الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الحسن ابن الهيثم النزلة — المستوى : 3 ثانوي

الأستاذ: بوقفة عبد الفتاح — شعبة : ع ت - ت ر - ر

الحل المفصل لسلسلة الإحتمالات

التمرين 01

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء ، ثلاثة حمراء وكرتين سوداوين متشابهة لا نفرق بينها باللمس .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق .

نعتبر الحدثين التاليين : A " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " ، B " الحصول على كرة بيضاء على الأقل " .

❶ بين أن: $P(A) = \frac{1}{2}$ ، ثم أحسب P(B) إحتمال الحدث B .

❷ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ/ عين قيم المتغير العشوائي X .

ب/ بين أن : $P(X = 0) = \frac{1}{6}$ و $P(X = 2) = \frac{3}{10}$.

❸ عرف قانون الإحتمال للمتغيرالعشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي .

❹ أحسب الإنحراف المعياري .

حل التمرين 01

عدد الحالات الممكنة للسحب : بما أن السحب في آن واحد ، نستخدم التوفيقة ،ومنه $C_{10}^4 = \frac{10!}{4!(10-4)!} = 210$

❶ بين أن: $P(A) = \frac{1}{2}$

الحدث A : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " ومنه $P(A) = \frac{C_3^1 C_7^3}{210} = \frac{105}{210} = \frac{1}{2}$

و . هـ . م

أحسب P(B) إحتمال الحدث B .

طريقة 01 : الحدث B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل " معناه

$(B,\bar{B},\bar{B},\bar{B})$ أو $(B,B,\bar{B},\bar{B})$ أو $(B,B,B,\bar{B})$ أو (B,B,B,B) ومنه

$$P(B) = \frac{C_5^1 C_5^3 + C_5^2 C_5^2 + C_5^3 C_5^1 + C_5^4 C_5^0}{210} = \frac{205}{210}$$

طريقة 02 : نعتبر الحدث $\bar{B}$:"عدم سحب أي كرة بيضاء " أي $(\bar{B},\bar{B},\bar{B},\bar{B})$ أي $P(\bar{B}) = \frac{C_5^4 C_5^0}{210} = \frac{5}{210}$

نعلم أن : $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{5}{210} = \frac{205}{210}$

❷ أ/ عين قيم المتغير العشوائي X : قيم X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3

ب/ بين أن : $P(X = 0) = \frac{1}{6}$

الحادثة $(X=0)$ معناه عدم سحب أي كرة حمراء $(\bar{R},\bar{R},\bar{R},\bar{R})$ ومنه

$$P(X=0)=\frac{C_3^0C_7^4}{210}=\frac{35}{210}=\frac{1}{6}$$

ب/ بين أن : $P(X=2)=\frac{3}{10}$

الحادثة $(X=2)$ معناه سحب كريتين حمراوتين $(R,R,\bar{R},\bar{R})$ ومنه

$$P(X=2)=\frac{C_3^2C_7^2}{210}=\frac{63}{210}=\frac{3}{10}$$

3 عرف قانون الإحتمال للمتغيرالعشوائي X

يجب أن نكمل حساب كل من $P(X=1)$ و $P(X=3)$

الحادثة $(X=1)$ معناه سحب كرة واحدة حمراء فقط وهي نفسها الحدث A

$$P(X=1)=P(A)=\frac{105}{210}$$

الحادثة $(X=3)$ معناه سحب 3 كريات حمراء $(R,R,R,\bar{R})$ ومنه $P(X=3)=\frac{C_7^1C_3^3}{210}=\frac{7}{210}$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{35}{210}$	$\frac{105}{210}$	$\frac{63}{210}$	$\frac{7}{210}$

أحسب أمله الرياضي

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_iP_i=\frac{0\times35+1\times105+2\times63+3\times7}{210}=1{,}2$$

حساب التباين

$$V(X)=\sum_{i=1}^{4}{x_i}^2P_i-\left(E(X)\right)^2=\frac{0^1\times35+1^2\times105+2^2\times63+3^2\times7}{210}-(1{,}2)^2=0{,}56$$

4 أحسب الإنحراف المعياري .

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{0{,}56}=0{,}75$$

التمرين 02

كيس يحتوي على 8 كرات منها 4 كرات حمراء و 3 كرات خضراء وكرة واحدة بيضاء .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس .

1 أ/ أحسب عدد الحالات الممكنة .

ب/ أحسب الإحتمالات التالية : $P(A)$ ، P(B) و P(C) إحتمال الحوادث التالية حيث :

A " 3 كرات من نفس اللون " ، B " كرة حمراء على الأقل " ، C " كرتين على الأكثر حمراء " .

2 نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان المحصل عليها .

أ/ ماهي قيم X .

ب/ أحسب الإحتمالات التالية : $P(X=1)$ ، $P(X=3)$ وإستنتج $P(X=2)$.

❸ أحسب الإنحراف المعياري .

حل التمرين 02

❶ أ/عدد الحالات الممكنة للسحب : بما أن السحب في آن واحد ، نستخدم التوفيقة ، $C_8^3=\frac{8!}{3!(8-3)!}=56$

ب/ أحسب الإحتمالات التالية : $P(A)$

الحادثة A معناه : سحب إما ثلاث كريات حمراء أو ثلاث كريات خضراء (R,R,R) أو (V,V,V)

$$P(A)=\frac{C_4^3+C_3^3}{56}=\frac{5}{56}$$

حساب $\mathrm{P(B)}$

طريقة 01 : الحادثة B معناه إما سحب كرية واحدة حمراء فقط ، أو سحب كرتين حمراوين ، أو سحب ثلاث كريات حمراء أي (R,R,R) ، أو $(R,R,\bar{R})$ ، أو $(R,\bar{R},\bar{R})$ ومنه

$$\mathrm{P(B)}=\frac{C_4^1C_4^2+C_4^2C_4^1+C_4^3C_4^0}{56}=\frac{52}{56}$$

طريقة 02 : نعتبر الحدث $\bar{B}$:" عدم سحب أي كرة حمراء " أي $(\bar{R},\bar{R},\bar{R})$ أي $P(\bar{B})=\frac{C_4^3}{56}=\frac{4}{56}$

نعلم أن : $P(B)=1-P(\bar{B})=1-\frac{4}{56}=\frac{52}{56}$

حساب $\mathrm{P(C)}$ الحادثة C معناه إما سحب كرتين حمراوين أو كرية واحدة حمراء أو عدم سحب أي كرة حمراء

$(R,R,\bar{R})$ أو $(R,\bar{R},\bar{R})$ أو $(\bar{R},\bar{R},\bar{R})$

$$\mathrm{P(C)}=\frac{C_4^2C_4^1+\ C_4^1C_4^2+C_4^0C_4^3}{56}=\frac{52}{56}$$

❷ أ/ عين قيم المتغير العشوائي X : قيم X هي : 1 ، 2 ، 3

ب/ أحسب الإحتمالات التالية : $P(X=1)$ ، $P(X=3)$

الحادثة $(X=1)$ معناه سحب ثلاث كريات من نفس اللون وهي نفسها الحادثة A

$$P(X=1)=P(A)=\frac{5}{56}$$

الحادثة $(X=3)$ معناه سحب ثلاث كرات مختلفة في اللون أي (B,R,V) ومنه

$$P(X=3)=\frac{C_1^1C_3^1C_4^1}{56}=\frac{12}{56}$$

إستنتاج $P(X=2)$: نعلم أن $P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1$

ومنه $P(X=2)=1-P(X=1)-P(X=3)$ ، أي $P(X=2)=1-\frac{5}{56}-\frac{12}{56}=\frac{39}{56}$

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{56}$	$\frac{39}{56}$	$\frac{12}{56}$

أحسب أمله الرياضي

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_iP_i=\frac{1\times 5+2\times 39+3\times 12}{56}=2{,}13$$

حساب التباين

$$V(X)=\sum_{i=1}^{3}{x_i}^2P_i-\big(E(X)\big)^2=\frac{1^2\times 5+2^2\times 39+3^2\times 12}{56}-(2{,}13)^2=0{,}27$$

❸ أحسب الإنحراف المعياري .

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{0{,}27}=0{,}52$$

التمرين 03

تحتوي علبة على 10 قريصات لا يمكن التفريق بينها باللمس ، من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام: 1،2،2،4،6،8 و 4 قريصات بيضاء اللون تحمل الأرقام : 1،3،5،5 ، نسحب 3 قريصات واحدة تلو الأخرى دون إرجاع

❶ شكل شجرة الإحتمالات المناسبة لذلك .

❷ أ/ ماهو إحتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون .

