

**SÉRIE DE TD N°5**

**Exercice n°1**

Tracer le diagramme unifilaire du réseau suivant:

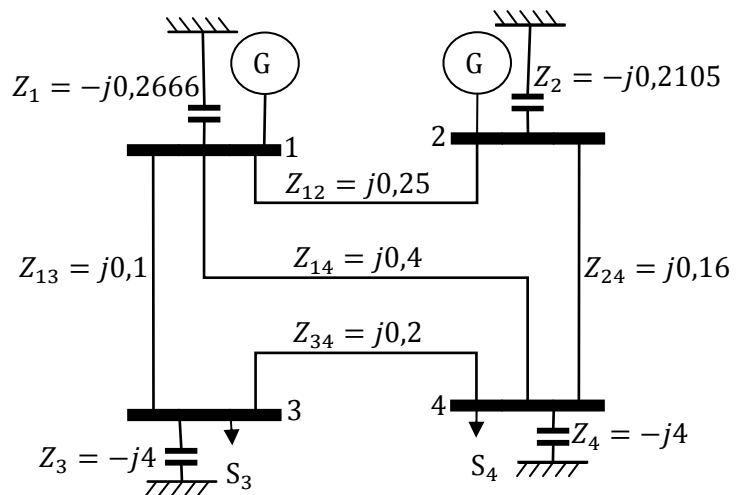
Ligne	Impédance de la ligne
1-2	$0,0210 + j0,1250$
1-4	$0,0235 + j0,0940$
2-3	$0,0250 + j0,1500$
2-5	$0,0180 + j0,0730$
3-5	$0,0220 + j0,1100$
4-5	$0,0190 + j0,0800$

Nœud	Type
1	Balancier
2	Consommation
3	Consommation
4	consommation
5	Production

Calculer la matrice d'admittance

**Exercice n°2**

Déterminer la matrice d'admittance.



**Exercice n°3**

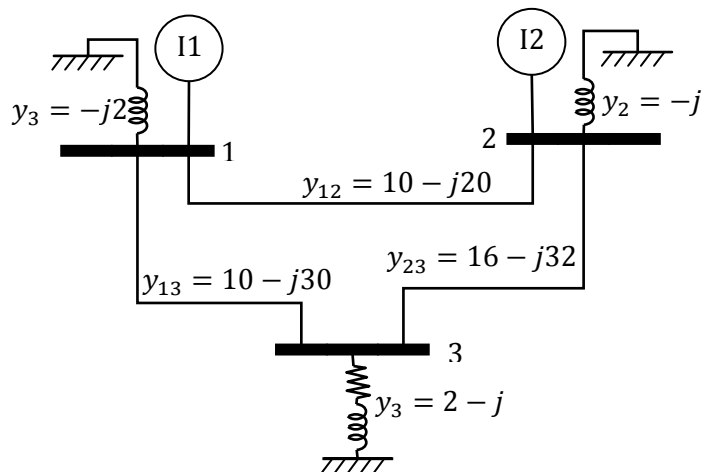
La figure montre un schéma unifilaire d'un réseau d'alimentation triphasé.

Les admittances de ligne sont en pu sur une base de 100 MVA.

$I1 = 1,38 - j2,72$  pu

$I2 = 0,69 - j1,36$  pu

1. Calculer la matrice d'admittance
2. Déterminer les tensions nodales

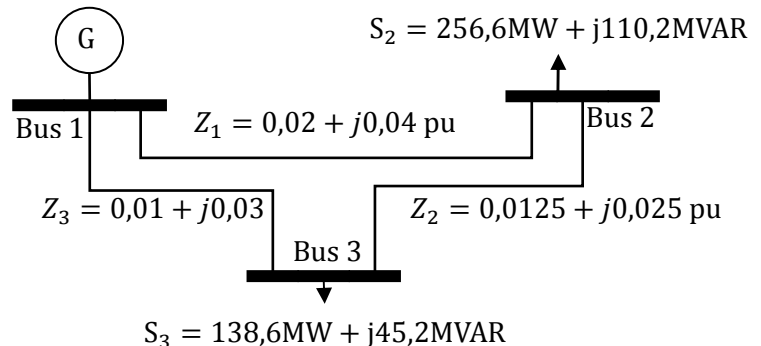


**Exercice n°4**

La figure montre un système d'alimentation simple de trois-nœuds avec la génération à bus 1 au la tension ajustée sur 1,05 pu. Les impédances de la ligne sont marquées en pu sur une base de 100MVA.

