

Matière : Probabilités-Statistiques

Correction de TD N° 5

Exercice n°1 :

Posons : $P(M) = 0.15$; $P(ph) = 0.25$ et $P(M \cap ph) = 0.10$

a) On cherche $P(M/ph)$

$$P(M/ph) = \frac{P(M \cap ph)}{P(ph)} = \frac{0.10}{0.25} = 0.4$$

b) On cherche $P(ph/M)$

$$P(ph/M) = \frac{P(M \cap ph)}{P(M)} = \frac{0.10}{0.15} = 0.667$$

Remarque $P(M/ph) \neq P(ph/M)$

Exercice n°2 :

On a trois évènements incompatibles A, B et C , tel que $\Omega = A \cup B \cup C$, tels que $P(A) = 0.50$; $P(B) = 0.30$; $P(C) = 0.20$

Posons : D = Pièce défectueuse et \bar{D} = Pièce non défectueuse.

$P(D/A) = 0.03$. $P(D/B) = 0.04$; $P(D/C) = 0.05$

i) On cherche $P(D) = ?$

$$\begin{aligned} P(D) &= P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) + P(C)P(D/C) \\ &= 0.5 \times 0.03 + 0.3 \times 0.04 + 0.2 \times 0.05 \\ &= 0.037 \\ &= 3.7\% \end{aligned}$$

ii) On cherche $P(A/D) = ?$

$$\begin{aligned} P(A/D) &= \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A)P(D/A)}{P(D)} \\ &= \frac{0.5 \times 0.03}{0.037} \\ &= 0.40541 \\ &= 40.54\% \end{aligned}$$

iii) On cherche $P(C/\bar{D}) = ?$. D'après la question ii) on trouve

$$P(\bar{D}) = 1 - P(D) = 1 - 0.037 = 0.963$$

donc,

$$\begin{aligned} P(C/\bar{D}) &= \frac{P(C \cap \bar{D})}{P(\bar{D})} = \frac{0.2 \times 0.95}{0.963} \\ &= 0.1973 \\ &= 19.73\% \end{aligned}$$

Exercice n°3 :

a) l'Univers : $\Omega = \{ppp, ppf, pff, pfp, fff, ffp, fpf, fpp\}$

b) $A = \{fff, ffp, fpf, fpp\}$; $B = \{pff, pfp, fff, ffp\}$ $A \cap B = \{fff, ffp\}$.

$$P(B) = \frac{4}{8} = 0.5$$

$$P(A) = \frac{4}{8} = 0.5$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{8} = 0.25$$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.25}{0.5} = 0.5$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.25}{0.5} = 0.5$$

c) $P(A \cap B) = 0.25 = 0.5 \times 0.5 = P(A) \times P(B)$, donc A et B sont indépendants

Exercice n°4 :

On dispose des informations suivantes sur 100 étudiants d'une faculté

	porte des lunettes	ne porte pas de lunette	total
filles	15	45	60
garçon	10	30	40
total	25	75	100

1)

$$P(L) = \frac{25}{100} = 0.25,$$

$$P(L \cap F) = \frac{15}{60} = 0.25,$$

$$P(F) = \frac{60}{100} = 0.6,$$

$$P(F/L) = \frac{15}{25} = 0.6$$

$$P(L/F) = \frac{15}{60} = 0.25.$$

2) $P(F/L) = 0.6 = P(F)$, donc les événements F et L sont indépendants

3) $P(L \cap F) = 0.25 \neq 0$, donc les événements F et L ne sont pas incompatibles

Exercice n°5 :

a) Soit $B \subset \Omega$ tel que $P(B) > 0$, alors

$$P(\phi/B) = \frac{P(\phi \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\phi)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} = 0$$

$$P(\Omega/B) = \frac{P(\Omega \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$

:

b) Soit $A \subset \Omega$, alors

$$P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - P(A/B)$$

c) Soient $C; D \subset \Omega$, alors

$$\begin{aligned}
 P((C \cup D)/B) &= \frac{P((C \cup D) \cap B)}{P(B)} \\
 &= \frac{P((C \cup D) \cap B)}{P(B)} = \frac{P((C \cap B) \cup (D \cap B))}{P(B)} \\
 &= \frac{P(C \cap B) + P(D \cap B) - P((C \cap B) \cap (D \cap B))}{P(B)} \\
 &= \frac{P(C \cap B)}{P(B)} + \frac{P(D \cap B)}{P(B)} - \frac{P((C \cap D) \cap B)}{P(B)} \\
 &= P(C/B) + P(D/B) - P((C \cap D)/B)
 \end{aligned}$$

Le responsable de la matière : Merini Abdelaziz