

## CHAPITRE II

# RAPPELS SUR LES LOIS FONDAMENTALES DE L'ÉLECTRICITÉ

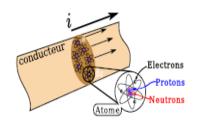
# I.. LES GRANDEURS ÉLECTRIQUES

## I.1.LE COURANT ÉLECTRIQUE

**Définition :** Un courant électrique est la grandeur algébrique correspondant à la circulation de porteurs de charges mobiles (p.c.m.) électriques dans un conducteur

Par convention, le sens du courant est le sens de déplacement des charges positives.

La charge électrique (notée q) est une propriété fondamentale des particules élémentaires qui constituent la matière. Elle s'exprime en coulomb C



#### Milieu conducteur:

Un milieu est dit conducteur s'il existe des p.c.m. (électrons, ions, etc.) susceptibles de se déplacer dans tout le milieu. Dans le cas contraire, le milieu est dit isolant.

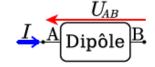
# I.2. LES DIPÔLES

## I.2.1 NOTIONS DE DIPÔLE ET DÉFINITIONS

**Définition :** Un dipôle est un conducteur électrique possédant deux bornes. Le comportement d'un dipôle est caractérisé par :

- ❖ La tension ou différence de potentielle (d.d.p.) entre ces bornes (A et B) :  $U_{AB} = (VA - VB)$
- ❖ le courant I qui le traverse.

Conservation de la charge : à tout instant le courant entrant par une borne est égal au courant sortant par l'autre borne.



# I.2.3 CLASSIFICATION DES DIPÔLES ÉLECTRIQUE

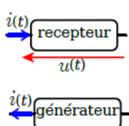
Un dipôle est dit

- \* ACTIF s'il peut fournir de l'énergie électrique de façon permanente (dipôle générateur, mais aussi et certains récepteurs.
- \* PASSIF s'il ne peut pas fournir de l'énergie électrique de façon permanente. (Sa caractéristique passe par l'origine (ie. I = 0 si  $U_{AB} = 0$ ), dipôle récepteur).
- **SYMÉTRIQUE** son comportement n'est pas modifié si on inverse le sens du courant : il n'est pas polarisé.
- **LINÉAIRE** si sa caractéristique est définit par :
  - une fonction linéaire (eg. l'équation d'une droite) :  $U_{AB} = aI + b$
  - ou une équation différentielle linéaire à coefficient constant
  - Un circuit électrique est dit linéaire s'il est constitué uniquement de composants linéaires

## **I.2.3.CONVENTIONS**

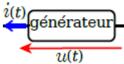
## **Convention récepteurs :**

Le courant et la tension sont orientés en sens inverse. Cela permet d'obtenir deux grandeurs positives pour des dipôles s'opposant à la circulation du courant.



## Convention générateur :

Le courant et la tension sont orientés dans le même sens. Cela permet d'obtenir deux grandeurs positives pour des dipôles favorisant la circulation du courant.



# II-RAPPELS SUR LES LOIS FONDAMENTALES DE L'ÉLECTRICITÉ

Le courant continu et le courant alternatif constituent les 2 types de régime que l'on rencontre dans les installations électriques. Ils sont produits par des générateurs qui ont leur propre mode de fonctionnement. Quelles sont leurs caractéristiques et leurs applications?

# II-1 LOIS ET THÉORÈMES EN RÉGIME CONTINUE:

# II-1-1 Définition : ( DC : direct current )

Le courant continu ou CC (DC pour direct current en anglais) est un courant électrique dont la tension est indépendante du temps (constante). Ce type de courant est délivré par les piles, les batteries ou encore les panneaux photovoltaïques. La tension et l'intensité produites par le générateur sont constantes dans le temps, tant que ce dernier ne se décharge pas.

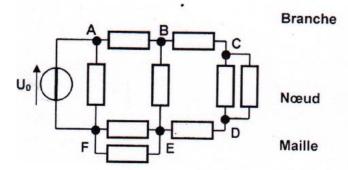
Il est à noter que le courant circule dans le même sens, de la polarité positive vers la polarité négative, par convention.

Voici les différents types de générateurs délivrant une source de tension continue:

- Le générateur électrochimique: la pile ou la batterie d'accumulateurs
- Le générateur électronique: le panneau solaire
- l'alimentation du secteur, passant par un redresseur, et transformant le courant alternatif en

NB: Le seul récepteur existant en régime établi continue est la résistance dans le fonctionnement est régie par la **loi d'Ohm** U= R.I

# II-1-2 Définition Topologique:



Ensemble de dipôles connectés en série ou en parallèle et limités par deux points entre lesquels aucune dérivation de courant ne se produit. Exemples: AB, AF, BC, EF, ...

Point où arrivent plusieurs branches (= extrémités des branches). Exemples : A, B, C, D, E et F.

Ensemble de branches formant un circuit fermé, chacun des nœuds n'appartenant qu'à deux branches de ce circuit fermé. Exemples : ABEFA, BCDEB, ...

# II-1-3 Les Résistances et leurs associations : II-1-3-1 Définition:

La résistance électrique traduit la propriété d'un composant à s'opposer au passage d'un courant électrique (l'une des causes de perte en ligne d'électricité). Elle est souvent désignée par la lettre  $\mathbf{R}$  et son unité de mesure est l'ohm (symbole :  $\mathbf{\Omega}$ ). Elle est liée aux notions de résistivité et de conductivité électrique.

La résistance est responsable d'une dissipation d'énergie sous forme de chaleur. Cette propriété porte le nom d'effet Joule. Cette production de chaleur est parfois un effet souhaité (résistances de chauffage), parfois un effet néfaste (pertes Joule) mais souvent inévitable.

# II-1-3-2 Résistance d'un fil homogène :

Pour un conducteur filiforme homogène, à une température donnée, la relation permettant de calculer sa résistance en fonction du matériau qui le constitue et de ses dimensions est:

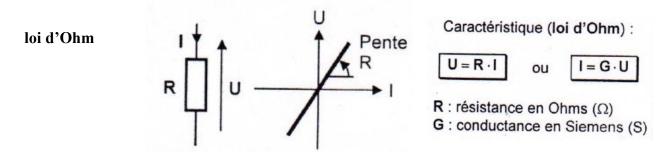
$$R = \rho \cdot \frac{l}{s} = \frac{l}{\gamma \cdot s}$$
•  $\rho$  étant la résistivité en ohm-mètre
•  $l$  la longueur en mètres (m);
•  $s$  la section en mètres carrés (m²);

- ρ étant la résistivité en ohm-mètre  $(\Omega \cdot m)$ ;

- γ la conductivité en siemens par mètre (S/m).

