Université Djillali Liabes
Faculté de Génie Electrique
Département d'Electrotechnique

Janvier 2018

Matière : Théorie du champ

Corrigé de l'EMD1

Exercice 1 : (6 pts)
Soit 2 sphères concentriques creuses de rayons R_1 et R_2 portant chacune une charge surfacique de densité volumique ρ_{s1} et ρ_{s2} (Fig.1).

1) Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrique aux points « m » et « n ».
2) Trouver une relation entre ρ_{s1} et ρ_{s2} pour que le champ au point « p » soit nul.

Solution :

1)

Champ E_m au point m : **$r < R_1$**

Il s'agit d'une distribution sphérique, les vecteurs $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{dS}$ sont radiaux et parallèles **(1,5 pt)**.
L'application du théorème de Gauss sur une sphère de rayon r passant par le point m donne alors :

$$\oint \boldsymbol{E_m.dS}=\oint E_m.dS=E_m.4\pi r^2=\frac{Q_m}{\varepsilon_0}$$

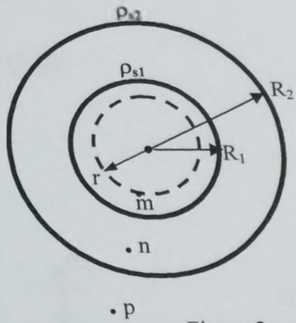


Figure 2

Q_m étant la charge se trouvant à l'intérieur de la sphère de Gauss, de rayon r :
$Q_m = 0$.
nous obtenons donc :
Em= 0. **(1,0 pt)**

Champ E_p au point p : **$R_1 < r < R_2$**

De même que pour le point m, nous avons :

$$E_n.4\pi \quad r^2=\frac{Q_n}{\varepsilon_0}$$

Q_n étant la charge se trouvant à l'intérieur de la sphère de Gauss, de rayon r . Cette fois-ci nous considérons toute la charge de la sphère de rayon R_1 :

$$Q_n=\rho_{s1}.4\pi \quad R_1^2$$

Le champ E_p sera déterminé comme suit :

$$E_n.4\pi \quad r^2=\frac{\rho_{s1}.4\pi \quad R_1^2}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E_n=\frac{\rho_{s1}.}{3\varepsilon_0}\frac{R_1^2}{r^2} \text{ (1,5 pt)}$$

2)

Champ E au point p : **$R_2 < r$**

$$E_p.4\pi \quad r^2=\frac{Q_p}{\varepsilon_0}$$

La charge Q_q comprend dans ce cas la charge surfacique des deux sphères :

$$Q_p=\rho_{s1}.\pi R_1^2+\rho_{s2}.4\pi R_2^2$$

par conséquent

$$E_p.4\pi \quad r^2 = \frac{\rho_{s1}.\pi R_1^2 + \rho_{s2}.4\pi R_2^2}{\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad E_p = \frac{\rho_{s1}.\pi R_1^2 + \rho_{s2}.4\pi R_2^2}{\varepsilon_0 \quad r^2}$$

$$E_p = \frac{\rho_{s1}.\pi R_1^2 + \rho_{s2}.4\pi R_2^2}{\varepsilon_0 \quad r^2} \Rightarrow E_p = \rho_{s1}.\pi R_1^2 + \rho_{s2}.4\pi R_2^2 = 0 \Rightarrow \rho_{s1} = -\rho_{s2}\frac{R_2^2}{R_1^2} \text{ (2 pts)}$$

Exercice 2 : (6 pts)

Soit trois courants I_1=10 A, I_2= 7 A et I_3= 6 A de même longueur L= 45 cm, comme montré à la Fig.2.

1) Calculer et tracer l'induction résultante aux points « m » et « n » produite par les courants I_1 et I_2.
2) Calculer et tracer la force résultante appliquée par les courants I_1 et I_3 sur le conducteur I_2.

Solution :

1) Induction aux points m et n :

$$B(m) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi.2} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi.10} = \frac{4\pi.10^{-7}.10}{4\pi} + \frac{4\pi.10^{-7}.7}{20\pi} = 1{,}14.10^{-6}T \text{ (1 pt)}$$

$$B(n) = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi.3} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi.5} = -\frac{4\pi.10^{-7}.10}{6\pi} + \frac{4\pi.10^{-7}.7}{10\pi} = -0{,}39.10^{-6}T \text{ (1 pt)}$$

(Dessin : 1 pt)

