Université de Batna
Faculté de Technologie
Département d'Electrotechnique
Année universitaire 2016/2017
Promotion : Licence en Electrotechnique
Parcours : Electrotechnique
Module : ELT514

<u>Contrôle de Connaissances</u>

Mercredi 22 Février 2017

Toute tentative de fraude = Application de l'Arrêté n° 371 du 11 Juin 2014

Tout document interdit ; calculatrice autorisée,
Fermer les téléphones portables et déposer les sur les tables,
Présenter vos cartes d'étudiants sur les tables d'examen
Soyez clair, concis et apportez le plus grand soin à la rédaction

Exercice n°1

1.1. Donner les propriétés des champs électrostatique et magnétostatique : Force, source, expression, constante, potentiel, expression du potentiel, circulation, flux

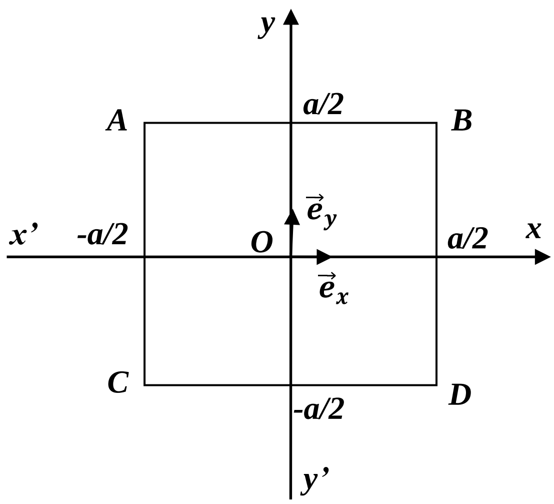
1.2. Donner les propriétés des dipôles électrostatique et magnétique, moment, potentiel, champ, énergie, force et couple.

1.3. Définir les phénomènes d'induction magnétique en Régime quasi-stationnaire et donner un exemple.

Exercice n°2

On place quatre charges ponctuelles aux sommets ***ABCD*** d'un carré de côté ***a = 1 m***, et de centre ***O***, origine d'un repère orthonormé ***Oxy*** de vecteurs unitaires $\vec{e}_x$ *et* $\vec{e}_y$.

On donne : $q_A = q = 10^{-8}C,\ q_B = -2q,\ q_C = 2q,\ q_D = -q,\ K = 1/4\pi\varepsilon_0,\ \varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}F/m$



2.1. Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ au centre ***O*** du carré. Préciser la direction, le sens et la norme de $\vec{E}$.

2.2. Exprimer le potentiel ***V*** créé en ***O*** par les quatre charges.

Exercice n°3

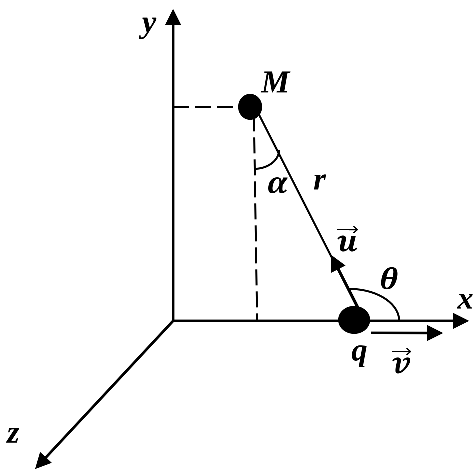
Soit une charge ponctuelle q qui se déplace à une vitesse $\vec{v}$ sur l'axe ***x.***

3.1. Posons $I = dq/dt$ et $v = dl/dt$:

3.1.1. Exprimer la densité de flux magnétique $\vec{B}$ en un point ***M*** de l'espace distant de ***r*** à partir de la position de q en fonction de q, r, v et θ.

3.1.2. Indiquer sa direction

3.2. Considérons maintenant deux charges ponctuelles $q_1 = 800\mu C$ et $q_2 = -500\mu C$ se déplacent le long de l'axe x selon des vitesses $v_1 = 7 \times 10^6 m/s$ et $v_2 = 4 \times 10^6 m/s$. A l'instant où ces charges se trouvent respectivement aux points $x_1 = 0,3m$ et $x_2 = 0,45m$, quelles sont la valeur et la direction du champ magnétique qu'elles créent :



3.2.1. à l'origine du système d'axes ;

3.2.2. au point ***M*** de coordonnées (***0,15 m, 0 m, 0,35m***).

