fb/ mehda abderrahmane

Maths 04

Université de A.MIRA de Béjaia
Faculté de la Technologie
Département de Tronc Commun-2ème Année ST

14 Février 2010

Examen de Probabilités et Statistiques

Exercice 1 (09.00 points) : On considère la répartition de 50 garçons suivant deux caractères : la taille X (en Cm) et le poids Y (en Kg).

X/Y	60	70	80	90
160	2	5	4	1
170	2	8	9	4
180	n_{31}	4	6	5

1. Préciser le type du tableau de données. Calculer n_{31} et donner sa signification.
2. Déterminer les deux distributions marginales.
3. Déterminer la distribution de $X/Y = 70$. Calculer sa moyenne et sa variance.
4. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ? Justifier.
5. Donner le centre de gravité du nuage de points.
6. Calculer le coefficient de corrélation linéaire. Commenter.
7. Déterminer les équations des deux droites de régression.
8. Quel est le poids d'un garçon de taille 175 Cm.
9. Quel sera la taille d'un garçon ayant un poids de 82 Kg.

On donne : $\sum_{i=1}^{3} n_{i\bullet} x_i = 8530$, $\sum_{i=1}^{3} n_{i\bullet} x_i^2 = 1457900$, $\sum_{j=1}^{4} n_{\bullet j} y_j = 3850$,

$\sum_{j=1}^{4} n_{\bullet j} y_j^2 = 300300$ et $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{4} n_{ij} x_i y_j = 657800$.

Exercice 2 (07.00 points) : Les œufs obtenus dans un élevage de poules ont été pesés et la fonction de répartition de la variable représentant le poids des œufs est donnée par :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 155; \\ 0.0032x - 0.496, & 155 \leq x \leq 160; \\ 0.0168x - 2.672, & 160 \leq x \leq 165; \\ 0.066x - 10.79, & 165 \leq x \leq 170; \\ 0.1x - 16.57, & 170 \leq x \leq 175; \\ 0.14x - 1.52, & 175 \leq x \leq 180; \\ 1, & x \geq 180. \end{cases}$$

1. Tracer la courbe de $F(x)$.
2. Définir la population étudiée, l'unité statistique, le caractère étudié et sa nature.
3. Donner la distribution de cette variable et sa représentation graphique.
4. Calculer le mode, la médiane et l'intervalle interquartile.
5. Déterminer la fréquence d'œufs ayant un poids compris entre 162 et 172.

fb/ mehda abderrahmane

NB : Il est demandé à l'étudiant de choisir un seul exercice parmi les deux suivants.

Exercice 3 (04.00 points) : Une urne contient 8 boules blanches, 3 vertes et 5 rouges. On tire 4 boules simultanément.

1. Donner le nombre de tirages possibles.
2. Quelle est la probabilité de tirer 4 boules de même couleur.
3. Quelle est la probabilité qu'une et une seule couleur ne figure pas parmi les boules tirées.
4. Quelle est la probabilité qu'une boule rouge au moins soit tirée.

Exercice 4 (04.00 points) : On a mesuré le poids (en Kg) de 100 étudiants d'une faculté universitaire. La variable statistique considérée est continue et le nombre d'étudiants ayant un poids inférieur à x est donné dans le tableau suivant :

Poids	45	55	65	75	80
Nombre d'étudiants ayant un poids $< x$	0	15	85	95	100

1. Dresser le tableau des fréquences et des fréquences cumulées croissantes.
2. Tracer le graphe de la variable considérée et déduire le mode.
3. Calculer la moyenne et l'écart type de cette distribution.
4. Que deviendraient la moyenne et l'écart type des tailles des étudiants, si chaque étudiant a grossi :
   (i) d'1 Kg.
   (ii) de 5% de chaque poids.

Bon courage

Exercice 1 : (09. Pts)

1) Le tableau est un tableau de contingence. (0,25)

X \ Y	60	70	80	90	$n_{i.}$
160	2	5	4	1	12
170	2	8	9	4	23
180	0	4	6	5	15
$n_{.j}$	4	17	19	10	50

$n_{31} = 15-4-6-5$
$= 0$

$\boxed{n_{31} = 0}$ (0,25)

n_{31} = signifie qu'il y a aucun (0) garçon ayant une taille de 180 et un poids égale à 60. (0,5)

2) Distribution Marginales :

Selon X : (0,5)

X	160	170	180	Total
$n_{i.}$	12	23	15	50

Selon Y : (0,5)

Y	60	70	80	90	Total
$n_{.j}$	4	17	19	10	50

3) Distribution conditionnelle $X|Y=70$:

$X/_{Y=70}$	160	170	180	Total
n_{i2}	5	8	4	17

(0,5)

$\bar{X}/_{Y=70} = \frac{1}{17}(5\times160 + 8\times170 + 4\times180) = 169,4118 \Rightarrow \boxed{\bar{X}/_{Y=70} = 169,4118}$ (0,5)

$V(X/_{Y=70}) = \frac{1}{17}(5\times160^2 + 8\times170^2 + 4\times180^2) - (169,4118)^2 = 52,5832$

$\boxed{V(X/_{Y=70}) = 52,5832}$ (0,5)

4) Calculer le centre de gravité $G(\bar{X},\bar{Y})$

$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{3} n_{i.}x_i = \frac{1}{50}(8530) = 170,6$ (0,25)

$\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{4} n_{.j}y_j = \frac{1}{50}(3850) = 77$ (0,25)

$G(\bar{X},\bar{Y}) = (170,6 \ , 77)$. (0,5)

5) X, Y sont indépendantes $\Rightarrow$ $n_{ij} = \frac{n_{i.} \times n_{.j}}{n}$ $\forall i, j$.

$(i,j) = (3,1)$

$n_{31} = 0 \neq \frac{n_{3.} \times n_{.1}}{n} = \frac{15 \times 4}{50} = 1{,}2$ 0,5

$\Rightarrow$ X et Y sont indépendantes.

6) Coefficient de corrélation :

$\rho = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

• $Cov(X,Y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} n_{ij} x_i y_j - \bar{X}\bar{Y} = \frac{657800}{50} - (170{,}6)(77)$

$\boxed{Cov(X,Y) = 19{,}8}$ 0,25

$V(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{3} n_{i.} x_i^2 - \bar{X}^2 = \frac{1457900}{50} - (170{,}6)^2 = 53{,}64$

$\sigma_X = \sqrt{V(X)} = \sqrt{53{,}64} = 7{,}32$ $\boxed{\sigma_X = 7{,}32}$ 0,25

$V(Y) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{4} n_{.j} y_j^2 - \bar{Y}^2 = \frac{250300}{50} - (77)^2 = 77$

$\sigma_Y = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{77} = 8{,}77$ $\boxed{\sigma_Y = 8{,}77}$ 0,25

D'où $\rho = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{19{,}8}{7{,}32 \times 8{,}77} = 0{,}3082$ 0,25

$\rho = 0{,}3082$ donc il y'a une faible liaison 0,5 linéaire entre X et Y.

7) Equation de la droite de régression de Y en X :

$Y = aX + b$.