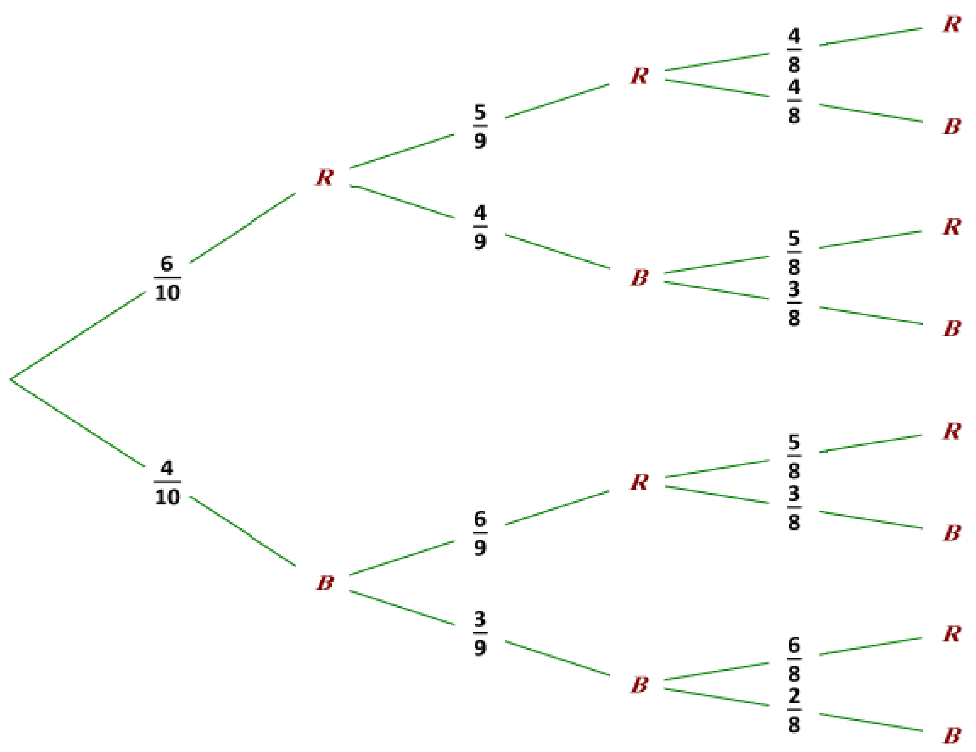
ب/ ماهو إحتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفتين .

❸ أ/ ماهو إحتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 أرقام مجموعها يساوي 15 .

ب/ ماهو إحتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 أرقام مجموعها يساوي 15 علما أنها من نفس اللون .

حل التمرين 03

❶ شكل شجرة الإحتمالات المناسبة لذلك .



❷ أ/ ماهو إحتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون .

نرمز بـ A : " الحصول على 3 قريصات من نفس اللون"

أي سحب ثلاث قريصات حمراء أو ثلاث قريصات بيضاء

$$P(A)=\left(\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\right)+\left(\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}\right)=\frac{144}{720}=\frac{1}{5}$$

ب/ ماهو إحتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين .

نلاحظ أن حادثة الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين هي الحادثة العكسية لحادثة الحصول على ثلاث قريصات من نفس اللون ومنه

$$P(\bar{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$

❸ أ/ ماهو إحتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 أرقام مجموعها يساوي 15

نرمز بـ B : " الحصول على ثلاث قريصات مجموعها 15 "

بما أن السحب دون إرجاع نستخدم الترتيبة ومنه $A_{10}^{3}=\frac{10!}{(10-3)!}=720$

لدينا الثلاثيات التي مجموعها 15 هي : $(1,6,8)$ ، أو $(2,5,8)$ ، أو $(3,4,8)$ ، أو $(4,5,6)$

حذاري بما أن السحب دون إرجاع فإن الترتيب مهم جدا ، ومنه كل ثلاثية يمكن أن تتشكل 6 مرات

مثلا الثلاثية $(1,6,8)$ يمكن أن تكون كالتالي

$(1,6,8)$ ، $(1,8,6)$ ، $(6,1,8)$ ، $(6,8,1)$ ، $(8,1,6)$ ، $(8,6,1)$

والأمر سيان مع باقي الثلاثيات

ومنه نحسب معامل الترتيب $6=\frac{3!}{1!\times1\times1!}$

لنحسب إحتمال كل ثلاثية

إحتمال الحصول على $(1,6,8)$ هو $\frac{6(A_2^1A_1^1A_1^1)}{720}=\frac{12}{720}$

إحتمال الحصول على $(2,5,8)$ هو $\frac{6(A_2^1A_2^1A_1^1)}{720}=\frac{24}{720}$

إحتمال الحصول على $(3,4,8)$ هو $\frac{6(A_1^1A_1^1A_1^1)}{720}=\frac{6}{720}$

إحتمال الحصول على $(4,5,6)$ هو $\frac{6(A_1^1A_2^1A_1^1)}{720}=\frac{12}{720}$

$$\mathrm{P(B)}=\frac{12+24+6+12}{720}=\frac{54}{720}$$

ب/ ماهو إحتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 أرقام مجموعها يساوي 15 علما أنها من نفس اللون .

نرمز بـ A : " الحصول على 3 قريصات من نفس اللون"

نرمز بـ B : " الحصول على ثلاث قريصات مجموعها 15 "

ومنه $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$

نحسب أولا $P(A\cap B)$

الحادثة $A \cap B$:" الحصول على 3 قريصات من نفس اللون و مجموعها 15 "

الثلاثية الوحيدة التي تحقق الحادثة $A \cap B$ هي $(1,6,8)$ أي (R_1, R_6, R_8) ومنه

$$P(A \cap B) = \frac{6(A_1^1 A_1^1 A_1^1)}{720} = \frac{6}{720}$$

ومنه بالتعويض نجد

$$P_A(B) = \frac{\frac{6}{720}}{\frac{144}{720}} = \frac{6}{144}$$

التمرين 04

يحتوي صندوق على 7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء وكل الكرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق ونسجل لونها ثم نعيدها إلى الصندوق ونسحب كرة أخرى ونسجل لونها وننهي التجربة .

1. أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A "الحصول على كريتين بيضاوين " ، B "الحصول على كريتين من نفس اللون " .

2. نعرف لعبة حظ كمايلي : تمنح لكل كرية بيضاء العلامة α ولكل كرة سوداء العلامة α− ، حيث α عدد حقيقي ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب لكرتين مجموع النقط المحصل عليها .

أ/ عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي .

ب/ عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون اللعبة مربحة .

3. نضيف $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق ونعيد عملية السحب المعرفة أعلاه .

ماهو عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علم أن إحتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$.

حل التمرين 04

عدد الحالات الممكنة للسحب : بما أن السحب بالإرجاع ، نستخدم القائمة ، $10^2 = 100$

1. أحسب إحتمال الحوادث التالية :

$$P(B) = \frac{7^2+3^2}{100} = \frac{58}{100} \quad ، \quad P(A) = \frac{7^2}{100} = \frac{49}{100}$$

2. قيم المتغير العشوائي X : قيم X هي : -2α ، 0 ، 2α

أ/ عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي .

الحادثة $(X = -2\alpha)$ معناه سحب سحب كرتين سوداوين (N, N) ومنه

$$P(X = -2\alpha) = \frac{3^2}{100} = \frac{9}{100}$$

الحادثة $(X = 0)$ معناه سحب سحب كرتين مختلفتين في اللون (B, N) ، أو (N, B) ومنه

$$P(X = 0) = \frac{2(7^1 \times 3^1)}{100} = \frac{42}{100}$$

الحادثة $(X=2\alpha)$ معناه سحب كرتين بيضاوين (B,B) ومنه

$$P(X=2\alpha)=\frac{7^2}{100}=\frac{49}{100}$$

x_i	-2α	0	2α
$P(X=x_i)$	$\frac{9}{100}$	$\frac{42}{100}$	$\frac{58}{100}$

أحسب أمله الرياضي

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_iP_i=\frac{-2\alpha\times 9+0\times 42+2\alpha\times 58}{100}=\frac{4}{5}\alpha$$

ب/ عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون اللعبة مربحة .

تكون اللعبة مربحة إذاوفقط إذا كان $E(X)>0$ ، أي أن $\frac{4}{5}\alpha>0$ ، ومنه $\alpha>0$

3 ماهو عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علم أن إحتمال الحادثة A يساوي $\frac{1}{4}$

نضيف $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق فيصبح إجمالي الكرات هو 7 بيضاء و n كرة سوداء ومنه عدد الحالات الممكنة للسحب هي $(n+7)^2$

لدينا من جهة $P(A)=\frac{7^2}{(n+7)^2}=\frac{49}{(n+7)^2}$ ، ومن جهة أخرى $P(A)=\frac{1}{4}$ ومنه

$$\frac{49}{(n+7)^2}=\frac{1}{4}$$

$$(n+7)^2=4\times 49$$

ومنه $n^2+14n-147=0$ ، ومنه $\begin{cases} n=-21\notin N \\ n=7 \end{cases}$

حذاري قمنا بإضافة $(n-3)$ كرة سوداء وليس n كرة سوداء

ومنه $4=3-7$ ، ومنه عدد الكرات السوداء التي قمنا بإضافتها هي 4 كرات

التمرين 05

يحتوي صندوق على 3 كريات بيضاء و أربع كرات سوداء ، كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس .

نجري سلسلة من السحبات : في كل سحبة نأخذ عشوائيا كرة من الكيس إذا كانت سوداء نتوقف عن السحب وإذا كانت بيضاء لا نعيدها إلى الكيس ونسحب كرة أخرى نسجل لونها وننهي التجربة .

1 أحسب إحتمال كل من الحوادث التالية : A " الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء "

B " الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء "

2 إستنتج حساب إحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة .

3 ليكن المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد السحبات التي أجريناها

أ/ عين قيم المتغير X .

ب/ عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي .

حل التمرين 05

❶ أحسب كل من P(A) و P(B)

$$P(B)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_4^1}{C_6^1}=\frac{3\times4}{7\times6}=\frac{2}{7}\quad،\quad P(A)=\frac{C_4^1}{C_7^1}=\frac{4}{7}$$

❷ إستنتج حساب إحتمال لكي لا نجري السحبة الثالثة .

لكي لا نجري السحبة الثالثة يجب إما أن نتوقف عند السحبة الأولى أو نتوقف عند السحبة الثانية

$$P(A)+P(B)=\frac{4}{7}+\frac{2}{7}=\frac{6}{7}$$

❸ أ/ عين قيم المتغير X : قيم X هي : 1 ، 2 ، 3 ، 4

ب/ عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

الحادثة $(X=1)$ معناه الكرة المسحوبة في المرة الأولى سوداء وهي نفسها الحادثة A

$$P(X=1)=P(A)=\frac{4}{7}=\frac{20}{35}$$

الحادثة $(X=2)$ معناه الكرة المسحوبة في المرة الثانية سوداء وهي نفسها الحادثة B

$$P(X=2)=P(B)=\frac{2}{7}=\frac{10}{35}$$

الحادثة $(X=3)$ معناه (B,B,N) ومنه

$$P(X=3)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}\times\frac{C_4^1}{C_5^1}=\frac{4}{35}$$

الحادثة $(X=4)$ معناه (B,B,B,N) ومنه

$$P(X=3)=\frac{C_3^1}{C_7^1}\times\frac{C_2^1}{C_6^1}\times\frac{C_1^1}{C_5^1}\times\frac{C_4^1}{C_4^1}=\frac{1}{35}$$

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{20}{35}$	$\frac{10}{35}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{1}{35}$

أحسب أمله الرياضي

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_iP_i=\frac{1\times20+2\times10+3\times4+4\times1}{35}=1{,}6$$

التمرين 06

جواب واحد فقط صحيح عينه مع التبرير .

❶ A و B حادثتان مستقلتان حيث : $P(A)=0{,}7$ و $P(B)=0{,}2$

أ/ $P(A\cap B)=0{,}14$ ، ب/ $P(A\cup B)=0{,}9$ ، جـ/ $P_A(B)=0{,}5$

❷ قطعة نقدية مزيفة بحيث إحتمال ظهور " وجه F" يساوي $\frac{1}{3}$ ، نرميها 4 مرات متتابعة . ما إحتمال الحصول على

الأقل مرة " وجه F : أ / $\frac{18}{81}$ ، ب/ $\frac{72}{81}$ ، ج / $\frac{65}{81}$

❸ يحتوي صندوق على 5 كريات بيضاء و 5 كريات سوداء ،نسحب مع الإعادة كرة عشوائيا n مرة متتابعة $(n > 1)$ ، ما إحتمال الحصول على كريات ليست كلها من نفس اللون .

أ/ $1-\frac{1}{2^n}$ ، ب/ $1-\frac{1}{2^{n-1}}$ ، ج / $1-\frac{1}{2^{2n}}$

حل التمرين 06

❶ A و B حادثتان مستقلتان حيث : $P(A)=0{,}7$ و $P(B)=0{,}2$

بما أن A و B حادثتان مستقلتان فإن : $\begin{cases} P(A\cap B)=P(A)\times P(B) \\ P_A(B)=P(B) \\ P_B(A)=P(A) \end{cases}$

لدينا $P(A)\times P(B)=0{,}7\times 0{,}2=0{,}14$ ، وبما أن $P(A\cap B)=0{,}14$

ومنه الإجابة الصحيحة هي " أ "

❷ قطعة نقدية مزيفة بحيث إحتمال ظهور " وجه F" يساوي $\frac{1}{3}$ ، نرميها 4 مرات متتابعة . ما إحتمال الحصول على الأقل مرة " وجه F

الحادثة العكسية لحادثة الحصول على الأقل على مرة وجه هي حادثة الحصول على 4 مرات ظهر (P,P,P,P)

بما أن إحتمال ظهور " وجه F" يساوي $\frac{1}{3}$ ، فإن إحتمال ظهور ظهر P هو $\frac{2}{3}$

ومنه $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$ ، ومنه $1-\frac{16}{81}=\frac{65}{81}$

ومنه الإجابة الصحيحة هي : " ج "

❸ يحتوي صندوق على 5 كريات بيضاء و 5 كريات سوداء ،نسحب مع الإعادة كرة عشوائيا n مرة متتابعة $(n > 1)$ ، ما إحتمال الحصول على كريات ليست كلها من نفس اللون .

بما أن السحب بإرجاع نستخدم القائمة ، ومنه 10^n

نرمز بـ A : " الحصول على كريات ليست من نفس اللون "

نرمز بـ $\bar{A}$: " الحصول على كريات من نفس اللون "

الحادثة $\bar{A}$ معناه إما سحب n كرة سوداء أو n كرة بيضاء

$$P(\bar{A})=\frac{5^n}{10^n}+\frac{5^n}{10^n}=\left(\frac{1}{2}\right)^n+\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{1}{2^n}+\frac{1}{2^n}=\frac{2}{2^n}=\frac{1}{2^{n-1}}$$

نعلم أن $P(A)+P(\bar{A})=1$ ، ومنه $P(A)=1-P(\bar{A})$

$$P(A)=1-\frac{1}{2^{n-1}}$$

ومنه الإجابة الصحيحة هي : " ب "

التمرين 07

يحتوي كيس على 10 كريات بحيث : 5 كريات حمراء تحمل الأرقام -2 ، -1 ، 0 ، 1، 2 وثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام -1 ، 0 ، 1، وكريتان سوداوان تحملان الرقين -1 ، 0 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من هذا الكيس ونفترض أن كل الكريات لها نفس إحتمال السحب .

I- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة ممكنة العدد الحقيقي $|x-y|$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس .

❶ عين القيم الممكنة لـ X .

❷ عين قانون إحتمال المتغير X ، ثم أحسب أمله الرياضي .

II- نعيد كل الكرات المسحوبة إلى الكيس و نسحب منه كريتين على التوالي وبدون إرجاع الكرية المسحوبة الأولى

❶ أحسب عدد الحالات الممكنة .

❷ A و B حادثتان معرفتان كمايلي : A " الكريتان المسحوبتان لونهما مختلفان "

B " الكريتان المسحوبتان تحمل كل منهما عددا موجبا تماما "

أحسب $P(A)$ و P(B) .

حل التمرين 07

عدد الحالات الممكنة للسحب : بما أن السحب في آن واحد ، نستخدم التوفيقة ، ومنه $C_{10}^{2}=\frac{10!}{2!(10-2)!}=45$

❶ عين القيم الممكنة لـ X .

أولا نشكل الثنائيات الممكنة : $(-2,-1)$ ، $(-2,0)$ ، $(-2,1)$ ، $(-2,2)$ ، $(-1,0)$ ، $(-1,1)$ ، $(-1,2)$ ، $(-1,-1)$ ، $(0,1)$ ، $(0,2)$ ، $(0,0)$ ، $(1,2)$ ، $(1,1)$

ومنه القيم الممكنة لـ X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4

❷ عين قانون إحتمال المتغير X

الحادثة $(X=0)$ معناه سحب إما $(-1,-1)$ أو $(1,1)$ أو $(0,0)$

$$P(X=0)=\frac{C_2^2+C_3^2+C_3^2}{45}=\frac{7}{45}$$

الحادثة $(X=1)$ معناه سحب إما $(-2,-1)$ أو $(-1,0)$ أو $(0,1)$ أو $(1,2)$

$$P(X=1)=\frac{C_3^1C_1^1+C_3^1C_3^1+C_3^1C_2^1+C_2^1C_1^1}{45}=\frac{20}{45}$$

الحادثة $(X=2)$ معناه سحب إما $(-2,0)$ أو $(-1,1)$ أو $(0,2)$

$$P(X=2)=\frac{C_3^1C_1^1+C_2^1C_3^1+C_3^1C_1^1}{45}=\frac{12}{45}$$

الحادثة $(X=3)$ معناه سحب إما $(-2,1)$ أو $(-1,2)$

$$P(X=3)=\frac{C_2^1C_1^1+C_1^1C_3^1}{45}=\frac{5}{45}$$

الحادثة $(X=4)$ معناه سحب $(-2,2)$

$$P(X=4)=\frac{C_1^1C_1^1}{45}=\frac{1}{45}$$

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{7}{45}$	$\frac{20}{45}$	$\frac{12}{45}$	$\frac{5}{45}$	$\frac{1}{45}$

أحسب أمله الرياضي

$$E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_iP_i=\frac{0\times 7+1\times 20+2\times 12+3\times 5+4\times 1}{45}=1{,}4$$

II- نعيد كل الكرات المسحوبة إلى الكيس و نسحب منه كريتين على التوالي وبدون إرجاع الكرية المسحوبة الأولى

1. أحسب عدد الحالات الممكنة .

بما أن السحب دون إرجاع نستعمل الترتيبة ومنه $A_{10}^2=\frac{10!}{(10-2)!}=90$

2. أحسب $P(A)$ و $P(B)$.