#### II-1-3-3 La loi d'Ohm

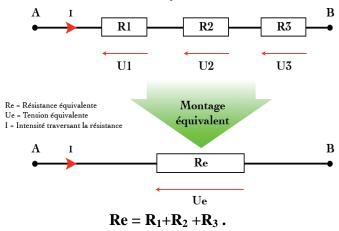
Georg Simon Ohm, né le 16 mars 1789 à Erlangen et mort le 6 juillet 1854 à Munich, est un physicien allemand. Professeur d'université, Ohm a commencé ses travaux de recherche par une étude sur la cellule électrochimique récemment inventée par Alessandro Volta. En utilisant du matériel de sa propre invention, Ohm a découvert l'existence d'une relation de proportionnalité directe entre la différence de potentiel appliquée aux bornes d'un conducteur et le courant électrique qui le traverse, ce qu'on appelle maintenant la loi d'Ohm. Ces résultats expérimentaux lui ont permis de déterminer les relations fondamentales entre courant, tension et résistance électrique, ce qui constitue le début de l'analyse des circuits électriques. L'ohm, unité de mesure de résistance électrique, est nommé en son honneur.



## II-1-3-4 Association des résistances:

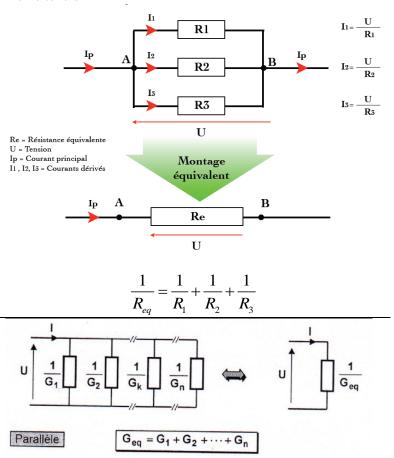
## <u>Série :</u>

Les résistors sont montés les uns à la suite des autres en série, ils sont donc traversés par le même courant I.



## **Parallèle**

Les résistors sont montés en parallèle, ils sont soumis à la même tension.



#### Remarque1:

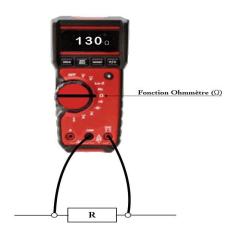
Quand  $R \to 0$  (ou  $G \to \infty$ ): le risistor  $\Leftrightarrow$  court-circuit (U  $\to 0$ )

Quand  $R \to \infty$  (ou  $G \to 0$ ): le risistor  $\Leftrightarrow$  circuit ouvert  $(I \to 0)$ 

## Remarque 2:

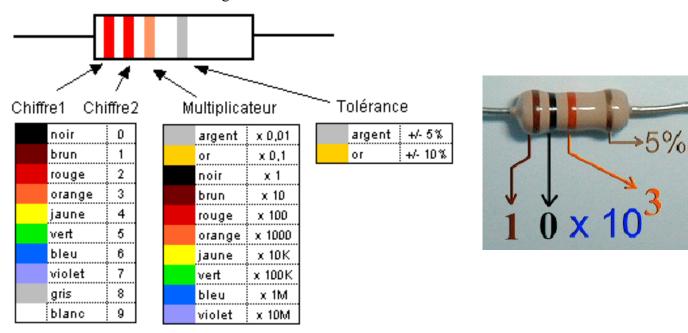
L'appareil qui mesure directement la résistance d'un résistor est l'OHMMÈTRE .Un MULTIMETRE numérique comporte toujours une fonction ohmmètre : «  $\Omega$  ». La mesure se fait toujours en plaçant le résistor :

- hors tension,
- déconnecté,
- entre les deux bornes de l'appareil de mesure.

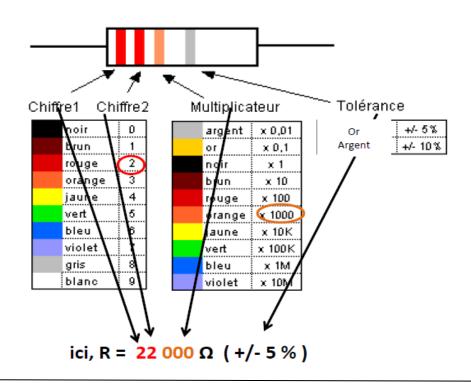


## II-1-3-5 Code des couleurs :

Déterminer la valeur d'une résistance grâce au code des couleurs :



## Exemple:



#### II-1-3-6 Loi de JOULE



**James Prescott Joule**, né le 24 décembre 1818 à Salford, près de Manchester (Angleterre) et mort le 11 octobre 1889 à Sale (Angleterre), est un physicien anglais.

Son étude sur la nature de la chaleur et sa découverte de la relation avec le travail mécanique l'ont conduit à la théorie de la conservation de l'énergie (la première loi de la thermodynamique). Il a également énoncé une relation entre le courant électrique traversant une résistance et la chaleur dissipée par celle-ci, appelée depuis le XX<sup>e</sup> siècle la loi de Joule. Enfin il a travaillé avec Lord Kelvin pour développer l'échelle absolue de température et a étudié la magnétostriction. En 1850. Dans le Système international, l'unité de l'énergie et de la quantité de chaleur porte son nom : le joule.

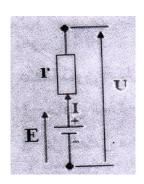
On appelle effet joule, le dégagement de chaleur qui accompagne toujours le passage du courant électrique dans un conducteur. D'après la loi de Joule, l'énergie W transformée en chaleur (dégagée dans un conducteur de résistance R) est fonction de l'intensité du courant, du temps de passage de ce courant et la valeur de la résistance du conducteur  $W = R.I^2.t$ 

En raison de la relation d'équivalence 1 kal = 4180 J. La quantité de chaleur dégagé est  $\mathbf{Q} = \mathbf{R.I}^2$ .t / 4180



## II-1-4 Caractéristiques des sources de tensions:

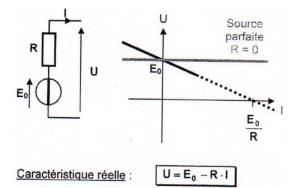
II-1-4-1 Puissance transformée par la source de tension :



$$\begin{array}{ll} \mathbf{U} = \mathbf{E} \text{-} \mathbf{r}.\mathbf{I} \ \rightarrow \ \mathbf{E} = \mathbf{U} + \mathbf{r}.\mathbf{I} \rightarrow \\ \mathbf{E}.\mathbf{I} = \mathbf{U}.\mathbf{I} + \mathbf{r}.\mathbf{I}^2 \ \rightarrow \mathbf{P}_E = \mathbf{P'} + \mathbf{P}_r \end{array}$$

Avec:

