Université Ibn Khaldoun de Tiaret
Faculté des Sciences Appliquées
Département des Sciences et de la Technologie
L 1 : Sciences et Techniques A. U. : 2022/2023

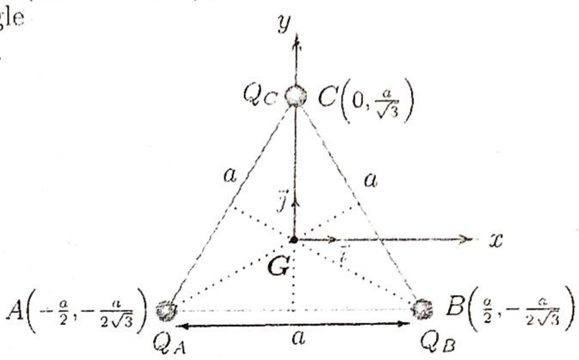
Examen Final de

PHYSIQUE 2 : Électricité et Magnétisme

Date : Mercredi 17 Mai 2023 | **Durée :** 1h30min

» Exercice N°1 ▪ [6 pts]

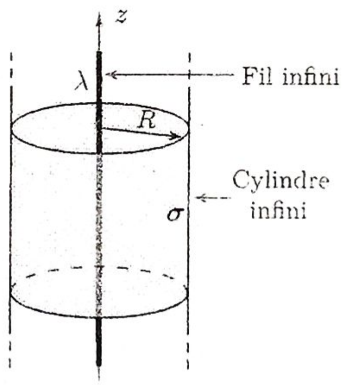
On considère un système constitué de trois charges ponctuelles, $Q_A = Q_B = q > 0$ et $Q_C = \alpha q$ (α est un réel), placées respectivement aux sommets $A\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)$, $B\left(\frac{a}{2}, -\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)$ et $C\left(0, \frac{a}{\sqrt{3}}\right)$ d'un triangle équilatéral de côté a ($AB = AC = BC = a$). Le centre de gravité G du triangle coïncide avec l'origine $O(0,0)$ du repère (Oxy) (voir figure ci-contre).



1. Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}(G)$ créé par les trois charges au point G.
2. Donner l'expression du potentiel électrostatique $V(G)$ créé par les trois charges au point G. En déduire la valeur de α pour que ce potentiel soit nul.
3. On place une charge ponctuelle Q au point G. Donner l'expression de la force électrostatique $\vec{F}(G)$ appliquée sur cette charge. En déduire la valeur de α pour que $\vec{F}(G)$ soit nulle.

» Exercice N°2 ▪ [6 pts]

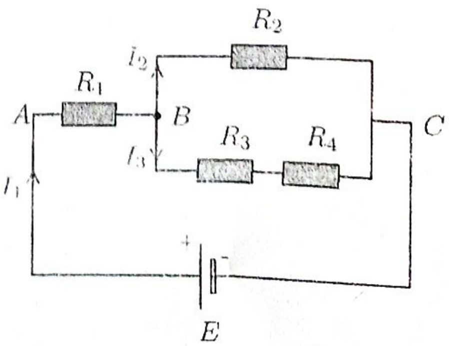
On considère un fil métallique à l'intérieur d'un cylindre de rayon R et d'axe (Oz) (voir figure ci-contre). Ils sont de longueur infinie et chargés uniformément avec des densités linéique $\lambda > 0$ et surfacique $\sigma > 0$ respectivement.



1. Quelle est la surface de Gauss S_G adaptée à ce système ? Justifier votre réponse.
2. Déterminer à l'aide du théorème de Gauss, le champ électrostatique créé par ce système en tout point de l'espace.
3. En déduire l'expression du potentiel électrostatique créé dans les différentes régions de l'espace à une constante près.

» Exercice N°3 ▪ [8 pts]

Soit le circuit électrique ci-contre composé d'un générateur parfait (sans résistance interne) de force électromotrice $E = 9\,\mathrm{V}$, et de quatre résistances de valeurs respectives $R_1 = 4\,\Omega$, $R_2 = 3\,\Omega$, $R_3 = 2\,\Omega$ et $R_4 = 4\,\Omega$.



