II/ النواقل المتوازنة
CONDUCTEURS EN EQUILIBRE

A/ تعريف النواقل المتزنة و خصائصها (Définition et propriétés des conducteurs en équilibre)

نذكّر أولا أن الناقل الكهربائي (أو الموصّل) هو كل جسم يمكن لحاملات الشحنة أن تتحرك (أي تنتقل) بداخله بحرية.

1/ تعريف: نقول عن ناقل أنه في حالة توازن كهروساكن إذا كانت كل الشحنات المتواجدة بداخله ساكنة.

2/ خواص النواقل المتزنة:

- بما أن الشحنات داخل الناقل المتزن ساكنة ، فهي لا تخضع لأية قوة ، و هذا يعني أن **الحقل الكروساكن داخل الناقل المتزن معدوم**:

$$\vec{F} = q.\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \vec{0}}$$

- **يتعامد شعاع الحقل الكهربائي مع سطح الناقل المتوازن**:هذا راجع لكون خطوط الحقل مماسية لشعاع الحقل و هي متعامدة مع السطح.
- **يشكل الناقل المتوازن حجما لتساوي الكمون**: عرفنا أن فرق الكمون بين نقطتين M و M' معرف بالعلاقة $dV = -\vec{E}.d\vec{l}$. و بما أن $\vec{E} = \vec{0}$ فهذا يعني أن الكمون ثابت في كل نقطة **داخل الناقل** المتوازن ، و بالتالي فإن السطح الخارجي للناقل هو سطح تساوي الكمون ، مما يؤكد تعامد شعاع الحقل الكهربائي مع سطح الناقل.
- **الشحنة داخل الناقل معدومة وتتموضع على سطح الناقل**: بالفعل و بما أن عدد البروتونات يساوي عدد الإلكترونات فإن الشحنة المجملة داخل الناقل معدومة. الشحنات الحرة الكلية تتوزع على سطح يشغل سمكا مكونا من بضعة طبقات من الذرات (و لا تعني كلمة السطح هنا ما يفهم من المعنى الهندسي). الشحنات الكهربائية المتحركة **تتراكم** على السطح حتى يصبح الحقل الذي تنتجه مساويا للحقل الخارجي المطبق على هذا السطح مما يؤدي إلى حالة التوازن.

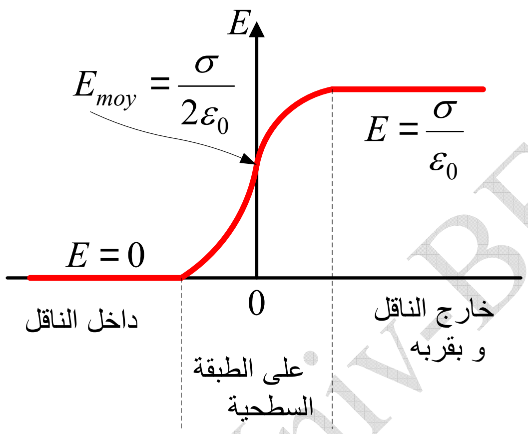
3/ نظرية كولومب:(Théorème de Coulomb)

بجوار ناقل متوازن ، الحقل عمودي على سطح الناقل و عبارة شدّته هي $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

σ تمثل الكثافة السطحية للناقل.

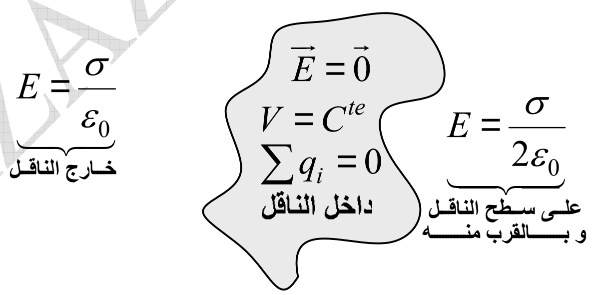
تعطي هذه العبارة قيمة الحقل الكهربائي في نقطة مجاورة للسطح و بخارج الناقل ، بينما الحقل في الداخل معدوم. أما على السطح فإن الحقل يأخذ قيمة متوسطة E_{moy}.

و نتيجة لهذا و عند عبور سطح الناقل ، فإن الحقل الكهربائي يتغير وفق ما هو مبين على الشكل1.2.



الشكل 1.2 : تغير الحقل الكهربائي عند عبور سطح الناقل

يمكن اختصار خصائص الناقل المتزن بما هو مبين على الشكل2.2:



الشكل 2.2 : خصائص الناقل المتزن

4/ الضغط الكهروساكن:(Pression électrostatique)

❖ **تعريف:** الضغط الكهروساكن هو القوة الكهربائية المطبقة على واحدة السطح.

(هذه القوة ناتجة عن التنافر الحاصل بين الشحنات على السطح و الشحنات الأخرى)

$$\boxed{p_e=\frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}} \qquad (1.2)$$

التحليل: القوة العنصرية $d\vec{f}$ المطبقة على سطح عنصري خارجي $d\vec{S}_{ext}$ لناقل ، يحمل على سطحه شحنة عنصرية $dq=\sigma.dS_{ext}$ ، عبارتها هي:

$$d\vec{f}=dq.\vec{E}_{moy}=\sigma.d\vec{S}_{ext}.\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

و منه:

$$d\vec{f}=\frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}.d\vec{S}_{ext}\Rightarrow\frac{d\vec{f}}{d\vec{S}_{ext}}=p_e=\frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$$

نستنتج من عبارة الضغط الكهروساكن أنه مقدار سلمي و أنه دائما موجب كما يمكن اعتباره بمثابة القوة التي بإمكانها نزع الشحنات من الناقل.

وحدة الضغط الكهروساكن: **الباسكال** (Pa) $(Pascal)$.

5/ قدرة السطوح الحادة (Pouvoir des pointes): تميل الشحنات إلى التراكم على السطوح الحادة (التي يكون نصف قطر انحنائها صغيرا). نبين هذا في المثال التالي.