1. Déterminer la matrice d'admittance;
2. Déterminer les tensions nodales après deux itérations.
3. Calculer les courants.
4. Trouver la puissance active et réactive au bus 1.
5. Calculer les pertes dans les lignes.

Tracer le diagramme de flux de puissance.



## SOLUTION

**Exercice n°2**

$$Y_{11} = y_{12} + y_{14} + y_{13} + y_1$$

$$Y_{11} = -j4 - j2,5 - j10 - j3,75$$

$$Y_{11} = -j20,25$$

$$Y_{22} = y_{12} + y_{24} + y_2$$

$$Y_{22} = -j4 - j6,25 - j4,75$$

$$Y_{22} = -j15$$

$$Y_{33} = y_{13} + y_{34} + y_3$$

$$Y_{33} = -j10 - j5 - j0,25$$

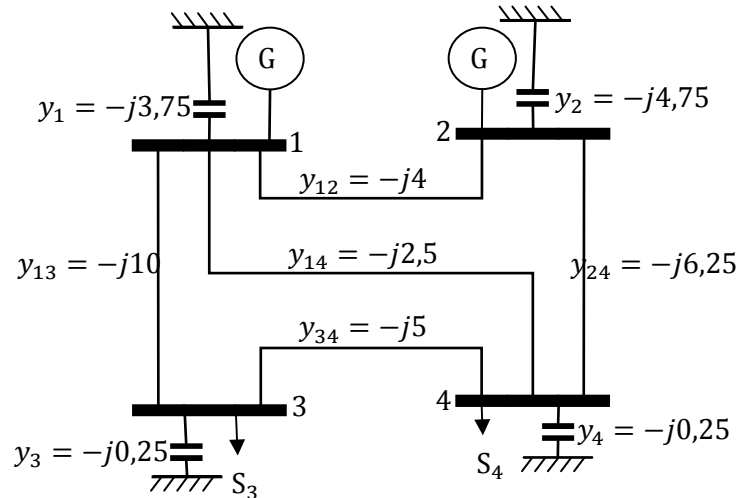
$$Y_{33} = -j15,25$$

$$Y_{44} = y_{14} + y_{24} + y_{34} + y_4$$

$$Y_{44} = -j2,5 - j6,25 - j5 - j0,25$$

$$Y_{44} = -j14$$

$$\begin{bmatrix} -j20,25 & j4 & j10 & j2,5 \\ j4 & -j15 & 0 & j6,25 \\ j10 & 0 & -j15,25 & j5 \\ j2,5 & j6,25 & j5 & -j14 \end{bmatrix}$$