1. Calculer la résistance équivalente $R_{éq}$ au groupement entre les points A et C.
2. Calculer l'intensité de courant I_1 délivrée par le générateur.
3. Calculer la tension U_{BC} entre les points B et C.
4. Déduire alors les courants I_2 et I_3.
5. En utilisant la loi des nœuds en B, vérifier que le calcul des courants I_1, I_2 et I_3 est juste.
6. Calculer la puissance électrique P_f fournie par le générateur, puis la puissance totale P_d dissipée dans les résistances (P_d est la somme des puissances P_{R_i} dissipées dans chaque résistance R_i).
Quelle conclusion en tirez-vous ?

Bon courage

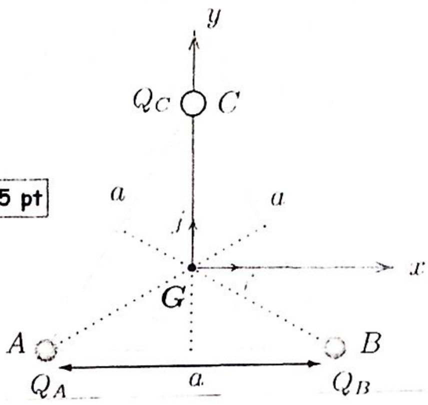
Corrigé type de l'examen final

PHYSIQUE 2 : Electricité et Magnétisme

(Mai 2023)

Solution Exercice №1 [6 pts]

- *Données* : $Q_A = Q_B = q > 0$, $Q_C = \alpha q$, $A\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)$, $B\left(\frac{a}{2}, -\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)$, $C\left(0, \frac{a}{\sqrt{3}}\right)$



1. Champ électrique total en G

$$\vec{E}(G) = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C \quad \boxed{\text{0,5 pt}}$$

Où :

$$\vec{E}_A = k\frac{Q_A}{r_{AG}^2}\vec{u}_{AG} \ \boxed{\text{0,25 pt}} \quad , \quad \vec{E}_B = k\frac{Q_B}{r_{BG}^2}\vec{u}_{BG} \ \boxed{\text{0,25 pt}} \quad , \quad \vec{E}_C = k\frac{Q_C}{r_{CG}^2}\vec{u}_{CG} \ \boxed{\text{0,25 pt}}$$

Et :

$$\vec{u}_{AG} = \frac{\overrightarrow{AG}}{\|\overrightarrow{AG}\|} \quad , \quad \vec{u}_{BG} = \frac{\overrightarrow{BG}}{\|\overrightarrow{BG}\|} \quad , \quad \vec{u}_{CG} = \frac{\overrightarrow{CG}}{\|\overrightarrow{CG}\|}$$

Puisque :

$$\overrightarrow{AG} = (x_G - x_A)\vec{\imath} + (y_G - y_A)\vec{\jmath} = \frac{a}{2}\vec{\imath} + \frac{a}{2\sqrt{3}}\vec{\jmath} \ \boxed{\text{0,25 pt}} \Rightarrow \|\overrightarrow{AG}\| = r_{AG} = \frac{a}{\sqrt{3}} \ \boxed{\text{0,25 pt}}$$

$$\overrightarrow{BG} = (x_G - x_B)\vec{\imath} + (y_G - y_B)\vec{\jmath} = -\frac{a}{2}\vec{\imath} + \frac{a}{2\sqrt{3}}\vec{\jmath} \ \boxed{\text{0,25 pt}} \Rightarrow \|\overrightarrow{BG}\| = r_{BG} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\overrightarrow{CG} = (x_G - x_C)\vec{\imath} + (y_G - y_C)\vec{\jmath} = -\frac{a}{\sqrt{3}}\vec{\jmath} \ \boxed{\text{0,25 pt}} \Rightarrow \|\overrightarrow{CG}\| = r_{CG} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Alors :

$$\vec{u}_{AG} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{3}\vec{\imath} + \vec{\jmath}\right) \quad , \quad \vec{u}_{BG} = \frac{1}{2}\left(-\sqrt{3}\vec{\imath} + \vec{\jmath}\right) \quad , \quad \vec{u}_{CG} = -\vec{\jmath}$$

