Chapitre 1

Régime continu et théorèmes fondamentaux

Sommaire

1.1 Introduction

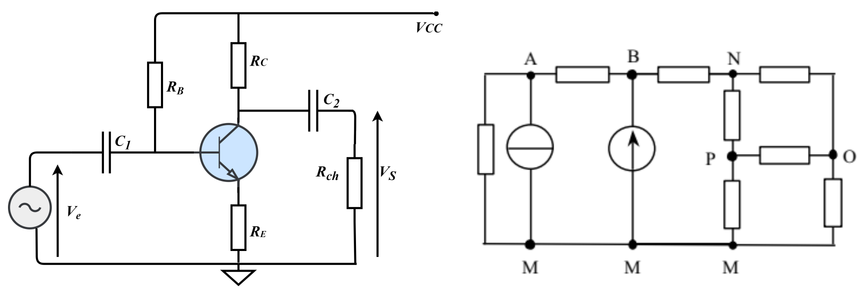
En électricité et en électronique, on peut être amené à calculer la différence de potentiel V_{AB} entre deux points A et B d'un circuit électrique, ce qui revient à déterminer le courant I_{AB} qui circule dans la branche AB. Les deux grandeurs, tension et courant, sont dépendantes.

Ce chapitre a pour objectif de présenter des notions fondamentales sur des circuits électriques avant de donner les principales méthodes de calcul qui se limitent uniquement au régime statique. Dans ce cas, les sources fournissent des tensions et des courants qui sont indépendants du temps. De ce fait, en régime statique les condensateurs sont considérés comme des circuits ouverts et les bobines comme des courts-circuits. Seules les résistances seront prises en compte dans ce chapitre.

1.2 Définitions

1.2.1 Circuit électrique

Un circuit électrique est une association de dipôles reliés par des conducteurs. En général, le circuit comporte au moins une source de tension ou de courant, des résistances et éventuellement un ou plusieurs composants actifs, comme par exemple les transistors ou les amplificateurs opérationnels.



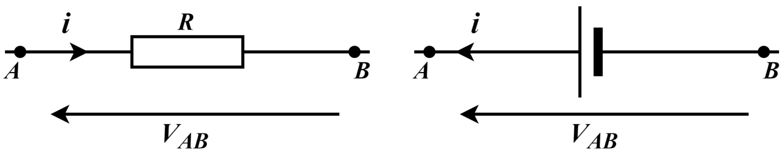
((a)) ((b))

FIGURE 1.1: Exemples de circuits électriques.

1.2.2 Dipôle

Un dipôle est un élément électrique, capable ou non de fournir de l'énergie, relié avec l'extérieur par deux bornes. Il peut être caractérisé par un courant I qui le traverse et une tension V entre ses bornes.

On spécifie deux catégories : les dipôles passifs comme les résistances et les dipôles actifs comme les générateurs. Pour déterminer la tension aux bornes d'un dipôle il faut choisir d'abord la convention : soit la convention récepteur, soit la convention générateur.



((a)) Convention récepteur ((b)) Convention générateur

FIGURE 1.2: Dipôle électrique.

i : Courant électrique, il s'exprime en Ampère (A).

V_{AB} : Tension (différence de potentiel) entre A et B, elle s'exprime en volt (V).

$$V_{AB} = V_A - V_B \tag{1.1}$$

— Convention récepteur : les flèches du courant et de la tension sont en sens inverse (figure 1.2(a)).

— Convention générateur : les flèches du courant et de la tension sont dans le même sens (figure 1.2(b)).

1.2.3 Branche d'un circuit électrique

Une branche est une portion d'un circuit. Elle est limitée par deux nœuds qui en sont les extrémités. Il s'agit donc d'un sous-ensemble d'éléments mis en série. C'est le cas par exemple de AB, BN ou PO...

On distingue :

- La branche principale qui contient le générateur du circuit électrique.
- Les branches secondaires (ou dérivées) qui ne contiennent que des récepteurs.

1.2.4 Nœud

Un nœud est un point de connexion (raccordement) entre plusieurs dipôles (éléments). Le nœud est souvent matérialisé dans un schéma par un point lors du croisement de deux conducteurs. Ceci revient à trouver au moins trois fils électriques qui viennent se raccorder au même point. Par exemple sur la figure 1.1(b) , les points A, N, et M sont des nœuds.

1.2.5 Maille

Une maille est un contour fermé. Elle est constituée par une succession de branches qui ne passe jamais deux fois par la même branche. Dans le schéma de la figure 1.1(b), l'exemple de maille notée $BNPOMB$ contient cinq branches ayant chacune un élément. $ABMA$ est un autre exemple de maille constituée de trois branches. La branche AM est soit la branche constituée par la résistance, soit la branche constituée par la source de courant.

1.2.6 Elément linéaire et élément non linéaire

On distingue deux types d'éléments :

1.2.6.1 Élément linéaire

Un élément est dit linéaire si la relation qui relie la différence de potentiel V à ses bornes au courant I qui le traverse est linéaire au sens mathématique du terme, c'est-à-dire représenté par une droite $I = kV$ qui passe par l'origine.

1.2.6.2 Élément non linéaire

Un élément est dit non linéaire si la relation entre le courant I et la différence de potentiel V n'est pas une droite. Par exemple la résistance à coefficient de température positif CTP et la résistance à coefficient de température négatif CTN, où la variation de l'intensité du courant provoque une modification de la résistance due à une modification de la température.

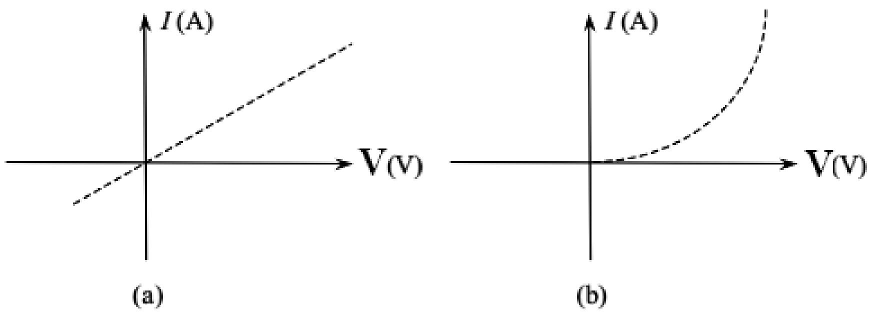


FIGURE 1.3: Caractéristiques d'un élément linéaire (a) et non linéaire (b).

