ASSERISSEMENT (SYSTEMES ASSERVI)

les Systèmes Asservis du 1er et 2ème Ordres

CHAP 01: Généralité sur les systèmes asservis:

I/ Introduction:

+ Systèmes asservi: est Un système de Commande automatiq d'effectuer plusieurs opération imposées par cahier de charg sans l'intervention de l'homme.

+ but de Systèmes Asservi:
  - Améliorer rendement de production et ~~Améliorer~~
  - Amélior précision et qualité des tâches effectuer
  - Décharger l'homme des charges répétifs.

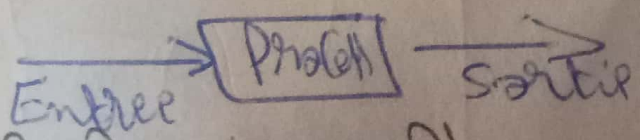
+ types des systèmes:
  - systèmes séquentiel: Machine à laver automatique
  - systèmes analogique: pilotage automatique d'Un avio

II/ les domaines des systèmes asservis:

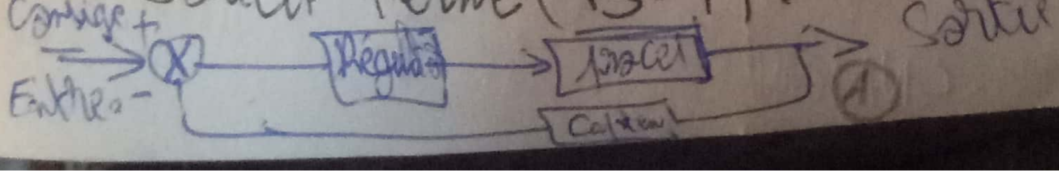
- Domaine domestique.
- Domaine transport.
- Domaine l'industrie.

III/ Grandeur Caractéristique d'Un processus:

- Boucle ouvert (B. O):



- Boucle fermé (B. f):



IV/ Travail de l'automaticien :

- Imaginer et concevoir des systèmes correcteurs.
- Système correcteur permet élaboration automatique du signal de commande.
- la sortie désirée la consigne comprise en présence de perturbation.

V/ Concepts de Bases :

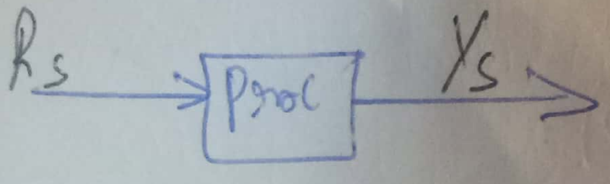
① Process : ensemble d'installation doit piloter, caractériser par des signaux d'entrée et sortie, relie par les loi de math et perturbation.

② Signal : grandeur physique générée par appareil ou capteur. on signal d'entrée et signal de sortie.

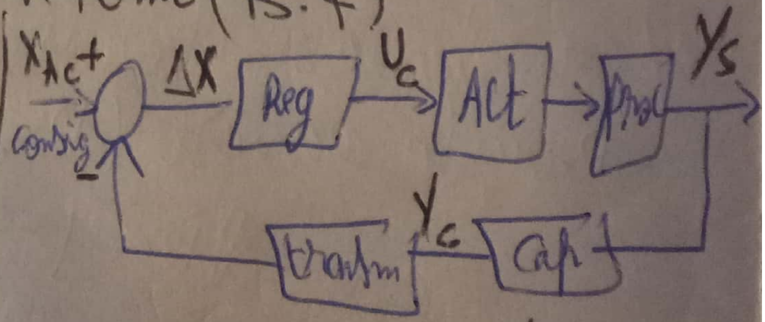
③ Conduite : système conduit de manière automatisé
+ maintenir grandeur de sortie (Régulation)
+ suivre à contrainte sortie (Automatique séquentiel).

