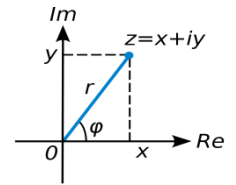




CHAPITRE I INTRODUCTION GÉNÉRALE ET RAPPELS MATHÉMATIQUES



I- INTRODUCTION GÉNÉRALE :

Objectifs :

L'énergie électrique est au cœur du développement économique de tout pays. Elle est inéluctablement vitale pour le fonctionnement de tous les mécanismes qui régissent les différentes dynamiques sociales. A ce titre, l'électrotechnique, dans tous ses segments (production, transport, distribution, conversion et contrôle) a occupé une place primordiale dans le secteur industriel des pays et continue à faire l'objet d'attention particulière, d'investissement scientifique et de perfectionnement technologique continus.

L'électrotechnique ne cesse de se développer grâce aux progrès de l'électronique de puissance, des microprocesseurs et des automates programmables. De plus, l'optimisation des systèmes électrotechniques et l'amélioration de leur rendement constitue un enjeu prometteur pour le secteur grâce à l'application des concepts de développement durable en réduisant leur poids et en utilisant des matériaux recyclables.

Tous ces développements technologiques majeurs enregistrés durant les dernières années ont fait accroître les besoins des entreprises industrielles en matière de compétences dans le domaine de l'électrotechnique. Investir dans la formation et préparer des cadres pour relever ces défis devient primordial. C'est dans cet objectif que cette formation est proposée.

Le troisième semestre constitue une pré-spécialisation et rassemble tous les étudiants de la famille Génie électrique. A partir du semestre 4, les enseignements deviennent spécialisés et sont orientés essentiellement vers l'électrotechnique.

La finalité de l'enseignement de l'électrotechnique est de familiariser les étudiants de deuxième année sciences et technologie (filière électrotechnique) avec les notions qui sont propres à cette discipline afin de leur permettre d'exercer éventuellement leur futur métier dans les entreprises industrielles proches de ce domaine.

Missions :

La Licence Electrotechnique, de par son caractère généraliste, propose un enseignement équilibré dans les quatre axes du domaine de l'électrotechnique à savoir : les machines électriques, les réseaux électriques, l'automatique et l'électronique de puissance. Elle est motivée par le fait que de nos jours, les quatre options de l'électrotechnique sont très étroitement liées (une machine électrique est souvent utilisée avec un convertisseur statique et le circuit de commande).

Traditionnellement, l'électrotechnicien trouve sa place aussi bien dans les petites, que dans les moyennes ou les grandes entreprises. Il intervient dans les applications relatives aux secteurs de la production industrielle, du tertiaire, de l'habitat, du transport, de la distribution de l'énergie électrique et, plus récemment, il met en œuvre ou intervient sur des équipements reliés à des sources d'énergie renouvelable, couplées ou non au réseau national de distribution de l'énergie.

Ses interventions s'exercent sur des procédés industriels de fabrication ou au sein d'infrastructures publiques ou privées qui mettent en œuvre des équipements constitutifs d'applications nécessitant des sources d'énergie. Il est plus particulièrement spécialiste de la conversion d'énergie dans les procédés de transformation, de déplacement / transport ou de stockage de matières ou d'énergie. Ses compétences s'exercent également dans l'élaboration du processus destiné au pilotage, à la commande et la coordination des différents procédés qui sont mis en œuvre dans ces applications, tout particulièrement lorsque le génie électrique et l'automatique y occupent une place importante.

De part ses qualités spécifiques, l'électricité, vecteur d'énergie à haute valeur ajoutée, est omniprésente dans les applications. La propriété de réversibilité énergétique, présentée par les machines électriques tournantes et les convertisseurs statiques, permet la maîtrise du mouvement des chaînes cinématiques dans de nombreuses applications (produits manufacturés, moyens de production, froid industriel, infrastructures et services techniques, confort dans l'habitat, transports...).