يمثل الشكل 3.2 ناقلين متكونين من كرتين موصلتين بسلك.

الشكل 3.2 : قدرة السطوح الحادة

الكرتان لهما نفس الكمون V:

$$V=K\frac{Q_1}{R_1}=K\frac{Q_2}{R_2}$$

$$V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma_1.4\pi R_1^2}{R_1}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma_2.4\pi R_2^2}{R_2}\Rightarrow\sigma_1R_1=\sigma_2R_2$$

و بما أن $R_2\succ R_1$ فإن $\sigma_1\succ\sigma_2$، وهذا يدل على أن الشحنات تميل إلى التراكم على السطوح الحادة.

تستعمل قدرة الرؤوس الحادة لتسهيل عملية التفريغ لتفادي الأخطار التي قد تنجم عن تراكم الشحنات. نجد تطبيقاتها في:

واقية الصواعق التي تثبّت فوق المباني (لاسيما العالية منها) و هي موصلة بالأرض بواسطة أسلاك ناقلة مما يسمح بجذب الشحنات المتراكمة في الهواء و تفريغها في

الأرض. و في حالة توفر شروط لحدوث صاعقة بجوار البناية فإن شحناتها تفضل الاتجاه صوب الرأس الحاد ثم تفرغ في الأرض و تسلم البناية و من فيها.

و كذا الأمر بالنسبة للأطراف المعدنية الحادة المشدودة بأجنحة الطائرات التي تسمح بالتفريغ المستمر للهواء من الشحنات الكهربائية.

6/ السعة الذاتية لناقل منفرد في الفضاء:(Capacité propre d'un conducteur isolé)

تعريف: السعة الكهربائية لناقل معزول هي النسبة بين شحنته و كمونه:

$$\boxed{C = \frac{Q}{V}} \qquad (2.2)$$

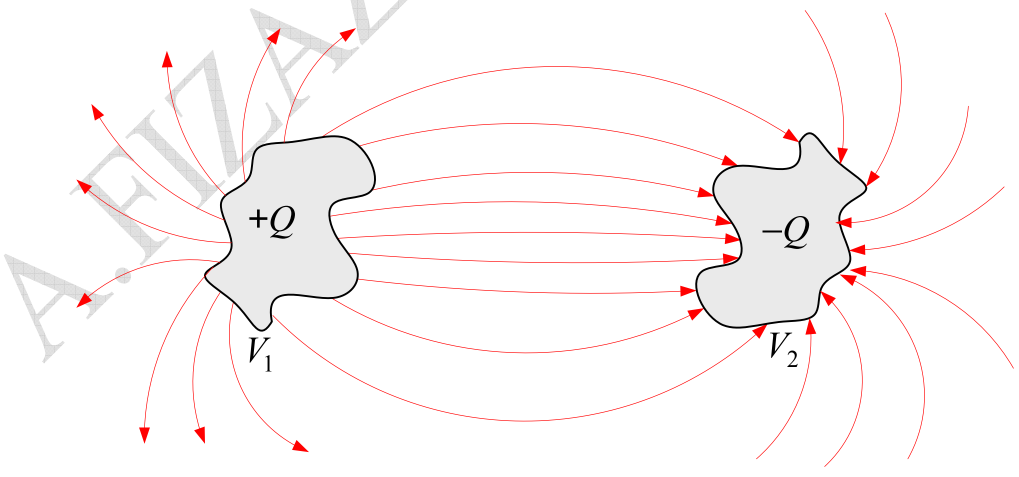
فمثلا ، سعة ناقل كروي في الفراغ ، بما أن كمونه $V = K\dfrac{Q}{R}$ ، هي:

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 .R$$

إذا كان العازل المحيط بالناقل الكروي ليس الفراغ فإن $C = 4\pi\varepsilon .R$ حيث ε هي سماحية العازل.

توسيع: يمكن توسيع مفهوم السعة إلى جملة نواقل. ففي حالة ناقلين يحملان شحنتين $+Q$ و $-Q$ و فرق الكمون بينهما $U = V_1 - V_2$ (الشكل 4.2) فإن سعة الجملة هي:

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{Q}{U}$$



الشكل 4.2 : سعة ناقلين

الوحدة: الكولومب\الفولط $\left(C.V^{-1}\right)$ و نسميها **الفاراد** (F) نسبة إلى **ميكائيل فارادي** (Michael Faraday 1791-1867).

رتبة بعض المقادير:(Ordre de grandeur de la capacité de quelques corps)

سعة الأرض ، باعتبار نصف قطرها $R = 6400km$ ، هي $C = 70\mu F$.

سعة كرة نصف قطرها $r = 10cm$ ، كمونها $V = 1000V$ بالنسبة للأرض ، هي $C = 10\,pF$.

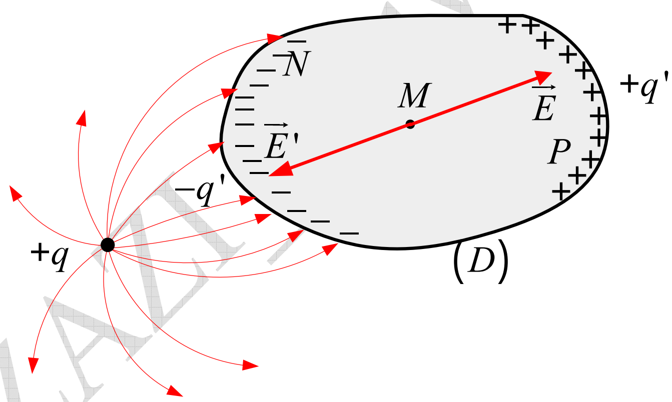
7/ ظاهرة التأثير بين النواقل المشحونة:(Phénomène d'influence entre conducteurs)

ما الذي يحدث عندما نضع ناقلا معتدلا كهربائيا في حقل كهروساكن منتظم ؟

بما أن الشحنات حرة في حركتها، سنشهد انتقالا للشحنات الموجبة في جهة $\vec{E}$ ، و الشحنات السالبة في الجهة المعاكسة. يحدث استقطاب للناقل (أي ظهور قطب موجب و قطب سالب). ينجرّ عن هذا توزيع سطحي σ غير منتظم ، غير أن الشحنة الكلية تبقى معدومة.

