Examen Physique 2

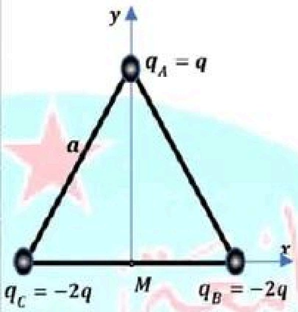
Question de Cours (02 pts) : Citer les propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique.

سؤال حول الدروس: اذكر خصائص الناقل في حالة إتزان كهروساكن.

Exercice n°1 (06 pts)

Soit trois charges ponctuelles $q, -2q$ et $-2q$ (avec $q > 0$) placées respectivement aux sommets A, B et C d'un triangle équilatéral de côté a (fig.1)

1) Représenter sur la fig.1 le champ électrique créé par chacune des charges au point M milieu de BC.
2) Déterminer le champ électrique total au point M.
3) Déterminer le potentiel électrique au point M.
4) Trouver l'énergie interne du système des trois charges.



التمرين 01

لتكن ثلاثة شحنات نقطية متموضعة في رؤوس مثلث متقايس الأضلاع ABC طول ضلعه a.

1) مثل على الشكل 1 الحقل الكهربائي الناتج عن كل شحنة في النقطة M منتصف BC.
2) أوجد الحقل الكهربائي الكلي في النقطة M.
3) أوجد الكمون الكهربائي في النقطة M.
4) أوجد الطاقة الداخلية للجملة المكونة من الشحنات الثلاثة.

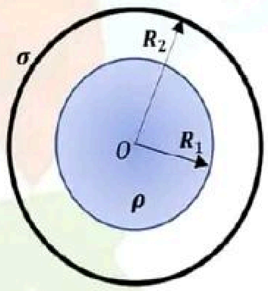
Exercice n°2 (07pts)

On considère deux sphères concentriques de même centre O et de rayon R_1 et R_2 $(R_2 > R_1)$ $fig.\_2$

- La sphère interne (O, R_1) porte une densité volumique constante ρ.
- La sphère externe (O, R_2) porte une densité surfacique constante σ.

1) En utilisant le théorème de Gauss trouver le champ électrique en tout point de l'espace ($0 < r \le R_1$, $R_1 < r \le R_2$ et $r \ge R_2$).
2) On suppose $\sigma = 0$, déduire le potentiel électrique dans les deux régions $r \le R_1, r > R_1$, sachant que $V(\infty) = 0$.

❖ On donne $\rho = \frac{3\sigma}{R_1}$ et $R_2 = \sqrt{3}R_1$



التمرين 02

نعتبر كرتين متمركزتين لنفس المركز O، لكل منهما نصفي قطرين R_1 و R_2 $(R_2 > R_1)$

- الكرة الداخلية تحمل كثافة حجمية ثابتة ρ
- الكرة الخارجية تحمل كثافة سطحية ثابتة σ

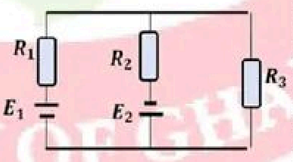
1) باستعمال نظرية غوص أوجد الحقل الكهربائي في جميع نقاط الفضاء ($0 < r \le R_1$, $R_1 < r \le R_2$ et $r \ge R_2$).
2) نفرض $\sigma = 0$ استنتج الكمون الكهربائي في المنطقتين $r \le R_1, r > R_1$.

تعطى: $\rho = \frac{3\sigma}{R_1}$ et $R_2 = \sqrt{3}R_1$
$V(\infty) = 0$

Exercice n°3 (05 pts)

On considère le circuit ci-contre constitué de deux générateurs $E_1 = 15\ V$ et $E_2 = 12\ V$ et trois résistances $R_1 = R_2 = R_3 = 10\ k\Omega$.

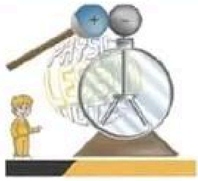
- En utilisant les lois de Kirchhoff, déterminer les courants qui parcourent toutes les branches.



التمرين 03

دارة كهربائية مكونة من مولدين $E_1 = 15\ V$ و $E_2 = 12\ V$ و ثلاثة مقاومات
$R_1 = R_2 = R_3 = 10\ k\Omega$

- باستعمال قوانين كيرشوف احسب التيارات الكهربائية التي تسري في كل الفروع.



