

**Série de TD-5**

**(Séries Statistiques à une variable)**

Exercice 1 :

Soit la série statistique discrète donnée par le tableau suivant :

Caractère (X)	2	4	5	8	10	11	12	14	15	18	20
Effectifs ( $n_i$ )	1	2	1	4	2	7	6	3	4	2	1

- 1) Déterminer l'étendue et le mode de cette série.
- 2) Calculer la moyenne de cette série.
- 3) Calculer les effectifs cumulés, les fréquences, les fréquences cumulées et construire le graphe des effectifs cumulés.
- 4) déterminer la médiane de cette série.

Exercice 2 :

On effectue un contrôle de qualité pendant 100 heures de travail sur deux machines produisant des pièces mécaniques. Certaines pièces présentent un défaut qui les rend inutilisables.

On a relevé le nombre de pièces inutilisables constatées durant chaque heure.

Machine A :

Nombre de pièces inutilisables	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombre d'heures	13	42	38	2	2	1	1	1

Machine B :

Nombre de pièces inutilisables	0	1	2	3	4	5
Nombre d'heures	35	40	1	1	10	13

- 1) - Calculer le nombre moyen  $m_A$  des pièces inutilisables pendant 100 heures étudiées pour la machine A. Calculer ensuite la variance  $V_A$ .
- Même question pour la machine B ( $m_B, V_B$ ).

2) Déterminer les médianes de  $A$  et  $B$ .

Exercice 3 :

Un contrôle de vitesse sur une route expresse donne les résultats suivants :

Vitesse en Km/h (V)	[90,100[	[100,110[	[110,120[	[120,130[	[130,140[
Effectifs ( $n_i$ )	40	110	80	40	30

1) Calculer l'étendue et le mode de cette série.

2) calculer la moyenne et l'écart-type de cette série.

3) Calculer les fréquences et les fréquences cumulées croissantes de cette série.

4) Tracer l'histogramme ainsi que le graphe des fréquences cumulées croissantes.

5) Déterminer approximativement la valeur de la médiane.

# Corrigé de la série de TD-5 (SS-20)

Exo 1:

$x_i$	$n_i$	$n_i \cdot x_i$	$N_i^{cum}$	$f_i$	$F_i^{cum}$
2	1	2	1	0,033	0,033
4	2	8	3	0,066	0,099
5	1	5	4	0,033	0,132
8	4	32	8	0,121	0,253
10	2	20	10	0,066	0,319
11	7	77	17	0,212	0,531
12	6	72	23	0,181	0,712
14	3	42	26	0,09	0,802
15	4	60	30	0,121	0,923
18	2	36	32	0,066	0,989
20	1	20	33	0,033	1.
Total	<del>33</del>	374	<del>33</del>	1.	<del>1.</del>

on a  $n = \sum_{i=1}^{11} n_i = 33$  (effectif total).

2°/ Calcul de l'étendue et le mode:

\*1/  $E_t = ?$

l'étendue de cette série est la différence entre les valeurs extrêmes de la série :

$$E_t = X_{\max} - X_{\min} = 20 - 2 = 18$$

\*2/  $M_0 = ?$

le mode de cette série est la valeur du caractère correspondant à l'effectif maximum :

(2)

$$M_0 = 11$$

$$2^\circ \bar{X} = ? \text{ on a } \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{11} n_i x_i = \frac{1}{33} (374)$$