التأثير الجزئي: (Influence partielle)

نضع الشحنة $+q$ بجوار الناقل (D) الغير مشحون.(الشكل5.2).



الشكل 5.2 : تأثير شحنة على ناقل متزن

الشحنة $+q$ تولّد ، في كل نقطة من الفضاء المحيط بها ، و خاصة داخل (D) ، حقلا كهربائيا $\vec{E}$ و الذي يجبر الإلكترونات الحرة للانتقال نحو الوجه N فتشحن هذه المنطقة سلبا. بسبب هجرة الإلكترونات للوجه P يشحن هذا الأخير إيجابا.

شحنات N و P تنتج بدورها في النقطة M حقلا $\vec{E}'$ معاكسا للحقل $\vec{E}$. تتوقف هجرة الإلكترونات عندما يصبح $\vec{E} + \vec{E}' = \vec{0}$ ، فتصبح للناقل (D) كل خصائص الناقل المتزّن حيث:

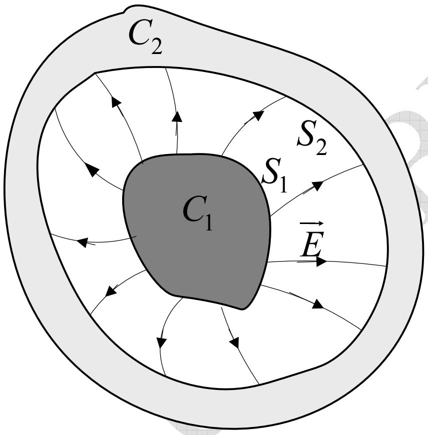
- في النقطة M : $\vec{E}_{(+q)} + \vec{E}_{(+q')} + \vec{E}_{(-q')} = \vec{0}$ ، الحقل معدوم داخل الناقل ،
- سطحه متساوي الكمون ،

- الشحنات متراكمة على السطح و موزّعة بطريقة فريدة. حصل هنا تكهرب بطريقة نعرفها، و هي التكهرب بالتأثير. الشحنة الكلية للناقل (D)تبقى معدومة. كلما هناك أننا فرّقنا بين الشحنتين المتساويتين و المتعاكستين في الإشارة $-q'$ و $+q'$.

$|q| \succ |q'|$: هذا يعني أن كل خطوط الحقل المنبعثة من الشحنة النقطية q لا تصل إلى الناقل (D) و هذا ما يميز التأثير الجزئي.الشكل 5.2

التأثير الكلي: (Influence totale)

ناقلان C_1 و C_2 يكونان في تأثير كلي عندما يحيط الجسم المتأثر كليا بالجسم المؤثر.(الشكل 6.2)



الشكل 6.2 : التأثير الكلي

بافتراض C_1 مشحون إيجابا فهذا يعني أن السطح الداخلي S_2 للناقل C_2 يشحن سلبا.
في هذه الحالة كل خطوط الحقل المنطلقة من C_1 تصل إلى السطح S_2 للناقل C_2 ، و عليه فإن $|Q_1| = |Q_2|$.

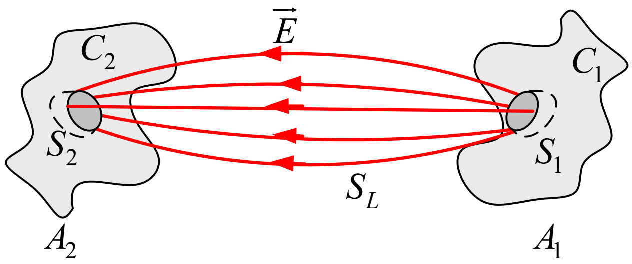
8/ نظرية العناصر المتناسبة:(Théorème des éléments correspondants)

ليكن الناقلان المتزنان (A_1) و (A_2) المتجاوران و الحاملان لكثافتين سطحيتين σ_1 و σ_2 .(الشكل 7.2)

إذا لم يكن الناقلان في نفس الكمون ، فإن خطوط الحقل الكهروساكن تربط الناقلين (A_1) و (A_2).

ليكن (C_1) محيط صغير واقعا على سطح (A_1)، بحيث أن كل خطوط الحقل الصادرة من (A_1) و المرتكزة على (C_1) تصل إلى (A_2) و ترسم عليه محيطا مغلقا (C_2). الشكل 7.2

مجموع خطوط الحقل هذه تشكل ما يسمى **<u>أنبوب التدفق</u>**(Tube de flux).



الشكل 7.2: عنصران متناسبان

التدفق الكهروساكن ، عبر السطح الجانبي S_L الذي يرسمه هذا الأنبوب ، معدوم بسبب تعامد شعاع السطح مع شعاع الحقل.

ليكن السطح المتشكل من S_L ، S_1 و S_2 : تطبيقا لنظرية غوص ، و بما أن الناقلين في حالة توازن، فإن:

$$\Phi = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \underbrace{\Phi_{S_L}}_{0} + \Phi_{S_1} + \Phi_{S_2} = 0$$

إذا كانت Q_1 الشحنة التي يحملها S_1 و Q_2 الشحنة التي يحملها S_2 فإن :

$$\frac{Q_1}{\varepsilon_0} + \frac{Q_2}{\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow \boxed{Q_1 = -Q_2} \qquad (3.2)$$

<u>نص نظرية العناصر المتناسبة</u>: يحمل عنصران متناسبان شحنتين كهربائيتين متساويتين و متعاكستين في الإشارة.

9/ <u>سعات و معاملات التأثير</u>: (Capacités et coefficients d'influence)

ليكن n ناقل متزن و Q_i الشحنة الكهربائية الإجمالية.(الشكل 8.2)

<u>الحالة الولى</u>: الناقل A_1 كمونه V_1 و النواقل المتبقية متصلة بالأرض (أي أن كموناتها معدومة).