En remplaçant, on obtient :

$$\vec{E}_A = \frac{3}{2}\frac{kq}{a^2}\left(\sqrt{3}\vec{\imath} + \vec{\jmath}\right) \ \boxed{\text{0,5 pt}} \quad , \quad \vec{E}_B = \frac{3}{2}\frac{kq}{a^2}\left(-\sqrt{3}\vec{\imath} + \vec{\jmath}\right) \ \boxed{\text{0,5 pt}} \quad , \quad \vec{E}_C = -3\frac{k\alpha q}{a^2}\vec{\jmath} \ \boxed{\text{0,5 pt}}$$

D'où :

$$\vec{E}(G) = 3(1-\alpha)\frac{kq}{a^2}\vec{\jmath} \ \boxed{\text{0,5 pt}}$$

2. Potentiel électrique total en G

$$V(G) = V_A + V_B + V_C = k\frac{Q_A}{r_{AG}} + k\frac{Q_B}{r_{BG}} + k\frac{Q_C}{r_{CG}} \ \boxed{\text{0,25 pt}}$$

En remplaçant, on trouve :

$$V(G) = \sqrt{3}(\alpha + 2)\frac{kq}{a} \ \boxed{\text{0,5 pt}}$$

Le potentiel V s'annule pour : $\alpha = -2$ $\boxed{\text{0,25 pt}}$

3. Force exercée sur Q placée en G

$$\vec{F}(G) = Q\,\vec{E}(G) \quad \Rightarrow \quad \vec{F}(G) = 3(1-\alpha)\frac{kqQ}{a^2}\vec{\jmath} \ \boxed{\text{0,5 pt}}$$

La force $\vec{F}$ s'annule pour : $\alpha = 1$ $\boxed{\text{0,25 pt}}$

Solution Exercice №2 [6 pts]

1. Surface de Gauss adaptée

   Le problème présente une symétrie cylindrique, donc le champ électrostatique $\vec{E}$ créé en tout point ne peut être que perpendiculaire à l'axe (Oz) (lignes de champ radiales) et son module ne peut dépendre que de la distance r à l'axe, et pour r constant $E(r)$ est constant, il s'écrit : $\vec{E}(M) = E(r)\vec{u}_\rho$, $\vec{u}_\rho$ est le vecteur unitaire dirigé perpendiculairement à l'axe (Oz).

   D'où la surface de Gauss adaptée à cette distribution est **un cylindre coaxial de rayon r et de hauteur h, et dont les extrémités sont perpendiculaires à l'axe (Oz).** [0,5 pt]

2. Champ électrique en tout point de l'espace

   Le cylindre chargé divise l'espace en deux régions ($r < R$ et $r > R$), le flux du champ $\vec{E}$ à travers la surface fermée de Gauss S_G pour les deux régions est donné par :

$$\phi(\vec{E}) = \oiint_{(S_G)} \vec{E}\cdot\vec{dS} = \iint_{(S_1)} \vec{E}\cdot\vec{dS}_1 + \iint_{(S_L)} \vec{E}\cdot\vec{dS}_L + \iint_{(S_2)} \vec{E}\cdot\vec{dS}_2 = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

   S_1, S_2 = surfaces des deux extrémités du cylindre, S_L = surface latérale du cylindre.

   Sur les extrémités, $\vec{E}$ est perpendiculaire à chaque surface, $\vec{E}\perp\vec{dS}_1$ et $\vec{E}\perp\vec{dS}_2$, le flux correspondant est nul.

   Sur la surface latérale, $\vec{E}$ est parallèle à la surface de Gauss, $\vec{E}\,/\!/\,\vec{dS}_L$, et son module est constant. donc :

$$\phi(\vec{E}) = \iint_{(S_L)} \vec{E}\cdot\vec{dS}_L = E\iint_{(S_L)} dS_L = E\,S_L = E2\pi rh = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0} \quad \boxed{1\text{ pt}}$$

   D'où :

$$E(r) = \frac{Q_{int}}{2\pi rh\varepsilon_0} \quad \text{ou bien} \quad \vec{E}(r) = \frac{Q_{int}}{2\pi rh\varepsilon_0}\vec{u}_\rho$$

   - **Dans la région 1 ($r < R$) :**

     Dans cette région, la charge à l'intérieur de S_G est celle portée par le fil chargé de longueur h, d'où :