VI/ Structure de commande :

1- Commande à boucle ouvert (B.O)
2- Commande à boucle fermé (B.f)



B.O (Régulation séquenti



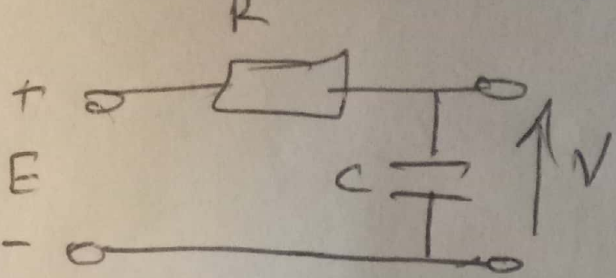
B.f (Régulation analogi

Régulation numérique : CNA/CAN

* types des systèmes : e

+ Système : ensemble d'élément lié entre eux réaliser plusieur tâches de commande sont :

- Système Statique : réponse dépend de temp (t)
- Système dynamique : réponse ne dépend pas du temps.
- Système monovariable : SISO Entrée → □ → Sortie
- Système multivariable MIMO Entrée ⇉ □ ⇉ sortie
- Système continue : sortie connue ~~[illegible]~~
- Système discret : état connu sur interval tout inst et définis
- Systèm linéaire système obéier principe → □ → (CU, CY)
- systèm dynamique linéaire : décrit par équation diffé



$$V = \frac{1}{C} \cdot i(t)\,dt \rightarrow I = C\frac{dV}{dt}$$

$$\Rightarrow E = RC\frac{dV}{dt} + V$$

$$E = RI(t) + V \;/\; I = \frac{dV}{dt}$$

$$E = R\frac{dV}{dt} + V$$

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{RC}V = \frac{E}{RC} \Rightarrow \boxed{RC\frac{dV}{dt} + V = E}$$

CHAP02: Modalisation Mathématique des Systèmes Asservis

I/ Les définitions:

① modalisation mathématique: établir des équation différentiel reliée les grandeurs d'entrée et sortie

② équation différentiel ordinnaire écriture des équations mathématiqué pour obtenir une solution pour le system séquentiel.

a/ circuit éléctrique: les lois de Kirchhoff (mailles, noeds)

$$\begin{cases} -\sum U = 0 \\ -\sum i = 0 \end{cases}$$

b/ circuit éléctroniques:

$$\begin{cases} -i_1 = \dfrac{e_i - e'}{R_1} \\ -i_2 = \dfrac{e' - e_0}{R_2} \\ -e_0 = \dfrac{R_2}{R_1} e_i \end{cases}$$

c/ Système mécanique:

d/ système thermique:

e/ système éléctronique:

II/ La Transformé de la Place:

① modalisation: on utilise les complex ($j\omega$) et modalise les Edp et EdO.

② Transformé de la place:

$$+F(S) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-St} dt = \int_0^{\infty} e^{at} e^{-St} dt = \int_0^{\infty} e^{(a-s)t} dt = \frac{1}{s+a}$$

$$+ f(t) = \begin{cases} 1 & si\ t > 0 \\ 0 & si\ t < 0 \end{cases} \Rightarrow F(S) = \int_0^a f(t) \cdot e^{-st} = \int_0^\infty 1 e^{-st} dt = \left. \frac{e^{-st}}{s} \right]_0^\infty$$

$$F(S) = \frac{1}{S}$$

③ L'inversion de Transformation de Laplace:

$$\begin{cases} t \to s \\ s \to t \end{cases} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}\{F(S)\} = f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(S) e^{st} dS$$

$$\Rightarrow \qquad \Rightarrow \frac{a}{s+b} \longrightarrow a e^{-bt}$$

④ Les propriétés: TDLP: TLP:

a/ linéarité:

$$\mathcal{L}[f_1(t) + f_2(t)] = F_1(S) + F_2(S) \Rightarrow$$

$$\mathcal{L}[\alpha f_1(t) + \alpha f_2(t)] = \alpha F_1(S) + \alpha F_2(S)$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(S).$$

$$\mathcal{L}[\alpha f(t)] = \alpha F(S)$$

b/ Dérivation:

$$- \frac{\partial f}{\partial t} \longrightarrow SF(S) - F(0^+) / \frac{\partial f(t)}{\partial t} \longrightarrow SF(S)$$

$$V_i(t) = RC \frac{dV_0}{dt} + V_0 \Rightarrow V_i(S) = RCSV_0 + V_0(S)$$

c/ Intégral:

$$\int f(t)\, dt \longrightarrow \frac{1}{S} F(S)$$

$$\lim_{t \to 0^+} \int f(t)\, dt \longrightarrow \frac{1}{s} F(S)$$

d) Retard : (translation du temps).

