

SÉRIE DE TD N°3

Exercice n°1

Une ligne de transport à deux conducteurs en aluminium avec un diamètre de 3 cm séparé par un espacement de 2 mètres. ($\rho_{AL} = 2,83 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$) ($f = 50\text{Hz}$).

1. Calculer les paramètres de la ligne en ohms par kilomètre;
2. Quelle est l'impédance et l'admittance de la ligne de longueur de 50 km;
3. La ligne alimente une charge de 800 kVA avec F.P.=0,9 en retard; Calculer le courant et la tension. Quelle est rendement de la ligne dans ces conditions? Trouver la tension à réglé.
4. La ligne fonctionne à vide. La tension de la source est de $V_s = 8\text{kV}$. On utilisant le modèle en pi le courant induit dans la ligne.
5. La ligne aérienne est remplacée par un câble souterrain. Le câble se compose de deux conducteurs en aluminium avec un diamètre de 3 cm, séparé par un espacement de 15 cm. (les même questions précédant)

Exercice n°2

Soit une ligne triphasée 65 kV de 16 km de long et d'impédance $0,125 + j0,4375 \Omega/\text{km}$. Alimente une charge de 70MVA avec un retard de F.P.=0.8 sous tension 64kV;

1. Trouver le modèle de la ligne;
2. Déterminer la tension et la puissance de la source, et les pertes dans la ligne.
3. Trouver la tension de régulation et le rendement de la ligne;

Exercice n°3

Soit une ligne triphasée 230 kV de 80 km de long, l'impédance shunt $z = 0,05 + j0,45 \Omega/\text{km}$ et admittance série $y = j3,4 \cdot 10^{-6} \text{ siemens}/\text{km}$, alimente une charge de 200 MVA avec un retard de F.P.=0,8 sous tension 220kV; on utilisant le modèle en pi déterminer:

1. Les constants ABCD de la ligne;
2. Les tensions, les courants et les puissances transmises.

Exercice n°4

Soit une ligne triphasée 765 kV de 400 km de long alimente une charge de 2000 MVA avec un retard de F.P.=0,8 sous tension 735 kV; (caractéristiques de la ligne: $L = 0,88853 \text{ mH}/\text{Km}$ $C = 0,01268 \mu\text{F}/\text{Km}$) $f=60\text{Hz}$

1. Calculer les coefficients de la matrice de transmission ;
2. Déterminer Les tensions, les courants et les puissances transmises.

Exercice n°5

Une ligne de transport 220-kV triphasée de 40 kilomètres. La résistance par phase est $0,15 \Omega$ par kilomètre et l'inductance par phase est $1,3263 \text{ mH}$. La capacité de shunt est négligeable. Employer la ligne courte modèle pour trouver la tension et la puissance à l'extrémité de envoi et la régulation de tension et l'efficacité quand la ligne raccorder la charge triphasée de:

- 381 MVA à FP=0,8 en retard par rapport à la tension 220 kV.
- 381 MVA à FP=0,8 en avance par rapport à la tension 220 kV.

Exercice n°6

Soit une ligne triphasée 345 kV de 130 km de long alimente une charge de 270 MVA avec un retard de F.P.=0,8 sous tension 325kV; (caractéristiques de la ligne: $R = 0.036 \Omega$; $L = 0,8 \frac{\text{mH}}{\text{Km}}$; $C = 0,0112 \mu\text{F}/\text{Km}$) $f=60\text{Hz}$

1. Calculer les coefficients de la matrice de transmission ;
2. Déterminer Les tensions, les courants et les puissances transmises.

Exercice n°7

Soit une ligne triphasée 500 kV de 250 km de long, l'impédance shunt $z = 0,045 + j0,4 \Omega/\text{km}$ et admittance série $y = j4 \cdot 10^{-6} \text{ siemens}/\text{km}$, on utilisant le modèle en pi déterminer les constants ABCD de la ligne;

SOLUTION

Exercice n°1

1. Les paramètres de la ligne

- Résistance du conducteur en km

$$r = \frac{\rho}{S} = \frac{\rho}{\pi \cdot r^2} = \frac{2,83 \cdot 10^{-8}}{3,14 \cdot (0,015)^2} = 4,004 \cdot 10^{-5} \Omega/m = 0,04004 \Omega/km$$

- La réactance inductive.

$$\mu = \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$L = \frac{\mu}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{4} + \log\left(\frac{D}{r}\right) \right] = 4 \cdot 10^{-7} \cdot \left[\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{2}{0,015}\right) \right] = 2,057 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$$

