

Exercice 1:

- 1-Calculer la différence de hauteur Δh entre les niveaux d'eau des deux réservoirs (figure 1). La densité du fluide manométrique est $d=0.9$.
- 2- Si le réservoir 1 a une largeur $b=1.2m$, calculer la force appliquée par l'eau sur la paroi 1 du réservoir.
- 3-Calculer les coordonnées du point d'application de cette force). (x_{cp} et y_{cp}).

Exercice 2 De l'eau de viscosité cinématique $10^{-6} m^2/s$ s'écoule avec un débit de $0.01 m^3/s$ dans deux conduites: l'une annulaire de rayon extérieur R_1 et rayon intérieur R_2 et l'autre circulaire de rayon R_1 (voir figure2).

- 1- Calculer la vitesse d'écoulement de l'eau dans les deux conduites.
- 2- Quel est le régime d'écoulement dans les deux cas?

Exercice 3: De l'huile de densité $d_h=0.84$ et de viscosité cinématique $\nu=2 \times 10^{-6} m^2/s$ circule du réservoir (A) vers l'atmosphère (B) par une conduite de diamètre $D=15cm$, de longueur $L=150m$ et une rugosité $\epsilon=0.12mm$. (figure 3). Le débit dans la conduite est $13 litre/s$.

- Calculer la pression effective au point A en **bar** pour les deux cas suivants:

1^{er} cas : On considère que l'huile est un **fluide parfait**.

2^{ème} cas : on considère que l'huile est un **fluide réel**.

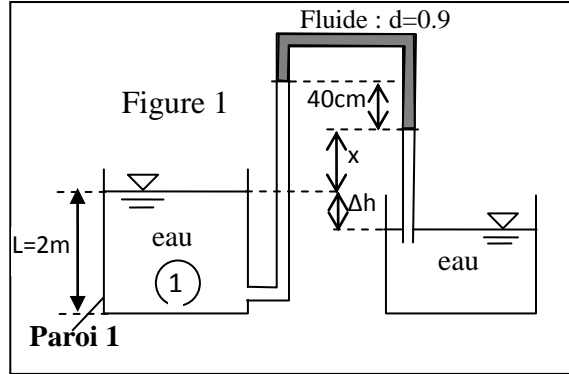
On donne le coefficient de perte de charge singulière $k=0.5$.

بالتوفيق

التمرين 1:

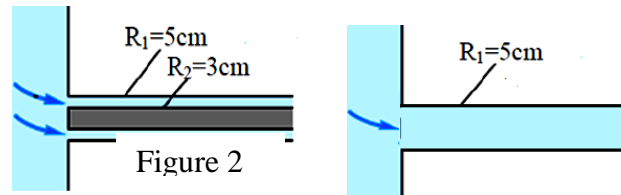
- 1- احسب الفرق في الارتفاع Δh بين مستويات الماء في الخزانين (الشكل 1). كثافة المائع المانومتري $d=0.9$.
- 2- اذا الخزان 1 عرضه $b=1.2m$ احسب القوة المطبقة من طرف الماء على الجدار 1 للخزان
- 3- احسب إحداثيات نقطة تأثير القوة (x_{cp} et y_{cp})

$$I_{x_{CG}} = \frac{LH^3}{12}$$



التمرين 2: تتدفق الماء ذات اللزوجة الحركية $10^{-6} m^2/s$ بمعدل تدفق $0.01 m^3/s$ في أنبوبين: إحداهما حلقي نصف قطره الخارجي R_1 و نصف قطره الداخلي R_2 و الآخر دائري نصف قطره R_1 (انظر الشكل 2).

- 1- احسب سرعة تدفق الماء في الأنبوب.
- 2- ما هو نظام التدفق.



التمرين 3 تتدفق زيت ذات كثافة $d_h=0.84$ ولزوجة حركية $\nu=2 \times 10^{-6} m^2/s$ من الخزان (A) إلى الغلاف الجوي (B) بواسطة أنبوب قطره $D=15cm$ ، طول $L=150m$ وخشونة $\epsilon=0.12mm$. (الشكل 3). التدفق في الأنبوب هو $13 litre/s$. احسب الضغط الفعال عند النقطة A بالبار (bar) للحالتين التاليتين:

الحالة الأولى: نعتبر الزيت مانعا مثاليًا.

