Eléctrostatique

- Force électrique : $\boxed{F_{12} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}^2} u_{12}}$ $\boxed{\varepsilon_0 = 8{,}8 \cdot 10^{-12}}$
- Intensité de la charge électrique $\boxed{E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}^2} \vec{u_n}}$
- théorème de Gauss : $\boxed{\Phi = \iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint E \cdot dS \cdot \cos\theta}$ $\boxed{\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q}$

$\boxed{\vec{D} = \vec{E}\varepsilon_0}$

- La forme différentielle de théorème de Gauss : puis ostagradski

$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q$, $q = \iiint \rho \cdot dV$, $\oint D \cdot dS = \iiint \rho \cdot dV$, $\iiint \mathrm{Div}\, D\, dV = \iiint \rho \cdot dV$

Donc $\boxed{\mathrm{Div}\, D = \rho} \Rightarrow \boxed{\mathrm{Div}\, E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$, $\oint E \cdot dS = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ et $Q = \iiint \rho \cdot dV$

$\iiint \mathrm{Div}\, E \cdot dV = \frac{\iiint \rho \cdot dV}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\mathrm{Div}\, E = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$, $D = E\varepsilon_0 \Rightarrow \mathrm{Div}\, D = \mathrm{Div}\, E \cdot \varepsilon_0 \Rightarrow \boxed{\mathrm{Div}\, D = \rho}$

- Potentiel électrique : . Le travail : q_1 à l'origine et q_2 à l'infini

$W = -\int \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_\infty^R \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr \Rightarrow \frac{-q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_\infty^R \Rightarrow \boxed{W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R}}$

conservation de l'energie de w est emagasiné dans le systeme de charge q_1 et q_2 sous forme de l'energie Potontiel $\boxed{E_P = q_1 V_2} \Rightarrow E_P = W = q_1 V_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$V_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R}$: Potontiel électrique crée par q_2

Donc : un potontiel $\Rightarrow V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ et Emergie Potontiel $= qV$

- Rolation entre E et V :

$W = E_P \Rightarrow dW = dE_P \Rightarrow -F dr = d qV \Rightarrow -F dr = q\, dV \Rightarrow F = q\vec{E} \Rightarrow -\cancel{q}E \cdot dr = \cancel{q}\, dV$

$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$ Donc $\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right) \cdot \left(dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}\right)$

Alor $-E \cdot \cancel{dr} = \overset{\mathrm{Div}\, V}{\mathrm{Grad}\, V} \cdot \cancel{dr} \Rightarrow \boxed{E = -\vec{\mathrm{grad}}\, V} \Rightarrow \boxed{E = -\vec{\nabla} \cdot V}$ Le champ éle est dérivé d'un Potontiel scalair (V) dP

- $\vec{\mathrm{Rot}}\, \vec{E} = 0$, $\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = 0$?? $\Rightarrow \vec{E} = -\vec{\mathrm{grad}}\, V \Rightarrow \vec{\mathrm{rot}}\, \vec{E} = \vec{\mathrm{rot}}\, \vec{\mathrm{grad}}\, V$ et rot grad $= 0$

Donc $\boxed{\vec{\mathrm{Rot}}\, \vec{E} = 0}$ $+q \xrightarrow{\vec{E}} q-$ $\cancel{q+}$ E non

- La circulation de $\vec{E}$: Th de Stocks : $\oint E \cdot dl = \oint \vec{\mathrm{rot}}\, \vec{E} \cdot d\vec{S}$ et $\mathrm{rot}\, E = 0$

Donc $\oint E \cdot dl = 0$ Le champ éle est conserfatif

- Equation de laplace de de poissan : $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$ ...① et $E = -\vec{\nabla} V$ ....②

② dans ① : $\vec{\nabla}(E\varepsilon_0) = \rho \Rightarrow \vec{\nabla}(-\vec{\nabla} V) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{+\Delta V = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$ Eq-poissan

si $\rho = 0$ alor $\boxed{\Delta V = 0}$ Eq-laplace

- Energie électrostatique : Pour n systeme de charge on a $E_T = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^{n} V_i$

- Energie emmagasine dans systeme en distrubution volunique :

$E_T = \frac{1}{2}\int \rho \cdot V_i \cdot dV$; $\rho = \vec{\nabla} \cdot D$; $\rho \cdot V_i$ et $\mathrm{Div}(D) \times (V_i)$; et $(\vec{\nabla} D) \times V_i = \vec{\nabla}(DV_i) - (\vec{\nabla} V_i) D$

