Solution :

1. Défaut monophasé

Ecriture des équations

- Isolement de la zone dissymétrique (cf. fig. 12)
- Equations des composantes réelles dans (D)

$$\begin{cases} I_2 = I_3 = 0 \\ V_1 = Z \times I_1 \end{cases}$$

Ces équations décrivent le cas examiné. Ce sont les seules qui soient propres à ce cas de figure.

- Equations des composantes symétriques dans (S)

$$\begin{cases} I_1 = Id + Ii + Io \\ I_2 = a^2 Id + a Ii + Io \\ I_3 = a Id + a^2 Ii + Io \\ V_1 = Vd + Vi + Vo \\ V_2 = a^2 Vd + a Vi + Vo \\ V_3 = a Vd + a^2 Vi + Vo \end{cases}$$

Ces équations lient respectivement les courants réels et les tensions réelles à leurs composantes symétriques. On les retrouvera à l'identique dans tous les calculs de régimes déséquilibrés. Elles résultent des définitions précédentes (cf. chap. 2).

- Continuité à la frontière D-S

En combinant entre elles les équations des composantes réelles dans (D) et les équations des composantes symétriques dans (S) on obtient :

$$\begin{cases} a^2 Id + a Ii + Io = 0 \\ a Id + a^2 Ii + Io = 0 \\ Vd + Vi + Vo = Z \times I_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Id = Ii = Io = \dfrac{I_1}{3} \\ Vd + Vi + Vo = 3Z \times Io \end{cases}$$

- Equations de fonctionnement de S

$$\begin{cases} E = Vd + Zd \times Id \\ 0 = Vi + Zi \times Ii \\ 0 = Vo + Zo \times Io \end{cases}$$

Ces trois équations se retrouveront systématiquement dans tous les calculs de régimes déséquilibrés ne comportant qu'une seule source de tension.

Résolution des équations

- Valeurs des composantes symétriques des courants et des tensions

$$E + 0 + 0 = Vd + Vi + Vo + Zd \times Id + Zi \times Ii + Zo \times Io$$
$$= 3Z \times Io + (Zd + Zi + Zo)\, Io$$

soit :

$$Io = Id = Ii = \frac{E}{Zd + Zi + Zo + 3Z}$$

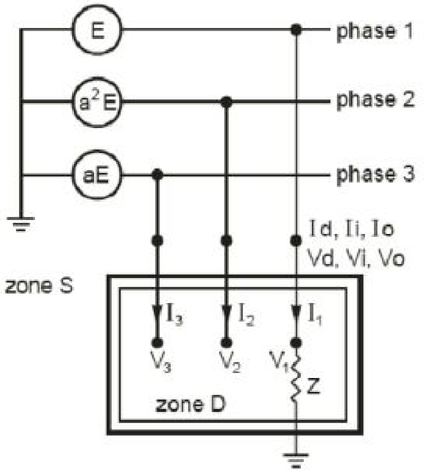

Fig. 12

$$Vd = E - Zd \times Id = E - Zd \frac{E}{Zd + Zi + Zo + 3Z}$$

$$Vd = E \frac{Zi + Zo + 3Z}{Zd + Zi + Zo + 3Z}$$

$$Vi = -Zi \times Ii$$

$$Vi = -Zi \frac{E}{Zd + Zi + Zo + 3Z}$$

$$Vo = -Zo \times Io$$

$$Vo = -Zo \frac{E}{Zd + Zi + Zo + 3Z}$$

- Schéma du réseau selon les composantes symétriques (cf. fig. 13)

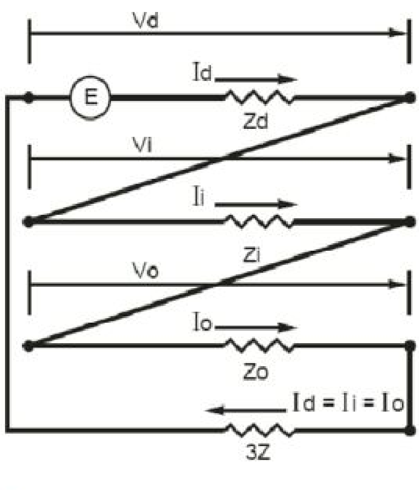

Fig. 13

2. Défaut biphasé

Ecriture des équations

- Dans la zone (D)