$$f(t-T) \longrightarrow F(S)e^{-ST} \quad \text{où}$$

$$\begin{cases} -T>0 \Rightarrow f(t-T)=0 \Rightarrow t<T \\ -f(S) = \alpha[f(t)] \end{cases}$$

e) Théorème de valeur initiale:

$$f(0^+) \Rightarrow f(t) \Rightarrow F(S)$$

$$f(0^+) = \lim_{t \to 0} f(t) = \lim_{S \to \infty} SF(S) \quad t>0$$

f) Théorème de la valeur finale:

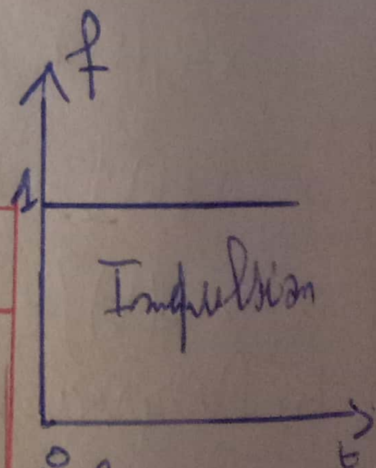
$$f(\infty) \Rightarrow f(t) \Rightarrow F(S)$$

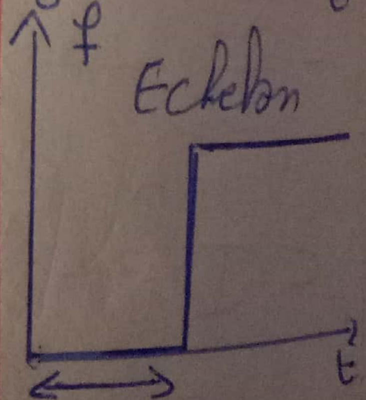
$$f(\infty) = \lim f(t) = \lim_{S \to 0} SF(S) \quad t>0$$

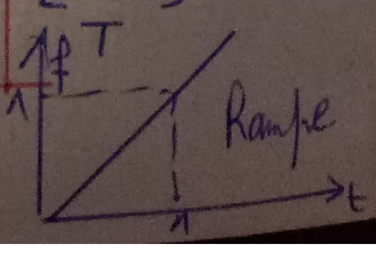
$$\alpha\left[e^{-at} f(t) = F(S+a)\right]$$

5 Table élémentaire:

fonction	TP
Impulsion $\delta(t)$	1
Echelon Unité $U(t)$	$\frac{1}{S}$
Rampe Unité t	$\frac{1}{S^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{S+a}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{S^2+\omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{S}{S^2+\omega^2}$







⑥ APPLication TLPC :

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y = x(t)$$

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\Sigma} \longrightarrow y(t)$$

$$X(s) \longrightarrow \boxed{F_1(s)} \longrightarrow Y(s)$$

$$s^2 Y(s) + 3s\,Y(s) + 2Y(s) = X(s)$$

$$[s^2+3s+2]\,Y(s) = X(s) \Rightarrow F(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{s^2+3s+2}$$

fonction de Transfaire est le rappor de sortie sur entrée

⑦ Programe MatLAb :

```
% 1er programme
nom = 1;
den = [1 3 2];
F1 = tf(num, den)
figure(1)
step(F1)
figure(2)
step(F2)
figure(3)
step(F3)
hoin
```

⑧ Décomposition en élément simple :

$$+\ \frac{1}{s+a} \longrightarrow e^{-at}$$

$$+\ \frac{a}{s+b} \longrightarrow a\,e^{-bt}$$

$$+\ \frac{a}{s^2+bs+c} \longrightarrow \frac{as+b}{s^5+s^4+0s=0}$$

$D(S)=0 \Rightarrow S^5+S^4+S=0$ équ. caractéristique

↳ racine → pôles.