الحالة الثانية: نعتبر الزيت مانعا حقيقيًا.

نعطي معامل ضياع الحمولة $k=0.5$

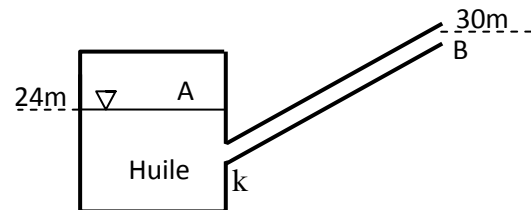


Figure 3

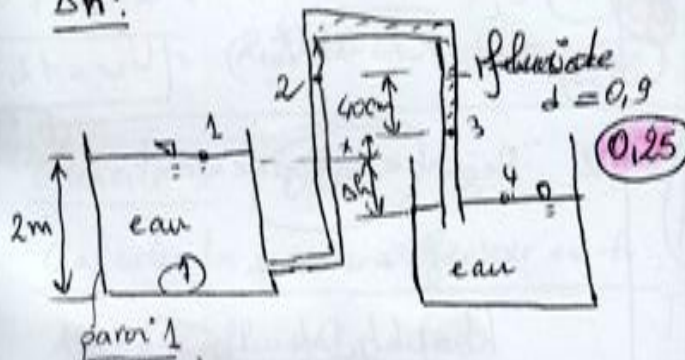
Correction du Rattrapage.

M.D.F. (2019) (ST2-B).

Exercice 1 (6,5 pts)

- Calculer la différence de hauteur

Δh :



On applique l'éq. de l'hydrostatique:

$$P_1 - P_2 = \rho_e g (z_2 - z_1) \quad (0,25)$$

$$P_2 - P_3 = \rho_f g (z_3 - z_2) \quad (0,25) \quad (+)$$

$$P_3 - P_4 = \rho_e g (z_4 - z_3) \quad (0,25)$$

$$P_1 - P_4 = \rho_e g (z_2 - z_1) + \rho_f g (z_3 - z_2) + \rho_e g (z_4 - z_3).$$

$$P_1 = P_4 = P_{atm} \quad (0,25)$$

donc:

$$0 = \rho_e [(z_2 - z_1) + (z_4 - z_3)] + \rho_f (z_3 - z_2) \quad (0,5)$$

$$0 = \rho_e [(0,4 \text{ m} + x) + (x + \Delta h)] + \rho_f (-0,4 \text{ m}) \quad (0,5)$$

$$0 = \rho_e (0,4 \text{ m} - \Delta h) - \rho_f 0,4 \text{ m} \quad (0,5)$$

donc:

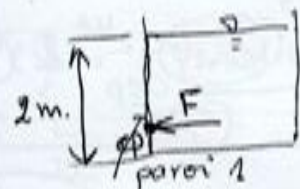
$$\Delta h = \frac{0,4(\rho_e - \rho_f)}{\rho_e} \quad (0,25)$$

$$\Delta h = 0,4 \frac{\rho_e - (\rho_e d)}{\rho_e} \quad (0,25)$$

$$\Delta h = 0,4(1 - d) \quad \text{ou bien: } \Delta h = 0,4 \frac{1000 - 900}{1000}$$

$$\Delta h = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm} \quad (0,25)$$

2 - Calculer la force appliquée par l'eau sur la paroi 1:



$$F = P_{CG} \cdot A \quad (0,5)$$

$$= \rho_f g H_{CG} \cdot A \quad (0,25)$$

$$H_{CG} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m} \quad (0,25)$$

$$A = 2 \text{ m} \times 1,2 \text{ m} = 2,4 \text{ m}^2 \quad (0,25)$$

$$\therefore F = 1000 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \cdot 9,81 \left(\frac{\text{N}}{\text{kg}} \right) \cdot 1 \text{ m} \cdot 2,4 \text{ m}^2$$

$$F = 23544 \text{ N} \quad (0,25)$$

3 - Calculer les coordonnées x_{cp} et y_{cp}

puisque la paroi est rectangulaire les axes sont des axes de symétrie I_{x_c} I_{y_c}

$$x_{cp} = \frac{I_{x_c}}{y_{CG} \cdot A} + x_{CG} \quad (0,5)$$

$$\text{donc: } x_{cp} = x_{CG} = \frac{1,2 \text{ m}}{2} = 0,6 \text{ m} = x_{cp}$$

