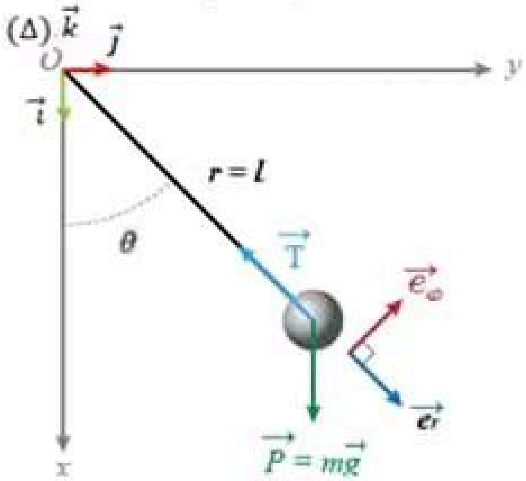
Université Bel Hadj Bouchaib d´Ain Temouchent
Faculté de sciences et technologie
1^{ere} ST-SM

EXAMEN de Physique 1

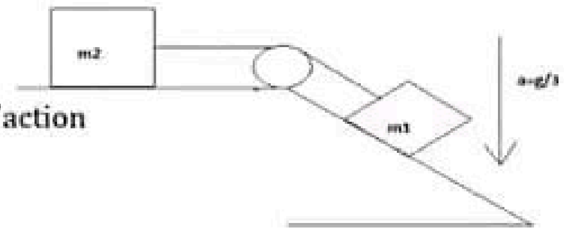
Exercice 1 (8pt): soit le pendule simple qui constitue par une bille ponctuelle de masse m et de longueur l.

1- Donner le vecteur position de la masse m ($\vec{r} = \overrightarrow{OM}$) dans la base cartésienne ($\vec{i}, \vec{j}$) et dans la base polaire ($\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$) .
2- Trouver le vecteur vitesse dans la base polaire ($\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$)
3- Rappeler le théorème de moment cinétique
4- Calculer le moment de la force ($\vec{P}$) par rapport au point O: $\vec{\tau}_o = \vec{r} \times \vec{P}$, puis parapet a l'axe Δ ($\tau_\Delta = \vec{\tau}_o . \vec{k}$)
5- Calculer le produit vectoriel $\vec{L}_o = \vec{r} \times \vec{p}$ ($\vec{p}$: la quantité de mouvement)
6- Calculer le produit scalaire $L_\Delta = \vec{L}_o . \vec{k}$
7- Trouvé l'équation de mouvement de la masse m pour des petites oscillations ($\ll 10°$)



Exercice2 (6pt): Une masse inconnu m_1 glisse avec frottment de coéffition μ_1=0.1 sur un pland inclinée de α=30° est reliée à une masse m_2 = 10 g par une poulie de masse negligeable. La masse $m_2$se glisse avec frottement par un fil de longueur fixe de coéffition μ_2 = 0.4 sur la table et se déplace avec un accélération de 1/3g. (avec g = 9.8 m/s).

1- Représenter les forces qui s'appliqueent sur m_1 et m_2.
2- Calculer la masse m_1 .
3- Calculer la tension du fil.



Exercice 3(6pt) :Une particule de masse m se déplace sous l'action d'une force en décrivant la trajectoire

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} = Rcos(\omega t)\vec{i} + Rsin(\omega t)\vec{j}$$

Ou R et ω sont des constantes.

1- Quelle est la forme de la trajectoire ?
2- Calcules le vecteur vitesse et le vecteur accélération de cette particule.
3- En déduire la force F.
4- Vérifier que cette force et conservative.
5- Trouver le poteltiel V(r) dont –elle dérive.
6- Trouver la dimension de ce potentiel

Exercice 1 (7pt): soit le pendule simple qui constitue par une bille ponctuelle de masse m et de longueur l.