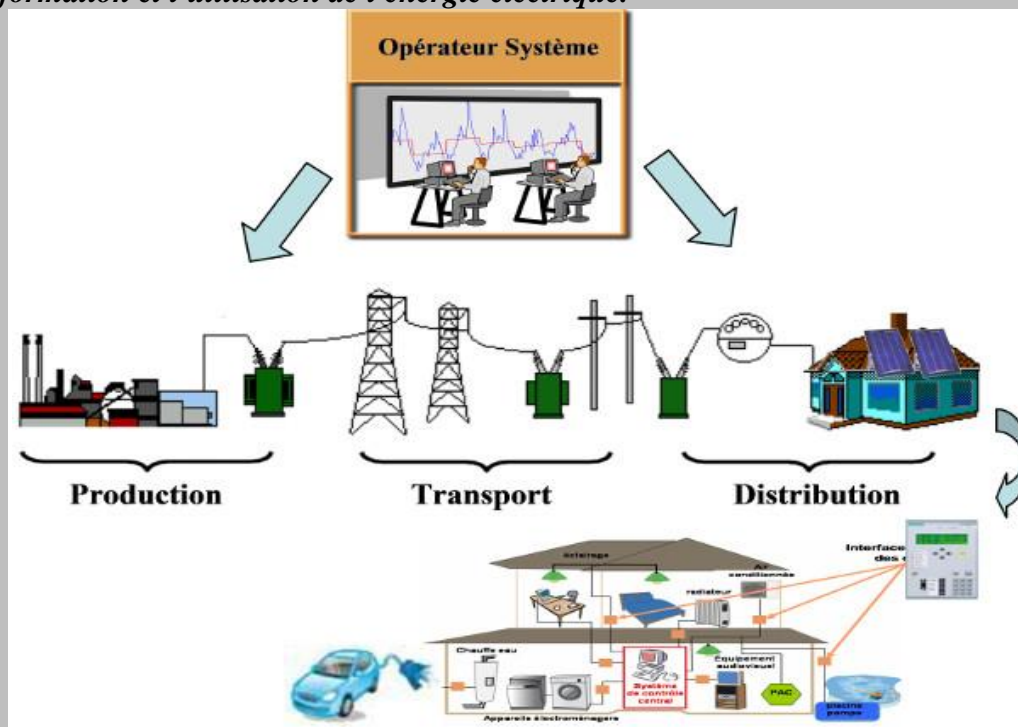
Par ailleurs, comme cette énergie s'accumule difficilement et que son coût est élevé, sa gestion est devenue une préoccupation constante pour assurer la sûreté du fonctionnement et l'efficacité énergétique des systèmes mis en œuvre. Dans le même temps, les moyens de communication nécessaires à la gestion locale ou distante des équipements se développent rapidement.

Potentialités régionales et nationales d'employabilité:

D'une manière générale, le domaine de l'énergie reste toujours porteur en termes de débouchés dans différents domaines : les industries pétrolière et gazière, le froid, le conditionnement d'air, l'agroalimentaire, le transport, les industries chimiques, le secteur de l'hydraulique, les industries lourdes, etc.

II- DÉFINITION :

- ✚ *Étymologiquement l'électrotechnique désigne l'étude des applications techniques de l'électricité. En réalité, l'électrotechnique regroupe les disciplines traitant l'électricité en tant qu'énergie. On peut citer la production, le transport, la distribution, le traitement, la transformation, la gestion et l'utilisation de l'énergie électrique. Parfois appelée Génie électrique, on peut situer sa naissance avec l'invention de la dynamo en 1869.*
- ✚ *L'électrotechnique est la discipline qui étudie la production, le transport, le traitement, la transformation et l'utilisation de l'énergie électrique.*

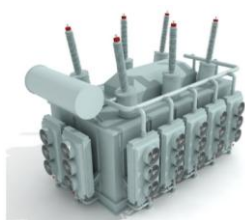
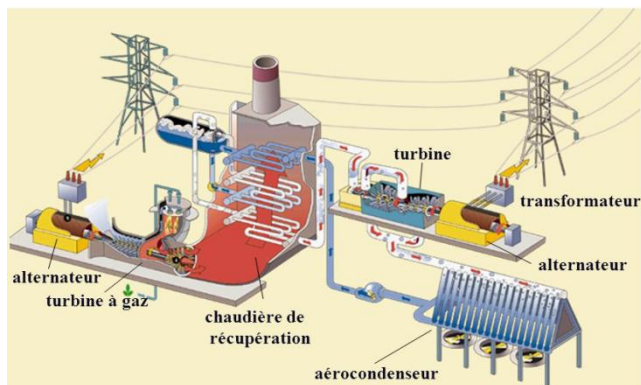


