EXERCICE 1 : COMPARAISON TRIPHASE/MONOPHASE

1) Le système triphasé est équilibré, en conséquence $N = N'$ et les résistances sont toutes sous tension simple : V.

On écrit alors : $I_1 = I_2 = I_3 = \dfrac{V}{3R}$

2) $I = \dfrac{V}{R}$

2) Dans le montage monophasé :

$$P = R \cdot I_2 = R \cdot \frac{V^2}{R^2} = \frac{V^2}{R}$$

Dans le montage triphasé :

$$P = 3 \times (3R \cdot I_1^2) = 9R \cdot \frac{V^2}{9R^2} = \frac{V^2}{R}$$

4) Les deux installations sont donc équivalentes en terme de puissance transmise.

5) La densité de courant s'écrit :

$\delta = \dfrac{I}{S}$, étant la section du conducteur qui véhicule le courant I. À courant et à densité de courant fixés, on en déduit les sections des conducteurs dans les deux montages :

$$S_{\text{mono}} = \frac{I}{\delta} = \frac{V}{\delta \cdot R} \text{ et } S_{\text{tri}} = \frac{I_1}{\delta} = \frac{V}{3\delta \cdot R}$$

6) Le volume des conducteurs nécessaire vaut :

$$Vol_{\text{mono}} = S_{\text{mono}} \times 2L = \frac{2LV}{\delta \cdot R} \text{ et } Vol_{\text{tri}} = S_{\text{tri}} \times 3L = \frac{LV}{\delta \cdot R}$$

Il faut donc deux fois plus de cuivre pour alimenter une charge en monophasé qu'en triphasé.

7) En monophasé, en considérant que $V(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$ on écrit :

$$p(t) = R \cdot i(t)^2 = \frac{V(t)^2}{R} = \frac{2V^2}{R} \cdot \sin^2(\omega t)$$

8) En triphasé, $p(t) = \dfrac{V_1(t)^2}{3R} + \dfrac{V_2(t)^2}{3R} + \dfrac{V_3(t)^2}{3R}$

$$\text{Avec : } \begin{cases} V_1(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) \\ V_2(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ V_3(t) = V \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t + \dfrac{2\pi}{3}\right) \end{cases}$$

$$p(t) = \frac{2V^2}{3R}\left[\sin^2(\omega t) + \sin^2\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin^2\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)\right]$$

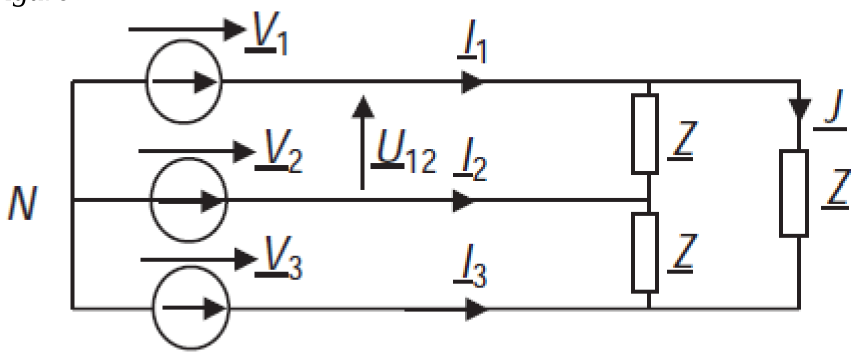
$$p(t) = \frac{2V^2}{3R} \times \frac{1}{2}\left[1 - \cos(2\omega t) + 1 - \cos\left(2\omega t - \frac{2\times 2\pi}{3}\right) + 1 - \cos\left(2\omega t + \frac{2\times 2\pi}{3}\right)\right]$$

$$p(t) = \frac{2V^2}{3R} \times \frac{1}{2} \times 3 = \frac{V^2}{R} = P = P_{\text{moyenne}}$$

9) En triphasé équilibré, la puissance instantanée est constante et égale à la puissance moyenne. Il n'y a pas de puissance fluctuante et c'est un avantage pour certains récepteurs électriques. Si on ajoute à ça qu'il faut deux fois moins de conducteurs électriques pour transmettre la même puissance qu'en monophasé, on comprend pourquoi tous les réseaux de distribution d'énergie électrique en alternatif sont triphasés.

