

Examen Final de Physique1

Exercice 1 :(6pts)

Un point matériel se met à courir. Ses coordonnées cartésiennes, par rapport à un repère orthonormé $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j})$, sont :

$$x(t) = \frac{1}{2}t^2 + 5t + 3 ; y(t) = \frac{1}{2}t^2 + 5t - 2$$

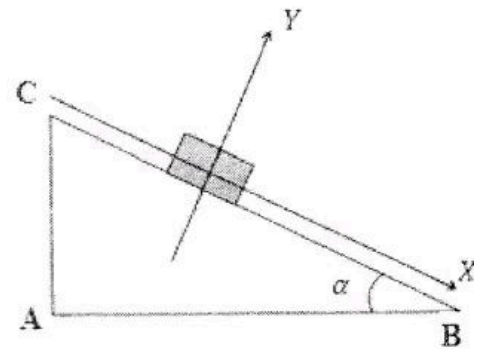
1. Calculer l'expression : $y - x$. En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire et sa nature ;
2. Déterminer $v_x(t)$ et $v_y(t)$, les deux composantes de sa vitesse en fonction du temps. En déduire le module sa vitesse (v) en fonction du temps ;
3. Déterminer a_x et a_y , les deux composantes de son accélération en fonction du temps. En déduire le module de son accélération (a) ;
4. Calculer le produit $\vec{a} \cdot \vec{v} = a_x v_x + a_y v_y$. En déduire la nature du mouvement de M ;
5. Déterminer les composantes tangentielle a_t et normale a_n de son accélération. En déduire le rayon de courbure R_c de sa trajectoire ! que constatez-vous ?

Exercice 2 :(8pts)

Un corps, assimilé à un point matériel de masse $m = 9\text{kg}$, glisse sans vitesse initiale à partir du point C sur un plan incliné de hauteur

$CA = h = 3\text{m}$ et de base $AB = d = 4\text{m}$ (voir figure ci-contre).

Le plan exerce sur le corps une réaction normale \vec{R} (ou \vec{N}) ainsi que des frottements solides \vec{f}_c tel que le coefficient de frottement cinétique (ou dynamique) est $\mu_c = 0.5$. On prend $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$.



1. Représenter les différentes forces agissant sur le corps ;
2. Ecrire le principe fondamental de la dynamique appliqué au mouvement du corps ;
3. Projeter cette équation vectorielle selon les deux axes (OX) et (OY) , comme indiqué sur la figure ci-contre ;
4. En déduire les expressions de la réaction et les forces de frottement, R et f_c en fonction de : m, g, μ_c et α ;
5. Déterminer l'expression de l'accélération a du corps et calculer sa valeur. Quelle est la nature du mouvement de ce corps (à partir de l'accélération) ?
6. En déduire les expressions de sa vitesse $v(t)$ et de son équation horaire $x(t)$ en fonction du temps (partir de la nature du mouvement), sachant que $x(t = 0) = 0$;

Questions de cours ☉ ☉: (6pts)

1. Trouver les expressions des vecteurs ; position, vitesse et accélération pour le cas de déplacement d'un point matériel dans la base cylindrique, $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$;
2. Donner la définition d'une force conservative ;
3. Donner le théorème de l'énergie mécanique, que vaut la différence de cette énergie si le point matériel se déplace, seulement, sous l'effet des forces conservatives ?

Corrigé de l'examen final de Physique 1

Exercice 1 : (06 points)

$$x(t) = \frac{1}{2}t^2 + 5t + 3 ; y(t) = \frac{1}{2}t^2 + 5t - 2$$

1. Calculer $y - x$. En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire et sa nature :

$$y - x = -5 \Rightarrow y = x - 5 \text{ (0.5)}$$

La trajectoire est une ligne droite (ou rectiligne). (0.5)

2. Déterminer $v_x(t)$ et $v_y(t)$, les deux composantes de sa vitesse en fonction du temps. En déduire le module sa vitesse (v) en fonction du temps :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = t + 5 \text{ (0.5)} ; v_y = \frac{dy}{dt} = t + 5 \text{ (0.5)}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2}(t + 5) \text{ (0.5)}$$

3. Déterminer $a_x(t)$ et $a_y(t)$, les deux composantes de son accélération en fonction du temps. En déduire le module de son accélération (a) :

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = 1 \text{ (0.5)} ; a_y = \frac{dv_y}{dt} = 1 \text{ (0.5)}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{2} \text{ (0.25)}$$

4. Calculer $a_x v_x + a_y v_y$. En déduire la nature du mouvement de M :

$$a_x v_x + a_y v_y = 2(t + 5) > 0 \text{ (} t > 0 \text{)} \text{ (0.5)}$$

L'accélération étant cste, le mouvement de M est uniformément accéléré. (0.5)

5. Déterminer les composantes tangentielle a_t et normale a_n de son accélération. En déduire le rayon de courbure R_c de sa trajectoire :

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \sqrt{2} \text{ (0.5)} ; a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = 0 \text{ (0.5)} ; R_c = \frac{v^2}{a_n} = \infty \text{ (0.25)}$$

Pour les étudiants qui ont constaté que le mvt est rectiligne c à d $a_n = 0$ donner 1,25 directement.