Université de Batna
Faculté de Technologie
Département d'Electrotechnique
Année universitaire 2016/2017
Promotion : Licence en Electrotechnique
Parcours : Electrotechnique
Module : ELT514

Solution du Contrôle de Connaissance

Mercredi 22 Février 2017

Propriétés des champs électrostatique et magnétostatique

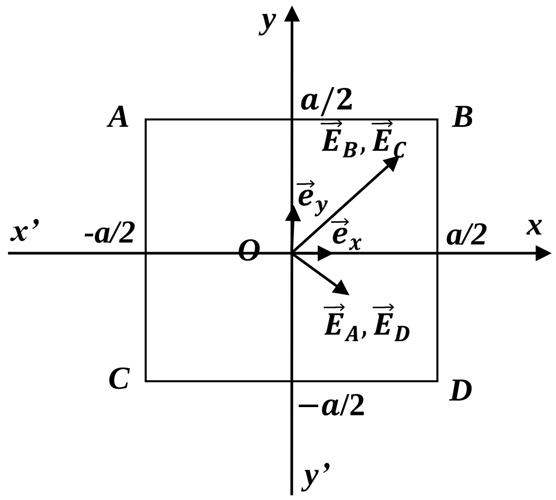
Propriété	Electrostatique	Magnétostatique
Force	$\vec{F} = q\vec{E}$	$\vec{F} = q\vec{v}\Lambda\vec{B}$
Source	Densité de charge ρ (scalaire)	Densité de courant $\vec{J}$ (vectorielle)
Expression	$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \rho(P)\, d\tau \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$	$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint I(P)\,\overrightarrow{dl}\Lambda\frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$
Constante	$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} F/m$	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$
Caractère	**Polaire**	**Axial**
Relation champ-potentiel	$\vec{E} = -\vec{\nabla}V$	$\vec{B} = \vec{\nabla}\Lambda\vec{A}$
Expression	$V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \rho(P)\frac{d\tau}{PM}$	$\vec{A}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint \frac{\vec{J}}{PM} d\tau$
Circulation	$\oint \vec{E}(M).\overrightarrow{dl} = 0$ Circulation conservative	$\oint \vec{B}(M).\overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{enlacé}$ Théorème d'Ampère (lien avec la source
Flux	$\oiint \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ Théorème de Gauss (lien avec les sources)	$\oiint \vec{B}(M).\overrightarrow{dS} = 0$ Flux conservatif

Propriétés des dipôles électrostatique et magnétostatique

Propriété	Electrostatique	Magnétostatique
Moment	$\vec{p} = q\delta\vec{u}_{-q+q}$	$\vec{m} = IS\vec{n}$
Potentiel	$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}.\vec{u}}{r^2}$	$\vec{A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{m}\Lambda\vec{e}_\varphi}{r^2}$
Champ	$\vec{E}(M) = \begin{cases} E_r = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \\ E_\theta = \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \\ E_\varphi = 0 \end{cases}$	$\vec{E}(M) = \begin{cases} B_r = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2m\cos\theta}{r^3} \\ B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m\sin\theta}{r^3} \\ B_\varphi = 0 \end{cases}$
Energie	$W = -\vec{p}.\vec{E}$	$W = -\vec{m}.\vec{B}$
Couple	$\vec{C} = -\vec{p}\Lambda\vec{E}$	$\vec{C} = -\vec{m}\Lambda\vec{B}$
Force	$\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{p}.\vec{E})$	$\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{m}.\vec{B})$

Détermination du champ $\vec{E}$ en O.

Soit $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3$ et $\vec{E}_4$ les champs créés en O respectivement par les charges q_A, q_B, q_C et q_D.



On a par définition :

$$\vec{E} = \frac{Kq}{r^2}$$

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

avec

$$\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} F/m$$

et

$$r^2 = \left(\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}\right) = \frac{a^2}{2}$$

Vectoriellement on peut écrire

$$\vec{E}_A = \frac{2Kq}{a^2} cos\frac{\pi}{4}\vec{e}_x - \frac{2Kq}{a^2} sin\frac{\pi}{4}\vec{e}_y, \vec{E}_B = \frac{4Kq}{a^2} cos\frac{\pi}{4}\vec{e}_x + \frac{4Kq}{a^2} sin\frac{\pi}{4}\vec{e}_y$$
$$\vec{E}_C = \frac{4Kq}{a^2} cos\frac{\pi}{4}\vec{e}_x + \frac{4Kq}{a^2} sin\frac{\pi}{4}\vec{e}_y, \vec{E}_D = \frac{2Kq}{a^2} cos\frac{\pi}{4}\vec{e}_x - \frac{2Kq}{a^2} sin\frac{\pi}{4}\vec{e}_y$$