$E_T = \frac{1}{2}\int \vec{\nabla}(V_i \vec{D}) \cdot dV - \frac{1}{2}\int (\vec{\nabla} V_i) \cdot D \cdot dV \Rightarrow$ ostragradski $\frac{1}{2}\iint \cancel{(V_i \cdot D) \cdot dS} - \frac{1}{2}\int (\nabla V_i) D$

$E = -\frac{1}{2}\int (\nabla V_i) D\, dV \Rightarrow E = -\frac{1}{2}\int (-\vec{E}) \times D\, dV \Rightarrow E = -\frac{1}{2}\int -E \times E \times \varepsilon_0 \Rightarrow E = \int \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 dV$

Magnitostatique

Champ magnitique $\vec{H}$ et induction magnitique $\vec{B}$: $\boxed{\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}}$, $\boxed{\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}}$

• Force électrique et Force magnitique : q avec vitesse $= \vec{F_e} + \vec{F_m}$

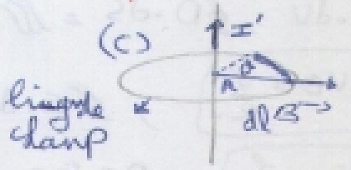
$\Sigma \vec{F} = \vec{F_e} + \vec{F_m} = q\vec{E} + q(\vec{B} \wedge \vec{v})$ Force de Lorent Donc : $\boxed{\vec{F_m} = q(\vec{B} \wedge \vec{v})}$

• Formul de Bio et savart : $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I' \cdot d\vec{l} \wedge (\vec{r} - \vec{r'})}{4\pi (\vec{r} - \vec{r'})^3}$

si $r' = 0$ $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I' \cdot d\vec{l}' \wedge \vec{r}}{4\pi\, \vec{r}^3}$

et $\vec{r} = r \cdot \vec{u_r}$ Donc $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I' d\vec{l}' \wedge \cancel{r}\, \vec{u_r}}{\cancel{r}^3} = d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I' d\vec{l}' \wedge \vec{u_r}}{r^2}$

$$\boxed{\vec{B} = \int \frac{\mu_0 I' d\vec{l}' \wedge \vec{u_r}}{4\pi r^2}}$$



• Théorème d'ampère : →

$B = \dfrac{\mu_0 I'}{2\pi R}$; (C) est La circulation de champ : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$

Alors : $\oint B \cdot dl = \int_0^{2\pi} \dfrac{\mu_0 I'}{2\pi \cancel{R}} \cancel{R}\theta$ avec $dl = R\theta$; $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I'$

$\boxed{\text{Th A} : \oint H\, dl = I'}$

• Equation locale de magnitostatique : Rotationel de H :

Th A : $\oint \vec{H} \cdot dl = I$ et $I = \iint \vec{J} \cdot dS \Rightarrow \oint \vec{H} \cdot dl = \iint \vec{J} \cdot dS$ $\cancel{H}$ $\vec{H}$

stocks $\oiint \vec{Rot}\, \vec{H} \cdot dS = \iint \vec{J} \cdot dS$ Donc : $\boxed{\vec{Rot}\, \vec{H} = \vec{J}}$ La Forme local de Th A

• Divergence de $\vec{H}$: Div H = ?? -

$\vec{H} = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \int \dfrac{dl \wedge \vec{r}}{r^3} \Rightarrow \text{Div} H = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \int \underbrace{\vec{\nabla}\left(\dfrac{dl \wedge \vec{r}}{r^3}\right)}_{=0}$ Donc : $\boxed{\vec{\text{Div}}\, \vec{H} = \vec{0}}$ ELTP

Le champ magnitique a un flux conservatif

• Equation de conservation de la charges

$I + \dfrac{dQ}{dt} = 0$; $\oiint \vec{J} \cdot dS + \dfrac{dQ}{dt} = 0$, dans la distribution volumique $Q = \iiint \rho \cdot dV$

$\oint \vec{J} \cdot dS + \iiint \dfrac{\partial \rho \cdot dV}{dt} = 0 \to \iiint \text{Div}\, \vec{J} \cdot dV + \iiint \dfrac{\partial \rho}{dt} \cdot dV = 0$ Alors : $\boxed{\vec{\text{Div}}\, \vec{J} + \dfrac{\partial \rho}{dt} = 0}$

dans magnitostatique J et ρ ne Depand pas le temp alor $\boxed{\text{Div}\, J = 0}$