1.3 Lois de Kirchhoff

Les règles de connexions des éléments sont basées sur deux lois principales connues sous le nom des lois de Kirchhoff :

1.3.1 Première loi

Dite aussi la loi des nœuds qu'on exprime sous deux formes différentes :

— La somme des intensités des courants arrivant à un nœud est égale à la somme des intensités des courants sortant de ce nœud.

$$\sum_{e=1}^{n} I_e = \sum_{s=1}^{n} I_s \tag{1.2}$$

Avec :
I_e : Courant entrant, I_s : Courant sortant.

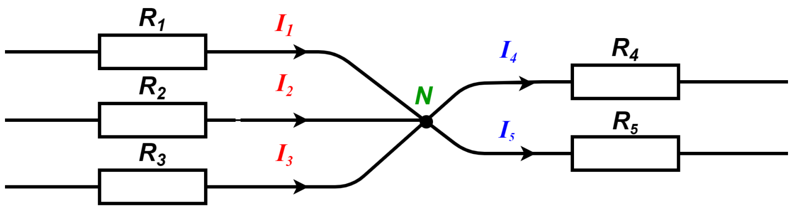


FIGURE 1.4: Loi des nœud appliquée à un exemple de circuit.

La loi des nœuds s'écrit dans ce cas :

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5 \tag{1.3}$$

— La somme algébrique des intensités des courants arrivant à un nœud est nulle. Ceci est vrai si nous prenons la convention selon laquelle tout courant entrant au nœud est positif et tout courant sortant de celui-ci est négatif ou bien la convention inverse.

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0 \tag{1.4}$$

Dans ce cas (figure 1.4), on peut écrire :

$$I_1 + I_2 + I_3 + (-I_4) + (-I_5) = 0 \tag{1.5}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0 \tag{1.6}$$

1.3.2 Deuxième loi

Dite aussi la loi des mailles où la somme algébrique des tensions le long d'une maille comptabilisée dans un sens donné est nulle. Parmi ces tensions, certaines sont produites par des sources et d'autres sont produites par le passage d'un courant dans des récepteurs.

L'application de cette loi implique le respect de plusieurs règles :

— La tension aux bornes d'un élément est marquée par une flèche conformément à la convention "générateur" ou "récepteur" en usage.
— On choisit un sens de parcours de la maille.
— On décrit l'équation de la maille dans le sens choisi.
— On affecte le signe (+) aux tensions dont la flèche indique le même sens choisi et on affecte le signe (−) aux tensions dont la flèche indique le sens inverse.
— La deuxième loi de Kirchhoff s'écrit sous la forme :

$$\sum_{k=1}^{n} V_k = 0 \tag{1.7}$$

Exemple

Soit le montage suivant (figure 1.5). On donne : $R_1 = R_3 = R_4 = R_5 = 1K\Omega$, $R_2 = 2K\Omega$, $E_1 = 24V$ et $E_2 = 12V$

— Calculer les intensités des courants I_1, I_2 et I_3.

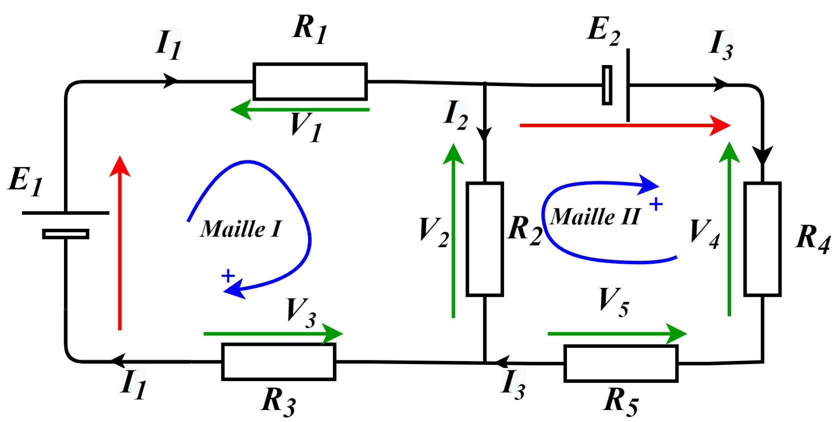


FIGURE 1.5: Loi des mailles appliquée à un exemple de circuit.

Solution

Selon la loi des nœuds, on a :

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Selon la loi des mailles, on a :

$$\begin{cases} E_1 - V_1 - V_2 - V_3 = 0 \\ E_2 - V_4 - V_5 + V_2 = 0 \end{cases}$$

En utilisant la loi d'Ohm

$$\begin{cases} (R_1 + R_3)I_1 + R_2I_2 = E_1 \\ -R_2I_2 + (R_4 + R_5)I_3 = E_2 \end{cases}$$

On remplace I_1 par $(I_2 + I_3)$, on obtient :

$$\begin{cases} (R_1 + R_3)(I_2 + I_3) + R_2I_2 = E_1 \\ -R_2I_2 + (R_4 + R_5)I_3 = E_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (R_1 + R_2 + R_3)I_2 + (R_1 + R_3)I_3 = E_1 \\ -R_2I_2 + (R_4 + R_5)I_3 = E_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4I_2 + 2I_3 = 24 \\ -2I_2 + 2I_3 = 12 \end{cases}$$

Après soustraction des deux équations précédentes, on obtient :

$$6I_2 = 12 \Rightarrow I_2 = 2mA$$

Donc, on peut calculer les intensités des courants I_3 et I_1.

$$I_3 = 8mA$$

$$I_1 = 10mA$$

1.4 Pont diviseur de tension

Soit n résistances placées en série (traversées par le même courant) et alimentées par une source de tension E comme illustré par la figure 1.6.

