

Université Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences Appliquées

Département des Sciences et de la Technologie A. U.: 2020/2021

L 1 : Sciences & Techniques **UEF**: **F112** (PHYS 1)

TD N°1: Analyse dimensionnelle, Calcul vectoriel, Cinématique

1. Analyse dimensionnelle :

Exercice N°1:

1) Etablir les dimensions et les unités des grandeurs suivantes :

Vitesse, accélération, force, vitesse angulaire, accélération angulaire, travail, énergie cinétique, puissance, constante de pesanteur g, pression, quantité de mouvement.

Exercice N°2:

Vérifier l'homogénéité des formules suivantes :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{L}}$$
 c'est la période d'un oscillateur élastique, sachant que $F = kx$

$$\tau = RC$$
 c'est la constante de temps du dipôle RC

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$
 c'est la loi de la gravitation universelle, avec : G une constante

exprimée en
$$\frac{m^3}{kg.s^2}$$
.

Exercice N°3:

La fréquence de vibration d'une goutte d'eau peut s'écrire sous la forme : $f = kR^{\alpha} \rho^{\beta} \tau^{\gamma}$ où k est une constante sans dimension. R est le rayon de la goutte, ρ sa masse volumique. τ est la tension superficielle définie par une force par unité de longueur. Déterminer par une analyse dimensionnelle les valeurs des paramètres α , β et γ .

(L'exercice 4 et 5 à faire à la maison) Exercice N°4:

La période T d'un satellite terrestre circulaire peut dépendre, a priori, de m la masse de la Terre, du rayon R du cercle décrit et de la constante de la gravitation universelle G. On peut faire l'hypothèse que la période T a pour expression : $T = km^a R^b G^c$ ou k est une constante sans dimension.

- Déterminer, par une analyse dimensionnelle, les valeurs de *a*, *b* et *c*. En déduire l'expression de la formule de la période T.

Exercice N°5:

La valeur de la force de frottement fluide exercée par un fluide sur une sphère de rayon R se déplaçant à faible vitesse v par rapport au fluide est donnée par la relation de Stokes : $F = 6\pi \eta R v$ où η est la viscosité du fluide.

- Etablir l'équation aux dimensions de la viscosité η .

2. Calcul vectoriel:

Exercice N°6: Soient les vecteurs suivants :

$$\overrightarrow{u} = 2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}, \qquad \overrightarrow{v} = 3\overrightarrow{j}, \qquad \overrightarrow{w} = -2\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j}, \qquad \overrightarrow{a} = 3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}, \qquad \overrightarrow{b} = -3\overrightarrow{i}, \qquad \overrightarrow{c} = \overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j}$$

Calculer:
$$\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}$$
, $\overrightarrow{w} - \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{3c}$, $\overrightarrow{b} + 2\overrightarrow{v} + 3\overrightarrow{w}$, $2\overrightarrow{w} - \overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{c} - \overrightarrow{b}$

Exercice N°7:

Soient les vecteurs suivants :

$$\overrightarrow{V}_1 = 2\overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} + 5\overrightarrow{k}$$
,

$$\vec{V}_2 = 3\vec{i} + 1.5\vec{j} - 7.5\vec{k}$$
, $\vec{V}_3 = -5\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$

$$\overrightarrow{V}_3 = -5 \overrightarrow{i} + 4 \overrightarrow{j} + \overrightarrow{k}$$

* Calcul des expressions suivantes :

$$\overrightarrow{V}_1.\overrightarrow{V}_2$$
, $\overrightarrow{V}_1.$

$$\overrightarrow{V}_2.\overrightarrow{V}_2$$

$$\overset{
ightarrow}{V}_1 \, \Lambda \overset{
ightarrow}{V}_2 \; ,$$

$$\overset{
ightarrow}{V}_2 \overset{
ightarrow}{\Lambda} \overset{
ightarrow}{V}_3$$
 ,

des expressions suivantes :
$$\vec{V}_1.\vec{V}_1$$
, $\vec{V}_2.\vec{V}_2$, $\vec{V}_1\Lambda\vec{V}_2$, $\vec{V}_2\Lambda\vec{V}_3$, $\vec{V}_1\Lambda\left(\vec{V}_2\Lambda\vec{V}_3\right)$

* Calculer:

$$\vec{i} \wedge \vec{j}$$
, $\vec{j} \wedge \vec{k}$, $\vec{k} \wedge \vec{j}$, $\vec{j} \wedge \vec{j}$, $\vec{j} \wedge \vec{k}$,

$$\vec{j} \Lambda \vec{k}$$
,

$$\vec{k} \Lambda \vec{j}$$
,

$$\overrightarrow{j} \Lambda \overrightarrow{j}$$

$$\vec{j} \Lambda 4 \vec{k}$$

$$2\overrightarrow{j}\Lambda 3\overrightarrow{k}$$

3. Cinématique (Mouvement absolu) :

Exercice N°8:

Un point matériel M se déplace dans le plan (oxy) le long de la courbe dont les équations paramétriques en coordonnées cartésiennes s'écrivent :

$$\begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = 4t^2 - 4t \end{cases}$$

où t représente le temps exprimé en secondes.

