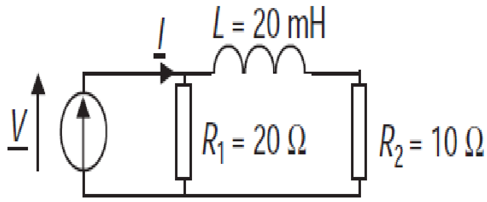
Exercice 1:



1) $I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{230}{20} = 11{,}5\ \text{A}$

2) $I_2 = \frac{V}{\sqrt{R_2^2 + (L \cdot \omega)^2}} = \frac{230}{\sqrt{10^2 + (20 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 50)^2}} = 1$

3) Impossible ici d'ajouter les valeurs efficaces calculées. Il est nécessaire de calculer l'impédance équivalente :

$$R_1 \mathbin{//} (R_2 + jL\omega) = \frac{20 \cdot (10 + j(20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi))}{(20+10) + j(20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi)} = \frac{200 + j \cdot 125{,}6}{300 + j \cdot 6{,}28}$$

On en déduit : $I = \frac{V}{|R_1 \mathbin{//} (R_2 + jL\omega)|} = \frac{230}{\frac{\sqrt{200^2 + 125{,}6^2}}{\sqrt{30^2 + 6{,}28^2}}} = 29{,}85\ \text{A}$

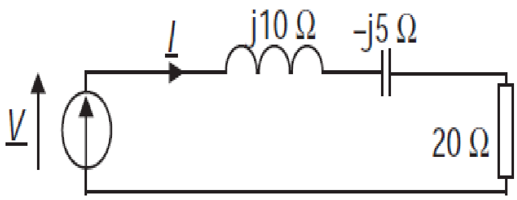
4) $P = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 = 20 \times 11{,}5^2 + 10 \times 19{,}5^2 = 6{,}44\ \text{kW}$

$Q = L\omega \cdot I_2^2 = 20 \cdot 10^{-3} \times 100\pi \times 19{,}5^2 = 2{,}39\ \text{kVAR}$ d'où $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 6{,}86\ \text{kVA}$

5) $\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = 0{,}93$

Exercice 2 :

1) $I = \frac{V}{\sqrt{20^2 + (10-5)^2}} = \frac{100}{20{,}61} = 4{,}85\ \text{A}$



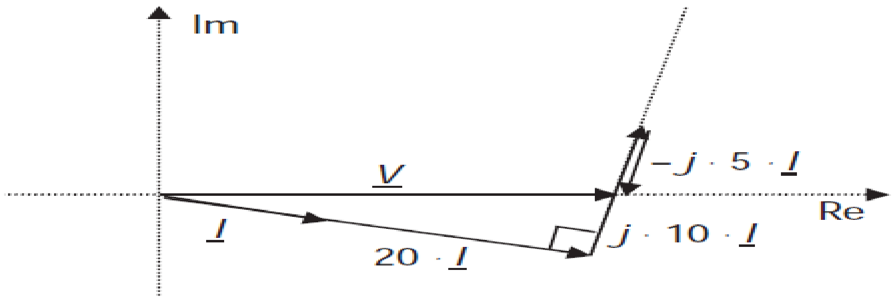
2) $\underline{I} = \frac{\underline{V}}{20 + j \cdot 5} \Rightarrow \text{Arg}(\underline{I}) = 0 - \text{Arg}(20 + j \cdot 5) = -\text{Arc}\tan\left(\frac{5}{20}\right) = -14° = -0{,}245\ \text{rad}$

Il est alors immédiat de revenir aux formes temporelles des grandeurs :

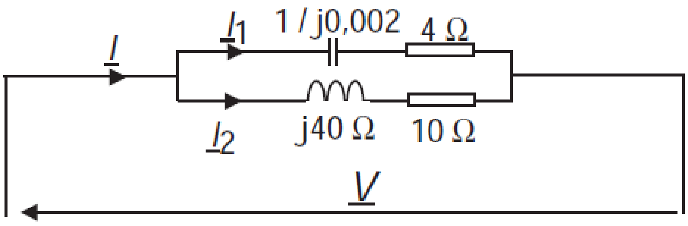
$v(t) = 100 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t)$ et $i(t) = 4{,}85 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t - 0{,}245)$