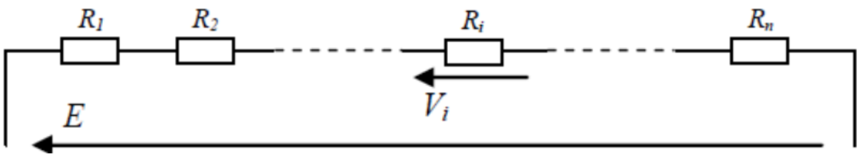


FIGURE 1.6: Application du diviseur de tension sur n résistances en série.

La tension aux bornes de i^{eme} résistance s'écrit :

$$V_i = E\frac{R_i}{R_1 + R_2 + ... + R_n} \tag{1.8}$$

$$V_i = E\frac{R_i}{\sum_{k=1}^{n} R_k} \tag{1.9}$$

Exemple

Calculer les tensions aux bornes des résistances R_2 et R_4 par l'utilisation du théorème du diviseur de tension.

Suppose que : $E = 20V$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 30\Omega$, $R_3 = 5\Omega$ et $R_4 = 10\Omega$.

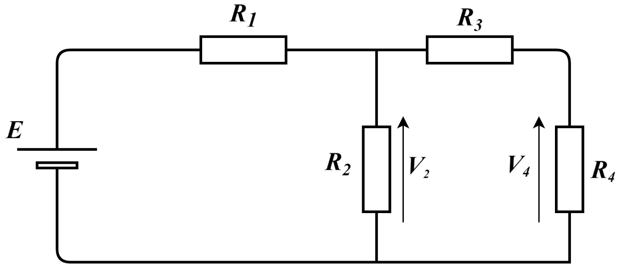


FIGURE 1.7: Exemple d'application du théorème du diviseur de tension.

Solution

Pour calculer la tension V_2, nous devons trouver la résistance équivalente des résistances R_2, R_3 et R_4.

$$R_{eq} = (R_3 + R_4)//R_2$$

$$R_{eq} = (5 + 10)//30 = \frac{15.30}{15 + 30} = 10\Omega$$

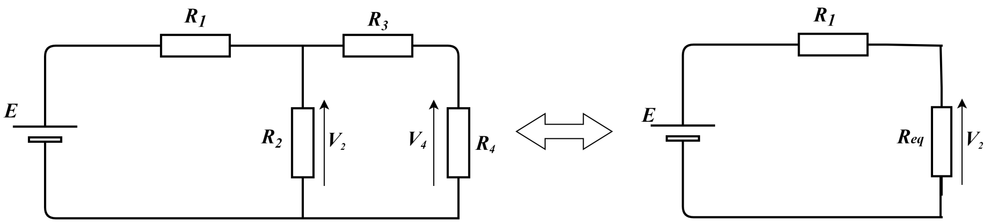


FIGURE 1.8: Schéma du circuit après simplification.

Le diviseur de tension peut être appliqué directement :

$$V_2 = E\tfrac{R_{eq}}{R_1+R_{eq}} = 20\tfrac{10}{10+10} = 10V$$

Pour calculer la tension V_4 on applique le diviseur de tension une deuxième fois sur les deux résistances R_3 et R_4 comme suit :

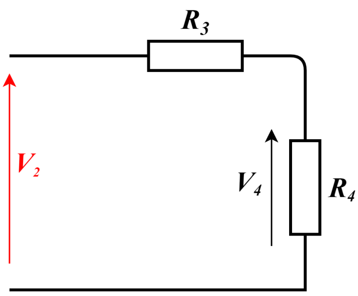


FIGURE 1.9: Schéma pour calculer V_4.

$$V_4 = V_2\tfrac{R_4}{R_3+R_4}, \qquad V_4 = 10\tfrac{10}{5+10} = \tfrac{20}{3}V$$

1.5 Pont diviseur de courant

Soit n résistances placées en parallèles (soumises à la même tension) et alimentées par une source de courant I

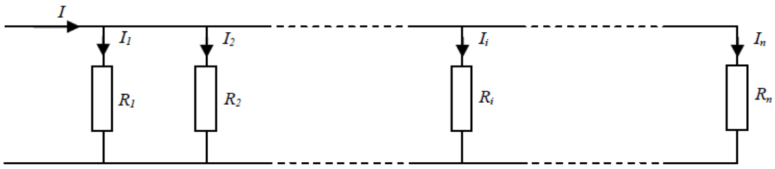


FIGURE 1.10: Application du diviseur de courant sur n résistances en parallèles.

Le courant traversant une résistance R_i s'écrit :

$$I_i = I \frac{\frac{1}{R_i}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}} \tag{1.10}$$

$$I_i = I \frac{G_i}{\sum_{k=1}^{n} G_k} \tag{1.11}$$

avec
G : est la conductance ($G = \frac{1}{R}$).

Exemple

Calculer les intensités des courants I_1 ,I_2 et I_3 par l'utilisation du théorème du diviseur de courant. On donne :
$I = 5mA$, $R_1 = R_3 = 5\Omega$, $R_2 = 10\Omega$.

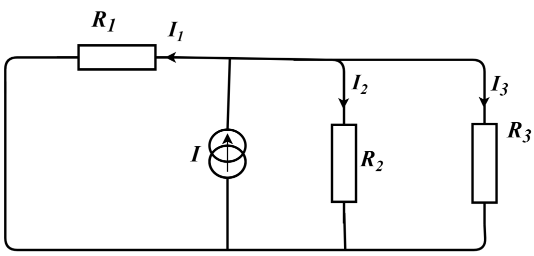


FIGURE 1.11: Exemple d'application du théorème du diviseur de courant.

