Université H.B.B. – Chlef

Faculté de Génie Civil et d'Architecture

***Département** de Génie Civil*

Mécanique Rationnelle

Mécanique Rationnelle

***S3* _ Génie Civil**

Série TD N° 2

Année Universitaire 2020/ 2021

SOLUTION TD N° 2 : Généralités et définitions de base

2.1. Déterminer la résultante des deux forces concourantes appliquées sur le corps solide dans la figure 2.1a, en utilisons les deux méthodes suivants :

-la Règle du parallélogramme

-la méthode analytique

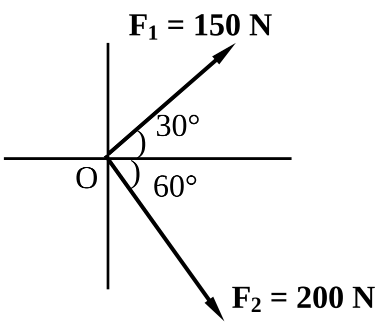

Figure 1a

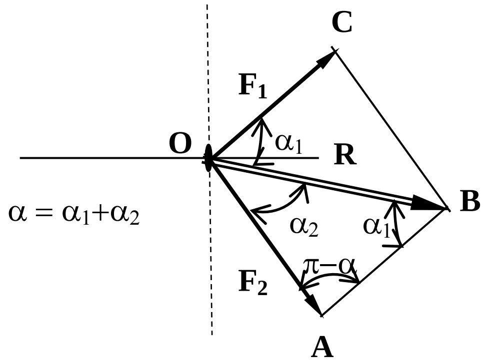

Figure 1b

a-Méthode de la règle du parallélogramme des forces :

On trace le parallélogramme des forces **OABC (Figure 2.1b)**, on joignant de l'extrémité de chaque force une parallèle de l'autre force. La diagonale **OB** représente la résultante des deux forces $\vec{R}$ **,** de module :

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2Cos(\pi - \alpha)}$$

On obtient le module de R :

R = 250 N

La direction de R, est obtenue par l'application du théorème des sinus du triangle OAB :

$$\frac{\boldsymbol{F_1}}{\boldsymbol{Sin\ \alpha_2}} = \frac{\boldsymbol{F_2}}{\boldsymbol{Sin\ \alpha_1}} = \frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{Sin\ (\pi - \alpha)}}$$

D'où : **α_1 = 53,13° et α_2 = 36,87°**

La Figure 1b montre la direction et le sens de la résultante R

2.2. Déterminer la résultante du système de forces concourantes appliquées sur le corps solide dans la figure 2, en utilisons la règle du polygone des forces

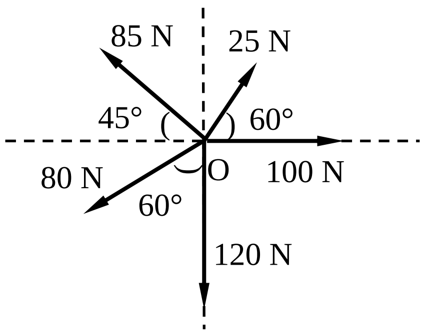

Figure 2a

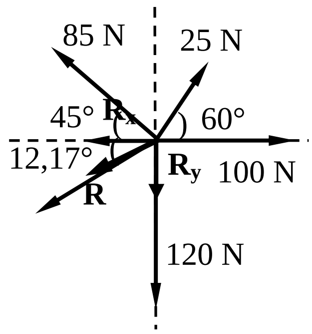

Figure 2b

La résultante du système de forces illustrées dans la figure 1

i	Fi (N)	Projection Fxi		Projection Fyi	
1	**100**	**100 Cos 0°**	**100**	**100 Sin 0°**	**0**
2	**25**	**25 Cos 60°**	**12,5**	**25 Sin 60°**	**21,65**
3	**85**	**-85 Cos 45°**	**-60,1**	**85 Sin 45°**	**60,1**
4	**80**	**-80 Cos 30°**	**-69,3**	**-80 Sin 30**	**-40**
5	**120**	**-120 Cos 270°**	**0**	**-120 Sin 270**	**-120**
	R		**-16,9**		**-78,3**

Les composantes de la résultante R:
Rx = **-16,88** N et Ry = **-78,25** N.

La résultante R:

$$\|\vec{\mathbf{R}}\| = \sqrt{(\mathbf{R_X})^2 + (\mathbf{R_Y})^2}$$

$$\|\vec{\mathbf{R}}\| = \sqrt{(\mathbf{-16,88})^2 + (\mathbf{-78,25})^2}$$

D'où, la résultante **R = 80,04N**

La direction de R :

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{R_X}{R_y} = \frac{\mathbf{-16,88}}{\mathbf{-78,25}} = 0{,}215$$

D'où, $\boldsymbol{\alpha}$ **= 12,17°**

2.3. La forces **F = 70N** appliquée dans le point O de coordonnée **(0, 0, 0),** dirigée selon la diagonale ON**,** Sachant que les coordonnées du point N sont **(-3, 6, 2).**
Déterminer les cosinus directeur de la force **F**,
Décomposer F suivant les trois directions x, y et z.