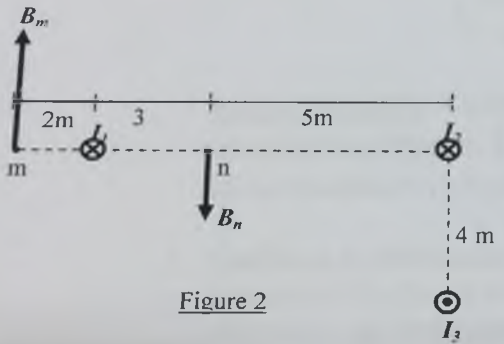
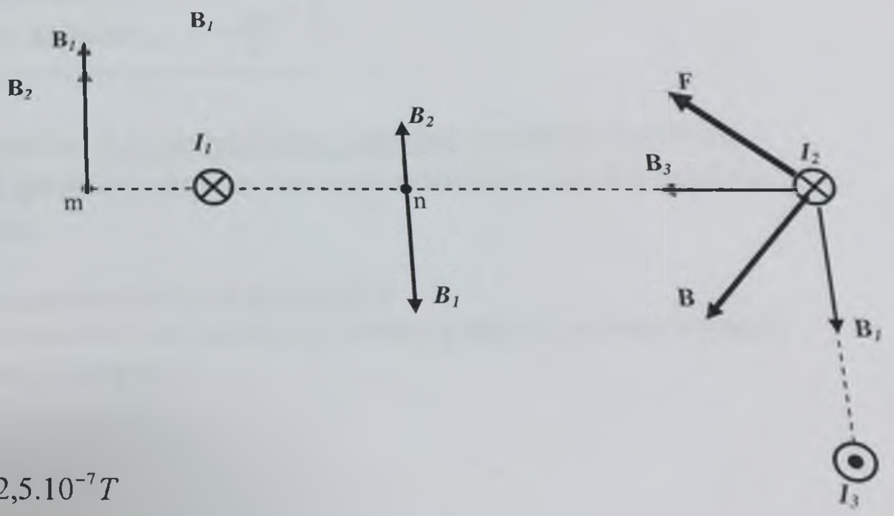


Figure 2



2) $$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi.8} = \frac{4\pi.10^{-7}.10}{16\pi} = 2{,}5.10^{-7}T$$

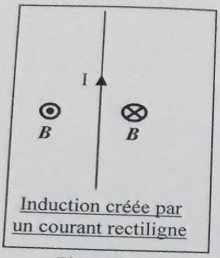
$$B_3 = \frac{\mu_0 I_3}{2\pi.4} = \frac{4\pi.10^{-7}.6}{8\pi} = 3.10^{-7}T$$

$$B_3 = \sqrt{B_1^2 + B_3^2} = \sqrt{(2{,}5.10^{-7})^2 + (3.10^{-7})^2} = 3{,}9.10^{-7}T$$

$$F = \int Idl \wedge B = I_2 LB \sin\frac{\pi}{2} = 7.0{,}45.3{,}9.10^{-7} = 12{,}3.10^{-7}\ N \text{ (2 pt)}$$

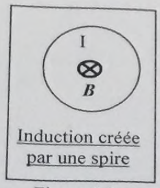
Dessin : 1 pt

Exercice 3 :



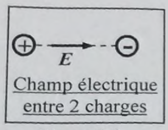
Induction créée par un courant rectiligne

Figure 3.1



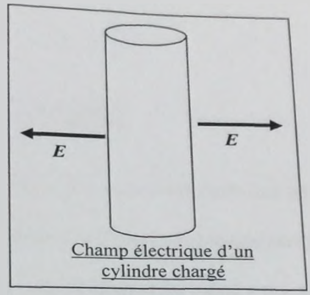
Induction créée par une spire

Figure 3.2



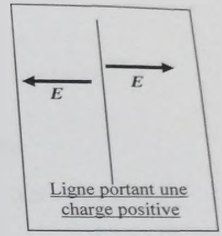
Champ électrique entre 2 charges

Figure 3.3



Champ électrique d'un cylindre chargé

Figure 3.4



Ligne portant une charge positive

Figure 3.5

(1pt par réponse correcte)

Questions de cours : (4 pts)

1. Que peut-on déduire de la relation « rot **E**=0 » et « rot **H** = **J** » ?
   Réponse : On déduit que le champ électrique est non rotationnel, c'est-à-dire que les lignes de champ électrique ne se referment pas sur elles mêmes.
   On déduit que le champ magnétique est non rotationnel, c'est-à-dire que les lignes de champ magnétique sont fermées. **(1,5 pts)**

2. Ecrire la loi de Faraday et expliquer.
   Réponse :

$$\boxed{\text{Loi de Faraday : } e = -\frac{d\Phi}{dt}}$$

<u>Loi de Faraday</u> : Quand un *<u>flux magnétique variable</u>* traverse un circuit conducteur fermé, il génère (crée) un courant induit (ou une f.e.m) dans le conducteur. **(1,5 pts)**

3. Quelle est la différence entre un vecteur et un champ ?
   Réponse : Un champ est ensemble de vecteurs de la même famille, comme le champ électrique, gravitationnel…**(1,0 pts)**