- ✚ *L'électrotechnique ou le génie électrique industriel est une partie de la physique qui concerne l'étude des applications techniques de l'électricité.*

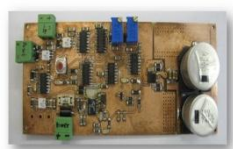
Traditionnellement on associe l'électrotechnique aux "courants forts" par opposition aux "courants faibles" qui seraient du domaine exclusif de l'électronique.

Cependant si on rencontre bien en électrotechnique :

- ✚ de **très fortes puissances**, de plusieurs mégawatts (MW) à quelques milliers de MW, principalement lors de la production et du transport de l'énergie électrique (une tranche de centrale nucléaire a une puissance de 1300 MW) ;
- ✚ On rencontre aussi de **faibles puissances**, de l'ordre du kW ou du W, pour le chauffage, l'électroménager, etc. ;
- ✚ Voire de **très faibles puissances**, de quelques μW pour les micros moteurs de montres à quartz, à quelques nW dans la motorisation de certaines techniques d'exploration médicale ; mettant ainsi en défaut l'opposition précédente.



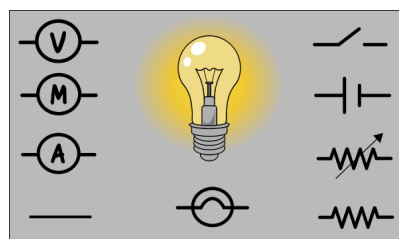
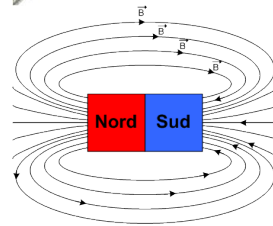
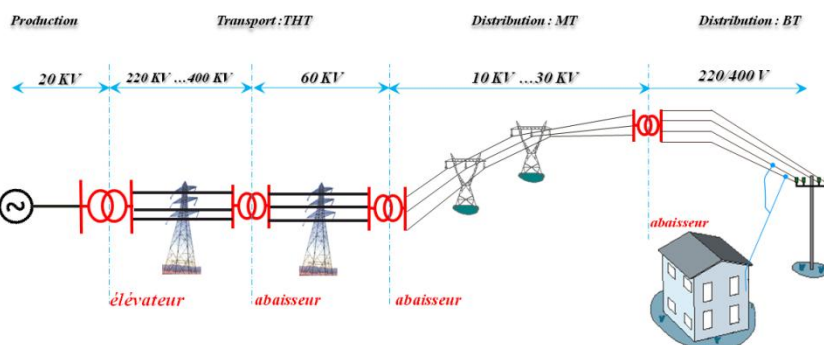
APPLICATIONS DE L'ÉLECTROTECHNIQUE



Plaque signalétique



Manuel d'instructions



Domaines D'applications :




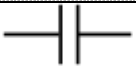
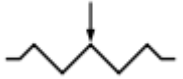


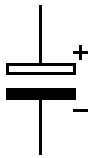
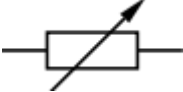


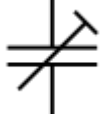
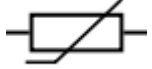
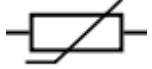
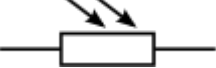
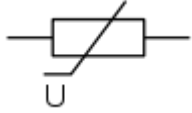




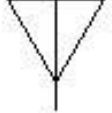
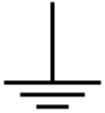





L'électrotechnique a un champ d'application extrêmement vaste :

- ✚ Elle concerne de très nombreuses entreprises industrielles, dans les domaines de la production et du transport de l'énergie électrique.
- ✚ Dans les équipements électriques (Leroy Sommer, Legrand, Schneider Electric, Bosch, Valéo, etc.)
- ✚ Dans les transports utilisant des moteurs électriques
- ✚ En électronique de puissance et également dans des domaines plus inattendus comme l'aérospatial.
- ✚ L'électrotechnique est liée étroitement à l'électronique et à l'automatique auxquelles elle a fréquemment recours, en particulier pour la commande des moteurs.
- ✚ Le traitement de l'énergie électrique peut se faire à des fins de gestion et de sécurité : il s'agit de l'appareillage électrique, ou de la conversion d'énergie : machine électrique, transformateur électrique, électronique de puissance, en sont les principaux constituants.


