- ♣ P<sub>E</sub> = E.I ( la puissance transformée par la source de tension)
- ♣ P<sub>r</sub> = U.I ( la puissance consommée par la résistance interne du générateur ( la source))
- ♣ P'= U.I ( la puissance fournie au récepteur)



#### II-1-4-2 Association des sources de tensions :

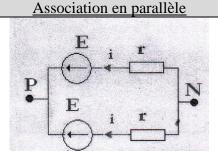
# 

 $E_{eq} = E1 + E2$  et  $r_{eq} = r1 + r2$ 

D'une manière générale les générateurs associés en série sont équivalents à un générateur unique, dont la f.é.m. a pour valeur la somme algébrique des f.é.m. des générateurs associés, et dont la résistance interne est la somme des résistances internes.

$$E_{eq} = \sum_{n} E_n$$
 (somme algébrique)  
 $r_{eq} = \sum_{n} r_n$ 

L'avantage de l'association en série est d'avoir une source de tension élevée



$$E_{eq} = E$$
 et  $r_{eq} = r/2$ 

D'une manière générale La conductance du générateur équivalent à une association en parallèle est égale à la somme des conductances des générateurs associés; autrement dit, sa résistance interne est égale à la résistance équivalente aux deux résistances associées en parallèle. En conclusion, du point de vue actif, les courants s'ajoutent de façon algébrique; du point de vue passif, les conductances s'additionnent

$$I_0 = \sum_n I_n$$
 (somme algébrique)  
 $g = \sum_n g_n$ 

L'avantage de l'association en parallèle est d'avoir une résistance interne globale minimale et un fort courant

## II-1-5 Analyse des circuits électrique :

Tous les théorèmes et toutes les lois s'appliquent aussi bien en régime continu (U,E,I,R,G) qu'en régime alternatif (U,E,I,Z,Y)

#### II-1--5-1 Lois de kirchhoff:



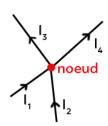
Gustav Robert Kirchhoff, physicien allemand, né le 12 mars 1824 à Königsberg, en Prusse Orientale et décédé à Berlin le 17 octobre 1887), a développé avec Robert Wilhelm Bunsen l'analyse spectrale et découvert la loi du rayonnement qui associe son nom à l'avènement d'une période nouvelle et brillante de la physique moderne. En étudiant le phénomène d'absorption, il a fait de la spectrographie un moyen d'analyse chimique systématique d'application universelle. Par ailleurs, il a déterminé les règles des réseaux électriques et apporté d'importantes contributions à l'électricité et à l'élasticité, ainsi qu'à l'hydrodynamique, la thermodynamique et l'optique. La fécondité de son œuvre illustre de manière exemplaire son type de recherche, qui unit l'expérimentation et la théorie en laissant de côté le souci de l'explication physique.

Les **lois de Kirchhoff** expriment la conservation de l'énergie et de la charge dans un circuit électrique. Elles portent le nom du physicien allemand qui les a établies en 1845 : Gustav **Kirchhoff**.

Dans un circuit complexe, il est possible de calculer les différences de potentiel aux bornes de chaque résistance et l'intensité du courant continu dans chaque branche de circuit en appliquant les deux lois de Kirchhoff : la loi des nœuds et la loi des mailles

## ❖ Première loi de Kirchhoff : Loi des nœuds

La somme algébrique des intensités des courants qui passent par un nœud est nulle. Par convention on pose que les intensités des courants se dirigeant vers le nœud sont positives et les intensités des courants négatives sont les intensités qui s'en éloignent. Sur la figure on a représenté le sens (arbitraire) des courants traversant le nœud.



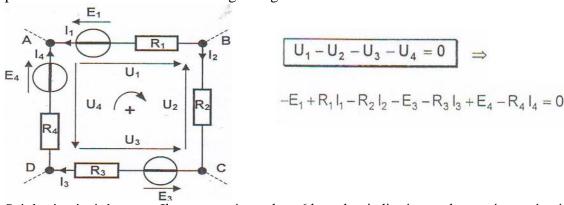
$$I1 + I2 = I3 + I4$$
  
 $I1 + I2 - I3 - I4 = 0$ 

La somme algébrique des intensités à un nœud est nulle.

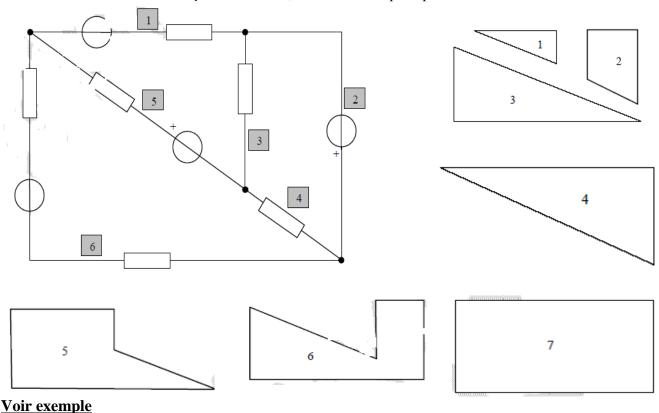
La somme des intensités qui arrivent à un nœud est égale à celle des intensités qui partent du nœud.

#### **❖** Deuxième loi de Kirchhoff : Loi des mailles

Dans une maille quelconque d'un réseau, la somme algébrique des forces électromotrices (positives) et forces contre-électromotrices (négatives) est égale à la somme algébrique des différences de potentiel aux bornes des résistances. Le sens de parcours du courant dans la maille est choisi d'abord arbitrairement, les différences de potentiel aux bornes des résistances parcourues par un courant circulant dans le sens de parcours choisi sont affectées du signe négatif.



Soit le circuit ci-dessous : Îl comporte 4 nœuds : , 6 branches indiquées par les carrés numérotés et 7 Mailles



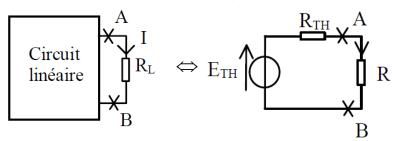
#### II-1-5-2 Théorème de THEVENIN:



**Léon Charles Thévenin** (30 mars 1857 à Meaux - 21 septembre 1926 à Paris) est un ingénieur en télégraphie français. Il est l'auteur du théorème de Thévenin.

Diplômé de l'École polytechnique et de l'École supérieure de télégraphie (EST) en 1879, il Il publie en 1883 une formule de simplification des schémas électriques qui est devenue célèbre sous le nom de théorème de Thévenin, en étudiant les lois de Kirchhoff dérivées de la loi d'Ohm.

Tout circuit linéaire considéré de 2 points quelconques du circuit, peut être remplacé par un générateur de F.E.M. E<sub>th</sub> et de résistance interne R<sub>th</sub>.