3) La loi de maille s'écrit : $\underline{V} = j \cdot 10 \cdot \underline{I} + j(-5) \cdot \underline{I} + 20 \cdot \underline{I}$

4) Le diagramme de Fresnel correspondant à cette maille est représenté sur la figure suivante :



Exercie 3 :



1) Les impédances complexes des deux branches s'écrivent :

Et $\underline{Z}_1 = 4 + \dfrac{1}{j \cdot 0{,}02} = 4 - j \cdot 50$ $\quad \underline{Z}_2 = 10 + j \cdot 40$

L'impédance complexe équivalente à tout le circuit est :

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1} = \frac{2\,040 - j \cdot 340}{14 - j \cdot 10} = 107{,}9 + j \cdot 52{,}8$$

Il suffit ensuite d'écrire :

$$V = Z_{eq} \cdot I = |\underline{Z}_{eq}| \cdot I = \sqrt{107{,}9^2 + 52{,}8^2} \cdot I = 300 \text{ V}$$

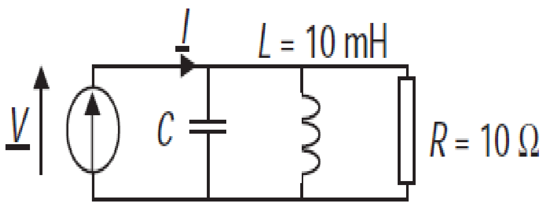
2) $I_1 = \dfrac{V}{Z_1} = \dfrac{300}{\sqrt{4^2 + 50^2}} = 6 \text{ A}$

$$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{300}{\sqrt{10^2 - 40^2}} = 7{,}3 \text{ A}$$

3) $P = 4 \cdot I_1^2 + 10 \cdot I_2^2 = 4 \times 6^2 + 10 \times 7{,}3^2 = 677 \text{ W}$

$$Q = -50 \cdot I_1^2 + 40 \cdot I_2^2 = -50 \times 6^2 + 40 \times 7{,}35^2 = 331{,}6 \text{ VAR}$$

Exercice n°4 :



1) Si on appelle l'impédance complexe équivalente de l'ensemble du circuit $\underline{Z}_{eq}$ alors il est possible d'écrire :

$$\underline{V} = \underline{Z}_{eq} \cdot \underline{I}$$

Donc :

$$\underline{S} = \underline{V} \cdot \underline{I}^* = \underline{V} \cdot \frac{\underline{V}^*}{\underline{Z}_{eq}^*} = \frac{V^2}{\underline{Z}_{eq}^*}$$

Il suffit de calculer :

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{R\dfrac{L}{Cj\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}}{R + \dfrac{L}{Cj\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}} = LR \cdot \frac{1}{L + jRC\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)}$$

$$\underline{S} = \frac{V^2}{\underline{Z}_{eq}^*} = \frac{V^2}{LR} \cdot \left[L - jRC\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right]$$

2) $\underline{S} = P + jQ$ d'où : $P = \dfrac{V^2}{R}$ et $Q = \dfrac{V^2 C}{L}\left(-L\omega + \dfrac{1}{C\omega}\right)$

3) $Q = 0$ si $-L\omega + \dfrac{1}{C\omega} = 0$ c'est-à-dire si : $C = \dfrac{1}{L\omega^2}$

4) Dans ce cas, $\underline{Z}_{eq} = LR \cdot \dfrac{1}{L + jRC \times 0} = R$ donc : $I = \dfrac{V}{R} = 12{,}7$

5) Le circuit est équivalent à la résistance seule pour cette valeur de la capacité C.

<u>Exercice n°5 :</u>

1) On détaille dans le *tableau 1.2* ci-dessous l'ensemble des grandeurs électriques pour chaque charge, les valeurs données dans l'énoncé étant encadrées.

