



CHAPITRE IV : LES CIRCUITS MAGNETIQUES



I-GÉNÉRALITÉS :

I-1 INTRODUCTION GÉNÉRALE :

Les machines électriques sont des convertisseurs d'énergie. Ils convertissent l'énergie électrique en une autre énergie ou inversement. Les phénomènes physiques principaux intervenant dans une machine électrique sont principalement les phénomènes électriques et les phénomènes magnétiques.

Les phénomènes électriques sont généralement étudiés par des modèles de circuits électriques faisant intervenir des constantes localisées comme les résistances, les inductances ou mutuelles. Les phénomènes magnétiques sont régis par les équations de Maxwell et des lois de comportement des matériaux vis-à-vis du champ magnétique.

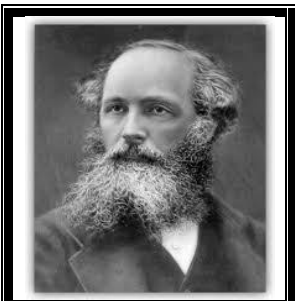
Les grandeurs tension et courant électriques interviennent parfois au sein de circuits électriques par le biais de phénomènes magnétiques : les grandeurs magnétiques sont donc fortement attachées aux comportements électriques. Dans ces conditions, pour revenir à l'étude strictement électrique, la connaissance des grandeurs magnétiques essentielles permet de comprendre leur influence et les relier aux tensions et courants dans un circuit.

Les phénomènes magnétiques sont le fruit du mouvement des charges électriques. La grandeur vectorielle **champ d'induction magnétique** émane directement de ces mouvements grâce à la loi de Biot et Savart. L'autre grandeur importante, le **champ d'excitation magnétique**, vectoriel lui aussi, traduit l'influence du milieu. Dans les matériaux courants, ces vecteurs (induction et excitation) sont colinéaires. Enfin, on distingue une dernière grandeur, scalaire cette fois-ci, définie à partir de l'induction : le **flux d'induction magnétique**.

Remarque : Dans les machines électrique, l'utilisation d'un champ magnétique a imposé la réalisation des circuits magnétiques ayant des formes adaptées.

EQUATIONS DE MAXWELL

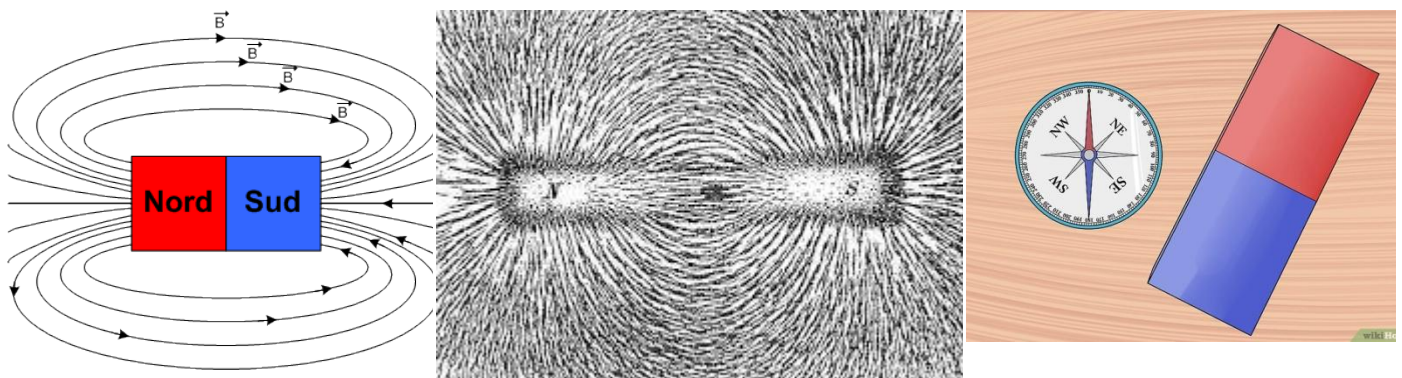
Les phénomènes électriques et magnétiques ont tout d'abord été étudiés séparément par plusieurs physiciens de renom, dont les principaux sont Franklin (1706 – 1790), Coulomb (1736 – 1806) Oested (1775 – 1851), Ampère (1775 – 1836), Gauss (1777 – 1855) et Faraday (1791 – 1867). C'est cependant à Maxwell (1831 – 1879) que l'on doit la formulation la plus complète des relations liant entre elles les grandeurs électriques et magnétiques. Les équations de Maxwell spécifient que toute variation spatiale d'un champ électrique ou magnétique en un point de l'espace entraîne ou est due à l'existence, ou la variation temporelle, d'un autre champ au même point de l'espace. Il s'agit là de leur forme locale, ou encore différentielle.



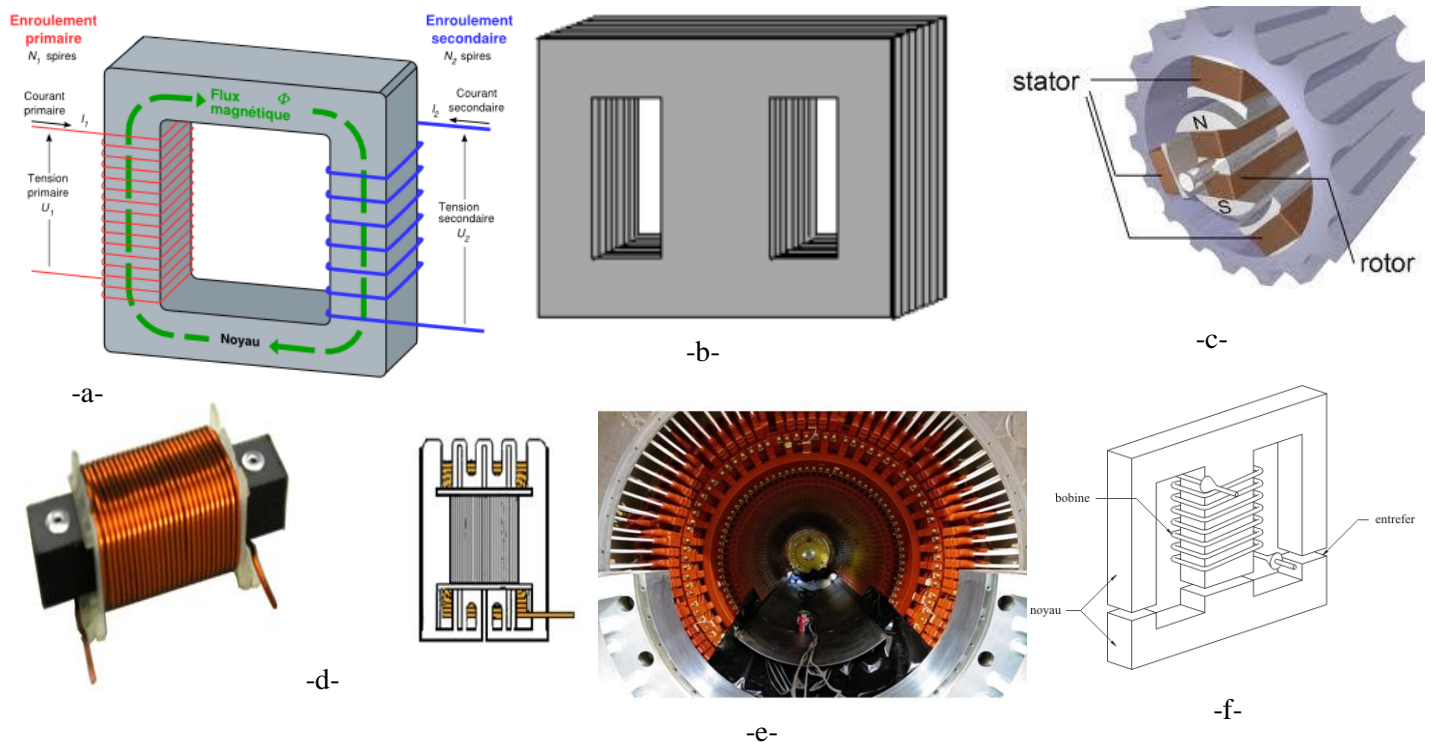
James Clerk Maxwell (1831-1879) est un physicien et mathématicien écossais. Il est principalement connu pour avoir unifié en un seul ensemble d'équations, les équations de Maxwell, l'électricité, le magnétisme et l'induction, en incluant une importante modification du théorème d'Ampère. Ce fut à l'époque le modèle le plus unifié de l'électromagnétisme. Il est également célèbre pour avoir interprété, dans un article que la lumière comme étant un phénomène électromagnétique en s'appuyant sur les travaux de Michael Faraday. Il a notamment démontré que les champs électriques et magnétiques se propagent dans l'espace sous la forme d'une onde et à la vitesse de la lumière.