$N(S)=0 \rightarrow aS+b=0$

↳ racine → zéro

a) pôles simples :

$$F_1(S)=\frac{N(S)}{D(S)}=\frac{K(S+Z_1)(S+Z_2)\cdots}{(S+P_1)(S+P_2)(S+P_3)}=\frac{a_1}{S+P_1}+\frac{a_2}{S+P_2}+\cdots+$$

$$a_k=\left[(S+P_k)\frac{N(S)}{D(S)}\right]_{S=-P_k}$$

b) pôles multiples :

$$F_2(S)=\frac{N(S)}{D(S)}=\frac{S^2+2S+3}{(S+1)^n}=\frac{a_1}{(S+1)^n}+\frac{a_2}{(S+1)^{n-1}}+\cdots+\frac{a_{n-1}}{(S+1)^2}+$$

$$a_1=\left[(S+1)^n\frac{S^2+2S+3}{(S+1)^n}\right]_{S=-1}=2$$

$$a_2=\frac{1}{1!}\frac{\partial}{\partial S}\left[(S+1)^n\frac{S^2+2S+3}{(S+1)^n}\right]_{S=-1}=0$$

$$a_3=\frac{1}{2!}\frac{\partial^2}{\partial S^2}\left[(S+1)^n\frac{S^2+2S+3}{(S+1)^n}\right]_{S=-1}=1$$

$$a_4=\frac{1}{3!}\frac{\partial^3}{\partial S^3}\left[(S+1)^n\frac{S^2+2S+3}{(S+1)^n}\right]=0$$

c) pôles complexes :

$$F_3=\frac{N(S)}{D(S)}=\frac{K_1}{S+P_1}+\frac{K_2}{S+P_2}+\cdots+\frac{K_n}{S+P_n}\ \Big/\ K=re^{j\theta}$$

$$\begin{cases} r_1=\left|\left[(S+P_1)\frac{N(S)}{D(S)}\right]\right|_{S=-P_i} \\ \theta_1=\left[(S+P_1)\frac{N(S)}{D(S)}\right]_{S=-P_i} \end{cases} \qquad K_i=\left[(S+P_1)\frac{N(S)}{D(S)}\right]_{S=-P_i}$$

$K_1=re^{j\theta}$ $\quad K_2=re^{-j\theta}$

CHAP03: Analyse temporelle des systèmes

I/ Analyse temporelle d'un système du 1er ordre:

a) Réponse Impulsionnelle:

$Y(S) = R(S) * G(S) \;/\; r(t) = A\,\delta(t) = R(S)\,\delta(t)$

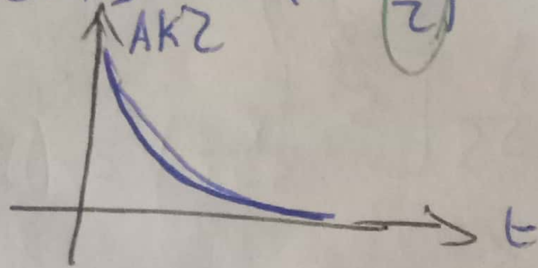
+ 1er Cas:

$G(S) = \frac{K}{\tau s+1} \;/\; R(S) = A$

$Y(S) = R(S) * G(S) = \frac{AK}{\tau S+1} = \frac{\overbrace{AK}^{a}}{\tau(S+\underbrace{\frac{1}{\tau}}_{b})}$

$\frac{a}{S+b} \longrightarrow a e^{-bt}$

$y(t) = AKe^{-\frac{1}{\tau}t}$



b) Réponse Inducielle:

$\cancel{Y(S)=F(S)*R(S)} \;/\; R(S) = \frac{A}{S}$

$G(S) = \frac{K}{\tau s+1}$

$Y(S) = F(S)\cdot R(S) = \frac{AK}{(\tau S+1)}\cdot\frac{1}{S} = \frac{\cancel{\tau}\,\frac{K}{\tau}}{\tau(S+\frac{1}{\tau})}\cdot\frac{1}{S} = \frac{\frac{K}{\tau}}{S+\frac{1}{\tau}}\cdot\frac{1}{S}$

$Y(S) = \frac{B_1}{S+\frac{1}{\tau}} * \frac{B_2}{S}$

$+B_1 = \left[\cancel{\left(S+\frac{1}{\tau}\right)}\frac{K/\tau}{\cancel{\left(S+\frac{1}{\tau}\right)}}\cdot\frac{1}{S}\right]_{S=-\frac{1}{\tau}} = -K \Rightarrow B_1 = -K$

