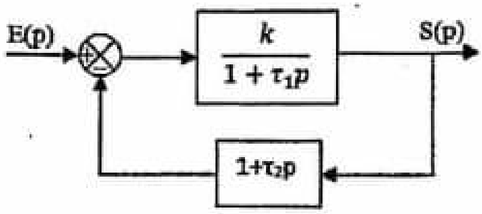
Université Mohamed Khider, Biskra
Département de Génie électrique
Filière d'électrotechnique

Module UE2: Asservissement et Régulation
$3^{ème}$ LMD : Option RE / ME / CE
21/01/2015

Contrôle N° 1 — durée :1h30

Exercice n° 1 :

Soit le système défini par le schéma fonctionnel suivant :



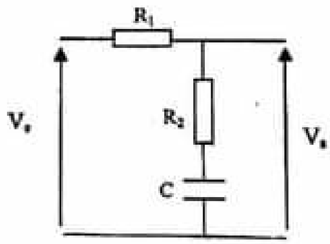
Déterminer :

1) La fonction de transfert en boucle fermée H_{BF} (p)
2) L'ordre et les paramètres de ce système, on donne τ_1=1 sec, τ_2= (1/4)sec, k=4.
3) La réponse indicielle à un échelon unitaire.

Exercice n°2 :

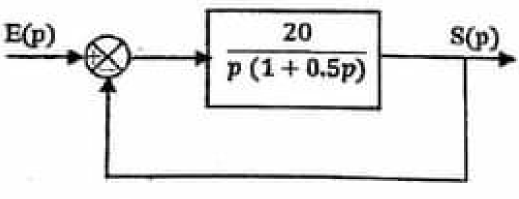
Dans la figure ci contre :

1) Trouver la fonction de transfert H(p)
2) Si R_2C= 1ms, $(R_1+R_2)C$=5ms,
   Trouver l'expression numérique de H(p).
3) Pour des conditions initiales nulles,
   Trouver la réponse à un échelon V_e=10V.



Exercice n°3 :

On donne le système automatique suivant :



1) Déterminer la fonction de transfert et déduire ω_n, ξ, et le gain K.
2) Pour une réponse indicielle, calculer ω_p, t_p, D et T_m.
3) Etudier la stabilité selon le critère de Routh.

Corrigé type du contrôle n°1.

Exon°1 :

① La fonction de Transfert en Boucle fermée:

$$H_{BF}(p) = \frac{\frac{K}{1+\tau_1 p}}{1 + (1+\tau_2 p)\left(\frac{K}{1+\tau_1 p}\right)}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{K}{1+\tau_1 p + K(1+\tau_2 p)} = \frac{K}{(\tau_1 + K\tau_2)p + K+1}$$ (1)

② c'est un système du 1^{er} ordre $n=1$. (0,5)

Par identification avec la forme canonique d'un système du 1^{er} ordre: $H_{BF}(p) = \frac{K_{BF}}{1+\tau_{BF}\,p}$

$$H_{BF}(p) = \frac{K}{(K+1)\left(\left(\frac{\tau_1+\tau_2 K}{1+K}\right)p + 1\right)} = \frac{\frac{K}{K+1}}{1 + \left(\frac{\tau_1 + K\tau_2}{K+1}\right)p}$$

$K_{BF} = \frac{K}{K+1}$ (1), $\tau_{BF} = \frac{\tau_1 + K\tau_2}{K+1}$ (1)

Application Numérique:

(0,5)

$K_{BF} = \frac{4}{4+1} = 4/5 = 0{,}8$ (0,5) $\tau_{BF} = \frac{1+(\frac{1}{4})4}{4+1} = (2/5)$ sec $= 0{,}4$ sec

③ La réponse indicielle : $E(p) = \frac{1}{p}$

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{(4/5)}{1+\left(\frac{2}{5}\right)p} = \frac{4}{5+2p}$$

$$S(p) = \frac{4}{2p+5}E(p) = \frac{4}{p(2p+5)}$$

$S(p) = \frac{A}{p} + \frac{B}{2p+5}$ (0,5)

(0,5)

$$7.\ \lim_{p \to 0} \cancel{p} \frac{4}{\cancel{p}(5+2p)} = 4/5 \quad (0{,}5)$$

$$p_0 = \lim_{p \to -\frac{5}{2}} \frac{(5\cancel{+2p})4}{p(5\cancel{+2p})} = -8/5 \quad (0{,}5)$$

$$S(p) = \frac{(4/5)}{p} - \frac{(8/5)}{5+2p} = \frac{(4/5)}{p} - \frac{(4/5)}{p+(5/2)}$$

