EMD1 de probabilités.
3^{eme} année ING Aéronautique 2008/2009

Exercice 1

On jette 3 dés.

Calculer les probabilités des événements suivants :

(i) Les 3 dés montrent la face 6.

(ii) Au moins 1 dé montre la face 6.

(iii) La somme des 3 dés est égale à 6.

Exercice 2

Dans une loterie, un joueur doit choisir 10 nombres entre 1 et 40.

Lors du tirage, 10 numéros seront sélectionnés parmi ces 40 nombres qui formeront alors la combinaison gagnante.

En admettant que le tirage est équiprobable pour les C_{10}^{40} combinaisons possibles, quelle est la probabilité que :

(i) le joueur ait choisi les 10 bons numéros ?

(ii) le joueur ait choisi 9 numéros parmi les 10 bons numéros ?

(iii) le joueur ait au moins choisi 8 numéros parmi les 10 bons numéros ?

Exercice 3

Trois ateliers fabriquent des vis. Le premier et le deuxième produisent chacun 30% du total de la production, tandis que le troisième produit 40%. Parmi les vis produites une sur dix est défectueuse pour le deuxième et le troisième atelier. Cette proportion n'est que d'une sur vingt pour le premier atelier.

(i) Si l'on choisit une vis au hasard dans la production totale, quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ?

(ii) On choisit une vis au hasard et on constate qu'elle est défecteuse. Quelle est la probabilité conditionnelle qu'elle ait été produite par le premier ou la deuxième atelier ?

Exercice 4

Une boite contient 10 boules numérotées de 1 à 10.

On tire sans remise 3 boules de cette boite et on désigne par X la variable aléatoire correspondant au plus grand numéro tiré.

(i) Quelle est la loi de probabilité de X ?

(ii) Calculer la probabilité que X soit inférieur ou égal à 5.

EMD1 de probabilités.
3^{eme} année ING Aéronautique 2008/2009

Exercice 1

On jette 3 dés.

Calculer les probabilités des événements suivants :

(i) Les 3 dés montrent la face 6.

• *666 est un cas parmi* 6^3*, donc la probabilité est* $1/6^3 = 0,5\%$.

(ii) Au moins 1 dé montre la face 6.

• *Les cas possibles sont*

666, 66∗, 6∗6, ∗66, 6∗∗, ∗6∗, ∗∗6.

La probabilité d'avoir au moins un six sur les 3 jets est donc $(1+3\cdot 5+3\cdot 5\cdot 5)/6^3 = 42\%$.

(iii) La somme des 3 dés est égale à 6.

• *Les cas possibles sont*

222, 123, 132, 213, 231, 312, 321, 411, 141, 114.

La probabilité d'avoir une somme égale à 6 est donc $10/6^3 = 4,6\%$.

Exercice 2

Dans une loterie, un joueur doit choisir 10 nombres entre 1 et 40.

Lors du tirage, 10 numéros seront sélectionnés parmi ces 40 nombres qui formeront alors la combinaison gagnante.

En admettant que le tirage est équiprobable pour les C_{10}^{40} combinaisons possibles, quelle est la probabilité que :

(i) le joueur ait choisi les 10 bons numéros ?

• $1/C_{10}^{40} = 0,0000001\%$

(ii) le joueur ait choisi 9 numéros parmi les 10 bons numéros ?

• $C_1^{30}\cdot C_9^{10}/C_{10}^{40} = 0,000035\%$

(iii) le joueur ait au moins choisi 8 numéros parmi les 10 bons numéros ?

• $1/C_{10}^{40} + C_1^{30}\cdot C_9^{10}/C_{10}^{40} + C_2^{30}\cdot C_8^{10}/C_{10}^{40} = 0,002\%$

Exercice 3

Trois ateliers fabriquent des vis. Le premier et le deuxième produisent chacun 30% du total de la production, tandis que le troisième produit 40%. Parmi les vis produites une sur dix est défectueuse pour le deuxième et le troisième atelier. Cette proportion n'est que d'une sur vingt pour le premier atelier.

(i) Si l'on choisit une vis au hasard dans la production totale, quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ?

• *On désigne par* a_i *l'événement "la pièce choisie vient de l'atelier* A_i*",* $i = 1,2,3$*, et par* f *l'événement "la vis est défectueuse".*

D'où par la formule des probabilités totales, on a :

$$p(f) = p(f|a_1)\cdot p(a_1)+p(f|a_2)\cdot p(a_2)+p(f|a_3)\cdot p(a_3) = \frac{1}{20}\cdot\frac{30}{100}+\frac{1}{10}\cdot\frac{30}{100}+\frac{1}{10}\cdot\frac{40}{100} = \frac{17}{200} = 8,5\%$$

(ii) On choisit une vis au hasard et on constate qu'elle est défecteuse. Quelle est la probabilité conditionnelle qu'elle ait été produite par le premier ou la deuxième atelier ?

- *la probabilité qu'on veut calculer est :*

$$p(a_1 \cup a_2|f) = \frac{p((a_1 \cup a_2) \cap f)}{p(f)} = \frac{p(a_1 \cap f)}{p(f)} + \frac{p(a_2 \cap f)}{p(f)} = p(a_1|f) + p(a_2|f)$$
$$= \frac{p(f|a_1) \cdot p(a_1) + p(f|a_2) \cdot p(a_2)}{p(f)} = 53\%$$

car a_1 et a_2 sont mutuellement exclusifs.

Exercice 4

Une boite contient 10 boules numérotées de 1 à 10.

On tire sans remise 3 boules de cette boite et on désigne par X la variable aléatoire correspondant au plus grand numéro tiré.

(i) Quelle est la loi de probabilité de X ?

- *Les valeurs possibles de X sont* $3, 4, \cdots, 10$.

$\{X = i\}$ *correspond à avoir choisi la boule numéro i, et deux boules avec des numéros entre* 1 *et* $(i-1)$.

La loi de probabilité est donc donnée par :

$$p\{X = i\} = \frac{1 \cdot C_2^{i-1}}{C_3^{10}}, \qquad (i = 3, 4, \cdots, 10)$$

On a bien que $\sum_{i=3}^{10} p\{X = i\} = 1$.

(ii) Calculer la probabilité que X soit inférieur ou égal à 5.

- $p\{X \leq 5\} = \sum_{i=3}^{5} p\{X = i\} = p\{X = 3\} + p\{X = 4\} + p\{X = 5\} = 1/12 = 8,3\%$.