



Exercice I

1° / $F(x, y) = x^3 + xy + y^2$

La différentielle de $F(x, y)$ s'écrit :

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial X}\right)_Y dX + \left(\frac{\partial F}{\partial Y}\right)_X dY \Rightarrow dF = (3x^2 + y)dX + (x + 2y)dY = AdX + BdY$$

Avec : $A = (3x^2 + y)$ et $B = (x + 2y)$

Pour que dF soit une différentielle totale exacte (D.T.E), il faut que la condition ci-dessous soit

vérifiée : $\frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)_Y \right]_X = \frac{\partial}{\partial X} \left[\left(\frac{\partial F}{\partial Y} \right)_X \right]_Y \Leftrightarrow \left(\frac{\partial A}{\partial Y} \right)_X = \left(\frac{\partial B}{\partial X} \right)_Y$

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial A}{\partial Y} \right)_X = 1 \\ \left(\frac{\partial B}{\partial X} \right)_Y = 1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{\partial A}{\partial Y} \right)_X = \left(\frac{\partial B}{\partial X} \right)_Y = 1, \text{ d'où } dF \text{ est une différentielle totale exacte (D.T.E)}$$

2° / $P = \frac{RT}{V-b} \Rightarrow P = f(T, V)$

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV \Rightarrow dP = \left(\frac{R}{V-b}\right)dT + \left(\frac{-RT}{(V-b)^2}\right)dV = AdX + BdY$$

Avec : $A = \frac{R}{V-b}$ et $B = \frac{-R}{(V-b)^2}$

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial A}{\partial V}\right)_T = \frac{-R}{(V-b)^2} \\ \left(\frac{\partial B}{\partial T}\right)_V = \frac{-R}{(V-b)^2} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{\partial A}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial B}{\partial T}\right)_V = \frac{-R}{(V-b)^2}, \text{ donc } dP \text{ est une D.T.E}$$

3° / $\partial W = \left(-\frac{PV^2}{RT}\right)dP + \left(\frac{PV}{T}\right)dT = AdP + BdT$, donc $W = f(P, T)$

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_P = \frac{-PV^2}{(RT)^2} \\ \left(\frac{\partial B}{\partial P}\right)_T = \frac{V}{T} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_P \neq \left(\frac{\partial B}{\partial P}\right)_T. \text{ D'où } \partial W \text{ n'est pas une D.T.E, ce qui montre que le travail (W)}$$

n'est une fonction d'état.

Exercice II

1. La valeur de R (Constante des gaz parfaits)

Conditions normales de T. P : $P = 1 \text{ atm}$, $T = 0^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$

$$PV = nRT \Rightarrow R = \frac{PV}{nT} \Leftrightarrow R = \frac{[\text{Energie}]}{[\text{Quantité de matière}][\text{Température}]}$$

$$R = \frac{1 \times 22,4}{1 \times 273,15} = 0,082 \text{ l. atm. mol}^{-1}. \text{K}^{-1}$$

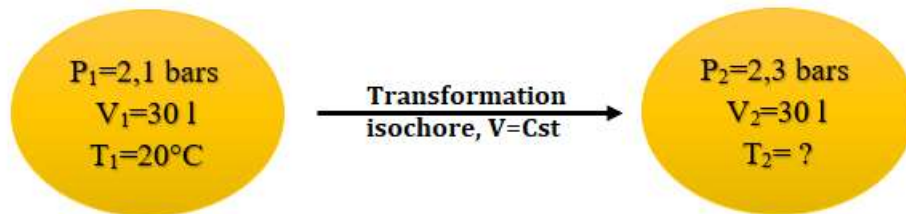
$$R = \frac{1,01325 \cdot 10^5 \times 22,4 \cdot 10^{-3}}{1 \times 273,15} = 8,314 \text{ J. mol}^{-1}. \text{K}^{-1}$$

$$\begin{cases} 1 \text{ Cal} \rightarrow 4,185 \text{ J} \\ R \rightarrow 8,314 \text{ J} \end{cases} \Rightarrow R = \frac{8,314}{4,185} = 1,9866 \cong 2 \text{ Cal.mol}^{-1}.K^{-1}$$