$a = \frac{Cov(X,Y)}{V(X)} = \frac{19{,}8}{53{,}64} = 0{,}369$ 0,25

$b = \bar{Y} - a\bar{X} = 77 - (0{,}369)(170{,}6) = 14{,}031$ 0,25

$Y = 0{,}369\, X + 14{,}03$ 0,25

Equation de la droite de regression de X en Y.

$$X = \alpha Y + \beta$$

$$\alpha = \frac{Cov(X,Y)}{V(Y)} = \frac{19,8}{77} = 0,257 \quad 0,25$$

$$\beta = \overline{X} - \alpha \overline{Y} = (170,6) - (0,257)(77) = 150,803 \quad 0,25$$

$$X = 0,257\,Y + 150,803 \quad 0,5$$

8) Le poids du garçon de taille $x = 175$. est

$$y_0 = 0,369 \times 175 + 14,03 = 78,624$$

$$\boxed{y_0 = 78,624} \quad 0,75$$

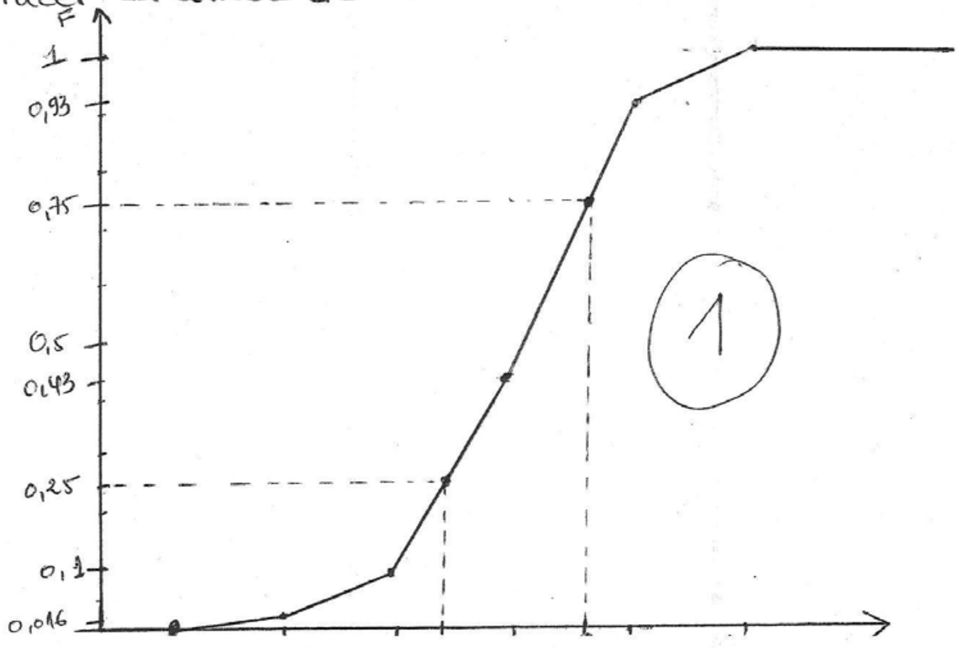
9) la taille du garçon de poids $y = 82$ kg est

$$x_0 = 0,257(82) + 150,803 = 171,8822$$

$$\boxed{x_0 = 171,8822} \quad 0,75$$

Exercice 2 :

1) Tracer la courbe de F.



fb/ mehda abderrahmane

2) Nature de la variable étudiée.

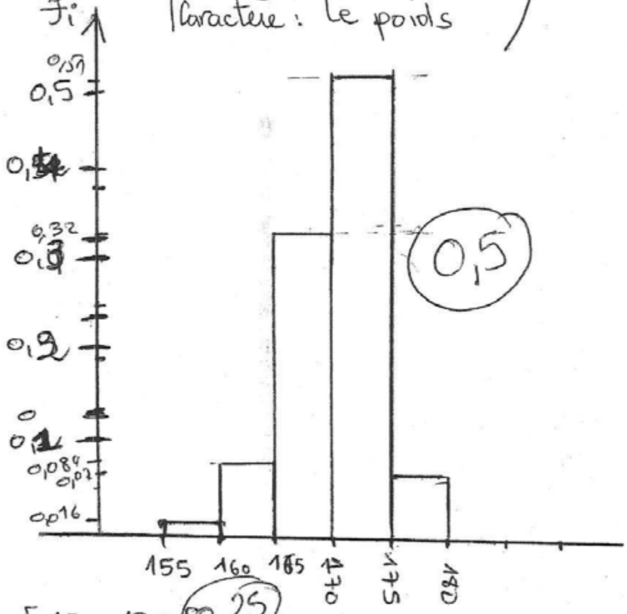
La fonction de répartition étant continue sur IR, la variable est alors quantitative continue.

$\left\{\begin{array}{l}\text{Population : Les oeufs}\\ \text{Unité statistique : un oeuf}\\ \text{Caractère : Le poids}\end{array}\right.$ (1)

3) Distribution statistique :

(0,25) (0,25) (0,25)

classe	f_i	$F_i \nearrow$
[155 , 160[	0,016	0,016
[160 , 165[	0,084	0,1
[165 , 170[	0,32	0,42
[170 , 175[	0,51	0,93
[175 , 180[	0,07	1
Total	1	/



(0,5)

4) Mode : classe modale est [170,175[(0,25)

$M_o = 170 + 5\,\dfrac{0,19}{0,19+0,44} = 171,5079$ $\boxed{M_o = 171,5079}$ (0,5)

Mediane : classe mediane est [170,175[(0,25)

$M_e = 170 + 5\,\dfrac{0,5-0,42}{0,51} = 170,7843$ $\boxed{M_e = 170,7843}$ (0,5)

Q_1 : $Q_1 \in [165,170[$ (0,25) $Q_1 = 165 + 5\,\dfrac{0,25-0,1}{0,32} = 167,34375$

$\boxed{Q_1 = 167,34375}$ (0,5)

Q_3 : $Q_3 \in [170,175[$ (0,25) $Q_3 = 170 + 5\,\dfrac{0,75-0,42}{0,51} = 173,2553$

$\boxed{Q_3 = 173,2553}$ (0,5)

5) La fréquence d'oeufs de poids entre 162 et 172 est

$= F(172) - F(162) = [0,1 \times 172 - 16,57] - [0,0168 \times 162 - 2,672]$ (0,75)

$= 0,63 - 0,0496 = 0,5804$ $\Rightarrow \boxed{F = 0,5804}$

Corrigé de l'examen de Maths 04
Probabilités et statistiques

Exercice 1 : (4 Pts)

1) Le Nombre de tirages possibles est C_{16}^4. 0,5

2) A : " tirer 4 boules de même couleur".

$$\mathrm{Card}(A) = \underbrace{C_8^4 + C_5^4}_{0,5} \Rightarrow P(A) = \frac{C_8^4 + C_5^4}{C_{16}^4} \quad 0,5$$

3) B : " Une couleur ne figure pas"

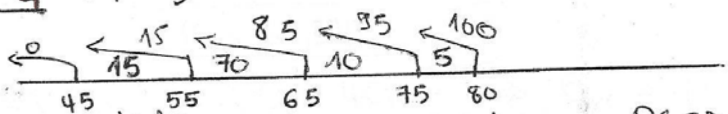
$$\mathrm{Card}(B) = \underbrace{C_8^4 + C_{13}^4 + C_{11}^4}_{0,5} \Rightarrow P(B) = \frac{C_8^4 + C_{13}^4 + C_{11}^4}{C_{16}^4} \quad 0,5$$

4) B : " Au moins une rouge".

