Université de Médéa
Faculté de la technologie
Département TCT ($2^{ème}$ année GM + GCV)

Année universitaire: 2022/2023
Le 15/01/2023

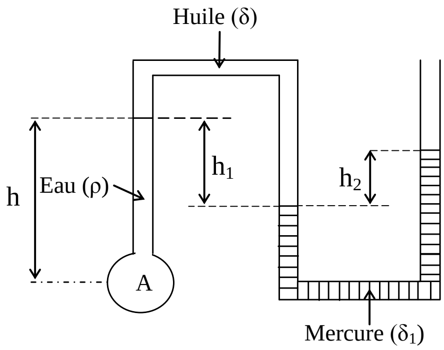
Epreuve de Fin de Semestre1: MDF (Durée : 1h30)

Exercice 1 (4pts)

Le dispositif de la figure ci-contre contient de l'eau (ρ) et deux autres liquides, l'huile de densité (δ) et le mercure de densité (δ_1). Calculer la pression manométrique au point A.

Données : $\rho = 10^3 kg/m^3$, $h = 50cm$, $h_1 = 25cm$, $h_2 = 15cm$

$\delta = 0.85$, $\delta_1 = 13.6$, $g = 9.81 m/s^2$.



Exercice 2 (7pts)

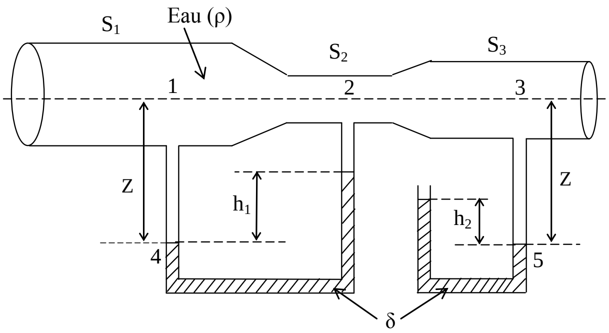
Le système de la figure ci-contre est composé d'un tube de venturi relié avec deux manomètres à mercure (densité δ) pour mesurer la différence de pressions. Le tube est constitué de trois sections S_1, S_2 et S_3. L'eau (ρ) supposé être un fluide parfait s'écoule dans ce tube à un débit Q_v.

1. Calculer le débit volumique Q_v.
2. Calculer la dénivellation du mercure h_2.

Données: $\rho = 10^3 kg/m^3$, $\delta = 13.6$, $h_1 = 40cm$, $Z = 1m$,

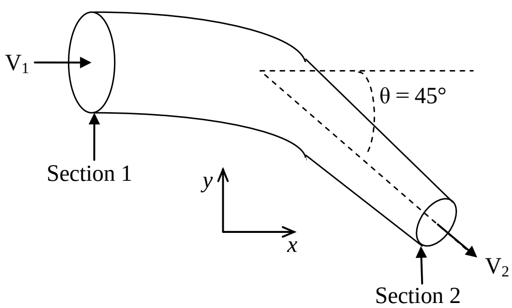
$S_1 = 240cm^2$, $S_2 = 80cm^2$, $S_3 = 120cm^2$,

$P_{atm} = 10^5$ Pa, $P_1 = 1.5\ 10^5$ Pa, $g = 9.81 m/s^2$.



Exercice 3 (6pts)

Le système montré sur la figure ci-contre est en plan horizontal. L'eau supposé être un fluide parfait de masse volumique $1000 kg/m^3$ entre dans la section 1 ($D_1 = 600mm$) avec une vitesse V_1 et une pression $p_1 = 145kPa$, et sorte en section 2 ($D_2 = 300mm$) avec une vitesse V_2. Déterminer la force nécessaire pour maintenir le système en place, si le débit d'écoulement est 444l/s.



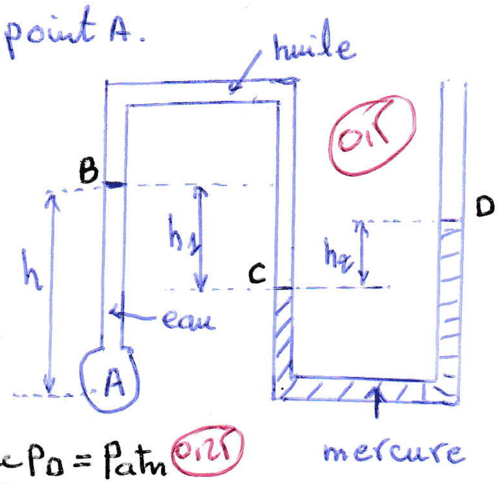
Exercice 4 (3pts)

Un liquide de viscosité cinématique $2.05\ 10^{-4}\ m^2/s$ circule en écoulement laminaire dans une conduite de longueur L=1000m. Quel est le diamètre de la conduite pour un débit d'écoulement de 22l/s si la perte de charge de ce liquide dans la conduite est de 24m.