I-2 DÉFINITIONS :

1. Un circuit magnétique est un circuit généralement réalisé en matériau ferromagnétique au travers duquel circule un flux de champ magnétique
2. Une bobine parcourue par un courant engendre un champ d'induction magnétique dans son environnement. Si on place dans cet environnement un objet en matériau ferromagnétique celui-ci peut modifier considérablement ce champ. On parle alors de circuit magnétique.
3. Un volume de matériau magnétique excité par une bobine ou par un aimant permanent devient circuit magnétique. Celui-ci au flux d'induction magnétique ce qu'un circuit électrique est au courant électrique.
4. L'interaction magnétique est la propriété que possèdent certains corps pour attirer des morceaux de fer, ces corps sont appelés : corps magnétique ou aimants ;
5. L'aimant possède deux points où l'interaction magnétique est la plus intense : ce sont les pôles
6. Les pôles d'un même aimant sont donc différents : l'un est le pôle nord, l'autre le pôle sud
7. Nous caractérisons l'espace autour d'un aimant par un champ magnétique (comme pour le champ de gravitation et électrique). Il y a donc des lignes de champ magnétique. Les lignes de champ magnétique quittent l'aimant pour le pôle Nord et se referment sur le pôle Sud.



I-3 QUELQUES EXEMPLES DES CIRCUITS MAGNÉTIQUES :



- Figure 1 -

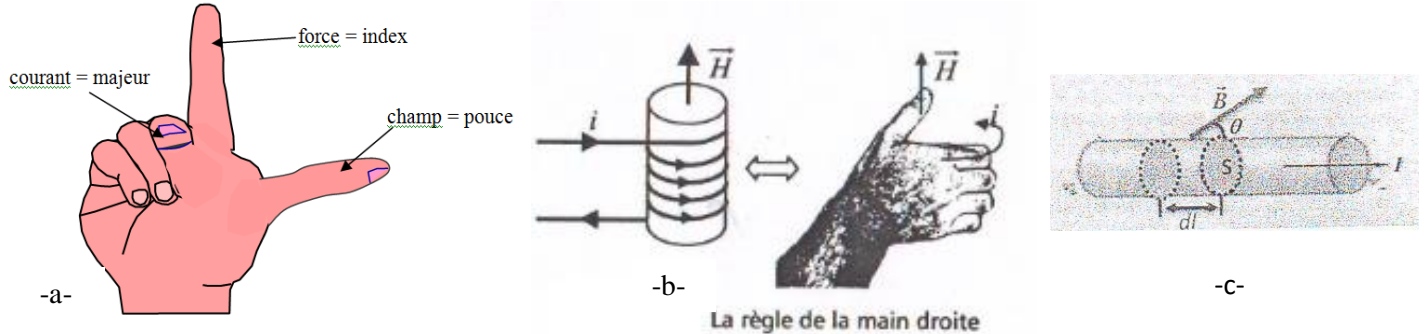
II- ELECTROMAGNÉTISME, MATÉRIAUX ET RELATIONS FONDAMENTALES :

II-1 CHAMP MAGNÉTIQUE :

On appelle champ d'excitation magnétique \vec{H} toute région de l'espace où, soit une aiguille aimantée, soit un circuit fermé parcouru par un courant électrique est soumis à une force magnétique. Il s'agit donc du 3^{ème} type de champ après le champ de gravitation et le champ électrique.

Orientation des vecteurs en fonction du sens du courant (règle de la main droite) :

Sur la figure 2-b est représenté le champ magnétique créé dans une solénoïde par la circulation du courant i .



-Figure 2-

La direction du champ créé correspond à la direction donnée par le pouce de la main droite, lorsque les autres doigts s'enroulent autour du solénoïde dans le sens du courant. Cette convention mise en évidence sur l'exemple du solénoïde est également valable pour n'importe quelle boucle d'un élément conducteur parcouru par un courant.

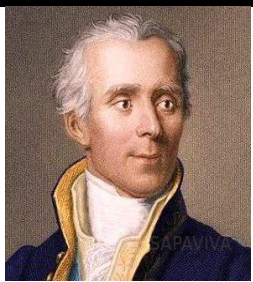
Action d'un champ magnétique sur un courant électrique :

Soit un conducteur cylindrique parcouru par un courant I et placé dans un champ magnétique B formant un angle θ avec la direction du courant électrique (figure 2-c). Sur un élément dl s'applique une force de LAPLACE :

$$d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \wedge \vec{B}$$

NB1 : le champ magnétique ou l'excitation magnétique a pour unité l'**Ampère par mètre (A/m)**.

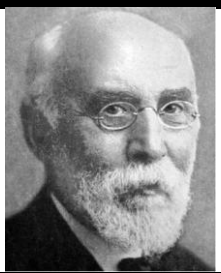
NB2 : certains corps naturels (l'oxyde de fer Fe_2O_3 par exemple) ont la propriété de créer naturellement dans leur voisinage un champ magnétique.



Pierre-Simon Laplace (1749 - 1827) , est un mathématicien, astronome, physicien et homme politique français. Laplace est l'un des principaux scientifiques de la période napoléonienne. En effet, il a apporté des contributions fondamentales dans différents champs des mathématiques, de l'astronomie et de la théorie des probabilités. Il a contribué de façon décisive à l'émergence de l'astronomie mathématique, reprenant et étendant le travail de ses prédécesseurs dans son *Traité de Mécanique céleste* (1799-1825). Cet ouvrage, a transformé l'approche géométrique de la mécanique développée par Newton en une approche fondée sur l'analyse mathématique.

