Université Mohamed Boudiaf - M'sila
Faculté des Sciences et Technologies
Département de Genie Civil
Année Universitaire 2021-2022

Matière : Probabilités-Statistiques

Correction de TD N° 4

Exercice n°1 :

On a : $P(A) = 0.4$; $P(B) = 0.5$;; $P(A \cup B) = 0.6$
D'après le théorème 1,

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.4 = 0.6$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.5 = 0.5$$

D'après le théorème 4,

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(B \cap A) \\ &\Longrightarrow P(B \cap A) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.4 + 0.5 - 0.6 \\ &\Longrightarrow P(B \cap A) = 0.3 \end{aligned}$$

D'après le théorème 2,

$$P\left(\bar{A} \cap B\right) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0.5 - 0.3 = 0.2$$

$$P\left(A \cap \bar{B}\right) = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.3 = 0.1$$

D'après le théorème 4,

$$P\left(\bar{A} \cup B\right) = P\left(\bar{A}\right) + P(B) - P\left(B \cap \bar{A}\right) = 0.6 + 0.5 - 0.2 = 0.9$$

$$P\left(A \cup \bar{B}\right) = P(A) + P\left(\bar{B}\right) - P\left(\bar{B} \cap A\right) = 0.4 + 0.5 - 0.1 = 0.8$$

D'après le théorème 1,

$$P\left(\bar{A} \cap \bar{B}\right) = \overline{P(A \cup B)} = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.6 = 0.4$$

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \overline{P(A \cap B)} = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0.3 = 0.7$$

Exercice n°2 :
On tire au hasard un entier entre 1 et 900.

1) Quelle est la probabilité p_0 qu'il soit pair, mais ni multiple de 4, ni multiple de 6 ?

1) Parmi les nombres entiers compris entre 1 et 900, il y a

450 nombres pairs,

225 multiples de 4,

150 multiples de 6,

75 multiples de 12 (ce sont les multiples à la fois de 4 et 6).

Le nombre de nombres multiples de 4 ou 6 est donc

$$150 + 225 - 75 = 300,$$

et le nombre de nombres pairs ni multiple de 4, ni multiple de 6 est

$$450 - 300 = 150.$$

Et donc

$$p_0 = \frac{150}{900} = \frac{1}{6}$$

:

2) Pour tout j diviseur de 900, calculer $P(E_j)$, où E_j= « multiple de j ».

Il y a $\frac{900}{j}$ multiples de j donc

$$P(E_j) = \frac{\frac{900}{j}}{900} = \frac{1}{j}$$

3) Exprimer p_0 en fonction des $P(E_j)$ et vérifier ainsi la réponse à la question 1).

On a

$$\begin{aligned} p_0 &= P(E_2) - [P(E_4) + P(E_6) - P(E_{12})] \\ &= \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12}\right) \\ &= \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

:

<u>Exercice n°3 :</u> Un carton contient 15 ampoules dont 5 sont défectueux. On sort du carton au hasard 6 ampoules.

Calculer la probabilité en % de chacun des événements suivants :

Réponse :

$\begin{cases} \text{Les répititon ne sont pas possibles} \\ \text{L'ordre n'importe pas} \end{cases}$; alors c'est le nombre de combinaisons

nombre de cas possibles :

$$\begin{aligned} card\Omega &= C_{15}^{6} = \frac{15!}{6!9!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2} \\ &= 5005 \end{aligned}$$

$P(A) = \frac{cardA}{card\Omega} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$:

a) Soit "d "=" ampoule défectueuse" . On cherche

$$P\left(\bar{d}\right) = \frac{C_{10}^{6} \times C_{5}^{0}}{C_{15}^{6}} = \frac{210}{5005} \approx 0.042 = 4.2\%$$

b) une ampoule soit défectueuse ; On cherche

$$P(1d) = \frac{C_{10}^{5} \times C_{5}^{1}}{C_{15}^{6}} = \frac{1260}{5005} \approx 0.252 = 25.2\%$$