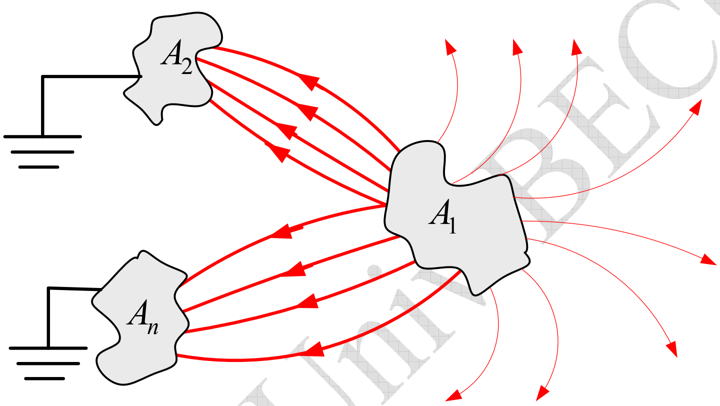
الناقل A_1 يحمل الشحنة: $q_{11} = C_{11}.V_1$

الناقل A_1 يؤثر على بقية النواقل $A_2, A_3 ....A_n$ فتشحن بالتأثير و تحمل الشحنات:

$$q_{21} = C_{21}.V_1$$
$$q_{31} = C_{31}.V_1$$
$$...............$$
$$q_{j1} = C_{j1}.V_1$$
$$................$$
$$q_{n1} = C_{n1}.V_1$$

شحنة النواقل مجتمعة تساوي شحنة الناقل A_1 + شحنات بقية النواقل التي حصلت عليها بالتأثير:

$$Q_1 = C_{11}.V_1 + C_{21}.V_1 + C_{31}.V_1 ... + C_{j1}.V_1 + ... + C_{n1}.V_1$$



الشكل 8.2: تأثر عدة نواقل بشحنة الناقل A_1

الحالة الثانية: نفس التحليل الخاص بالناقل A_2 يقودنا إلى المعادلات:

$$q_{12} = C_{12}.V_2 \qquad q_{22} = C_{22}.V_2 \qquad q_{32} = C_{32}.V_2 \quad .... \quad q_{j2} = C_{j2}.V_2$$

$$Q_2 = C_{12}.V_2 + C_{22}.V_2 + C_{32}.V_2 ... + C_{j2}.V_2 + ... + C_{n2}.V_2$$

بتكرار هذه العملية على كل ناقل نتوصل إلى حساب شحنة أي ناقل i مهما كان :

$$Q_i = C_{1i}.V_i + C_{2i}.V_i + C_{3i}.V_i ... + C_{ji}.V_i + ... + C_{ni}.V_i$$

يمكن كتابة هذه العلاقات على شكل مصفوفة:

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ ... \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & ... & C_{1j} & ... & C_{1n} \\ C_{21} & ... & C_{2j} & ... & C_{2n} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ C_{n1} & ... & C_{nj} & ... & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ ... \\ V_n \end{bmatrix}$$

تعريف:

☜ المعاملات C_{ij} تسمى **بمعاملات التأثير**.

و **نقرأه:** معامل تأثير الناقل j على الناقل i.

☜ المعاملات C_{ii} تسمى **سعات التأثير** .

و **نقرأه** : سعة الناقل i بوجود نواقل أخرى. لا يجب خلطها بسعة مكثفة منفردة أو معزولة C.

خصائص سعات و معاملات التأثير:

✓ معاملات التأثير تكون دائما سالبة: $C_{ij} \prec 0$

✓ سعات التأثير تكون دائما موجبة: $C_{ii} \succ 0$

✓ $C_{ij} = C_{ji}$

✓ $C_{ii} \geq -\sum\limits_{j \neq i} C_{ji}$ مثلا: $q_{11} = C_{11}V_1 \geq |q_{21}| + \ldots\ldots\ldots\ldots + |q_{n1}| = \sum\limits_{j\neq i} |C_{ji}| V_1$

في الحالة الأخيرة هذا يعني أن الشحنة التي يحملها (A_1) هي أكبر (بالقيمة المطلقة) من مجموع الشحنات التي تحملها النواقل الأخرى مجتمعة تحت تأثير الناقل (A_1). سبب هذا هو أن أنابيب التدفق الصادرة من (A_1) لا تصل بالضرورة كلها إلى النواقل الأخرى.لا يمكن أن يتحقق هذا إلا في حالة التأثير الكلي حيث: $q_{11} = C_{ii}.V_i = \sum\limits_{j \neq i} |C_{ji}|$.

✓ في حالة ناقلين في تأثير كلي نبرهن أن $C_{11} = -C_{21}$ و $C_{11} = -C_{12}$.

B/ المكثفات: (Les condensateurs)

1/ سعة و شحنة مكثفة: (Capacité et charge d'un condensateur)

❖ **تعريف:** المكثفة هي كل جملة ناقلين A_1 و A_2 في تأثير كهروساكن.

❖ **نوعا المكثفات:** (Les deux types de condensateurs)

- ذات لبوسين متقاربين
- ذات تأثير كلي

يفصل بين اللبوسين عازل يزيد في سعة المكثفة. في كل ما سيتبع نفترض وجود الفراغ بين اللبوسين.

سميت المكثفة بهذا الاسم لأنها تسمح بإبراز ظاهرة تكثيف الكهرباء ، أي تراكم الشحنات الكهربائية في منطقة صغيرة من الفضاء. كلما كانت السعة كبيرة كلما حصلنا على شحنات كهربائية كبيرة تحت توترات منخفضة.