Solution

On applique le diviseur de courant pour calculer I_1 comme suit :

$$I_1 = I \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$I_1 = I \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$I_1 = 5 \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5}}$$

$$I_1 = 2mA$$

Même méthode pour calculer I_2 et I_3 :

$$I_2 = 1mA \qquad I_3 = 2mA$$

1.6 Théorème de superposition

Ce théorème est utilisé lorsqu'on a un circuit contenant plusieurs sources électriques (de tension ou de courant). Le principe est de prendre à chaque fois une seule source qui alimente le circuit et annuler les autres sources (court-circuiter toute source de tension et ouvrir toute source de courant), la tension (le courant) au borne de n'importe quel élément est la somme algébrique des tensions (ou des courants) prélevées pour chaque source prise seule.

Exemple

Déterminer le courant I_3 pour le circuit de la figure 1.12 en utilisant le théorème de superposition. On donne :

$E_1 = 15V$, $E_2 = 30V$, $R_1 = 20\Omega$, $R_2 = R_3 = 10\Omega$ et $J = 1A$.

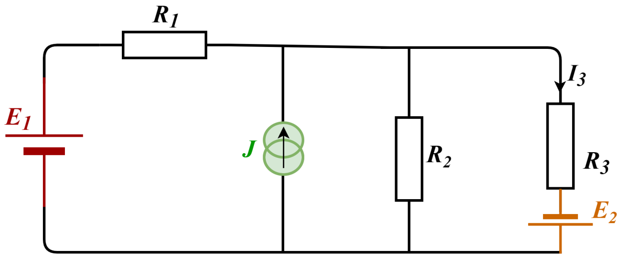


FIGURE 1.12: Exemple d'application du théorème de superposition.

Solution

En ce qui concerne le théorème de superposition pour le calcul d'une grandeur électrique, on doit calculer les grandeurs de chaque source à part puis faire leur somme algébrique.

On nous demande de calculer le courant circulant dans la résistance R_3, on a trois sources, donc trois étapes de calcul :

— Etape 1 : $E_1 \neq 0$, $J = 0$ et $E_2 = 0$
  Le circuit devient le suivant :

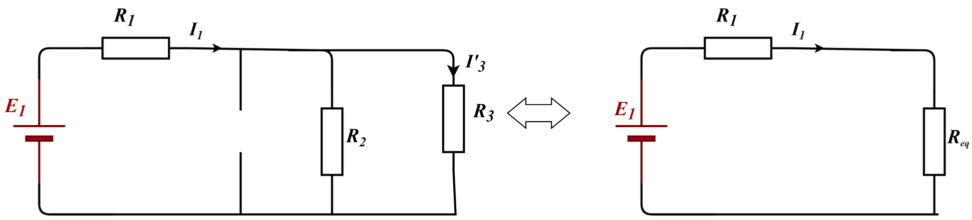


FIGURE 1.13: Circuit pour calculer I_3'.

Pour calculer I_3' on doit trouver I_1

- Calcul de I_1 :

$$R_{eq} = \frac{R_2.R_3}{R_2 + R_3} = 5\Omega$$

On utilise la loi des mailles :

$$E_1 - (R_1 + R_{eq})I_1 = 0$$

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_{eq}}$$

$$I_1 = \frac{15}{25} = 0.6A$$

On applique le diviseur de courant pour calculer $I_3^{'}$.

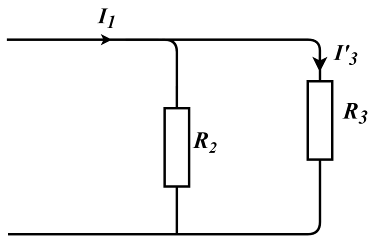


FIGURE 1.14: Circuit pour calculer $I_3^{'}$.

$$I_3^{'} = I_1 \frac{\frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$I_3^{'} = 0.6 \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}} = 0.3A$$

— Etape 2 : $E_1 = 0$, $J = 0$ et $E_2 \neq 0$

On a le schéma suivant :

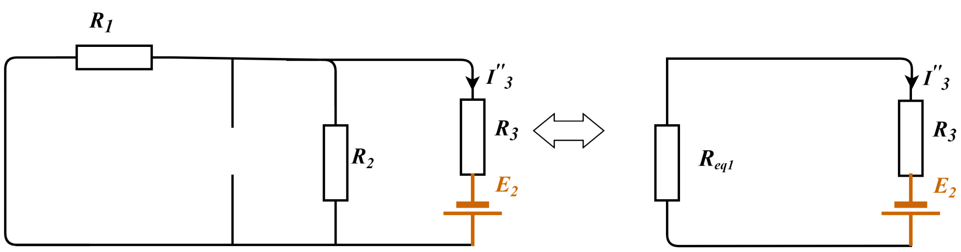


FIGURE 1.15: Circuit pour calculer $I_3^{''}$.

Avec

$$R_{eq1} = \frac{R_1.R_2}{R_1+R_2} = 6.6\Omega$$

On utilise la loi des mailles :

$$E_2 - (R_3 + R_{eq1}) I_3^{''} = 0$$

$$I_3^{''} = \frac{E_2}{R_{eq1} + R_3}$$

$$I_3^{''} = \frac{30}{6.6 + 10} = 1.8A$$

— Etape 3 : $E_1 = 0$, $J \neq 0$ et $E_2 = 0$
On a le schéma suivant :

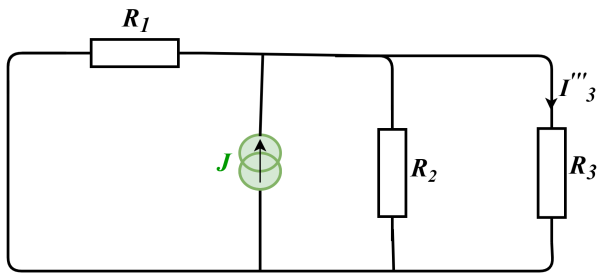


FIGURE 1.16: Circuit pour calculer $I_3^{'''}$.