Tableau 1.2

Charge 1	Charge 2	Charge 3
$\boxed{P_1 = 20\text{ kW}}$ $\boxed{Q_1 = 15\text{ kVAR}}$ $S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = 25\text{ kVA}$ $I_1 = \dfrac{S_1}{V} = 108{,}7\text{ A}$ $\cos\varphi_1 = \dfrac{P_1}{S_1} = 0{,}8$ AR car Q > 0 $\varphi_1 = 36{,}8°$	$\boxed{S_2 = 45\text{ kVA}}$ $\boxed{\cos\varphi_2 = 0{,}6\text{ AR}}$ $P_2 = S_2 \cdot \cos\varphi_2 = 27\text{ kW}$ $Q_1 = S_2 \cdot \sin\varphi_2 = 36\text{ kVAR}$ $I_2 = \dfrac{S_2}{V} = 195{,}7\text{ A}$ $\varphi_2 = 53{,}1°$	$\boxed{S_3 = 10\text{ kVA}}$ $\boxed{Q_3 = -5\text{ kVAR}}$ $P_3 = \sqrt{S_3^2 - Q_3^2} = 8{,}66\text{ kW}$ $I_3 = \dfrac{S_3}{V} = 43{,}5\text{ A}$ $\cos\varphi_3 = \dfrac{P_3}{S_3} = 0{,}86$ AV car Q < 0 $\varphi_3 = -30{,}7°$

2) $P = P_1 + P_2 + P_3 = 55{,}66\text{ kW}$

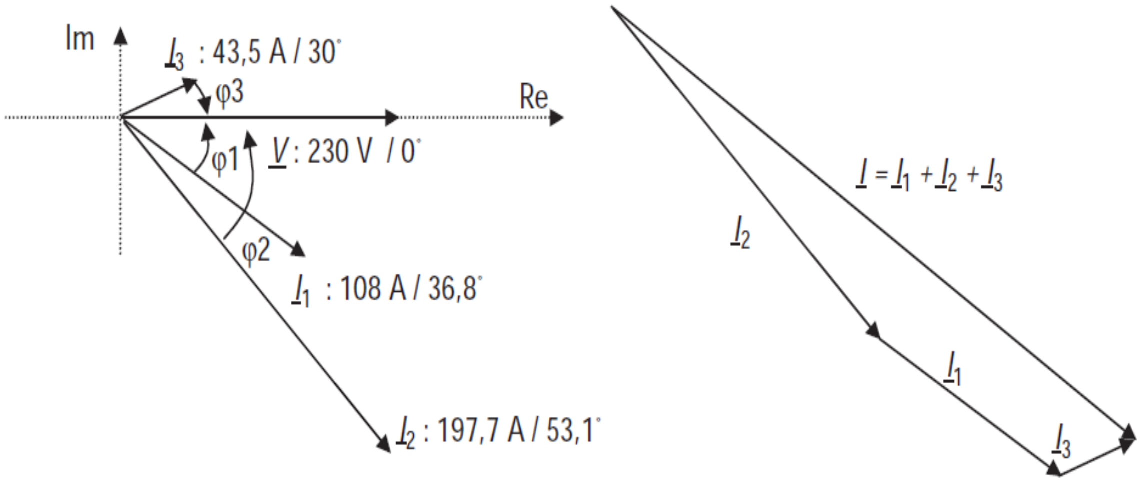
$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 46\text{ kVAR}$

$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 72{,}2\text{ kVA}$

$\cos\varphi = \dfrac{P}{S} = 0{,}77$

$I = \dfrac{S}{V} = 314\text{ A}$

2) On représente le tracé demandé sur la *figure 1.23.*



3) Le triangle des puissances de l'ensemble de ces charges est représenté sur la *figure 1.24.*