لحساب $P(A)$ نحسب أولا $P(\bar{A})$

"$\bar{A}$ الكريتان المسحوبتان من نفس اللون " معناه (R,R) أو (N,N) أو (V,V)

$$P(\bar{A})=\frac{A_3^2+A_2^2+A_5^2}{90}=\frac{28}{90}$$

نعلم أن $P(A)=1-P(\bar{A})$، ومنه $P(A)=1-\frac{28}{90}=\frac{62}{90}$

حساب $P(B)$

$$P(B)=\frac{A_3^2}{90}=\frac{6}{90}$$

يمكننا حساب $P(B)$ بطريقة ثانية وذلك بسحب إما $(1,1)$ أو $(1,2)$ أو $(2,1)$

$$P(B)=\frac{A_2^2+2A_2^1A_1^1}{90}=\frac{6}{90}$$

التمرين 08

جمعية خيرية تتكون من 7 رجال و 5 نساء ، من بينهم رجل إسمه أنس ، نريد تشكيل لجنة بها 3 أعضاء .

1. ماهو عدد اللجان التي يكون فيها أعضاء اللجنة كالتالي : رئيس ، نائب وكاتب .
2. ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها في حالة أعضاء اللجنة لهم نفس المهام .
3. أحسب إحتمال الحوادث التالية : A " اللجنة تضم أنس " ، B " اللجنة تتكون من رجلين وامرأة " C " اللجنة بها رجل واحد على الأقل " ، D " اللجنة مكونة من امرأة على الأكثر " .
4. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إختيار عدد الرجال الذين يحملون إسم أنس في اللجنة المكونة .

أ/ عين قيم المتغير X .

ب/ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي .

حل التمرين 08

بما أن المهام محددة نستخدم الترتيبية $A_{12}^{3}=\frac{12!}{(12-3)!}=1320$

❷ ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها في حالة أعضاء اللجنة لهم نفس المهام .

بما أنه لم يحدد المهام نستخدم التوفيقة $C_{12}^{3}=\frac{12!}{3!(12-3)!}=220$

❸ أحسب إحتمال الحوادث التالية : A " اللجنة تضم أنس " ، B " اللجنة تتكون من رجلين وامرأة "

$$P(A)=\frac{C_1^1C_{11}^2}{220}=\frac{55}{220}$$

$$P(B)=\frac{C_7^2C_5^1}{220}=\frac{105}{220}$$

لحساب الحادثة C " اللجنة بها رجل واحد على الأقل"

$$P(C)=\frac{C_7^1C_5^2+C_7^2C_5^1+C_7^3C_5^0}{220}=\frac{210}{220}$$

طريقة 02 : نعتبر الحادثة $\bar{C}$: " اللجنة بها 3 نساء "

$$P(\bar{C})=\frac{C_5^3}{220}=\frac{10}{220}$$

نعلم أن $P(C)=1-P(\bar{C})$ ، ومنه $P(C)=1-\frac{10}{220}=\frac{210}{220}$

الحادثة D " اللجنة مكونة من امرأة على الأكثر" معناه إما اللجنة بها رجلين وإمرأة أو تتكون من ثلاث رجال فقط

$$P(D)=\frac{C_5^1C_7^2+C_5^0C_7^3}{220}=\frac{140}{220}$$

❹ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إختيار عدد الرجال الذين يحملون إسم أنس في اللجنة المكونة .

أ/ عين قيم المتغير X : قيم المتغير X هي : 0 ، 1

ب/ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي .

الحادثة $(X=0)$ معناه اللجنة لا تضم أنس $P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_7^3}=\frac{20}{35}$

الحادثة $(X=1)$ معناه اللجنة تضم أنس $P(X=1)=\frac{C_1^1C_6^2}{35}=\frac{15}{35}$

x_i	0	1
$P(X=x_i)$	$\frac{20}{35}$	$\frac{15}{35}$

أحسب أمله الرياضي

$$E(X)=\sum_{i=1}^{2}x_iP_i=\frac{0\times 20+1\times 15}{35}=0,43$$

التمرين 09

صندوق A يحتوي على 4 كرات حمراء و 6 كرات سوداء ، وصندوق B يحتوي على كرية واحدة حمراء و 9 كريات سوداء ، كل الكريات متساوية الإحتمال .

I) يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة ومرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة في الهواء فإذا تحصل على الرقم 1 يسحب كرة من الصندوق A ، وإذا لم يتحصل على الرقم 1 فيسحب كرة من الصندوق B

❶ شكل شجرة الإحتمالات لهذي التجربة .

❷ نسمي الحادثة R" الحصول على كرية حمراء " بين أن $P(\mathrm{R}) = 0{,}15$

❸ تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين أن إحتمال أن تكون من الصندوق A أكبر أو يساوي إحتمال أن تكون من الصندوق B

II) اللاعب يكرر هذه اللعبة مرتان (اللعبة المنصوص عليها في الجزء I في نفس الشروط السابقة بمعني يعيد الصندوقين إلى تعدادها الأول بعد اللعبة الأولى)

ليكن x عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على x عن كل كرية حمراء ويخسر نقطتين عن كل كرية سوداء ، نرمز بـ G إلى قيمة الربح أو الخسارة بعد اللعبتين .

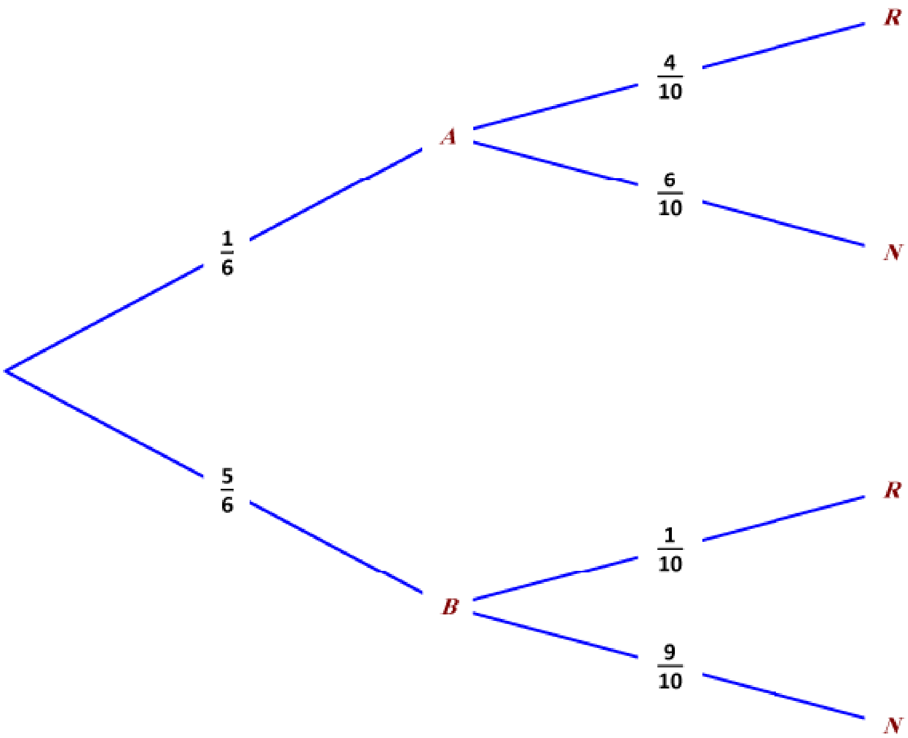
❶ بين أن G يأخذ القيم $2x$ ، $x-2$ ، -4

❷ أوجد قانون الإحتمال وأحسب الأمل الرياضي $E(G)$ للمتغير العشوائي .

❸ ماهي أصغر قيمة لـ x حتى تكون اللعبة مربحة .

حل التمرين 09

❶ شكل شجرة الإحتمالات لهذي التجربة .



❷ نسمي الحادثة "R الحصول على كرية حمراء " بين أن $P(\mathrm{R}) = 0,15$

$$P(\mathrm{R}) = \left(\frac{1}{6} \times \frac{4}{10}\right) + \left(\frac{5}{6} \times \frac{1}{10}\right) = \frac{9}{60} = 0,15$$

❸ تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين أن إحتمال أن تكون من الصندوق A أكبر أو يساوي إحتمال أن تكون من الصندوق B

هنا نستخدم الإحتمالات الشرطية

$$P_A(R) = \frac{P(A \cap R)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6} \times \frac{4}{10}}{\frac{1}{6}} = \frac{4}{10}$$

$$P_B(R) = \frac{P(B \cap R)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{6} \times \frac{1}{10}}{\frac{5}{6}} = \frac{1}{10}$$

بما أن $\frac{4}{10} > \frac{1}{10}$ ، فإن $P_A(R) > P_B(R)$

و . هـ . م

❶ بين أن G يأخذ القيم $2x$ ،$x-2$ ، -4

الحادثة $(G = 2x)$ معناه سحب كريتين حمراوين (R,R)

الحادثة $(G = x-2)$ معناه سحب كرتين مختلفتين في اللون (N,R) أو (R,N)

الحادثة $(G = -4)$ معناه سحب كرتين سوداوين (N,N)

❷ أوجد قانون الإحتمال وأحسب الأمل الرياضي $E(G)$ للمتغير العشوائي .