$+B_2 = \left[\cancel{S}\,\frac{K/\tau}{(S+\frac{1}{\tau})}\cdot\frac{1}{\cancel{S}}\right]_{S=0} = K \Rightarrow B_2 = K$

$Y(S) = \frac{-K}{S+\frac{1}{\tau}} + \frac{K}{S} \Rightarrow y(t) = K(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

c) Réponse échelon :

$$G(S) = \frac{K}{\tau s+1} \quad / \quad R(S) = \frac{1}{S^2}$$

$$Y(S) = G(S) * R(S) = \frac{K}{\tau s+1} * \frac{1}{S^2} = \frac{\frac{K}{\tau}}{S+\frac{1}{\tau}} * \frac{1}{S^2}$$

$$= \frac{B_1}{S+\frac{1}{\tau}} + \frac{B_2}{S^2} + \frac{B_3}{S}$$

$$+ B_1 = \left[\cancel{\left(S+\frac{1}{\tau}\right)} \left(\frac{\frac{K}{\tau}}{\cancel{S+\frac{1}{\tau}}} \cdot \frac{1}{S^2} \right) \right]_{S=-\frac{1}{\tau}} = K\tau$$

$$+ B_2 = \left[S^2 \left(\frac{\frac{K}{\tau}}{S+\frac{1}{\tau}} \right) \frac{1}{S^2} \right]_{S=0} = K$$

$$+ B_3 = \frac{1}{1!} \frac{\partial}{\partial S} \left[\cancel{S^2} \frac{\frac{K}{\tau}}{S+\frac{1}{\tau}} \right) \frac{1}{\cancel{S^2}} \Bigg]_{S=0} = \frac{\partial}{\partial S} \left(\frac{\frac{K}{\tau}}{S+\frac{1}{\tau}} \right)_{S=0} = \left[\frac{-\frac{K}{\tau}}{\left(S+\frac{1}{\tau}\right)^2} \right]_{S=0} = -K$$

$$B_3 = -K\tau$$

$$Y(S) = \frac{K\tau}{S+\frac{1}{\tau}} + \frac{K}{S^2} + \frac{-K\tau}{S}$$

$$y(t) = K\left[(t-\tau) + \tau e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

II/ Analyse des Systèmes du 1er Ordre :

a) Régime transitoire :

1/ Constant du temp : 63% valeur finale

$\tau_1 \rightarrow \tau$ élevé $\rightarrow$ réponse lente.

$\tau_2 \rightarrow \tau$ faible $\rightarrow$ réponse rapide.

2/ Temps de réponse : ± 2% jusque 5% valeur finale

$\% 2 \rightarrow t_r = 3\tau$

$\% 5 \rightarrow t_r = 4\tau$

3/ Temps de montée : passe 10% à 90% valeur finale

$t \rightarrow \infty$ ~~...~~ $K=1 \rightarrow t_m = 2{,}2\tau$

4/ l'erreur :

$e = 1 - K$

5/ l'erreur de vitesse :

$e(v) =$ entrée - sortie

b) Régime permanent :

① régime forcé :

$c_f(t) = K$

② l'erreur statique :

$e(\infty) = r(t) - c(t) = (1 - K)$

③ Régime permanent à une rampe unitaire :

$c_f(t) = K * (t - \tau)$

Cas 1 : $K \neq 1 \Rightarrow$ sortie et entrée div $\Rightarrow$ l'erreur infinie.