Selon le diviseur de courant on a :

$$I_3^{'''} = J\frac{G_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$I_3^{'''} = 1.\frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}}$$

$$I_3^{'''} = 0.4A$$

Finalement, le courant I_3 est égale la somme algébrique des courants prélevés pour chaque source prise seule.

$$I_3 = I_3^{'} + I_3^{''} + I_3^{'''}$$

$$I_3 = 0.3 + 1.8 + 0.4 + = 2.5mA$$

1.7 Théorème de Thévenin

Un circuit électrique linéaire placé entre deux points A et B peut être remplacé par un générateur de tension V_{th} (générateur de Thévenin) en série avec une résistance R_{th} (résistance de Thévenin).

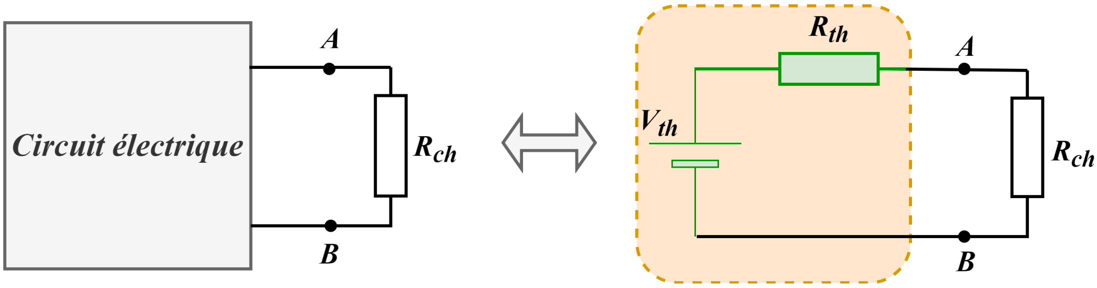


FIGURE 1.17: Schéma équivalent de Thévenin d'un circuit quelconque.

— V_{th} est égale à la tension de circuit ouvert V_{CO}.
Cette tension est obtenue par la mesure ou le calcul de la tension V_{CO} entre les deux points A et B lorsque la résistance de charge (R_{ch}) est déconnectée.

— R_{th} est la résistance vue entre les deux points A et B lorsque la charge est déconnectée et les sources indépendantes passivées (la source de tension est court-circuitée et la source de courant est enlevée).

Exemple

Soit le montage dans la figure 1.18. On donne :

$E = 20V$, $R_1 = 2K\Omega$, $R_2 = 2K\Omega$, $R_3 = 3K\Omega$ et $R_{ch} = 1K\Omega$.

- Calculer le courant I_{ch} par l'utilisation du théorème de Thévenin ?.

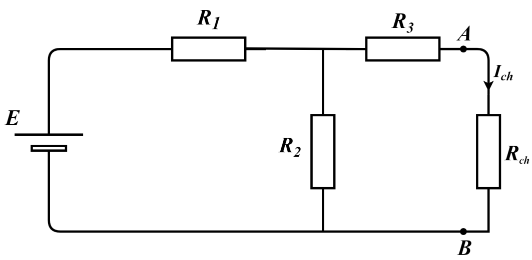


FIGURE 1.18: Exemple d'application du théorème de Thévenin.

Solution

Pour calculer le courant I_{ch} il faut d'abord déterminer le modèle équivalent de Thévenin et ensuite le calculer.

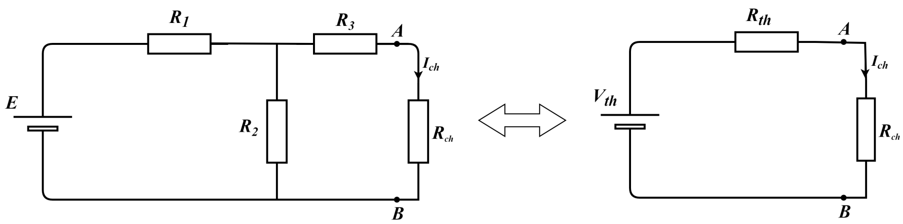


FIGURE 1.19: Schéma équivalent de Thévenin du circuit d'exemple.

— Calcul de V_{th} : On débranche la résistance de charge R_{ch} et on calcule V_{CO}

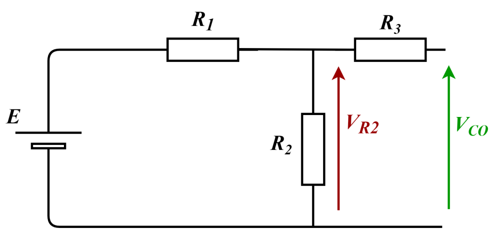


FIGURE 1.20: Schéma pour calculer V_{th}.

$$V_{th} = V_{CO} = V_{R_2} = E.\frac{R_2}{R_1 + R_2} = 20.\frac{2}{2+2} = 10V$$

— Calcul de R_{th} : On débranche la résistance de charge R_{ch}, on court-circuite la source de tension E et on calcule la résistance équivalente vue entre les deux points A et B

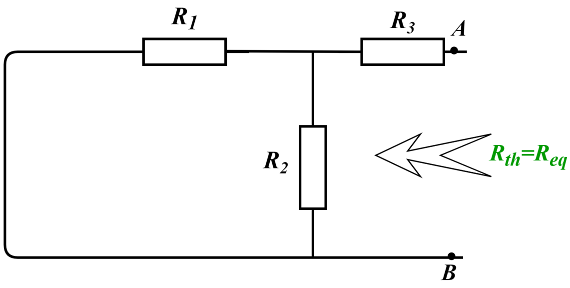


FIGURE 1.21: Schéma pour calculer R_{th}.

$$R_{th} = R_{eq} = R_3 + (R_1//R_2)$$

$$R_{th} = R_3 + \frac{R_1.R_2}{R_1 + R_2} = 4K\Omega$$

— Pour calculer le courant I_{ch} on utilise le circuit équivalent de Thévenin (figure 1.22) et la loi des mailles.