Lien induction –mouvement : loi de Lorentz :

La force \vec{F} s'exerçant sur une charge électrique q se déplaçant à la vitesse \vec{v} dans un champ d'induction magnétique \vec{B} s'exprime par : $\vec{F} = q.(\vec{v} \wedge \vec{B})$



Hendrik Antoon Lorentz : (1853 - 1928) est un physicien néerlandais qui s'est illustré par ses travaux théoriques sur la nature de la lumière et la constitution de la matière. Il est co-lauréat avec Pieter Zeeman du prix Nobel de physique de 1902

II-2 PHÉNOMÈNES D'EXCITATION, D'AIMANTATION ET PREMIÈRES GRANDEURS :

De façon assez simple, on définit l'excitation comme la mise en présence d'un corps à un champ magnétique et l'aimantation comme une polarisation magnétique du corps exposé.

En exposant un corps homogène à un **champ magnétique** \vec{H} créé par la circulation d'un courant i dans un bobinage d'excitation, il se crée une **aimantation** caractérisée de façon théorique par un vecteur \vec{J} colinéaire au champ \vec{H} qui l'a créé.

La polarisation magnétique du matériau est caractérisée par le vecteur d'induction magnétique \vec{B} , résultant de l'aimantation du vide ($\vec{B}_{vide} = \mu_0 \vec{H}$) ajoutée à celle de la matière considérée. On écrit alors : $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J})$

\vec{J} étant colinéaire à \vec{H} il est possible d'écrire : $\vec{J} = \chi \vec{H}$ (ou χ est appelée susceptibilité magnétique).

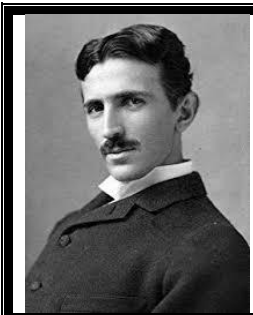
On retiendra ainsi la formulation générale du vecteur induction :

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Les grandeurs μ_0 et μ_r sont appelées respectivement : perméabilité du vide ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$) et perméabilité relative. Pour simplifier on appellera **perméabilité** μ le produit $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$. (μ a pour unité **Henry/mètre**)

\vec{B} : Induction magnétique (densité de flux magnétique), a pour unité **tesla [T]**

Remarque: On parle de matériau linéaire, ou d'utilisation linéaire dès lors qu'on peut considérer la perméabilité $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ comme constante.



Nikola Tesla (1856 -1943) est un inventeur et ingénieur américain d'origine serbe. Il est notamment connu pour son rôle prépondérant dans le développement et l'adoption du courant alternatif pour le transport et la distribution de l'électricité.

Ses travaux les plus connus portent sur l'énergie électrique. Il a mis au point les premiers alternateurs permettant la naissance des réseaux électriques de distribution en courant alternatif, dont il est l'un des pionniers. Il est connu pour avoir su mettre en pratique la découverte du caractère ondulatoire de l'électromagnétisme, en utilisant les fréquences propres des composants des circuits électriques afin de maximiser leur rendement.

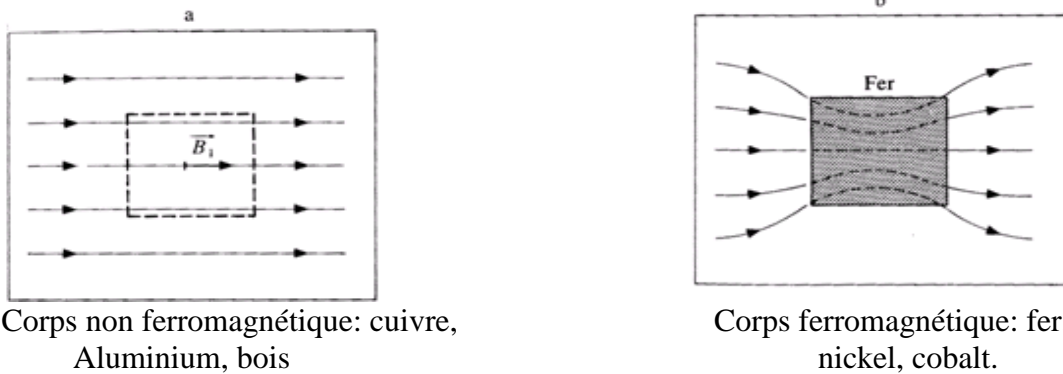
II-3 CLASSIFICATION DES MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES :

La classification des matériaux magnétisme se base sur le signe et la valeur de la susceptibilité magnétique χ

Types de matériaux	Matériaux Paramagnétiques	Matériaux Diamagnétiques	Matériaux Ferrimagnétique	Matériaux Ferromagnétique
Valeurs de χ	$\chi > 0$ de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-7}	$\chi < 0$ de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-6}	$\chi > 0$ de l'ordre de 10^3	$\chi > 0$ de l'ordre de 10^4 à 10^6
Commentaire	Ils sont rares et leurs aimantation est quasiment négligeable.	Ils sont très abondants et leurs aimantation est quasiment négligeable. Ils forment la masse des matériaux qu'on appellera non magnétique comme le bois, le plastique, etc.....	Dits Ferrites , ils sont utilisés, malgré leur faible aimantation, en raison de leur résistivité vis-à-vis des courant de Foucault. Ils sont prépondérants dans les applications hautes fréquences et l'électronique de puissance	Les matériaux Ferromagnétique (Fe, Ni, Co) sont à la base d'un grand nombre d'appareillages en électrotechnique. On y retrouve le mot « fer », matériau le plus utilisé dans la construction des machines électriques, inductances, transformateurs, etc..... Cette matière développe une aimantation importante, mais, et ce sera une de ses caractéristiques, limitée (on parlera de saturation)
Exemples	aluminium, platine, manganèse, sodium	cuivre, zinc, or, argent, silicium, plomb, alumine	Fe ₃ O ₄ , Fe ₂ O ₃ CoO	fer, cobalt, nickel et leurs alliages

II-4 LES MATÉRIAUX FERROMAGNÉTIQUES :

Les matériaux ferromagnétiques sont des alliages de fer de nickel ou de cobalt. Ils ont la propriété du champ magnétique qui est beaucoup plus fort dans le matériau que dans l'air (On dit qu'un matériau ferromagnétique **canalise les lignes de champs** (figure3))



- Figure 3 -

NB: Dans le cas d'un matériau ferromagnétique : Les fuites magnétiques sont réduites.

Métaux ferromagnétiques doux et durs :

On classe les matériaux ferromagnétiques en deux types bien distincts : matériaux doux et matériaux durs (appelés aimants permanents).