Cas 2 : $K = 1 \Rightarrow$ sortie même pente l'entrée $\Rightarrow c_f(t) = K * (t - \tau)$

④ l'erreur :

$e(\infty) = r(t) - c(t) = \tau$

II / Analyse temporelle d'un Système du 2ème Ordre :

$+G(S) = \dfrac{KW_n^2}{S^2+2\xi W_n S + W_n^2}$ / $F(S) = \dfrac{K_1 a^2}{S^2+\frac{b}{a}S+\frac{c}{a}}$

+1er Cas : $D < 0$

$+P_{1,2} = -\xi W_n \pm j W_n \sqrt{1-\xi^2}$

$+W_n = 2\pi f_n$

$+ \omega_0 = \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$

$+\omega_d = \omega_0 = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

$+ \alpha = \tau = \xi W_n$

$+T = \dfrac{1}{\alpha} = \dfrac{1}{\xi W_n}$

*) Réponse indicielle :

– Dépassement : D% :

$+D = 100 e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-2\xi}}} = 100 e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-2\xi}}}$

$+T_p = \dfrac{\pi}{\omega_0} = \dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-2\xi}}$

$+T_e = \dfrac{1}{\alpha}$

$(S^2 + 2\xi \omega_n S + \omega_n^2) = 0$

$-\omega_n\xi \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} \Rightarrow$ Si $0 < \xi < 1 \Rightarrow$ Sous amortie

$-\omega_n\xi \pm \omega_n\sqrt{\xi^2-1}$ Si $\xi = 1 \Rightarrow$ amortissement critique

$-\omega_n$ Si $\xi > 1 \Rightarrow$ Sur amortie

$\pm\omega_n \Rightarrow$ Si $\xi = 0 \Rightarrow$ Sans amortie

*Réponse échelon unité du 2ème ordre

+ Réponse indicielle :

$G(S) =$

$U(S) = \frac{1}{S}$

$$Y(S) = \frac{K\omega_n^2}{S^2+2\xi\omega_n+\omega_n^2} \cdot \frac{1}{S} = K\left[\frac{1}{S} - \frac{S+2\xi\omega_n}{S^2+2\xi\omega_n+\omega_n^2}\right]$$

$$= K\left[\frac{1}{S} - \frac{S+\xi\omega_n + \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}\xi\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}{S^2+2\xi\omega_n S+\omega_n^2}\right]$$

$$Y(S) = K\left[\frac{1}{S} - \frac{S+\xi\omega_n + \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}\xi\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}{S^2+2\xi\omega_n S+\omega_n^2}\right]$$

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin(\omega_0 - \varphi) \quad / \quad \omega_0 = \omega_n\sqrt{1-\xi^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$$

+ $T_e = \frac{4,1}{\alpha}$

+ $T_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$

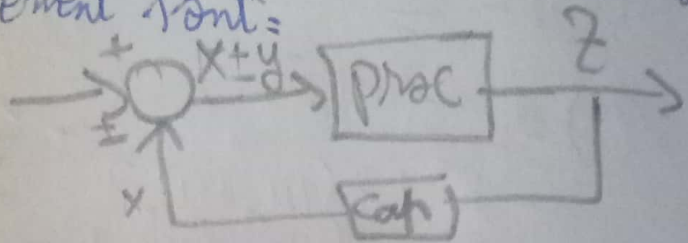
+ $D\% = 100\, e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$

CHAP 04: Les Systèmes bouclés

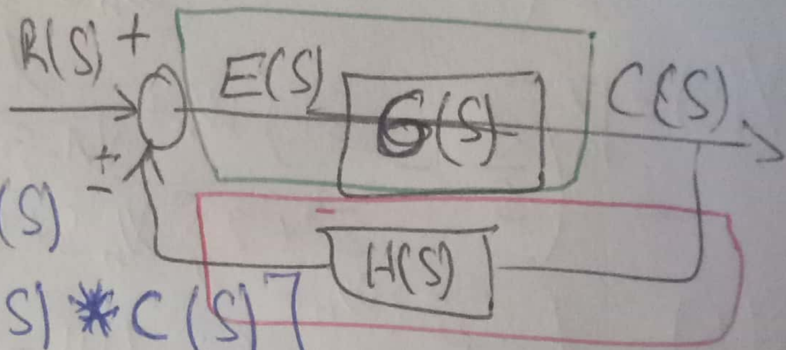
I/ Systèmes bouclés:

① Schéma fondamental: est Constitué par Un assemblage particulier de 4 types d'élément sont:

- rectangles.
- Comparateur
- point dérivation
- flèches de circulation orienté des signaux.



