,}2418$

$S_r = V_r.I^* = \sqrt{17}\angle -76°.\frac{3\sqrt{17}}{5}\angle 76° = 10{,}2\angle 0° = 10{,}2 + j0$

$S_L = V_L.I^* = 9\sqrt{17}\angle 14°.\frac{3\sqrt{17}}{5}\angle 76° = 91{,}8\angle 90° = 0 + j91{,}8$

$S_C = V_C.I^* = 5\sqrt{17}\angle -166°.\frac{3\sqrt{17}}{5}\angle 76° = 51\angle -90° = 0 - j51$

$S = S_r + S_L + S_C$

$S = P + jQ$ Charge inductive;

$S = P - jQ$ Charge capacitive;

$S = -P + jQ$ Source inductive;

$S = -P - jQ$ Source capacitive;

Exercice n°2

$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{1200\angle 0°}{60\angle 0°} = 20\angle 0° = 20 + j0$

$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{1200\angle 0°}{6+j12} = 40 - j80$

$I_3 = \frac{V}{Z_3} = \frac{1200\angle 0°}{30-j30} = 20 + j20$

Courant totale: $I = I_1 + I_2 + I_3 = 80 - j60\ A$

$S_1 = V.I_1{}^* = 24000 - j0\ VA$

$S_2 = V.I_2{}^* = 48000 + j96000\ VA$

$S_3 = V.I_3{}^* = 24000 - j24000\ VA$

La puissance totale : $S = S_1 + S_2 + S_3 = 96000 + j72000\ VA$

Vérification :

$S = V.I^* = 12000.(80 + j60\ ) = 96000 + j72000\ VA$

$S_1 = \frac{|V|^2}{Z_1{}^*} =$...

Exercice n°3

1. Commutateur K est ouvert:

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{120\angle 0°}{5\angle 30°} = 24\angle -30° A$$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{120\angle 0°}{5\angle 45°} = 24\angle -45° A$$

$$I = I_1 + I_2 = 24\angle -30° + 24\angle -45° = 24.2.cos\frac{15}{2}\angle\left(\frac{-30-45}{2}\right)° = 47{,}59\angle -37{,}5°$$

Le facteur de puissance fourni par la source est:

$$\text{FP} = \cos(\emptyset) = \cos(-37.5) = 0.793$$

$$S = S_1 + S_2 = V.I_1^* + V.I_2^* = 120\angle 0°.24.(1\angle 30° + 1\angle 45°)$$

$$S = 2880.2.cos\frac{15}{2}.\angle 37{,}5° = 5710{,}7\angle 37{,}5° = 4530{,}6 + j3476{,}5$$

$S = 5710{,}7\, VA$
$P = 4530{,}6\, W$
$Q = 3476{,}5\, VAR$

2. Commutateur K est fermé:

$$I_3 = \frac{V}{Z_3} = \frac{120\angle 0°}{5\angle -90°} = 24\angle 90° A$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 24\angle -30° + 24\angle -45° + \ 24\angle 90°$$

$$I = 24(0{,}866 - j0{,}5 + 0{,}7071 - j0.7071 + j) = 24(1{,}5731 - j0{,}2071)$$

$$I = 38{,}08\angle -7{,}5°$$

Le facteur de puissance fourni par la source est:

$$\text{FP} = \cos(\emptyset) = \cos(-7{,}5) = 0{,}991$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = V.I_1^* + V.I_2^* + V.I_3^* = 120\angle 0°.24.(1\angle 30° + 1\angle 45° + 1\angle -90°)$$

$$S = V.I^* = 120.38{,}08\angle -7{,}5 = 4569{,}6\angle 7{,}5°$$

$$S = 4530{,}5\ + j596{,}45$$

$S = 4569{,}6\, VA$
$P = 4530{,}5\, W$
$Q = 596{,}45\, VAR$

L'écoulement de courant diminué quand le commutateur s'est fermé, parce que la majeure partie de la puissance réactive consommée par charge 1 et 2 est assurée par charge 3.