Les cosinus directeur de la force **F**,
Les coordonnées des points O **(0, 0, 0) et N (-3, 6, 2)**
Le vecteur de la diagonale ON :

$$\overrightarrow{\mathbf{ON}} = -3\vec{\mathbf{i}} + 6\vec{\mathbf{j}} + 2\vec{\mathbf{k}}$$

Le module de $\overrightarrow{\mathbf{ON}}$

$$\mathbf{d} = \left\|\overrightarrow{\mathbf{ON}}\right\| = \sqrt{(-3)^2 + (6)^2 + (2)^2} = 7\ (\mathbf{m})$$

Les cosinus directeur de la force F :

$$\frac{\mathbf{F}}{\mathbf{d}} = \frac{\mathbf{F_X}}{\mathbf{d_X}} = \frac{\mathbf{F_Y}}{\mathbf{d_Y}} = \frac{\mathbf{F_Z}}{\mathbf{d_Z}}$$

Les composantes de la force F suivant les trois directions x, y et z.

$$\mathbf{F_X} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{d}}\ \mathbf{x}\ \mathbf{d_X} = -\mathbf{30}\ \mathrm{N}$$

$$\mathbf{F_Y} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{d}}\ \mathbf{x}\ \mathbf{d_Y} = \mathbf{60}\ \mathrm{N}$$

$$\mathbf{F_Z} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{d}}\ \mathbf{x}\ \mathbf{d_Z} = \mathbf{20}\ \mathrm{N}$$

2.4. L'angle entre le hauban du tribord AB et le mât du bateau est de 15^0 (figure 3). La tension dans le hauban est égale à 6 KN, calculer :

- les composantes de la force exercée par le hauban au point A,

- les angles θ_x, θ_y, et θ_z qui définissent la direction de cette force.

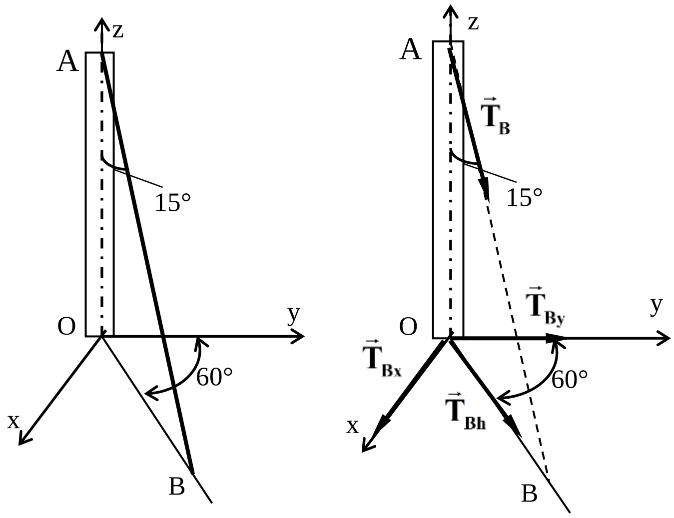

Figure 3a **Figure 3b**

a- Les projections de la tension $\vec{T}_B$ appliquée au point **A** sont :

$$T_{Bz} = -T_B \cos 15°$$

$$T_{Bh} = T_B \sin 15°$$

Et, les projections de T_{Bh}, dans le plan (x, y) sont :

$$T_{Bx} = T_{Bh} \sin 60° = T_B \sin 15° \sin 60°$$

$$T_{By} = T_{Bh} \cos 60° = T_B \sin 15° \cos 60°$$

D'où, les composantes de la tension $\vec{T}_B$ sur les axes sont :

$$T_{Bx} = T_B \sin 15° \sin 60° = 1.34 \text{ KN}$$

$$T_{By} = T_B \sin 15° \cos 60° = 0.78 \text{ KN}$$

$$T_{Bz} = -T_B \cos 15° = -5.79 \text{ KN}$$

b- les angles θ_x, θ_y, et θ_z qui définissent la direction de la tension $\vec{T}_B$ sont déterminés par la relation :

$$T_B = \frac{T_{Bx}}{\cos\theta_x} = \frac{T_{By}}{\cos\theta_y} = \frac{T_{Bz}}{\cos\theta_z}$$

D'où

$$\cos\theta_x = \frac{T_{Bx}}{T_B} = 0.23, \quad \theta_x = 77°$$

$$\cos\theta_y = \frac{T_{By}}{T_B} = 0.129, \quad \theta_y = 82.6°$$

$$\cos\theta_z = \frac{T_{Bz}}{T_B} = -0.97, \quad \theta_z = 165°$$