CHAP 01: Généralités sur les Systèmes Asservi

① Les lois:

Les lois	Les expressions
- loi du Math	$U_R = R * I$
- Syst monovar	$\longrightarrow \boxed{\Sigma} \longrightarrow$ SISO
- Syst Multivar	$\Rrightarrow \boxed{\Sigma} \Rrightarrow$ MIMO
- Syst linéaire	+ $u(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i u_i(t) \longrightarrow y(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i y_i(t)$ + $\xrightarrow{cu(t)} \boxed{} \xrightarrow{cy(t)}$ $\xrightarrow{c_1 u_1} \boxed{} \xrightarrow{c_1 y_1}$
- Syst linéaire dynamique	+ $E = RI(t) + V$ + + $E = RC \frac{dV}{dt} + V$ + $I(t) = C\frac{dV}{dt}$ + $V = \frac{1}{C} \int I(t)\,dt$ + $V = \frac{1}{C} q$ + $q = \int I(t)\,dt$ + $I = \frac{dq}{dt}$

Scanned by CamScanner

CHAP 02 : Modélisation Mathématique des Systèmes Asservis

① Les lois :

Les lois	Les expressions
- Lois de Kirshoff	$\sum U = 0$ $\sum I = 0$
- Transformé de Laplace	$F(S) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-St} dt = \frac{1}{S+a}$
	$f(t) = 1 \rightarrow F(S) = \frac{1}{S}$
- L'inversion TLPC	$\frac{a}{S+b} \longrightarrow a e^{-bt} / \begin{matrix} t \rightarrow s \\ s \rightarrow t \end{matrix}$
- Linéarité	$+ \mathcal{L}[f_1(t) + f_2(t)] = F_1(S) + F_2(S)$ $+ \mathcal{L}[\alpha f_1(t)] = \alpha F_1(S)$ $+ \mathcal{L}[\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)] = \alpha_1 F_1(S) + \beta F_2(S)$
- Dérivation	$+ \frac{df}{dt} \longrightarrow S F(S)$ $+ \frac{d^2f}{dt} \longrightarrow S^2 F(S)$
- Intégrale	$+ \int f(t) dt \longrightarrow \frac{1}{S} F(S)$
- Théorème Val i - Théorème Val f - TLPC	$+ f(0^+) = \lim_{t \to 0^+} f(t) = \lim_{S \to \infty} SF(S) \quad t > 0$ $+ f(\infty) = \lim_{t \to \infty} f(t) = \lim_{S \to 0} SF(S) \quad t > 0$ $+ \mathcal{L}[e^{-at} \cdot f(t)] = F(S+a)$
* TLPC 1 * // 2	$+ f(t) = e^{-t} + e^{-2t} \Rightarrow F(S) = \frac{1}{S+1} + \frac{1}{S+2}$ $+ f(t) = e^{-at} \Rightarrow F(S) = \frac{1}{S+a}$

Scanned by CamScanner

- Impulsion Unité $\delta(t)$	$f(t)=\delta(t) \Rightarrow F(s)=1$
- Echelon Unité $u(t)$	$f(t)=1 / u(t) \Rightarrow F(s)=\frac{1}{s}$
- Rampe Unité t	$f(t)=t \Rightarrow F(S)=\frac{1}{S^2}$
- Exponentielle e^t	$f(t)=e^{-at} \Rightarrow F(s)=\frac{1}{s+a}$
- Onde Cosinus	$f(t)=\cos(\omega t) \Rightarrow F(s)=\frac{s}{s^2+\omega^2}$
- Onde Sinus	$f(t)=\sin(\omega t) \Rightarrow F(S)=\frac{\omega}{S^2+\omega^2}$
- fonction de Transfert	$F=\frac{Y}{U}=\frac{Y}{X}=\frac{1}{s^2+bs+c}$
- Décomposition en élément simple	$-\ \frac{a}{s+b} \longrightarrow a e^{-bt}$ $-\ \frac{a}{s^2+bs+c} \longrightarrow \frac{as+b}{s^5+s^0+0s=0}$ $-\ \frac{1}{s+a} \longrightarrow e^{-at}$
- Décomposition d'un pôle simple	$F(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{K(s+Z_1)(s+Z_2)\cdots}{(s+P_1)(s+P_2)\cdots}=\frac{a_1}{s+P_1}+\frac{a_2}{s+P_2}+\cdots$ $a_1=\left[\frac{(s+P_1)\ K(s+Z_1)(s+Z_2)\cdots}{(s+P_1)(s+P_2)\cdots}\right]_{s=-P_1}$ $a_2=\left[\frac{(s+P_2)\ K(s+Z_1)(s+Z_2)\cdots}{(s+P_1)(s+P_2)}\right]_{s=-P_2}$
- Décomposition d'un pôle multiples.	$F(S)=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{s^2+bs+c}{(s+d)^n}=\frac{a_1}{(s+d)^n}+\frac{a}{(s+d)^{n-1}}+\cdots$ $a_1=\left[\frac{(s+d)^n\ s^2+bs+c}{(s+d)^n}\right]_{s=-d}=$ $a_2=\frac{1}{1!}\frac{d}{ds}\left[\frac{(s+d)^n\ s^2+bs+c}{(s+d)^n}\right]_{s=-d}=$ $a_3=\frac{1}{2!}\frac{d^2}{ds^2}\left[\frac{(s+d)^n\ s^2+bs+c}{(s+d)^n}\right]_{s=-d}$