$\vec{J}$ et à flux conservatife

• Potontiel vecteur (Potontiel magnitique) : $\vec{B} = \int \dfrac{\mu_0 I' \times dl' \wedge \vec{r}}{4\pi\, r^3}$

$\dfrac{\vec{r}}{r^3} = -\vec{\nabla} \cdot \dfrac{1}{r}$; $B = \int \dfrac{\mu_0 I' \vec{\nabla} dl'}{4\pi\, r} \Rightarrow B = \dfrac{\mu_0 I'}{4\pi} \int -\nabla\left(\dfrac{1}{r}\right) \times dl'$

$\left(-\vec{\nabla}\left(\dfrac{1}{r}\right)\right) \wedge dl' = \vec{\nabla} \wedge \left(\dfrac{1}{r} \cdot dl'\right) + \underbrace{(\vec{\nabla} \wedge dl')}_{=0} \dfrac{1}{r}$; $B = \dfrac{\mu_0 I'}{4\pi} \int \underbrace{\vec{\nabla} \wedge \left(\dfrac{1}{r} \cdot dl'\right)}_{=\vec{A}}$

$\boxed{\vec{A} = \vec{\nabla} \wedge \left(\dfrac{1}{r} \cdot dl'\right)}$ Donc $\boxed{\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}}$, $\boxed{\vec{B} = \vec{rot}\, \vec{A}}$

$\vec{A}$: le potontiel vecteur

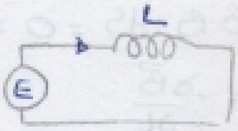
confermation de Div B = 0 ; $\text{Div}\, \vec{B} = \text{Div}\, \underbrace{\vec{rot}\, \vec{A}}_{=0} = 0$

$\boxed{\text{Div}\, \vec{B} = 0}$

• **Equation de poisson** : $\vec{B} = \vec{Rot}\,\vec{A}$; $Rot\,B = \mu_0 \underbrace{Rot\,H}_{J} = \mu_0 J$

$\vec{Rot}\,\vec{B} = \mu_0 J = \vec{Rot}.\vec{Rot}\,\vec{A}$; $\vec{Rot}\,\vec{Rot}\,A = \cancel{grad\,Div\,\vec{A}} - \vec{\Delta}\vec{A}$

$\boxed{+\vec{\Delta}\vec{A} = -\mu_0 J}$

• **Energie magnitostatique** :  $U = L\dfrac{di}{dt}$ On muliplique par $i\,dt$, $u\,i\,dt = L\,i\,di$; $u\,i\,dt = dw_m = L\,i\,di$ $w_m = \int L\,i\,di$

$w_m = \frac{1}{2}Li^2$: l'energie emmagasire d'une La Bobine

• le cas de tube $Li = n\phi$ si $n = 1$ $Li = \phi$, $w_m = \frac{1}{2}i\phi$

$\phi = \vec{B}\vec{S}$; $w_m = \frac{1}{2}i\vec{B}\vec{S}$; $i = \oint H\,dl$ Alors $w_m = \frac{1}{2}\int \vec{H}\,\vec{dl}.\vec{B}\vec{S}$

$w_m = \int \frac{1}{2}\vec{H}.\vec{B}.dV$; $w_m = \int \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}dV$, $\boxed{w_m = \frac{1}{2\mu_0}B^2}$ énergie emmagasinée dans le volume

---

Régime quasi-statique

$\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$, $f \leq 1000\,Hz$

• **loi de laurentz** : $Fem = \oint \frac{\vec{F}}{q}.\vec{dl}$; $F = Fe + Fm = q\vec{E} + q(\vec{B}\wedge\vec{v})$

$Fem = \oint\vec{E}.dl + \oint\vec{B}\wedge\vec{v}.dl$

• **circuit mobile dans champ magnétique permanent** $(V_c \neq 0, \frac{\partial B}{\partial t} = 0)$:

$Fem = \cancel{\oint\vec{E}.\vec{dl}}^{\,0} + \oint(\vec{B}\wedge\vec{v_c})dl \Rightarrow Fem = \oint(\vec{B}\wedge\vec{v_c})\vec{dl}$ avec le tempe le conducteur