EXERCICE 2 : INSTALLATION TRIPHASEE

1) Les impédances sont câblées en triangle, c'est-à-dire conformément au schéma de la *figure*



Le courant efficace qui traverse les trois impédances vaut :

$$J = \frac{U}{\sqrt{10^2 + 15^2}} = 22{,}2 \text{ A}$$

La puissance réactive est due à la partie active des trois impédances et peut s'écrire :

$$P_Z = 3 \times 10 \cdot J^2 = 14{,}77 \text{ kW}$$

La puissance réactive est due à la partie réactive des impédances.

$$Q_Z = 3 \times 15 \cdot J^2 = 22{,}13 \text{ kVAR}$$

2) $P_{\text{total}} = 6 \text{ kW} + 3 \times 5 \text{ kW} + P_Z = 35{,}77 \text{ kW}$

3) $Q_{\text{total}} = 0 \text{ VAR} + 3 \times 5 \cdot 10^3 \times \tan(\text{Arcos}(0{,}8)) + Q_Z = 33{,}38 \text{ kVAR}$

4) $S_{\text{total}} = \sqrt{P_{\text{total}}^2 + Q_{\text{total}}^2} = 48{,}92 \text{ kVA}$

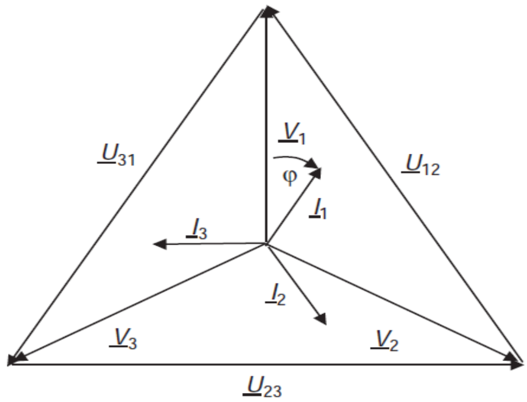
$$S_{\text{total}} = 3 \cdot V \cdot I \text{ d'où : } I = \frac{S_{\text{total}}}{3V} = 70{,}9 \text{ A}$$

5) Le facteur de puissance s'écrit :

$$\cos\varphi = \frac{P_{\text{total}}}{S_{\text{total}}} = 0{,}73$$

Ce facteur de puissance est juste inférieur à la limite de 0,8 en dessous de laquelle les fournisseurs d'énergie électrique facturent des taxes aux utilisateurs.

6) Le tracé des différents vecteurs est représenté sur la *figure*



7) Trois capacités C en étoile consomment la puissance réactive :

$$Q_C = -3 \cdot \frac{V^2}{\frac{1}{C\omega}} = -3C\omega V^2$$

Pour obtenir un facteur de puissance unitaire, il faut que la puissance réactive totale de l'installation et des capacités soit nulle. On écrit donc :

$$Q_C = -3C\omega V^2 = -Q_{\text{total}} = -33{,}38 \text{ kVAR}$$

On en déduit :

$$C = \frac{33{,}38 \cdot 10^3}{3\omega V^2} = \frac{33{,}38 \cdot 10^3}{3 \times 2\pi \times 50 \times 230^2} = 1{,}3 \text{ mF}$$

8) La puissance réactive totale étant nulle, l'installation est équivalente à trois résistances pures de même valeur *R* sur chaque phase.