❖ **ثوابت المكثفة:**(Constantes d'un condensateur)

- **سعة المكثفة:** سعة مكثفة هي معامل السعة C_{11} للبوس A_1 بوجود A_2 ، $C = C_{11}$.
- **شحنة المكثفة:** نعتبر أن شحنة المكثفة هي شحنة اللبوس الداخلي $Q = Q_{\text{int}}$.
- **العلاقة الأساسية للمكثفات:**(Relation fondamentale des condensateurs)

$$\left.\begin{array}{l} Q = C_{11}V_1 + C_{12}V_2 \\ C_{11} = -C_{12} = -C_{21} \end{array}\right| \Rightarrow Q = C\left[V_1 - V_2\right] \Rightarrow \boxed{Q = CU} \qquad (4.2)$$

اللبوس A_2 يحمل الشحنة الكلية:

$$\left.\begin{array}{l} Q_2 = Q_{2,ext} + Q_{2,\text{int}} \\ Q_{2,ext} = -Q_1 \end{array}\right| \Rightarrow Q_2 = Q_{2,ext} - Q_1$$

إذا كان A_2 موصل بالأرض فإن $Q_{2,ext} = 0$ و عليه:

$$Q_2 = -Q_1 \qquad (5.2)$$

في حالة التأثير الجزئي نحصل على نفس النتيجة. في مثل هذا النوع من المكثفات الشحنتان Q_1 و Q_2 تناسب الشحنتين الموزعتين على كامل سطح كل ناقل: $Q_2 = -Q_1$.

2/ سعات بعض أنواع المكثفات:

لإيجاد السعة C لمكثفة ، يجب حساب العلاقة بين شحنتها Q و التوتر $U = V_1 - V_2$ المطبق بين اللبوسين. لحساب U نستعمل عبارة تجوال الحقل الكهربائي:

$$U = V_1 - V_2 = \int_1^2 \vec{E}.d\vec{l} = \frac{Q}{C}$$

ا/ المكثفة الكروية: (Condensateur sphérique)

تتكون المكثفة الكروية من كرتين لهما نفس المركز يفصل بينهما عازل. الشكل9.2.

نتناول المسألة بالإحداثيات الكروية و هي الأكثر ملائمة في هذه الحالة.

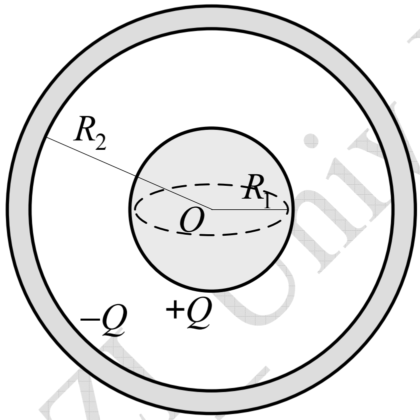
ننطلق من العبارة المعروفة لشعاع الحقل الكهربائي الناتج عن كرة: $\vec{E}(r) = K\dfrac{Q}{r^2}\overrightarrow{u_r}$

نحسب تجوّل الحقل لنحصل على فرق الكمون بين اللبوسين:

$$U = V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}.d\vec{r} = KQ\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

و في الأخير نتوصل إلى عبارة سعة المكثفة الكروية:

$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow \boxed{C = 4\pi\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}} \qquad (6.2)$$



الشكل 9.2 : المكثفة الكروية

ب/ المكثفة الأسطوانية: (Condensateur cylindrique)

تتشكل المكثفة الاسطوانية من اسطوانتين ناقلتين لهما نفس المحور يفصل بينها عازل. الشكل 10.2

نختار لهذه الحالة الإحداثيات الأسطوانية و نتبع نفس الخطوات السابقة: حسب نظرية غوص فإن $\vec{E}$ بين اللبوسين هو:

$$\vec{E}(\rho) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 .\rho}\overrightarrow{u_\rho}$$

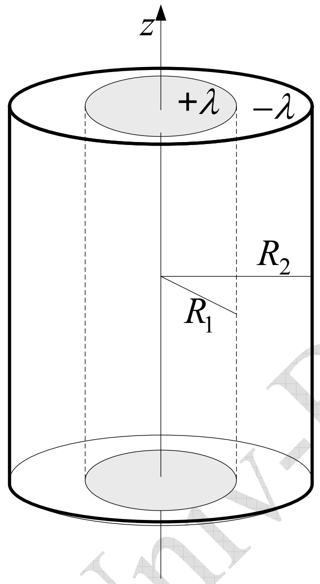
λ: الكثافة الطولية (أو الخطية)

و منه فإن فرق الكمون بين اللبوسين هو:

$$U = V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E}.d\vec{\rho} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

علما أن $Q = \lambda h$ ، h هي ارتفاع الأسطوانتين ، فإن سعة المكثفة الأسطوانية المدروسة هي:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\lambda.h}{U} \Rightarrow \boxed{C = \frac{2\pi\varepsilon_0.h}{\ln\left(R_2/R_1\right)}} \qquad (7.2)$$



الشكل 10.2 : المكثفة الأسطوانية

ج/ المكثفة المستوية: (Condensateur plan)

تتشكل المكثفة المستوية من مستويين ناقلين يفصل بينهما عازل. الشكل11.2

في هذه الحالة نستعمل الإحداثيات الديكارتية. الحقل الكهروساكن بين اللبوسين هو تركيب الحقلين الناتجين عن المستويين اللانهائيين أي:

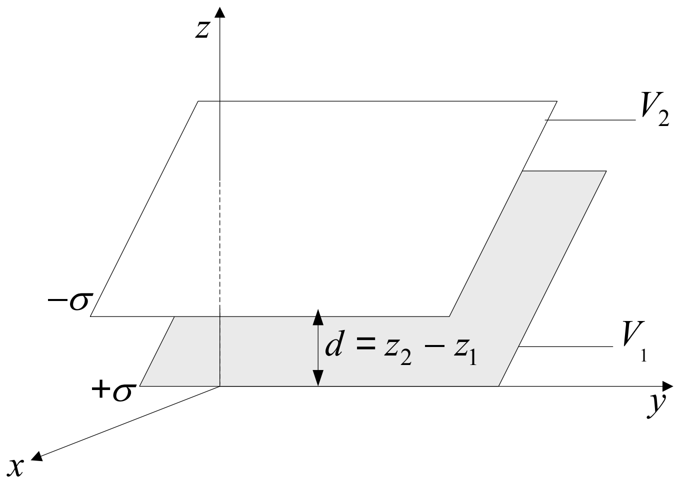
$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{k} + \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\left(-\vec{k}\right) \Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{k}$$

$$U = V_1 - V_2 = \int_{z_1}^{z_2} E..dz = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left(z_2 - z_1\right) \Rightarrow U = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}d$$