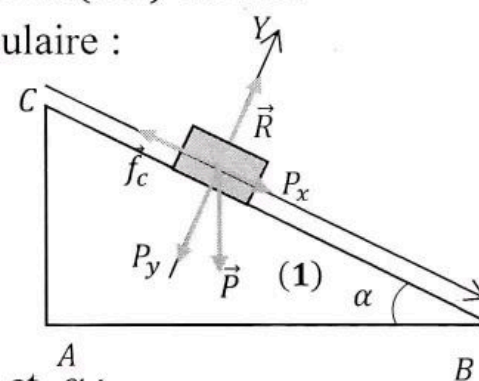
Exercice 2 : (08 points)

1. Représenter les différentes forces agissant sur le corps (voir figure) (1) ;
2. Ecrire le principe fondamental de la dynamique appliqué au mouvement du corps ;

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \text{ (0.5)} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f}_c = m\vec{a} \text{ (0.5)}$$

3. Projection de cette équation vectorielle selon les deux axes, l'un(OX) suivant le mouvement du paquet et l'autre(OY)qui lui est perpendiculaire :

$$\begin{cases} (OX) : P_x - f_c = ma \text{ (0.5)} \\ (OY) : R - P_y = 0 \text{ (0.5)} \end{cases}$$



4. En déduire les expressions de R et f_c en fonction de m, g, μ_c et α :

$$R = P_y = mg \cos \alpha \text{ (0.5)}$$

$$f_c = \mu_c R = \mu_c mg \cos \alpha \text{ (0.5)}$$

5. Déterminer l'expression de l'accélération a du corps et calculer sa valeur. La nature du mouvement de ce corps :

$$CB = \sqrt{CA^2 + AB^2} = \sqrt{h^2 + d^2} = 5m \text{ (0.25)}$$

$$\sin \alpha = \frac{h}{CB} = 0.6 \text{ (0.5)}, \cos \alpha = \frac{d}{CB} = 0.8 \text{ (0.5)}$$

$$a = \frac{P_x - f_c}{m} (P_x = mg \sin \alpha \text{ (0.5)}) = \frac{mg \sin \alpha - \mu_c mg \cos \alpha}{m}$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu_c \cos \alpha) \text{ (0.5)} = 1.96 \text{ ms}^{-2} \text{ (0.25)}$$

La trajectoire est suivant l'axe(OX) et l'accélération est constante, donc le mouvement de est rectiligne uniformément accéléré.(0.5)

6. En déduire les expressions de sa vitesse $v(t)$ et son équation horaire $x(t)$ en fonction du temps, sachant que $x(t = 0) = x_0 = 0$:

$$v(t) = at + v_0 = g(\sin \alpha - \mu_c \cos \alpha)t = 1.96t \text{ (0.5)}$$

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2}g(\sin \alpha - \mu_c \cos \alpha)t^2 = 0.98t^2 \text{ (0.5)}$$

Questions de cours : (06 points)

1 / Vecteurs : position(1), vitesse(1) et accélération(1) dans la base cylindrique :

Cylindrique	(ρ, θ, z)	$(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{k})$	$\vec{OM} = \rho \vec{e}_\rho + z \vec{k}$	$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \dot{\rho} \vec{e}_\rho + \rho \dot{\theta} \vec{e}_\theta + \dot{z} \vec{k}$	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ $= (\ddot{\rho} - \rho \dot{\theta}^2) \vec{e}_\rho + (2\dot{\rho} \dot{\theta} + \rho \ddot{\theta}) \vec{e}_\theta + \ddot{z} \vec{k}$
-------------	---------------------	---	--	---	---

2/ la force conservative est une force dont son travail ne dépend pas du chemin suivi(1).

3/ Dans un référentiel galiléen la variation de l'énergie mécanique d'un point matériel, en déplacement entre deux points a et b, est égale à la somme des forces non conservatives. (1)

Donc, dans le cas ou les forces agissant sur ce corps sont conservatives, cette variation sera égale à zéro (nulle).(1)