Cette résistance, *R*, est telle que :

$$P_{\text{total}} = 35{,}773 \text{ kW} = 3\frac{V^2}{R}$$

On en déduit :

$$R = \frac{3V^2}{P_{\text{total}}} = 4{,}43\ \Omega$$

<u>EXERCICE 3 : CHARGES ETOILES ET TRIANGLE</u>

1) $U = \sqrt{3} \cdot V$

2) Le système est équilibré, chaque impédance est donc sous tension simple et les relations de maille donnant les courants de ligne s'écrivent :

$\underline{V} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$ On en déduit :

$$I = |\underline{I}| = \frac{V}{Z}$$

3) L'argument de l'impédance

$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi}$ correspond au déphasage entre le courant de ligne et la tension simple de chaque phase. On écrit donc :

$$\varphi = \mathrm{Arg}(Z \cdot e^{j\varphi}) = (\underline{I}, \underline{V})$$

La puissance active consommée par la charge totale est donc : $P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos \phi$

Et la puissance réactive consommée par la charge est : $Q = 3 \cdot V \cdot I \cdot \sin \phi$

4) $I' = \sqrt{3} \cdot J'$

Comme dans chaque impédance,

$$\underline{U} = \underline{Z'} \cdot \underline{J'}, \; I' = \sqrt{3} \cdot J' = \sqrt{3} \cdot \frac{U}{Z'} = \frac{3V}{Z'}$$

5) Les trois impédances sont câblées en triangle, c'est-à-dire qu'elles sont sous tension composée (U) et parcourues par des courants de phase (J').

La puissance active totale consommée par la charge vaut donc :

$$P' = 3 \cdot U \cdot J' \cdot \cos \varphi' = 3 \cdot V \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{I'}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi' = 3VI' \cos \varphi'$$

La puissance réactive totale consommée par la charge vaut, elle :

$$Q' = 3 \cdot U \cdot J \cdot \sin \varphi' = 3VI \sin \varphi'$$

6) Si les deux charges sont équivalentes, elles consomment le même courant de ligne $I = I'$, la même puissance active P et la même puissance réactive Q. En écrivant

$$P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi = P' = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi' \text{ et } Q = 3 \cdot V \cdot I \cdot \sin \varphi = Q' = 3 \cdot V \cdot I \cdot \sin \varphi'$$

On en déduit que : $\varphi = \varphi'$

7) Il suffit ici d'écrire que :

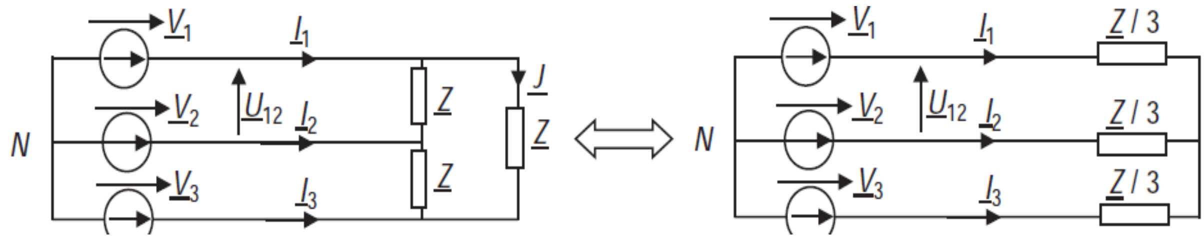
$$I = \frac{V}{Z} = I' = \frac{3V}{Z'}$$

On en déduit que : $Z = \dfrac{Z'}{3}$

Comme, par ailleurs les arguments des deux impédances sont égaux, on en déduit :

$$\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi} = \frac{\underline{Z}'}{3}$$

Pour résumer, une charge triangle est équivalente à une charge étoile composée des mêmes impédances divisées par trois. On résume cette remarque sur la *figure*



EXERCICE 4 : COMPENSATION D'ENERGIE REACTIVE EN TRIPHASE

1) La charge consomme la puissance active P = 25 kW avec un facteur de puissance : cos φ= 0,7 AR, On calcule d'emblée : tan φ = + 1,02, Cette charge consomme donc la puissance réactive positive (déphasage arrière = charge inductive = $Q > 0$) : Qcharge = $P \cdot \tan \varphi = 25 \cdot 10^3 \times 1{,}02$ = 25,5 KVAR