σتمثل الكثافة السطحية: $\sigma = \frac{Q}{S} \Rightarrow Q = \sigma.S$

سعة المكثفة المستوية هي إذن:

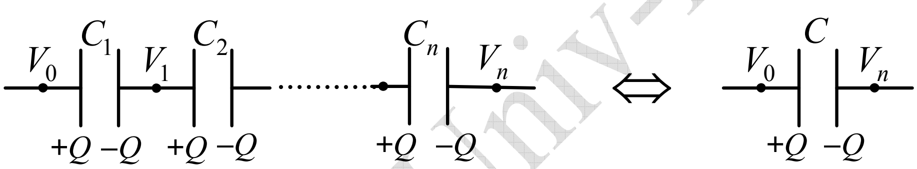
$$C = \frac{Q}{U} \Rightarrow \boxed{C = \varepsilon_0\frac{S}{d}} \qquad (8.2)$$



الشكل 11.2 : المكثفة المستوية

3/ جمع المكثفات:(Groupement de condensateurs)

ا/ الربط على التسلسل:(Groupement en série) الشكل12.2



الشكل 12.2 : ربط المكثفات على التسلسل

كل المكثفات تأخذ نفس الشحنة Q بسبب ظاهرة التأثير. التوتر بين طرفي كل المجموعة يساوي مجموع التوترات:

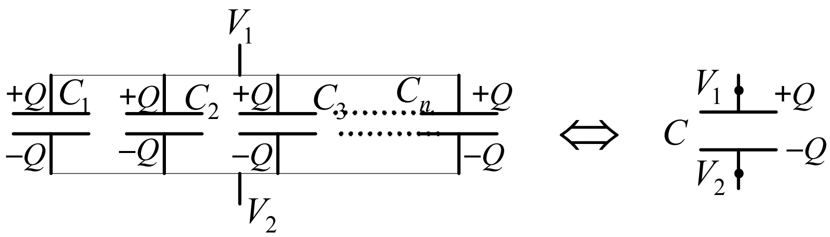
$$U = V_0 - V_n = (V_0 - V_1) + (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) + ...(V_{n-1} - V_n)$$

$$U = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + ...\frac{Q}{C_n}$$

النتيجة: مقلوب السعة المكافئة يساوي مجموع مقالب السعات:

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}} \qquad (9.2)$$

ب/ الربط على التفرع: (Groupement en parallèle) الشكل13.2



الشكل 13.2: ربط المكثفات على التفرع

كل المكثفات تخضع لنفس التوتر U. تثبت التجربة أن الشحنة Q_i لكل مكثفة تتناسب طردا مع سعتها C_i. الشحنة الإجمالية تساوي مجموع الشحنات:

$$Q = Q_1 + Q_2 + ...Q_n$$

$$Q = C_1.U + C_2.U + ...C_n.U$$

$$Q = (C_1 + C_2 + ...C_n).U$$

$$C.U = (C_1 + C_2 + ...C_n).U$$

النتيجة: السعة المكافئة تساوي مجموع السعات:

$$\boxed{C = \sum_{i=1}^{n} C_i} \qquad (10.2)$$

4/ طاقة مكثفة مشحونة: (énergie d'un condensateur chargé)

بينت الدراسة النظرية و أثبتت التجارب أن الطاقة التي تختزنها مكثفة مشحونة تتناسب طردا مع مربع التوتر المطبق بين لبوسيها. عبارتها هي:

$$\boxed{W = \frac{1}{2} C.U^2} \qquad (11.2)$$

كما يمكن استنتاج العبارة التالية بتعويض $Q = C.U$:

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad (12.2)$$

5/ طاقة الحقل الكهربائي: (énergie du champ électrique)

شحن ناقل كهربائي يفرض صرف طاقة، لأن جلب شحنة إضافية إلى الناقل يتطلب بذل عمل للتغلب على قوة التنافر الناتجة عن الشحنات الموجودة على الناقل مسبقا. هذا العمل ينتج زيادة في طاقة الناقل.

ليكن ناقل سعته C يحمل شحنة q و كمونه $V=\dfrac{q}{C}$.

إذا أضفنا شحنة عنصرية dq للناقل، و ذلك بجلبها من لانهاية، فإن العمل المنجز هو:

$$dW = Vdq = \frac{q}{C}dq$$

الزيادة الإجمالية في طاقة الناقل حين تمرّ الشحنة من الصفر إلى القيمة Q يساوي:

$$W_E = \frac{1}{C}\int_0^Q qdq \Rightarrow \boxed{W_E = \frac{Q^2}{2C}}$$

و هذا ما يتطابق مع المعادلة (12.2).

في حالة ناقل كروي مثلا، حيث $C = 4\pi\varepsilon_0 R$، فإن طاقة الحقل الكهربائي هي:

$$W_E = \frac{1}{2}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}\right)$$

6/ كثافة الطاقة الكهربائية: (densité de l'énergie électrique)

نعتبر على سبيل المثال مكثفة مستوية:

سعتها: $C = \varepsilon_0 \dfrac{S}{d}$

الطاقة التي تخزنها هي: $W_E = \dfrac{Q^2}{2C} = \dfrac{1}{2}CU^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}U^2$

إذا قسمنا هذه الطاقة على حجم المكثفة نحصل على ما نسميه كثافة الطاقة الكهربائية :

$$w = \frac{W_E}{v} = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 SU^2}{dSd} \Rightarrow w = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 U^2}{d^2} \rightarrow (1)$$

نعرف أن شدة الحقل الكهربائي بين اللبوسين هي: $E = \dfrac{U}{d}$

بعد التعويض تصبح المعادلة (1):

$$\boxed{w = \frac{\varepsilon_0}{2}E^2} \qquad (13.2)$$

تمثل w **كثافة الطاقة الكهربائية في الفراغ.** و وحدتها الجول على المتر مكعب: Jm^{-3}.

