Il est strictement interdit de faire passer les calculatrices entre les étudiants.
Il est strictement interdit d'utiliser le portable soit comme calculatrice soit pour voir l'heure.

Université de Skikda
Faculté de technologie

Nom et Prénom :

16/12/2020

*Département de technologie, 2ème ST, Module: **Maths 3**, Durée : 1h*

Rattrapage

Exercice n° 1 I/ *Choisir la bonne réponse, **et justifier votre réponse.***

1/. *Soit* $D = [a,b] \times [c,d]$ *un rectangle fermé du plan* $\mathbb{R}^2$*, et* $f: D \to \mathbb{R}$ *une fonction continue. On a :* $\iint_D f(x,y)dxdy =$

1

☐ $\int_a^b \int_c^d f(x,y)dxdy$ ☒ $\int_a^b \int_c^d f(x,y)dydx$ ☐ $\int_c^d \int_a^b f(x,y)dydx$

Justification :

1 car $y \in [c,d]$ et le théorème de Fubini est applicable

2/. *Soit* $D = [0,\pi] \times [0,1]$*, l'intégrale* $\iint_D 2y \sin x \, dxdy =$

1 ☒ 2 ☐ 5 ☐ 13

Justification : 1 1 1

$$I = \left(\int_0^{\pi} \sin x \, dx\right)\left(\int_0^1 2y \, dy\right) = [-\cos x]_0^{\pi} [y^2]_0^1 = 2$$

3/. *L'intégrale* $\iiint_D f(x,y,z)dxdydz$ *en coordonnées sphériques* (r,θ,φ) *est donnée par :*

☐ $\iiint f(r \sin\varphi \cos\theta \,; r \sin\varphi \sin\theta \,; r\cos\varphi) r^2 \, drd\theta d\varphi$

☐ $\iiint f(r \sin\theta \cos\varphi \,; r \sin\varphi \cos\theta \,; r\sin\varphi) r^2 \sin\varphi \, drd\theta d\varphi$

1 ☒ $\iiint f(r \sin\varphi \cos\theta \,; r \sin\varphi \sin\theta \,; r\cos\varphi) r^2 \sin\varphi \, drd\theta d\varphi$

Justification :

$$\begin{cases} x = r\sin\varphi\cos\theta \\ y = r\sin\varphi\sin\theta \\ z = r\cos\varphi \end{cases} \quad 0{,}5 \qquad dr = r^2 \sin\varphi \quad 0{,}5$$

II/ *Répondre par vrai ou faux, **et justifier votre réponse.***

1/. $\iint_D \frac{dxdy}{y^2} = \int_1^9 \int_{\sqrt{y}}^3 \frac{1}{y^2} dxdy = \frac{4}{3}.$

1 ☒ *Vrai* ☐ *Faux*

Justification : $\int_{\sqrt{y}}^3 \frac{1}{y^2} dx = \frac{1}{y^2} x \Big]_{\sqrt{y}}^3 = \frac{3}{y^2} - \frac{\sqrt{y}}{y^2}$ 1

$$I = \int_1^9 \left(\frac{3}{y^2} - \frac{\sqrt{y}}{y^2}\right) dy = \int_1^9 \left(\frac{3}{y^2} - y^{-3/2}\right) dy = \frac{-3}{y} + \frac{2}{\sqrt{y}} \Big]_1^9 = \frac{4}{3} \quad 1$$

ممنوع تبادل الآلة الحاسبة
ممنوع استعمال الهاتف النقال مهما يكن السبب

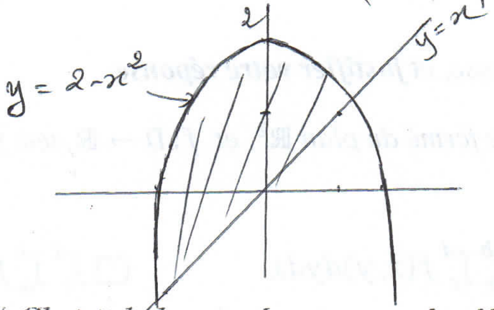
Il est strictement interdit de faire passer les calculatrices entre les étudiants.
Il est strictement interdit d'utiliser le portable soit comme calculatrice soit pour voir l'heure.

2/. Soit $I = \int_{-2}^{1}\int_{x}^{2-x^2} dydx = \frac{9}{2}$, *la quantité* $I = \frac{9}{2}$ *est la surface de la parabole comprise entre* $y = x$ *et* $y = 2 - x^2$.

1 ☑ *Vrai* ☐ *Faux*

Justification : $f(x,y) = 1$ $I = S$ (Aire plane)

1



Exercice n° 2 *1/. Choisir la bonne réponse,* ***sans justification.***

1/. L'équation $(1 + x)ydx + (1 - y)dy = 0$, *est une*

1 ☐ *équation à variables séparées* ☑ *équation à variables séparables*

2/. L'équation $\frac{dy}{dx} + xy = x^3y^3$ *est une*

1 ☐ *équation linéaire* ☐ *équation homogène* ☑ *équation de Bernoulli*

3/. La fonction $f(x, y) = \frac{x^2+y^2}{xy}$ *est une fonction homogène de degré :*

1 ☐ *1* ☑ *0* ☐ *2*

4/. La solution générale de l'équation $y'' + 4y' + 3y = 0$ *est :*

1 ☐ $y = C_1e^{2x} + C_2xe^{2x}$ ☐ $y = C_1e^{-x} + C_2xe^{-3x}$ ☑ $y = C_1e^{-x} + C_2e^{-3x}$

II/. Résoudre les deux équations suivantes :

$y'' + 16y = 0.$

Réponse :

On pose $y = e^{kx}$, $y' = ke^{kx}$, $y'' = k^2e^{kx}$

$y'' + 16y = 0 \Rightarrow k^2e^{kx} + 16ke^{kx} = 0 \Rightarrow (k^2 + 16k)e^{kx} = 0$

1

$\Rightarrow k^2 + 16k = 0$ (puisque $e^{kx} \neq 0$) $\Rightarrow k^2 = -16 \Rightarrow$ 0,5

$k_{1,2} = \pm i4$ 0,5

La solution générale est :

$y = C_1\cos 4x + C_2\sin 4x$ 1

ممنوع تبادل الآلة الحاسبة
ممنوع استعمال الهاتف النقال مهما يكن السبب