(114)

$$y_{cp} = \frac{I_{x_{CG}}}{y_{CG} \cdot A} + y_{CG} \quad (0,5)$$

$$y_{CG} = \frac{H_{CG}}{2} = \frac{2m}{2} = 1m$$

$$I_{x_{CG}} = \frac{LH^3}{12} = \frac{1,2(m) \cdot (2m)^3}{12}$$

$$I_{x_{CG}} = 0,8 m^4$$

$$y_{cp} = \frac{0,8}{1 \times 2,4} + 1m$$

$$= \frac{1}{3} + 1m = 1,33m = y_{cp}$$

$$\text{ou bien } y_{cp} = \frac{2}{3} (2m) = 1,33m$$

Exercice 2: (5,5 pts)

1. Calculer la vitesse d'écoulement dans les deux conduites:

$$U = \frac{Q}{A} \quad (0,5)$$

1-1. La conduite annulaire:

$$U_1 = \frac{Q_1}{A_1}$$

$$A_1 = \pi(R_1^2 - R_2^2) \quad (0,5)$$

$$= \pi(0,05^2 - 0,03^2) m^2$$

$$A_1 = 0,005 m^2$$

$$\therefore U_1 = \frac{90 l (m^3/s)}{0,005 m^2}$$

$$U_1 \approx 2 m/s \quad (0,5)$$

2 - La conduite circulaire

$$U_2 = \frac{Q}{A_2}$$

$$A_2 = \pi R_1^2 \quad (0,5)$$

$$= \pi \cdot 0,05^2$$

$$A_2 = 0,785 \times 10^{-2} m^2$$

$$\therefore U_2 = \frac{0,01 (m^3/s)}{0,785 \times 10^{-2} (m^2)} = 12,7 m$$

2. Régime d'écoulement:

$$Re = \frac{U \cdot D_H}{\nu} \quad (0,5)$$

2-1. Conduite annulaire:

$$D_{H1} = 4 \frac{A_1}{P_{e1}} \quad (0,5)$$

$$A_1 = \pi(R_1^2 - R_2^2) = 0,005 m^2$$

$$P_{e1} = 2\pi(R_1 + R_2) \quad (0,5)$$

$$\therefore D_{H1} = \frac{4 \pi(R_1^2 - R_2^2)}{2\pi(R_1 + R_2)}$$

$$D_{H1} = 2(R_1 - R_2) = 2(5cm - 3cm) = 4cm = D_{H1}$$

$$\therefore Re_1 = \frac{2 (m/s) \cdot 4 \cdot 10^{-2} (m)}{10^{-6} (m^2/s)}$$

$$Re_1 = 8 \cdot 10^4 > 2300 \quad (0,5)$$

Donc le régime d'écoulement est turbulent. (0,25)

(2/4)

Conduite circulaire :

$$D_{H_2} = D = 2R_1 \quad (0,25)$$

$$\therefore Re_2 = \frac{U \cdot D}{\nu} = \frac{12,7 \left(\frac{m}{s}\right) \cdot (2,5 \cdot 10^{-2})}{10^{-6} (m^2/s)} \\ = \frac{U \cdot 2R_1}{\nu}$$

$$Re_2 = 127 \times 10^4 > 2300 \Rightarrow (0,25)$$

Régime turbulent (0,25)

Exercice 3 (0,8pts)

Calculer la pression effective en A :