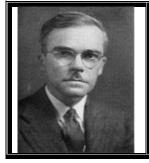


R<sub>TH</sub> est obtenue en éteignant les générateurs (on garde leur résistance interne) : c'est la résistance que présente alors le circuit entre A et B.

 $E_{TH}$  est la différence de potentiels  $U_{AB}$  obtenue lorsque  $R_L\,n$ 'est pas branchée.

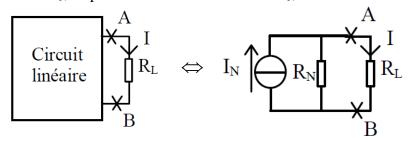
## Voir cours électronique fondamentale 1 (ELNF 1)

## II-1-5-3 Théorème de NORTAN:



**Edward Lawry Norton** (1898-1983) fut un scientifique accompli et un ingénieur en électricité américain. Il a travaillé chez Bell Labs et est connu pour le théorème de Norton. Ses domaines de recherche actifs comprenaient la théorie des réseaux, les systèmes acoustiques, les appareils électromagnétiques et la transmission de données.

Tout circuit linéaire considéré de 2 points quelconques du circuit, peut être remplacé par un générateur de courant  $I_N$  en parallèle avec une résistance  $R_N$ .



 $R_{\rm N}=R_{TH}$  définie dans le théorème de Thévenin.

I<sub>N</sub> est l'intensité obtenue en courtcircuitant les 2 points A et B.

## Voir cours électronique fondamentale 1 (ELNF 1)

## II-1-5-4 Théorème de SUPERPOSITION:

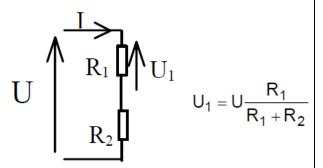
Dans un circuit linéaire contenant plusieurs générateurs, le courant est, en tout point, la somme des courants dus à chaque générateur agissant isolément, les autres étant éteints (ils conservent toutefois leur résistance interne).

## Voir cours électronique fondamentale 1 (ELNF 1)

## II-1-5-5 Diviseur de tension et de courant :

#### Diviseur de tension

2 dipôles en série aux bornes desquels on connaît la tension U, et parcourus par le même courant I:

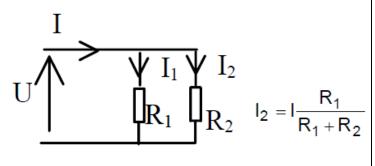


Démonstration :

$$U = (R_1 + R_2).I$$
 et  $U_1 = R_1.I$ 

#### Diviseur de courant

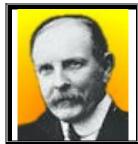
 $2\ dip\ensuremath{\hat{o}}\xspace{les}$ les en parallèle aux bornes desquels on connaı̂t la tension U



Démonstration:

$$U = R_1 I_1 = R_2 I_2 \ et \ I = I_1 + I_2$$

## II-1-5-6 Théorème de KENNELY (transformation triangle-étoile) :



**Arthur Edwin Kennelly**, né le 17 décembre 1861 à Colaba près de Bombay, Inde et mort le 18 juin 1939 à Boston, Massachusetts, est un ingénieur en électricité américain. Il est célèbre pour avoir découvert des propriétés radio-électriques d'une couche de l'atmosphère : l'ionosphère

Le théorème de Kennelly, ou transformation triangle-étoile, ou transformation Y- $\Delta$ , ou encore transformation T- $\Pi$ , est une technique mathématique qui permet de simplifier l'étude de certains réseaux électriques. Ce théorème, nommé ainsi en hommage à <u>Arthur Edwin Kennelly</u>, permet de passer d'une configuration « triangle » (ou  $\Delta$ , ou  $\Pi$ , selon la façon dont on dessine le schéma) à une configuration « étoile » (ou, de même, Y ou T). Ce théorème est utilisé en électrotechnique ou en électronique de puissance afin de simplifier des systèmes triphasés. Il est aussi d'utilisation courante en électronique pour simplifier le calcul de filtres ou d'atténuateurs.

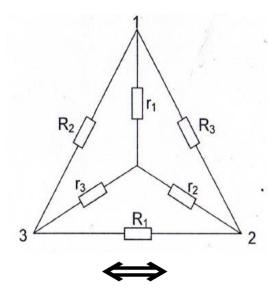
# Conversion triangle-étoile

La résistance d'une branche de l'étoile équivalente est égale au produit des résistances adjacentes divisé par la somme totale des résistances.

$$r_1 = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$r_2 = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$r_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$



## Conversion étoile-triangle

résistance d'une branche du triangle équivalent est égale à la somme des produits des résistances, divisée par la résistance de la branche opposée:

$$R_{1} = \frac{r_{1}r_{2} + r_{1}r_{3} + r_{2}r_{3}}{r_{1}}$$

$$R_{2} = \frac{r_{1}r_{2} + r_{1}r_{3} + r_{2}r_{3}}{r_{2}}$$

$$R_{3} = \frac{r_{1}r_{2} + r_{1}r_{3} + r_{2}r_{3}}{r_{3}}$$

# II-2- LOIS ET THÉORÈMES EN RÉGIME ALTERNATIF:

# II-2-1 définition : (AC : alternating current)

Le **courant alternatif** (qui peut être abrégé par CA) est un **courant** électrique périodique qui change de sens deux fois par période et qui transporte des quantités d'électricité alternativement égales dans un sens et dans l'autre.

Il s'agit donc du courant qui arrive directement chez vous par le biais du distributeur d'énergie. C'est un type de courant qui change constamment de sens. On dit qu'il est *périodique*. Il change de sens à raison de **100 fois** par seconde; c'est pour cela que notre courant alternatif a une fréquence de **50Hz** (50 alternances/sec.). On ne parle plus de polarité + ou – mais de **phase** et de **neutre**. Le générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale est un alternateur. C'est une machine comportant une partie magnétique fixe (appelée stator) dans laquelle tourne une bobine de fil (rotor). La rotation de cette bobine à l'intérieur du champ magnétique va générer un courant alternatif. Il existe deux modes de distribution de ce courant alternatif:

- **le courant monophasé** (une phase et un neutre)
- **le courant triphasé** (trois phases et un neutre)

Le transport de l'électricité se fait en courant alternatif à haute tension afin de limiter les pertes d'énergie sur de longues distances et facilite le passage d'un niveau de tension à un autre. Il est aussi beaucoup plus simple de transformer les caractéristiques d'un courant alternatif que celles d'un courant continu. Pour cela, on utilise le transformateur qui permet de passer d'un niveau de tension à un autre, très facilement. Cependant, ce type de conversion n'est pas adapté en courant continu car cela conduirait à la destruction du transformateur, n'étant pas conçu techniquement pour cela.