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ V_2 = V_3 = Z\,(I_2 + I_3) \end{cases}$$

- Dans la zone (S)

$$\begin{cases} I_1 = Id + Ii + Io \\ I_2 = a^2 Id + a Ii + Io \\ I_3 = a Id + a^2 Ii + Io \\ V_1 = Vd + Vi + Vo \\ V_2 = a^2 Vd + a Vi + Vo \\ V_3 = a Vd + a^2 Vi + Vo \end{cases}$$

- Continuité à la frontière (D) - (S)

$$\begin{cases} Id + Ii + Io = 0 \\ Vd = Vi \\ Vo = Vd + 3Z \times Io \end{cases}$$

- Fonctionnement de (S)

$$\begin{cases} E = Vd + Zd \times Id \\ 0 = Vi + Zi \times Ii \\ 0 = Vo + Zo \times Io \end{cases}$$

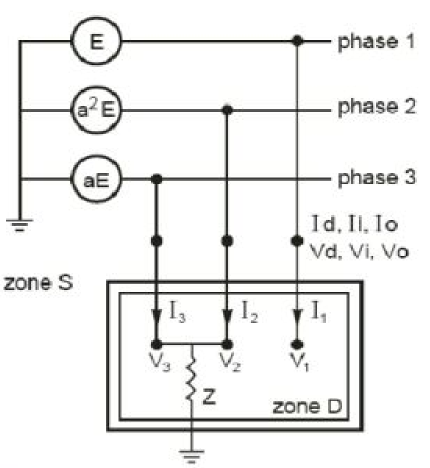

Fig. 15

Résolution des équations

$$Id = E\,\frac{Zi + Zo + 3Z}{Zd \times Zi + (Zo + 3Z)(Zd + Zi)}$$

$$Ii = \frac{-E\,(Zo + 3Z)}{Zd \times Zi + (Zd + Zi)(Zo + 3Z)}$$

$$Io = \frac{-E \times Zi}{Zd \times Zi + (Zd + Zi)(Zo + 3Z)}$$

$$Vd = Vi = \frac{E \times Zi\,(Zo + 3Z)}{Zd \times Zi + (Zd + Zi)(Zo + 3Z)}$$

$$Vo = \frac{E \times Zi \times Zo}{Zd \times Zi + (Zd + Zi)(Zo + 3Z)}$$

$$I_1 = 0$$

$$I_2 = -j\sqrt{3}\,E\,\frac{Zo + 3Z - aZi}{Zd \times Zi + (Zd + Zi)(Zo + 3Z)}$$

$$I_3 = j\sqrt{3}\,E\,\frac{Zo + 3Z - a^2 Zi}{Zd \times Zi + (Zd + Zi)(Zo + 3Z)}$$

$$I_2 + I_3 = -\,3E\,\frac{Zi}{Zd \times Zi + (Zd + Zi)(Zo + 3Z)}$$

$$V_1 = E\,\frac{3Zi\,(Zo + 2Z)}{Zd \times Zi + (Zd + Zi)(Zo + 3Z)}$$

$$V_2 = V_3 = E\,\frac{-\,3Z \times Zi}{Zd \times Zi + (Zd + Zi)(Zo + 3Z)}$$

- Schéma du réseau selon les composantes symétriques (cf. **fig. 16**)

Cas particuliers

- Défaut franc

Soit Z = 0, le courant de défaut phase-terre prend la valeur : $I_2 + I_3 = -\dfrac{3E \times Zi}{Zd \times Zi + Zi \times Zo + Zd \times Zo}$