2. L'équivalent énergétique d'un litre atmosphère (l.atm) :

- En joules : $1 \text{ l.atm} = \text{m}^3 \cdot \text{Pa} = 10^{-3} \times 1,01325 \cdot 10^5 = 101,325 \text{ J}$
- En calories : $1 \text{ l.atm} = \frac{101,325}{4,185} = 24,21 \text{ Cal}$

Exercice III



1. Quantité d'air enfermé dans le pneu : $n = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = \frac{2,0725 \times 30}{0,082 \times 293} = 2,588 \text{ moles}$

2. La température d'air enfermé dans le pneu :

Transformation isochore : loi de Charles : $\frac{P}{T} = \text{Cst} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{P_2}{P_1} \times T_1$

$$T_2 = \frac{2,269}{2,0725} \times 293 = 320,78 \text{ K} \cong 47,63^\circ\text{C}$$

Exercice IV

$$\text{Mélange gazeux, } P_m = 5 \text{ atm} \begin{cases} 0,4 \text{ g (He)} \\ 2 \text{ g (N}_2\text{)} \\ 5 \text{ g (Ar)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n_{\text{He}} = \frac{m_{\text{He}}}{M_{\text{He}}} = \frac{0,4}{4} = 0,10 \text{ moles} \\ n_{\text{N}_2} = \frac{m_{\text{N}_2}}{M_{\text{N}_2}} = \frac{2}{28} = 0,071 \text{ moles} \\ n_{\text{Ar}} = \frac{m_{\text{Ar}}}{M_{\text{Ar}}} = \frac{5}{40} = 0,125 \text{ moles} \end{cases}$$

▪ Fraction molaire ($X_i = \frac{n_i}{\sum n_i}$) de chaque gaz : $n_T = n_{\text{He}} + n_{\text{N}_2} + n_{\text{Ar}} = 0,296 \text{ moles}$

- Hélium (He) : $X_{\text{He}} = \frac{n_{\text{He}}}{n_T} = \frac{0,1}{0,296} = 0,34$

- Azote (N₂) : $X_{\text{N}_2} = \frac{n_{\text{N}_2}}{n_T} = \frac{0,071}{0,296} = 0,24$

- Argon (Ar) : $X_{\text{Ar}} = \frac{n_{\text{Ar}}}{n_T} = \frac{0,125}{0,296} = 0,42$

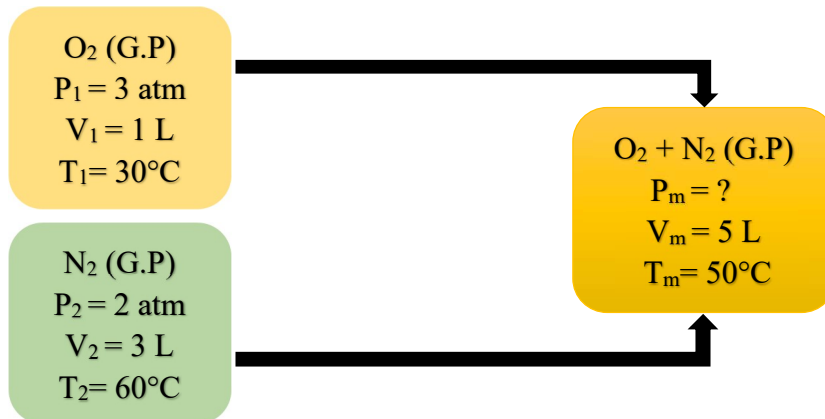
▪ Pression partielle ($P_i = X_i P_T$) de chaque gaz

- Hélium (He) : $P_{\text{He}} = X_{\text{He}} P_T = 0,34 \times 5 = 1,7 \text{ atm}$

- Azote (N₂) : $P_{\text{N}_2} = X_{\text{N}_2} P_T = 0,24 \times 5 = 1,2 \text{ atm}$

- Argon (Ar) : $P_{\text{Ar}} = X_{\text{Ar}} P_T = 0,42 \times 5 = 2,1 \text{ atm}$

Exercice V



1. Pression de mélange, P_m :

- Loi de conservation de la matière : $n_1 + n_2 = n_m \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{RT_1} + \frac{P_2 V_2}{RT_2} = \frac{P_m V_m}{RT_m}$
- $$P_m = \frac{T_m}{V_m} \left(\frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2} \right) = \frac{(50 + 273,15)}{5} \left(\frac{3 \times 1}{(30 + 273,15)} + \frac{2 \times 3}{(60 + 273,15)} \right)$$
- $$P_m = 1,8 \text{ atm}$$
- Loi des gaz parfaits : $P_m V_m = n_m RT_m \Rightarrow P_m = \frac{n_m RT_m}{V_m} = \frac{(n_1 + n_2) RT_m}{V_m}$