لدينا $P(\mathrm{R}) = 0,15$ ، ولدينا $P(\mathrm{N}) = \left(\frac{1}{6} \times \frac{6}{10}\right) + \left(\frac{5}{6} \times \frac{9}{10}\right) = 0,85$

$$P(G = 2x) = P(\mathrm{R}) \times P(\mathrm{R}) = 0,15 \times 0,15 = 0,0225$$

$$P(G = x-2) = 2\big(P(\mathrm{R}) \times P(\mathrm{N})\big) = 2 \times 0,15 \times 0,85 = 0,255$$

$$P(G = -4) = P(\mathrm{N}) \times P(\mathrm{N}) = 0,85 \times 0,85 = 0,7225$$

G_i	$2x$	-4	$x-2$
$P(G = G_i)$	0,0225	0,7225	0,255

أحسب أمله الرياضي

$$E(G) = \sum_{i=1}^{3} G_i P_i = 2x \times 0,0225 - 4 \times 0,7225 + (x-2) \times 0,255 = 0,3x - 3,4$$

❸ ماهي أصغر قيمة لـ x حتى تكون اللعبة مربحة .

تكون اللعبة مربحة إذا وفقط إذا كان $E(G) > 0$

$$0,3x - 3,4 > 0$$
$$x > 11,3$$
$$x \in]11,3; +\infty[$$

بما أن x عدد طبيعي فإن أصغر قيمة لـ x هي 12

☺

التمرين 10

يحتوي وعاء على n كرية بيضاء، 5 كرات حمراء و 3 خضراء ، نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد .

1 ماهو إحتمال الحصول على كرتين بيضاوين .

2 نرمز بـ $P(n)$ إلى إحتمال الحصول على كرتين من نفس اللون .

أ/ أثبت أن $P(n)=\frac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$.

ب/ أحسب $\lim_{x\to+\infty} P(n)$ ، ثم فسر النتيجة .

3 نضع $n=4$ ، يقوم لاعب بسحب كرتين من الوعاء في آن واحد ثم يرجعهما ويسحب كرتين أخريين . لإجراء هذين السحبين يدفع اللاعب مبلغا قدره 30 دينار وبعد كل سحب يتحصل على 40 دينار إذا كانت الكرتان من نفس اللون ، وإلا يتحصل على 5 دنانير فقط .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبين ربح هذا اللاعب

أ/ عين قيم المتغير X .

ب/ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي .

حل التمرين 10

عدد الحالات الممكنة للسحب : بما أن السحب في آن واحد ، نستخدم التوفيقة ، ومنه

$$C_{n+8}^2=\frac{(n+8)!}{2!\,(n+6)!}=\frac{(n+8)(n+7)(n+6)!}{2(n+6)!}=\frac{(n+8)(n+7)}{2}$$

1 ماهو إحتمال الحصول على كرتين بيضاوين .

$$P(A)=\frac{C_n^2}{C_{n+8}^2}$$

نحسب أولا C_n^2

$$C_n^2=\frac{n!}{2(n-2)!}=\frac{n(n-1)(n-2)!}{2(n-2)!}=\frac{n(n-1)}{2}$$

$$P(A)=\frac{\frac{n(n-1)}{2}}{\frac{(n+8)(n+7)}{2}}=\boxed{\frac{n(n-1)}{(n+8)(n+7)}}$$

2 أ/ أثبت أن $P(n)=\frac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$

إحتمال الحصول على كرتين من نفس اللون معناه (V,V) ، أو (R,R) ، أو (B,B) ومنه

$$P(n)=\frac{C_n^2+C_5^2+C_3^2}{C_{n+8}^2}=\frac{\frac{n(n-1)}{2}+10+3}{\frac{(n+8)(n+7)}{2}}=\frac{\frac{n^2-n+26}{2}}{\frac{(n+8)(n+7)}{2}}=\frac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$$

و . هـ . م

ب/ أحسب $\lim_{x\to+\infty} P(n)$ ، ثم فسر النتيجة .

$$\lim_{x\to+\infty} P(n)=\lim_{x\to+\infty}\frac{n^2}{n^2}=1$$

التفسير : كلما زاد عدد الكرات البيضاء زاد إحتمال سحب كرتيين من نفس اللون (بيضاوين) حتى تصبح الحادثة شبه أكيدة

3 نضع $n = 4$ ، يقوم لاعب بسحب كرتين من الوعاء في آن واحد ثم يرجعهما ويسحب كرتين أخريين

عدد الحالات الممكنة للسحب : $C_{12}^2 \times C_{12}^2 = 4356$

أ/ عين قيم المتغير X : قيم X هي : 50 ، 15 ، -20

ب/ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي .

الحادثة $(X = -20)$ معناه يدفع اللاعب 30 أي أنه (-30) ثم يسحب كرتين مختلفتين في اللون (يربح 5) ثم يسحب مرة أخرى كرتين مختلفتين في اللون (يربح 5) ، ومنه $-30 + 5 + 5 = -20$ ، ومنه

$$P(X = -20) = \frac{(C_4^1 C_5^1 + C_4^1 C_3^1 + C_3^1 C_5^1)^2}{4356} = \frac{2209}{4356}$$

الحادثة $(X = 15)$ معناه يدفع اللاعب 30 أي أنه (-30) ثم يسحب كريتين من نفس اللون (يربح 40) ثم يسحب مرة أخرى كرتين مختلفتين في اللون (يربح 5) ، ومنه $-30 + 40 + 5 = 15$ ، ومنه

$$P(X = 15) = \frac{2(C_4^2 + C_5^2 + C_3^2)(C_4^1 C_5^1 + C_4^1 C_3^1 + C_3^1 C_5^1)}{4356} = \frac{1786}{4356}$$

الحادثة $(X = 50)$ معناه يدفع اللاعب 30 أي أنه (-30) ثم يسحب كريتين من نفس اللون (يربح 40) ثم يسحب مرة أخرى كرتين من نفس اللون (يربح 40) ، ومنه $-30 + 40 + 40 = 50$ ، ومنه

$$P(X = 50) = \frac{(C_4^2 + C_5^2 + C_3^2)^2}{4356} = \frac{361}{4356}$$

x_i	-20	15	50
$P(X = x_i)$	$\frac{2209}{4356}$	$\frac{1786}{4356}$	$\frac{361}{4356}$

أحسب أمله الرياضي

$$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i P_i = \frac{-20 \times 2209 + 15 \times 1786 + 50 \times 361}{4356} = 0{,}15$$

التمرين 11

I- يحتوي صندوق على 8 كرات متجانسة منها أربع كريات سوداء تحمل الأرقام : 1 ، 1 ، 1 ، 2 وثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام : 0 ، 1 ، 2 وكرية واحدة صفراء تحمل الرقم : 1 ،

نسحب من الصندوق ثلاث كريات الواحدة تلوى الأخرى دون إرجاع الكرية المسحوبة في كل مرة إلى الصندوق

1 أحسب إحتمال الحوادث التالية : A " الكريات المسحوبة من نفس اللون "

B " كرة واحدة تحمل الرقم 1 " ، C " سحب كرية بيضاء في السحبة الأولى ."

2 بين أن : $P(B \cap C) = \frac{23}{168}$.

II- نعيد الكريات إلى الصندوق ثم نسحب منه أربع كريات في آن واحد وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الألوان المحصل عليها .

❶ عين قيم المتغير العشوائي X وعرف قانون إحتماله .

حل التمرين 11

عدد الحالات الممكنة للسحب : بما أن السحب دون إرجاع نستخدم الترتيبة $A_8^3 = \frac{8!}{(8-3)!} = 336$

❶ أحسب إحتمال الحوادث

الحادثة A معناه (B,B,B) أو (N,N,N) ، ومنه $P(A) = \frac{A_3^3 + A_4^3}{336} = \frac{30}{336}$

الحادثة B معناه $(1,\bar{1},\bar{1})$ أو $(\bar{1},1,\bar{1})$ أو $(\bar{1},\bar{1},1)$ ومنه $P(B) = \frac{3A_5^1 A_3^2}{336} = \frac{90}{336}$

الحادثة C معناه $(B,\bar{B},\bar{B})$ ومنه $P(C) = \frac{A_3^1 A_7^2}{336} = \frac{126}{336}$

❷ بين أن : $P(B \cap C) = \frac{23}{168}$.

الحادثة $B \cap C$ معناه الكرية الأولى بيضاء وأحد الكريات تحمل الرقم 1

لدينا إحتمال $(B_1,\bar{1},\bar{1})$ هو $\frac{A_1^1 A_3^2}{336} = \frac{6}{336}$

لدينا إحتمال $(B_0,\bar{1},1)$ ، أو $(B_0,1,\bar{1})$ هو $\frac{2A_1^1 A_5^1 A_2^1}{336} = \frac{20}{336}$

لدينا إحتمال $(B_2,\bar{1},1)$ ، أو $(B_2,1,\bar{1})$ هو $\frac{2A_1^1 A_5^1 A_2^1}{336} = \frac{20}{336}$

ومنه $P(B \cap C) = \frac{6+20+20}{336} = \frac{46}{336} = \frac{23}{168}$

و . هـ . م

II- نعيد الكريات إلى الصندوق ثم نسحب منه أربع كريات في آن واحد وليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الألوان المحصل عليها .