**Exercice n°3**

$$Y_{11} = y_{12} + y_{13} + y_1$$

$$Y_{11} = 10 - j20 + 10 - j30 - j2$$

$$Y_{11} = 20 - j52$$

$$Y_{22} = y_{12} + y_{23} + y_2$$

$$Y_{22} = 10 - j20 + 16 - j32 - j$$

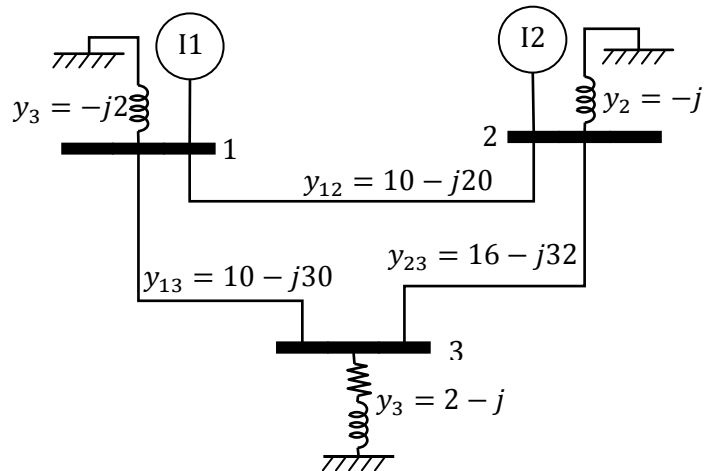
$$Y_{22} = 26 - j53$$

$$Y_{33} = y_{13} + y_{23} + y_3$$

$$Y_{33} = 10 - j30 + 16 - j32 + 2 - j$$

$$Y_{33} = 28 - j63$$

$$\begin{bmatrix} 20 - j52 & -10 + j20 & -10 + j30 \\ -10 + j20 & 26 - j53 & -16 + j32 \\ -10 + j30 & -16 + j32 & 28 - j63 \end{bmatrix}$$



$$V = Y^{-1} \cdot I$$

$$Y^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0975 + 0.2065i & 0.0950 + 0.1965i & 0.0982 + 0.1941i \\ 0.0950 + 0.1965i & 0.1028 + 0.2095i & 0.1004 + 0.1966i \\ 0.0982 + 0.1941i & 0.1004 + 0.1966i & 0.1067 + 0.2018i \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 1.3800 - 2.7200i \\ 0.6900 - 1.3600i \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 1.0289 + 0.0262i \\ 1.0216 + 0.0177i \\ 1.0001 - 0.0003i \end{bmatrix} \quad |V| = \begin{bmatrix} 1.0293 \\ 1.0217 \\ 1.0001 \end{bmatrix}$$

**Exercice n°4**

1. Calcul des tensions.

Détermination des bases:

$$S_{base} = 100\text{MVA}$$

$$\text{Bus 2 : } S_2(\text{pu}) = 2,566 + j1.102 \text{ pu}$$

$$\text{Bus 3 : } S_3(\text{pu}) = 1,386 + j0.452 \text{ pu}$$

Matrice d'admittance:

$$y_{12} = \frac{1}{Z_{12}} = \frac{1}{0,02 + j0,04} = 10 - j20$$

$$y_{13} = \frac{1}{Z_{13}} = \frac{1}{0,01 + j0,03} = 10 - j30$$

$$y_{23} = \frac{1}{Z_{23}} = \frac{1}{0,0125 + j0,025} = 16 - j32$$

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 20 - j50 & -10 + j20 & -10 + j30 \\ -10 + j20 & 26 - j52 & -16 + j32 \\ -10 + j30 & -16 + j32 & 26 - j62 \end{bmatrix}$$

$$V_2^{(j+1)} = \left( \frac{-2,566 + j1,102}{V_2^{*(j)}} - \sum_{m=1}^1 Y_{2m} \cdot V_m^{(j+1)} - \sum_{m=3}^3 Y_{2m} \cdot V_m^{(j)} \right) \cdot \frac{1}{Y_{22}}$$

$$V_2^{(j+1)} = \left( \frac{-2,566 + j1,102}{V_2^{*(j)}} + (10 - j20) \cdot V_1^{(j+1)} + (16 - j32) \cdot V_3^{(j)} \right) \cdot \frac{1}{26 - j52}$$

$$V_3^{(j+1)} = \left( \frac{-1,386 + j0,452}{V_3^{*(j)}} - \sum_{m=1}^2 Y_{3m} \cdot V_m^{(j+1)} \right) \cdot \frac{1}{Y_{33}}$$

$$V_3^{(j+1)} = \left( \frac{-1,386 + j0,452}{V_3^{*(j)}} + (10 - j30) \cdot V_1^{(j+1)} + (16 - j32) \cdot V_2^{(j+1)} \right) \cdot \frac{1}{26 - j62}$$

$$V_1^{(0)} = 1,05 \text{ pu} ; V_2^{(0)} = 1 \text{ pu} ; V_3^{(0)} = 1 \text{ pu}$$