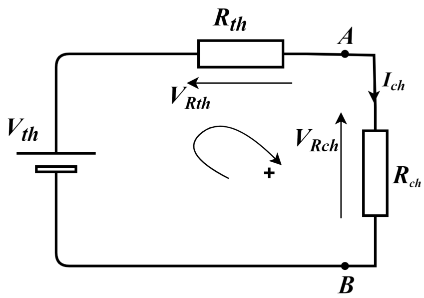


FIGURE 1.22: Modèle équivalent de Thévenin.

$$I_{ch} = \frac{V_{th}}{R_{th} + R_{ch}} = 2mA$$

1.8 Théorème de Norton

Un circuit électrique linéaire placé entre deux points A et B peut être remplacé par un générateur de courant I_N (générateur de Norton) en parallèle avec une résistance R_N (résistance de Norton).

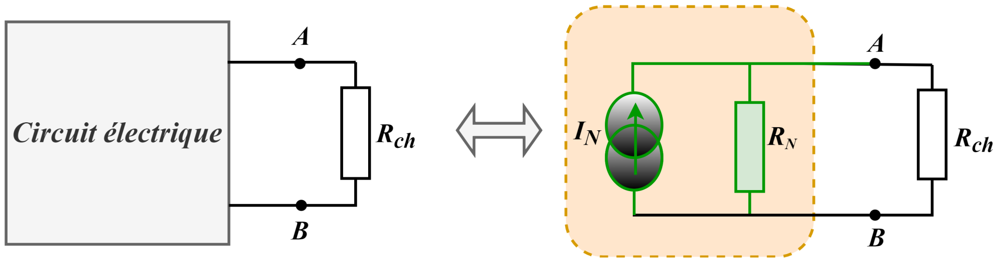


FIGURE 1.23: Schéma équivalent de Norton d'un circuit quelconque.

— I_N est égale au courant de court-circuit I_{CC}.
Ce courant est obtenu par la mesure ou le calcul du courant de A à B dans un court-circuit (charge court-circuitée).

— R_{th} est calculée de la même manière que celle de la résistance de Thévenin.

Exemple

On considère le montage de la figure 1.24.
- Calculer le courant I_{ch} par l'utilisation du théorème de Norton.
Avec : $J = 3A, R_1 = R_2 = 2K\Omega, R_3 = 4K\Omega$ et $R_{ch} = 1K\Omega$.

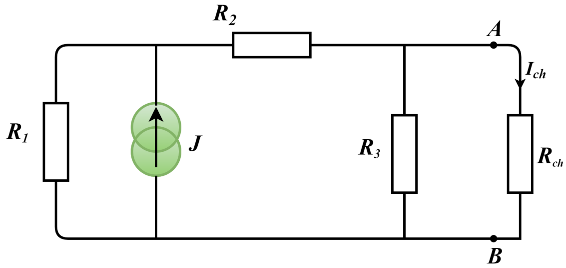


FIGURE 1.24: Exemple d'application du théorème de Norton.

Solution

Pour calculer le courant I_{ch} il faut d'abord déterminer le modèle équivalent de Norton et ensuite le calculer.

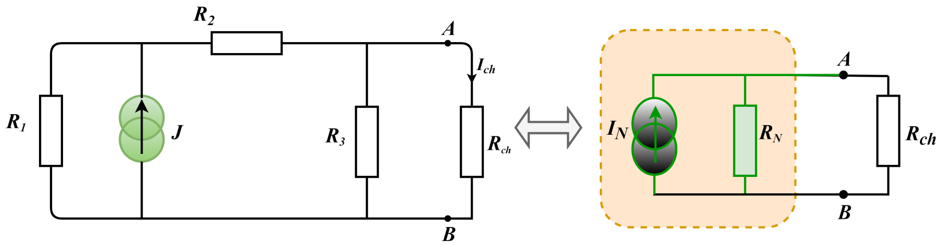


FIGURE 1.25: Schéma équivalent de Norton du circuit d'exemple.

— Calcul de I_N : On débranche la résistance de charge R_{ch} et on calcule le courant I_{CC} (figure 1.26)

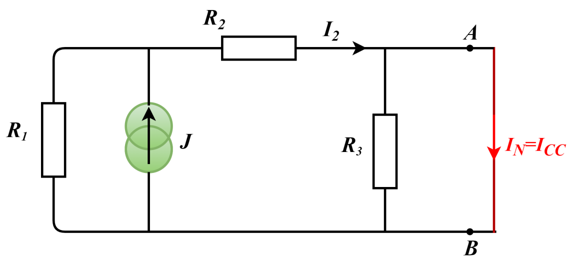


FIGURE 1.26: Circuit pour calculer I_N.

On applique le diviseur de courant uniquement sur les deux résistances R_1 et R_2 parce que la résistance R_3 est court-circuitée.

$$I_N = I_{CC} = J.\frac{G_2}{G_1 + G_2}$$

$$I_N = I_{CC} = J.\frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

$$I_N = 1.5A$$

— Calcul de R_N : On débranche la résistance de charge R_{ch}, on enlève la source de courant J et on calcule la résistance équivalente vue entre les deux points A et B

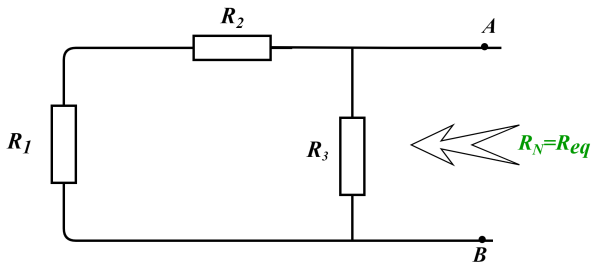


FIGURE 1.27: Circuit pour calculer R_N.

$$R_N = R_{eq} = (R_1 + R_2)//R_3$$

$$R_N = \frac{(R_1 + R_2).R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_N = 2K\Omega$$

— Pour calculer le courant I_{ch} on utilise le modèle équivalent du Norton (figure 1.28) et le théorème du diviseur de courant.