$$\bar{X} = 11,33$$

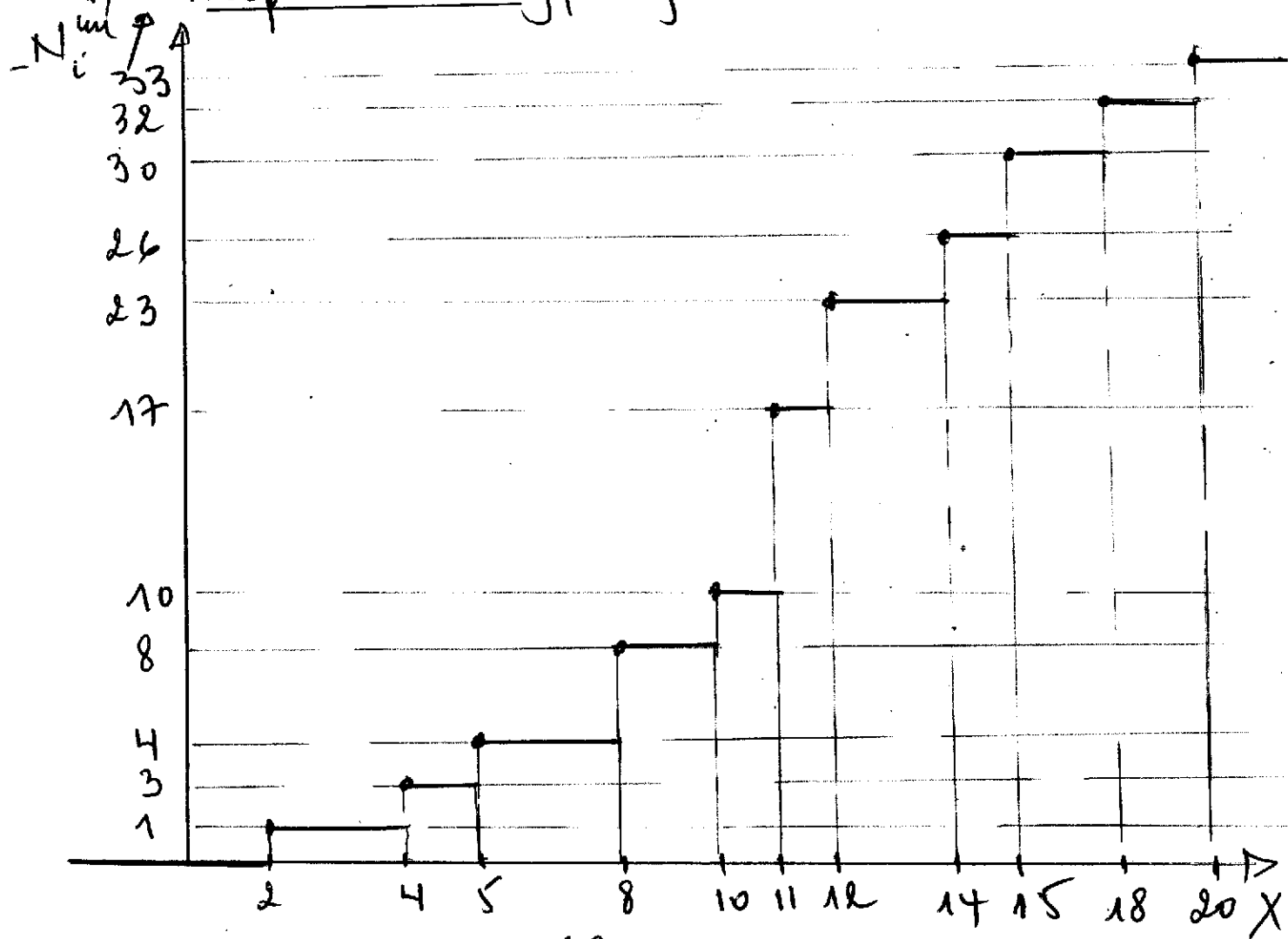
$$3^\circ N_i^{\text{cum}} = ? ; f_i = ? ; F_i^{\text{cum}} = ?$$

$$*1 N_i^{\text{cum}} = \sum_{j=1}^i n_j \quad (i = \overline{1, 11})$$

$$*1 f_i = \frac{n_i}{n} \quad (i = \overline{1, 11})$$

$$*1 F_i^{\text{cum}} = \sum_{j=1}^i f_j \quad (i = \overline{1, 11}).$$

\*1 Graphique des effectifs cumulés croissants.



(2)

### 3°/ Calcul de Me:

on a le nombre de valeurs pris par le caractère discret  $X$  est impair:

$$N = 11 = 2 \times 5 + 1 \Rightarrow Me = x_{k+1} = x_6 = 11$$

$$\text{donc } \boxed{Me = 11} \quad (k=5)$$

### Exo 2:

1°/ a) on calcule pour la machine A:

$$\begin{aligned} * / m_A &= \frac{1}{n_A} \sum_{i=1}^8 n_i a_i = \frac{1}{100} (0 \times 13 + \dots + 7 \times 1) \\ &= \frac{150}{100} = 1,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * / V_A &= \frac{1}{n_A} \sum_{i=1}^8 n_i a_i^2 - m_A^2 = \frac{1}{100} (354) - (1,5)^2 \\ &= 1,29. \end{aligned}$$

b) on calcule pour la machine B:

$$* / m_B = \frac{1}{n_B} \sum_{i=1}^6 n_i b_i = \frac{1}{100} (150) = 1,5$$

$$\begin{aligned} * / V_B &= \frac{1}{n_B} \sum_{i=1}^6 n_i b_i^2 - m_B^2 \\ &= 3,13 \end{aligned}$$

2°/ on calcule les médianes pour A et B

a) La médiane de la série ordonnée de 100 valeurs relatives à la machine A est la demi-somme entre la  $50^{\text{ème}}$  et la  $51^{\text{ème}}$  valeur, soit ici  $\frac{1+1}{2} = 1$ .

b) la médiane de la série ordonnée de 100 valeurs relatives à la machine B est la demi-somme entre la  $50^{\text{ème}}$  et la  $51^{\text{ème}}$  valeur, soit ici  $\frac{1+1}{2} = 1$ .

