

Solution du TD N°03

Exercice 01 :

```
>> C = (A>B) | ~(A==B) , D = A == B
```

C =

1

D =

0

A	B	(A>B)	(A==B)	~(A==B)	C
10	12	0	0	1	1

A==B	D
0	0

```
>> ~((A-B > A) & (A+B == 22)) , ans & B, ans | 0 ; ans & 0
```

ans =

1

ans =

1

ans =

0

(A-B > A)	(A+B == 22)	((A-B > A) & (A+B == 22))	~((A-B > A) & (A+B == 22))
0	1	0	1

ans	B	ans & B	ans	ans 0	ans	ans & 0
1	12	1	1	1	1	0

```
>> [4,2,-2:2:3] ~= 2*[2,1,-1,0,1]
```

ans =

0

0

0

0

0

[4, 2, -2 : 2 : 3] = [4,2,-2,0,2]
2*[2, 1, -1,0,1] = [4,2,-2,0,2]

```
>> [-1 2 ; 4 6 ; 3 -7] >= [2 2 ; -1 8 ; 4 -2]
```

ans =

0

1

1

0

0

0

```
>> isequal(2*ones(3),2+zeros(3))
```

ans =

1

2*ones(3)	2+zeros(3)	=
$2 \times \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$	$2 + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

```
>> isempty([4:1;-3:-1:-1;[]])
```

ans =

1

Exercice 02 :

1) Exécution du programme :

Pour $a = 16$	Pour $a = 5$	Pour $a = 169$
$a = 16$	$a = 5$	$a = 169$
$x = 8$	$x = 2.5000$	$x = 84.5000$
précision = 6	précision = 6	précision = 6
$i=1$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(8+16/8)/2$ $x=5$	$i=1$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(2.5000+5/2.5000)/2$ $x=2.2500$	$i=1$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(84.5000+169/84.5000)/2$ $x=43.2500$
$i=2$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(5+16/5)/2$ $x=4.1000$	$i=2$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(2.2500+5/2.2500)/2$ $x=2.2361$	$i=2$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(43.2500+169/43.2500)/2$ $x=23.5788$
$i=3$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(4.1000+16/4.1000)/2$ $x=4.0012$	$i=3$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(2.2361+5/2.2361)/2$ $x=2.2361$	$i=3$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(23.5788+169/23.5788)/2$ $x=15.3731$
$i=4$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(4.0012+16/4.0012)/2$ $x=4.0000$	$i=4$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(2.2361+5/2.2361)/2$ $x=2.2361$	$i=4$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(15.3731+169/15.3731)/2$ $x=13.1832$
$i=5$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(4.0000+16/4.0000)/2$ $x=4.0000$	$i=5$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(2.2361+5/2.2361)/2$ $x=2.2361$	$i=5$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(13.1832+169/13.1832)/2$ $x=13.0013$
$i=6$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(4.0000+16/4.0000)/2$ $x=4.0000$	$i=6$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(2.2361+5/2.2361)/2$ $x=2.2361$	$i=6$ $x=(x+a/x)/2$ $x=(13.0013+169/13.0013)/2$ $x=13.0000$
disp(4.0000)	disp(2.2361)	disp(13.0000)

 2) Remplacer l'instruction **if** par l'instruction **while** :

```

a = input('Entrez un nombre positif: ');
x = a/2;
precision=6;
i=1 ;
while i <= precision
    x = (x + a / x) / 2;
    i=i+1 ;
end
disp(x)
    
```

On doit créer la variable i et veiller à l'incrémenter dans chaque itération, car et contrairement à l'instruction **if** l'instruction **while** n'incrmente pas automatiquement i .

On met la condition $i \leq \text{precision}$ pour indiquer le critère d'arrêt de la boucle.

3) Modifier le programme pour qu'il soit applicable aux vecteurs :

```
a = input('Entrez un vecteur de nombres positifs: ');
x = a / 2;
precision = 6;
for i = 1:precision
    x = (x + a ./ x) / 2;
end
disp(x)
```

La seule chose à modifier est l'ajout des opérations élément par élément à la place des opérations usuelles.
Au lieu de mettre **val1 / val2**, on met **val1 ./ val2**

4) La variable **precision** comme son nom l'indique détermine la précision du calcul. Si on choisit une valeur trop petite alors le programme risque de donner une valeur de la racine proche de la racine réelle mais pas assez.