Trois condensateurs de capacité C câblés en étoiles sont sous la tension V = 230 V. En conséquence ils consomment la puissance réactive :

$$Q_C = -3 \cdot C\omega V^2$$

Pour finir, les condensateurs ne modifiant pas la puissance active totale consommée par le système, l'ensemble charge + condensateurs va consommer la puissance réactive :

Qtotal = $P \cdot$ tan(Arccos(0,92)) = 10,64 kVAR

La relation entre ces différentes puissances réactives s'écrit :

$$Q_{\text{total}} = Q_{\text{charge}} + Q_C \text{ c'est-à-dire : } Q_{\text{total}} = Q - 3C\omega V^2$$

On en déduit :

$$C = \frac{Q - Q_{\text{total}}}{3\omega V^2} = \frac{25{,}5 \cdot 10^3 - 10{,}64 \cdot 10^3}{3 \times 100\pi \times 230^2} = 0{,}29 \text{ mF}$$

2)-Dans le cas des capacités C', câblées en triangle, le calcul est le même sauf que les trois condensateurs sont sous la tension $U = \sqrt{3} \cdot V$. En conséquence, ils consomment la puissance réactive :

$$Q_{C'} = -3 \cdot C'\omega U^2 = -9 \cdot C'\omega V^2$$

La relation entre les différentes puissances réactives s'écrit ici :

$$Q_{\text{total}} = Q - 9 \cdot C'\omega V^2$$

On en déduit :

$$C' = \frac{Q - Q_{\text{total}}}{9\omega V^2} = \frac{25,5 \cdot 10^3 - 10,64 \cdot 10^3}{9 \times 100\pi \times 230^2} = 99,4\ \mu F$$

3)-Dans le cas de trois capacités C'' câblées en triangle, le calcul est le même qu'à la question précédente. La différence est que le facteur de puissance de 0,92 AV signifie que le déphasage entre courants de ligne et tensions simples sera négatif.

$$Q_{\text{total}} = P \cdot \tan(-\text{Arccos}(0,92)) = -10,64\ \text{kVAR}$$

La relation entre les différentes puissances réactives s'écrit toujours :

$$Q_{\text{total}} = Q - 9C''\omega V^2$$

Et on en déduit :

$$C'' = \frac{Q - Q_{\text{total}}}{9\omega V^2} = \frac{25,5 \cdot 10^3 + 10,64 \cdot 10^3}{9 \times 100\pi \times 230^2} = 0,24\ \text{mF}$$

4) Il est clair que, pour assurer la même valeur du cos φ, la solution 2 permet le choix de condensateurs de moindres capacités, donc plus petits et moins chers. En câblant les condensateurs en triangle on gagne un facteur 3 sur la puissance réactive produite et donc sur la valeur de la capacité nécessaire. En choisissant un cos φ Avant comme objectif, on sur dimensionnerait les condensateurs de manière tout à fait inutile.

EXERCICE 5 : RESEAU TRIPHASE DESEQUILIBRE

1) Le neutre étant relié, on écrit :

$\underline{V}_1 = \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1$, $\underline{V}_2 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2$ et $\underline{V}_3 = \underline{Z}_3 \cdot \underline{I}_3$

En passant aux modules :

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{V}{30} = 7,66\ \text{A},\ I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{V}{10} = 23\ \text{A et } I_3 = \frac{V}{Z_3} = \frac{V}{20} = 11,5\ \text{A}$$

2) On représente les tensions simples et les courants sur la *figure 1.37*. On notera que l'impédance de la phase 1 est une inductance, celle de la phase 2 un condensateur et celle de la phase 3 encore une inductance. Les déphasages entre les courants correspondants et les tensions simples sont alors immédiats.