- Décomposition en pôles complexes	$F(S) = \frac{N(S)}{D(S)} = \frac{(s+d)}{s^2+bs+c} = \frac{K_1}{S+P_1} + \frac{K_2}{S+P_2} + \dots + \frac{K_n}{S+P_n}$ $+ r_i = \left[(S+P_i)\frac{N(S)}{D(S)}\right]_{S=-P_i}$ / $K_1 = re^{j\theta}$ $+ \theta_i = \left[(S+P_i)\frac{N(S)}{D(S)}\right]_{S=-P_i}$ / $K_2 = re^{-j\theta}$ $P_{1,2} = \alpha \pm j\beta$
Réponse du 1er Ordre	$G(S) = \frac{K}{\tau S+1}$
Réponse indicielle	$R = \frac{A}{S}$ → Echelon $R = \frac{1}{S} \to y(t)$
Réponse impulsionnelle	$R = 1 \longrightarrow y(S) = \frac{K}{\tau s+1} \to y(t) = \frac{K}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$
Réponse indicielle	$R = \frac{1}{S} \to y(S) = \frac{K}{\tau s+1} \cdot \frac{1}{s} \Rightarrow \frac{\frac{K}{\tau}}{S+\frac{1}{\tau}} \cdot \frac{1}{S} = \frac{B_1}{S+\frac{1}{\tau}} + \frac{B}{S}$ $y(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
Réponse	$R = \frac{1}{S^2} \to y(S) = \frac{K}{\tau s+1} \cdot \frac{1}{S^2} = \frac{\frac{K}{\tau}}{S+\frac{1}{\tau}} \cdot \frac{1}{S^2} = \frac{B_1}{S+\frac{1}{\tau}} + \frac{B_2}{S^2} + \frac{B_3}{S}$ $y(t) = K\left[(t-\tau) + \tau e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$

CHAP 03 : Analyse temporelle des systèmes.

① Les lois :

	Les lois	Les expressions
Analyse temporelle du système 1er ordre	① Régime transitoire	$G(S) = \frac{K}{\tau S+1}$ / $\tau = \frac{\tau}{K+1}$ / $K = \frac{\cancel{K}}{K+1}$
	- constant du temp	+ $\tau =$ + $\tau_1 \rightarrow$ temp élevé $\rightarrow$ réponse lent + $\tau_2 \rightarrow$ temp faible $\rightarrow$ réponse rapide
	- Temp de réponse ″	+ $t_r = 3\tau / 4\tau$ + $t_e = 3\tau / 4\tau$
	- Temp de montée	+ $T_m = 2{,}2\ \tau$ + $t \rightarrow \infty$; $K = 1$
	- erreur	+ $e = 1 - K$
	- erreur de vittesse	+ $e(v) =$ entrée - sortie
Analyse temporelle du système 2ème ordre	② Régime	+ $G(S) = \frac{W_n^2}{S^2 + 2\xi W_n S + W_n^2}$ / $\xi =$ / $W_n =$
	- Pulsation propre amortie	+ $W_0 = W_n\sqrt{1-\xi^2}$ / $P_{1,2} = -W_n\xi \pm jW_n\sqrt{1-\xi^2}$
	- taux d'amortissement	+ $\xi = \frac{\alpha}{W_n} = \frac{1}{T W_n}$
	- Constant du temp	+ $\alpha = \tau = \xi W_n$ + $T = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\xi W_n}$
	- Dépassement	+ $D = 100\, e^{\frac{-\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 96\%$
	- Temp	+ $T_P = \frac{\pi}{W_0} = \frac{\pi}{W_n\sqrt{1-\xi^2}}$
	- Temp	+ $T_e = \frac{4{,}1}{\alpha} = \frac{4{,}1}{\xi W_n}$

