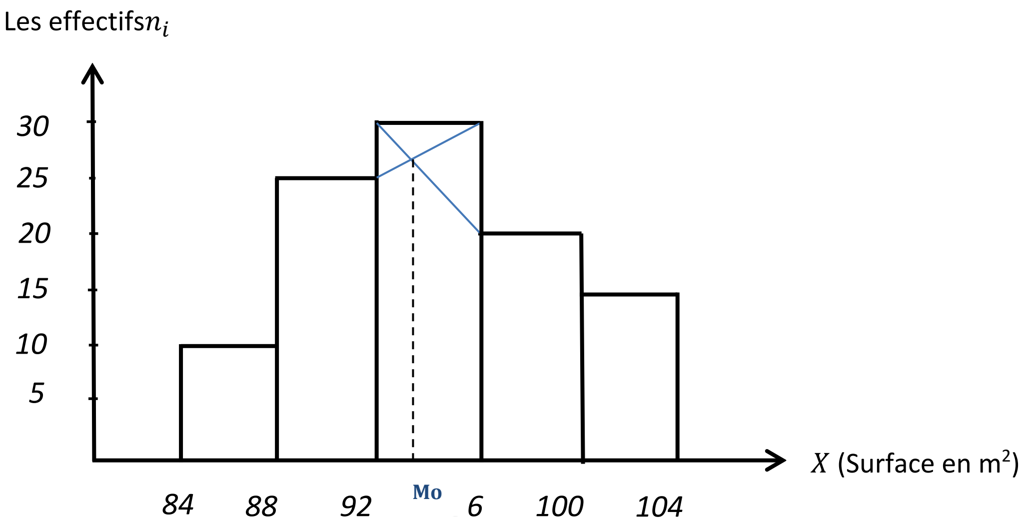
Corrigé rattrapage

Exercice 1 :(9pts)

Soit X la surface d'une maison mesurée en m^2. Le traitement de l'information relatif à 100 maisons a permis de dresser l'histogramme de la variable statistique$X$.



1) Quelle est la nature du caractère étudié?

La nature du caractère étudié est quantitatif continu.

2) Depuis le graphe, déterminer le tableau statistique

Les classes	n_i	n_{ic}	f_i	f_{ic}	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
[84, 88[**86**	10	10	0.1	0.1	860	73960
[88, 92[**90**	25	35	0.25	0.35	2250	202500
[92, 96[**94**	30	65	0.3	0.65	2820	265080
[96, 100[**98**	20	85	0.2	0.85	1960	192080
[100, 104[**102**	15	100	0.15	1	1530	156060
La somme	**100**	/	**1**	/	**9420**	**889680**

3) Calculer la moyenne et l'écart type de la variable X .

$$\overline{\boldsymbol{X}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\, X_i = \frac{9420}{100} = \mathbf{94,2}$$

$$\boldsymbol{V(X)} = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\, X_i^2\right) - \bar{X}^2 = \frac{889680}{100} - 94{,}2^2 = \mathbf{23,16}$$

$$\boldsymbol{\sigma_X} = \sqrt{V(X)} = \sqrt{23{,}16} = \mathbf{4,81}$$

4) Représenter graphiquement le mode, et le calculer par la méthode d'interpolation.

$$\boldsymbol{Mo} = (b-a) + a\,\frac{\Delta_1}{\Delta_1+\Delta_2} = 92 + 4\,\frac{5}{5+10} = \mathbf{93,33}$$

La classe modale est [92, 96[

$$l_1 = 92 \quad a = 96-92 = 4 \quad d_1 = 30-15 = 5 d_2 = 30-20 = 10$$

5) Déterminer graphiquement la médiane, et la calculer par la méthode d'interpolation.

$$\boldsymbol{q_{0.5}} = a + (b-a)\frac{\mathrm{n}\alpha - n_{ic-1}}{n_i} = 92 + 4\,\frac{50-35}{30} = \mathbf{94}$$

$\mathrm{n}\alpha = 100 \times 0.5 = 50$ alors $q_{0.5} \in [92\,,\ 96[$

$$a = 92 \quad b-a = 4 \quad n_{ic-1} = 35 \quad n_i = 30$$

6) Calculer le coefficient de variation de cette série statistique.

$$\boldsymbol{C_v} = \frac{\sigma_X}{\bar{X}} = \frac{4{,}81}{94{,}2} = \mathbf{0,051}$$