III-UNITÉS ET FORMULES SIMPLES

Les 10 relations fondamentales d'électronique				
N°	Désignation	Relation entre les grandeurs	Relation entre les grandeurs physiques en toutes lettres	Relation produit entre les unités
01	Puissance d'un système électrique	$P=U.I$	puissance = tension x courant	$1\text{ W} = 1\text{ V} \times 1\text{ A}$
02	Tension dans une résistance électrique ("loi d'ohm")	$U=R.I$	tension = résistance x courant	$1\text{ V} = 1\text{ }\Omega \times 1\text{ A}$
03	Quantité d'électricité dans un circuit électrique	$Q=I.t$	quantité d'électricité = courant x temps	$1\text{ C} = 1\text{ A} \times 1\text{ s}$
04	Quantité d'électricité dans un condensateur	$Q=C.U$	quantité d'électricité = capacité x tension	$1\text{ C} = 1\text{ F} \times 1\text{ V}$
05	Flux magnétique dans un circuit électrique	$\Phi=U.t$	flux = tension x temps	$1\text{ Wb} = 1\text{ V} \times 1\text{ s}$
06	Flux magnétique dans une bobine	$\Phi=L.I$	flux = inductance x courant	$1\text{ Wb} = 1\text{ H} \times 1\text{ A}$
07	Constante de temps d'un circuit RC	$t=R.C$	temps = résistance x capacité	$1\text{ s} = 1\text{ }\Omega \times 1\text{ F}$
08	Constante de temps d'un circuit RL	$t=L/R$	temps = inductance / résistance	$1\text{ H} = 1\text{ }\Omega \times 1\text{ s}$
09	Energie emmagasinée dans un condensateur	$W=(C.U^2)/2$	énergie = $\frac{1}{2}$ x capacité x tension ²	$1\text{ J} = 1\text{ F} \times 1\text{ V}^2$
10	Energie emmagasinée dans une bobine	$W=(L.I^2)/2$	énergie = $\frac{1}{2}$ x inductance x courant ²	$1\text{ J} = 1\text{ H} \times 1\text{ A}^2$







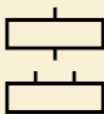







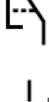









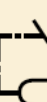











IV- LES SYMBOLES ÉLECTRIQUES ET ÉLECTROTECHNIQUES :

			
Résistance électrique (norme américaine)	Résistance électrique (norme européenne)	Inductance ou self ou bobine	Condensateur
			
Potentiomètre (symbole américain)	Potentiomètre (symbole européen)	Condensateur polarisé	Condensateur électrolytique
			
Résistance variable Rhéostat	Résistance ajustable Trimmer	Condensateur variable	Condensateur ajustable Trimmer
			
Thermistance CTN	Thermistance CTP	Photorésistance LDR	Varistance VDR
			
Transformateur	Transformateur abaisseur	Transformateur élevateur	Transformateur à sortie médiane
			
Antenne	Terre	Quartz	Bobine d'arrêt (self de choc)
			
Microphone	Buzzer ou beeper		Haut-parleur

SYMBOLES NORMALISÉS :

APPAREILS DE PRODUCTION ET TRANSFORMATION	APPAREILS DE MESURE	CANALISATIONS	APPAREILS D'UTILISATION
 Générateur  Batterie de piles ou accus  Transformateur  Transformateur triphasé triangle/étoile  Transformateur de courant  Transformateur tore  Autotransformateur	Indicateurs  Voltmètre  Ampèremètre  Wattmètre  Varmètre  Fréquencemètre Enregistreurs  Compteur d'énergie active (wattheuremètre)  Compteur d'énergie active (varheuremètre)	 Conducteur de phase  Neutre  De protection (terre)  5 conducteurs (3 P + N + T)  Connexion borne  Connexion barrette  Croisement de 2 conducteurs avec connexion  Sans connexion  Dérivation  Boîte de jonction non enterrée	 Lampe d'éclairage (symbole général)  Tube à fluorescence  Moteur  Sonnerie  Résistance  Condensateur  Impédance  Eclairage de sécurité sur circuit spécial  Bloc autonome d'éclairage de sécurité