حظ موفق

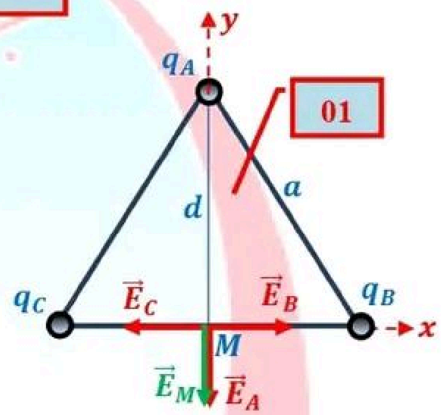
السبت: 2023/05/20

Solution Examen Physique 2_22_23

Question de cours (02 pts): les propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique

1. Les charges à l'intérieur du volume du conducteur est nul ($\rho = 0$), si ce conducteur est chargé les charges vont se distribué à la surface du conducteur ($\sigma \neq 0$). 0.5
2. Le champ à l'intérieur du conducteur est nul ($\overrightarrow{E_{int}} = 0$). 0.5
3. Le potentiel è l'intérieur du conducteur est constant ($V_{int} = 0$) et le volume du conducteur est équipotentiel. 0.5
4. Dans le cas où le conducteur est chargé ($\sigma \neq 0$) le champ externe au voisinage de la surface est $\left(E_{ext} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)$. 0.5

Exercice n°1 (06 pts)



1) Représentation des champs au point M sur la figure ci-contre
2) Calcul du créé par les trois charge au point M

$$\vec{E}_M = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$$ 0.25

$$\vec{E}_A = -\frac{K.q_A}{d^2}\vec{j} \qquad \vec{E}_B = \frac{K.q_B}{(\frac{a}{2})^2}\vec{i} \quad et \quad \vec{E}_C = -\frac{K.q_C}{(\frac{a}{2})^2}\vec{i}$$

0.5 0.5 0.5

$$\vec{E}_A = -\frac{K.q}{d^2}\vec{j} \qquad \vec{E}_B = \frac{8.K.q}{(a)^2}\vec{i} \quad et \quad \vec{E}_C = -\frac{4.K.q}{(a)^2}\vec{i}$$

$$(a)^2 = d^2 + (\frac{a}{2})^2 \Rightarrow d^2 = (a)^2 - (\frac{a}{2})^2 \Rightarrow d^2 = \frac{3a^2}{4}$$ 0.5

$$\vec{E}_M = -\frac{4.K.q}{3a^2}\vec{j} + \cancel{\frac{8.K.q}{(a)^2}}\vec{i} - \cancel{\frac{8.K.q}{(a)^2}}\vec{i} \Rightarrow \vec{E}_M = -\frac{4.K.q}{3a^2}\vec{j}$$ 0.5

3) Le potentiel créé par les trois charges au point M.

$$V_M = V_A + V_B + V_C$$ 0.25

$$V_M = \frac{K.q}{d} + \frac{K.(-2q)}{\left(\frac{a}{2}\right)} + \frac{K.(-2q)}{\left(\frac{a}{2}\right)} \Rightarrow V_M = \frac{2.K.q}{\sqrt{3}.a} - \frac{4.K.q}{a} - \frac{4.K.q}{a}$$

$$\Rightarrow V_M = \frac{2.K.q}{a}\left(\frac{\sqrt{3}-12}{3}\right) Volt$$ 0.5

4) L'énergie interne du système de trois charges.

0.5

$$U_{syst} = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j \\ i \neq j}}^{3} \frac{K.q_i q_j}{r_{ij}} \Rightarrow U_{syst} = \frac{k}{2}\left(\frac{q_A q_B}{r_{AB}} + \frac{q_A q_C}{r_{AC}} + \frac{q_B q_A}{r_{BA}} + \frac{q_B q_C}{r_{BC}} + \frac{q_C q_A}{r_{CA}} + \frac{q_C q_B}{r_{CB}}\right)$$

$$U_{syst} = \frac{k}{2}\left(2\frac{q_A q_B}{r_{AB}} + 2\frac{q_A q_C}{r_{AC}} + 2\frac{q_B q_C}{r_{BC}}\right) = k\left(\frac{q(-2q)}{a} + \frac{q(-2q)}{a} + \frac{(-2q)(-2q)}{a}\right)$$ 0.5

$$\Rightarrow U_{syst} = 0 \ joule$$ 0.5

Exercice n°2 (07 pts)

1) Calcul du champ électrostatique par application du Théorème de Gauss

$$\varphi = \oiint_S \vec{E}.\vec{dS} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$ 0.5