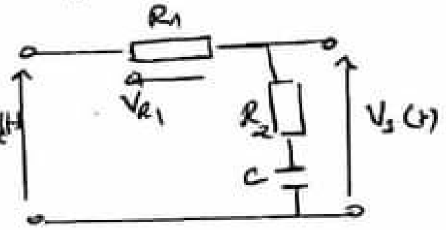
$$s(t) = \mathcal{L}^{-1}[S(p)] = \frac{4}{5} - \frac{4}{5} e^{-\frac{5}{2}t} = \frac{4}{5}\left(1 - e^{-\frac{5}{2}t}\right) . \ (1)$$

Exo n°2 :

(1) La fonction de Transfert :

$$V_e(t) = V_{R1}(t) + V_s(t) \xrightarrow{TL} U_e(p) = U_{R1}(p) + U_s(p) \ \text{---} \ (1)$$

$$V_{R_1}(t) = R_1 i(t) \xrightarrow{TL} U_{R1}(p) = R_1 I(p) \ \ldots (2)$$



$$V_s(t) = R_2 i(t) + \frac{1}{c}\int i\,dt \xrightarrow{TL}$$

$$U_s(p) = R_2 I(p) + \frac{1}{cp} I(p) = \left(R_2 + \frac{1}{cp}\right) I(p) \ \text{----} \ (3)$$

Rempalçant (3) dans (2) :

$$U_{R1}(p) = R_1 \left(\frac{cp}{R_2 cp+1}\right) U_s(p) \ \text{---} \ (4)$$

Remplaçant (4) Dans (1).

$$U_e(p) = \frac{R_1 cp}{R_2 cp+1} U_s(p) + U_s(p)$$

$$U_e(p) = \left[\frac{R_1 cp + R_2 cp + 1}{R_2 cp + 1}\right] U_s(p)$$

$$H(p) = \frac{U_s(p)}{U_e(p)} = \frac{R_2 cp + 1}{(R_1 + R_2) C p + 1} \quad (1)$$

(2).

$H(p) = \frac{p+1}{5p+1}$ (0,5) , $Ve(t) = 10 \Rightarrow Ue(p) = \frac{10}{p}$ (0,5)

$Us(p) = \frac{p+1}{5p+1} \, Ue(p)$.

$$Us(p) = \frac{2+1}{5p+1} \cdot \frac{10}{p} = \frac{2(p+1)}{p(p+\frac{1}{5})} = \frac{A}{p} + \frac{B}{(p+\frac{1}{5})}$$

$$A = \lim_{p \to 0} \frac{p(p+1) \cdot 2}{p(p+\frac{1}{5})} = 10 \quad (1)$$

$$B = \lim_{p \to -\frac{1}{5}} \frac{2(p+1)(p+\frac{1}{5})}{p(p+\frac{1}{5})} = -8 \quad (1)$$

$$Us(p) = \frac{10}{p} - \frac{8}{p+\frac{1}{5}} \Rightarrow Vs(t) = 10 - 8e^{-\frac{1}{5}t}. \quad (1)$$

Exo n°3

(1) $$H(p) = \frac{\frac{20}{p(0,5p+1)}}{1 + \frac{20}{p(0,5p+1)}} = \frac{20}{p + 0,5p^2 + 20}$$

$$H(p) = \frac{40}{p^2 + 2p + 40} \equiv \frac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$$

$\omega_n^2 = 40 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$ rad/sec . (0,5) $= 6,32$

$K\omega_n^2 = 40 \Rightarrow K = 1$ (0,5)

$2\xi\omega_n = 2 \Rightarrow \xi = \frac{2}{2\omega_n} = \frac{1}{2\sqrt{10}} = \cancel{0,158}\ 0,158$ (0,5)

(2) (0,5) $\omega_p = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 2\sqrt{10}\sqrt{1-(0,158)^2} = 6,24$ rad/s (0,25)

(0,5) $D = K.E_0\, e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 0,6050 = 60,5\%$ (0,25)

(0,5) $t_p = \frac{\pi}{\omega_p} = \frac{\pi}{6,24} = 0,5034$ (0,25)

$\Phi = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) = 80,90 =$

(0,5) $T_m = t_p\left(1 - \frac{\Phi}{\pi}\right) = 0,2771.$ (0,25) (3)

③ la stabilité du système :

$Ec(p) = p^2 + 2p + 40$ .. 0,5

a) Tous les coefficients de L'eqt caract ont la même signe. 0,5

b) la Table de Routh :

p^2	1.	40
p	2	0
p^0	20	

0,5

das p. coefficient de la première colonne de la Table de Routh ont la même signe Alors le système est stable 0,5