Exercice n°4

$I_{12} = \frac{V_1 - V_2}{Z_1} = \frac{120\angle -5° - 100\angle 0°}{1+j7} = -1{,}0733 - \ j2{,}9452 = 3{,}135\angle -110{,}2° A$

$I_{21} = \frac{V_2 - V_1}{Z_1} = \frac{100\angle 0° - 120\angle -5°}{1+j7} = 1{,}0733 + \ j2{,}9452 = 3{,}135\angle 69{,}98° A$

$S_{12} = V_1.I_{12}^* = 120\angle -5°.3{,}135\angle 110{,}2° = 376{,}2\angle 105{,}2° = -97{,}5 + j363{,}35 VA$

$S_{21} = V_2.I_{21}^* = 100\angle 0°.3{,}135\angle -69{,}98° = 313{,}5\angle -69{,}98° = \ 107{,}3\ - j294{,}5 VA$

Les pertes dans la ligne :

$S_L = S_{12} + S_{21} = 9{,}8 + j68{,}85 VA$

D'après les résultats la source "1" reçoit, la source "2" produit de la puissance active et les pertes actives dans la ligne: $P_L = R.|I^2| = 1.3{,}135^2 = 9{,}828 W$

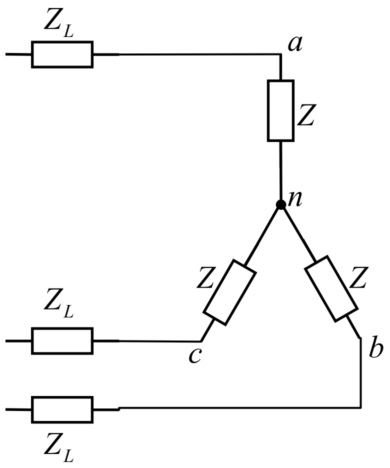
D'autre part la source "1" délivre de la puissance réactive pour la source "2", les pertes réactives à la ligne : $Q_L = X.|I^2| = 7.3{,}135^2 = 68{,}798 W$

Exercice n°5

<table>
<tr>
<td>

$V_{an} = |V_p|\angle 0°$
$V_{bn} = |V_p|\angle -120°$
$V_{cn} = |V_p|\angle -240°$
$V_{ab} = V_{an} - V_{bn} = |V_p|.(1\angle 0° - 1\angle -120°)$
$V_{ab} = |V_p|.\left(1 + \frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = |V_p|.\left(\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = |V_p|.\sqrt{3}\angle 30°$
$V_{bc} = V_{bn} - V_{cn} = |V_p|.(1\angle -120° - 1\angle -240°)$
$V_{bc} = |V_p|.\sqrt{3}\angle -90°$
$V_{ca} = V_{cn} - V_{an} = |V_p|.(1\angle -240° - 1\angle 0°)$
$V_{ca} = |V_p|.\sqrt{3}\angle 150°$
$V_L = |V_p|.\sqrt{3}\angle 30°$
$I_a = \frac{V_{an}}{Z} = |I_p|\angle(0-\theta)°$;
$I_b = \frac{V_{bn}}{Z} = |I_p|\angle(-120-\theta)°$
$I_c = \frac{V_{cn}}{Z} = |I_p|\angle(-240-\theta)°$
$I_L = I_p$

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

Application

$$|V_p| = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{4157}{\sqrt{3}} = 2400V$$

$V_{an} = 2400\angle 0°$; $V_{bn} = 2400\angle -120°$; $V_{cn} = 2400\angle -240°$

$$I_a = \frac{V_{an}}{Z} = \frac{2400\angle 0°}{48\angle 36{,}87°} = 50\angle -36{,}87°$$

$$I_b = \frac{V_{bn}}{Z} = \frac{2400\angle -120°}{48\angle 36{,}87°} = 50\angle -156{,}87°$$

$$I_c = \frac{V_{cn}}{Z} = \frac{2400\angle -240°}{48\angle 36{,}87°} = 50\angle -276{,}48°$$

Puissance

$$S = 3.V_{an}.{I_a}^* = 3.2400\angle 0°.50\angle 36{,}87° = 360\angle 36{,}87° kVA$$
$$S = 288kW + j216kVAR$$

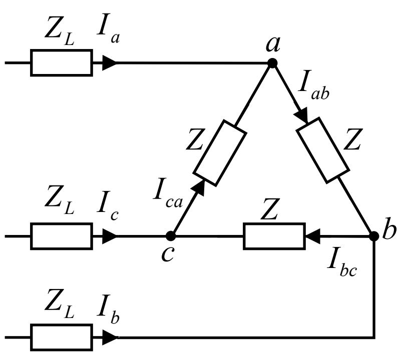
Vérification

$$P = 3 * V * I.cos\emptyset = 3 * 2400 * 50 * \cos(36{,}84)$$
$$Q = 3 * V * I.sin\emptyset = 3 * 2400 * 50 * \sin(36{,}84)$$