- 1) Déterminer l'équation de la trajectoire y = f(x). La tracer dans le plan (oxy).
- 2) Déterminer à tout instant les composantes et les modules des vecteurs vitesse $\vec{v}(t)$ et accélération $\vec{\gamma}(t)$ dans le repère orthonormé (oxy). Le mouvement est-il uniforme ? Justifier.

Exercice N°9:

Un point M se déplace sur une spirale logarithmique d'équations polaires paramétriques :

$$\begin{cases} \rho(t) = \rho_0 e^{bt} \\ \theta(t) = bt \end{cases}$$

Ou ρ_0 et *b* sont des constantes positives.

- 1) Représenter la trajectoire du mobile *M*.
- 2) Déterminer dans la base des coordonnées polaires, les composantes radiales et orthoradiales de la vitesse et de l'accélération du point M. En déduire les normes de ces vecteurs.
- 3) Indiquer la nature du mouvement de *M.* (*uniforme*, *accéléré ou retardé* ?)
- 4) Préciser et représenter sur la figure la direction du vecteur accélération $\vec{\gamma}(t)$.
- 5) Déterminer en fonction de t les composantes tangentielle et normale de $\vec{\gamma}(t)$.
- 6) Déterminer le rayon de courbure de la trajectoire ρ_c .

Exercice N°10:

Soit l'hélice droite définie en coordonnées cylindriques par les équations :

$$r = R$$
 et $z = h\theta$ (h constante)

et orientée dans le sens de θ croissant. L'origine est le point repéré par z=0.

- 1) Déterminer ses équations en coordonnées cartésiennes. Quels est le pas *a* de cette hélice.
- 2) Cette hélice est parcourue à la vitesse constante v par un point M
- a) Déterminer le vecteur vitesse et le vecteur accélération.
- b) Tracer l'hodographe.

Corrige de la serie de TDN=1 1) Analyse dimensionnelle. Exercice 1 - Accélération: 8= = [8] = [V] = [V] = [V] $= \underline{L} \underline{T}^{-1} = \underline{L} \underline{T}^{-2}$ - Force: F = m & => [F] = [m8] = [m].[8] = M. 1 T - 2 - viterse angulaire: w = = = = == [w]=[=== (= LO] = T = T Rappel: 0 est sous dimension $= T^{-1} = T^{-2}$ -Travail: w=F.l=>[w]=[F.l]=[F].[l] = MLT-22 = ML2T-2 - Energie anétique: Ec = 2 mv =) [E] [2mv] -[2]. [m]-[v] = 1xM. [2T = M 22T-2 - Pesantem: Epsmgh =>[Ep]=[mgh]

[Ep] = [m]. [a.]. [h] => [g] = Leps $= \frac{ML^2T^{-2}}{mI} = LT^{-2}, gala dimen suin$ d'une accélération - Pression; p= = =>[p]= [F] [F] = MLT2 = ML1 T-2 - quantité de Mvt: P=mv => [P]=[m·v] = [m]. [v] = M. LT-1 Extrace 2 T = 2 T/m [k]=?, on sait que F=kx=)k=F. [k] = [F] = MLT-2 = MT-2 donc [27/m] = M2. (MT-2) = M2. M2 T donc [T] = [2T Vm] = T l'expression T= ETV m est homogène

3) Exercice 3 f=KRJBJ, pan que l'expressie puisse être correcte, il faut qu'elle Soit homogène. [7]=T can, c'est une fréquence. [KR.f. g. g] = [K]. [R]. [B]. [G] = Lx. (ML-3B(M2T-2) x = MB+8 X-3B -28 dienc, on pent comie T-1 L. M = T. L MB+8 par analogie, en hienve: $\begin{cases} 2 - 3\beta = 0 & X = -\frac{3}{2} \\ \beta + Y = 0 = \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 - \frac{3}{2} \\ -2Y = -1 \end{cases} \qquad X = 1$

* TERC [6]=T, [R]=[R]·[C]=? on sail que U=Ri => R= O => [R] = [U] et que c=i.t => U= it => [U] = [i].[t] donc [R.C] = EOJ . EOJ. [t] = [t] = T donc d'equation &= RC est homogène * F=G.M.me, [=]=MLT-2 [6m,m2]=[6]. [m,]. [m2]=[6]. M2[-2 [G]=?,[G]=1= [6.m, m] = 13 M2 = M.L.T. dunc, l'expression est homogene

2. Calcul vectoriel:

$$\vec{u} + \vec{v} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$$

 $\vec{w} - \vec{a} = (-2\vec{i} + \vec{j}) - (3\vec{i} + 2\vec{j}) = -5\vec{i} - \vec{j}$
 $3\vec{c} = 3(\vec{i} - 3\vec{j}) = 3\vec{i} - 9\vec{j}$
 $\vec{b} + 2\vec{v} + 3\vec{w} = -3\vec{i} + 6\vec{j} + (-6\vec{i} + 3\vec{j})$

$$3C = 3(i-3i) = 3i - 9i$$

$$\vec{b} + 2\vec{v} + 3\vec{w} = -3\vec{i} + 6\vec{j} + (-6\vec{i} + 3\vec{j})$$

$$2\vec{w} - \vec{a} + 3\vec{c} - \vec{b} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$= -3i_{-}9j_{-}$$

$$Exo7: \vec{V}_{3} = \begin{pmatrix} 2\\-4\\5 \end{pmatrix}, \vec{V}_{2} = \begin{pmatrix} 3\\1.5\\-7.5 \end{pmatrix}, \vec{V}_{3} = \begin{pmatrix} -5\\4\\1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 6 - 1.5 - 37.5 = -33.5$$

