Solution de fiche TD3

Exercice 1 :

1) $\mathrm{F} = \mathrm{G}\frac{\mathrm{m_1.m_2}}{\mathrm{r^2}} \Longrightarrow \mathrm{G} = \frac{\mathrm{F.r^2}}{\mathrm{m_1.m_2}} \Longrightarrow [\mathrm{G}] = \left[\frac{\mathrm{F.r^2}}{\mathrm{m_1.m_2}}\right] = \frac{[\mathrm{F}].[\mathrm{r^2}]}{[\mathrm{m_1}].[\mathrm{m_2}]} = \frac{\mathrm{MLT^{-2}.L^2}}{\mathrm{M.M}} = \mathrm{M^{-1}L^3T^{-2}}$

Donc unité de $(G)_{SI}$: $kg^{-1}m^3s^{-2}$

2) $\mathrm{K} = \mathrm{K}\frac{\mathrm{q_1.q_2}}{\mathrm{r^2}} \Longrightarrow \mathrm{K} = \frac{\mathrm{F.r^2}}{\mathrm{q_1.q_2}} \Longrightarrow [\mathrm{K}] = \left[\frac{\mathrm{F.r^2}}{\mathrm{q_1.q_2}}\right] = \frac{[\mathrm{F}].[\mathrm{r^2}]}{[\mathrm{q_1}].[\mathrm{q_2}]} = \frac{\mathrm{MLT^{-2}.L^2}}{\mathrm{IT.IT}} = \mathrm{ML^3T^{-4}I^{-2}}$

Donc unité de $(K)_{SI}$: $kg{\cdot}m^3s^{-4}A^{-2}$

Exercice 2 :

1) $T = 2.\pi\sqrt{\frac{l+\theta_{max}}{g-\theta_{max}}} \Longrightarrow [\mathrm{T}] = \left[2.\pi\sqrt{\frac{l+\theta_{max}}{g-\theta_{max}}}\right] = [2.\pi]\left(\frac{[\mathrm{l}]+.[\theta_{max}]}{[g]-.[\theta_{max}]}\right)^{\frac{1}{2}}$

$\left.\begin{array}{l}[\mathrm{l}]+.[\theta_{max}] = \mathrm{L}+1 \text{(impossible)} \\ [g]-.[\theta_{max}] = \mathrm{LT^{-2}}-1 \text{ (impossible)}\end{array}\right\}$

$\Longrightarrow$

$$\left[2.\pi\sqrt{\frac{l+\theta_{max}}{g-\theta_{max}}}\right]\text{(impossible)}$$

2) $T = 2.\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.\left(1 + \frac{\theta_{max}{}^2}{16}\right) \Longrightarrow [\mathrm{T}] = \left[2.\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{\theta_{max}{}^2}{16}\right)\right] = [2.\pi]\left[\frac{l}{g}\right]^{\frac{1}{2}}\left[1 + \frac{\theta_{max}{}^2}{16}\right]^{\frac{1}{2}} = 1.(T^2)^{\frac{1}{2}}.1 = \mathrm{T}$ (équation homogène)

3) $T = 2.\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.(1 + \frac{\theta_{max}}{16}) \Longrightarrow [\mathrm{T}] = \left[2.\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{\theta_{max}}{16}\right)\right] = [2.\pi]\left[\frac{l}{g}\right]^{\frac{1}{2}}\left[1 + \frac{\theta_{max}}{16}\right]^{\frac{1}{2}} = 1.(T^2)^{\frac{1}{2}}.1 = \mathrm{T}$(équation homogène)

Exercice 3 :

1)

$E \nearrow mC \Longrightarrow E = k\,m^{\alpha}C^{\beta} \Longrightarrow [\mathrm{E}] = \left[km^{\alpha}C^{\beta}\right] = [m^{\alpha}]\left[C^{\beta}\right] = [m]^{\alpha}[C]^{\beta} = M^{\alpha}(LT^{-1})^{\beta} = M^{\alpha}L^{\beta}T^{-\beta}(1)$ (k : constante)

D'un notre côté on a : $[\mathrm{E}] = \left[\frac{1}{2}mv^2\right] = ML^2T^{-2}(2)$

Donc on faisant la correspondance entre les expression (1) et (2) on trouve :

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \\ -\beta = -2 \end{cases} \Rightarrow (\,\alpha = 1, \beta = 2)$$

Donc l'expression de E : $E = k.m.C^2$

2) $F \nearrow r, v, \eta \Longrightarrow F = k\,r^{\alpha}v^{\beta}\,\eta^{\gamma} \Longrightarrow [F] = \left[k\,r^{\alpha}v^{\beta}\,\eta^{\gamma}\right] = [r^{\alpha}]\left[v^{\beta}\right][\,\eta^{\gamma}]$

$\Longrightarrow [F] = [r]^{\alpha}[v]^{\beta}[\eta]^{\gamma}$

Unité de$(\eta)_{SI}$:Kg.m^{-1}.s^{-1} $\Longrightarrow [\eta] = ML^{-1}T^{-1}$

Donc :

$$[F] = L^{\alpha}(LT^{-1})^{\beta}(ML^{-1}T^{-1})^{\gamma} = L^{\alpha}L^{\beta}T^{-\beta}M^{\gamma}L^{-\gamma}T^{-\gamma}$$
$$= L^{\alpha+\beta-\gamma}M^{\gamma}T^{-\beta-\gamma}(\mathbf{1})$$

D'un autre côté, on sait que $[F] = MLT^{-2}$ (2)

On faisant la correspondance entre les expressions (1) et (2) on trouve :

$$\begin{cases} \alpha + \beta - \gamma = 1 \\ \gamma = 1 \\ -\beta - \gamma = -2 \end{cases} \Rightarrow (\,\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 1)$$

Donc l'expression de F : $F = k\,rv\,\eta$