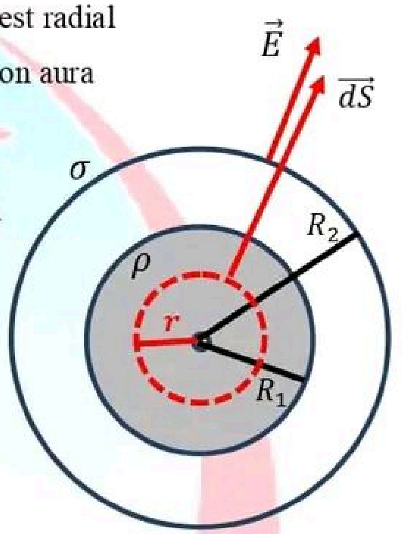
La surface de Gauss adéquate est une surface sphérique de

Rayon « r » : $S_G = 4\pi r^2$ 0.5

Selon les conditions de symétrie et de l'invariance du champ, ce dernier est radial

Et ne dépond que de la coordonnée « r » dans le repère sphérique, donc on aura

$$\vec{E} = E(r)\overrightarrow{U_r}$$ 0.5



$$\Rightarrow \oiint_S \vec{E}.\vec{dS} = \oiint_S E.dS.\underbrace{\cos\left(\widehat{\vec{E},\vec{dS}}\right)}_{=1} = \oiint_S E.dS = E.S_G = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E.S_G = E(4\pi r^2) = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$ 0.5

a. Pour $r < R_1$

$$E_1(4\pi r^2) = \frac{Q_1}{\varepsilon_0}$$

$$\textit{il faut trouver la charge } Q_1 \text{ à } \textit{l'intérier de la surface de Gauss de rayon } r < R_1$$

$$\rho = \frac{dq}{dv} \Rightarrow dq = \rho dv \text{ et comme } dv = 4\pi.r^2dr \text{, on aura}$$

$$dq = \rho\, 4\pi.r^2dr \Rightarrow \int_0^q dq = 4\pi\rho\int_0^r r^2dr \Rightarrow Q_1 = \frac{4\pi\rho}{3}r^3$$ 0.5

$$E_1(\cancel{4\pi r^2}) = \frac{\frac{\cancel{4\pi}\rho}{3}\cancel{r^3}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_1 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}r$$ 0.5

b. Pour $R_1 < r \leq R_2$

$$E_2(4\pi r^2) = \frac{Q_2}{\varepsilon_0}$$

$$\textit{il faut trouver la charge totale } Q_2 \textit{ portée par la ssphère de rayon } R_1$$

$$dq = \rho\, 4\pi.r^2dr \Rightarrow \int_0^q dq = 4\pi\rho\int_0^{R_1} r^2dr \Rightarrow Q_2 = \frac{4\pi\rho}{3}(R_1)^3$$ 0.5

$$E_2(\cancel{4\pi}r^2) = \frac{\frac{\cancel{4\pi}\rho}{3}(R_1)^3}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_2 = \frac{\rho(R_1)^3}{3\varepsilon_0 r^2}$$ 0.5

c. pour $R_2 < r$

$E_2(4\pi r^2) = \frac{Q_2}{\varepsilon_0}$; *il faut trouver la charge totale* Q_3 *portée par les deux sphères*

$Q_3 = Q_2 + Q'$; *la charge* Q' *est la charge de la sphère de rayon* $R_2 \Rightarrow Q' = \int_0^q dq$

$$= \int_0^{S_2} \sigma dS = \sigma S_2 \Rightarrow Q' = 4\pi\sigma(R_2)^2$$

0.5

$$E_3(4\pi r^2) = \frac{\frac{4\pi\rho}{3}(R_1)^3 + 4\pi\sigma(R_2)^2}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_3 = \frac{\rho(R_1)^3 + 3\sigma(R_2)^2}{3\varepsilon_0 r^2}$$

On a $\rho = \frac{3\sigma}{R_1}$ *et* $R_2 = \sqrt{3}R_1$, *donc on aura*

0.5

$$E_3 = \frac{\frac{3\sigma}{R_1}(R_1)^3 + 3.\sigma(\sqrt{3}R_1)^2}{3\varepsilon_0 r^2} = \frac{3\sigma(R_1)^2 + 9\sigma(R_1)^2}{3\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow E_3 = \frac{4.\sigma(R_1)^2}{\varepsilon_0 r^2}$$

2) Calcul du potentiel dans le cas de $\boldsymbol{\sigma = 0}$ (pas de sphère de rayon (R_2) chargée en surface