APPAREILLAGE D'INSTALLATION

Fonctions de l'appareillage	Appareillage à fonction simple	Appareillage à fonctions multiples	Appareillage de protection contre les surtensions
 Fonction disjoncteur  Fonction sectionneur  Fonction interrupteur-sectionneur  Fonction déclenchement automatique  Contact à fermeture (contact de travail)  Contact à ouverture (contact de repos)  Bobines de commande  Élément de protection thermique  Élément de protection magnétique	 Sectionneur  Interrupteur (commande)  Fusible (protection contre les surintensités)  Contacteur (commande)  Rupteur (commande)  Bouton-poussoir à fermeture et retour automatique  Tirette à ouverture et retour automatique	 Fusible interrupteur  Discontacteur  Fusible sectionneur  Interrupteur-sectionneur  Fusible interrupteur-sectionneur  Disjoncteur  Fusible à percuteur  Disjoncteur tripolaire à relais magnétothermiques  Disjoncteur différentiel  Contacteur tripolaire avec contact auxiliaire à deux directions	Appareillage de protection contre les surtensions  Eclateur  Eclateur double intervalle  Limiteur de surtension  Parafoudre Appareillage de connexion  Fiche de prise de courant  Socle de prise de courant  Fiche et prise associées Autres formes  Fiche mâle  Prise femelle  Fiche et prise associées

V- RAPPELS MATHÉMATIQUES :

V-1-Formules de trigonométrie :

Valeurs remarquables, périodicité :

$$\begin{aligned} \cos(-a) &= \cos(a) & \sin(-a) &= -\sin(a) \\ \cos(\pi + a) &= -\cos(a) & \sin(\pi + a) &= -\sin(a) \\ \cos(\pi - a) &= -\cos(a) & \sin(\pi - a) &= \sin(a) \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) &= \sin(a) & \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) &= \cos(a) \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) &= -\sin(a) & \sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) &= \cos(a) \\ \tan(\pi + a) &= \tan(a) \end{aligned}$$

Formules d'addition :

$$\begin{aligned} \cos(a+b) &= \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \\ \cos(a-b) &= \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b) \\ \sin(a+b) &= \sin(a)\cos(b) + \sin(b)\cos(a) \\ \sin(a-b) &= \sin(a)\cos(b) - \sin(b)\cos(a) \\ \tan(a+b) &= \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)} \\ \tan(a-b) &= \frac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)} \end{aligned}$$

Formules de base :

$$\begin{aligned} \cos^2(a) + \sin^2(a) &= 1 & \tan(a) &= \frac{\sin(a)}{\cos(a)} & 1 + \tan^2(a) &= \frac{1}{\cos^2(a)} \\ \sin &= \frac{\text{côté-opposé}}{\text{hypoténuse}} & \cos &= \frac{\text{côté-adjacent}}{\text{hypoténuse}} & \tan &= \frac{\text{côté-opposé}}{\text{côté-adjacent}} \end{aligned}$$

Formules de duplication :

$$\begin{aligned} \cos(2a) &= \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a) \\ \sin(2a) &= 2\sin(a)\cos(a) \\ \tan(2a) &= \frac{2\tan(a)}{1 - \tan^2(a)} \end{aligned}$$

Expression en fonction de $\tan(a/2)$:

$$\begin{aligned} \cos(a) &= \frac{1 - \tan^2\left(\frac{a}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{a}{2}\right)} & \sin(a) &= \frac{2\tan\left(\frac{a}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{a}{2}\right)} \\ \tan(a) &= \frac{2\tan\left(\frac{a}{2}\right)}{1 - \tan^2\left(\frac{a}{2}\right)} \end{aligned}$$