« Bon courage »

Corrigé type : EFS1 MDF : 2022 - 2023

EX1 : Calcul de la pression manométrique au point A.



On applique la RFH entre :

A et B $\Rightarrow P_A = P_B + \rho g h \longrightarrow (a)$ 0,5

B et C $\Rightarrow P_C = P_B + \rho S g h_1 \longrightarrow (b)$ 0,5

C et D $\Rightarrow P_C = P_D + \rho S_1 g h_2 \longrightarrow (c)$ 0,5

(b) = (c) $\Rightarrow P_B + \rho S g h_1 = P_D + \rho S_1 g h_2$

$P_B = P_D + \rho S_1 g h_2 - \rho S g h_1 \longrightarrow (d)$ 0,5

(d) dans (a) $\Rightarrow P_A = P_D + \rho S_1 g h_2 - \rho S g h_1 + \rho g h$ avec $P_D = P_{atm}$ 0,25

$P_{A_M} = P_{A\,eff} = P_A - P_D = \rho g (S_1 h_2 - S h_1 + h)$ 0,75

$P_{A\,eff} = 1000 \cdot 9{,}81 (13.6 \cdot 0{,}15 - 0.85 \cdot 0{,}25 + 0{,}5)$

$\boxed{P_{A\,eff} = 22832{,}7\ Pa}$ 0,5

EX2 : 1) Calcul du débit volumique Q_V :

Théorème de Bernoulli entre (1) et (2)

0,25

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 \quad \text{avec } (Z_1 = Z_2) \Rightarrow P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho (V_2^2 - V_1^2)$$

0,25 0,5

D'après l'équation de continuité : $S_1 V_1 = S_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{S_1}{S_2} V_1 \Rightarrow \boxed{V_2 = 3V_1}$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho ((3V_1)^2 - V_1^2) = \frac{1}{2}\rho (9V_1^2 - V_1^2)$$

$$P_1 - P_2 = 4\rho V_1^2 \Rightarrow \boxed{V_1 = \sqrt{\frac{P_1 - P_2}{4\rho}}}$$ 0,25

RFH : $P_4 = P_1 + \rho g z$ 0,25 0,25

$P_4 = P_2 + \rho S g h_1 + \rho g (z - h_1)$ $\Rightarrow \boxed{P_1 - P_2 = \rho g (S - 1) h_1}$ 0,5

Alors : $V_1 = \sqrt{\frac{g(S-1)h_1}{4}}$ 0,25 et on a : $\boxed{Q_V = S_1 V_1 = S_1 \sqrt{\frac{g(S-1)h_1}{4}}}$ 0,5

$$Q_V = 240 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{9{,}81(13{,}6-1) \cdot 0{,}4}{4}} = 0{,}084\ m^3/s$$ 0,25

2) Calcul de la dénivellation du mercure h_2 :

On applique la RFH : $P_5 = P_3 + \rho g z$ 0,25

$P_5 = P_{atm} + \rho S g h_2$ 0,25 $\Rightarrow P_3 + \rho g z = P_{atm} + \rho S g h_2$

$$\boxed{h_2 = \frac{P_3 - P_{atm} + \rho g z}{\rho S g}}$$ 0,5

calcul de P_3 : théorème de Bernoulli entre ① et ③

$$\frac{V_1^2}{2g}+\frac{P_1}{\rho g}+z_1=\frac{V_3^2}{2g}+\frac{P_3}{\rho g}+z_3$$ avec $z_1=z_3$ (0,25)

$$P_3 = P_1 + \frac{1}{2}\rho(V_1^2 - V_3^2)$$ (0,25)

Equation de continuité $S_1V_1=S_3V_3 \Rightarrow V_3=\frac{S_1}{S_3}V_1 = 2V_1$ (0,5)