On peut remarquer cela dans l'exemple où **a=169**, car si on arrête après 3 itérations (**precision=3**) alors on aura **x = 15.3731**, qui n'est pas exactement la vraie valeur. (Nous devons donc donner assez d'itérations pour le programme pour qu'il approche suffisamment la racine).

Donc, plus la valeur de **precision** sera grande, plus le résultat sera proche de la racine carrée réelle.

Exercice 03 :

1) En utilisant ce programme, trouver le nom du jour d'une des dates suivantes :

 01/11/1954 05/07/1962
 11/09/2001 01/03/2012

Le programme Matlab	01/11/1954	05/07/1962	11/09/2001	01/03/2012
jour = input('Entrez le jour : ');	jour = 01	jour = 05	jour = 11	jour = 01
mois = input('Entrez le mois : ');	mois = 11	mois = 07	mois = 09	mois = 03
annee = input('Entrez l'année : ');	annee = 1954	annee = 1962	annee = 2001	annee = 2012
if mod(annee,4) == 0 DureeMois=[0,3,4,0,2,5,0,3,6,1,4,6]; else DureeMois=[0,3,3,6,1,4,6,2,5,0,3,5]; end	1954 = 488*4+2 mod(1954,4) = 2 ≠ 0 Alors : DureeMois = 0,3,3,6,1,4,6,2,5,0,3,5	1962 = 490*4+2 mod(1962,4) = 2 ≠ 0 Alors : DureeMois = 0,3,3,6,1,4,6,2,5,0,3,5	2001 = 500*4+1 mod(2001,4) = 1 ≠ 0 Alors : DureeMois = 0,3,3,6,1,4,6,2,5,0,3,5	2012 = 503*4 mod(2012,4) = 0 Alors : DureeMois = 0,3,4,0,2,5,0,3,6,1,4,6
nbrJour = annee - 1900;	nbrJour= 1954-1900 = 54	nbrJour= 1962-1900 = 62	nbrJour= 2001-1900= 101	nbrJour= 2012-1900= 112
nbrJour = nbrJour + floor((nbrJour-1)/4);	54 + floor((54-1)/4) = 54 + floor(53/4) = 54 + 13 = 67	62 + floor((62-1)/4) = 62 + floor(61/4) = 62 + 15 = 77	101 + floor((101-1)/4) = 101 + floor(100/4) = 101 + 25 = 126	112 + floor((112-1)/4) = 112 + floor(111/4) = 112 + 27 = 139
nbrJour = nbrJour + DureeMois(mois) + jour;	67 + DureeMois(11) + 1 = 67 + 3 + 1 = 71	77 + DureeMois(7) + 5 = 77 + 6 + 5 = 88	126 + DureeMois(9) + 11= 126 + 5 + 11 = 142	139 + DureeMois(3) + 1 = 139 + 4 + 1 = 144
nbrJour = mod(nbrJour,7);	71 = 7*10+1 donc : nbrJour = mod(71,7) nbrJour = 1	88 = 7*12+4 donc : nbrJour = mod(88,7) nbrJour = 4	142 = 7*20+2 donc : nbrJour = mod(142,7) nbrJour = 2	144 = 7*20+4 donc : nbrJour = mod(144,7) nbrJour = 4
switch(nbrJour) case 0 , disp('Dimanche') case 1 , disp('Lundi') case 2 , disp('Mardi') case 3 , disp('Mercredi') case 4 , disp('Jeudi') case 5 , disp('Vendredi') case 6 , disp('Samedi') end	Lundi	Jeudi	Mardi	Jeudi

