TD N°5

Réponse fréquentielle des systèmes à temps continu

Exercice N°1

Tracer les diagrammes de Bode (gain et phase) des systèmes suivants:

- $G(p) = \frac{1}{p+100}$
- $G(p) = \frac{1000}{(p+1)(p+100)}$

Exercice N°2

Tracer les diagrammes de Bode du système suivant:

$G(p) = \frac{(p+1)(p+100)}{(p+10)^2}$.

Exercice N°3

Tracer le diagramme de Nyquist des systèmes suivants:

- $G(p) = \frac{5}{1+2p}$
- $G(p) = \frac{5}{(1+p)(1+2p)}$

Solution de TD N°5

Exercice N°1

- $G(p) = \frac{1}{p+100}$

  On pose $p = j\omega$

  $$G(j\omega) = \frac{1}{100 + j\omega}$$

  $$G_{dB}(\omega) = 20 \times \log|G(j\omega)| = 20 \log \frac{K}{\sqrt{\omega^2 + 100^2}}$$

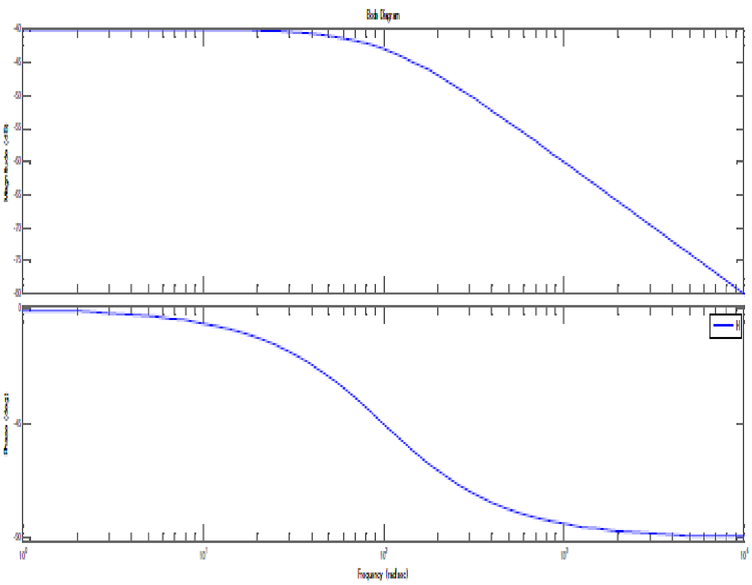
  $$\varphi = \arg\big(G(j\omega)\big) = -\arctan\left(\frac{\omega}{100}\right)$$

  Etude asymptotique :

  Si $\omega \to 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} G_{dB} = -20\log\left(\sqrt{100^2}\right) = -40dB \\ \varphi = 0° \end{cases}$

  Si $\omega \to \infty \quad \Rightarrow \begin{cases} G_{dB} \to -\infty \quad \text{avec une pente} = -20 \text{ dB/décade} \\ \varphi = -90° \end{cases}$

  Si $\omega = 100rad.s^{-1} \quad \Rightarrow \begin{cases} G_{dB} = -20\log(100^2 + 100^2) = -43dB \\ \varphi = -45° \end{cases}$



- $G(p) = \frac{1000}{(p+1)(p+100)} = \frac{1}{p+100} \times \frac{1000}{p+1} = G_1(p) \times G_2(p)$

  $$G_1(p) = \frac{1}{p + 100}$$

  On pose $p = j\omega$

  $$G_1(j\omega) = \frac{1}{100 + j\omega}$$

$$G_{1dB}(\omega) = 20 \times \log|G(j\omega)| = 20 \log \frac{K}{\sqrt{\omega^2 + 100^2}}$$

$$\varphi_1 = \arg\big(G_1(j\omega)\big) = -\arctan\left(\frac{\omega}{100}\right)$$

Etude asymptotique :

Si $\omega \to 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{1dB} = -20\log\left(\sqrt{100^2}\right) = -40dB \\ \varphi_1 = 0° \end{cases}$

Si $\omega \to \infty \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{1dB} \to -\infty \text{ avec une pente} = -20 \text{ dB/décade} \\ \varphi_1 = -90° \end{cases}$