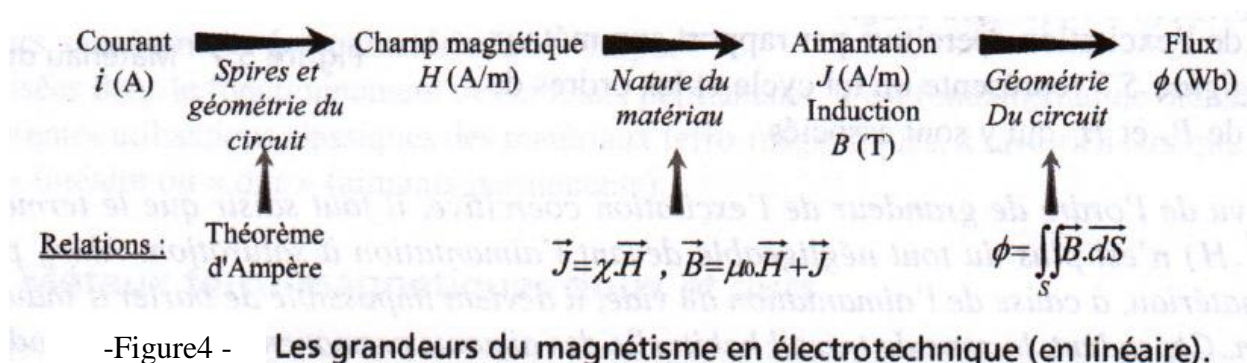
- ✚ **Matériaux doux :** Ce sont des métaux et alliages qui s'aimantent et se désaimantent facilement. Ils sont utilisés en général pour leur comportement quasi linéaire, c'est-à-dire en supposant que la courbe $B(H)$ revient à la droite $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \Rightarrow B = \mu \cdot H$.
- ✚ **Matériaux durs:** Ce sont des métaux et alliages destinés à produire une aimantation permanente. La technique de réalisation de ces matériaux rendent très difficile la désaimantation. Ils sont utilisés principalement pour la production d'induction. En conséquence ils sont insérés dans des circuits magnétiques pour lesquels ils se comportent comme le générateur d'induction, au même titre qu'on trouve des générateurs de tension dans les circuits électriques.

Applications technologiques des matériaux ferromagnétiques :

- ✚ Échange d'énergie entre deux enroulements électriques : transformateur
- ✚ Électroaimants (contacteurs, relais, vibreurs, levage)
- ✚ Mouvement : rotation dans la machine à courant continu ou dans les appareils de mesure à cadre mobile
- ✚ Champ tournant : machine asynchrone, machine synchrone, moteur pas à pas

III NOTIONS INCONTOURNABLE ET THÉORÈME D'AMPÈRE :

Dans la grande majorité des cas, l'aimantation des matériaux sera réalisée à partir d'un bobinage exciteur, c'est-à-dire par un courant électrique, la figure 4 présente ainsi, en tant que résumé, le cheminement classique depuis un courant d'excitation jusqu'à la production d'un flux

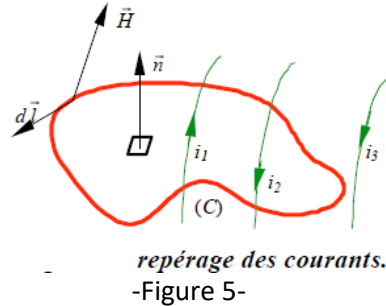


III-1 LES AMPÈRES-TOURS OU FORCE MAGNÉTOTRICE :

Créer une aimantation à partir d'un bobinage de N spires traversé par un courant I fait toujours intervenir le produit $F = N.I$ communément appelé « ampères-tours » ou plus élégamment « **force magnétomotrice** » et il est important de comprendre que la force de l'aimantation imposé par un bobinage réside dans le produit $F = N.I$.

III-2 LE THÉORÈME D'AMPÈRE ET SON APPLICATION À L'ÉLECTROTECHNIQUE :

La circulation du vecteur champ d'excitation magnétique \vec{H} le long d'un contour fermé (C) orienté par sa normale est la somme algébrique des courants traversant la surface s'appuyant sur le contour (C).



$$\oint_{(C)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_j \alpha_j i_j \quad \begin{cases} \alpha_j = +1 \text{ si le courant } i_j \text{ est dans le sens de la normale } \vec{n}. \\ \alpha_j = -1 \text{ si le courant } i_j \text{ est dans le sens contraire de la normale } \vec{n}. \\ \alpha_j = 0 \text{ si la surface n'est pas traversée par le courant } i_j. \end{cases}$$

Il est ainsi intéressant de retenir la relation simplifiée, adaptée aux géométries simples sur lesquelles toutes les hypothèses précédentes sont valables : **$H.L = N.I$**

Où:

L : longueur moyenne des lignes de champs (m)

N : nombre de spires de la bobine

I : courant dans la bobine (A)

H : excitation magnétique (A/m).

Exemples :

Tore sans entrefer

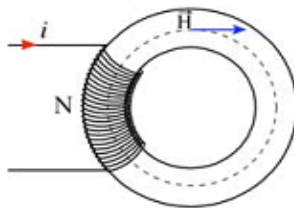


Figure 6

D'après le théorème d'Ampère

$$H.L = N.I$$

L : longueur moyenne des lignes de champ (m)

N : nombre de spires de la bobine

I : courant dans la bobine (A)

H : excitation magnétique (A/m)

Tore avec un entrefer

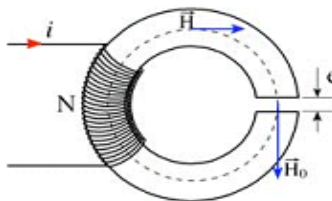


Figure 7

D'après le théorème d'Ampère

pour N et I constants ;

$$\text{dans la matière : } H.(L - e) = N.I$$

$$\text{dans l'entrefer : } H_0.e = N.I$$

L : longueur moyenne des lignes de champ (m)

e : longueur de l'entrefer (m)

N : nombre de spires de la bobine

I : courant dans la bobine (A)

H : excitation magnétique dans la matière (A/m)

H₀ : excitation magnétique dans l'entrefer (A/m)

ENERGIE MAGNÉTIQUE :

On définit ainsi la densité d'énergie magnétique stockée (J/m^3) : $W_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$

Dans le cas d'un matériau linéaire et homogène cette expression devient : $W_m = \frac{1}{2\mu_0\mu_r} B^2$

- On constate que plus la perméabilité relative est grande moins le matériau est apte à stocker de l'énergie.
- Si l'on souhaite emmagasiner de l'énergie dans un circuit magnétique il est impératif de pratiquer un entrefer : c'est là qu'elle est localisée (c'est le cas dans les machines tournantes).
- Un transformateur n'accumule pas d'énergie, son circuit magnétique n'en comporte pas.

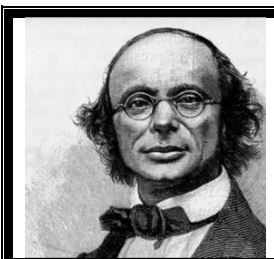
III-3 FLUX MAGNÉTIQUE :

Le flux magnétique se calcule en faisant le produit de l'induction magnétique par la surface du noyau (perpendiculaire aux lignes de forces ou au vecteur "B"). $\Phi = B \times S$

B: Induction magnétique (densité de flux), en teslas [T]

S : Surface, en mètres carrés [m^2]

Φ : Flux traversant la surface, en weber [Wb]



Wilhelm Eduard Weber (1804 - 1891) est un physicien allemand. On lui doit une théorie originale de l'interaction électromagnétique. L'unité du flux magnétique porte son nom : le weber.

Weber a publié de 1846 à 1856 d'importantes recherches sur la détermination des forces électrodynamiques. Il a proposé dans le cadre de ce travail une loi qui suggérera par la suite à Zöllner une alternative à la loi d'attraction universelle de Newton.

III-4 RÉLUCTANCE MAGNÉTIQUE (\mathcal{R}) :

Dans un circuit magnétique, l'opposition au passage des lignes de force est appelée **réluctance**. La réluctance permet de quantifier une propriété physique : l'aptitude d'un circuit magnétique à s'opposer à sa pénétration par un champ magnétique. Cette grandeur a été créée par analogie avec la notion de **résistance**. L'inverse de la réluctance est appelée perméance magnétique, mais ce terme et cette notion sont assez peu utilisés.

