Université A.Mira Faculté de Technologie Département de Technologie Premiere année L.M.D

25 Mai 2014

Bon Courage

4) Le déterminant de M.

det M = | x-1 1 1 | = (x-1) | x 1 | - | - 1 1 | + | - 1 x |

=)  $\det M = (\alpha - 1)(1 - \alpha^2)$ . =  $-\alpha^3 + \alpha^2 + \alpha - 1$ 

2) a) Mest inversible (=) Let M = 0.

(=) (x-1)(1-x2) +0.

Donc Mect invosible (=) x e R-3-1,14.

e) La matrice I werse M-1.

MT = Let M. CH

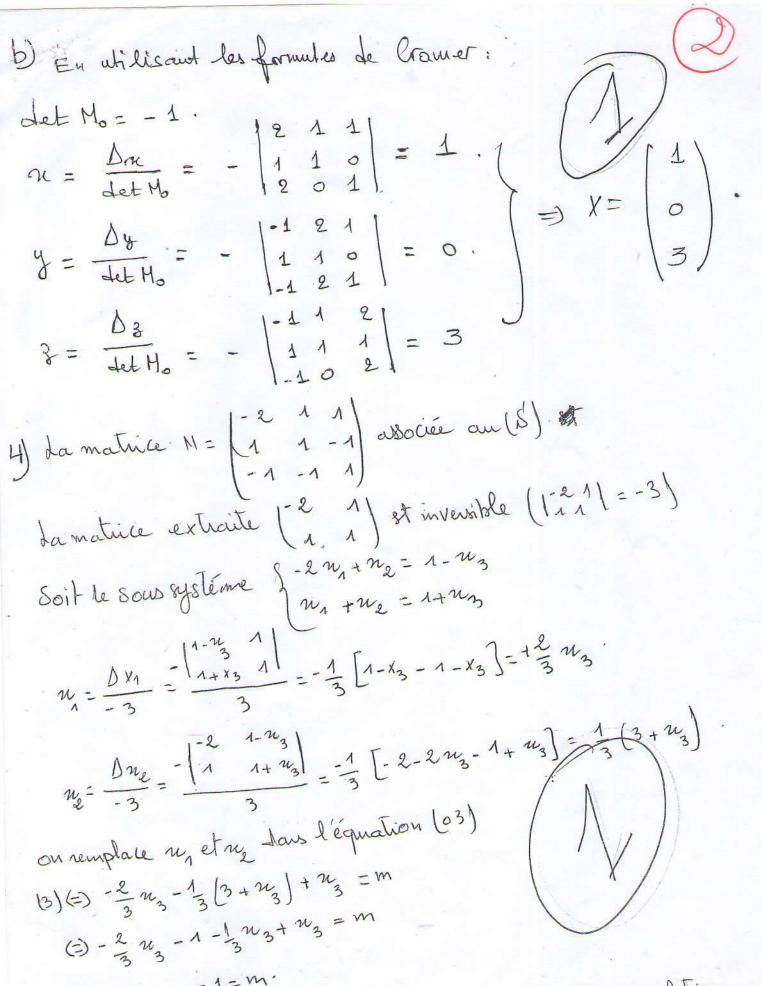
sno:  $C_{M} = \begin{pmatrix} (1-\alpha^{2}) & -(1+\alpha) & (\alpha+1) \\ -(1-\alpha) & \alpha & -(\alpha^{2}+\alpha+1) \\ (\alpha-1) & -(\alpha^{2}-\alpha-1) & (\alpha-2) \end{pmatrix}$ 

 $M' = \frac{1}{(\alpha-1)(1-\alpha^2)} \begin{pmatrix} (\alpha-\alpha^2) & -(\alpha-\alpha) & (\alpha-1) \\ -(1+\alpha) & \alpha & -(\alpha^2-\alpha-1) \\ (\alpha+1) & -(\alpha^2+\alpha+1) & (\alpha-2) \end{pmatrix}$ 

3) how d = 0, ena-

 $M_{o}X = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 

(2)  $X = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 



. Donc pour m--1 le système (st) admet me infinité de solution . Donc pour m±-1 le système (18) n'admet pas de solution.