Si $\omega = 100 rad.s^{-1} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{1dB} = -20\log(100^2 + 100^2) = -43dB \\ \varphi_1 = -45° \end{cases}$

- $G_2(p) = \frac{1000}{p+1}$

  On pose $p = j\omega$

  $$G_2(j\omega) = \frac{1000}{1 + j\omega}$$

  $$G_{2dB}(\omega) = 20 \times \log|G(j\omega)| = 20 \log \frac{1000}{\sqrt{\omega^2 + 1}}$$

  $$\varphi_2 = \arg\big(G_2(j\omega)\big) = -\arctan\left(\frac{\omega}{1}\right)$$

  Etude asymptotique :

  Si $\omega \to 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{2dB} = 20\log(1000) = 60dB \\ \varphi_2 = 0° \end{cases}$

  Si $\omega \to \infty \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{2dB} \to -\infty \text{ avec une pente} = -20 \text{ dB/décade} \\ \varphi_2 = -90° \end{cases}$

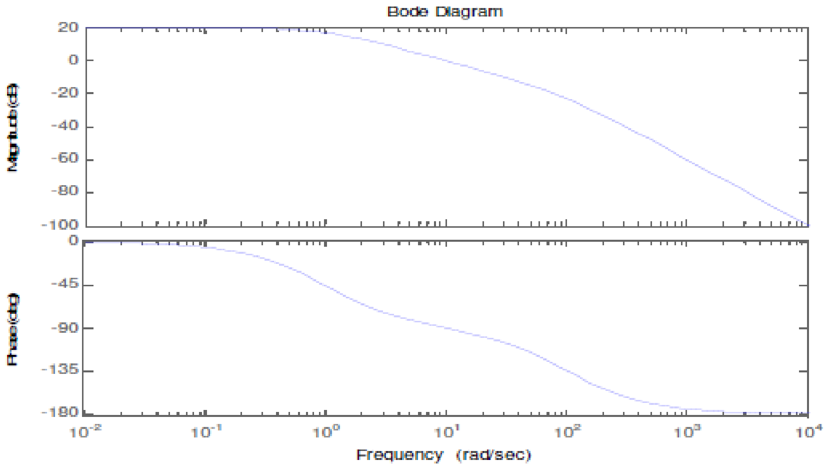
  Si $\omega = 1\, rad.s^{-1} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{2dB} = 57\, dB \\ \varphi_2 = -45° \end{cases}$

- **Etude asymptotique :**

  Si $\omega \to 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{dB} = 60 - 40 = 20dB \\ \varphi = 0° \end{cases}$

  Si $\omega \to \infty \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{dB} \to -\infty \text{ avec une pente} = -40 \text{ dB/décade} \\ \varphi_2 = -180° \end{cases}$

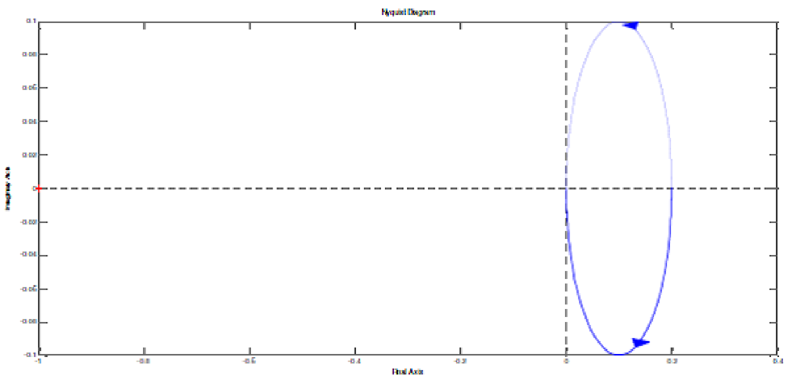
  Si $\omega \in [1{,}100]\, rad.s^{-1} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} G_{dB} = -\infty \quad \text{avec une pente} = -20\text{dB/décade} \\ \varphi \in [-45°, -135°] \end{cases}$



Exercice N°2

- $G(p) = \frac{5}{1+2p}$

Diagramme de Nyquist



$$G(p) = \frac{5}{(1+p)(1+2p)}$$