1^{er} cas : fluide parfait :

on applique l'éq. de Bernoulli entre A et B :

$$\frac{U_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + Z_A = \frac{U_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho g} + Z_B \quad (0,5)$$

$$U_A = 0 \text{ (surface du réservoir)} \quad (0,25)$$

$$Z_A = 24 \text{ m} \quad (0,25)$$

$$P_B = P_{atm} \quad (0,25)$$

$$Z_B = 30 \text{ m} \quad (0,25)$$

$$U_B = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 13 \times 10^{-3} (m^3/s)}{\pi (0,15)^2} \quad (0,5)$$

$$U_B = 0,736 \text{ m/s}$$

$$\therefore P_A - P_{atm} = P_{Aeff} = \frac{\rho U_B^2}{2} + (Z_B - Z_A) \rho g \quad (0,25)$$

$$\rho_R = d_R \cdot \rho_e = 840 (kg/m^3) \quad (0,25)$$

$$P_{Aeff} = 840 \frac{kg}{(m^3)} \frac{(0,736 \text{ m/s})^2}{2} + (30 \text{ m} - 24 \text{ m}) \times 840 \frac{kg}{(m^3)} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2}$$

$$P_{Aeff} = 49751,52 \text{ Pa} \quad (0,5) \\ P_{Aeff} \approx 0,497 \text{ bar}$$

2^{ème} cas : fluide réel :

on applique l'éq. de Bernoulli entre A et B :

$$\frac{U_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\rho g} + Z_A = \frac{U_B^2}{2g} + \frac{P_B}{\rho g} + Z_B + \Sigma \Delta H \quad (0,5)$$

$$U_A = 0 ; U_B = 0,736 \text{ m/s} ; P_B = P_{atm} ; Z_A = 24 \text{ m} \\ Z_B = 30 \text{ m}$$

$$\Sigma \Delta H = \Delta H_f + \Delta H_s \quad (0,25)$$

$$\Delta H_f = \lambda \frac{U_B^2}{2g} \cdot \frac{L}{D_H} \quad (0,5)$$

pour calculer λ on calcule Re :

$$Re = \frac{U_B D_H}{\nu} = \frac{0,736 \left(\frac{m}{s}\right) \cdot (0,15 \text{ m})}{2 \cdot 10^{-6} (m^2/s)} \quad (0,25)$$

$Re = 55.200 > 2300$ donc régime turbulent. On calcule λ de la formule de Colebrook : (0,5)

$$\frac{1}{\lambda} = -2 \log \left(\frac{\epsilon}{3,71 D_H} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad (0,5)$$

on pose $\frac{1}{\lambda} = X$.

$$X = -2 \log \left(\frac{0,12 \times 10^{-3}}{3,71 \cdot 15 \cdot 10^{-2}} + \frac{2,51}{55200} X \right)$$

$$X = -2 \log (2,156 \cdot 10^{-4} + 0,45 \cdot 10^{-4} X) \quad (0,25)$$

$$X = 8 - 2 \log (2,156 + 0,45 X)$$

on pose $X_0 = 0$ on trouve :

(3/4)

$$x_1 = 7,3327 \rightarrow x_2 = 6,9621$$

$$x_3 = 6,5532$$

$$\therefore \lambda = \frac{1}{x_3^2} = 0,0232 = \lambda$$

0,75

done:

$$\Delta H_f = 0,0232 \cdot \frac{(0,736 \text{ (m/s)})^2}{2 \cdot 9,81 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} \cdot \frac{150 \text{ (m)}}{15 \cdot 10^{-2} \text{ (m)}}$$

$$\Delta H_f = 0,873 \text{ m}$$

0,25

$$\Delta H_s = k \cdot \frac{U_B^2}{2g} = 0,5 \cdot \frac{0,736^2}{2 \cdot 9,81}$$

0,5

$$\Delta H_s = 0,0138 \text{ m}$$

0,25

$$P_{A \text{ eff}} = \underbrace{\rho \frac{U_B^2}{2}}_{\downarrow} + \underbrace{\rho g (z_B - z_A)}_{\downarrow} + \rho g (\Delta H_f + \Delta H_s)$$

$$P_{A \text{ eff}} = 49751,5 \text{ Pa} + 840 \cdot 9,81 \times (0,873 + 0,0138)$$

$$= 49751,5 \text{ Pa} + 7307,62 \text{ Pa}$$

$$= 57059,12 \text{ Pa}$$

$$P_{A \text{ eff}} = 0,57 \text{ bar}$$

4/4