On a la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\overrightarrow{U_r} - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\overrightarrow{U_\theta} - \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\overrightarrow{U_\varphi}$, E dépond uniquement de la variable « r » donc

on aura: $E_r.\overrightarrow{U_r} = -\frac{dV}{dr}\overrightarrow{U_r} \Rightarrow dV = -E_r dr$

a. <u>Pour $r \le R_1$</u>

0.5

$$dV = -E_1 dr \Rightarrow V_1 = -\int E_1 dr = -\int \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r dr \Rightarrow V_1 = -\frac{\rho}{6\varepsilon_0}r^2 + C_1$$

b. <u>Pour $R_1 < r$</u>

0.5

$$dV = -E_2 dr \Rightarrow V_2 = -\int E_2 dr = -\int \frac{\rho(R_1)^3}{3\varepsilon_0 r^2} dr \Rightarrow V_2 = \frac{\rho(R_1)^3}{3\varepsilon_0 r} + C_2$$

$$On\ a\ V_\infty = 0 \Rightarrow V_2(\infty) = \underbrace{\frac{\rho(R_1)^3}{3\varepsilon_0(\infty)}}_{0} + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

0.25

D'autre part et par raison de continuité du potentiel $V_2(R_1) = V_1(R_1)$

$$on\ aura: V_1(R_1) = -\frac{\rho}{6\varepsilon_0}(R_1)^2 + C_1 = V_2(R_1) = \frac{\rho(R_1)^3}{3\varepsilon_0 R_1} \Rightarrow C_1 = \frac{\rho(R_1)^2}{3\varepsilon_0} + \frac{\rho(R_1)^2}{6\varepsilon_0}$$

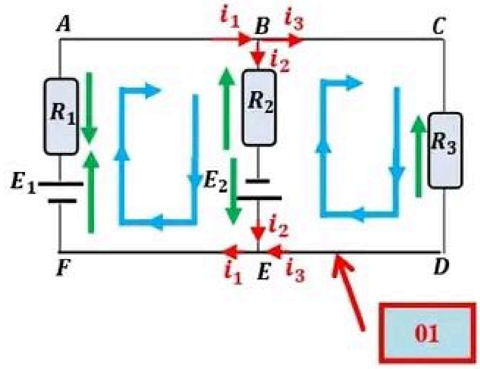
$$\Rightarrow C_1 = \frac{\rho(R_1)^2}{2\varepsilon_0}$$

0.25

$$V_1(R_1) = -\frac{\rho}{6\varepsilon_0}r^2 + \frac{\rho(R_1)^2}{2\varepsilon_0} \quad et \quad V_2 = \frac{\rho(R_1)^3}{3\varepsilon_0 r}$$

0.5

Exercice n°3 (05 pts)



1) Calcul des courant qui circulent dans chaque branche.

En utilisant les lois de Kirchhoff

- Loi des Nœuds $\sum_{entrant} i = \sum_{sortant} i$

Nœud B :

$i_1 = i_2 + i_3 \dots\dots\dots\dots\dots (1)$ 0.5

- Loi des mailles

Dans une maille la somme algebrique des tensions est nule $\sum_i U_i = 0$

Maille ABEFA :

$E_1 + E_2 - U_1 - U_2 = 0 \Rightarrow E_1 + E_2 - R_1 i_1 - R_2 i_2 = 0$ 0.5

$\Rightarrow \mathbf{27 = 10\, i_1 + 10 i_2 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)}$

Maille BCDEB:

$-E_2 + U_2 - U_3 = 0 \Rightarrow -E_2 + R_2 i_2 - R_3 i_3 = 0$ 0.5

$\Rightarrow \mathbf{-12 = -10\, i_2 + 10 i_3 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)}$

De l'équation (1) on trouve $i_3 = i_1 - i_2$ on remplace dans l'équation (3) on aura

$\Rightarrow \mathbf{-12 = -10\, i_2 + 10(i_1 - i_2) \Rightarrow -12 = 10\, i_1 - 20\, i_2}$ 0.5

$\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{-12 = 10\, i_1 - 20\, i_2} \\ \mathbf{27 = 10\, i_1 + 10 i_2} \end{cases}$ ***on résoudre ce système par les méthodes connus pour trouver*** $\boldsymbol{i_1}$ ***et*** $\boldsymbol{i_2}$

En utilisant la Méthode de Cramer :

$\boldsymbol{Det(\Delta) = \begin{vmatrix} 10 & -20 \\ 10 & 10 \end{vmatrix} = (10 \times 10) - (10 \times -20) = 300}$ 0.5

$\boldsymbol{i_1 = \frac{\begin{vmatrix} -12 & -20 \\ 27 & 10 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-120 - (-540)}{300} = 1.4\ A}$ 0.5

$\boldsymbol{i_2 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -12 \\ 10 & 27 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{270 - (-120)}{300} = 1.3\ A}$ 0.5

$\boldsymbol{i_3 = i_1 - i_2 \Rightarrow i_3 = 1.4 - 1.3 = 0.1\ A}$ 0.5

انتهى