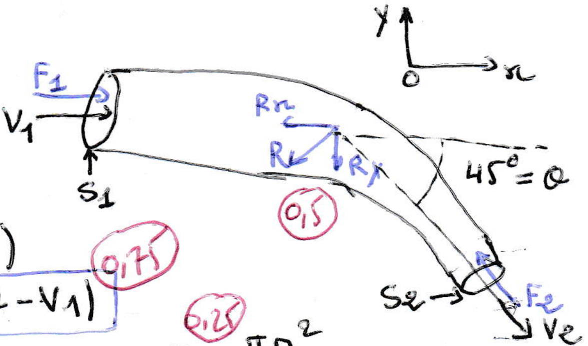
$$P_3 = P_1+\frac{1}{2}\rho(V_1^2-4V_1^2) = P_1 - \frac{3}{2}\rho V_1^2 = P_1 - \frac{3}{8}\rho g(S-1)h_1$$

(0,75) $\boxed{P_3 = P_1 - \frac{3}{8} \rho g(S-1)h_1} = 1{,}5\cdot10^5 - \frac{3}{8}\,1000\cdot9{,}81(13{,}6-1)\cdot0{,}4$

$\boxed{P_3 = 131459{,}1\,Pa}$ (0,5) donc $h_2 = \frac{131459{,}1-10^5+1000\cdot9{,}81\cdot1}{1000\cdot13{,}6\cdot9{,}81}$

$\boxed{h_2=0{,}309\,m}$ (0,5)

EX3 : La force nécessaire :



théorème d'Euler : $\sum \vec{F}_{ext} = q_m(\vec{V_2}-\vec{V_1})$

$\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{R}+\cancel{\vec{P}}^{\,0} = q_m(\vec{V_2}-\vec{V_1})$ (0,25)

$F_1 = P_1 . S_1$ et $F_2=P_2S_2$ (0,25)

selon ox : $F_1 - F_2\cos\theta - R_x = \rho Q_v(V_2\cos\theta - V_1)$ (0,75)

$\Rightarrow \boxed{R_x = F_1 - F_2\cos\theta - \rho Q_v(V_2\cos\theta - V_1)}$

selon oy : $F_2\sin\theta - R_y = \rho Q_v(-V_2\sin\theta)$ (0,75)

$\boxed{R_y = F_2\sin\theta + \rho Q_v V_2\sin\theta}$

(0,25) $S_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = 0{,}2826\,m^2$

(0,25) $S_2 = \frac{\pi D_2^2}{4} = 7{,}065\cdot10^{-2}\,m^2$

$V_1 = \frac{Q}{S_1} = 1{,}57\,m/s$ (0,25) et $V_2 = \frac{Q}{S_2}=6{,}28\,m/s$ (0,25)

calcul de P_2 : théorème de Bernoulli : $\frac{V_1^2}{2g}+\frac{P_1}{\rho g}+z_1=\frac{V_2^2}{2g}+\frac{P_2}{\rho g}+z_2$ et $z_1=z_2$ (0,25)

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2}\rho(V_1^2-V_2^2) = 145000+\frac{1}{2}1000(1{,}57^2-6{,}28^2) = 126{,}5\,KPa$$ (0,5)

$F_1 = P_1\cdot S_1 = 40977\,N$ (0,25) et $F_2=P_2S_2 = 8938{,}16\,N$ (0,25)

$$R_x = 40977 - 8938{,}16\cos45° - 1000\cdot444\cdot10^{-3}(6{,}28\cos45°-1{,}57)$$

$\boxed{R_x = 33382{,}2\,N}$ (0,5)

$R_y = 8938{,}16\sin45° + 1000\cdot444\cdot10^{-3}\cdot6{,}28\sin45° \Rightarrow \boxed{R_y=8291{,}8\,N}$ (0,5)

$\boxed{R=\sqrt{R_x^2+R_y^2} = 34396{,}5\,N}$ (0,25)

EX4 Diamètre de la conduite : (0,5)

On a $h_L = \lambda\frac{LV^2}{2gD}$ (0,5) avec $\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64\nu}{VD}$ (régime laminaire)

donc : $h_L = \frac{64\nu}{VD}\frac{LV^2}{2gD} = \frac{32\nu LV}{gD^2}$ (0,5) avec $V=\frac{4Q}{\pi D^2}$ (0,25) $\Rightarrow h_L = \frac{128\nu LQ}{g\pi D^4}$ (0,25)

$D^4 = \frac{128\nu LQ}{\pi g h_L}$ (0,5) $\Rightarrow D = \sqrt[4]{\frac{128\nu L Q}{\pi g h_L}} = 0.167\,m$ (0,5)