- Défaut biphasé

Soit Z = ∞, le courant de défaut phase vaut alors :

$$I_2 = -I_3 = E\,\frac{(a^2 - a)}{Zd + Zi} = -jE\,\frac{\sqrt{3}}{Zd + Zi}$$

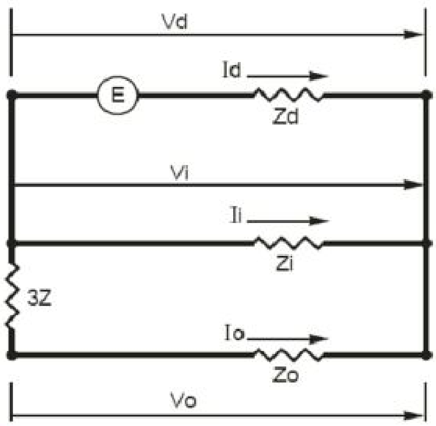

Fig. 16

3. Défaut triphasé

Ecriture des équations

- Dans la zone (D)

$$V_1 = V_2 = V_3 = Z\,(I_1 + I_2 + I_3)$$

- Dans la zone (S)

$$\begin{cases} I_1 = Id - Ii + Io \\ I_2 = a^2 Id + a Ii + Io \\ I_3 = a Id + a^2 Ii + Io \\ V_1 = Vd + Vi + Vo \\ V_2 = a^2 Vd - a Vi + Vo \\ V_3 = a Vd + a^2 Vi + Vo \end{cases}$$

- Continuité à la frontière (D) - (S)

$$\begin{cases} I_1 + I_2 + I_3 = 3Io = \dfrac{Vo}{Z} \\ Vd = Vi = 0 \\ V_1 = V_2 = V_3 = Vo \end{cases}$$

- Fonctionnement de (S)

$$\begin{cases} E = Vd + Zd \times Id \\ 0 = Vi + Zi \times Ii \\ 0 = Vo + Zo \times Io \end{cases}$$

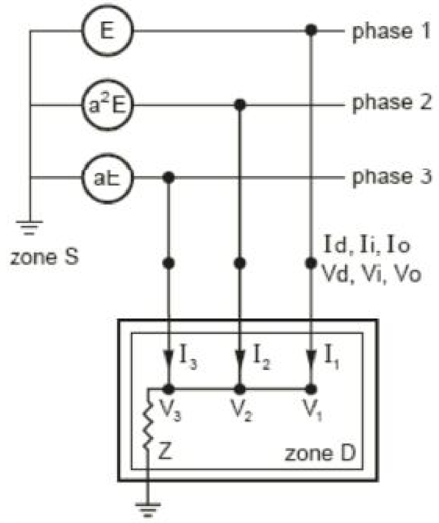

Fig. 17

Résolution des équations

$$Id = \frac{E}{Zd} \quad \text{et} \quad Ii = Io = 0$$

$$Vd = Vi = Vo = 0$$

$$I_1 = \frac{E}{Zd}$$

$$I_2 = a^2 \frac{E}{Zd}$$

$$I_3 = a \frac{E}{Zd}$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = 0$$

Les résultats sont indépendants des valeurs Z, Zi et Zo.

- Schéma du réseau selon les composantes symétriques (cf. **fig. 18**).

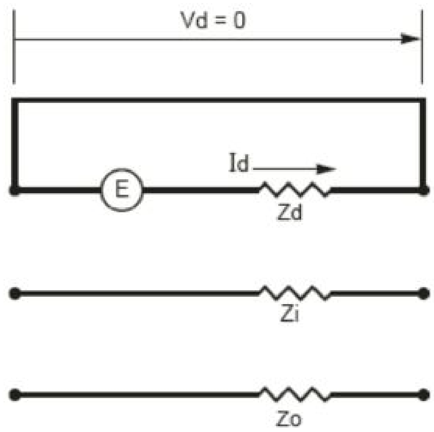

Fig. 18