$\overline{B}$: Aucune rouge.

$$\mathrm{Card}(\overline{B}) = \underbrace{C_{11}^4}_{0,5} \Rightarrow \underbrace{P(\overline{B}) = \frac{C_{11}^4}{C_{16}^4}}_{0,5} \Rightarrow P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{C_{11}^4}{C_{16}^4} \quad 0,5$$

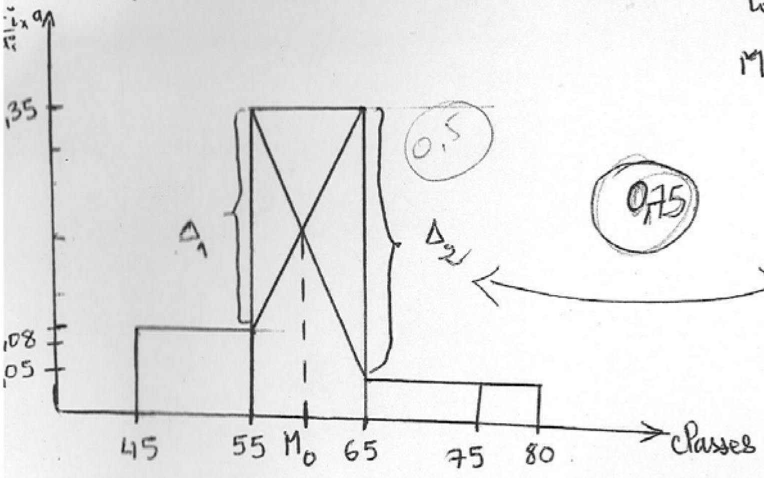
Exercice 4 : (4 Pts)



1) Le Tableau statistique : 0,25 on prend $a = PGCD(a_i) = 5$. 0,25 0,25

Classes	$N_i \nearrow$	n_i	c_i	f_i	$F_i \nearrow$	a_i	$\frac{f_i}{a_i} \times a$	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
[45, 55[	15	15 − 0 = 15	50	0,15	0,15	10	0,08	750	37500
[55, 65[	85	85 − 15 = 70	60	0,70	0,85	10	0,35	4200	252000
[65, 75[	95	95 − 85 = 10	70	0,10	0,95	10	0,05	700	49000
[75, 80[	100	100 − 95 = 05	77,5	0,05	1	05	0,05	387,5	30031,25
Total	/	100	/	1	//	//	//	6037,5	368531,25

2) Représentation graphique :



L'Histogramme.

Mode :

La classe modale est $[55, 65[$

$M_o = e_{i-1} + a_i \dfrac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}$

$= 55 + 10 \dfrac{0,27}{0,27 + 0,3}$

$= 59,74$

0,75

$\boxed{M_o = 59,74}$ 0,25

3) Calcul de $\bar{x}$ et σ_x :

$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{4} n_i x_i = \frac{6037,5}{100} = 60,375$ $\boxed{\bar{x} = 60,375}$ 0,25

$V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{4} n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{368531,25}{100} - (60,37)^2 = 40,77$

$\Rightarrow \sigma_x = \sqrt{V(x)} = \sqrt{40,77} = 6,38$ $\boxed{\sigma_x = 6,38}$ 0,25

i) si chaque étudiant à grossi d'1 kg.

•) $x_i' = x_i + 1 \Rightarrow \bar{x}' = \bar{x} + 1 = 60,375 + 1 = 61,375$

$\boxed{\bar{x}' = 61,375}$ 0,5

•) $V(x') = V(X+1) = V(X) = 40,77 \Rightarrow \sigma_{x'} = \sqrt{V(x')} = 6,38$

$\boxed{\sigma_{x'} = 6,38}$ 0,5

ii) Si chaque étudiant a grossi de 5% de chaque poids.

•) $x_i' = x_i + 5\% . x_i = x_i + \frac{5}{100} x_i = 1,05 x_i = a x_i$ $(a = 1,05)$

$\bar{x}' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{4} n_i x_i' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{4} n_i a x_i = a \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{4} n_i x_i = a \bar{X}$

$\bar{x}' = 1,05 (60,375) = 63,39$ $\boxed{\bar{x}' = 63,39}$ 0,5

•) $V(X') = V(aX) = a^2 V(X) = (1,05)^2 V(X) = (1,05)^2 (40,77) = 44,95$

$\Rightarrow \sigma_{x'} = \sqrt{V(x')} = \sqrt{44,95} = 6,70$ $\boxed{\sigma_{x'} = 6,70}$ 0,5

fb/ mehda abderrahmane

Maths 04

Université A.MIRA — Béjaïa
Faculté de Technologie
Département de Technologie-2ème Année

♣— Examen de Remplacement en Probabilités et Statistiques —♣

Exercice 1 (08.00 points) : Une enquête a été réalisée sur le nombre de salariés de 40 entreprises industrielles. Les résultats obtenus sont représentés dans le tableau suivant :

Nombres de salariés	n_i	f_i	$F_i \nearrow$
$[20, 40[$	.	0.2	.
$[40, 50[$	.	0.2	.
$[50, 60[$	.	.	0.7
$[60, 80[$	.	.	0.9
$[80, 100[$	.	.	1
Total	.	1	/

1. Compléter le tableau statistique ci-dessus.
2. Définir la population étudiée sa taille, l'unité statistique, le caractère et sa nature.
3. Représenter le polygône des fréquences et calculer le mode.
4. Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes et décroissantes.
5. Calculer la moyenne, la médiane, l'écart type et l'intervalle interquartile.
6. Déterminer le nombre d'entreprises ayant un nombre de salariés entre 50 et 70.

Exercice 2 : Soit la distribution conjointe suivante entre deux variables X et Y.

X/Y	[0,10[	[10,20[	[20,30[	$f_{i\bullet}$
0				0.3
1				
2				0.2
$f_{\bullet j}$	0.1		0.5	

1. Compléter le tableau ci-dessus en supposant que les deux variables sont indépendantes. Représenter le nuage de points.
2. Déterminer les distributions de $Y/0 \leq X \leq 2$; $X/Y \in [0, 30[$ et $X/Y \in [0, 10[$. Calculer leurs moyennes et leurs variances.
3. Déterminer l'équation de la droite de régression de X en Y.
4. Donner le coefficient de corrélation linéaire. Conclure.