Linéarisation des carrés, Euler, Moivre :

$$\begin{aligned} \cos^2(a) &= \frac{1 + \cos(2a)}{2} & \sin^2(a) &= \frac{1 - \cos(2a)}{2} \\ \cos(x) &= \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2} & \sin(x) &= \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} \\ [\cos(x) + i \sin(x)]^n &= \cos(nx) + i \sin(nx) \end{aligned}$$

Transformation produit \rightarrow somme :

$$\begin{aligned} \cos(a)\cos(b) &= \frac{1}{2}[\cos(a-b) + \cos(a+b)] \\ \sin(a)\sin(b) &= \frac{1}{2}[\cos(a-b) - \cos(a+b)] \\ \sin(a)\cos(b) &= \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)] \\ \cos(a)\sin(b) &= \frac{1}{2}[\sin(a+b) - \sin(a-b)] \end{aligned}$$

Transformation somme \rightarrow produit :

$$\begin{aligned} \cos(p) + \cos(q) &= 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \\ \cos(p) - \cos(q) &= -2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \\ \sin(p) + \sin(q) &= 2\sin\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right) \\ \sin(p) - \sin(q) &= 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right) \end{aligned}$$

Fonctions et dérivées :

$$\begin{aligned} \cos(x) \text{ de } \mathbb{R} \text{ dans } [-1;1] & & \cos'(x) &= -\sin(x) \\ \sin(x) \text{ de } \mathbb{R} \text{ dans } [-1;1] & & \sin'(x) &= \cos(x) \\ \tan(x) \text{ de } \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\} \text{ dans } \mathbb{R} & & \tan'(x) &= 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)} \end{aligned}$$

Equations :

$$\begin{aligned} \updownarrow \cos a &= \cos b \Rightarrow a = \pm b + 2k\pi \\ \sin a &= \sin b \Rightarrow \begin{cases} a = b + 2k\pi \\ a = \pi - b + 2k\pi \end{cases} \\ \updownarrow tga &= tgb \Rightarrow a = b + k\pi \end{aligned}$$

V-2-Nombres complexes :

V-2-1 Définition :

1. Un nombre complexe est un nombre de la forme $z=x+iy$ avec x et y deux réels et i un nombre imaginaire tel que $i^2 = -1$.
2. L'ensemble des nombres complexes est noté \mathbb{C} . Les règles de calcul dans \mathbb{C} sont les mêmes que dans \mathbb{R} .

$$\left. \begin{array}{l} (x,y) \in \mathbb{R}^2 \\ i^2 = -1 \end{array} \right\} \rightarrow z = (x,y) \in \mathbb{C} \rightarrow z = x + jy$$

Partie réelle, partie imaginaire

La forme algébrique d'un nombre complexe est $x + iy$ où x et y sont deux réels.

Si $z = x + iy$ où $x \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$, x est la partie réelle de z , notée $\text{Re}(z)$, et y est la partie imaginaire de z , notée $\text{Im}(z)$.

- La partie réelle et la partie imaginaire d'un complexe sont des nombres réels.
Exemple : la partie imaginaire de $3 + 2i$ est 2 et non pas $2i$.
- Les réels sont les nombres complexes dont la partie imaginaire est nulle.
- Les imaginaires purs sont les nombres complexes dont la partie réelle est nulle.
- Deux nombres complexes sont égaux s'ils ont la même partie réelle et la même partie imaginaire.
- Un nombre complexe est nul si sa partie réelle et sa partie imaginaire sont nulles.

Remarque :

On considère deux complexes z et z' de formes algébriques respectives $x+iy$ et $x'+iy'$.

- La somme de z et de z' est le complexe $z+z' = x+x'+i(y+y')$.
- Si k est un réel, alors le produit de k par z est le complexe $kz = kx +iky$.
- Le produit de z et de z' est le nombre complexe $zz' = xx'-yy'+i(xy'+yx')$.