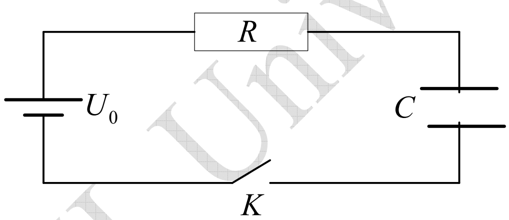
بوجود عازل، غير الفراغ، نعوض ε_0 بـ $\varepsilon = \varepsilon_0.\varepsilon$ حيث ε تمثل النفاذية النسبية للعازل بينما ε ترمز إلى النفاذية المطلقة للعازل. و عليه يمكن كتابة كثافة الطاقة على الشكل:

$$\boxed{w = \frac{\varepsilon}{2}E^2} \qquad (14.2)$$

7/ شحن و تفريغ مكثفة عبر مقاومة: (charge et décharge d'un condensateur à travers une résistance)

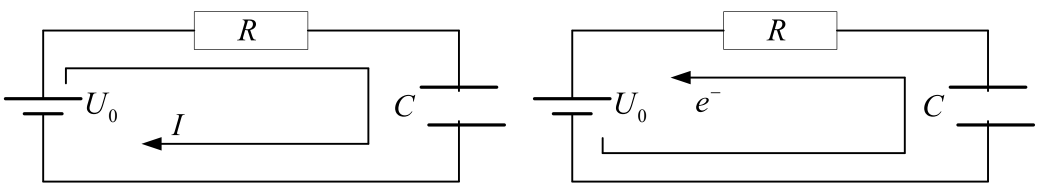
❖ شحن مكثفة:

ليكن التركيب المبين على الشكل (14.2) المتكون من مقاومة R مربوطة على التسلسل مع مكثفة سعتها C. نغذي الجملة بواسطة منبع للتوتر المستمر U_0.



الشكل 14.2: تركيب لدراسة شحن مكثفة

في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة K، المكثفة فارغة من الشحن. لتكن $i(t)$ شدة التيار الكهربائي الجاري في الدارة في اللحظة t. الإلكترونات تنتقل في الجهة المعاكسة للتيار. تغادر هذه الإلكترونات اللبوس العلوي، حسب الشكل (15.2)، لتنتقل إلى اللبوس السفلي الذي يشحن سلبا. لتكن $q(t)$ و $u(t)$ على التوالي شحنة اللبوس العلوي و الكمون الكهربائي بين طرفي المكثفة(المقادير i ، q و u موجبة اصطلاحا). الشكل (15.2)



الشكل 15.2: شحن المكثفة

قانون أوم يسمح لنا بكتابة: $U_0 = Ri + U$

علما أن $q = CU$ و $i = \dfrac{dq}{dt}$ (التي تمثل زيادة الشحنة خلال زمن dt).

نحصل على المعادلة التفاضلية من الدرجة الأولى:

$$U_0 = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \Rightarrow U_0 C = RC\frac{dq}{dt} + q$$

أو:

$$U_0 C - q = RC\frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{dq}{U_0 C - q} = \frac{dt}{RC}$$

نكامل طرفي المعادلة فنحصل على:

$$\ln\left(U_0 C - q\right) = -\frac{t}{RC} + A$$

ثابت التكامل A يحدد حسب الشروط الابتدائية: في اللحظة $t = 0$ كانت الشحنة $q = 0$ و بالتالي: $A = \ln U_0 C$

و منه:

$$\ln\left(U_0 C - q\right) - \ln U_0 C = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \ln\frac{U_0 C - q}{U_0 C} = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \frac{U_0 C - q}{U_0 C} = \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

و في الأخير:

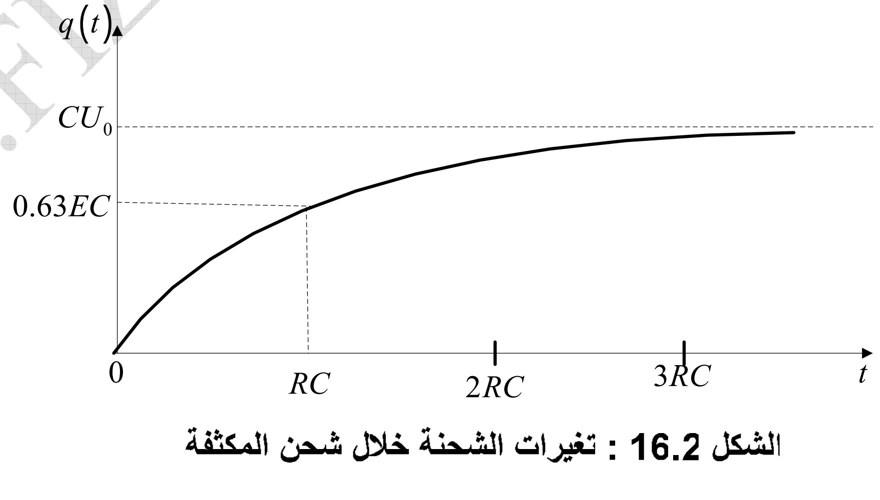
$$\boxed{q(t) = U_0 C\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right)} \qquad (15.2)$$

<u>تعريف</u>: ثابت الزمن (constante de temps) هو المقدار الثابت:

$$\boxed{\tau = RC} \qquad (16.2)$$

<u>مدة شحن أو التفريغ</u>: أثبتت التجارب و الدراسات النظرية أن مدة شحن أو تفريغ مكثفة تقدر بـــ $t = 5RC = 5\tau$

يمثل الشكل (16.2) تغيرات الشحنة بدلالة الزمن خلال عملية الشحن.