Calcul du \mathcal{R} :

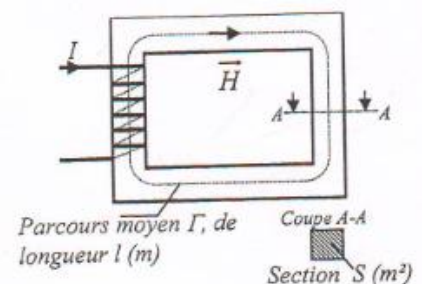
Pour un circuit **magnétique homogène**, (figure 8) c'est-à-dire constitué d'un seul matériau et de section homogène, il existe une relation permettant de calculer sa réluctance en fonction du matériau qui le constitue et de ses dimensions :

$$\mathcal{R} = \frac{L}{\mu \times S} \quad \text{en } H^{-1}$$

μ : étant la perméabilité magnétique ($\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$) en (Henry/mètre).

L: la longueur (en mètres m).

S: la section en (m^2).



-Figure 8-

Réluctance équivalente d'un entrefer:

La réluctance d'un entrefer de **faible épaisseur** est donnée par :

Avec :

$$\mathcal{R} = \frac{e}{\mu_0 \times S} \quad \text{en } H^{-1}$$

e: épaisseur de l'entrefer, μ_0 :perméabilité du vide, S:section de l'entrefer

NB : Créer un entrefer dans un circuit magnétique augmente la réluctance de ce circuit.

III-5 LOI D'HOPKINSON:

En combinant la force magnétomotrice à la réluctance, on obtient alors la relation d'Hopkinson :

$$\mathcal{F} = NI = \mathfrak{R}\Phi$$



John Hopkinson (1849 -1898) physicien anglais. Il est devenu célèbre grâce à ses travaux sur les applications de l'électricité et du magnétisme sur des sujets tels que les dynamos et les électroaimants. Il est également le découvreur de l'effet Hopkinson.

L'équivalent magnétique de la loi d'Ohm porte son nom : Formule de Hopkinson.

III-6 ANALOGIE CIRCUITS MAGNÉTIQUES / CIRCUITS ÉLECTRIQUES:

Circuits électriques	Circuits magnétiques
U : force électromotrice (V)	$F = N.I$: force magnétomotrice (A.t)
R : résistance (Ω) Avec : $R = \frac{\rho \cdot l}{S}$ ρ : étant la résistivité en (Ωm). L: la longueur d'un fil conducteur (m). S: la section du câble électrique en (m^2).	\mathfrak{R} : réluctance (H^{-1}) Avec : $\mathfrak{R} = \frac{L}{\mu \times S}$ en H^{-1} μ : étant la perméabilité magnétique ($\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$) en (Henry/mètre). L: la longueur moyenne du circuit magnétique (m). S: la section du circuit magnétique en (m^2).
$G = \frac{1}{R}$: conductance	$p = \frac{1}{\mathfrak{R}}$: perméance
I : le courant électrique (A)	ϕ : flux magnétique (Wb)
Densité de courant J	Induction magnétique B
La loi d'Ohm : $U = R.I$	La loi d'Hopkinson: $\mathcal{F} = NI = \mathfrak{R}\Phi$
Association des résistances : Série : $R_{eq} = R1 + R2 + R3 + \dots$ Parallèle : $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \dots$	Association des réluctances : Série : $\mathfrak{R}_{eq} = \mathfrak{R}1 + \mathfrak{R}2 + \mathfrak{R}3 + \dots$ Parallèle : $\frac{1}{\mathfrak{R}_{eq}} = \frac{1}{\mathfrak{R}1} + \frac{1}{\mathfrak{R}2} + \frac{1}{\mathfrak{R}3} + \dots$

Exemple :

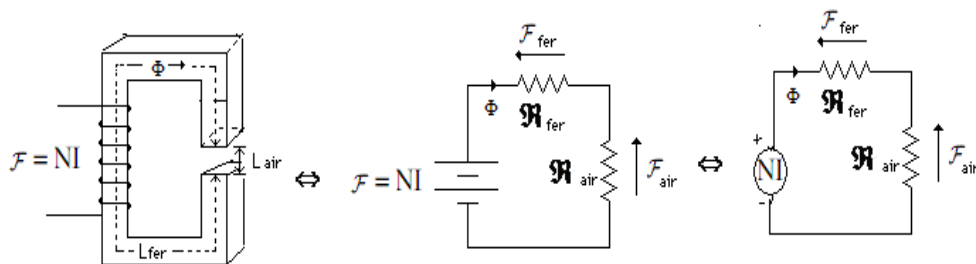
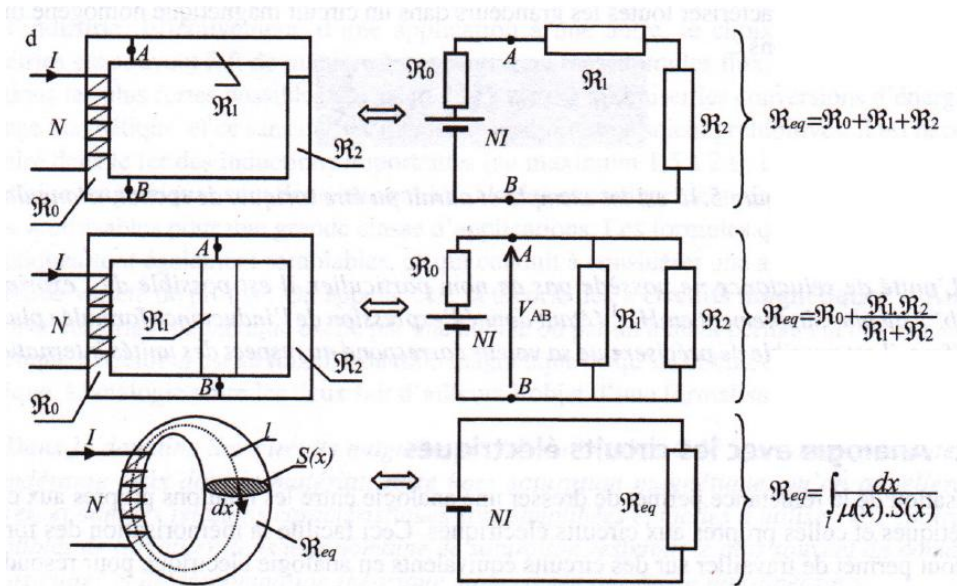


Figure 9

III-7 CIRCUITS MAGNÉTIQUES HÉTÉROGÈNES LINÉAIRES:

Un circuit est dit hétérogène dès lors qu'il est constitué de matériaux différents ou de géométries à section variables. La méthode d'étude consiste alors, comme dans un circuit électrique, à utiliser les associations connues des réductances afin de calculer les différentes grandeurs recherchées



-Figure 10- Circuits magnétiques série, parallèles et hétérogènes

IV- CIRCUITS MAGNÉTIQUES EN RÉGIME ALTERNATIF SINUSOÏDAL :

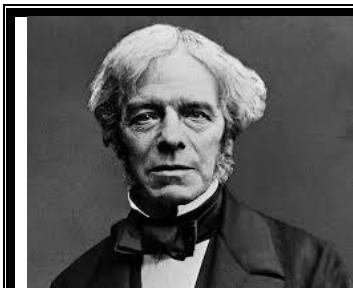
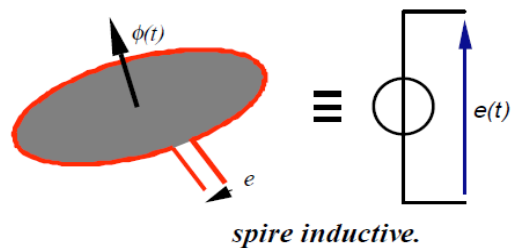
IV -1- LIEN DU FLUX MAGNÉTIQUE À LA TENSION : LOI DE FARADAY

Le phénomène liant la tension aux bornes d'une spire au flux la baignant est traduit :

- ✚ Sur le plan qualitatif (expression de l'opposition) par la loi de Lenz ;
- ✚ Sur le plan quantitatif par la loi de Faraday.