بما أن السحب في آن واحد نستخدم التوفيقة ومنه $C_8^4 = \frac{8!}{4!(8-4)!} = 70$

❶ عين قيم المتغير العشوائي X وعرف قانون إحتماله . : قيم المتغير العشوائي X هي : 3 ، 2 ، 1

الحادثة $(X = 1)$ معناه سحب أربع كرات سوداء ، ومنه $P(X = 1) = \frac{C_4^4}{70} = \frac{1}{70}$

الحادثة $(X = 3)$ معناه (J,B,B,N) ، أو (J,N,N,B) ومنه

$$P(X = 3) = \frac{C_1^1 C_3^2 C_4^1 + C_1^1 C_4^2 C_3^1}{70} = \frac{30}{70}$$

نعلم أن $P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 1$

ومنه $P(X = 2) = 1 - P(X = 1) - P(X = 3)$

ومنه $P(X = 2) = 1 - \frac{1}{70} - \frac{30}{70}$ ، ومنه $P(X = 2) = \frac{39}{70}$

x_i	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{70}$	$\frac{39}{70}$	$\frac{30}{70}$

❷ أحسب : $P(e^{2x}-5e^{x}\leq -4)$

نحل المتراجحة $e^{2x}-5e^{x}+4\leq 0$ ، وذلك بوضع $e^{x}=t$ تصبح المتراجحة كمايلي $t^2-5t+4\leq 0$

$\begin{cases} t_1=4 \\ t_2=1 \end{cases}$ ، ومنه $\begin{cases} e^{x_1}=4 \\ e^{x_2}=1 \end{cases}$ ، ومنه $\begin{cases} x_1=\ln 4 \\ x_2=0 \end{cases}$

x	$-\infty$		0		$\ln 4$		$+\infty$
$e^{2x}-5e^{x}+4$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه $0\leq x\leq \ln 4$ ، ومنه $x=1$

ومنه $P(e^{2x}-5e^{x}\leq -4)=P(X=1)=\frac{1}{70}$

التمرين 12

من أجل تحضير إختبار الإستدراك في مادة الرياضيات أراد مدير الثانوية إختيار لجنة تضم 3 أعضاء من هيئة التدريس التي تتكون من 3 أستاذات و 4 أساتذة

❶ بكم طريقة يتم إختيار هذه اللجنة .

❷ لتكن الحوادث التالية : A " الأعضاء الثلاثة المختارون أستاذات " ، B "من بين الأعضاء توجد أستاذة واحدة " C " من بين الأعضاء المختارون توجد على الأقل استاذة " ، D "من بين الأعضاء المختارون يوجد على الأقل أستاذان"

أحسب الإحتمالات : $P(A)$ و $\mathrm{P(B)}$ و $\mathrm{P(C)}$ و $P(D)$.

❸ يوجد في هيئة التدريس الأستاذ عبد الوهاب والأستاذة نور الهدى .

نسمي الحادثة E" ألآ يكون "عبد الوهاب" و"نور الهدى" معا في نفس اللجنة المختارة " .

والحادثة F" ألآ تكون نور الهدى في اللجنة المختارة".

أ/ أثبت بطريقتين مختلفتين أن $P(E)=\frac{6}{7}$.

ب/ أحسب $P(F)$.

جـ/ أحسب إحتمال ألآ يكون عبد الوهاب في اللجنة علما أن نور الهدى ليست من ضمنها .

❹ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة مختارة القيمة 1 إذا كان فيها عدد الأستاذات أكبر من عدد الأساتذة والقيمة 0 في الحالة الأخرى .

أ/ عين قانون إحتمال المتغير X .

ب/ أحسب أمله الرياضي .

❺ ليكن المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل لجنة مختارة عدد الأستاذات اللائي لم يشاركن فيها .

عين قانون إحتماله وأحسب أمله الرياضي .

حل تمرين 12

❶ بكم طريقة يتم إختيار هذه اللجنة : بما أنه لم يحدد المهام نستخدم التوفيقة $C_7^3=\frac{7!}{3!(7-3)!}=35$

❷ أحسب الإحتمالات : $P(A)$ و $\mathrm{P(B)}$ و $\mathrm{P(C)}$ و $\mathrm{P}(D)$.

$$\mathrm{P(B)}=\frac{C_3^1C_4^2}{35}=\frac{18}{35} \quad ، \quad P(A)=\frac{C_3^3}{35}=\frac{1}{35}$$

الحادثة C معناه إما اللجنة تضم أستاذة واحدة و أستاذين أو اللجنة تضم أستاذتين و أستاذ واحد أو اللجنة تضم ثلاث أستاذات ومنه

$$\mathrm{P(C)}=\frac{C_3^1C_4^2+C_3^2C_4^1+C_3^3C_4^0}{35}=\frac{31}{35}$$

طريقة 02 : نعتبر الحادثة $\bar{C}$: " اللجنة تضم ثلاث أساتذة ومنه $P(\bar{C})=\frac{C_4^3C_3^0}{35}=\frac{4}{35}$

نعلم أن $\mathrm{P(C)}=1-P(\bar{C})$ ، ومنه $\mathrm{P(C)}=1-\frac{4}{35}=\frac{31}{35}$

الحادثة D معناه إما اللجنة تضم أستاذان و أستاذة واحدة أو اللجنة تضم ثلاث أساتذة ، ومنه

$$\mathrm{P}(D)=\frac{C_4^2C_3^1+C_4^3C_3^0}{35}=\frac{22}{35}$$

❸ أ/ أثبت بطريقتين مختلفتين أن $P(E)=\frac{6}{7}$.

طريقة 01 : الحادثة E معناه إما اللجنة لا تضم عبد الوهاب ونور الهدى معا أو اللجنة تضم عبد الوهاب ولا تضم نور الهدى أو اللجنة تضم نور الهدى ولا تضم عبد الوهاب

$$P(E)=\frac{C_5^3+C_1^1C_5^2+C_1^1C_5^2}{35}=\frac{30}{35}=\frac{6}{7}$$

طريقة 02 : نعتبر الحادثة $\bar{E}$: " اللجنة تضم كلا من عبد الوهاب ونور الهدى معا "

$$\mathrm{P}(\bar{E})=\frac{C_1^1C_1^1C_5^1}{35}=\frac{5}{35}=\frac{1}{7}$$

نعلم أن $\mathrm{P(E)}=1-P(\bar{E})$ ، ومنه $\mathrm{P(E)}=1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$

ب/ أحسب $P(F)$.

$$P(F)=\frac{C_6^3}{35}=\frac{20}{35}$$

جـ/ أحسب إحتمال ألآ يكون عبد الوهاب في اللجنة علما أن نور الهدى ليست من ضمنها .

نرمز بـ H : " ألآ يكون عبد الوهاب في اللجنة "

الحادثة F : " ألآ تكون نور الهدى في اللجنة المختارة ".

ومنه $$P_F(H)=\frac{P(H\cap F)}{P(F)}$$

نحسب أولا $P(H\cap F)$

الحادثة $H\cap F$: " اللجنة لا تضم عبد الوهاب ونور الهدى " ، ومنه $P(H\cap F)=\frac{C_5^3}{35}=\frac{10}{35}$

$$P_F(H)=\frac{\frac{10}{35}}{\frac{20}{35}}=\frac{1}{2}$$

❹ أ/ عين قانون إحتمال المتغير X : قيم X هي : 0 ، 1

الحادثة $(X=0)$ معناه اللجنة تضم ثلاث أساتذة أو اللجنة تضم أستاذين و أستاذة واحد

$$P(X=0)=\frac{C_4^3C_3^0+C_4^2C_3^1}{35}=\frac{22}{35}$$

الحادثة $(X=1)$ معناه اللجنة تضم ثلاث أستاذات أو اللجنة تضم أستاذتين و أستاذ واحد

$$P(X=1)=\frac{C_3^3C_4^0+C_3^2C_4^1}{35}=\frac{13}{35}$$

x_i	0	1
$P(X=x_i)$	$\frac{22}{35}$	$\frac{13}{35}$

أحسب أمله الرياضي

$$E(X)=\sum_{i=1}^{2}x_iP_i=\frac{0\times22+1\times13}{35}=0{,}37$$

5 ليكن المتغير العشوائي Y الذي يرفق بكل لجنة مختارة عدد الأستاذات اللائي لم يشاركن فيها .

عين قانون إحتماله وأحسب أمله الرياضي .

قيم المتغير Y هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3

الحادثة $(Y=0)$ معناه اللجنة تضم ثلاث أستاذات ، ومنه $P(Y=0)=\frac{C_4^0C_3^3}{35}=\frac{1}{35}$

الحادثة $(Y=1)$ معناه اللجنة تضم أستاذتين و أستاذ واحد ، ومنه $P(Y=1)=\frac{C_4^1C_3^2}{35}=\frac{12}{35}$

الحادثة $(Y=2)$ معناه اللجنة تضم أستاذة واحدة و أستاذين ، ومنه $P(Y=2)=\frac{C_4^2C_3^1}{35}=\frac{18}{35}$

الحادثة $(Y=3)$ معناه اللجنة تضم ثلاث أساتذة ، ومنه $P(Y=3)=\frac{C_4^3C_3^0}{35}=\frac{4}{35}$

y_i	0	1	2	3
$P(Y=y_i)$	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$

أحسب أمله الرياضي

$$E(Y)=\sum_{i=1}^{4}y_iP_i=\frac{0\times1+1\times12+2\times18+3\times4}{35}=1{,}7$$

التمرين 13

يتكون قسم دراسي من 10 تلاميذ أعمارهم 16 سنة و 5 تلاميذ أعمارهم 17 سنة و 20 تلميذا أعمارهم 18 سنة أرادو تشكيل لجنة مكونة من تلميذين .

1 ماهو عدد الطرق الممكنة لإختيار هذين التلميذين .

2 ماهو إحتمال إختيار تلميذين مجموعهما 34 سنة .