V-2-2 Conjugué :

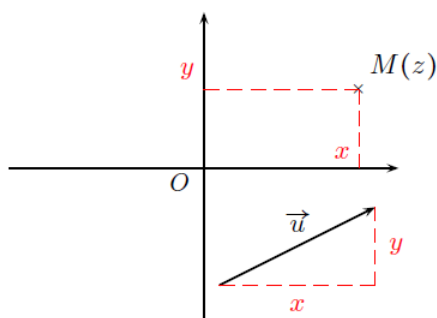
On considère un nombre complexe z de forme algébrique $x+iy$. Le nombre complexe $x-iy$, noté \bar{z} est le conjugué de z .

Propriétés :

Pour tous complexes z et z' de formes algébriques $z = x+iy$ et $z' = x'+iy'$:

- $\bar{\bar{z}} = z$; $z + \bar{z} = 2\text{Re}(z) = 2x$; $z - \bar{z} = 2i\text{Im}(z) = 2iy$; $z\bar{z} = x^2 + y^2$
- $\overline{z+z'} = \bar{z} + \bar{z}'$; $\overline{zz'} = \bar{z}.\bar{z}'$; si z' est non nul $\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)} = \frac{\bar{z}}{\bar{z}'}$
- z est réel si $z = \bar{z}$; z est imaginaire pur si $z = -\bar{z}$

V-2-3 Affixe d'un point, affixe d'un vecteur. Image ponctuelle, image vectorielle d'un nombre complexe :



- Si M est le point de coordonnées (x,y) , l'affixe de M est le nombre $z_M = x + iy$.
- Si \vec{u} est le vecteur de coordonnées (x,y) , l'affixe de \vec{u} est le nombre $z_{\vec{u}} = x + iy$.
- Si $z = x + iy$ où x et y sont deux réels alors
- l'image ponctuelle de z est le point $M(x,y)$
 - l'image vectorielle de z est le vecteur $\vec{u}(x,y)$

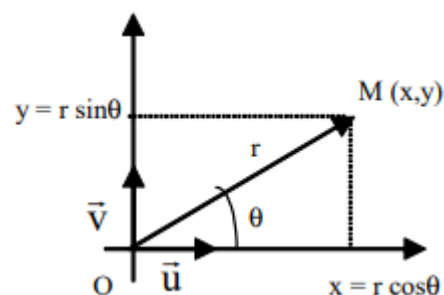
- Le point M s'appelle l'image du nombre complexe z .
- Le vecteur OM s'appelle la vectrice image du nombre complexe z .
- Le nombre complexe z s'appelle l'affixe du point M (ou du vecteur OM).
- Le plan, considéré comme l'ensemble des points $M(x,y)$ est appelé plan complexe, ou plan de Cauchy.
- L'axe Ox qui correspond aux points tels que $y = 0$, $z = x$, est l'axe des réels; l'axe Oy qui correspond aux points tels que $x = 0$, $z = jy$ est l'axe des imaginaires purs.

V-2-3 Module et argument :

On considère un nombre complexe z non nul affixe d'un point M dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Si M a pour coordonnées polaires (r, θ) , alors r est le module de z noté $|z|$ et θ est un argument de z noté $\arg z$.

Notation : On a $|z| = \rho_z = r = OM$ et $\arg z = \theta = (\vec{u}, \overrightarrow{OM}) (2\pi)$.



Théorème :

Pour tout nombre complexe z non nul dont l'image M a pour coordonnées cartésiennes $(x ; y)$ et pour coordonnées polaires $(r ; \theta)$, on a :

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \cos \theta = \frac{x}{r} \text{ et } \sin \theta = \frac{y}{r} \end{cases}$$

Remarque : $\tan \theta = \frac{y}{x}$, en tenant compte des signes de $\begin{cases} \cos \theta = \frac{x}{r} \text{ et } \sin \theta = \frac{y}{r} \end{cases}$

Propriétés :

Pour tous complexes z et z' non nuls :

$$|zz'| = |z| \cdot |z'| \quad \text{et} \quad \arg(zz') = \arg z + \arg z' (2\pi)$$

$$\text{Pour tout entier naturel } n : |z^n| = |z|^n \quad \text{et} \quad \arg(z^n) = n \cdot \arg z (2\pi)$$

$$\left| \frac{1}{z} \right| = \frac{1}{|z|} \quad \text{et} \quad \arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg z (2\pi)$$

$$\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|} \quad \text{et} \quad \arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg z - \arg z' (2\pi)$$