Exo 3:

Soit  $X = \{ \text{Vitesse en km/h} \} \rightarrow X \sim VSC$   
avec  $n = \sum_{i=1}^5 n_i = 300$  (effectif total)

2°/ Calcul de l'étendue et du mode.

\*1/  $E_k = X_{\max} - X_{\min} = 140 - 90 = 50$ .

\*1/ Puisque  $X \sim VSC \Rightarrow$  la classe modale qui correspond à  $n_{\max}$  est:

$$[100, 110[ \Rightarrow M_0 \in ]100, 110[,$$

Par interpolation linéaire, on peut calculer approximativement  $M_0$ :

$$M_0 \simeq \frac{100 + 110}{2} = 105.$$

(4)

9

$[a_i, a_{i+1}[$	$n_i$	$n_i$	$n_i x_i$	$n_i^2$	$n_i x_i^2$	$f_i$	$F_i^{cum}$
$[90, 100[$	40	95	3800	9025	361000	0,13	0,13
$[100, 110[$	110	105	11550	11025	1212750	0,36	0,49
$[110, 120[$	80	115	9200	13225	1058000	0,26	0,75
$[120, 130[$	40	125	5000	15625	625000	0,15	0,88
$[130, 140[$	30	135	4050	18225	546750	0,1	1
total		300		33600		1	

2°  $\bar{X} = ?$   $\sigma = ?$

\*  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^5 n_i x_i = \frac{1}{300} (33600) = 112 \text{ km/h}$

\*  $\text{Var}(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^5 n_i x_i^2 - \bar{X}^2$