c) deux ampoules soit défectueuses. On cherche

$$P(2d) = \frac{C_{10}^{4} \times C_{5}^{2}}{C_{15}^{6}} = \frac{2100}{5005} \approx 0.42 = 42\%$$

d) trois ampoules soit défectueuses ; On cherche

$$P(3d) = \frac{C_{10}^{3} \times C_{5}^{3}}{C_{15}^{6}} = \frac{1200}{5005} \approx 0.24$$

e) au moins une ampoule soit défectueuse. On cherche

$$\begin{aligned} P(1d)+P(2d)+P(3d)+P(4d)+P(5d) &= 1-P(0d) \\ &= 1-\frac{C_{10}^{6}\times C_{5}^{0}}{C_{15}^{6}} \\ &= 1-0.042\approx 0.958=95.8\% \end{aligned}$$

:

f) au moins deux ampoules soit défectueuses. On cherche

$$\begin{aligned} P(2d)+P(3d)+P(4d)+P(5d) &= 1-P(0d)-P(1d) \\ &= 1-\frac{C_{10}^{6}\times C_{5}^{0}+C_{10}^{5}\times C_{5}^{1}}{C_{15}^{6}} \\ &= 1-\frac{210+1260}{5005}\approx 0.706 \end{aligned}$$

<u>**Exercice n°4 :**</u>

Une urne contient 10 boules : 3 noires, 4 blanches et 3 rouges.

1) On tire simultanément 3 boules. calculer la probabilité des évènements suivants :
A : "Avoir exactemeent 3 boules blanches".
Réponse : $\begin{cases} \text{Les répititon ne sont pas possibles} \\ \text{L'ordre n'importe pas} \end{cases}$; alors c'est le nombre de combinaisons

$$P(A)=\frac{C_{4}^{3}}{C_{10}^{3}}=\frac{4}{120}=0.033$$

2) B : "Avoir une boule de chaque couleur".
Réponse

$$P(B)=\frac{C_{3}^{1}\times C_{4}^{1}\times C_{3}^{1}}{C_{10}^{3}}=\frac{3\times 4\times 3}{120}=0.30$$

3) C : "Avoir au moins une boule rouge".
Réponse

$$P(C)=\frac{C_{3}^{1}\times C_{7}^{2}+C_{3}^{2}\times C_{7}^{1}+C_{3}^{3}\times C_{7}^{0}}{C_{10}^{3}}=\frac{3\times 21+3\times 7+1}{120}=0.708$$

*2) Refaire les calculs si on tire successivement 3 boules sans remise.

Indication : utilisez les arrangements simples

<u>**Exercice n°5 :**</u>

Au cours d'un sondage, on obtient les informations suivantes :
35 % des gens vont au cinéma C, 12 % au musée M et 6 % aux deux.
Exprimer le pourcentage de gens :
Réponse : $P(C)=0.35$, $P(M)=0.12$, $P(C\cap M)=0.06$

a) allant au cinéma ou au musée .

Réponse : on cherche

$$\begin{aligned} P(C\cup M) &= P(C)+P(M)-P(C\cap M) \\ &= 0.35+0.12-0.06 \\ &= 0.41 \\ &= 41\% \end{aligned}$$

b) n'allant pas au cinéma.

Réponse : on cherche

$$\begin{aligned} P\left(\bar{C}\right) &= 1 - P\left(C\right) \\ &= 1 - 0.35 \\ &= 0.65 \\ &= 65\% \end{aligned}$$

c) n'allant ni au cinéma ni au musée

Réponse : on cherche

$$\begin{aligned} P\left(\bar{C} \cap \bar{M}\right) &= 1 - P\left(C \cup M\right) \\ &= 1 - 0.41 \\ &= 0.59 \\ &= 59\% \end{aligned}$$

d) allant au cinéma mais pas au musée .

Réponse : on cherche

$$\begin{aligned} P\left(C \cap \bar{M}\right) &= P\left(C\right) - P\left(C \cap M\right) \\ &= 0.35 - 0.06 \\ &= 0.29 \\ &= 29\% \end{aligned}$$

Le responsable de la matière : Merini Abdelaziz