Une spire ouverte baignée par le flux $\Phi(t)$ voit apparaître à ses bornes une force électromotrice (fem) s'exprimant en **convention générateur** par :

$$e(t) = - \frac{d\Phi(t)}{dt}$$



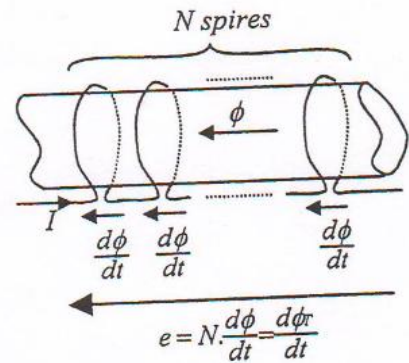
Michael Faraday (1791 - 1867) est un physicien et un chimiste britannique, connu pour ses travaux fondamentaux dans le domaine de l'électromagnétisme, l'électrochimie, le diamagnétisme, et l'électrolyse. Il donne son nom à de multiples lois et phénomènes dans ces domaines, notamment la loi de Faraday (ou Lenz-Faraday) en induction électromagnétique, les lois de Faraday en électrochimie, l'effet Faraday, ou encore à des dispositifs expérimentaux comme la cage de Faraday et la cavité de Faraday. Le farad, unité de capacité électrique, est également nommée en son honneur.

IV-2 NOTIONS DE FLUX TOTAL INTERCEPTÉ ET INDUCTANCE :

Dés lors qu'un bobinage de N spires aimante un matériau, ses N spires sont traversées par le flux ϕ créé au sein du matériau. On dit que le bobinage **intercepte** le flux dit total : $\phi_T = N \cdot \phi$

Cette notion du flux total est liée en réalité à la mise en série de N spires de la bobine, chaque spire étant le siège de la force électromotrice $\frac{d\phi}{dt}$

La figure 11 représente un étalement des spires du bobinage
Ainsi que la force électromotrice totalisée aux bornes du bobinage.



-Figure 11- Flux total intercepté

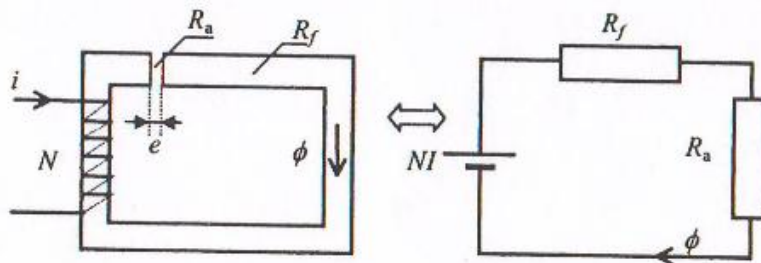
En régime linéaire, ce flux est proportionnel au courant dans la bobine. Le facteur de proportionnalité entre ces deux grandeurs s'appelle **l'inductance** ou encore **coefficient d'auto-induction**.

Cette grandeur est le lien direct entre les grandeurs magnétiques d'un matériau aimanté et les grandeurs électriques du bobinage qui crée le flux.

On écrit alors le flux total $\phi_T = N \cdot \phi = N \cdot \frac{N \cdot I}{\mathcal{R}} = L \cdot I$. La grandeur L est l'inductance du circuit magnétique

bobiné, son unité est le Henry (H), elle s'écrit $L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$

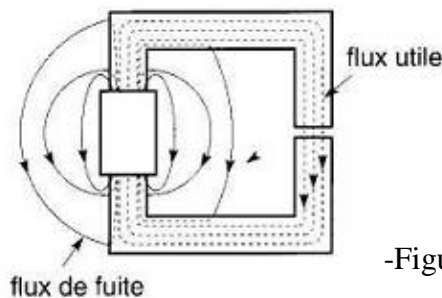
NB : L'inductance que représente un circuit magnétique avec entrefer (figure 12) est inférieure à l'inductance du même circuit sans entrefer. $L_{\text{avec entrefer}} = \frac{N^2}{(\mathcal{R}_e + \mathcal{R}_f)} < L_{\text{sans entrefer}} = \frac{N^2}{\mathcal{R}_f}$



-Figure 12-

✚ Flux de fuite:

Dans les circuits magnétiques industriels, les lignes de champ ne restent pas toutes canalisées à l'intérieur du circuit désigné. Par exemple, dans la Figure 13, une partie des lignes passe en dehors du noyau de fer et de l'entrefer.



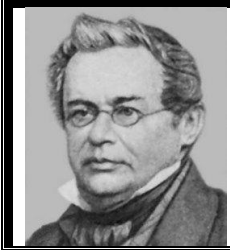
-Figure 13-

IV-3 RELATION IMPORTANTES EN RÉGIMES ALTERNATIFS :

Lois de Lenz :

La loi de Lenz stipule que chaque enroulement du bobinage (figure 11) est le siège d'une force électromotrice due à la nature variable des grandeurs $e(t) = \frac{d\phi_T(t)}{dt}$. La force électromotrice totalisée aux

bornes du bobinage correspond à la tension notée $v(t)$ avec :
$$v(t) = N \cdot \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{d\phi_T(t)}{dt}$$



Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804- 1865) est un physicien allemand. Il est professeur puis recteur à l'université impériale de Saint-Petersbourg, où il refait les expériences de Faraday. Son nom est resté attaché à la loi sur l'interaction courant électrique - champ magnétique. Il observe en 1833 l'augmentation de la résistance des métaux avec la température et étudie l'effet Peltier.

Formule générale « courant : tension » d'une inductance :

D'après la loi de Lenz $v(t) = \frac{d\phi_T(t)}{dt}$ et l'expression du flux total intercepté par le bobinage $\phi_T = L.i(t)$, il est possible de construire la formule générale reliant uniquement les grandeurs électriques de la bobine :

$$v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Formule de BOUCHEROT :

On suppose que l'expression de la tension sinusoïdale $v(t) = V\sqrt{2} \cos(\omega t)$ et d'après la loi de Lenz $v(t) = N \cdot \frac{d\phi(t)}{dt}$. Ainsi en intégrant cette égalité, l'expression du flux dans le circuit magnétique s'écrit

$\phi(t) = \frac{V\sqrt{2}}{N \cdot \omega} \sin(\omega t)$ et comme $\phi(t) = B(t) \cdot S$ alors $B(t) = \frac{V\sqrt{2}}{S \cdot N \cdot \omega} \sin(\omega t)$, on relève la valeur maximal

$$B_{\max} = \frac{V\sqrt{2}}{S \cdot N \cdot 2\pi \cdot f} \Rightarrow V = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N \cdot B_{\max} \cdot S \cdot f \Rightarrow \text{la formule de BOUCHEROT } V = 4,44 \cdot N \cdot B_{\max} \cdot S \cdot f$$

Cette formule est très utilisée pour le dimensionnement des grandeurs globales du circuit magnétique, ainsi pour comprendre l'effet de la fréquence sur les dimensions des appareillages basés sur le magnétisme.