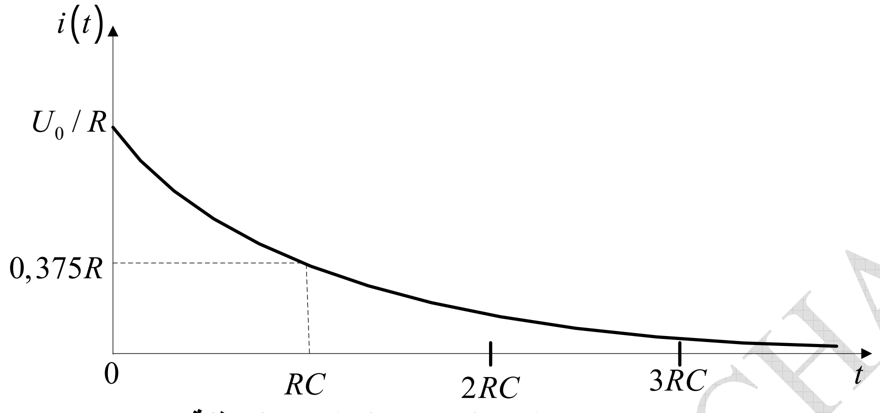
الشكل 16.2 : تغيرات الشحنة خلال شحن المكثفة

نستنتج شدة التيار في كل لحظة $i(t) = \dfrac{dq}{dt}$:

$$\boxed{i(t)=\frac{U_0}{R}\exp\left(-\frac{t}{RC}\right)}$$

(17.2)

يمثل الشكل (17.2) تغيرات شدة التيار الكهربائي بدلالة الزمن خلال عملية الشحن.



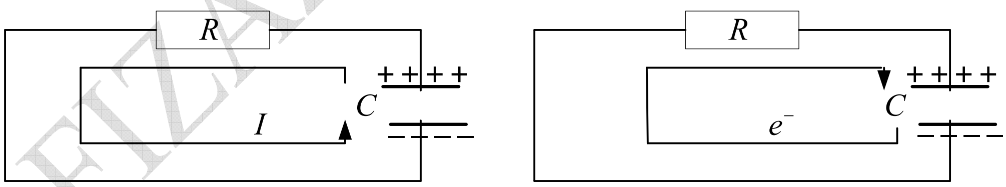
الشكل 17.2: تغيرات شدة التيار خلال شحن المكثفة

❖ **تفريغ مكثفة:**

❖ بعد بلوغ المكثفة شحنتها القصوى $q_0=CU_0$، نستبدل الآن (في $t=0$) منبع التوتر بدارة قصيرة كما هو مبين في الشكل (18.2).

غير التيار الكهرباء الآن اتجاهه: تغادر الإلكترونات اللبوس السفلي لتلتحق باللبوس العلوي. تتناقص الشحنة $q(t)$ بمرور الزمن.

باعتبار دائما المقادير i ، q و U موجبة اصطلاحا، نكتب قانون أوم: $Ri=U$ ، مع $q=CU$ و $i=\frac{dq}{dt}$.



الشكل 18.2: تفريغ المكثفة

بما أن q تتناقص فإن $\frac{dq}{dt}\prec 0$. و عليه:

$$-R\frac{dq}{dt}=\frac{q}{C}\Rightarrow R\frac{dq}{q}=-\frac{dt}{C}$$

$$\ln q=-\frac{t}{RC}+B$$

الثابت B تحدده الشروط الابتدائية: $t=0\ ,\ q=q_0=\mathrm{CU_0}\ :B=\ln q_0\Rightarrow B=\ln CU_0$

و عليه: $\ln q=-\frac{t}{RC}+\ln CU_0\Rightarrow \ln\frac{q}{CU_0}=-\frac{t}{RC}$

و عليه فإن عبارتي الشحنة و شدة التيار اللحظيين هما على التوالي:

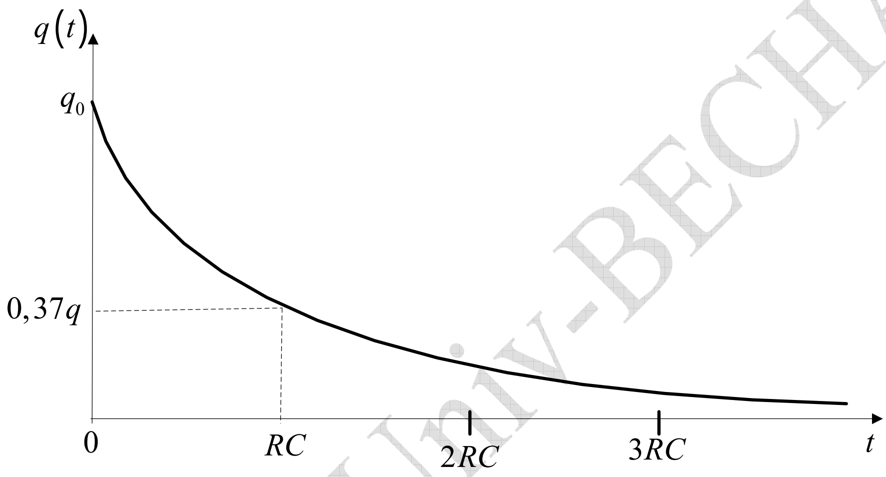
$$\boxed{q = CU_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)}$$

(18.2)

$$i = -\frac{dq}{dt} \Rightarrow \boxed{i = \frac{U_0}{R} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)}$$

(19.2)

يمثل الشكل (19.2) تغيرت الشحنة خلال عملية التفريغ.



الشكل 19.2: تغيرات الشحنة خلال تفريغ المكثفة

بهذا نكون قد انتهينا من الإلمام بأهم خصائص النواقل المتزنة، التي تنهي دراسة " **الكهرباء الساكنة**". في الفصل الموالي ننتقل إلى دراسة الشحنات و هي في حالة حركة، و هذا ما سندرسه تحت العنوان الكبير " **الكهرباء المتحركة**".