Exercice 3 (08.00 points) : Le tableau suivant donne la demande Y d'un produit en fonction de son prix de vente X en Dinars :

Le prix de vente en Dinar X	200	250	300	350	450	500
La demande Y	550	430	400	310	260	210

1. Représenter le nuage de points (X, Y) ainsi que le centre de gravité.
2. On pose $z_i = \frac{y_i - 10}{100}$. Calculer $\overline{Z}$, $V(Z)$ et déduire $\overline{Y}$ et $V(Y)$.
3. Déterminer l'équation de la droite de régression de X en Z.
4. Considérons la série $(z_i)_{i=\overline{1,6}}$ de Médiane Me.
   - ▹ Partager le nuage de points en deux sous-nuages : l'un contient les points (x_i, z_i) tel que $z_i < Me$, l'autre contient les points (x_i, z_i) tel que $z_i > Me$.
   - ▹ Calculer les points moyens G_1 et G_2 de chacun de ces deux nuages respectivement.
   - ▹ Déterminer l'équation de la droite qui passe par les points G_1 et G_2. Tracer cette droite sur le graphe.
5. Quelle serait la demande sur le nouveau produit si le prix de vente est de 600 Dinars ?

Bonne chance
Mr Boualem

Corrigé de l'examen Maths ~~B~~
2012 – 2013

fb/ mehda abderrahmane

(08.00 pts)

Exo1 : On étudie le Nombre de salariés de 40 entreprises.

1) Completer le tableau :

$F_i \downarrow$	Classes	n_i	f_i	$F_i \uparrow$	a_i	f_i^c	x_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
1	[20, 40[	8	0,2	0,2	20	0,1	30	240	7200
0,8	[40, 50[	8	0,2	0,4	10	0,2	45	360	16200
0,6	[50, 60[	12	0,3	0,7	10	0,3	55	660	36300
0,3	[60, 80[	8	0,2	0,9	20	0,1	70	560	39200
0,1	[80, 100[	4	0,1	1	20	0,05	90	360	32400
0	Total	40	1	/	/	/	/	2180	131300

$f_i^c = \frac{f_i}{a_i} \times a$

$a = PGCD(a_i)$

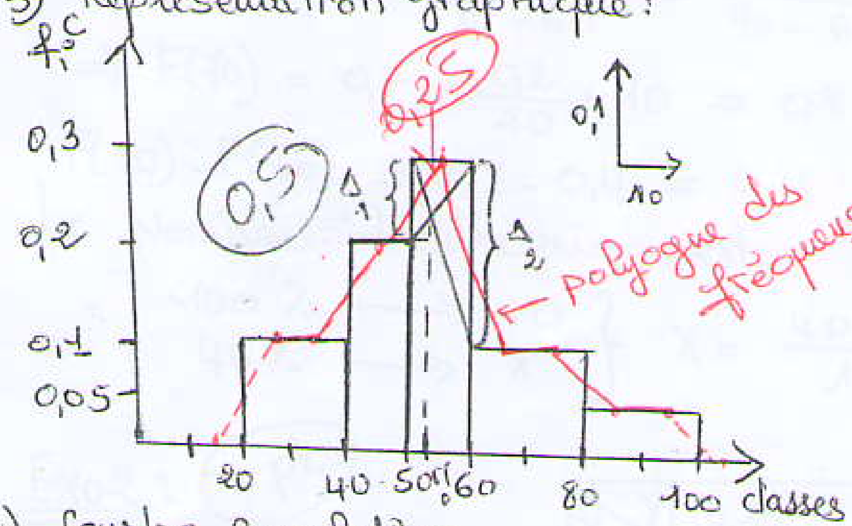
$= PGCD(10, 20)$

$= 10$ (1)

2) Population : Les entreprises
Taille : 40
Unité statistique : Une entreprise (1)

Caractère : Nombre de salariés
Nature : Quantitative Continue.

3) Représentation graphique :



Mode : la classe Modale [50,60[

$\Delta_1 = 0,3 - 0,2 = 0,1$

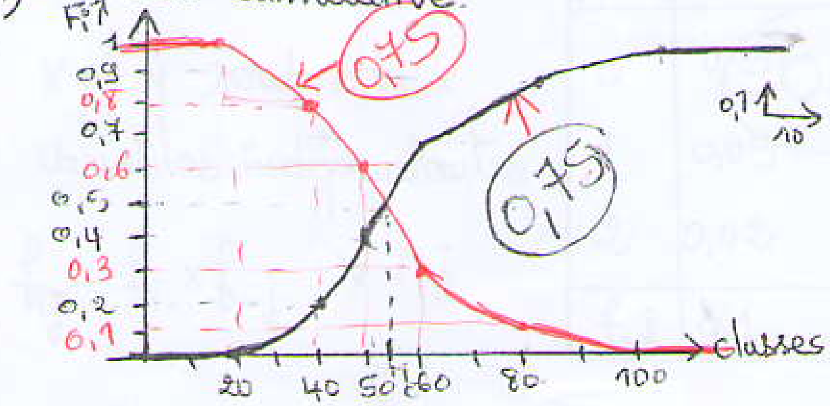
$\Delta_2 = 0,3 - 0,1 = 0,2$ (0,5)

$M_o = e_{i-1} + a_i \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}$

$= 50 + 10 \frac{0,1}{0,1+0,2} = 53,33$

$\boxed{M_o = 53,33}$

4) Courbe Cumulative.



(0,5) Médiane : la classe médiane est [50,60[

$M_e = e_{i-1} + \frac{a_i}{f_i}(0,5 - F(e_{i-1}))$

$= 50 + \frac{10}{0,3}(0,5 - 0,4)$

$= 53,33$

Moyenne : $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{5} n_i x_i = \frac{1}{40}(2180) = 54,5$

Variance : $V(X) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{5} n_i x_i^2 - \bar{X}^2 = \frac{1}{40}(131300) - (54,5)^2 = 312,25$

Ecart type : $\sigma_X = \sqrt{V(X)} = \sqrt{312,25} = 17,67$ 0,75

Intervale inter-Quartile.

.) $F(Q_1) = 0,25 \Rightarrow Q_1 \in [40,50[$ $\quad Q_1 = e_{i-1} + a_i/f_i (0,25 - F(e_{i-1}))$

$Q_1 = 40 + \frac{10}{0,2}(0,25 - 0,2) = 42,5$ 0,5

.) $F(Q_3) = 0,75 \Rightarrow Q_3 \in [60,80[$. $\quad Q_3 = e_{i-1} + \frac{a_i}{f_i}(0,75 - F(e_{i-1}))$.

$Q_3 = 60 + \frac{20}{0,2}(0,75 - 0,7) = 65$. 0,5

$Q_3 - Q_1 = 65 - 42,5 = 22,5$ 0,25

6) Nombre d'entreprise ayant un nombre de salariés dans $[50,70[$

$F(70) - F(50) = ?$

$F(50) = 0,4$.