Exercice 2 : **(8pts)**

On a mesuré la résistance thermique (notée Y et mesurée en $m^2 °C/W$) d'un isolant de doublage de murs. Les mesures effectuées pour plusieurs épaisseurs (notée X et mesurée en cm) de l'isolant ont donné les résultats suivants :

Y / X	[0, 2[	[2, 4[	[4, 6]
[30, 50[	1	1	0
[50, 70[	0	2	0
[70, 90[	0	2	0
[90, 110[	0	0	2

On donne : $\sum_{i=1}^{4} n_{i.}x_i = 560,\ \sum_{j=1}^{3} n_{.j}\,y_j = 26,\ \sum_{i=1}^{4} n_{i.}x_i^2 = 43200,\ \sum_{j=1}^{3} n_{.j}y_j^2 = 96,\ \ et \sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{3} n_{ij}x_i y_j = 2000$

1) **Calculer les moyennes marginales $\bar{x}$ et $\bar{y}$.**

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_{i.}\, X_i = \frac{560}{8} = \mathbf{70} \qquad \bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{l} n_{.j}\, Y_j = \frac{26}{8} = \mathbf{3.25}$$

2) **Calculer le coefficient de corrélation linéaire de *X* et *Y*.**

$$\boldsymbol{Cov(X,Y) = S_{xy}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{l} \boldsymbol{n_{ij}X_iY_j - \bar{X}\,\bar{Y}} = \frac{2000}{8} - 70 \times 3.25 = \mathbf{22.5}$$

$$\boldsymbol{V(X)} = \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_{i.}\, X_i^2\right) - \bar{X}^2 = \frac{43200}{8} - 70^2 = \mathbf{500}$$

$$\boldsymbol{V(Y)} = \left(\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{l} n_{.j}\, Y_j^2\right) - \bar{Y}^2 = \frac{96}{8} - 3.25^2 = \mathbf{1.4375}$$

$$\boldsymbol{Cov(X,Y)} = \frac{S_{xy}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{22.5}{\sqrt{500} \times \sqrt{1.4375}} = \mathbf{0.839}$$

3) **En utilisant la méthode des moindres carrés, déterminer l'équation de la droite d'ajustement de *Y*en*X*.**

$$\boldsymbol{D}: y = ax + b \qquad avec\ \boldsymbol{a} = \frac{S_{xy}}{V(X)} \qquad et\ \boldsymbol{\hat{b}} = \bar{Y} - a\bar{X}$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{22.5}{500} = \mathbf{0.045} \qquad \boldsymbol{b} = 3.25 - 0.045 \times 70 = \mathbf{0.1}$$

$$\boxed{y = 0.045\, x + 0.1}$$

4) **Estimer la résistance obtenue avec une épaisseur d'isolant de 120 cm.**

$$y = 0.045 \times \mathbf{120} + 0.1 = \mathbf{5.5}$$

Exercice 3 : **(3pts)**

On jette 3 fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. Considérons les événements suivants

A= « le 1er jet a donné 'face' »

B= « le 2ème jet a donné 'face'»

C= « 2 jets consécutifs donnent 'face' »

1) Décrire les événements A, B et C.

A $= \{(i,j,k); i = F\ et\ j\ et\ k \in \{P,F\}\}$ et son cardinal est $|A| = \tilde{A}_1^1 \tilde{A}_2^1 = 1 * 2^2 = 4$

B $= \left\{(i,j,k); i \in \{P,F\}, j = F\ et\ k \in \{P,F\}\right\}$ et son cardinal est $|\text{B}| = \tilde{A}_2^1\, \tilde{A}_1^1\, \widetilde{A}_2^1 = \tilde{A}_1^1 \tilde{A}_2^1 = 4$

C $= \{(i,j,k); \{i,j\} = \{F,F\}\ et\ k \in \{P,F\}\ ou\ i \in \{P,F\}\ et\ \ \{j,k\} = \{F,F\}\ \}$ et son cardinal est

$|C| = \tilde{A}_1^2\, \tilde{A}_2^1 + \tilde{A}_1^1 \tilde{A}_1^2 = 1 * 2 + 1 * 1 = 3$

$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, $\qquad P(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{4}{8} = \frac{1}{8}$ et $P(C) = \frac{|C|}{|\Omega|} = \frac{3}{8}$