

## Examen Final

### Exercice N°1 (7 Pts):

On place deux charges électriques  $q_1 = -q_2 = 5\mu\text{C}$  sur les deux sommets d'un triangle isocèles comme c'est montré sur la figure 1. La distance séparant les deux charges est  $d = 4\text{cm}$ .

- 1- Calculer le potentiel électrique créé par les deux charges au troisième sommet M du triangle sachant que la hauteur du triangle est  $h = 4\text{cm}$ .
- 2- Déterminer le vecteur champ électrique total  $\vec{E}_{12}$  crée au point M. Calculer son module.
- 3- On place une troisième charge  $q_3 = 4\mu\text{C}$  au point M. Déduire la force électrique totale appliquée sur la charge  $q_3$ .

### Exercice N°2 (7 Pts):

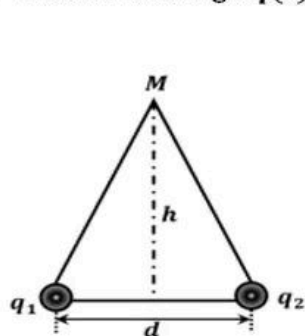
Soient deux cylindres concentriques, de longueur  $L$  très grande et de rayon  $R_1$  et  $R_2$  ( $R_1 < R_2$ ) (figure2) portants des charges  $q_1 = -q_2 = q$  distribuées uniformément sur la surface du cylindre.

- 1- En utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ électrique créé par  $q_1$  et  $q_2$  à un point M de l'espace situé dans la région située entre les deux cylindres ( $R_1 < r < R_2$ ).
- 2- Déterminer la différence de potentiel entre les deux cylindres dans cette région.
- 3- Les deux cylindres forment, dans ce cas, un condensateur cylindrique, calculer sa capacité C.

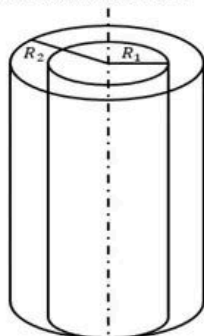
### Exercice N° 3 (6 Pts):

Soit le circuit de la figure 3. Initialement, le condensateur était déchargé.

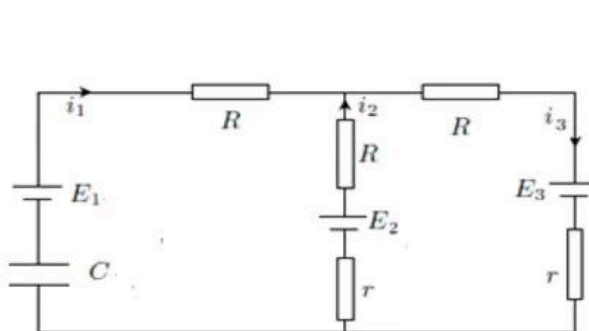
- 1- En appliquant les lois de KIRCHHOFF, écrire les équations des mailles et des nœuds du circuit.
- 2- Calculer la charge finale de condensateur en fonction de  $E_1, E_2, E_3$  et  $C$  ( $I_C = 0$ ).
- 3- Ecrire l'équation différentielle permettant de calculer la charge  $q(t)$  du condensateur.
- 4- Trouver la charge  $q(t)$  du condensateur.



-Figure 1-



-Figure 2-



-Figure 3-

### Solution

#### Exercice 01 : (7Pts)

1-  $V(M) = V_{q_1}(M) + V_{q_2}(M) = kq_1/r_1 + kq_2/r_2$  **1Pt**

$\begin{cases} r_1 = r_2 = r = \sqrt{(d/2)^2 + h^2} = 4.47 \text{ cm} \\ q_1 = -q_2 = 5 \times 10^{-6} \text{ C} \end{cases} \Rightarrow V(M) = kq/r - kq/r = 0 \text{ V}$  **0.5Pt**

2-

$\vec{E}_{12}(M) = \vec{E}_{q_1}(M) + \vec{E}_{q_2}(M) ; (|\vec{E}_{q_1}| = |\vec{E}_{q_2}| = E_q = \frac{kq}{r^2})$  **1Pt**

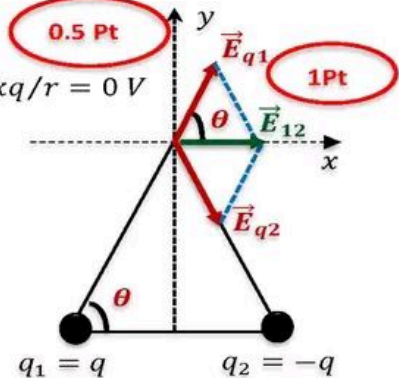
Par projection :

$\begin{cases} \vec{E}_{q_1}(M) = E_q \cos \theta \vec{i} + E_q \sin \theta \vec{j} \\ \vec{E}_{q_2}(M) = E_q \cos \theta \vec{i} - E_q \sin \theta \vec{j} \end{cases}$  **0.5 Pt**

$\Rightarrow \vec{E}_{12}(M) = 2E_q \cos \theta \vec{i} = 2 \frac{kq}{r^2} \times \frac{d/2}{r} \vec{i} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6}}{(4.47 \times 10^{-2})^2} \times \frac{1}{4.47} \vec{i} = 0.5 \times 10^7 \vec{i} \text{ (V/m)}$  **0.5 Pt**