Par ailleurs, c'est toujours en régime variable, et en particulier en régime alternatif sinusoïdal, qu'on s'intéresse au couplage entre plusieurs bobinages qui partagent des flux. Sans explication détaillée, la figure 14 fait apparaître de façon synthétique les relations générales qui lient les tensions aux courants dans le cas d'un bobinage seul (inductance propre) et dans le cas de deux bobinages couplés (inductance mutuelle).

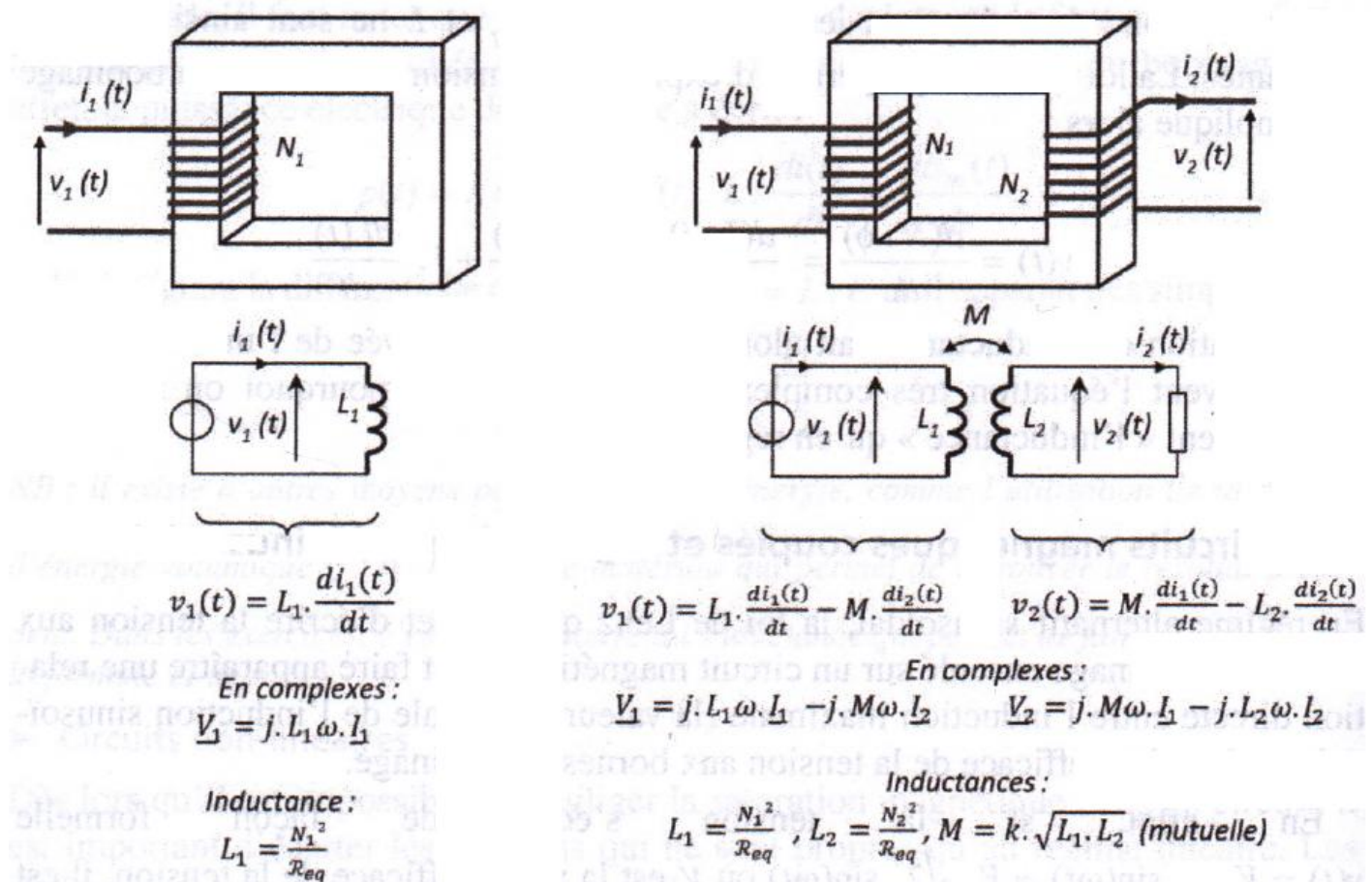


Figure 14 : relations fondamentales sur les couplages en alternatif sinusoïdal

Lorsqu'un couplage existe entre deux bobinages, l'intégralité du flux produit par un des deux bobinages ne traverse jamais tout à fait le second. Parfois le flux partagé est minoritaire par rapport aux flux propre. Pour quantifier clairement ces considérations, une grandeur est communément utilisée : **le facteur de couplage k**. Il représente la proportion du flux générée par un inducteur qui traverse une bobine « induit ». De façon simple, ce coefficient s'applique directement à la mutuelle inductance qui s'écrit alors :

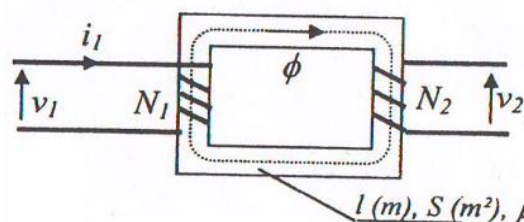
$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad \text{avec } k \in [0, 1]$$

IV-4 NOTIONS D'INDUCTANCE : MUTUELLE, FUTE ET MAGNÉTISANTE :

✚ Inductance mutuelle :

Dés lors qu'un circuit magnétique est entouré de plusieurs bobinages, chacun des courants a une influence sur les flux mutuels présents dans le circuit. Ainsi une variation de courant dans un des bobinages induit une variation de tension aux bornes des autres. On parle alors d'inductance mutuelle dans le sens où chaque courant induit un flux dans un autre enroulement que le sien.

La figure 15 représente le cas simple d'un matériau magnétique linéaire homogène sur lequel sont enroulés deux bobinages.



-Figure 15-

Pour calculer l'inductance mutuelle entre le bobinage 1 et 2, il suffit d'exprimer la valeur du flux créé par le courant i_1 traversant le bobinage 2 : $\phi_{1/2} = \frac{N_1 i_1}{\mathfrak{R}}$. Ensuite écrire l'expression du flux total intercepté par les N_2 spires du bobinage 2. Par analogie avec le coefficient d'auto-inductance, on identifie ce flux total à une grandeur proportionnelle au courant i_1 : $N_2 \cdot \phi_{1/2} = M \cdot i_1$

Le terme **M** représente l'**inductance mutuelle** (en Henry) qui relie ces deux bobinages. Dans ce cas simple on en déduit $M = \frac{N_1 \cdot N_2}{\mathfrak{R}}$ (mais cette formule n'est valable que pour un circuit à une seule maille).