1- Donner le vecteur position de la masse m ($\vec{r} = \overrightarrow{OM}$) dans la base cartésienne ($\vec{i}, \vec{j}$) et dans la base polaire ($\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$) .
$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = l\cos\theta\,\vec{i} + l\sin\theta\,\vec{j}$ la base cartésienne (0.5p)
$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = l\vec{e}_r$ la base polaire (0.5p)

2- Trouver le vecteur vitesse dans la base polaire ($\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$)
a- $\vec{e}_r = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}$ et (0.25p)
b- $\vec{e}_\theta = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}$ (0.25p)
c- $\frac{d\vec{e}_r}{dt} = \frac{d\vec{e}_r}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}(-\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}) = \dot{\theta}\vec{e}_\theta$ (0.25p)
$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(l\vec{e}_r) = \frac{dl}{dt}\vec{e}_r + \frac{d\vec{e}_r}{dt}l = l\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ car l=cet (0.25p)

3- Rappeler le théorème de moment cinétique
En un point fixe O d'un référentiel galiléen, la dérivée par rapport au temps du moment cinétique d'un point matériel est égale au moment de la force qui lui est appliquée en ce point.

$\frac{d\vec{L}_o}{dt} = \vec{\tau}_o$ (1p)

4- Calculer le moment de la force ($\vec{P}$) par rapport au point O: $\vec{\tau}_o = \vec{r} \times \vec{P}$, puis parapet a l'axe Δ ($\tau_\Delta = \vec{\tau}_o.\vec{k}$)
$\vec{r} = l\cos\theta\,\vec{i} + l\sin\theta\,\vec{j}$
$\vec{P} = mg\,\vec{i}$

$$\vec{\tau}_o = \vec{r} \times \vec{P} = \begin{pmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ l\cos\theta & l\sin\theta & 0 \\ mg & 0 & 0 \end{pmatrix} = \vec{i}\begin{pmatrix} l\sin\theta & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \vec{j}\begin{pmatrix} l\cos\theta & 0 \\ mg & 0 \end{pmatrix} + \vec{k}\begin{pmatrix} l\cos\theta & l\sin\theta \\ mg & 0 \end{pmatrix}$$
$= -mgl\sin\theta\,\vec{k}$ (1p)
$\tau_\Delta = \vec{\tau}_o.\vec{k} = -mgl\sin\theta\,\vec{k}.\vec{k} == -mgl\sin\theta$(0.5p)

5- Calculer le produit vectoriel $\vec{L}_o = \vec{r} \times \vec{p}$ ($\vec{p}$: la quantité de mouvement)
$\vec{p} = m\vec{V} = m\frac{d\vec{r}}{dt} = ml\dot{\theta}\vec{e}_\theta = ml\dot{\theta}(= -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j})$

$$\vec{L}_o = \vec{r} \times \vec{p} = \begin{pmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ l\cos\theta & l\sin\theta & 0 \\ -ml\dot{\theta}\sin\theta & ml\dot{\theta}\cos\theta & 0 \end{pmatrix}$$
$$= \vec{i}\begin{pmatrix} l\sin\theta & 0 \\ ml\dot{\theta}\cos\theta & 0 \end{pmatrix} - \vec{j}\begin{pmatrix} l\cos\theta & 0 \\ -ml\dot{\theta}\sin\theta & 0 \end{pmatrix} + \vec{k}\begin{pmatrix} l\cos\theta & l\sin\theta \\ -ml\dot{\theta}\sin\theta & ml\dot{\theta}\cos\theta \end{pmatrix}$$
$= ml^2\dot{\theta}(\cos\theta^2 + \sin\theta^2)\vec{k} = ml\dot{\theta}\,\vec{k}$ (1p)

6- Calculer le produit scalaire $L_\Delta = \vec{L}_o.\vec{k}$
$L_\Delta = \vec{L}_o.\vec{k} = ml^2\dot{\theta}\,\vec{k}.\vec{k} = ml^2\dot{\theta}$ (0.5p)

7- Trouvé l'équation de mouvement de la masse m pour des petites oscillations ($\ll 10°$)
Appliquons la théorème de moment cinétique :
$\frac{dL_\Delta}{dt} = \tau_\Delta$
$\frac{dL_\Delta}{dt} = \frac{d}{dt}(ml^2\dot{\theta}) = ml^2\ddot{\theta} = -mgl\sin\theta$ (0.5p)