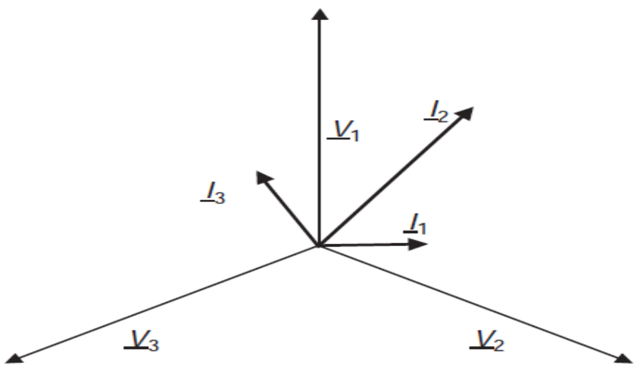


Figure 1.37

3) Comme le neutre n'est plus relié, la tension $\underline{V}_{N'N}$ n'est plus nulle. Les équations de mailles s'écrivent donc sur les trois phases :

$$\begin{cases} \underline{V}_1 = \underline{V}_{1N'} + \underline{V}_{N'N} \\ \underline{V}_2 = \underline{V}_{2N'} + \underline{V}_{N'N} \\ \underline{V}_3 = \underline{V}_{3N'} + \underline{V}_{N'N} \end{cases}$$

4) En ajoutant ces trois équations on obtient :

$$\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = \underline{0} = \underline{V}_{1N'} + \underline{V}_{2N'} + \underline{V}_{3N'} + 3 \cdot \underline{V}_{N'N}$$

On en déduit :

$$\underline{V}_{N'N} = -\frac{\underline{V}_{1N'} + \underline{V}_{2N'} + \underline{V}_{3N'}}{3}$$

On forme ainsi les deux équations :

$$\begin{cases} \underline{V}_1 = \frac{2}{3}\underline{V}_{1N'} + \frac{-1}{3}\underline{V}_{2N'} + \frac{-1}{3}\underline{V}_{3N'} \\ \underline{V}_2 = \frac{-1}{3}\underline{V}_{1N'} + \frac{2}{3}\underline{V}_{2N'} + \frac{-1}{3}\underline{V}_{3N'} \end{cases}$$

5) Comme le neutre est interrompu, $\underline{I}_N = \underline{0}$ et la loi des noeuds au point N' s'écrit :

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}$$

On en déduit l'équation :

$$\frac{\underline{V}_{1N'}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{V}_{2N'}}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{V}_{3N'}}{\underline{Z}_3} = \underline{0}$$

6) Le système à résoudre est donc :

$$\begin{cases} \underline{V}_1 = \frac{2}{3}\underline{V}_{1N'} + \frac{-1}{3}\underline{V}_{2N'} + \frac{-1}{3}\underline{V}_{3N'} \\ \underline{V}_2 = \frac{-1}{3}\underline{V}_{1N'} + \frac{2}{3}\underline{V}_{2N'} + \frac{-1}{3}\underline{V}_{3N'} \\ \underline{0} = \frac{\underline{V}_{1N'}}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{V}_{2N'}}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{V}_{3N'}}{\underline{Z}_3} \end{cases}$$

En ajoutant la troisième équation multipliée par $\frac{\underline{Z}_3}{3}$ aux deux autres, on obtient :

$$\begin{cases} \underline{V}_1 = \left(\frac{2}{3} + \frac{\underline{Z}_3}{3 \cdot \underline{Z}_1}\right)\underline{V}_{1N'} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{\underline{Z}_3}{3 \cdot \underline{Z}_2}\right)\underline{V}_{2N'} \\ \underline{V}_2 = \left(\frac{-1}{3} + \frac{\underline{Z}_3}{3 \cdot \underline{Z}_1}\right)\underline{V}_{1N'} + \left(\frac{2}{3} + \frac{\underline{Z}_3}{3 \cdot \underline{Z}_2}\right)\underline{V}_{2N'} \end{cases}$$

En remplaçant les impédances par leurs valeurs, on obtient :

$$\begin{cases} \underline{V}_1 = \left(\frac{2}{3}-\frac{2}{9}\right)\underline{V}_{1N'} + \left(\frac{-1}{3}+\frac{2}{3}\right)\underline{V}_{2N'} = \frac{4}{9}\cdot\underline{V}_{1N'} + \frac{1}{3}\cdot\underline{V}_{2N'} \\ \underline{V}_2 = \left(\frac{-1}{3}-\frac{2}{9}\right)\underline{V}_{1N'} + \left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\right)\underline{V}_{2N'} = -\frac{5}{9}\cdot\underline{V}_{1N'} + \frac{4}{3}\underline{V}_{2N'} \end{cases}$$