V-2-4 Formes d'un nombre complexe:

On considère un nombre complexe $z = x + iy$

Forme algébrique	Forme trigonométrique	Forme exponentielle	Forme polaire	Forme géométrique
On appelle forme algébrique (ou cartésienne) d'un nombre complexe $z = (x, y)$ l'expression $z = x + iy$.	$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ Avec : $\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \cos \theta = \frac{x}{r} \text{ et } \sin \theta = \frac{y}{r} \end{cases}$	Pour tout nombre complexe z non nul de module r et d'argument θ , on pose : $z = r \cdot e^{i\theta}$	Pour tout nombre complexe z non nul de module r et d'argument θ , on pose : $z = r \cdot e^{i\theta}$ Avec θ en degré	 $r = OM$ et $\arg z = \theta$

Propriétés :

Forme trigonométrique	Forme exponentielle	Forme polaire
Pour tous nombres complexes non nuls z et z' , • $\arg(zz') = \arg(z) + \arg(z') \pmod{2\pi}$. • $\arg\left(\frac{1}{z}\right) = \arg(\bar{z}) = -\arg(z) \pmod{2\pi}$. • $\arg\left(\frac{z}{z'}\right) = \arg(z) - \arg(z') \pmod{2\pi}$. • Pour tout entier relatif n , $\arg(z^n) = n \arg(z) \pmod{2\pi}$.	➤ $e^{i(\theta+\theta')} = e^{i\theta} \times e^{i\theta'}$ ➤ $e^{-i\theta} = \frac{1}{e^{i\theta}}$ ➤ $e^{i(\theta-\theta')} = \frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}}$ ➤ $e^{in\theta} = (e^{i\theta})^n$	Soit : $z_1 = \rho_1^{\theta_1}$ et $z_2 = \rho_2^{\theta_2}$ ➤ $z_1 \cdot z_2 = \rho_1 \cdot \rho_2^{\theta_1+\theta_2}$ ➤ $\frac{z_1}{z_2} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^{\theta_1-\theta_2}$ ➤ $\frac{1}{z_1} = \left(\frac{1}{\rho_1}\right)^{-\theta_1}$ ➤ $z_1^n = (\rho_1^n)^{n\theta_1}$
Pour tout réel θ , $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$		

V-2-5 Formule D'EULER - Formule de MOIVRE :

A) Formule D'EULER :

Soit un nombre complexe de module égal à 1 :
$$\begin{cases} z = e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \\ \bar{z} = e^{-j\theta} = \cos \theta - j \sin \theta \end{cases}$$

En exprimant la somme et la différence :
$$\begin{cases} z + \bar{z} = e^{j\theta} + e^{-j\theta} = 2 \cos \theta \\ z - \bar{z} = e^{j\theta} - e^{-j\theta} = 2j \sin \theta \end{cases}$$

On en déduit les **FORMULES D'EULER** :

$$\cos \theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2} \quad \text{et} \quad \sin \theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

2. Généralisation aux nombres complexes de module quelconque

Pour un nombre complexe quelconque, dont le module est différent de l'unité, le cosinus et sinus de l'argument s'obtiennent comme suit :

$$\begin{cases} z = re^{j\theta} \Rightarrow \cos \theta + j \sin \theta = \frac{z}{r} \\ \bar{z} = re^{-j\theta} \Rightarrow \cos \theta - j \sin \theta = \frac{\bar{z}}{r} \end{cases} \quad \text{alors :} \quad \boxed{\cos \theta = \frac{z + \bar{z}}{2r}} \quad \text{et} \quad \boxed{\sin \theta = \frac{z - \bar{z}}{2jr}}$$

B) Formule de MOIVRE :

Soit un nombre complexe de module unité $z = e^{j\theta}$.

L'élevation à la puissance n donne $z^n = (e^{j\theta})^n$ Or : $z^n = e^{jn\theta}$

$$= (\cos \theta + j \sin \theta)^n = \cos n\theta + j \sin n\theta$$

D'où la **FORMULE DE MOIVRE**: $(\cos \theta + j \sin \theta)^n = \cos n\theta + j \sin n\theta$

Cette relation reste valable lorsque l'exposant n est négatif.