Deplasé : $dr = V_c.dt \Rightarrow V_c = \frac{dr}{dt}$; $Fem = -\oint\frac{1}{dt}\wedge B.dS$ $\boxed{Fem = \frac{-\partial\phi}{dt}}$

• **circuit immobile et champ mag variable** $(V_c = 0, \frac{\partial B}{\partial t} \neq 0)$

$Fem = \oint\vec{E}.\vec{dl} = \oiint\vec{Rot}\,\vec{E}.dS$ et $\frac{\partial B}{\partial t} \neq 0$ $\boxed{Fem = -\frac{\partial\phi}{dt}} = -\frac{d}{dt}\iint\vec{B}.\vec{dS}$

$\oint(\vec{Rot}\,\vec{E} + \frac{dB}{dt}).\vec{dS} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{Rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}}$ Eq. M.F

• **Potentiel vecteur champ de Neamans** :

$\vec{Rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial(\vec{Rot}\,\vec{A})}{\partial t} = -\vec{Rot}\frac{\partial A}{\partial t}$ Donc $Rot(E + \frac{\partial A}{\partial t}) = \vec{0}$

$\vec{E} + \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} = -grad\,V \Rightarrow \boxed{\vec{E} = -grad\,V - \frac{\partial\vec{A}}{dt}}$

$f > 1000\,Hz$

Régime variable et equation de Maxwell

- Maxwell-Gauss : $\oint E \cdot dS = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{DIV}\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$ La source de $\vec{E}$ c'est la charge
- Maxwell-flux magnétique : $\oint B \cdot dS = 0 \Rightarrow \boxed{DIV B = 0}$ Pas de charge magnétique dans la nature
- Maxwell-Faraday : $\vec{Rot}\,E_i = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

champ magnétique variable crée un champ électrique

- Maxwell-Amper : $\vec{Rot}\,\vec{H} = J$; $\underbrace{DIV\,Rot\,H}_{=0} = DIV J$; $DIV J = 0$

mais en régime variable $\boxed{DIV J = -\frac{\partial \rho}{\partial t}}$

$\vec{Rot}\,\vec{H} = J$ n'est pas plus variable dans régime variabl. par reglage :

$DI\vec{V}\,(J + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}) = 0$ Donc $\boxed{\vec{Rot}\,\vec{H} = J + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$

$\vec{Rot}\,\vec{B} = \mu_0 J + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Remarque : EM-A et EM-F $\vec{E}$ et $\vec{H}$ liée entre aux c'est champ électromag

- EM valable pour les trois régime pour obtiner les EM posé $\frac{\partial}{\partial t} = 0$
- conservation de la charge : puis Maxwell-Ampér :

$\vec{Rot}\,\vec{H} = +\frac{\partial E}{\partial t}\varepsilon_0 + J$; $DIV\,Rot\,H = 0 = \vec{\nabla} J \frac{\partial E}{\partial t}\varepsilon_0$; $\vec{\nabla} J = \vec{\nabla}\frac{\partial E}{\partial t}\varepsilon_0$ et $\vec{\nabla} J = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$

$\boxed{DIV J = \frac{\partial \rho}{\partial t}}$

Propagation des ondes électromagnétique

- Equation de propagation dans le vide : $J = 0$ et $\rho = 0$

Alors les equation de Maxwell $\boxed{\vec{Rot}\,\vec{H} = \frac{\partial E}{\partial t} \cdot \varepsilon_0}$ et $\boxed{\vec{Rot}\,\vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{\partial B}{\partial t}}$

$\vec{Rot}\,\vec{Rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{Rot}\,\vec{H}}{\partial t} \cdot \mu_0 \Rightarrow \vec{Rot}\,\vec{Rot}\,\vec{E} = \underbrace{grad\,D\vec{IV}\,E}_{0} - \bar{\Delta} E = -\frac{\partial \vec{Rot}\,\vec{H}}{\partial t}\mu_0$

$-\bar{\Delta} E = -\frac{\partial \vec{Rot}\,\vec{H}}{\partial t}\mu_0 \Rightarrow -\vec{\Delta} E = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\varepsilon_0\right)\mu_0 \Rightarrow \vec{\Delta} E = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}\varepsilon_0 \mu_0$

Selon l'axe x par example $\Delta \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2}$

$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t^2}$ l'equation de propagation en generalement

$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}$ Alors $\frac{1}{v^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$

Alors la vitesse de propagation de champ électrique et $v = c$ la vitesse de la lumiére Donc l'equation de propagation de champ électrique est $\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$