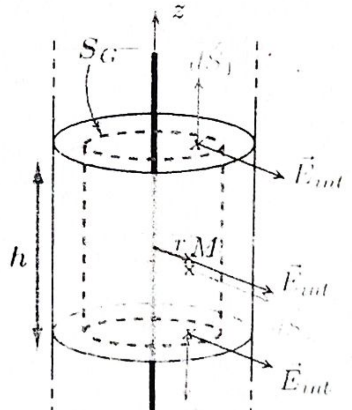
$$Q_{int} = Q_{Fil(h)} = \lambda h \quad \boxed{0{,}5\text{ pt}}$$

     Donc :

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

     ou bien : [1 pt]

$$\vec{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\vec{u}_\rho$$



   - **Dans la région 2 ($r > R$) :**

     Dans cette région, la charge contenue dans S_G est égale à la charge du fil de longueur h plus celle sur la coquille cylindrique de rayon R et de longueur h, d'où :

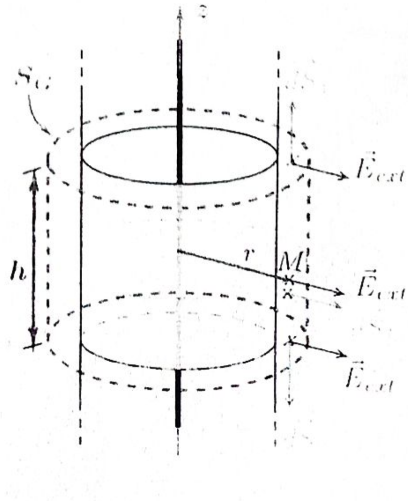
$$Q_{int} = Q_{Fil(h)} + Q_{Cylindre(R,h)} = \lambda h + \sigma 2\pi Rh \quad \boxed{0{,}5\text{ pt}}$$

     Donc :

$$E(r) = \frac{\lambda h + 2\pi\sigma Rh}{2\pi\varepsilon_0 rh} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} + \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 r}$$

     ou bien : [1 pt]

$$\vec{E}(r) = \left(\frac{\lambda}{2\pi} + \sigma R\right)\frac{1}{\varepsilon_0 r}\vec{u}_\rho$$



3. Potentiel électrique en tout point de l'espace

Le potentiel V est calculé par application de la définition : $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$ **0,5 pt**

Après intégration du champ E par rapport à la variable r, on obtient :

- **Pour $r < R$:**

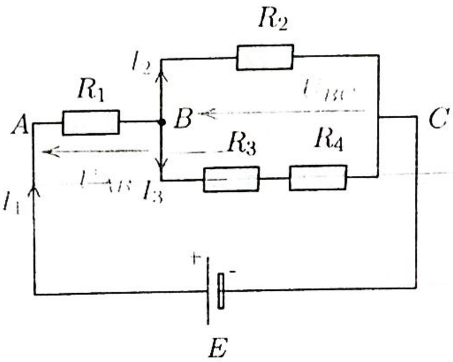
$$V(r) = -\int \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}dr = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\int\frac{dr}{r} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r + C_1$$ **0,5 pt**

- **Pour $r > R$:**

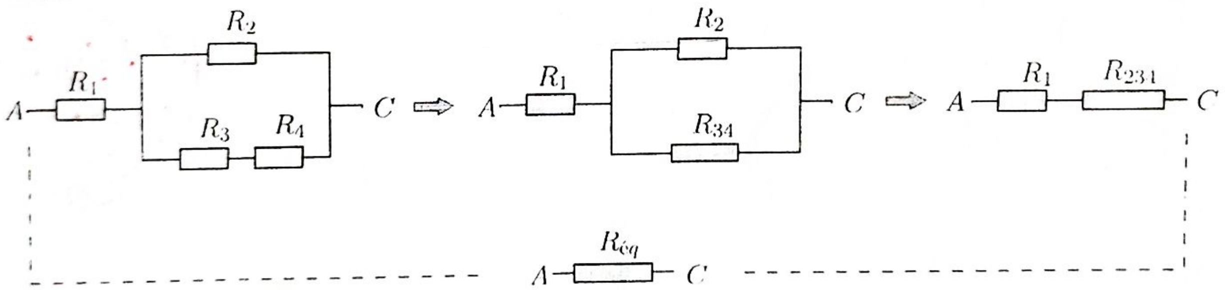
$$V(r) = -\int\left(\frac{\lambda}{2\pi} + \sigma R\right)\frac{1}{\varepsilon_0 r}dr = -\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\frac{\lambda}{2\pi} + \sigma R\right)\int\frac{dr}{r} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\left(\frac{\lambda}{2\pi} + \sigma R\right)\ln r + C_2$$ **0,5 pt**