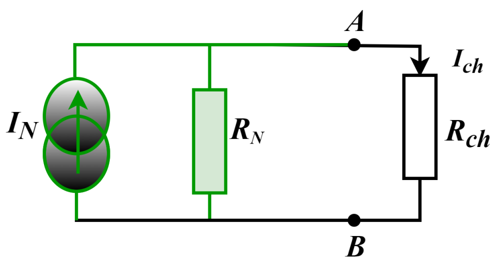


FIGURE 1.28: Modèle équivalent de Norton.

$$I_{ch} = I_N \frac{\frac{1}{R_{ch}}}{\frac{1}{R_{ch}} + \frac{1}{R_N}}$$

$$I_{ch} = 1A$$

1.9 Equivalence Thévenin-Norton

Tout générateur de Thévenin peut être transformé en générateur de Norton (et inversement).

Cette méthode permet de réaliser des transformations de schémas électriques pour pouvoir les simplifier : association de résistances en série ; association de résistances en parallèle ; association de sources de tensions en série ; association de sources de courant en parallèles.

On peut alors établir l'équivalence suivante :

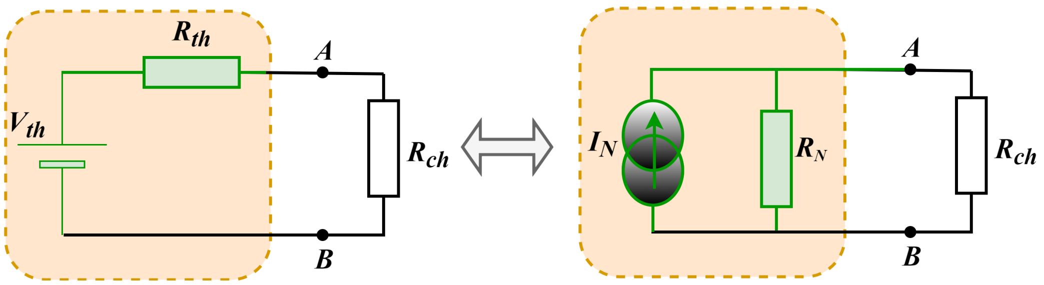


FIGURE 1.29: Equivalence Thévenin $\rightleftharpoons$ *Norton*.

- Equivalence Thévenin-Norton :

$$I_N = \frac{V_{th}}{R_{th}} \tag{1.13}$$

$$R_N = R_{th} \tag{1.14}$$

- Equivalence Norton-Thévenin :

$$V_{th} = I_N R_N \tag{1.15}$$

$$R_{th} = R_N \tag{1.16}$$

1.10 Théorème de Millman

Le théorème de Millman s'applique à un circuit électrique constitué de n branches en parallèle. Chacune de ces branches comprenant un générateur de tension parfait en série avec un élément linéaire (comme une résistance par exemple).

On considère le circuit électrique donné par la figure 1.30.

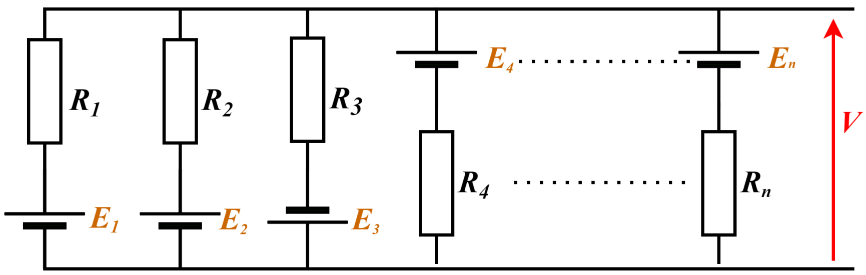


FIGURE 1.30: Schéma équivalent d'un circuit simple par Millman.

La tension V est donné par l'application du théorème de Millman, comme suit :

$$V = \pm \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} + \ldots\ldots + \frac{E_n}{R_n}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots. + \frac{1}{R_n}} \tag{1.17}$$

$$V = \pm \frac{\sum_{k=1}^{n} \frac{E_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}} \tag{1.18}$$

Exemple

Considérons le circuit électrique suivant (figure 1.31). On donne :

$E_1 = 2V$, $E_2 = 12V$, $E_4 = 4V$, $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$, $R_3 = R_4 = 4k\Omega$.

- Calculer la tension V_{AB} entre les points A et B par l'utilisation du théärème de Millman.

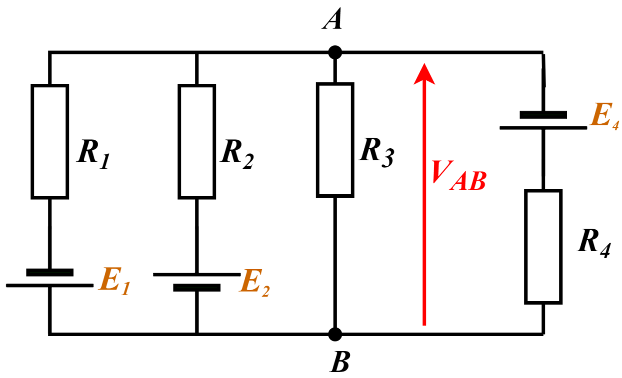


FIGURE 1.31: Exemple d'application du théorème de Millman.

Solution

Pour calculer la tension V_{AB} on utilise le théorème de Millman comme suit :

$$V_{AB} = \pm \frac{\sum_{k=1}^{n} \frac{E_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}}$$

$$V_{AB} = \frac{\frac{-E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{0}{R_3} - \frac{E_4}{R_4}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}$$

$$V_{AB} = \frac{\frac{-2}{1} + \frac{12}{2} + \frac{0}{4} - \frac{4}{4}}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}}$$

$$V_{AB} = \frac{3}{2} V$$

1.11 Théorème de Kennelly

Ce théorème permet de transformer le schéma d'un réseau en π en un schéma en T qui est souvent beaucoup plus facile à étudier. Cette transformation est souvent appelée aussi transformation triangle-étoile.