#### II-2--2 intérêts:

L'intérêt du courant alternatif est qu'il est facile à transformer. Les transformateurs permettent de modifier une tension alternative sans créer trop de pertes. Ces transformations des tensions sont nécessaires pour le transport du courant.

D'autres raisons font que la distribution électrique se fait habituellement en courant alternatif :

- Les alternateurs qui produisent le courant alternatif sont plus simples à réaliser et ont un meilleur rendement que les générateurs de courant continu.
- ♣ Les moteurs à courant alternatif sont plus simples que les moteurs DC.
- La coupure d'un courant alternatif est plus facile car le courant passe régulièrement par zéro alors qu'en courant continu un arc électrique a tendance à subsister.
- Le courant alternatif est aisément transformé en courant continu.

## II-2-3 régimes variables :

Il existe deux grands types de régimes variables, c'est à dire dans lesquels les grandeurs électriques dépendent du temps : les <u>régimes transitoires</u> et les <u>régimes périodiques</u> .

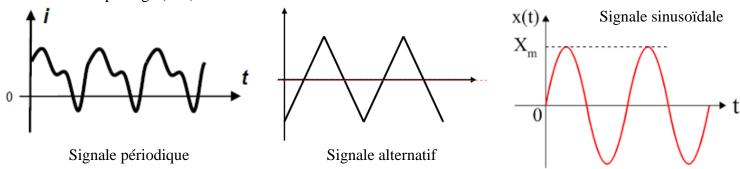
- Les régimes transitoires : ce sont des évolutions particulières des grandeurs électriques qui apparaissent lors des modifications brutales des caractéristiques d'un circuit électrique.
- **Les régimes périodiques** : ils se caractérisent par le fait que les variations des grandeurs électriques en fonction du temps sont périodique (répétitives). La durée de répétition s'appelle alors la période T( en secondes) et son inverse est appelée la fréquence f = 1/T ( en Hertz).



**Heinrich Rudolf Hertz** (né le 22 février 1857 à Hambourg et mort le 1<sup>er</sup> janvier 1894 à Bonn) est un ingénieur et physicien allemand. Il mit en évidence en 1888 l'existence des ondes électromagnétiques imaginées par James Maxwell en 1873. Il a donné son nom aux ondes radio dites *ondes hertziennes* et découvert la photoélectricité.

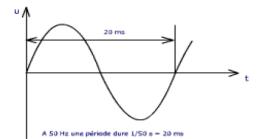
## Remarque:

- ♣ Un signale alternatif est un signale périodique de valeur moyenne nul sur une période.
- ♣ Un signale sinusoïdale est un signale définie de la forme y(t)= Y<sub>m</sub> sin( wt+φ) ou φ l'angle de déphasage (rd/s)



# II-2-4 Caractéristiques du courant alternatif

- Le courant que nous fournit la compagnie d'électricité est périodique et sinusoïdal.
- 4 Périodique: la tension change périodiquement de sens, le courant s'inverse constamment.
- Sinusoïdal: La tension varie en fonction du temps suivant une courbe appelée sinusoïde. Cette allure est due au principe de fonctionnement des alternateurs. Durant un tour de l'alternateur celuici crée une alternance positive suivie d'une alternance négative.
- → On appelle période la durée de ces deux alternances. La période est désignée par la lettre T et s'exprime en secondes.
- ↓ La fréquence f est le nombre de périodes par seconde. Elle s'exprime en Hertz : (Hz) **f=1/T**



La fréquence est le nombre de cycles par seconde

50Hz en Europe

La durée d'une période T = 1/f1s / 50 = 0,020 s = 20 ms

- Lectaines formules font appel à la pulsation ω (*Oméga*). elle s'exprime en radians par seconde (rd/s) ω=2πf.
- Les valeurs maximales notées Um et Im ne sont pas très utiles puisqu'elles ne sont atteintes que très passagèrement.
- Les valeurs instantanées sont fluctuantes. Elles sont fonctions des valeurs maximales, de la pulsation ω et de l'instant où elles sont mesurées;

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{(t)} &= \mathbf{U}_{m} \cdot \sin(\omega.t) \\ \mathbf{i}_{(t)} &= \mathbf{I}_{m} \cdot \sin(\omega.t + \varphi) \end{aligned}$$

- L'angle φ exprime ici que le courant peut être en retard ou en avance par rapport à la tension. Nous verrons en parlant des bobines et des condensateurs que le courant instantané i(t) ne fluctue pas toujours en phase avec la tension instantanée u(t). Une tension alternative sinusoïdale engendre bien un courant alternatif sinusoïdal mais selon la nature du circuit électrique le courant est en retard, en phase ou en avance sur la tension. Le décalage entre les deux signaux pourrait être exprimé en fractions de secondes mais les électriciens ont trouvé plus pratique d'exprimer ce déphasage par un angle φ (rd/s)
- Les tensions et les courants sont exprimés en valeurs efficaces.

# II-2-5 Valeur moyenne- valeur efficace:

**II-5-1 Valeur moyenne:** une fonction périodique y(t) de période T a une valeur moyenne  $\overline{Y}$  donnée par:

$$\overline{Y} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) \, dt$$

**NB:** la valeur moyenne d'un signale alternatif est nul .

**II-5-2 Valeur efficace:** Un courant i(t) circulant dans une résistance pure R, y engendre une dissipation d'énergie p(t) correspondant à une puissance moyenne P. La même dissipation peut être produite par un courant constant I circulant dans R. On peut dire que i(t) a une valeur efficace  $I_{eff}$  égale à ce courant constant I. Un raisonnement analogue peut être élaboré pour les tensions.

La fonction y(t) de période T a une valeur efficace  $Y_{eff}$  donnée par:  $Y_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (y(t))^2 dt}$ 

**NB**: la valeur efficace d'un signale sinusoïdale est :  $Y_{eff} = \frac{Y_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$ 

On définit en électrotechnique (en alternatif ) les grandeurs par leur valeurs efficace .