<table>
<tr>
<td>

$I_{ab} = |I_p|\angle 0°$
$I_{bc} = |I_p|\angle -120°$
$I_{ca} = |I_p|\angle -240°$
$I_a = I_{ab} - I_{ca} = |I_p|.(1\angle 0° - 1\angle -240°) = |I_p|.\sqrt{3}\angle -30°$
$I_b = I_{bc} - I_{ab} = |I_p|.(1\angle -120° - 1\angle 0°) = |I_p|.\sqrt{3}\angle -150°$
$I_c = I_{ca} - I_{bc} = |I_p|.(1\angle -240° - 1\angle -120°) = |I_p|.\sqrt{3}\angle 90°$
$I_L = |I_p|.\sqrt{3}\angle -30°$

</td>
<td>



</td>
</tr>
</table>

Application

$V_{ab} = 4157\angle 0°$; $V_{bc} = 4157\angle -120°$; $V_{ca} = 4157\angle -240°$

$$I_{ab} = \frac{V_{ab}}{Z} = \frac{4157\angle 0°}{48\angle 36{,}87°} = 86{,}6\angle -36{,}87°$$

$$I_a = \sqrt{3}.\angle -30°.I_{ab} = 150\angle -66{,}87°$$
$$I_b = \sqrt{3}.\angle -150°.I_{ab} = 150\angle -186{,}87°$$
$$I_c = \sqrt{3}.\angle 90°.I_{ab} = 150\angle 53{,}13°$$

Puissance

$$S = 3.V_{ab}.I_{ab}^{\ *} = 3.4157\angle 0° .86,6\angle 36,87° = 1080\angle 36,87° kVA$$
$$S = 864kW + j648kVAR$$

Vérification

$$P = 3 * U * I.cos\emptyset = 3 * 4157 * 86,6 * \cos(36,87)$$
$$Q = 3 * U * I.sin\emptyset = 3 * 4157 * 50 * \sin(36,87)$$

Exercice n°6

$U = 400V$

$V = \frac{U}{\sqrt{3}} = 230V$

$P = \sqrt{3}.I.U.cos\emptyset \ \Rightarrow \ I = \frac{P}{\sqrt{3}.U.cos\emptyset} = \frac{2800}{1,73.400.0,85} = 4,76\ A$

$\sin(\emptyset) = \sqrt{1 - cos\emptyset^2} = 0,526$

$Q = \sqrt{3}.I.U.sin\emptyset = 1,73.4,76.400.0,526 = 1730VAR$

Exercice n°7

$U = 120V$

$V = \frac{U}{\sqrt{3}} = 69,4\ V$

$I = \frac{V}{Z} = \frac{69,4}{25} = 2,78A$

$P = \sqrt{3}.I.U.cos\emptyset = 1,73.2,78.120.1 = 577,13W$

Ou $P = 3.I.V.cos\emptyset = 1,73.2,78.69,4 = 577,13W$

Help

$$cos(x+y) = cosx.cosy - sinx.siny$$
$$cos(x-y) = cosx.cosy + sinx.siny$$
$$sin(x+y) = sinx.cosy + cosx.siny$$
$$sin(x-y) = sinx.cosy - cosx.siny$$
$$cos\,a + cosb = 2cos\frac{a+b}{2}cos\frac{a-b}{2}$$
$$cos\,a - cosb = -2sin\frac{a+b}{2}sin\frac{a-b}{2}$$
$$sin\,a + sinb = 2sin\frac{a+b}{2}cos\frac{a-b}{2}$$
$$sin\,a - sinb = 2cos\frac{a+b}{2}sin\frac{a-b}{2}$$
$$1\angle a + 1\angle b = cosa + cosb + j(sina + sinb) = 2cos\frac{a+b}{2}cos\frac{a-b}{2} + j2sin\frac{a+b}{2}cos\frac{a-b}{2}$$
$$1\angle a + 1\angle b = 2.cos\frac{a-b}{2}\angle\left(\frac{a+b}{2}\right)°$$

$$cos(-x+y+z) = cosx.cosy.cosz - cosx.siny.sinz + cosy.sinx.sinz + cosz.sinx.siny$$
$$cos(x-y+z) = cosx.cosy.cosz + cosx.siny.sinz - cosy.sinx.sinz + cosz.sinx.siny$$
$$cos(x+y-z) = cosx.cosy.cosz + cosx.siny.sinz + cosy.sinx.sinz - cosz.sinx.siny$$