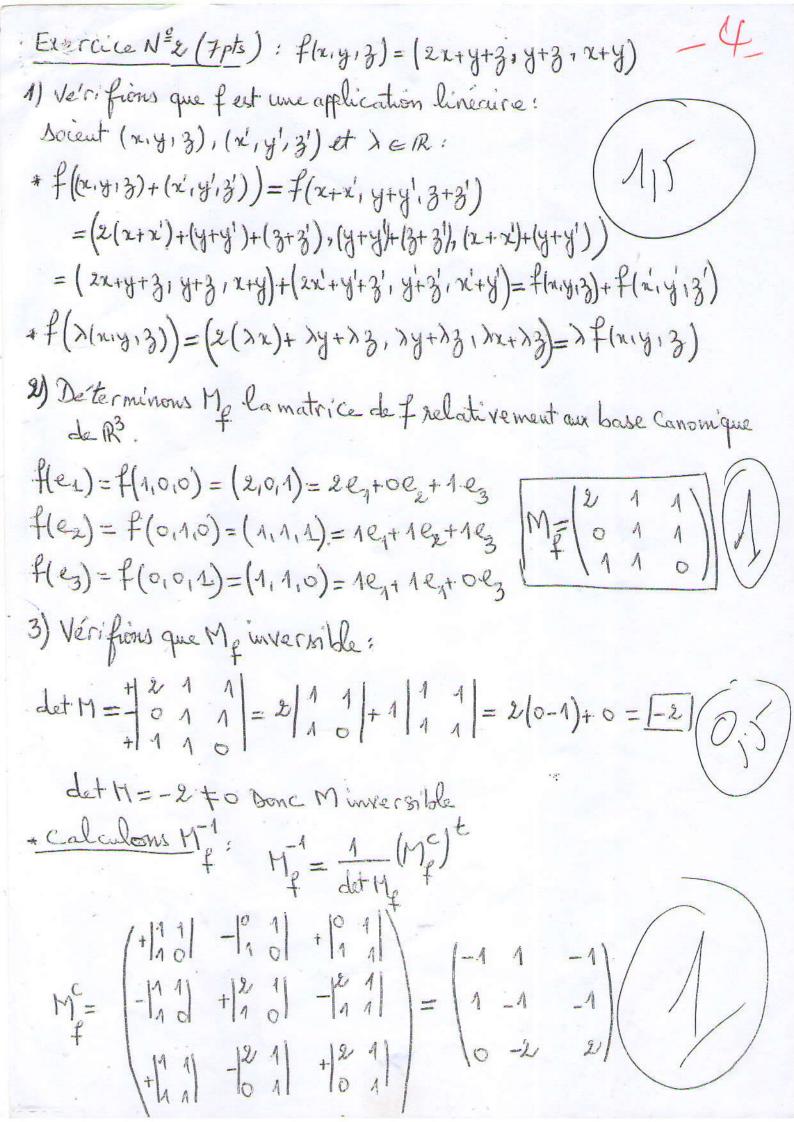
5) ona:  $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -3 \\ 3 & 3 & -3 \\ -3 & -3 & 3 \end{pmatrix} = 3 \cdot A$ b) Montrous par recurrence que  $A^k = 3 \cdot A$ .

. , c'est vrai pour k=2 (d'après la question a).

Supposons l'égolité est vraie pour k > 2,

Suppose of  $A = A^{k+1} = A^k$ ,  $A = A^{k-1} = A^k$ ,  $A = A^k$ ,

d'où le résultat.



$$H_{+}^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$$

4) Déduire l'expression de f:

Soit 
$$(x,y,3) \in \mathbb{R}^3$$
  
 $f^{-1}(x,y,3) = M^{-1}(\frac{\pi}{3}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac$ 

Sinc: 
$$f^{-1}$$
:  $R^3$   $\Rightarrow R^3$   $(x_1y_1y_2)$   $\mapsto (\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y_1, \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y + y_2, \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y - y_2)$ 

5) Déterminons M'la matrice associée à frelativement à la base B= a= e1+e2, b=e1+e3, c= e2+e3}

$$f(a) = f(1,1,0) = (3,1,2) = 2(1,1,0) + 3(1,0,1) + 3(0,1,1)$$

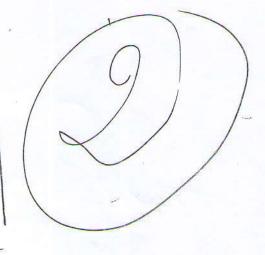
イニハーB=>18=1

$$f(b) = \frac{3}{2}a + \frac{3}{2}b - \frac{1}{2}c$$

$$f(c) = f(0,1,1) = \text{$d^{\circ}(2,2,1) = \lambda(1,1,0) + \beta(1,0,1) + \delta(0,1,1)$}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2+\beta = 2-0 \\ 4+8 = 2-0 \end{cases} \text{ $d - 0$} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3-8 \\ 4+8 = 2-0 \end{bmatrix}$$

Denc: 
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 3/2 & 3/2 \\ 2 & 3/2 & 1/2 \\ 0 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$



Exercice 3

1) on a 
$$C^2 = C.C = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & -2 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -4 & -4 & -4 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

2) 
$$(I-c)(I+c+c^2) = I+A+C^2-C-c^2-C-I$$

3) Soit 
$$D = I - C$$
.

on a  $D = I - C$ .

on a  $D = I - C$ .

on a  $D = I - C$ .

 $D = I - C$ .