- Admittance shunt

$$C = \frac{\pi \cdot \varepsilon}{\log \frac{D}{r}} = \frac{\pi \cdot (8,73 \cdot 10^{-12})}{\log \frac{2}{0,015}} = 5,69 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m} = 5,69 \cdot 10^{-9} \frac{F}{km}$$

2. Impédance série

$$Z = (r + jL\omega) \cdot l = (4,004 \cdot 10^{-5} + j2,057 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi f) \cdot 50 \cdot 10^{-3}$$

$$\boxed{Z = 2,1 + j32,3}$$

$$Y = j \cdot 2\pi \cdot f \cdot C = j \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 5,69 \cdot 10^{-9} = j \cdot 1,79 \cdot 10^{-6} S$$

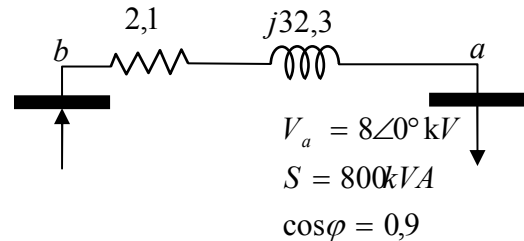
$$\boxed{Y = j8,95 \cdot 10^{-5} S}$$

3. Fonctionnement en charge

$$S_R = 800 \angle 25,84^\circ \text{ kVA}$$

$$S_R = V_R \cdot I_R^* \Rightarrow I_R = \left(\frac{S_R}{V_R} \right)^*$$

$$I_R = \left(\frac{800000 \angle 36,87^\circ}{8000 \angle 0^\circ} \right)^* = 100 \angle -25,84^\circ \text{ A}$$



$$V_S = V_R + Z \cdot I_R = 8000 \angle 0^\circ + (2,1 + j32,2 \Omega) \cdot 100 \angle -25,84^\circ$$

$$V_S = 9592,6 + j2806,5 = 9994,7 \angle 16,3^\circ \text{ V}$$

$$S_R = V_R \cdot I_R^* = 720000 + j348710 = 800000 \angle 25,84^\circ \text{ VA}$$

$$S_S = V_S \cdot I_R^* = 741000 + j671710 = 100010 \angle 137,80^\circ \text{ VA}$$

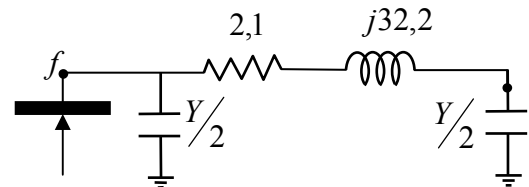
- Tension de régulation $V_{reg} = \frac{|V_S| - |V_R|}{|V_R|} = 25,02\%$
- Rendement de la ligne $\eta = \frac{P_{utile}}{P_{absorbe}} = \frac{P_R}{P_S} = 97,17\%$

4. Fonctionnement à vide (mode pi)

$$I_S = \frac{Y}{2} \cdot V_S + \frac{V_S}{Z + \frac{1}{Y/2}}$$

$$= \left(\frac{j8,95 \cdot 10^{-5}}{2} + \frac{1}{2,1 + j32,3 + \frac{2}{j8,95 \cdot 10^{-5}}} \right) 8000 \angle 0^\circ$$

$$I_S = j0,7165 = 0,7165 \angle 90^\circ \text{ A}$$



5. Avec un câble

- les paramètres de la ligne.

$$L = \frac{\mu}{\pi} \cdot \left[\frac{1}{4} + \log\left(\frac{D}{r}\right) \right] = 4 \cdot 10^{-7} \cdot \left[\frac{1}{4} + \ln\left(\frac{0,15}{0,015}\right) \right] = 1,021 \cdot 10^{-6} \text{ H/m}$$

$$Z = (r + jL\omega) \cdot l$$

$$= (4,004 \cdot 10^{-5} + j1,021 \cdot 10^{-6} \cdot 2\pi f) \cdot 50 \cdot 10^{-3}$$

$$\boxed{Z = 2,1 + j16,05 \Omega}$$

$$C = \frac{\pi \cdot \varepsilon}{\log \frac{D}{r}} = \frac{\pi \cdot (8,73 \cdot 10^{-12})}{\log \frac{0,15}{0,015}}$$