## II-2-6 Représentation d'une grandeur sinusoïdale:

Temporelle	Complexe	Vectorielle (de Fresnel )	
$\mathbf{s}(\mathbf{t}) = \sqrt{2} \mathbf{S}_{\text{eff}} \sin(\omega \mathbf{t} + \mathbf{\phi})$ $\mathbf{S}_{\text{eff}} : \text{valeur efficace}$ $\omega : \text{pulsation ( rd/s) } \omega = 2\pi \mathbf{f}$	$S = S_{eff}^{\phi^{\circ}}$ S: amplitude complexe $S_{eff}$ : module (valeur efficace)	S.sin $\phi$ S $\phi$	
φ: phase initiale	φ°: argument	0 S.cosφ Re	

## II-2-7 La loi d'Ohm et notion d'impédance:

Certains éléments de circuits s'opposent aux fluctuations du courant ( les bobines) ou de la tension ( les condensateurs) sans pour autant consommer de l'énergie comme le ferait une simple résistance. Ce phénomène est semblable à celui qu'on observe en mécanique si l'on compare l'effet des frottements et ceux des ressorts pour des mouvements oscillants. Les frottements transforment l'énergie en chaleurs alors qu'un ressort emmagasine de l'énergie mais la restitue immédiatement dès que le mouvement change de sens. Il en va de même pour les bobines et les condensateurs. Ces composants présentent une réactance qui s'oppose aux fluctuations du courant. C'est notamment cette réactance qui est responsable du déphasage entre le courant et la tension. Les circuits purement réactifs sont assez rares. Le plus souvent ils sont a la fois réactifs et résistifs, on parle alors d'impédance pour désigner la combinaison de ces deux phénomènes. L'impédance s'exprime en Ohm comme pour les résistances. Cette grandeur est représentée par la lettre Z. On écrira par exemple la loi d'Ohm sous la forme I = U / Z

Ne confondez cependant pas l'impédance Z avec la résistance R :

- ♣ la résistance R ne dépend pas de la nature du courant ( AC ou DC peu importe)
- 4 l'impédance Z n'est à considérer qu'en alternatif elle dépend de la fréquence.

Impédance complexe	$Z = \frac{U}{I} = \left  Z \right ^{\varphi^{\circ}} = R \pm jX$	$\begin{array}{l} R = Re(Z) \colon \text{r\'esistance }(\Omega) \\ X = Im(Z)  \text{r\'eactance }(\Omega) \\ \text{Le signe + indique que la r\'eactance est inductive }(X_L = L\omega) \\ \text{Le signe - indique que la r\'eactance est capacitive }(X_C = 1/C\omega) \end{array}$	
si $\varphi > 0$ la tension est en avance sur le courant. Si $\varphi < 0$ la tension est en retard sur le courant Si $\varphi = 0$ la tension et le courant sont en phase			
Admittance complexe $ Y = \frac{1}{Z} =  Y ^{-\varphi^{\circ}} = G \pm jB $		G: Re(Y): conductance (siemens) B: Im(Y) susceptance (siemens) Le signe - indique que la susceptance est inductive Le signe + indique que la susceptance est capacitive	

# II-2-8 Eléments de base en alternatif:

<u>Résistance</u>	<u>Inductance</u>	<u>Capacité</u>		
R	. I jL∞	1/jCω		
$\frac{V_R}{}$	V <sub>L</sub>	√ V <sub>C</sub>		
La tension u(t) aux borne d'une résistance pure est directement proportionnelle au courant i(t)  u(t) = R.i(t)  Aucune condition n'est imposée à u(t) et i(t)	Quand dans un circuit le courant est variable, le flux magnétique au sein même du circuit varie, cette variation du flux produit une f.é.m induite u dans le circuit. Elle est proportionnelle à la dérivée par rapport au temps de l'intensité du courant, la constante de proportionnalité est appelée inductance du circuit. noté L $u(t) = L \frac{di}{dt}$ L: mesurée en henry (H)	La tension v aux bornes d'un condensateur est proportionnelle à sa charge Q. La constante de proportionnalité C est appelée capacité du condensateur : $q(t) = C.u(t) = dq/dt$ donc $u(t) = \frac{1}{C} \int i(t)dt$ C: mesurée en farad (F)		
$U_R = R.I \Rightarrow Z = R = [R;0]$	$U_{L} = jLw.I \Rightarrow Z = jLw = \left[Lw; \frac{\pi}{2}\right]$	$U_C = \frac{1}{jCw}.I \Rightarrow Z = \frac{1}{jCw} = \left[\frac{1}{Cw}; -\frac{\pi}{2}\right]$		
La dérivée temporelle se traduit par une multiplication par jw dans le domaine complexe et l'intégration temporelle se traduit par une division par jw dans le domaine complexe.				
→ → →	₁ ↓ ↓	ı ↑ ↑ ↓ ↓		
Le courant et la tension sont en phase :	Le courant est en quadrature Arrière par rapport à la tension :  Il y a un déphasage $\phi = 90^{\circ}$	Le courant est en quadrature Avant par rapport à la tension :  Il y a un déphasage $\phi = -90^{\circ}$		
	Résistance  VR  La tension $u(t)$ aux borne d'une résistance pure est directement proportionnelle au courant $i(t)$ $u(t) = R.i(t)$ Aucune condition n'est imposée à $u(t)$ et $i(t)$ La dérivée temporelle se l'intégration tem	La tension u(t) aux borne d'une résistance pure est directement proportionnelle au courant i(t)     u(t) = R.i(t) Aucune condition n'est imposée à u(t) et i(t) $U_R = R.I \Rightarrow Z = R = [R:0]$ La tension u(t) aux borne d'une résistance pure est directement proportionnelle au courant i(t)     u(t) = R.i(t) Aucune condition n'est imposée à u(t) et i(t) $U_R = R.I \Rightarrow Z = R = [R:0]$ $U_R = R.I \Rightarrow Z = R = [R:0]$ $U_L = jLw.I \Rightarrow Z = jLw = [Lw; \frac{\pi}{2}]$ La dérivée temporelle se traduit par une multiplication par juintégration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de l'integration temporelle se traduit par une division par jw de		

## Remarque:

## A) La Bobine

Une **bobine** ou **inductance** ( $\underline{\operatorname{Eng}}$ : self ou  $\underline{\operatorname{Eng}}$ : inductor) est constituée de N spires obtenues par enroulement d'un fil métallique (eg. du cuivre) éventuellement autour d'un noyau en matériau ferromagnétique (noyau de fer).

Équation caractéristique de la bobine

$$u(t) = L \frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}t} \Leftrightarrow i(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(\tau) d\tau$$

 $\frac{i(t)}{u(t)}$ 

avec L l'inductance

 $\diamond$  Si  $i(t) = \text{Cste alors } u(t) = 0, \forall L$ , la bobine se comporte comme un court-circuit.



**Joseph Henry** (1797 - 1878) est un physicien américain qui découvrit l'auto-induction et le principe de l'induction électromagnétique des courants induits.

(unité: henry, H)

Dès 1829, il avait développé des électroaimants d'une grande puissance de levée. En 1831, il fabriqua le premier télégraphe électromagnétique opérationnel. Henry conçut et construisit également l'un des premiers moteurs électriques...

## B) Le Condensateur

Un condensateur (Eng.: capacitor) est un composant électronique, qui est constitué de deux armatures conductrices qui se font faces séparées par un diélectrique, de permittivité absolue  $\varepsilon$ .