CHAP04: Systèmes bouclés et Performances des systèmes bouclés

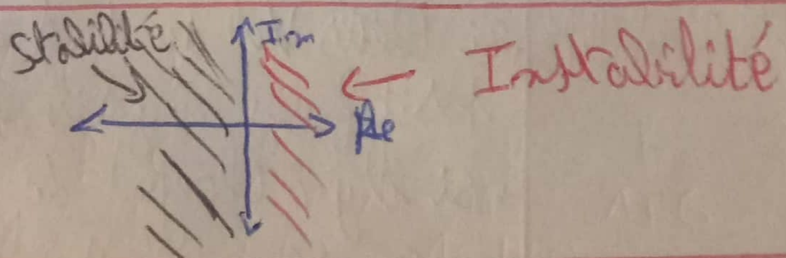
① Les lois:

Les lois	Les expressions
Dérivation	$\frac{d}{dt} f(t) \longrightarrow S\,F(S)$
Intégrale	$\int f(t)\,dt \longrightarrow \frac{1}{S} F(S)$
Systèmes boucles	$G(S) = \frac{K}{\tau S+1}$ $\quad G(S) = \frac{G(S)}{1+G(S)H(S)}$
carte des pôles	$* \; G(S) = \frac{(S+1)(S+2)}{(S+3)(S+4)}$ | pôles : $-3, 4$; zéros : $-1, 2$
Classe de système	$* \; G(S) = \frac{1}{S^n (S+1)^2 (S+3)}$ | $S^n \Rightarrow n \Rightarrow$ Classe n
- Système à b.f	$+ F(S) = \frac{G(S)}{1+G(S)H(S)}$
Élément en cascade	$+ G(S) = G_1 \cdot G_2 \cdot G_3 \cdots = \prod_{i=1} G_i$
Transformation s-chémas fonctionnels	$+ F_1(S) = \frac{G(S)}{1+G(S)H(S)}$ | $F_2(S) = \frac{G(S)}{1-G(S)H(S)}$
Précision	$+ E = (\, f(S)$
Erreur	$+ E =$ $+ E = R - C = R - \frac{G}{1-GH} R = \frac{R}{1+G}$ $+ \frac{E}{R} = \frac{1}{1+G}$; $+ E(S) = \frac{1}{1+G} R(S)$
Echelon Vitesse accélération	$\frac{1}{S} \Rightarrow$ Echelon $\frac{1}{S^2} \Rightarrow$ vitesse $\frac{1}{S^3} \Rightarrow$ accélération
Rapidité	$t_r \ll$ transitoire rapide
Précision	$e(\infty) \simeq 0$
Rôle vitesse	$G(S) = \frac{K}{\tau S+1} \rightarrow \tau S+1 = 0 \rightarrow S = -\frac{1}{\tau} \Rightarrow y(t) = K(1 - e^{t \cdot -\frac{1}{\tau}})$

CHAP05: Performance et Stabilités et précision des Systèmes bouclés linéaires.

① Les lois:

Les lois	Les expression
-Stabilités	$+y(S)=0$ $+Y(S)=G(S)R(S)$
	$F(S)=\frac{N(S)}{D(S)}$ / $D(S)=0$ $D<0$ $P=\alpha\pm j\beta$ $G(S)=\frac{1}{S+1} \rightarrow y(t)=K\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$
- Règle de Routh Tableau de Routh S^n | a_n, a_{n-2}, ... S^{n-1} | a_{n-1}, a_{n-3}, ... S^{n-2} | A_1, A_2, ... S^{n-3} | B_1, B_2, ...	$+A_1=\frac{a_{n-1}\times a_{n-2}-a_n\times a_{n-3}}{a_{n-1}}$ $+A_2=\frac{a_{n-1}\times a_{n-4}-a_n\times a_{n-5}}{a_{n-1}}$ $+B_1=\frac{A_1\times a_{n-3}-A_2\times a_n}{A_1}$ $+B_2=\frac{A_2\times a_{n-5}-A_2\times a_{n-1}}{A_1}$
Règle de Stabilité	+Si toutes Val du 1 Col du tableau sont positif ou négatif ⇒ Stable + Si il y a Changement de Signe dans tableau ⇒ Système instable
erreur d'Un échelon	$R=\frac{1}{S}$ / $e(\infty)=\lim\limits_{t\to\infty}e(t)=\lim\limits_{S\to 0}SE(S)=\frac{1}{S+C_p}$ $C_p=\lim\limits_{S\to 0}G(S)$ + Class 0 $\rightarrow C_p=K \rightarrow e(\infty)=\frac{1}{1+C_p}=\frac{1}{1+K}$ + Class 1 $\rightarrow C_p=\infty \rightarrow e(\infty)=0$