$$C = 1,21 * 10^{-11} \text{ F/m} = 1,21 * 10^{-8} \text{ F/m}$$

$$y = j \cdot 2\pi \cdot f \cdot C = j * 2\pi * 50 * 1,21 * 10^{-8} = j * 3,8 * 10^{-6} \text{ S/km}$$

$$\underline{Y} = j1,9 * 10^{-4} \text{ S}$$

- Fonctionnement en charge

$$S_R = 800 \angle 25,84^\circ \text{ kVA}$$

$$S_R = V_R * I_R^* \Rightarrow I_R = \left(\frac{S_R}{V_R} \right)^* = \left(\frac{800000 \angle 36,87^\circ}{8000 \angle 0^\circ} \right)^* = 100 \angle -25,84^\circ \text{ A}$$

$$V_S = V_R + Z \cdot I_R = 8000 \angle 0^\circ + (2,1 + j16,05 \Omega) * 100 \angle -25,84^\circ$$

$$V_S = 8888,6 + j1353 = 8991,0 \angle 8,7^\circ \text{ V}$$

$$S_R = V_R * I_R^* = 720000 + j348710 = 800000 \angle 25,84^\circ \text{ VA}$$

- $S_S = -V_S * I_R^* = -741000 - j509210 = 899100 \angle -145,5^\circ \text{ VA}$
 - Tension de régulation $V_{reg} = \frac{|V_S| - |V_R|}{|V_R|} = 12,39\%$
- Rendement de la ligne $\eta = \frac{P_{utile}}{P_{absorbe}} = \frac{P_R}{P_S} = 97,17\%$

- Fonctionnement à vide (mode pi)

$$I_S = \frac{Y}{2} \cdot V_S + \frac{V_S}{Z + \frac{1}{Y/2}} = \left(\frac{j1,9 * 10^{-4}}{2} + \frac{1}{2,1 + j16,05 + \frac{2}{j1,9 * 10^{-4}}} \right) 8000 \angle 0^\circ$$

$$I_S = 0,0002 + j1,5212 = 1,5212 \angle 89,99^\circ \text{ A}$$

		Aérien	Souterrain
Z		$2,1 + j32,3$	$2,1 + j16,05 \Omega$
Y		$j8,95 * 10^{-5}$	$j1,9 * 10^{-4}$
A vide	I_S	$0,7165 \angle 90^\circ$	$1,5212 \angle 89,99^\circ$
En charge	S_R	$800 \angle 25,84^\circ \text{ kVA}$	$800 \angle 25,84^\circ \text{ kVA}$
	V_R	$8000 \angle 0^\circ$	$8000 \angle 0^\circ$
	I_R	$100 \angle -25,84^\circ \text{ A}$	$100 \angle -25,84^\circ \text{ A}$
	V_S	$9994,7 \angle 16,3^\circ$	$8991,0 \angle 8,7^\circ$
	S_S	$741000 + j671710$	$741000 + j509210$
	V_{reg}	$25,02\%$	$12,39\%$
	η	$97,17\%$	$97,17$

Exercice N°2

L'impédance de la ligne: $Z = (0,125 + j0,4375) * 16 = 2 + j7 \Omega$

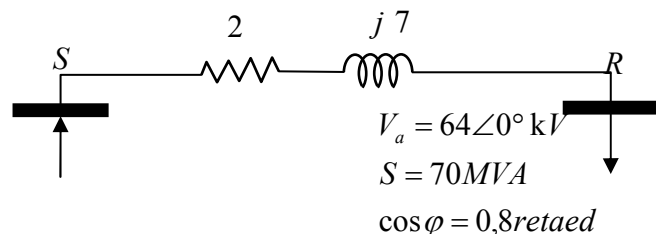
$$V_R = \frac{U_R}{\sqrt{3}} = \frac{64}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 36,9504 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

- Le modèle de la ligne.

$$V_S = 1 \cdot V_R + Z \cdot I_R$$

$$I_S = 0 \cdot V_R + 1 \cdot I_R$$

$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 + j0 & 2 + j7 \\ 0 + j0 & 1 + j0 \end{bmatrix}$$



$$S_R = 70 \angle 36,87^\circ \text{ MVA}$$

$$S_R = V_R * I_R^* \Rightarrow I_R = \left(\frac{S_R}{3 * V_R} \right)^* = \left(\frac{70000 \angle 36,87^\circ}{64 \angle 0^\circ} \right)^* = 631,4769 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

$$V_S = V_R + Z \cdot I_R = 64 \angle 0^\circ + (2 + j7) * 631,477 \angle -36,87^\circ$$

$$V_S = 40,61 + j2,78 = 40,71 \angle 3,91^\circ \text{ kV}$$

$$S_R = V_R * I_R^* = 56 + j42 \text{ MVA}$$

$$S_S = -V_S * I_R^* = -58,39 - j50,37 = 77,18 \angle -139^\circ \text{ VA}$$

$$S_{Ligne} = -S_R - S_S$$

- Tension de régulation $V_{reg} = \frac{|V_S| - |V_R|}{|V_R|} = 10,17\%$
- Rendement de la ligne $\eta = \frac{P_{utile}}{P_{absorbe}} = \frac{P_R}{P_S} = 95,90\%$