$= \frac{1}{300} (5377250) - (112)^2 = 5380,16$

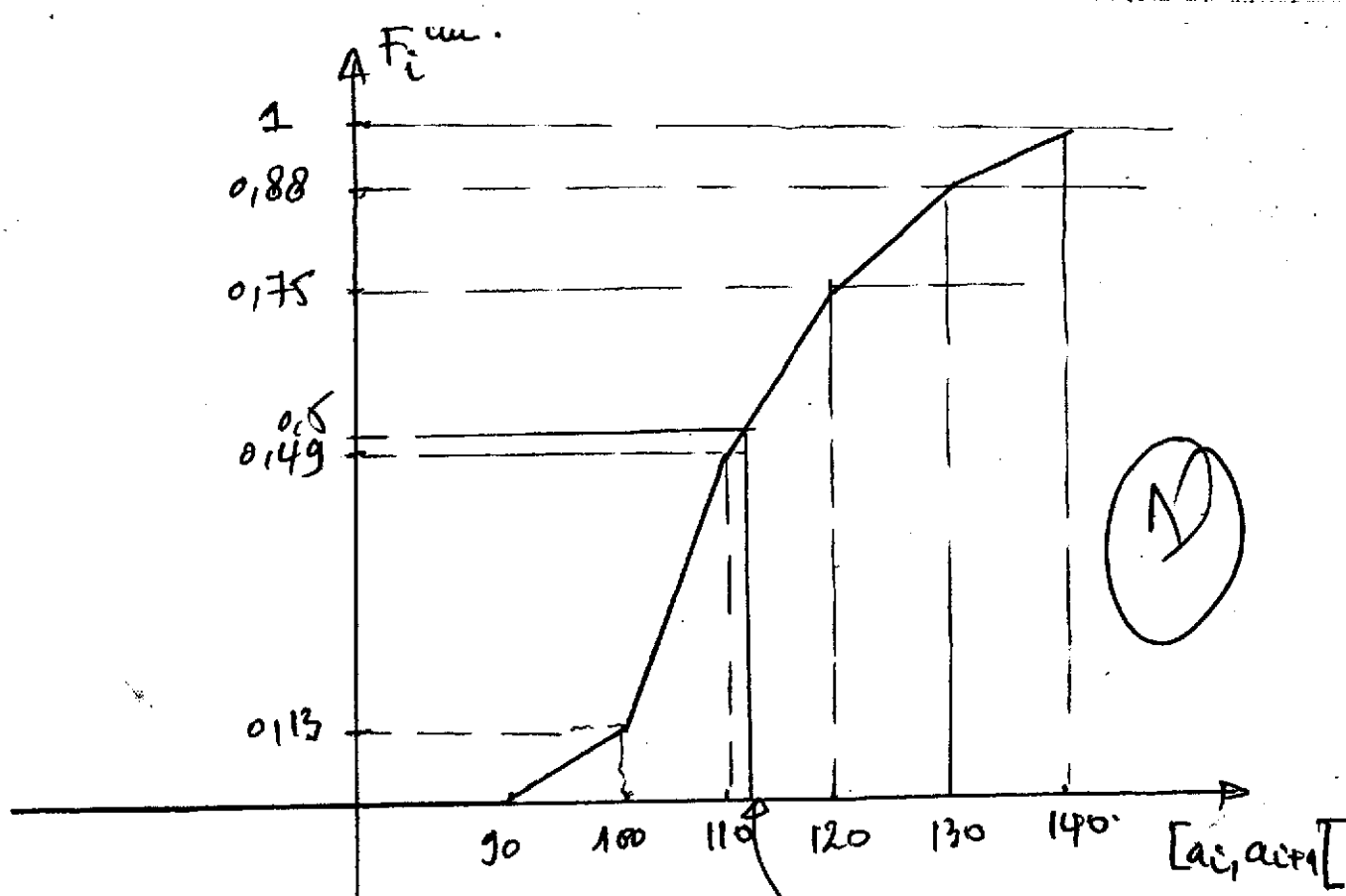
$\sigma = \sqrt{\text{Var}(X)} =$

3°  $f_i = \frac{n_i}{n}$  ;  $\forall i = 1, 5$

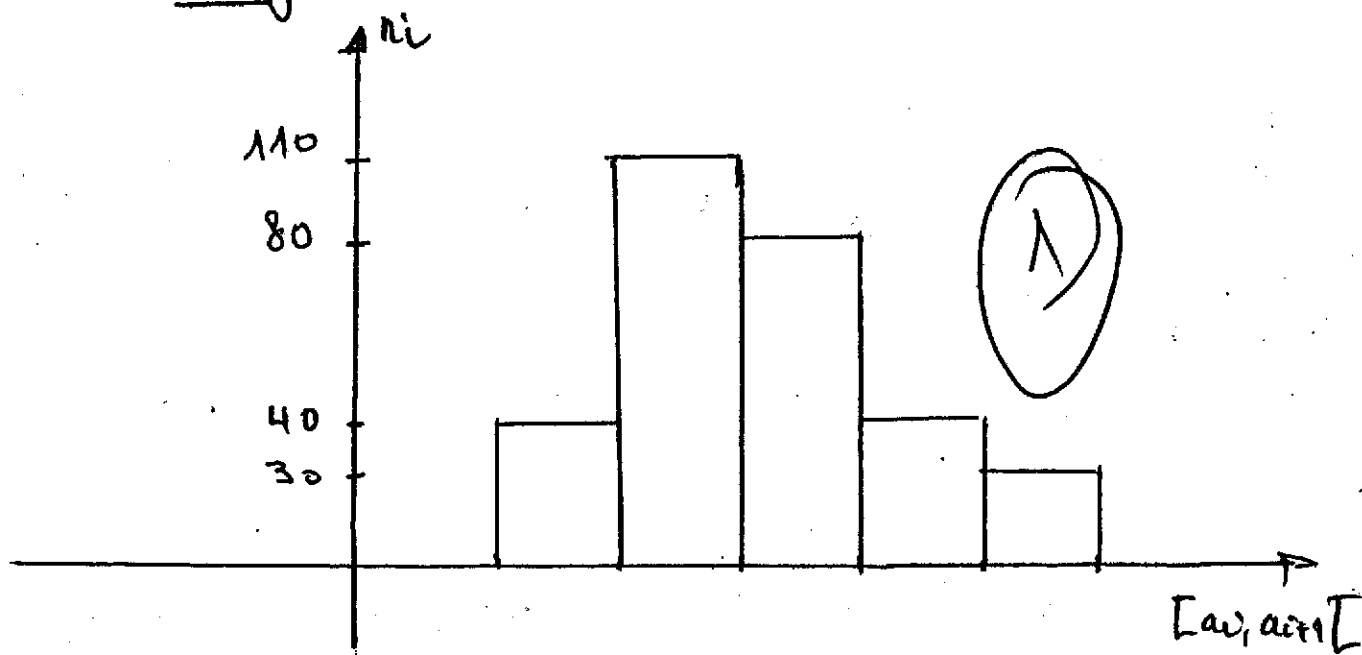
$F_i^{cum} = \sum_{j=1}^i f_j$  ;  $\forall i = 1, 5$

4° # Diagramme des  $F_i^{cum}$

4°/



- Diagramme de  $F_i^{cum}$  -



- Histogramme des effectifs (ou des fréquences)

5°/  $M_e = ?$

1<sup>re</sup> méthode: (par interpolation linéaire)  
la classe-médiane  $= [110, 120[ \Rightarrow M_e \approx \frac{110+120}{2} = 115$

2<sup>de</sup> méthode: (graphiquement)

$F_i^{cum} = 0.150$

$\rightarrow M_e \approx 111$