erreur Rampe vittette	$R=\frac{1}{s^2}$ / $e(\infty)=\lim_{s\to 0} sE(s)=\frac{1}{C_v}$ $C_v=\lim_{s\to 0} sG(s)$ class 0 $\to C_v=0 \to e(\infty)=\frac{1}{C_v}=\infty$ class 1 $\to C_v=K \to e(\infty)=\frac{1}{C_v}=\frac{1}{K}$ class $\geq 2 \to C_v=\infty \to e(\infty)=\frac{1}{C_v}=0$
erreur parabolique accélération	$R=\frac{1}{s^3}$ / $e(\infty)=\lim_{s\to 0} sE(s)=\frac{1}{C_a}$ $C_a=\lim_{s\to 0} s^2 G(s)$ class 0 $\to C_a=0 \to e(\infty)=\frac{1}{C_a}=\infty$ class 1 $\to C_a=0 \to e(\infty)=\frac{1}{C_a}=\infty$ class 2 $\to C_a=K \to e(\infty)=\frac{1}{C_a}=\frac{1}{K}$ class $\geq 3 \to C_a=\infty \to e(\infty)=\frac{1}{C_a}=0$
Condition de stabilité	Système stable $\to$ Impulsion $\to 0$ $t \to \infty$
domaine de stabilité et instabilité	
Stabilité et Instabilité	- 2 pôles négative → stable - 2 pôles positive → instabilité - 1 pôles positive, 1 pôle négatif → instabilité
critère de Routher	$D(s)=a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots$ $A_1=\frac{a_{n-1}\times a_{n-2} - a_n \times a_{n-3}}{a_{n-1}}$ / $A_2=\frac{a_{n-1}\times a_{n-4} - a_n \times a_{n-5}}{a_{n-1}}$ $B_1=\frac{A_1 \times a_{n-3} - a_{n-1}\times A_2}{A_1}$ / $B_2=\frac{A_1 a_{n-1} - a_{n-1}\times A_3}{A_1}$ $C_1=\frac{N_1 M_2 - M_1 N_2}{N_1}$

Scanned by CamScanner

CHAP 06: Analyse fréquentielle des systèmes bouclés liné...

1) Les lois:

Les lois	Les expressions
Réponse fréquen... fréquement.	$R(S) = A \sin \omega t$ $\quad \omega = 2\pi f$ $R(S) = A \cos \omega t$
Analyse fréquentielle	$G(S) \longrightarrow S \longrightarrow j\omega \longrightarrow G(j\omega)$
	$dB = 20 \log_{10}$
diagramme de Bode	$dB = 20 \log_{10} (\text{gain})$
dB (decibel)	* octave: $[\omega_1 ; \omega_2]$ ω * $\omega_2 = 2\omega_1$
dB (decibel)	+ Décade: $[\omega_1, \omega_2]$ * $\omega_2 = 10\omega_1$
propriété de dB	nombre double $\longrightarrow \nearrow + 6\,dB$ nombre 10 $\longrightarrow \nearrow + 20\,dB$
Pôle / pôle à l'origine Pôle $\Rightarrow$ pôle/zéro complexe $\Rightarrow$ pôle/ $\Rightarrow$	+ K Constan $\Rightarrow G(j\omega) = j\omega$ + $j\omega / \frac{1}{j\omega} \Rightarrow G(j\omega) = \left(\frac{1}{j\omega}\right)$ + $\left[1 + j\omega T / \frac{1}{1+j\omega T}\right] \Rightarrow G(j\omega) = \left(\frac{1}{1+j\omega T}\right)$ + $\left[1 + j\omega T + \omega^2 / \frac{1}{s}\right]$
	$Z = a + jb$ $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ $L = tg^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$
fréquence de coupure	$\omega = \omega_c = \frac{1}{T}$