Il suffit d'ajouter la première équation multipliée par – 4 à la seconde pour trouver :

$$-4\cdot\underline{V}_1 + \underline{V}_2 = -\frac{7}{3}\cdot\underline{V}_{1N'} \quad \text{soit :} \quad \boxed{\underline{V}_{1N'} = \frac{12}{7}\underline{V}_1 - \frac{3}{7}\underline{V}_2}$$

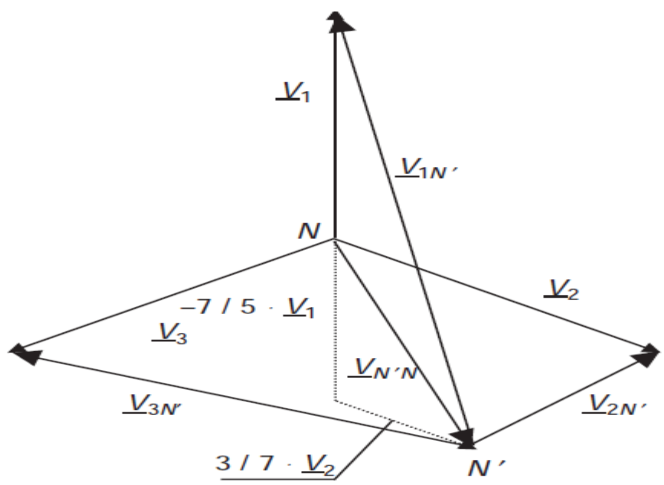
En reportant cette valeur dans les autres équations, on obtient :

$$\boxed{\underline{V}_{2N'} = \frac{5}{7}\underline{V}_1 + \frac{4}{7}\underline{V}_2} \quad \text{et} \quad \boxed{\underline{V}_{3N'} = \frac{-2}{7}\underline{V}_1 - \frac{10}{7}\underline{V}_2}$$

7) On calcule donc :

$$\underline{V}_{N'N} = -\frac{\underline{V}_{1N'} + \underline{V}_{2N'} + \underline{V}_{3N'}}{3} = -\frac{5}{7}\underline{V}_1 + \frac{3}{7}\underline{V}_2$$

On représente ce vecteur, par construction vectorielle, sur la *figure 1.38*. Les autres vecteurs, $\underline{V}_{1N'}$, $\underline{V}_{2N'}$, $\underline{V}_{3N'}$, sont déduits des lois de maille sur chaque phase. Graphiquement, ces vecteurs partent du point *N′* et le relient aux sommets des tensions simples.



8) On constate sur la construction graphique que la perte du neutre a fortement déséquilibré le système. Les tensions qui s'appliquent aux impédances de charge ne forment plus du tout un système de tensions triphasées équilibré.

<u>EXERCICE 6 : Charge équilibrée et importance du neutre lors d'un incident</u>

1) Le système est équilibré, les courants représentent trois vecteurs de même amplitude et déphasés de 120° entre eux, ainsi $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \underline{0}$:

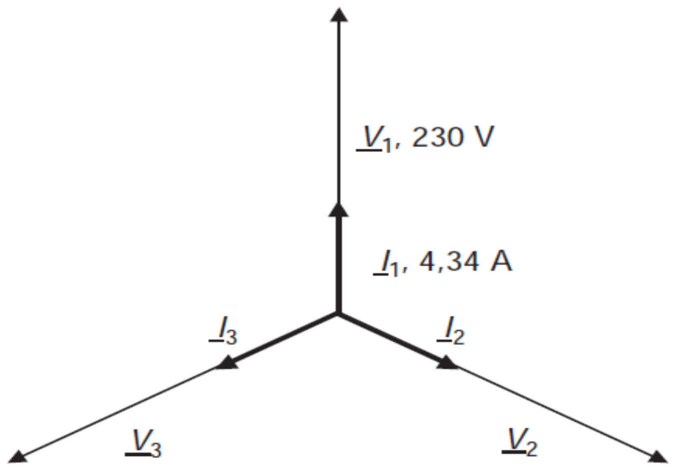
2) Il n'est pas ici important de relier le neutre puisque le courant qui y passerait si c'était le cas serait nul. On dit alors que le neutre est indifférent.