Équation caractéristique du condensateur :

$$i(t) = C \frac{\mathrm{d} u(t)}{\mathrm{d} t} \Leftrightarrow u(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau$$

 $\underbrace{i(t)}_{u(t)} C$ 

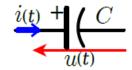
avec C la capacité

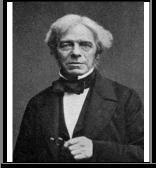
(unité: farad, F)

 $\diamond$  Si  $u(t) = \text{Cste alors } i(t) = 0, \forall C,$  le condensateur se comporte comme un circuit ouvert.

## Remarque:

Il existe des condensateurs dits *polarisé* (ie. non-symétrique) : ils ont une borne positives et une négative.





Michael Faraday (1791 - 1867) est un physicien et un chimiste britannique, connu pour ses travaux fondamentaux dans le domaine de l'électromagnétisme, l'électrochimie, le diamagnétisme, et l'électrolyse. Il donne son nom à de multiples lois et phénomènes dans ces domaines, notamment la loi de Faraday (ou Lenz-Faraday) en induction électromagnétique, les lois de Faraday en électrochimie, l'effet Faraday, ou encore à des dispositifs expérimentaux comme la cage de Faraday et la cavité de Faraday. Le farad, unité de capacité électrique, est également nommé en son honneur.

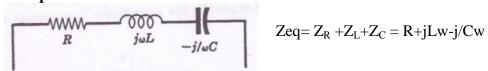
## II-2-9 Association d'impédances:

#### II-2-9-1 Association en série :

L'impédance équivalente  $Z_{eq}$  d'un nombre quelconque d'impédances connectées en série est égale à la somme de ces impédances  $Z_{eq} = Z_{1} + Z_{2} + Z_{3} + Z_{4} + \dots Z_{n}$ 

Ces impédances sont des nombres complexes et leurs somme ne peut s'effectuer qu'en mettant chacune des impédance sous forme algébrique .

## exemple:



Rq: une fois le régime sinusoïdal établi dans un circuit les tensions ainsi que les courants doivent s'additionner vectoriellement.

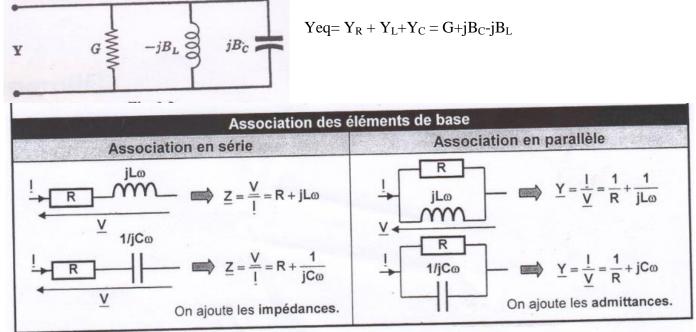
## II-2-9-2 Association en palléale:

L'impédance équivalente d'un nombre quelconque d'impédance connectées en parallèle est ainsi donnée par : 1/Zeq = 1/Z1+ 1/Z2 +1/Z3 +.....+1/Zn

dans un circuits parallèle la notion d'admittance est particulièrement utile (Y = 1/Z)

donc Yeq = Y1+Y2+Y3+....Yn

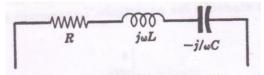
## exemple:



## II-2-10 Résonance:

On dit qu'un circuit est en résonance lorsque la tension appliquée et le courant résultant sont en phase. Par conséquent l'impédance complexe équivalente d'un circuit à la résonance est une résistance pure R.

## II-2-10-1 La résonance série:



L'impédance complexe du circuit RLC série est :

$$Zeq = Z_R + Z_L + Z_C = R + j(Lw-1/Cw) = R + jX$$

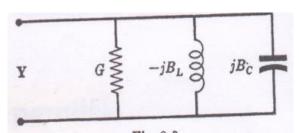
Le circuit entre en résonance pour X=0, c'est à dire pour Lw=1/Cw ou encore pour:

$$W_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
La fréquence de résonance est alors donnée par :  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 

$$R, X$$
Les trois composantes R, X fonction de w. Pour w = w<sub>0</sub> réactances capacitives sont é minimale et le courant I est n

Les trois composantes R,  $X_L$ ,  $X_C$  sont représentées en fonction de w. Pour  $w=w_0$  les réactances inductives et les réactances capacitives sont égales ainsi l'impédance Z est minimale et le courant I est maximal .

## II-2-10-2 L a résonance parallèle:



 $X_L = Lw$  et  $X_C = 1/Cw$ 

$$\label{eq:Ladmittance} \begin{split} L'admittance \ des \ trois \ \'el\'ements \ est: \\ Yeq=\ Y_R+\ Y_L+Y_C=G+j(B_C\text{-}B_L\ )=G+\ jB \\ avec\ B=\ B_C\text{-}B_L \quad B_C=Cw \ et \ B_L=1/Lw \end{split}$$

le circuit est en résonance pour B= 0 c'est à dire pour Cw= 1/Lw ou encore pour:

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$$
 La fréquence de résonance est alors donnée par :  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 

Comme dans le cas de la résonance en série , pour w=w0 les susceptances capacitives et les susceptances inductives sont égale et par conséquent Y=G. Il en découle qu'à la résonance l'admittance est minimale est comme I=V. Y le courant atteint également sa valeur minimale.

## II-2-10-3 Facteur de surtension (facteur de qualité):

Noté Q c'est le facteur qui mesure la quantité d'augmentation de la tension afin d'arriver a la valeur maximal pour avoir la résonance.

cas d'une bobine	cas d'un condensateur (capacité )		
$Q = \frac{U_{L \text{max}}}{U_{\text{max}}} = \frac{L w_0 I_{\text{max}}}{R.I_{\text{max}}} \Longrightarrow Q = \frac{L.w_0}{R}$	$Q = \frac{U_{C \text{ max}}}{U_{\text{max}}} = \frac{I_{\text{max}} / Cw_0}{\text{R.I}_{\text{max}}} \Rightarrow Q = \frac{1}{\text{RCw}_0}$		

## II-2- 11 Puissance électrique:

L'électrotechnique s'intéresse à l'aspect énergétique des systèmes électriques. La production, le transport, les techniques de conversion et la consommation électriques représentent des industries centrés sur des échanges énergétiques. Pourtant l'énergie au sens physique de terme est une grandeur difficilement définissable et très peu utilisée de façon brute, en revanche l'électrotechnique et beaucoup d'autres sciences utilisent à profusion le concept de puissance.

## II-2-11-1 Types de puissance:

A- Puissance instantanée: C'est le produit p(t) = u(t).i(t), c'est une grandeur qui varie dans le temps.