Solution Exercice №3 [8 pts]

- *Données :* $E = 9\,\text{V}$, $R_1 = 4\,\Omega$, $R_2 = 3\,\Omega$, $R_3 = 2\,\Omega$, $R_4 = 4\,\Omega$



1. Résistance équivalente $R_{éq}$



D'après le montage :

$$R_{éq} = R_1 + R_{234}$$

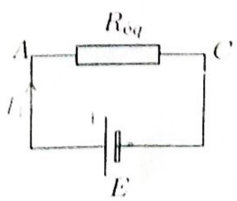
Où : $R_{234} = \frac{R_2 R_{34}}{R_2 + R_{34}}$ **0,25 pt**

Et : $R_{34} = R_3 + R_4 = 2 + 4 = 6\,\Omega$ **0,5 pt** $\Rightarrow$ $R_{234} = \frac{3\times 6}{3+6} = 2\,\Omega$ **0,25 pt**

Donc :

$$R_{éq} = 4 + 2 = 6\,\Omega$$ **0,5 pt**

2. Courant I_1 délivré par le générateur



$$E = R_{éq}I_1 \quad\Rightarrow\quad I_1 = \frac{E}{R_{éq}} = \frac{9}{6} = 1{,}5\,\text{A}$$ **0,5 pt**

0,5 pt

3. Tension U_{BC}

$$E = U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$$
$$= R_1 I_1 + U_{BC}$$

Donc :

$$U_{BC} = E - R_1 I_1 \quad \boxed{\text{0,5 pt}}$$
$$= 9 - 4\times 1{,}5$$
$$\Rightarrow \quad U_{BC} = 3\ \text{V} \quad \boxed{\text{0,5 pt}}$$

4. Courants I_2 et I_3

$$U_{BC} = R_2 I_2 = (R_3 + R_4) I_3 \quad \boxed{\text{0,5 pt}}$$

Donc :

$$I_2 = \frac{U_{BC}}{R_2} \ \boxed{\text{0,5 pt}} \quad \Rightarrow \quad I_2 = \frac{3}{3} = 1\ \text{A} \ \boxed{\text{0,5 pt}}$$
$$I_3 = \frac{U_{BC}}{R_3 + R_4} \ \boxed{\text{0,5 pt}} \quad \Rightarrow \quad I_3 = \frac{3}{2+4} = 0{,}5\ \text{A} \ \boxed{\text{0,5 pt}}$$

5. Vérification de la loi des nœuds $\boxed{\text{0,25 pt}}$

La loi des nœuds en B s'écrit : $I_1 = I_2 + I_3 \quad \Rightarrow \quad 1{,}5 = 1 + 0{,}5$

Cette loi est bien vérifiée.

6. Puissances fournie et dissipée

Puissance fournie par le générateur :

$$\mathcal{P}_f = \mathcal{P}_E = E I_1 \ \boxed{\text{0,5 pt}} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{P}_f = 9\times 1{,}5 = 13{,}5\ \text{W} \ \boxed{\text{0,25 pt}}$$

Puissance dissipée dans toutes les résistances :

$$\mathcal{P}_d = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_3^2 \quad \boxed{\text{0,5 pt}}$$
$$= 4\times 1{,}5^2 + 3\times 1^2 + 2\times 0{,}5^2 + 4\times 0{,}5^2$$
$$\Rightarrow \quad \mathcal{P}_d = 13{,}5\ \text{W} \quad \boxed{\text{0,25 pt}}$$

Conclusion : $\mathcal{P}_f = \mathcal{P}_d$ $\boxed{\text{0,25 pt}}$