- 2) Trouver le jour de votre anniversaire. (Dépend du choix de l'étudiant)
- 3) Remplacer l'instruction **switch** par l'instruction **if** en gardant la fonctionnalité.

```
if (nbrJour == 0)
    disp('Dimanche')
elseif (nbrJour == 1)
    disp('Lundi')
elseif (nbrJour == 2)
    disp('Mardi')
elseif (nbrJour == 3)
    disp('Mercredi')
elseif (nbrJour == 4)
    disp('Jeudi')
elseif (nbrJour == 5)
    disp('Vendredi')
else
    disp('Samedi')
end
```

```
switch(nbrJour)
    case 0 , disp('Dimanche')
    case 1 , disp('Lundi')
    case 2 , disp('Mardi')
    case 3 , disp('Mercredi')
    case 4 , disp('Jeudi')
    case 5 , disp('Vendredi')
    case 6 , disp('Samedi')
end
```

- 4) Ecriture d'un programme qui vérifie l'exactitude d'une date (jour/mois/année) :

```
jour = input('Entrez le jour : ');
mois = input('Entrez le mois : ');
annee = input('Entrez l'année : ');

limitMois = [31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31];

if mod(annee,4)==0
    limitMois(2)=29;
end

anneeValid = annee > 0;
moisValid = (mois > 0) & (mois <= 12);
jourValid = (jour > 0) & (jour <= limitMois(mois));

if (jourValid & moisValid & anneeValid)
    disp('Date Valide')
else
    disp('Date Erronée')
end
```

Les limites des mois de l'année

Vérifier si une date est bissextile. Si oui alors le mois 2 (février) aura 29 jours.

Exercice 04 :

 Pour un nombre entier positif N ($N > 0$) :

$$U_0 = N$$

$$U_{n+1} = \begin{cases} U_n/2 & \text{si } U_n \text{ est pair} \\ 3U_n + 1 & \text{si } U_n \text{ est impair} \end{cases}$$

- 1) Trouver la suite de Collatz pour les nombres : 5 et 3.

 Pour $N = 5$

$U_0=N=5$	$U_1=3*5+1$	$U_2=16/2$	$U_3=8/2$	$U_4=4/2$	$U_5=2/2$	U_∞
5	16	8	4	2	1	...	4	2	1

Convergence de la suite vers la séquence 4,2,1, donc on s'arrête ici après 5 itérations

 Pour $N=3$

$U_0=N=3$	$U_1=3*3+1$	$U_2=10/2$	$U_3=3*5+1$	$U_4=16/2$	$U_5=8/2$	$U_6=4/2$	$U_7=2/2$
3	10	5	16	8	4	2	1

- 2) Ecrire un programme qui génère la suite de Collatz pour un nombre donnée
- N
- :

```
% Conjecture de Collatz
n = input('Entrer un nombre entier positif : ');

while n ~= 1
    if ceil(n/2) == n/2 % tester si n est pair
        n = n/2;
    else
        n = 3*n+1;
    end
    disp(n)
end
```

- 4) Transformation du programme en une fonction :

 Cette fonction reçoit un nombre N en entrée et renvoie un vecteur V contenant la suite de Collatz comme sortie.

```
% Fonction qui calcule la conjecture de Collatz
function V = collatz(N)
V = [N]; % vecteur initial
while N ~= 1
    if ceil(N/2) == N/2 % tester si n est pair
        N = N/2;
    else
        N = 3*N+1;
    end
    V = [V , N]; % ajouter un élément à V
end
```

Exercice 05 :

- 1) Le programme qui calcule le factoriel de n:

```
n = input('Entrez un nombre entier positif : ');
fact = 1 ;
for i = 1:n
    fact = fact*i ;
end
fact % écrire la valeur de fact
```

- 2) Le programme qui calcule la somme $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$:

```
n = input('Entrez un nombre entier positif : ');
H = 0 ;
for k = 1:n
    H = H+1/k ;
end
disp(H)
```

On aura pu écrire
H = sum(1./[1:n]) ;

- 3) Le programme qui calcule la somme $\sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{k^2}$:

```
n = input('Entrez un nombre entier positif : ');
H = 0 ;
for k = 1:n
    H = H+(-1)^k/k^2 ;
end
disp(H)
```

- 4) Le programme qui indique si un nombre est premier ou pas :

```
function P = estPremier(a)
P = 1;
i=2;
while i<=sqrt(a) & P
    if mod(a,i) == 0
        P = 0;
    end
    i=i+1;
end
```

L'expression

(while i<=sqrt(a) & P)

Peut être remplacée par :

(while i < a & P)

Elle devient plus lisible mais moins performante

Le programme consiste à diviser le nombre n par tous les nombres inférieurs à lui (ou à sa racine carrée pour être plus efficace), s'il trouve un seul diviseur (le reste de la division = 0) alors ce nombre n'est pas premier et on arrête la boucle.