$F(70) = ? \Leftrightarrow \frac{0,9-0,7}{80-60} = \frac{F(70)-0,7}{70-60} \Rightarrow \frac{0,2}{20} = \frac{F(70)-0,7}{10}$

$\Rightarrow F(70) = 0,7 + \frac{0,2}{20} \times 10 = 0,8$ 0,75

$F(70) - F(50) = 0,8 - 0,4 = 0,4$. donc il y'a 40 %

Le Nombre d'entreprise est :

$\left.\begin{array}{l} 100\% \longrightarrow 40 \\ 40\% \longrightarrow X \end{array}\right\} X = \frac{40 \times 40}{100} = 16$ entreprises

Exo2 : 04 pts

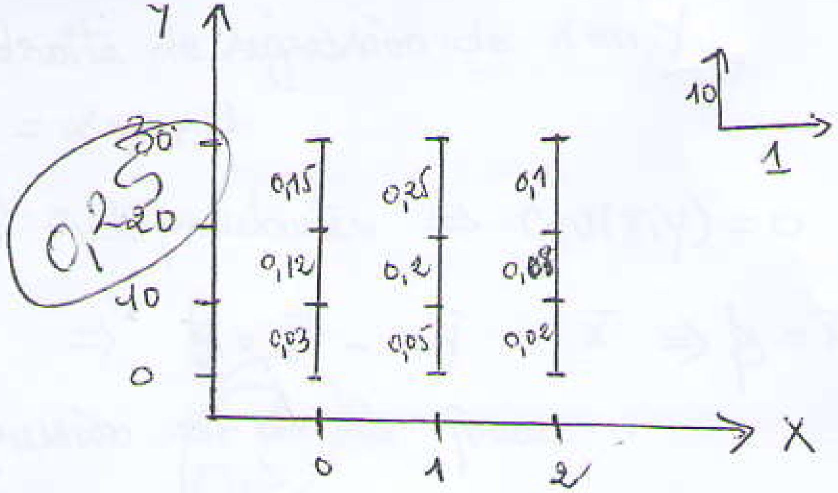
X et Y sont deux variables indépendantes

$f_{ij} = f_{i.} \times f_{.j} \quad \forall i,j$

X \ Y	[0,10[	[10,20[	[20,30[	$f_{i.}$
0	0,03	0,12	0,15	0,3
1	0,05	0,2	0,25	0,5
2	0,02	0,08	0,1	0,2
$f_{.j}$	0,1	0,4	0,5	1

0,5

...age de points



2)) Distribution : $Y / 0 \leq X \leq 2$

classes Y	y_j	$f_{\cdot j}$	$f_{\cdot j} y_j$	$f_{\cdot j} y_j^2$
[0,10[	5	0,1	0,5	2,5
[10,20[	15	0,4	6	90
[20,30[	25	0,5	12,5	312,5
Total	\	1	19	405

Distribution Marginale selon Y.

Moyenne :

$$\bar{Y} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{3} n_{\cdot j} y_j = \sum_{j=1}^{3} f_{\cdot j} y_j = 19$$

Variance :

0,75

$$V(Y) = \sum_{j=1}^{3} f_{\cdot j} y_j^2 - \bar{Y}^2$$

$$= 405 - (19)^2 = 44$$

Distribution $X / Y \in [0,30[$:

X	$f_{i\cdot}$	$f_{i\cdot} x_i$	$f_{i\cdot} x_i^2$
0	0,3	0	0
1	0,5	0,5	0,5
2	0,2	0,4	0,8
Total	1	0,9	1,3

Moyenne :

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{3} n_{i\cdot} x_i = \sum_{i=1}^{3} f_{i\cdot} x_i = 0,9$$

Variance :

0,75

$$V(X) = \sum_{i=1}^{3} f_{i\cdot} x_i^2 - \bar{X}^2$$

$$= 1.3 - (0,9)^2 = 0,49$$

Distribution Marginale selon X.

Distribution $X / Y \in [0,10[\equiv X_1$

X	f_{i1}	$f_{i1} / f_{\cdot 1}$	$f_{i1}/f_{\cdot 1}\, x_i$	$f_{i1}/f_{\cdot 1}\, x_i^2$
0	0,03	0,3	0	0
1	0,05	0,5	0,5	0,5
2	0,02	0,2	0,4	0,8
Total	0,1	1	0,9	1,3

Moyenne :

0,75

$$\bar{X}_1 = \sum_{i=1}^{3} \frac{f_{i1}}{f_{\cdot 1}} x_i = 0,9$$

Variance :

$$V(X_1) = \sum_{i=1}^{3} \frac{f_{i1}}{f_{\cdot 1}} x_i^2 - \bar{X}_1^2$$

$$= 1,3 - (0,9)^2 = 0,49$$

…quation de la droite de régression : de X en Y

$$X = \alpha Y + \beta$$

Puisque X et Y sont indépendantes $\Rightarrow Cov(X,Y) = 0$

$\alpha = \dfrac{Cov(X,Y)}{V(Y)} = 0 \Rightarrow \beta = \bar{X} - \alpha\bar{Y} = \bar{X} \Rightarrow \beta = \bar{X} = 0,9$

La droite de régression est de la forme. 0,5

$$\boxed{X = 0,9}$$

4) Coeffecient de corrélation :

$Cov(x,y) = 0 \Rightarrow \rho = \dfrac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = 0 \Rightarrow$ Il y'a absence de corrélation linéaire entre X et Y. 0,5

08 pts

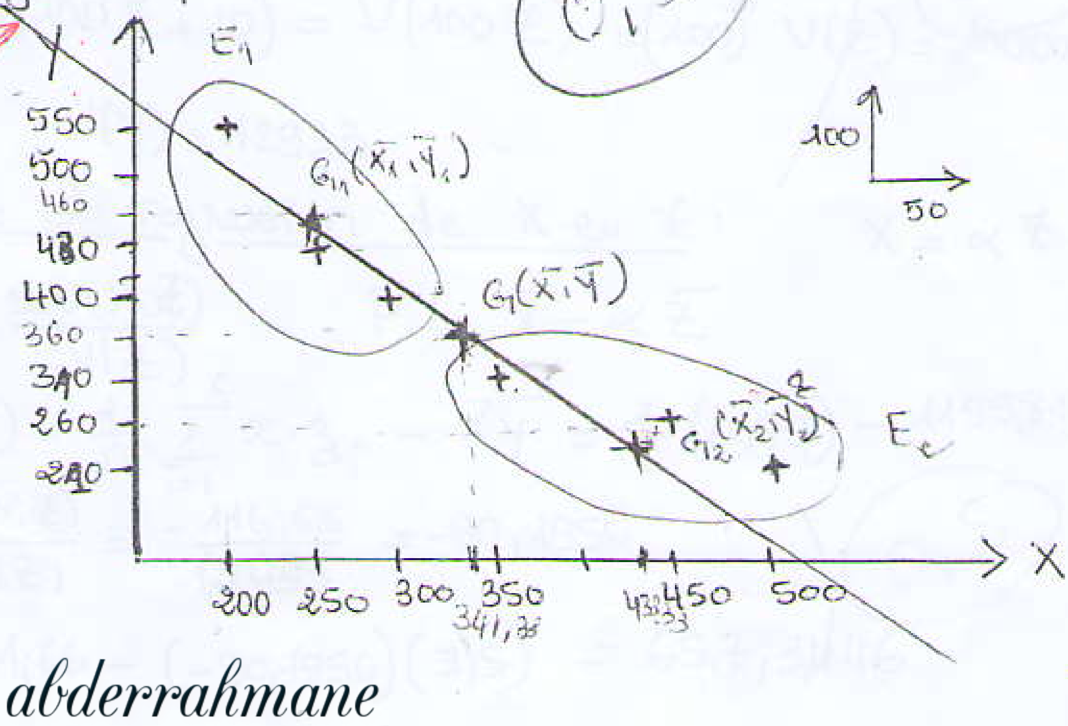
Exo 3 : X représente

Y représente

x_i	200	250	300	350	450	500
y_i	550	430	400	310	260	210

1) Le nuage de points. 0,5

0,25



fb/ mehda abderrahmane

Centre de gravite $G(\bar{x}, \bar{y}) = (341{,}66\ , 360)$.