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_1 = 4 + 1 + 25 = 30.$$
 (1)

$$\vec{V}_{2} \cdot \vec{V}_{2} = 814107874 ||\vec{V}_{2}|| \cdot ||\vec{V}_{2}|| \cdot ||\vec{V}_{2}|| \cdot ||\vec{V}_{2}|| \cdot ||\vec{V}_{2}|| = 67.75$$

$$\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = 30\vec{j} + 6\vec{k}.$$

$$\frac{1}{3} \frac{1}{15} - \frac{1}{7} \frac{1}{15} = \frac{1}{3} \frac{1}{15} - \frac{1}{7} \frac{1}{15} = \frac{1}{3} \frac{1}{15} - \frac{1}{7} \frac{1}{15} = \frac{1}{3} \frac{1}{15} \frac{1}{15} = \frac{1}{$$

3. Cinématique: EX08: $\begin{cases} x = 2t - p0 \\ y = 4t^2 - 4t - p0 \end{cases}$ (6)

1. Equation de la trajectoire:

D'aprés (1=) $t = \frac{x}{2}$, on remplace dans (2) $y = 4(\frac{2}{2})^2 - 4(\frac{2}{2}) = 4 \cdot \frac{2^2}{4} - 22$ =D | y = x2 - 2x | -> Equation d'inne OM = ni+yj OM = (2t)i+(4t2-4t)j _ Vectur vitesse: V= dom = 27 + (8t-4) jo La norme de la vitesse: $\|\vec{\sigma}\| = \sqrt{2^2 + (8t - 4)^2} = \sqrt{4 + 64t^2 - 64t + 16}$ $\|\vec{V}\| = 2\sqrt{1+16t^2-16t+4}$

- Vecteur accélération 8: $8 = \frac{d\vec{b}}{dt} = 8\vec{j}$ Module de 8: 11811= 8 m/s2 Le mouvement de M n'est pas uniforme car 11811 est constante et 110/1 est variable Donc il s'agit d'un mouvement uniformément Varie. EXO9: S 5= 5, ett 0= bt => S=5.0 -> spirale logarithmique - Vecteur position: om = S. 4 = (get). 4. _ Vectour vitesse: T= dom = (sbet) T, + (se. b) Yo

composante
radiale de orthoradiale de

Vecteur accélération 8: 8= dv = (862ebt) 4 + (86.6.6) 4 + (862ebt) 4

accéléré.
4. La direction de 8: (voir afiguae)
5. Base de Frenet (base intrinséques) $\vec{V} = ||\vec{V}|| \cdot \vec{V}$

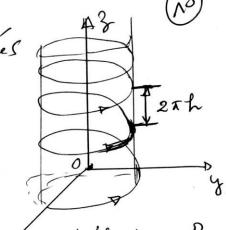
 $\begin{cases} f = R \\ 3 = ho \end{cases}$

Mouvement helicoidal

1. Les éguations en coordonnées Cartisiennes:

$$\begin{cases}
\chi = \int \cos \theta \\
y = \int \sin \theta \\
y = \int \cos \theta
\end{cases}$$

Le pas de l'hélice $a = 2\pi h$.



x 3. L'hodographe.

2. Le vecteur vitesse et accélération: OM = SUg + 3 R = R Vg + ho R.

Vecteur vitesse:

Vecteur accélération:

$$||\vec{b}|| = \sqrt{(R\dot{o})^2 + (h\dot{o})^2} = \dot{o}\sqrt{R^2 + h^2}$$

$$||\vec{\delta}|| = \sqrt{(R\dot{o}^2)^2 + (R\dot{o})^2 + (h\dot{o})^2}$$

$$||\vec{\delta}|| = \sqrt{(R^2\dot{o}^4 + R^2\dot{o}^2 + h^2\dot{o}^2)}$$

Le point M est parourer l'hélice a' une vitesse constante v = ct $v = o \sqrt{r^2 + h^2} = C^{\frac{1}{2}}$ $\dot{O} = \frac{C^{\frac{R}{2}}}{\sqrt{R^2 + R^2}}$ = $puisque \dot{O} = constale$ = pii = 0.

par conségnent: $\vec{V} = -R\vec{O}\vec{V}_{p} = -R\left(\frac{Ct^{2}}{\sqrt{R^{2}+h^{2}}}\right).\vec{V}_{p}$ $||\vec{V}|| = +R\vec{O} = R.\left(\frac{Ct^{2}}{\sqrt{R^{2}+h^{2}}}\right).$