Sinon s'il n'existe aucun diviseur de n alors il sera considéré comme premier.

Exercice 06 :

1) Tracer la courbe de la fonction $f(x)$:

```
>> x = 0:pi/12:2*pi;
>> f = sin(x-2)+4;
>> plot(x,f)
```

2) Tracer la courbe de la fonction $g(x)$:

```
>> x = -5:0.2:5;
>> g = -2*x.^3+x.^2-3;
>> plot(x,g)
```

3) Pour dessiner les deux courbes en même temps il est possible de faire :

- Utiliser la commande **hold on** comme suit :

```
>> x1 = 0:pi/12:2*pi;
>> f = sin(x1-2)+4;
>> plot(x1,f)
>> hold on
>> x2 = -5:0.2:5;
>> g = -2*x2.^3+x2.^2-3;
>> plot(x2,g)
>> hold off
```

- Utiliser quatre arguments avec la fonction **plot** comme ceci :

```
>> x1 = 0:pi/12:2*pi;
>> f = sin(x1-2)+4;
>> x2 = -5:0.2:5;
>> g = -2*x2.^3+x2.^2-3;
>> plot(x1,f,x2,g)
```

4) Pour donner les titres, il suffit d'écrire :

```
>> title('Le titre de la figure')
>> xlabel('Le titre de l''axe des abscisses')
>> ylabel('Le titre de l''axe des ordonnées')
```

5) Pour dessiner la courbe de $f(x)$ en pointillé vert avec des points en forme de losanges on écrit :

```
>> x = 0:pi/12:2*pi;
>> f = sin(x-2)+4;
>> plot(x, f, 'vg')
```

6) Pour dessiner la courbe de $g(x)$ en tirets bleus avec des points en forme de carrés on écrit :

```
>> x = -5:0.2:5;
>> g = -2*x.^3+x.^2-3;
>> plot(x, g, 'b--s')
```


Exercice 07 :

- 1) Création de la fonction définie par : $y = \begin{cases} -x^2 - 4x - 2, & \text{si } x < -1 \\ |x|, & \text{si } |x| \leq 1 \\ 2 - e^{\sqrt{x-1}}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

```
function y = f(x)
    if (x < -1)
        y = -x^2-4*x-2;
    elseif (x > 1)
        y = 2-exp(sqrt(x-1));
    else
        y = abs(x);
    end
end
```

- 1) dessiner sa courbe dans l'intervalle :]-4, 4[

```
>> x = -4:0.2:4;
```

Création des abscisses

```
>> N = length(x);
```

```
>> for i=1:N
```

```
    y(i)=f(x(i));
```

Création des ordonnées

```
end
```

```
>> plot(x,y)
```

Dessiner la fonction

Exercice 07 :

La fonction qui calcule le déterminant par la méthode récursive de Cramer est:

```
function d = determinant(A)
n = size(A,1);          % Le nombre de ligne/colonnes
if n == 1
    d = A(1,1);
else
    i = 1;
    d = 0;
    for j=1:n
        c=(-1)^(i+j);
        sousMat=A;
        sousMat(i,:)=[];
        sousMat(:,j)=[];
        sousDet=determinant(sousMat);
        d=d+A(i,j)*c*sousDet;
    end
end
end
```

Si n=1 alors le déterminant est $a_{1,1}$

Calculer $(-1)^{i+j}$

sousMat est la matrice A sans la ligne i et sans la colonne j

Calculer le déterminant du sous matrice sousMat

Calculer la somme des déterminants des sous matrices selon la formule