Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohammed Boudiaf
Faculté de Chimie Socle commun ST.
Année Universitaire (2019/2020)

Examen de Rattrapage de : **Mathématiques 2** [Durée : 1h]

Exercice 01**(6 points)**

I)Calculer les intégrales :

$$a)\int \frac{1}{x+1}dx, \quad b)\int \frac{x}{x^2+1}dx. \quad c)\int \frac{1}{1+x^2}dx.$$

II) Déduire $I = \int \frac{2x^2+2x+2}{(1+x)(1+x^2)}dx.$

Exercice 02 **(08 points)**

II) Résoudre les équations différentielles suivantes :

$$1)y' - \frac{y}{x} = \ln(x), x > 0, \quad 2)y'' + y = 0.$$

Donner l'expression de la solution particulière de l'équation suivante :

$$y'' + y = (x + x^3)\sin(x)$$

Exercice 03**(06 points)** :

$$\text{Soit } \ A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

1) Calculer $A^t, 2A - A^t$.
2) Montrer que A est inversible puis déterminer A^{-1}.

Bon courage!

Dr. I.Medjadj

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohammed Boudiaf

Faculté de chimie L1 Maths2
Solution de l'Examen (2019/2020)L1 Chimie

Exercice 01

$$I)a)\int \frac{1}{x+1}dx = \underbrace{\ln|1+x|}_{(0.5)pt} + \underbrace{c}_{(0.25pt)}, b)\int \frac{x}{x^2+1}dx = \underbrace{\frac{1}{2}\ln(1+x^2)}_{0.5pt} + \underbrace{c}_{(0.25)pt}.\quad c)\int \frac{dx}{1+x^2} = \underbrace{\arctan(x)}_{(0.75)pt} + \underbrace{c}_{(0.25pt)}$$

II) Déduire $I = \int \frac{2x^2+2x+2}{(1+x)(1+x^2)}dx$ on décompose la fraction en éléments simples :

$$\frac{2x^2+2x+2}{(1+x)(1+x^2)} = \underbrace{\frac{a}{1+x}}_{0.5pt} + \underbrace{\frac{bx+c}{x^2+1}}_{1pt}.\quad a = 1..(0.5), b = 1..(0.5pt), c = 1...(0.5)pt.$$

Ainsi $I = \ln|1+x| + \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + \arctan(x) + c....(0.5pt)$

Exercice 02 Pour résoudre l'équation $y' - \frac{y}{x} = \ln(x)....(E)$ on doit d'abord résoudre l'équation homogène : $(E_h) : y' - \frac{y}{x} = 0$..**(0.25)pt** on a :

$$\underbrace{\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}}\ \mathbf{(0.25)pt} \Rightarrow \underbrace{\ln|y| = \ln|x| + c}_{\mathbf{(0.25)pt}} \Rightarrow \underbrace{y = Kx}_{\mathbf{(0.5)pt}}, \underbrace{k = \pm e^c}_{\mathbf{(0.25)pt}}, c \in \mathbb{R}.$$

On cherche ensuite une solution particulière en ulilisant la méthode de la variation de la constante, on pose : $y(x) = k(x)x$..**(0.5)pt** En remplaçant dans (E) on aura :

$$y' - \frac{y}{x} = \underbrace{k'(x)x + k(x) - k(x) = \ln(x)}_{\mathbf{(0.5)pt}} \Rightarrow \underbrace{k'(x) = \frac{x}{\ln}(x)}_{\mathbf{(0.25)pt}} \Rightarrow \underbrace{k(x) = \frac{\ln^2(x)}{2}}_{\mathbf{(0.25)pt}}.$$

Ainsi la solution particulière est donc donnée par :$y_p(x) = \frac{x\ln^2(x)}{2}$..**(0.5)pt** et la solution générale est : $y = kx + \frac{x\ln^2(x)}{2}$....**(0.5)pt**
2.$y'' + y = 0...(E)$ commençons par déterminer équation caractéristique associée à (E_h) qui définie par $E_r : r^2 + 1 = 0$....**(0.5)pt** les solutions sont : $i, -i$**(0.5)pt** ainsi la solution est donnée comme suit $y(x) = c_1\sin(x) + c_2\cos(x), c_1, c_2 \in \mathbb{R}$....**(1)pt** Donner l'expression de la solution particulière de l'équation suivante : $y'' + y = (x + x^3)\sin(x)$, sachant que $r = \pm i$..**(0.5)pt** est pas une solution alors $y_p = x[(ax^3+bx^2+cx+d)\sin(x)+(a'x^3+b'x^2+c'x+d')\cos(x)]$.....**(0.5*3=1.5)pt**, $a, b, c, d, a', b', c', d' \in \mathbb{R}$.

Exercice 03 $A^t = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$...$(0.5)pt, 2A - A^t = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$...$(1pt), |A| = 2 \neq 0$.**(0.5)pt**
alors A est inversible.**(0.5)pt**, avec $A^{-1} = \frac{1}{det(A)}C^t$..**(0.5)pt**.
la matrice des cofacteurs est donnée par :

$$\underbrace{C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{(0.25*10)pt}} \text{ et } \underbrace{C^t = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}}_{\mathbf{(0.5)pt}}.A^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.....\mathbf{(0.5)pt}.$$