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{6} x_i = \frac{1}{6}(2050) = 341{,}66$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{6} y_i = \frac{1}{6}(2160) = 360$$

0,5

0,5

2) On pose $z_i = \dfrac{y_i - 10}{100}$

x_i	200	250	300	350	450	500
y_i	550	430	400	310	260	210
z_i	5,4	4,2	3,9	3	2,5	2

0,25

$$\bar{z} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} z_i = \frac{1}{6}(21) = 3{,}5$$

$$V(z) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} z_i^2 - \bar{z}^2 = \frac{1}{6}(81{,}26) - (3{,}5)^2 = 1{,}2933$$

0,5

Déduire $\bar{y}$ et $V(y)$:

$$z_i = \frac{y_i - 10}{100} \Rightarrow y_i = 100 z_i + 10 \Leftrightarrow y = 100 z + 10$$

$$\bar{y} = 100\bar{z} + 10 = 100(3{,}5) + 10 = 360$$

$$V(y) = V(100z + 10) = V(100z) = (100)^2 V(z) = 10000(1{,}2933)$$

$$V(y) = 12933$$

0,5

3) Droite de régression de x en z: $\quad x = \alpha z + \beta$

$$\alpha = \frac{\mathrm{cov}(x, z)}{V(z)} \qquad \beta = \bar{x} - \alpha\bar{z}$$

$$\mathrm{Cov}(x, z) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{6} x_i z_i - \bar{x}\bar{y} = \frac{1}{6}(6475) - 1195{,}81 = -116{,}65$$

0,5

$$\alpha = \frac{\mathrm{Cov}(x, z)}{V(z)} = \frac{-116{,}65}{1{,}2933} = -90{,}1956$$

$$\beta = 341{,}66 - (-90{,}1956)(3{,}5) = 657{,}3446$$

0,5

La forme de la droite de régression est

$$X = -90{,}1956\ Z + 657{,}3446. \quad (0{,}25)$$

4) On considère la série $(z_i)_{i=\overline{1,6}}$ de Mediane Me.

•) La Mediane M_e: $n = 6 = 2\times 3 \Rightarrow p = 3$

$$M_e = \frac{x_p + x_{p+1}}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{3{,}9+3}{2} = 3{,}45. \quad (0{,}5)$$

•) On partage le nuage de points en deux sous groupes

$$E_1 = \{(200, 5.4), (250, 4.2), (300, 3.9)\}$$
$$E_2 = \{(350, 3), (450, 2.5), (500, 2)\} \quad (0{,}5)$$

•) Les Deux points moyens G_1 et G_2:

$$G_1 = \begin{cases} \bar{X}_1 = \frac{1}{3}(200+250+300) = 250 \\ \bar{Z}_1 = \frac{1}{3}(5.4+4.2+3.9) = 4.5 \end{cases} \quad G_1(\bar{X}_1, \bar{Z}_1) = (250, 4.5) \quad (0{,}5)$$

$$G_2 = \begin{cases} \bar{X}_2 = \frac{1}{3}(350+450+500) = 433{,}33 \\ \bar{Z}_2 = \frac{1}{3}(3+2.5+2) = 2.5 \end{cases} \quad G_2(\bar{X}_2, \bar{Z}_2) = (433{,}33, 2.5). \quad (0{,}5)$$

•) La Droite qui passe par G_1 et G_2: (Droite de Mayer)

$$(\Delta): Z = aX + b.$$

$$G_1 \in (\Delta) \Rightarrow \bar{Z}_1 = a\bar{X}_1 + b \quad ---① $$

$$G_2 \in (\Delta) \Rightarrow \bar{Z}_2 = a\bar{X}_2 + b \quad ---② $$

$$① - ② \Rightarrow \bar{Z}_1 - \bar{Z}_2 = a(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \Rightarrow a = \frac{\bar{Z}_1 - \bar{Z}_2}{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \frac{4{,}5-2{,}5}{250-433{,}33}$$

$$\boxed{a = -0{,}0109} \quad (0{,}5)$$

On remplace a dans ①

$$b = \bar{Z}_1 - a\bar{X}_1 = 4.5 - (-0{,}0109)(250) = 7{,}225.$$

La droite est de la forme

$$Z = -0{,}0109\,X + 7{,}225.$$

0,25

3) $\underline{X = 600}$, $y = ?$

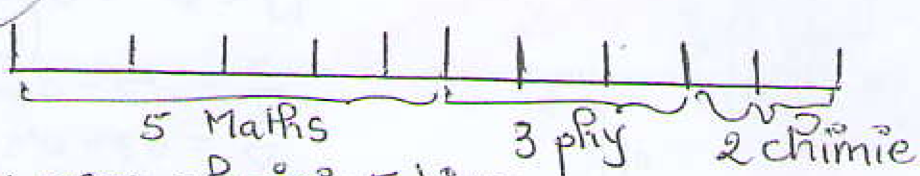
$$Z = -0{,}0109\,X + 7{,}225 = -0{,}0109(600) + 7{,}225 = 0{,}685$$

1

$$z_i = \frac{y_i - 10}{100} \Rightarrow y_i = 100\,z_i + 10 = 100(0{,}685) + 10 = 78{,}5$$

$$\boxed{y = 78{,}5}$$

Exo 4 : 02 pts



On a 10 livres → on choisi 5 livres.

1) 5 livres qlq : c'est une disposition non ordonnée sans répétition de 5 livres parmi 10. Il s'agit d'une combinaison sans répétition de 5 parmi 10.

$$C_{10}^{5} = \frac{10!}{5!\,(10-5)!} = 252 \text{ possibilités.}$$ 0,5

2) 2 livres de Maths :

On choisi 2 livres de maths parmi les 5 livres de Maths de C_5^2 manières et on choisi les 3 autres parmi les 5 autres livres (phy et chimie) de C_5^3 manières donc on aura 0,1

$$C_5^2 \times C_5^3 = \frac{5!}{(5-2)!\,2!} \times \frac{5!}{(5-3)!\,3!} = 100 \text{ possibilités.}$$

3) 1 physique et 1 de chimie :

On choisi 1 de physique parmi 3 → C_3^1
" " 1 " chimie " 2 → C_2^1
" " 3 autres (" 5 → C_5^3

0,75 On aura

$$C_3^1 \times C_2^1 \times C_5^3 = \frac{3!}{(3-1)!\,1!} \times \frac{2!}{(2-1)!\,1!} \times \frac{5!}{(5-3)!\,3!} = 60 \text{ possibilités.}$$

fb/ mehda abderrahmane

Maths 04

Université A.MIRA de Béjaia
Faculté de la Technologie
Département de Technologie-2ème Année

® 04 Octobre 2011

Rattrapage de Probabilités et Statistiques

Exercice 1 (13.00 points) :
Une étude réalisée dans 50 hôpitaux a donné les résultats suivants concernant le nombre de personnes contaminées par une maladie infectueuse :

30	30	38	50	64	42	70	60	64	42
74	60	64	64	50	64	42	64	50	42
60	42	64	50	64	50	60	50	38	64
64	70	74	64	64	60	50	74	74	70
64	30	42	74	74	70	64	60	30	50

Partie I :

1. Donner le tableau statistique et la représentation graphique de cette série.
2. Représenter graphiquement les fréquences cumulées croissantes.
3. Calculer le Mode, la Médiane, les quartiles, la Moyenne et l'Écart-type.