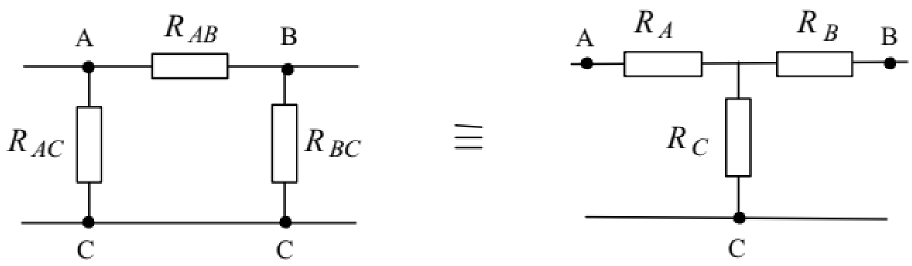


FIGURE 1.32: Principe du théorème de Kennelly.

1.11.1 Conversion triangle-étoile

La résistance d'une branche de l'étoile équivalente est égale au produit des résistances adjacentes divisé par la somme totale des résistances.

$$R_A = \frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \tag{1.19}$$

$$R_B = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \tag{1.20}$$

$$R_C = \frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \tag{1.21}$$

1.11.2 Conversion étoile-triangle

La résistance d'une branche du triangle équivalente est égale à la somme des produits des résistances divisée par la résistance de la branche opposée.

$$R_{AB} = \frac{R_AR_B + R_AR_C + R_BR_C}{R_C} \tag{1.22}$$

$$R_{BC} = \frac{R_AR_B + R_AR_C + R_BR_C}{R_A} \tag{1.23}$$

$$R_{AC} = \frac{R_AR_B + R_AR_C + R_BR_C}{R_B} \tag{1.24}$$

Exemple

Déterminer la résistance équivalente vue entre A et D du circuit suivant :

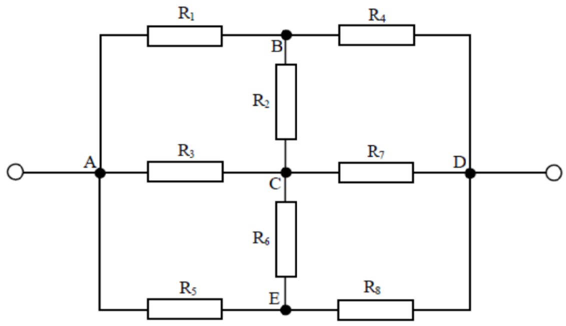


FIGURE 1.33: Exemple d'application du théorème de Kennelly.

Solution

On commence par transformer les deux montages triangle ABC et CDE en montages étoiles.

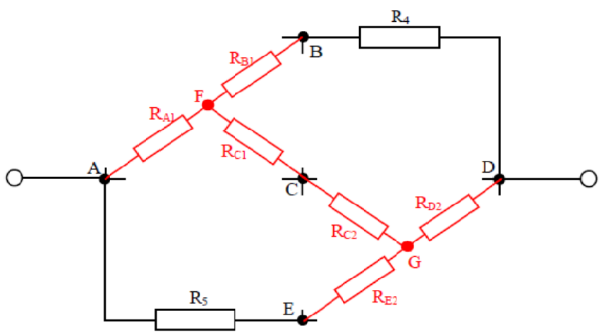


FIGURE 1.34: Circuit simplifié 1.

Avec

$$R_{A1} = \frac{R_1R_3}{R_1+R_2+R_3}; \; R_{B1} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_3}; \; R_{C1} = \frac{R_2R_3}{R_1+R_2+R_3}$$

$$R_{C2} = \frac{R_6 R_7}{R_6 + R_7 + R_8};\ R_{D2} = \frac{R_7 R_8}{R_6 + R_7 + R_8};\ R_{E2} = \frac{R_6 R_8}{R_6 + R_7 + R_8}$$

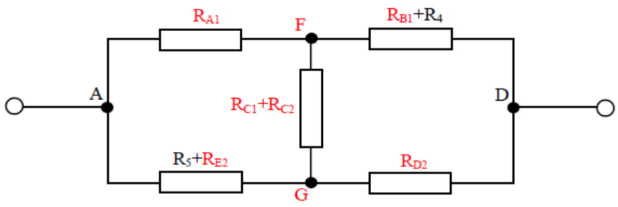


FIGURE 1.35: Circuit simplifié 2.

Une seule transformation triangle-étoile suffit dans ce cas.

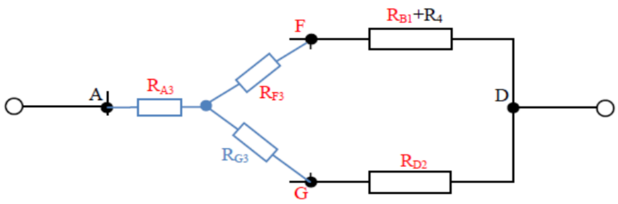


FIGURE 1.36: Circuit simplifié 3.

Avec

$$R_{A3} = \frac{R_{A1}(R_5 + R_{E2})}{R_{A1} + (R_5 + R_{E2}) + (R_{C1} + R_{C2})}$$

$$R_{F3} = \frac{R_{A1}(R_{C1} + R_{C2})}{R_{A1} + (R_5 + R_{E2}) + (R_{C1} + R_{C2})}$$

$$R_{G3} = \frac{(R_{C1} + R_{C2})(R_5 + R_{E2})}{R_{A1} + (R_5 + R_{E2}) + (R_{C1} + R_{C2})}$$

Finalement, la résistance équivalente entre A et D s'écrit sous la forme suivante :

$$R_{AD} = R_{A3} + (R_{F3} + (R_{B1} + R_4))//(R_{G3} + R_{D2})$$

1.12 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté déférentes méthodes d'analyse de circuits. Ces méthodes permettent de simplifier l'analyse de circuits contenant plusieurs éléments. On a commencé par les lois de Kirchhoff, le diviseur de tension, le diviseur de courant et le principe de superposition. Ensuite, on a présenté deux autres techniques d'analyse : les équivalents Thévenin et Norton qui permettent de simplifier les circuits avant d'en faire l'analyse. Enfin, on a terminé ce chapitre par les théorèmes de Millman et de Kennelly.

Ces théorèmes seront utilisés dans les chapitres suivants.