$ml^2\ddot{\theta} + mgl\sin\theta = 0$ divisons sur cette équation sur ml^2 puis $\sin\theta = \theta$
(θ *en radian pour* des petites oscillations, on obtien liéqaution differnetielle de mouvement

$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$ (0.5p)

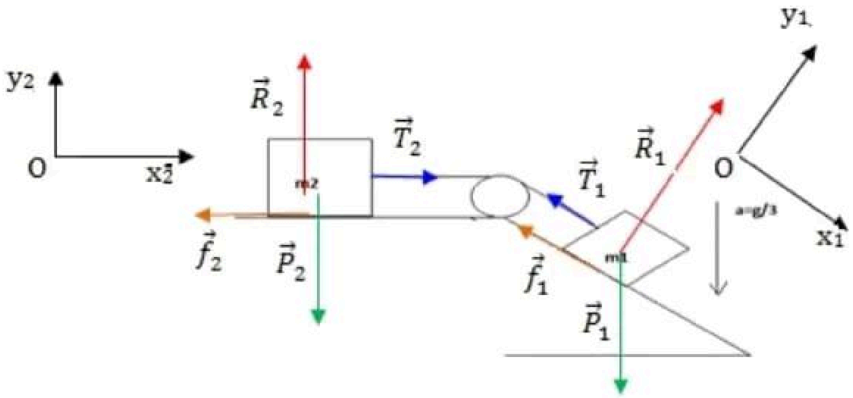
Exercice2 (6pt): Une masse inconnu m_1 glisse avec frottment de coéffition $\mu_1 = 0.1$ sur un pland inclinée de $\alpha = 30°$ est reliée à une masse $m_2 = 10$ g par une poulie de masse negligeable.

La masse m_2 se glisse avec frottement par un fil de longueur fixe de coéffition $\mu_2 = 0.4$ sur la table et se déplace avec un accélération de 1/3g, (avec g = 9.8 m/s).

1- Représenter les forces qui s'appliqueent sur m_1 et m_2. (2p)

Chaque représentation d'une foece

Est de (0.25p)



2- Calculer la masse m_1.

On applique le principe fondamental de la dynamique sur la masse m1

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_1\vec{a}$$

$$\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_1 + \vec{f}_1 = m_1\vec{a} \quad (0.25)$$

La projection selon l'axe (ox1)

$-T_1 - f_1 + P_1 sin\alpha = m_1 a$ ① (0.25)

Donc $m_1 = \frac{-T_1 - f_1 + P_1 sin\alpha}{a}$ (0.25)

La projection selon l'axe (oy1)

$R_1 - P_1 cos\alpha = 0$ ②(0.25)

Et on a : $f_1 = \mu_1 R_1 = \mu_1 P_1 cos\alpha = \mu_1 m_1 g cos\alpha$ (0.25)

Donc l'équation ① devient : $-T_1 - \mu_1 m_1 g cos\alpha + m_1 g sin\alpha = m_1 a$

$m_1(a + \mu_1 g cos\alpha - g sin\alpha) = -T_1$

Donc $m_1 = \frac{-T_1}{a + \mu_1 g cos\alpha - g sin\alpha}$ ③(0.25)

On applique le principe fondamental de la dynamique sur la masse m2

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_2\vec{a}$$

$$\vec{P}_2 + \vec{R}_2 + \vec{T}_2 + \vec{f}_2 = m_1\vec{a} \quad (0.25)$$

La projection selon l'axe (ox2)

$T_2 - f_2 = m_2 a$ ④ (0.25)

La projection selon l'axe (oy2)

$R_2 - P_2 = 0$ ⑤ (0.25)

De l'équation ④: $T_2 = m_2 a + f_2 = T_1$ (0.25)

Car le fil est de masse négligebale et inextensible

$T_2 = T_1 = m_2 a + f_2 = m_2 a + \mu_2 P_2 = m_2(a + \mu_2 g)$ (0.25)

car : $R_2 = P_2$ et $f_2 = \mu_2 R_2 = \mu_2 P_2 = \mu_2 m_2 g$

donc ③devient

$m_1 = \frac{-m_2(a+\mu_2 g)}{a+\mu_1 g cos\alpha - g sin\alpha}$ (0.25)

AN.