3 نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل من هذه الإمكانيات لإختيار تلميذين مجموع سني هذين التلميذين .

أ/ أكتب قانون إحتمال المتغير X .

ب/ أحسب الإنحراف المعياري .

حل تمرين 13

1. ماهو عدد الطرق الممكنة لإختيار هذين التلميذين .

بما أنه لم يحدد المهام نستخدم التوفيقة $C_{35}^{2}=\frac{35!}{2!(35-2)!}=595$

2. ماهو إحتمال إختيار تلميذين مجموعهما 34 سنة .

نعتبر الحادثة A : " إختيار تلميذين مجموعهما 34 سنة "

الحادثة A معناه إما تلميذين أعمارهم 17 سنة ، أو تلميذ عمره 16 سنة وتلميذ عمره 18 سنة

$$P(A)=\frac{C_5^2+C_{10}^1C_{20}^1}{595}=\frac{210}{595}$$

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل من هذه الإمكانيات لإختيار تلميذين مجموع سني هذين التلميذين .

أ/ أكتب قانون إحتمال المتغير X

قيم المتغير X هي : 32 ، 33 ، 34 ، 35 ، 36

الحادثة $(X=32)$ معناه اللجنة تضم تلميذين أعمارهم 16 ، $P(X=32)=\frac{C_{10}^2}{595}=\frac{45}{595}$

الحادثة $(X=33)$ معناه اللجنة تضم تلميذ عمره 16، وتلميذ عمره 17 ، $P(X=33)=\frac{C_{10}^1C_5^1}{595}=\frac{50}{595}$

الحادثة $(X=34)$ هي نفسها الحادثة A ، $P(X=34)=P(A)=\frac{210}{595}$

الحادثة $(X=35)$ معناه اللجنة تضم تلميذ عمره 17، وتلميذ عمره 18 ، $P(X=35)=\frac{C_5^1C_{20}^1}{595}=\frac{100}{595}$

الحادثة $(X=36)$ معناه اللجنة تضم تلميذين أعمارهم 18 ، $P(X=36)=\frac{C_{20}^2}{595}=\frac{190}{595}$

x_i	32	33	34	35	36
$P(X=x_i)$	$\frac{45}{595}$	$\frac{50}{595}$	$\frac{210}{595}$	$\frac{100}{595}$	$\frac{190}{595}$

أحسب أمله الرياضي

$$E(X)=\sum_{i=1}^{5}x_iP_i=\frac{32\times45+33\times50+34\times210+35\times100+36\times190}{595}=34{,}57$$

التمرين 14

يحتوي صندوق U_1 على 3 كرات خضراء و 2 كرات حمراء ويحتوي صندوق U_2 على 3 كرات حمراء و 2 كرات خضراء ونعتبر أن جميع الكرات متماثلة ولا يمكن التمييز بينها باللمس .

نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 ونسحب في آن واحد كرتين من الصندوق U_2 .

1. أحسب إحتمال الحصول على 3 كرات خضراء .
2. أحسب إحتمال الحصول على كرة خضراء على الأقل علما أن الكرة المسحوبة من الصندوق U_1 حمراء .
3. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المحصل عليها .

أ/ عين قانون إحتمال المتغير X . ب/ أحسب الإنحراف المعياري

حل تمرين 14

عدد الحالات الممكنة للسحب : $C_5^1 \times C_5^2 = 50$

❶ أحسب إحتمال الحصول على 3 كرات خضراء .

نعتبر الحادثة A : " الحصول على 3 كرات خضراء "

الحادثة A معناه سحب كرية خضراء واحدة من U_1 ، وكريتين خضراوين من U_2

$$P(A) = \frac{C_3^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{3}{50}$$

❷ أحسب إحتمال الحصول على كرة خضراء على الأقل علما أن الكرة المسحوبة من الصندوق U_1 حمراء .

نرمز بـ B : " الكرة المسحوبة من الصندوق U_1 حمراء "

الحادثة C : " الحصول على كرة خضراء على الأقل".

ومنه $$P_B(C) = \frac{P(B \cap C)}{P(B)}$$

نحسب كلا من $P(B)$ و $P(B \cap C)$

$$P(B) = \frac{C_2^1}{C_5^1} = \frac{2}{5}$$

الحادثة $B \cap C$: " الحصول على كرة خضراء على الأقل و الكرة المسحوبة من الصندوق U_1 حمراء " ، معناه

(R,V,V) أو (R,R,V)

$$P(B \cap C) = \frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^1 C_3^1}{C_5^2} + \frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{14}{50}$$

ومنه $$P_B(C) = \frac{\frac{14}{50}}{\frac{2}{5}} = \frac{7}{10}$$

❸ ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المحصل عليها .

أ/ عين قانون إحتمال المتغير X .

قيم X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3

الحادثة $(X = 0)$ معناه سحب كرية خضراء من U_1 وكريتين خضراوين من U_2

$$P(X = 0) = P(A) = \frac{3}{50}$$

الحادثة $(X = 1)$ معناها إما سحب كرية حمراء من U_1 وكريتين خضراوين من U_2 أو سحب كرية خضراء من U_1 وكريتين مختلفتين في اللون من U_2 : (V,R,V) أو (R,V,V)

$$P(X = 1) = \frac{C_2^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^2}{C_5^2} + \frac{C_3^1}{C_5^1} \times \frac{C_2^1 C_3^1}{C_5^2} = \frac{20}{50}$$

الحادثة $(X = 2)$ معناها إما سحب كرية خضراء من U_1 وكريتين حمراوين من U_2 أو سحب كرية حمراء من U_1 وكريتين مختلفتين في اللون من U_2 : (R,R,V) أو (V,R,R)

$$P(X=2)=\frac{C_3^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}+\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_2^1C_3^1}{C_5^2}=\boxed{\frac{21}{50}}$$

الحادثة $(X=3)$ معناه سحب كرية حمراء من U_1 وكريتين حمراوين من U_2

$$P(X=3)=\frac{C_2^1}{C_5^1}\times\frac{C_3^2}{C_5^2}=\boxed{\frac{6}{50}}$$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{50}$	$\frac{20}{50}$	$\frac{21}{50}$	$\frac{6}{210}$

أحسب أمله الرياضي

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_iP_i=\frac{0\times3+1\times20+2\times21+3\times6}{50}=\boxed{1{,}6}$$

حساب التباين

$$V(X)=\sum_{i=1}^{4}{x_i}^2P_i-\left(E(X)\right)^2=\frac{0^1\times3+1^2\times20+2^2\times21+3^2\times6}{210}-(1{,}6)^2=\boxed{0{,}6}$$

4 أحسب الإنحراف المعياري .

$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{0{,}6}=\boxed{0{,}77}$$

التمرين 15

I- صندوق به 8 كريات 2 بيضاء و 3 حمراء و3 سوداء ، نسحب عشوائيا 3 كرات على التوالي وبإرجاع الكرية المسحوبة إلى الكيس .

1 ماهو عدد السحبات الممكنة .

2 ماهو إحتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون .

3 ماهو إحتمال الحصول على كرة بيضاء وكريتين سوداوين

4 ماهو إحتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الأقل .

II- ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات البيضاء .

1 حدد قيم المتغير العشوائي X ، ثم عرف قانون إحتماله.

2 أحسب الأمل الرياضي .

حل تمرين 15

1 ماهو عدد السحبات الممكنة : بما أن السحب بإرجاع نستخدم القائمة $8^3=512$

2 ماهو إحتمال الحصول على 3 كريات من نفس اللون : معناه إما (N,N,N) أو (R,R,R) أو (B,B,B)

نعتبر الحادثة A : " الحصول على 3 كريات من نفس اللون " معناه إما (N,N,N) أو (R,R,R) أو (B,B,B)

$$\mathrm{P(A)}=\frac{2^3+3^3+3^3}{512}=\boxed{\frac{62}{512}}$$

3 ماهو إحتمال الحصول على كرة بيضاء وكريتين سوداوين :

نعتبر الحادثة B : " الحصول على كرة بيضاء وكريتين سوداوين " معناه سحب إما

إما (N,N,B) أو (N,B,N) أو (B,N,N)

$$P(B)=3\left(\frac{2^1\times 3^2}{512}\right)=\frac{54}{512}$$

4 ماهو إحتمال الحصول على كرة سوداء واحدة على الأقل :

نعتبر الحادثة C : " الحصول على كرة سوداء واحدة على الأقل " معناه سحب إما

إما (N,N,N) أو $(N,N,\bar{N})$ أو $(N,\bar{N},\bar{N})$

$$P(C)=\frac{3(3^1\times 5^2)+3(3^2\times 5^1)+3^3}{512}=\frac{387}{512}$$

طريقة 02 : نعتبر الحادثة $\bar{C}$: " عدم سحب أي كرة سوداء " ومنه

$$P(\bar{C})=\frac{5^3}{512}=\frac{125}{512}$$

$$P(C)=1-P(\bar{C})=1-\frac{125}{512}=\frac{387}{512}$$

II- ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات البيضاء .