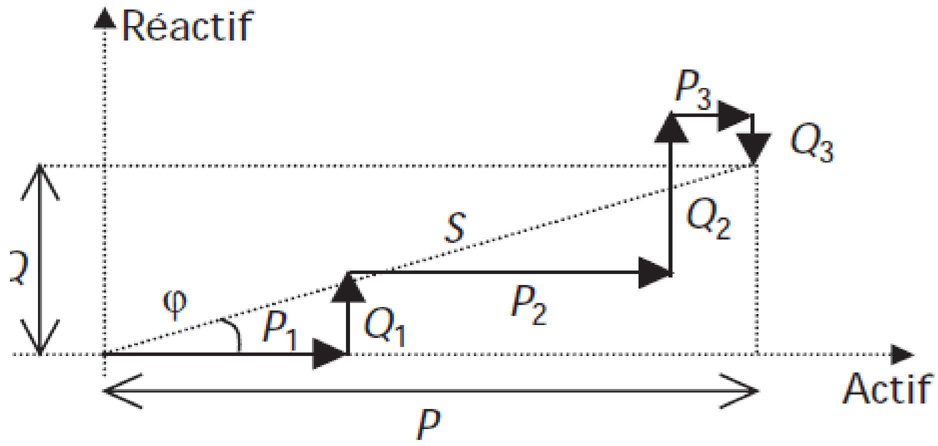


Figure 1.24

5) Avant de placer le condensateur : $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = P \cdot \tan\varphi$

Après avoir placé le condensateur C', $\cos\varphi'' = 0{,}9$ AR d'où :

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_C = P \cdot \tan(\varphi') = P\tan\varphi + Q_{C'}$

On en déduit : $Q_{C'} = -\,C'\omega V^2 = P(\tan(\varphi') - P\tan\varphi)$

$$\text{D'où } C' = \frac{-P(\tan(\varphi') - \tan\varphi)}{\omega V^2} = 1{,}2 \text{ mF}$$

6) Si on désire un cos ϕ arrière, le signe de la tangente de l'angle final change, on écrit donc :

$$C'' = \frac{-P(\tan(\varphi'') - \tan\varphi)}{\omega V^2} = 4{,}2 \text{ mF}$$

7) On choisit en pratique le condensateur de valeur la plus faible par économie et afin d'éviter un surdimensionnement inutile.

EXERCICE 6 : Comparaison continu/alternatif

1) Si la tension d'alimentation est continue, les grandeurs de tout le circuit sont constantes en régime permanent et l'inductance n'a pas d'effet. Le circuit est donc parfaitement équivalent à la résistance seule. Ainsi :

$$P = 1500\text{ W} = \frac{V^2}{R} \Rightarrow V = \sqrt{R \cdot P} = 212\text{ V continus.}$$

$$I = \frac{P}{V} = \frac{1\,500}{212} = 7\text{ A}$$

2) En sinusoïdal pur, on tient compte de l'inductance en écrivant la valeur de l'impédance que représentent R et L.

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{30^2 + (50 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 50)^2} = 33{,}8\ \Omega$$

Par ailleurs :

$$P = 1\,500\text{ W} = R \cdot I^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}} = 7\text{ A efficaces}$$

3) $V = ZI = Z\sqrt{\frac{P}{R}} = 240\text{ V efficaces}$

4) Si la fréquence est de 400 Hz,

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{30^2 + (50 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 400)^2} = 129{,}2\ \Omega$$

D'autre part :

$$P = 1\,500\text{ W} = R \cdot I^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}} = 7\text{ A efficaces}$$

Mais:

$$V = ZI = Z\sqrt{\frac{P}{R}} = 913{,}5\text{ V !!!}$$

À cette fréquence, l'inductance représente une impédance très forte qui réduit énormément le courant. Le radiateur ne peut alors fonctionner comme prévu à moins d'augmenter la tension jusqu'à 913 V ce qui est souvent impossible et inadapté. Il faudrait alors disposer d'un radiateur fait pour fonctionner à cette fréquence. Cela existe, par exemple dans les avions où le réseau électrique de bord est à 400 Hz pour des raisons de poids total de ce réseau, plus faible à cette fréquence.

5) Si on néglige l'inductance, on trouve les mêmes valeurs de tension en courant en continu et en alternatif (avec les valeurs efficaces bien entendu). C'est normal, la formulation des puissances à partir des grandeurs efficaces est faite exprès, et c'est la seule qui permet la même écriture des puissances électriques quelque soit le régime considéré.