3) La tension qui s'applique aux résistances est donc la tension simple : V = 230 V. Ainsi :

$$P = 3kW = 3 \cdot \frac{V^2}{R} \text{ d'où : } R = 3 \cdot \frac{V^2}{P} = 52{,}9\ \Omega$$

4) $\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_1}{R}$, $I_1 = \left|\frac{\underline{V}_1}{R}\right| = \frac{230}{52{,}9} = 4{,}34\text{ A}$ par ailleurs : $\underline{I}_2 = \frac{\underline{V}_2}{R}$ et $\underline{I}_3 = \frac{\underline{V}_3}{R}$

5) On représente sur la *figure 1.39* le schéma demandé :



6) La nouvelle relation de maille passe par les phases 1 et 2 :

$$\underline{V}_1 - \underline{V}_2 = 2R \cdot \underline{I}_1$$

Soit donc :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_1 - \underline{V}_2}{2R} = \frac{\underline{U}_{12}}{2R}$$

7) $\underline{I}_2 = -\underline{I}_1 = -\frac{\underline{V}_1 - \underline{V}_2}{2R}$. Par ailleurs : $I_1 = \left|\frac{\underline{V}_1 - \underline{V}_2}{2R}\right| = \left|\frac{\underline{U}_{12}}{2R}\right| = \frac{400}{105{,}8} = 3{,}78\text{ A}$

8) La tension sous laquelle est chacune des deux ampoules est :

$$V_a = R \cdot I_1 = 200\text{ V}$$

9) On représente le schéma demandé sur la *figure 1.40*.

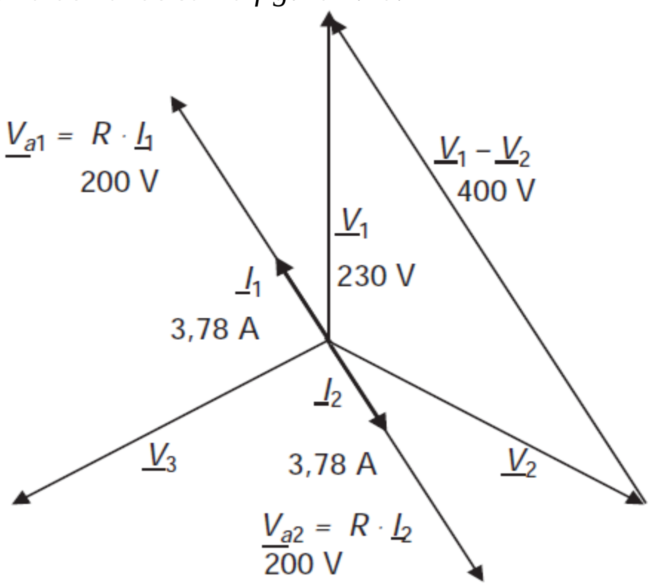


Figure 1.40

10) Si le neutre avait été relié, chaque ampoule serait restée sous la tension de 230 V et aurait consommé le même courant qu'avant. L'absence du neutre a ici complètement modifié la nature du circuit lorsque la charge de la phase 3 a disparu et les ampoules restantes sont à présent sous une tension plus faible que précédemment. Mis à part le déséquilibre total du système, elles éclairent donc moins ce qui montre qu'un incident sur une des charges a une influence directe sur tout le reste du système. Il est donc impératif ici de relier le neutre.

11) En réalité, la résistance des ampoules varie avec le courant qui les traverse. En effet, le filament chauffe et sa résistance augmente avec la chaleur. Ainsi deux valeurs de courants différentes ne représenteront pas la même valeur de résistance équivalente.