On calcul n_1 et n_2 :

$$\begin{cases} n_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = \frac{3 \times 1}{0,082 \times (30 + 273,15)} = 0,12 \text{ moles} \\ n_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} = \frac{2 \times 3}{0,082 \times (60 + 273,15)} = 0,22 \text{ moles} \end{cases} \Rightarrow n_m = n_1 + n_2 = 0,34 \text{ moles}$$

$$P_m = \frac{(n_1 + n_2) RT_m}{V_m} = \frac{(0,12 + 0,22) \times 0,082 \times 323,15}{5} = 1,8 \text{ atm}$$

2. Calcul des pressions partielles, P_i :

$$P_i = X_i \cdot P_m \Rightarrow \begin{cases} P_{O_2} = X_{O_2} \cdot P_m = \frac{n_{O_2}}{n_m} \cdot P_m = \frac{0,12}{0,34} \times 1,8 = 0,64 \text{ atm} \\ P_{N_2} = X_{N_2} \cdot P_m = \frac{n_{N_2}}{n_m} \cdot P_m = \frac{0,22}{0,34} \times 1,8 = 1,16 \text{ atm} \end{cases}$$

$$P_i V_m = n_i RT_m \Rightarrow P_i = \frac{n_i RT_m}{V_m} \Rightarrow \begin{cases} P_{O_2} = \frac{n_{O_2} RT_m}{V_m} = \frac{0,12 \times 0,082 \times 323,15}{5} = 0,64 \text{ atm} \\ P_{N_2} = \frac{n_{N_2} RT_m}{V_m} = \frac{0,22 \times 0,082 \times 323,15}{5} = 1,16 \text{ atm} \end{cases}$$

3. Masse volumique du mélange, ρ_m :

$$\rho_m = \frac{m_m}{V_m} = \frac{m_{O_2} + m_{N_2}}{V_m} = \frac{n_{O_2} \cdot M_{O_2} + n_{N_2} \cdot M_{N_2}}{V_m} = \frac{0,12 \times 32 + 0,22 \times 28}{5} = 2 \text{ g/L}$$

$$\begin{cases} \rho_m = \frac{P_m M_m}{RT_M} \\ M_m = X_{O_2} \cdot M_{O_2} + X_{N_2} \cdot M_{N_2} \end{cases} \Rightarrow \rho_m = \frac{P_m \cdot (X_{O_2} \cdot M_{O_2} + X_{N_2} \cdot M_{N_2})}{RT_M}$$

$$\rho_m = \frac{1,8 \times (0,35 \times 32 + 0,65 \times 28)}{0,082 \times 323,15} = 2 \text{ g/L}$$

4. Densité du mélange, d_m :

$$d_m = \left(\frac{\rho_m}{\rho_{Air}} \right)_{T,P} = \frac{M_m}{M_{Air}} = \frac{M_m}{29} = \frac{X_{O_2} \cdot M_{O_2} + X_{N_2} \cdot M_{N_2}}{29} = \frac{29,41}{29} = 1,01$$

Exercice VI

Réponses :

1)

- Masse d'hydrogène : $m_{H_2} = 4,878 \text{ g}$ et $n_{H_2} = 2,44 \text{ moles}$
- Masse du méthane : $m_{CH_4} = 1040,65 \text{ g}$ et $n_{CH_4} = 65,04 \text{ moles}$

2)

- Pression de l'hydrogène : $P'_1 = 7 \text{ atm}$
- Pression du méthane : $P'_2 = 46,67 \text{ atm}$

3)

- Pression partielle de l'hydrogène : $P_{H_2} = 1,4 \text{ atm}$
- Pression partielle du méthane : $P_{CH_4} = 37,33 \text{ atm}$
- Pression totale : $P_T = P_{H_2} + P_{CH_4} = 38,73 \text{ atm}$

4)

- Pression de l'hydrogène : $P_{H_2(A)} = P_{H_2(B)} = 1,4 \text{ atm}$
- Pression du méthane : $P_{CH_4(A)} = P_{CH_4(B)} = 37,33 \text{ atm}$