J=0

$$V_2^{(1)} = \left( \frac{-2,566 + j1,102}{V_2^{*(j)}} + (10 - j20) \cdot 1,5 + (16 - j32) \cdot 1 \right) \cdot \frac{1}{26 - j52}$$

$$V_2^{(1)} = 0,9825 - j0,0310$$

$$V_3^{(1)} = \left( \frac{-1,386 + j0,452}{V_3^{*(j)}} + (10 - j30) \cdot 1 + (16 - j32) \cdot (0,9825 - j0,0310) \right) \cdot \frac{1}{26 - j62}$$

$$V_3^{(1)} = 1,0011 - j0,0353$$

J=1

$$V_2^{(2)} = \left( \frac{-2,566 + j1,102}{V_2^{*(j)}} + (10 - j20) \cdot 1,5 + (16 - j32) \cdot (1,0011 - j0,0353) \right) \cdot \frac{1}{26 - j52}$$

$$V_2^{(2)} = 0,9816 - j0,0520$$

$$V_3^{(2)} = \left( \frac{-1,386 + j0,452}{V_3^{*(j)}} + (10 - j30) \cdot 1 + (16 - j32) \cdot (0,9816 - j0,0520) \right) \cdot \frac{1}{26 - j62}$$

$$V_3^{(2)} = 1,0008 - j0,0459$$

$$V_2^{(3)} = 0,9808 - j0,0578 \quad V_3^{(3)} = 1,0004 - j0,0488$$

$$V_2^{(4)} = 0,9803 - j0,0594 \quad V_3^{(4)} = 1,0002 - j0,0497$$

$$V_2^{(5)} = 0,9801 - j0,059 \quad V_3^{(5)} = 1,0001 - j0,0499$$

$$V_2^{(6)} = 0,9801 - j0,0599 \quad V_3^{(6)} = 1,0000 - j0,0500$$

$$V_2^{(7)} = 0,9800 - j0,0600 \quad V_3^{(7)} = 1,0000 - j0,0500$$

2. Calculer les courants.

$$I = \begin{bmatrix} 20 - j50 & -10 + j20 & -10 + j30 \\ -10 + j20 & 26 - j52 & -16 + j32 \\ -10 + j30 & -16 + j32 & 26 - j62 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1,05 \\ 0,98 - j0,06 \\ 1 - j0,05 \end{bmatrix}$$

$$I = \begin{bmatrix} 3,9000 - 1,8000i \\ -2,5400 + 1,2800i \\ -1,3600 + 0,5200i \end{bmatrix}$$

$$I_{12} = y_{12} \cdot (V_1 - V_2) = 1,9000 - 0,8000i$$

$$I_{13} = y_{13} \cdot (V_1 - V_3) = 2,0000 - 1,0000i$$

$$I_{23} = y_{23} \cdot (V_2 - V_3) = -0,6400 + 0,4800i$$

Vérification

$$I_1 = I_{12} + I_{13} \quad I_2 = I_{21} + I_{23} \quad I_3 = I_{31} + I_{32}$$

1	$S_1 = V_1 \cdot I_1^* = 4,095 + 1,89i$	$S_{12} = V_1 \cdot I_{12}^* = 1,995 + 0,84i$	$S_{13} = V_1 \cdot I_{13}^* = 2,1 + 1,05i$
2	$S_2 = V_2 \cdot I_2^* = -2,566 - 1,102i$	$S_{21} = V_2 \cdot I_{21}^* = -1,91 - 0,67i$	$S_{23} = V_2 \cdot I_{23}^* = -0,656 - 0,432i$
3	$S_3 = V_3 \cdot I_3^* = -1,386 - 0,452i$	$S_{31} = V_3 \cdot I_{31}^* = -2,05 - 0,9i$	$S_{32} = V_3 \cdot I_{32}^* = 0,664 + 0,448i$

Les pertes

$$S_{L1} = S_{12} + S_{21} = 0,0850 + 0,1700i$$

$$S_{L2} = S_{23} + S_{32} = 0,0080 + 0,0160i$$

$$S_{L3} = S_{13} + S_{31} = 0,0500 + 0,1500i$$