$m_1 = \frac{-0.01(9.8/3+0.4\times9.8)}{\frac{9.8}{3}+0.1\times9.8\times cos30° - 9.8 sin30°}$ (0.25)

$m_1 = 0.09kg = 90g$(0.25)

3- Calculer la tension du fil.

A partir de ④

$T_2 = T_1 = m_2 a + f_2 = m_2 a + \mu_2 P_2 = m_2(a + \mu_2 g)$ (0.5)

AN. $T_1 = T_2 = 0.01\left(\frac{9.8}{3} + 0.4 * 9.8\right) = 0.0718N$(0.5)

<u>Exercice 3</u>(6pt) :Une particule de masse m se déplace sous l'action d'une force en décrivant la trajectoire

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} = Rcos(\omega t)\vec{i} + Rsin(\omega t)\vec{j}$$

Ou R et ω sont des constantes.

1- Quelle est la forme de la trajectoire ?

$\begin{cases} x(t) = Rcos(\omega t)\ (1) \\ y(t) = Rsin(\omega t)\ (2) \end{cases}$

on leve les deux équation au carré memebre a membre puis on fait la sommation

$\begin{cases} x^2 = R^2 cos(\omega t)^2 \\ y^2 = R^2 sin(\omega t)^2 \end{cases} \rightarrow x^2 + y^2 = R^2 cos(\omega t)^2 + R^2 sin(\omega t)^2 = R^2(cos(\omega t)^2 + sin(\omega t)^2) = R^2$

donc l'équation de trajectoire est $x^2 + y^2 = R^2$ (1.5p)

la trajectoire est une cercle de rayon R

2- Calcules le vecteur vitesse et le vecteur accélération de cette particule.

Le vecteur vitesse est : $\vec{V}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = -R\omega sin(\omega t)\vec{i} + R\omega cos(\omega t)\vec{j}$ (1p)

le vecteur accélération : $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{V}}{dt} = -R\omega^2 cos(\omega t)\vec{i} - R\omega^2 sin(\omega t)\vec{j}$ (1p)

3- En déduire la force F.

$\vec{F}(t) = m\vec{a}(t) = -mR\omega^2 cos(\omega t)\vec{i} - mR\omega^2 sin(\omega t)\vec{j} = -m\omega^2(Rcos(\omega t)\vec{i} + Rsin(\omega t)\vec{j})$

$\vec{F}(t) = -m\omega^2\vec{r}(t)$ (1p)

4- Vérifier que cette force et conservative.

La force $\vec{F}(t)$ est conservative c'est dirive d'un potentiel

$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}V$, on introduit la rotationnel $\overrightarrow{rot}\vec{F} = -\overrightarrow{rot}\,\overrightarrow{grad}V = 0$

Car rotationnel d'un gradiant est toujour nul, donc on verifie la prmière coté $\overrightarrow{rot}\vec{F}$

$$\overrightarrow{rot}\vec{F} = \vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{pmatrix} \vec{i} & -\vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -m\omega^2 x & -m\omega^2 y & 0 \end{pmatrix} = 0$$

Donc La force $\vec{F}(t)$ est conservative car $\overrightarrow{rot}\vec{F} = 0$, (1p)

5- Trouver le poteltiel V(r) dont –elle dérive.

On a $\vec{F} = -\overrightarrow{grad}V = -(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j}) \rightarrow \begin{cases} -mR\omega^2 x\vec{i} = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} \\ -mR\omega^2 y\vec{j} = -\frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} \end{cases}$ (0.5p)

$\begin{cases} V = m\omega^2 \int xdx = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + C1 \\ V = m\omega^2 \int ydy = \frac{1}{2}m\omega^2 y^2 + C2 \end{cases}$ et finalment $V = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2) + C$(0.5p)

6- Trouver la dimension de ce potentiel

[V]=[m].[ω^2] [$(x^2 + y^2)$]=$M.T^{-2}.L^2$= ML^2T^{-2} (0.5p)