② La forme Canonique:



+ $C(S) = E(S) * G(S)$

+ $E(S) = R(S) \pm H(S) * C(S)$

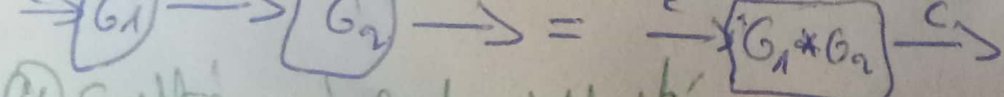
+ $C(S) = G(S)\left[R(S) \pm H(S) * C(S)\right]$

$C(S)\left(1 \pm H(S)G(S)\right) = G(S)R(S) =$

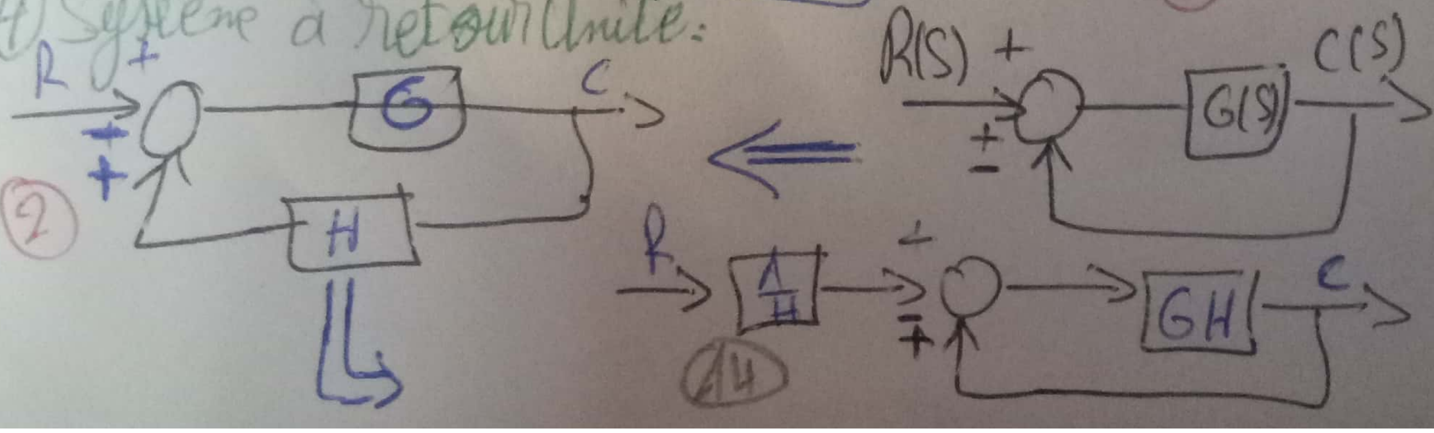
+ $\boxed{\dfrac{C(S)}{R(S)} = \dfrac{G(S)}{1 + G(S)H(S)}}$

③ élément Cascade:

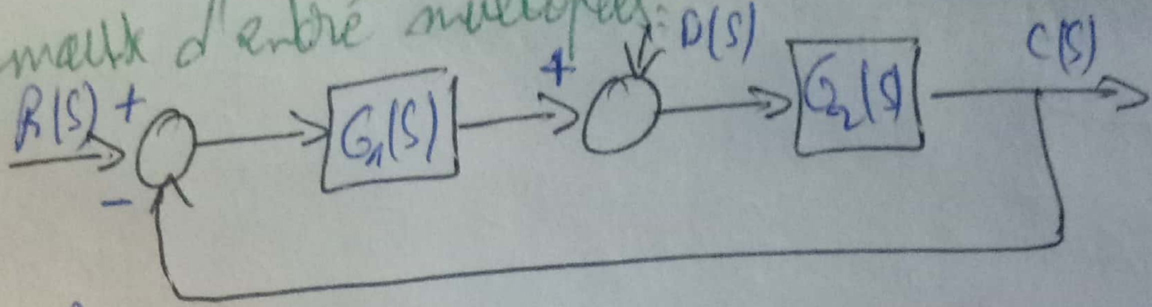
$$G = G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \cdots G_n = \prod_{i=1}^{n} G_i$$



④ Système à retour Unité:



(5) Signaux d'entré multiples:



+ Tous = 0

+ D = 0