Exercice n°3

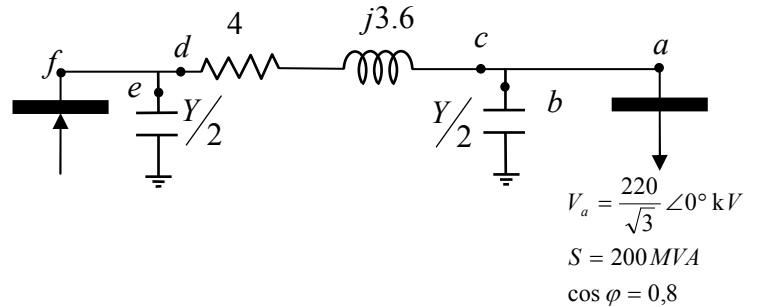
1. Modèle

$$Z = z * l = (0,05 + j0,045)80$$

$$Z = 4 + j36 \Omega$$

$$Y = j2,72 \cdot 10^{-4} \text{ S}$$

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix}$$



$$A = \left(1 + \frac{Z \cdot Y}{2}\right) = 0,9951 + j0,0005$$

$$B = Z = 4 + j36$$

$$C = Y \left(1 + \frac{Z \cdot Y}{4}\right) = -7,3984 \cdot 10^{-8} + 2,7133 \cdot 10^{-4} \quad D = A = 0,9951 + j0,0005$$

2. Calcule de tension et courant

$$S_R = 3V_R I_R^* \Rightarrow I_R = \left(\frac{S_R}{3 * V_R}\right)^* = 524,864 \angle -36,87^\circ$$

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 127 \angle 0^\circ \\ 524,864 \angle -36,87^\circ \end{bmatrix}$$

$$V_S = 1,3941 \cdot 10^5 + j1,3926 \cdot 10^4 = 140,11 \angle 5,704^\circ$$

$$I_S = 418 - j278,68 = 502,3808 \angle -33,69^\circ$$

3. Calcule des puissances

$$S_S = 163,18 + j134,02 \text{ MVA} = 211,166 \angle 39,396^\circ$$

Exercice n°4

$$z = j\omega L \text{ et } y = j\omega \cdot C$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{z \cdot y} = 2 \cdot \pi \cdot f \sqrt{LC} = 2 \cdot \pi \cdot 60 \sqrt{0,88853 \cdot 0,01268 \cdot 10^{-9}}$$

$$\gamma = 0 + j0,0013 \text{ Radian/Km}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0,88853 \cdot 10^{-3}}{0,01268 \cdot 10^{-6}}} = 264,71 \Omega$$

$$A = \text{ch}\gamma l = \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} = \frac{e^{0,5062i} + e^{-0,5062i}}{2}$$

$$A = \frac{\cos 0,5062 + j \sin 0,5062 + \cos(-0,5062) + j \sin(-0,5062)}{2} = \cos(0,5062) = 0,8746$$

*Attention: 0.5062 est en radian $\cos(0.5062 * 180 / \pi)$*

$$B = Z_c \text{sh}\gamma l = Z_c * j * \sin 0,5062 = 0 + j128,34$$

$$C = \frac{1}{Z_c} \text{ch}\gamma l = 0 + j0,0018315$$

$$D = A = 0,8746$$

$$V_R = \frac{735}{\sqrt{3}} = 424,35 \angle 0^\circ \text{ kV}$$

$$S_R = 3V_R I_R^* \Rightarrow I_R = \left(\frac{S_R}{3 * V_R}\right)^* = 1571,021 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

$$V_S = 492,12 + j161,30 = 517,88 \angle 18,147^\circ \text{ kV}$$

$$I_S = 1099,2 - j47,223 = 1100,23 \angle -2,46^\circ \text{ A}$$

$$S_S = 1600 + j601,63 = 1709,4 \angle 20,6^\circ$$