1 حدد قيم المتغير العشوائي X : قيم X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3

الحادثة $(X=0)$ معناه عدم سحب أي كرية بيضاء أي $(\bar{B},\bar{B},\bar{B})$

$$P(X=0)=\frac{6^3}{216}=\frac{216}{512}$$

الحادثة $(X=1)$ معناه سحب كرية بيضاء واحدة أي $(B,\bar{B},\bar{B})$ أو $(\bar{B},B,\bar{B})$ أو $(\bar{B},\bar{B},B)$

$$P(X=1)=3\left(\frac{2^1\times 6^2}{512}\right)=\frac{216}{512}$$

الحادثة $(X=2)$ معناه سحب كريتين بيضاوتين أي $(B,B,\bar{B})$ أو $(B,\bar{B},B)$ أو $(\bar{B},B,B)$

$$P(X=2)=3\left(\frac{2^2\times 6^1}{512}\right)=\frac{72}{512}$$

الحادثة $(X=3)$ معناه سحب ثلاث كريات بيضاء أي (B,B,B)

$$P(X=3)=\frac{2^3}{216}=\frac{8}{512}$$

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{216}{512}$	$\frac{216}{512}$	$\frac{72}{512}$	$\frac{8}{512}$

أحسب أمله الرياضي

$$E(X)=\sum_{i=1}^{4}x_iP_i=\frac{0\times 216+1\times 216+2\times 72+3\times 8}{512}=0{,}75$$

التمرين 16 باك تقني رياضي 2018

I- كيس به 7 كريات متماثلة ، لانفرق بينها باللمس منها 3 بيضاء و 4 خضراء .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس .

1. أحسب إحتمال الحادثة A " سحب كريتين مختلفتين في اللون " .
2. أحسب إحتمال الحادثة B " سحب كريتين من نفس اللون".

II- نقترح اللعبة التالية : للمشاركة يدفع اللاعب (DA) α ، حيث (α عدد طبيعي) ، إذا سحب كريتين بيضاوين يتحصل على $100\ DA$ و إذا سحب كريتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50\ DA$ ، وإذا سحب كريتين خضراوين يخسر ما دفعه ، وليكن المتغير العشوائي X الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α .

1. برر أن قيم المتغير العشوائي X هي $\{100-\alpha; 50-\alpha; -\alpha\}$ ، ثم عرف قانون إحتماله .
2. بين أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو : $E(X) = -\alpha + \frac{300}{7}$.
3. جد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

حل تمرين 16

عدد الحالات الممكنة للسحب : بما أن السحب في آن واحد نستخدم التوفيقة $C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = 21$

1. أحسب إحتمال الحادثة A " سحب كريتين مختلفتين في اللون "

معناه سحب كرية بيضاء و أخرى خضراء (B,V) ومنه $P(A) = \frac{C_3^1 c_4^1}{21} = \frac{12}{21}$

2. أحسب إحتمال الحادثة B " سحب كريتين من نفس اللون".

معناه إما سحب كرتين بيضاوين (B,B) أو سحب كرتين خضراوين (V,V) ومنه

$$P(B) = \frac{C_3^2 + c_4^2}{21} = \frac{9}{21}$$

II-

1. برر أن قيم المتغير العشوائي X هي $\{100-\alpha; 50-\alpha; -\alpha\}$

الحادثة $(X = 100-\alpha)$ معناه سحب كرتين بيضاوين (B,B)

الحادثة $(X = 50-\alpha)$ معناه سحب كرتين مختلفتين في اللون (B,V)

الحادثة $(X = -\alpha)$ معناه سحب كرتين خضراوين (V,V)

عرف قانون إحتماله .

$$P(X = 100-\alpha) = \frac{C_3^2}{21} = \frac{3}{21}$$
$$P(X = 50-\alpha) = \mathrm{P(A)} = \frac{12}{21}$$
$$P(X = -\alpha) = \frac{c_4^2}{21} = \frac{6}{21}$$

x_i	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$	$\frac{6}{21}$

❷ بين أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X بدلالة α هو : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$.

$$E(X)=\sum_{i=1}^{3}x_iP_i=\frac{(100-\alpha)\times 3+(50-\alpha)\times 12+(-\alpha)\times 6}{21}$$

$$=\frac{300-3\alpha+600-12\alpha-6\alpha}{21}=\frac{900-21\alpha}{21}=\frac{900}{21}+\frac{-21\alpha}{21}=-\alpha+\frac{300}{7}$$

و . هـ . م

❸ جد أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب

تكون اللعبة في صالح اللاعب إذا وفقط إذا كانت $E(X)>0$

$-\alpha+\frac{300}{7}>0$ ، ومنه $\alpha<\frac{300}{7}$ ، أي أن $\alpha<42{,}85$

وبما أن α عدد طبيعي فإن أكبر قيمة ممكنة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب هي 42

التمرين 17 باك 2021 شعبة علوم 1 م

يراد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من عضوين من بين ثلاثة رجال H_1 ، H_2 ، H_3 وامرأتين F_1 ، F_2 .

نعتبر الحوادث A و B و C حيث :

A " عضوا اللجنة من نفس الجنس " ، B " عضوا اللجنة من جنسين مختلفين " ، C" H_1 عضو في اللجنة".

❶ أحسب الإحتمالات : $P(A)$ و $\mathrm{P(B)}$.

❷ بين أن : $\mathrm{P(C)}=\frac{2}{5}$.

❸ ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية إختيار لعضوين، عدد الرجال في اللجنة .

أ/ برر أن مجموعة قيم المتغير X هي : $\{0;1;2\}$.

ب/ عين قانون إحتماله ثم أحسب أمله الرياضي .

حل تمرين 17

عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هي : بما أن المهام غير محددة نستخدم التوفيقة $C_5^2=10$

❶ أحسب الإحتمالات : $P(A)$ و $\mathrm{P(B)}$.

$$P(A)=\frac{C_3^2+C_2^2}{10}=\frac{4}{10}$$

نلاحظ أن الحادثة A هي الحادثة العكسية للحادثة B ، ومنه $\mathrm{P(B)}=1-P(A)=1-\frac{4}{10}=\frac{6}{10}$

❷ بين أن : $\mathrm{P(C)}=\frac{2}{5}$.

$$\mathrm{P(C)}=\frac{C_1^1C_4^1}{10}=\frac{4}{10}$$

❸ ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل إمكانية إختيار لعضوين، عدد الرجال في اللجنة .

أ/ برر أن مجموعة قيم المتغير X هي : $\{0; 1; 2\}$.

الحادثة $(X = 0)$ معناه اللجنة تتكون من إمرأتين ومنه عدد الرجال هو 0

الحادثة $(X = 1)$ معناه اللجنة تتكون من إمرأة و رجل ومنه عدد الرجال هو 1

الحادثة $(X = 2)$ معناه اللجنة تتكون من رجلين ومنه عدد الرجال هو 2

ب/ عين قانون إحتماله ثم أحسب أمله الرياضي .

$$P(X = 0) = \frac{C_2^2}{10} = \frac{1}{10}$$
$$P(X = 1) = \frac{C_3^1 C_2^1}{10} = \frac{6}{10}$$
$$P(X = 2) = \frac{C_3^2}{10} = \frac{3}{10}$$

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{3} x_i P_i = \frac{0 \times 1 + 1 \times 6 + 2 \times 3}{10} = 1{,}2$$

التمرين 18 باك 2021 شعبة علوم م 2

صندوق به 9 بطاقات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، مكتـــوب على كل منها سؤال واحد ، منها ثلاثة أسئلة في الهندسة مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 3 وأربعة أسئلة في الجبر مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 3 ، 4 وسؤالين في التحليل مرقمين بـ :1 ، 2

نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق ونعتبر الحوادث التالية :

A " سحب سؤال في الهندسة "، B " سحب سؤال في التحليل " ، C" سحب سؤال في الجبر يحمل رقما زوجيا " .

❶ أحسب الإحتمالات : $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)$.

❷ أحسب إحتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن 1.

❸ ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل بطاقة مسحوبة رقم السؤال المسجل عليها .

أ/ برر أن مجموعة قيم المتغير X هي : $\{1; 2; 3; 4\}$.

ب/ عين قانون إحتماله ثم أحسب أمله الرياضي .

جـ/ إستنتج قيمة $E(2021x + 1442)$

حل تمرين 18

عدد الحالات الممكنة للسحب : $C_9^1 = 9$

❶ أحسب الإحتمالات : $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)$.

$P(C) = \frac{2}{9}$ ، $P(B) = \frac{2}{9}$ ، $P(A) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

❷ أحسب إحتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن 1.

نرمز بـ D : " سحب سؤال رقمه مختلف عن 1 "

$$P(D) = \frac{6}{9}$$

❸ ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل بطاقة مسحوبة رقم السؤال المسجل عليها .

أ/ برر أن مجموعة قيم المتغير X هي : $\{1; 2; 3; 4\}$.

نهتم للرقم دون السؤال المطروح ، فيكون الرقم 1 أو 2 أو 3 أو 4

ب/ عين قانون إحتماله ثم أحسب أمله الرياضي .

$P(X = 4) = \frac{1}{9}$ ، $P(X = 3) = \frac{2}{9}$ ، $P(X = 2) = \frac{3}{9}$ ، $P(X = 1) = \frac{3}{9}$

x_i	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i P_i = \frac{1 \times 3 + 2 \times 3 + 3 \times 2 + 4 \times 1}{9} = 2{,}11$$

جـ/ إستنتج قيمة $E(2021x + 1442)$

$$E(2021x + 1442) = 2021E(X) + 1442 = 2021 \times 2{,}11 + 1442 = \frac{51377}{9}$$