Partie II :
Le regroupement en classe des données précédentes est donné dans le tableau suivant :

Classes	[25, 35[	[35, 45[	[45, 55[	[55, 65[	[65, 75[
Effectifs	4	8	8	20	10

1. Donner le tableau statistique et la représentation graphique de cette série.
2. Représenter graphiquement les fréquences cumulées croissantes.
3. Calculer le Mode, la Médiane, les quartiles, la Moyenne et l'Écart-type.

Exercice 2 (07.00 points) :
Pour étudier la taille Y et l'âge X chez un certain poisson, on considère un échantillon de 100 individus. En prennant comme origine le point (A, B) avec, $A = 20$ mois et $B = 100$ cm, on donne : $\sum_i n_{i\bullet}(x_i - A) = -20$, $\sum_i n_{i\bullet}(x_i - A)^2 = 404$,
$\sum_j n_{\bullet j}(y_j - B) = 40$, $\sum_j n_{\bullet j}(y_j - B)^2 = 1616$, $\sum_i \sum_j n_{ij}(x_i - A)(y_j - B) = 648$.

1. Calculer le coefficient de corrélation ρ_{XY}. Conclure.
2. Déterminer les droites de régression de Y en X et de X en Y.
3. Quel sera l'âge d'un poisson de taille 105 cm ?
4. Quelle sera la taille d'un poisson d'âge 20 mois ?

Bon Courage

fb/ mehda abderrahmane

2010-2011

Corrigé de Rattrapage
Maths 04

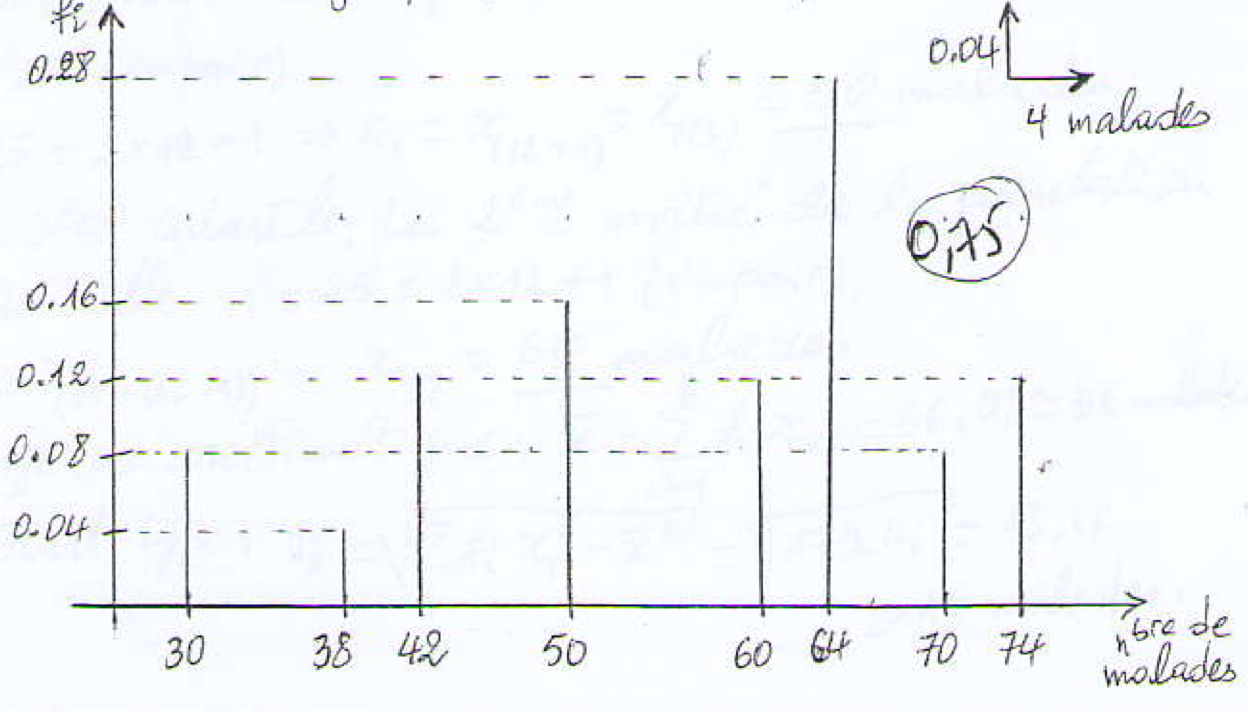
Exercice N° 1 (13 pts)

Partie I.