On conclus que

$$\vec{E}_A = \vec{E}_D, et\, \vec{E}_B = \vec{E}_C$$

il vient alors

$$\vec{E} = 2\vec{E}_A + 2\vec{E}_B = 2\frac{2Kq}{a^2} cos\frac{\pi}{4}\vec{e}_x - 2\frac{2Kq}{a^2} sin\frac{\pi}{4}\vec{e}_y + 2\frac{4Kq}{a^2} cos\frac{\pi}{4}\vec{e}_x + 2\frac{4Kq}{a^2} sin\frac{\pi}{4}\vec{e}_y$$
$$\vec{E} = \left(2\frac{2Kq}{a^2} cos\frac{\pi}{4} + 2\frac{4Kq}{a^2} cos\frac{\pi}{4}\right)\vec{e}_x + \left(-2\frac{2Kq}{a^2} sin\frac{\pi}{4} + 2\frac{4Kq}{a^2} sin\frac{\pi}{4}\right)\vec{e}_y$$
$$\vec{E} = 2\frac{2Kq}{a^2} cos\frac{\pi}{4}(1+2)\vec{e}_x + 2\frac{2Kq}{a^2} sin\frac{\pi}{4}(-1+2)\vec{e}_y$$
$$\vec{E} = 12\frac{Kq}{a^2} cos\frac{\pi}{4}\vec{e}_x + 4\frac{Kq}{a^2} sin\frac{\pi}{4}\vec{e}_y$$

Application numérique

$$E_x = 12 \times \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-8}}{1} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3 \times 180 \times \sqrt{2} = 763,6753236\, V/m$$
$$E_y = 4 \times \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-8}}{1} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 180 \times \sqrt{2} = 254,55844122\, V/m$$

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 804,9844719\frac{V}{m} \approx 805\, V/m$$

Détermination du potentiel V en O :

Soient V_A, V_B, V_C et V_D les potentiels créés par les charges q_A, q_B, q_C et q_D en O

$$V \stackrel{\text{def}}{=} \frac{Kq}{r}$$

Or

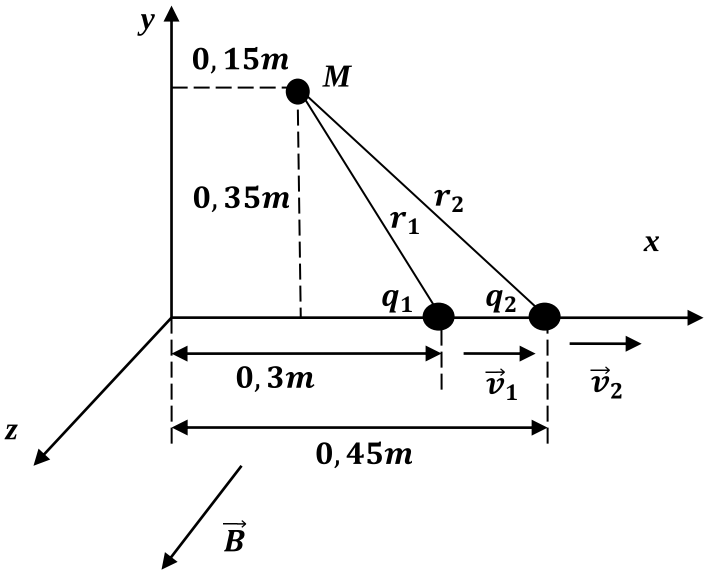
$$r^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow r = \frac{a}{\sqrt{2}}$$
$$V_A = \frac{Kq\sqrt{2}}{a}$$
$$V_B = -2\frac{Kq\sqrt{2}}{a}$$
$$V_C = 2\frac{Kq\sqrt{2}}{a}$$
$$V_D = -\frac{Kq\sqrt{2}}{a}$$

$$V = V_A + V_B + V_C + V_D = \frac{Kq}{a}\sqrt{2}(1 - 2 + 2 - 1) = 0$$

La loi de Biot et Savart

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}\vec{e}_z$$
$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{dq}{dt}\frac{dl\sin\theta}{r^2}\vec{e}_z$$
$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{dl}{dt}\frac{\sin\theta}{r^2}dq\vec{e}_z$$
$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{v\sin\theta}{r^2}dq\vec{e}_z$$

$$\vec{B} = \int \overrightarrow{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{v\sin\theta}{r^2}\int_0^q dq\,\vec{e}_z$$
$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{qv\sin\theta}{r^2}\vec{e}_z$$



Pour le point O, l'angle $\theta = 180°$ et $\sin\theta = 0$ donc ***B = 0 T***

Au point ***M***

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{q_1 v_1 \sin\theta_1}{r_1^2} + \frac{q_2 v_2 \sin\theta_2}{r_2^2}\right]\vec{e}_z$$

Or

$$\alpha + \frac{\pi}{2} + (\pi - \theta) = \pi \Rightarrow \alpha + \frac{\pi}{2} - \theta = 0 \Rightarrow \theta = \alpha + \frac{\pi}{2}$$
$$\sin\theta_1 = \sin(\alpha + \pi/2) = \cos\alpha = \frac{0,35}{r_1}$$
$$\sin\theta_2 = \cos\alpha = \frac{0,35}{r_2}$$
$$r_1 = \sqrt{(0,15)^2 + (0,35)^2} = 0,3508m$$
$$r_2 = \sqrt{(0,3)^2 + (0,35)^2} = 0,4610m$$

Le calcul de **B** donne : ***B = 2,836 mT***

Règle de la main droite, le champ est dirigé selon l'axe ***z***.