✚ Inductance de fuite et inductance magnétisante :

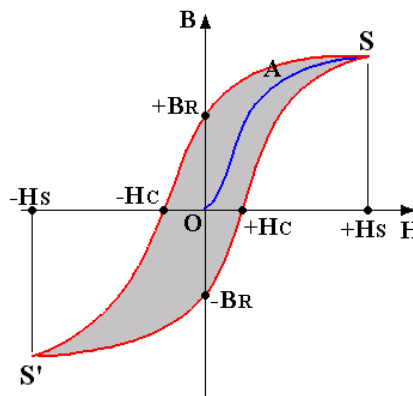
En faisant l'hypothèse comme quoi le flux de fuite ϕ_f reste intercepté par les N spires du bobinage (figure 13) et que son trajet correspond à une réluctance donnée \mathfrak{R}_f la tension aux bornes du bobinage s'écrit

$$v(t) = N \cdot \frac{d\phi}{dt} = N \cdot \frac{d\phi_m + d\phi_f}{dt} = N \frac{d}{dt} \left(\frac{N \cdot i}{\mathfrak{R}} + \frac{N \cdot i}{\mathfrak{R}_f} \right) = \frac{N^2}{\mathfrak{R}} \frac{di}{dt} + \frac{N^2}{\mathfrak{R}_f} \frac{di}{dt} \Rightarrow v(t) = L_m \cdot \frac{di}{dt} + L_f \cdot \frac{di}{dt}$$

Cette écriture revient au fait de considérer les fuites magnétiques comme équivalentes à la présence de l'inductance **L_f (inductance de fuite)** placée en série avec l'inductance du circuit sans fuite **L_m (inductance magnétisante)** qui représente la proportionnalité entre le flux créé dans le circuit magnétique et le courant magnétisant i .

IV-5 CYCLE D'HYSTÉRÉSIS :

Lorsqu'un matériau ferromagnétique est excité par un champ magnétique alternatif (par utilisation d'un courant d'excitation alternatif), la courbe d'aimantation $B(H)$ décrit le cycle d'hystérésis représenté sur la figure 16



-Figure 16-

Lorsque i passe de 0 à $+i_{\max}$ (c'est-à-dire H passe de 0 à $+H_{\max}$), c'est la courbe de première aimantation, B passe de 0 à $+B_{\max}$. Quand i revient de $+i_{\max}$ à 0 (c'est-à-dire H revient de $+H_{\max}$ à 0) le retour ne se fait pas par le même chemin que l'aller. Si bien que pour $H=0$, l'induction B_r rémanente n'est pas nulle : le morceau de fer est devenu un aimant permanent. B_r étant proportionnelle à B_{\max} (et à H_{\max} ou i_{\max} s'il n'y a pas saturation), Pour annuler B_r , il faut imposer un champ négatif H_c (champ coercitif). Finalement lorsque i oscille entre $+i_{\max}$ et $-i_{\max}$, $B(H)$ décrit un **cycle d'hystérésis** : chemins différents à l'aller et au retour.

NB : Un matériau magnétique présente un retard à l'aimantation et un retard la désaimantation d'où le phénomène hystérésis (hystérésis = retard en grec).

IV-6 PERTES LIÉES AUX MATÉRIAUX RÉELS :

Lorsqu'un matériau est aimanté et désaimanté de façon périodique, et c'est ce qui passe dans un fonctionnement en alternatif, il devient le siège des pertes particulières.

✚ Pertes par hystérésis :

La présence de l'hystérésis engendre une dissipation de puissance active dont la valeur est proportionnelle à la surface de l'hystérésis. Ce sont des pertes magnétiques = **Pertes par hystérésis** = P_H

Dans le cas où le phénomène est périodique les pertes sont calculées par la formule de Steinmetz :

$$P_H = K_H \cdot V \cdot f \cdot (B_{\max})^n$$

Avec le coefficient K déterminé expérimentalement ; V = volume de fer en m^3 ;

$n = 2$ pour des tôles (figure 1-b) et $= 1.6$ (figure 1-a) pour un matériau massif

✚ Pertes par courants de Foucault :

Le matériau magnétique étant conducteur électrique, le bobinage induit des courants très faibles au sein du matériau qu'on appelle "courants de Foucault" qui provoque l'échauffement du circuit magnétique. Ces pertes sont calculées par la formule: $P_{CF} = K_{CF} \cdot V \cdot f^2 \cdot (B_{\max})^2$

Avec le coefficient K_{CF} déterminé expérimentalement ; V = volume de fer en m^3

✚ Pertes fer = pertes dans le circuit magnétique

Le matériau réel du circuit magnétique, lors de son utilisation, est la source de pertes dans la masse métallique qu'on appelle "pertes fer". On montre alors que : Pertes Fer = Pertes par hystérésis + Pertes par courants de Foucault :

$$P_f = P_H + P_{CF}$$

Remarque : On montre que les pertes fer sont proportionnelles au carré de la tension appliquée à l'inductance magnétisante. On peut donc représenter ces pertes par résistance, noté R_f placée en parallèle sur cette tension (figure 17).

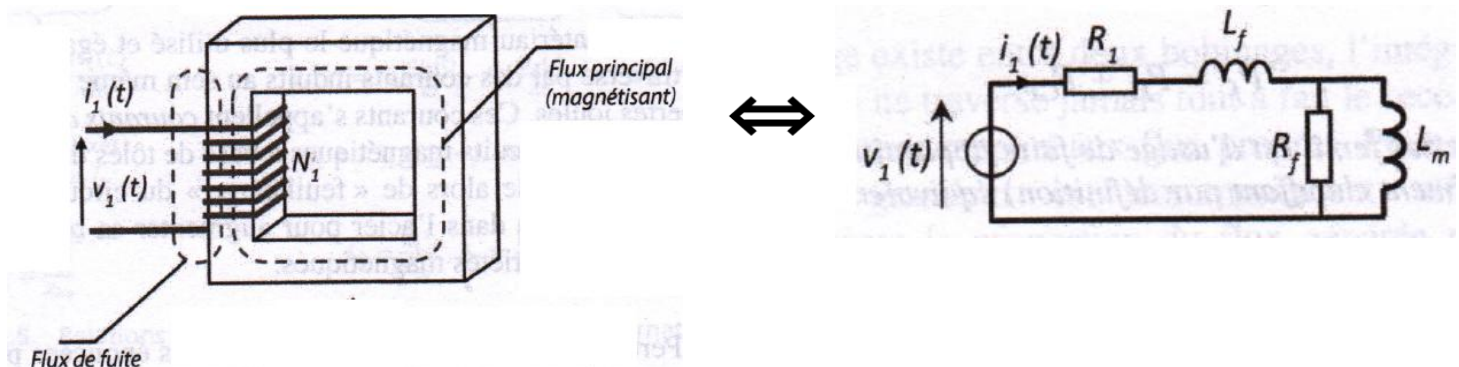


Figure 17 : schéma équivalent d'un circuit magnétique en régime sinusoïdal.

✚ Pertes Joule:

Aux pertes fer s'ajoutent pour une machine électrique des pertes par effet Joule dues aux courants électriques dans les enroulements i. Elles sont facilement calculables si on connaît la résistance des enroulements R (généralement en cuivre). On peut aussi les mesurer lors de l'essai de la machine en court-circuit. Ces pertes sont calculées par la formule: $P_J = R \cdot i^2$