**Module :**  $|\vec{E}_{12}(M)| = 0.5 \times 10^7 \text{ (V/m)}$  **0.5 Pt**

3-  $\vec{F}_{/q_3} = q_3 \times \vec{E}_{12}(M) = 4 \times 10^{-6} \times 0.5 \times 10^7 \vec{i} = 20 \vec{i} \text{ (N)}$  **1Pt**



#### Exercice 2 : (7Pts)

1- La surface de Gauss choisie est un cylindre de rayon r et de longueur L

$\phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$  **1Pt**

$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint \vec{E} \cdot d\vec{s}_1 + \iint \vec{E} \cdot d\vec{s}_2 + \iint \vec{E} \cdot d\vec{s}_3 = \iint E \cdot ds_1$  **1Pt**

D'après le schéma, on a :  $\vec{E} // d\vec{s}_1, \vec{E} \perp d\vec{s}_2 \text{ et } \vec{E} \perp d\vec{s}_3$

$\Rightarrow \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint E \cdot ds_1 = E \int_0^{2\pi r L} ds = E 2\pi r L = \sum \frac{q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0}$

$\Rightarrow E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r L}$  **1Pt**

2- On a :

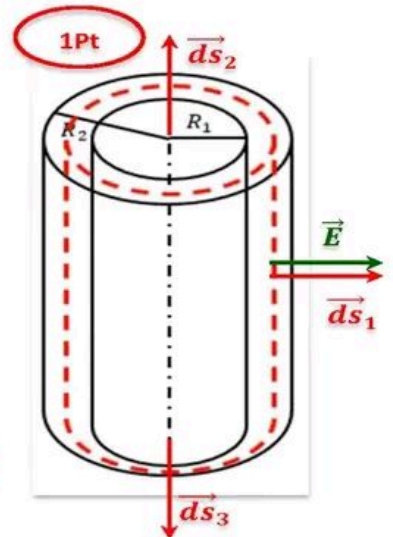
$\int_{V_1}^{V_2} dV = - \int_{R_1}^{R_2} E \cdot dr = - \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} \Rightarrow V_2 - V_1 = - \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_2}{R_1}$  **0.5Pt**

3- On a d'une part:

$V_2 - V_1 < 0 \Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_2}{R_1} > 0$  **1Pt**

D'autre part, la différence de potentiel aux bornes d'un condensateur :  $\Delta V = q/C$

$\Rightarrow \frac{q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_2}{R_1} = q/C \Rightarrow C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln R_2/R_1}$  **1.5Pt**



### Exercice 03 : (6pts)

#### 1- Lois de Kirchhoff

Noeud A :  $I_1 + I_2 = I_3$

Maille 1 :  $-E_1 + RI_1 - RI_2 + E_2 - rI_2 + q/C = 0$

1.5Pt

Maille 2 :  $rI_2 - E_2 + RI_2 + RI_3 + E_3 + rI_3 = 0$

#### 2- Charge finale du condensateur :

0.5Pt

Le condensateur est totalement chargé  $q(t) = q_f \Rightarrow I_C = I_1 = 0 \Rightarrow I_2 = I_3 = I$

De la maille 2, on trouve :  $rI - E_2 + RI + RI + E_3 + rI = 0 \Rightarrow I = \frac{E_2 - E_3}{2(R+r)}$

On remplace  $I$  dans l'équation de la maille 1 :  $-E_1 - (R+r)I + E_2 + q_f/C = 0$

$$q_f = \frac{C}{2} (2E_1 - E_2 - E_3)$$

1Pt

#### 3- Équation différentielle de la charge :

On remplace  $I_3 = I_1 + I_2$  dans les équations des mailles :

Maille 1 :  $RI_1 - (R+r)I_2 + q/c = E_1 - E_2 \dots \dots (1)$

Maille 2 :  $(R+r)I_1 + 2(r+R)I_2 = E_2 - E_3 \dots \dots \dots (2)$

On élimine  $I_2$  par  $(2 \times (1) + (2))$  :

$$(3R+r)I_1 + 2\frac{q}{C} = 2E_1 - E_2 - E_3$$

0.5Pt

$$I_1 = \frac{dq}{dt} \Rightarrow (3R+r)\frac{dq}{dt} + 2\frac{q}{C} = 2E_1 - E_2 - E_3$$

0.5Pt

$$\Rightarrow \frac{dq}{dt} + \frac{2q}{C(3R+r)} = \frac{2E_1 - E_2 - E_3}{(3R+r)} = \frac{2q_f}{C(3R+r)}$$

$$\Rightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{2(q - q_f)}{C(3R+r)} \Rightarrow \frac{dq}{(q - q_f)} = -\frac{2dt}{C(3R+r)}$$

0.5Pt

#### 4- Charge $q(t)$ du condensateur

$$\int \frac{dq}{(q - q_f)} = -\int \frac{2dt}{C(3R+r)} \Rightarrow \ln(q - q_f) = -\frac{2t}{C(3R+r)} + cte \Rightarrow q(t) = q_f + Ae^{-\frac{2}{C(3R+r)}t}$$

Condition initiale :  $q(t=0) = 0 \Rightarrow q_f + A = 0 \Rightarrow q_f = -A$ , on trouve :

0.5Pt

$$q(t) = q_f \left( 1 - e^{-\frac{2}{C(3R+r)}t} \right)$$

0.5Pt

0.5Pt