#### **B- Puissance active:**

En règle générale, la puissance qui caractérise un système de conversion d'énergie est sa puissance moyenne on l'appelle aussi la puissance active, noté P et mesurée en watt (W)



James **Watt** (1736-1819) est un ingénieur écossais dont les améliorations sur la machine à vapeur furent une des étapes clé dans la révolution industrielle. Il a animé la Lunar Society de Birmingham. En hommage à ses recherches, le **watt** ( symbole W ), a été donné à l'Unité internationale de puissance, ou de Flux énergétique .

## **B-1 Puissance active en régime continu:**

En régime continu le seul récepteur passif étant la résistance, les valeurs instantanées, moyennes et efficaces des grandeurs sont égales et constantes, la puissance active s'écrit alors  $P = U.I = R.I^2$ 

## B-2 Puissance active en régime alternatif:

C'est la valeur moyenne de la puissance instantanée, elle correspond à un travail physique effictif et elle est calculée selon la formule suivante  $P = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot cos\phi$ 

#### C- Puissance réactif:

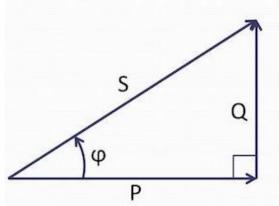
C'est une puissance sans effet de travail physique qui correspond à la partie réactive du courant, elle n'est définie qu'en régime sinusoïdal et s'écrit  $\mathbf{Q} = \mathbf{U}_{\text{eff}}.\mathbf{I}_{\text{eff}}.\sin \phi$  Son unité est le Volt-Ampère-Réactif (VAR).

**remarque:** si Q> 0 le dipôle consomme de puissance et si Q< 0 le dipôle fournit de la puissance.

#### **D-** Puissance apparente:

Noté S. C'est le produit des valeurs efficaces (souvent appelé produit de dimensionnement) :  $\mathbf{S} = \mathbf{U}_{\text{eff}}.\mathbf{I}_{\text{eff}}$ Son unité est le Voltampère (VA)

## Triangle des puissances :



Les relations entre les trois puissances peuvent s'écrire :

$$S^2 = P^2 + Q^2 \Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

## E- Facteur de puissance:

c'est une grandeur très importante en électrotechnique, noté F et calculé selon la formule suivante

$$F = \cos \varphi = \frac{P}{S}$$

#### II-11-11-2 Puissance dans les différents éléments de base:

Eléments	<u>Z</u>	Р	Q	φ
Résistance R	R	RI <sup>2</sup>	0	0
Bobine parfaite L	$jL\omega = j \cdot L\omega$	0	$L\omega I^2 = \frac{V^2}{L\omega}$	$\frac{\pi}{2}$
Condensateur parfait C	$\frac{1}{jC\omega} = j \cdot \frac{-1}{\frac{C\omega}{x}}$	0	$-\frac{I^2}{C\omega} = -V^2C\omega$	$-\frac{\pi}{2}$
Dipôle passif d'impédance <u>Z</u> = R + jX	R + jX	RI²	XI <sup>2</sup>	Arc tan X/R

#### II-2-11-3 Théorème de BOUCHEROT:



Paul Boucherot (1869-1943) également appelé "Didier" par ses amis, élève de l'École supérieure de physique et de chimie industrielles de la ville de Paris, il est bien connu des électrotechniciens, car il a donné son nom :

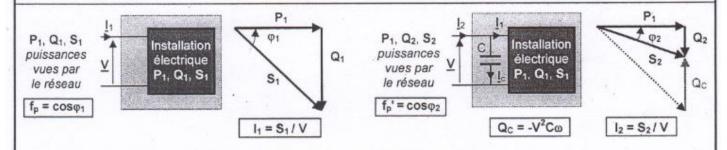
à une méthode de calcul des circuits en alternatif utilisant un bilan des puissances actives et réactives (le fameux théorème de Boucherot).

à une formule reliant la tension et le flux dans les machines à flux forcé; aux inductances de fuites totales des circuits couplés; au moteur asynchrone à double cage.

# Théorème de BOUCHEROT - Relèvement du facteur de puissance

Dans un réseau constitué de récepteurs parcourus par des courants sinusoïdaux de même fréquence :

- la puissance active totale fournie par le réseau est égale à la somme arithmétique des puissances actives consommées par chaque récepteur ;
- la puissance réactive totale fournie par le réseau est égale à la somme algébrique des puissances réactives consommées par chaque récepteur.



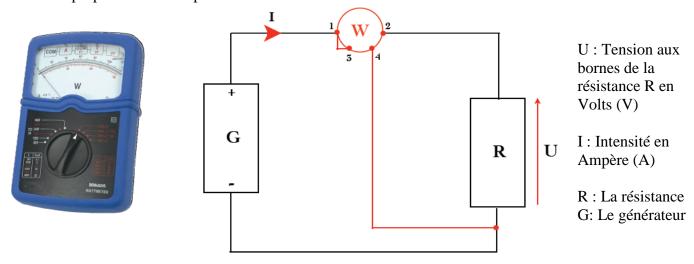
D'après le th. de BOUCHEROT, la puissance réactive de compensation à installer est telle que :

$$Q_2 = Q_1 + Q_C \qquad \Rightarrow \qquad Q_C = P_1 \cdot (\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1) \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{C = \frac{P_1 \cdot (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)}{V^2 \omega}}$$

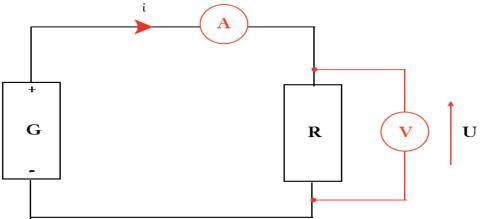
Après compensation, I₂ est plus faible que I₁ ⇒ Diminution de la section des câbles, des pertes en ligne, ...

## II-2-11-4 Mesure de la puissance :

L'appareil qui mesure directement la puissance en Watt (W) est le WATTMETRE . Cet appareil a une dérivation proportionnelle au produit UI=P



Il est possible également, pour obtenir la puissance P, d'utiliser la méthode de mesure voltampèremétrique. Puis réaliser le calcul avec la formule P=UI.



# II-2-12 L'énergie

## II-2-12-1 Définition de l'énergie

L'énergie électricité que l'on note W, est le résultat de la puissance multipliée par le temps. Elle s'exprime en Watt-heure (Wh) ou Kilowatt-heure (kWh) mais également en Joule (J) sachant que 1Wh = 3600J

# $W=P.t=U.I.t=R.I^2.t$

## II-12-12-2 La mesure de l'énergie

L'énergie électrique se mesure avec un COMPTEUR WATTHEUREMÈTRE



ANCIEN MODELE



NOUVEAU MODELE