1°/ ⊛ Tableau statistique : 0,5 0,5 0,5 0,5

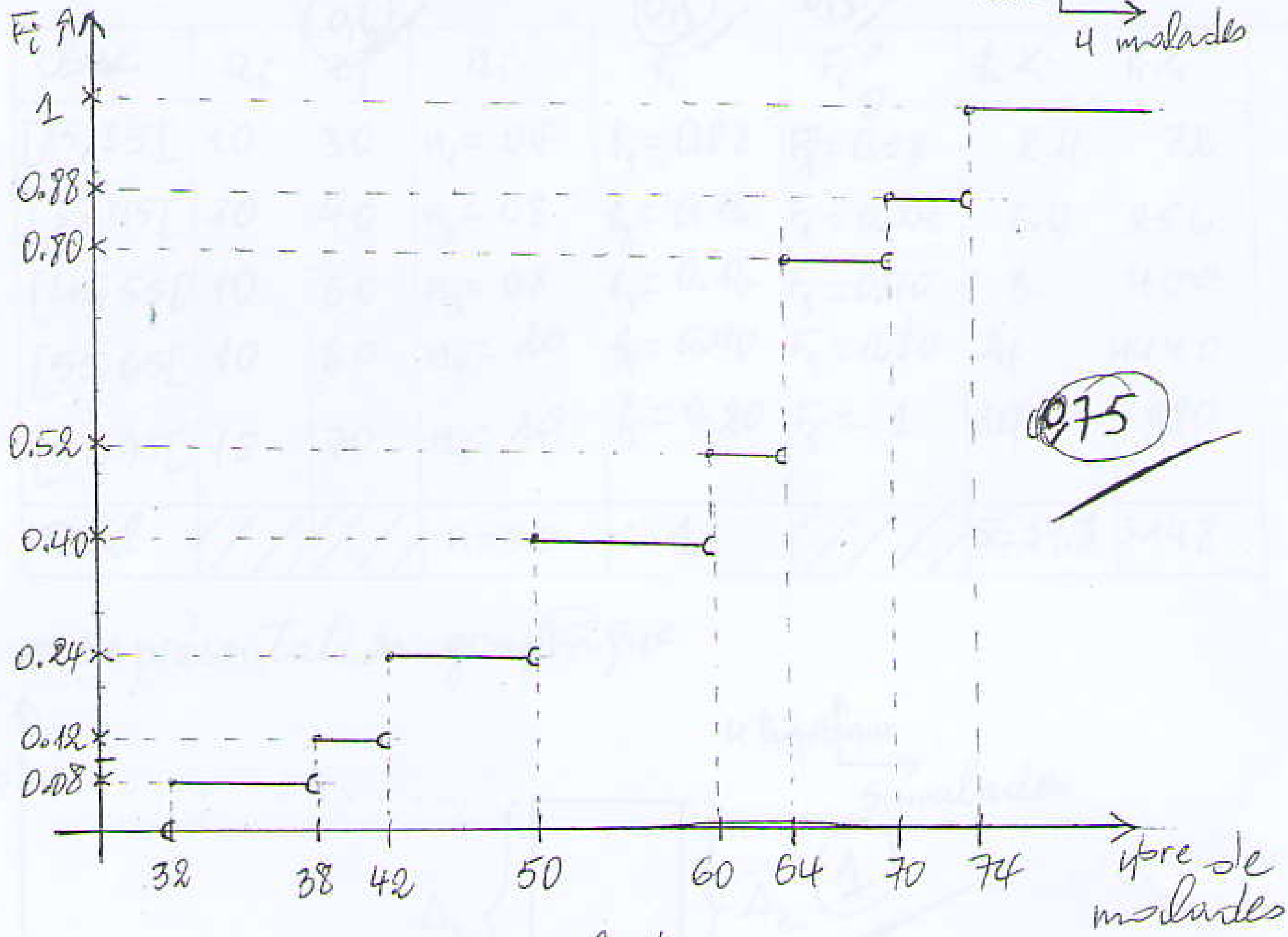
nbre de malades (x_i)	n_i	f_i	F_i ↗	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
$x_1 = 30$	$n_1 = 04$	$f_1 = 0.08$	$F_1 = 0.08$	2.40	72.00
$x_2 = 38$	$n_2 = 02$	$f_2 = 0.04$	$F_2 = 0.12$	1.52	57.76
$x_3 = 42$	$n_3 = 06$	$f_3 = 0.12$	$F_3 = 0.24$	5.04	211.68
$x_4 = 50$	$n_4 = 08$	$f_4 = 0.16$	$F_4 = 0.40$	8.00	400.00
$x_5 = 60$	$n_5 = 06$	$f_5 = 0.12$	$F_5 = 0.52$	7.20	432.00
$x_6 = 64$	$n_6 = 14$	$f_6 = 0.28$	$F_6 = 0.80$	17.92	1146.88
$x_7 = 70$	$n_7 = 04$	$f_7 = 0.08$	$F_7 = 0.88$	5.60	392.00
$x_8 = 74$	$n_8 = 06$	$f_8 = 0.12$	$F_8 = 1$	8.80	657.12
Total	$n = 50$	1		$\bar{x} = 56.48$	3369.44

⊛ Représentation graphique.



⊕ Fréquences cumulées croissante (voir tableau stat.)

⊕ Courbe cumulée croissante:



3°/ 0,5 ⊕ Le mode: $M_o = 64$ malades.

0,5 ⊕ La médiane:

$n = 50 = 2 \times p = 2 \times 25$ (n est pair) $\Rightarrow M_e = \dfrac{x_{(25)} + x_{(26)}}{2} = 60$ malades.

0,5 ⊕ Le Quartile Q_1:

La 1ère moitié de la population est de taille

$n' = 25$ (impair)

$n' = 25 = 2 \times 12 + 1 \Rightarrow Q_1 = x_{(12+1)} = x_{(13)} = \underline{50}$ malades.

0,5 ⊕ Le 3ème Quartile: La 2ème moitié de la population est de taille $n'' = 25 = 2 \times 12 + 1$ (impair),

$Q_3 = x_{(25+(12+1))} = x_{38} = \underline{64}$ malades.

0,5 ⊕ Moyenne arithmétique: $\bar{x} = \sum_{i=1}^{8} f_i x_i = 56.48 \simeq 56$ malades

0,5 ⊕ Ecart-type: $\sigma_X = \sqrt{\sum f_i x_i^2 - \bar{x}^2} = \sqrt{179.45} = 13.4$

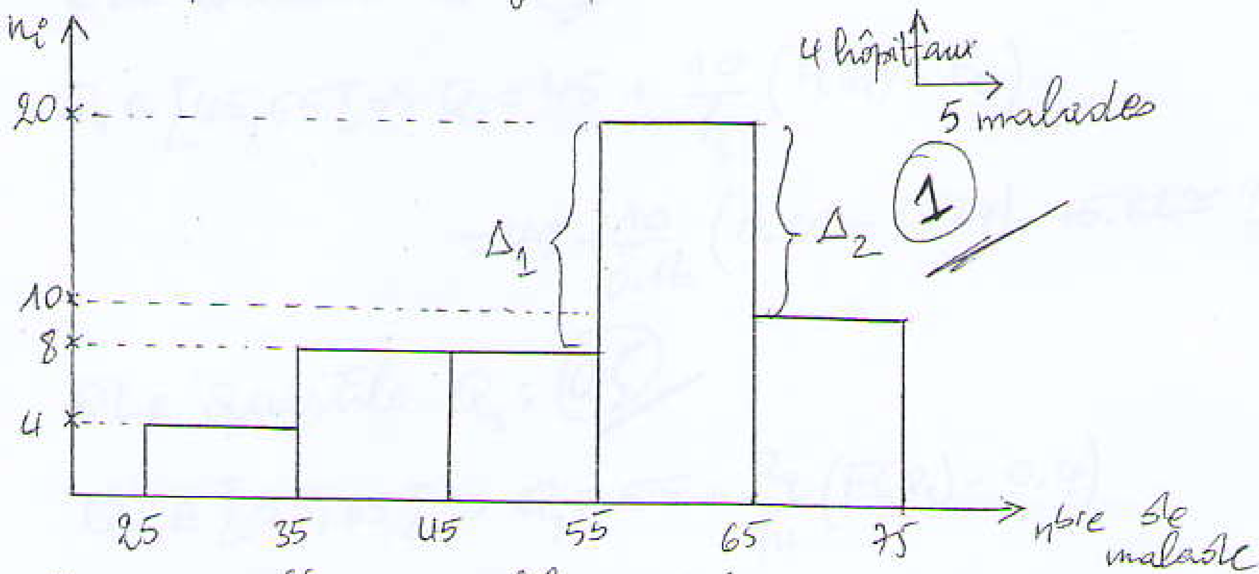
$\simeq 13$ malades.

Ex II.

1/ ⊛ Tableau statistique.

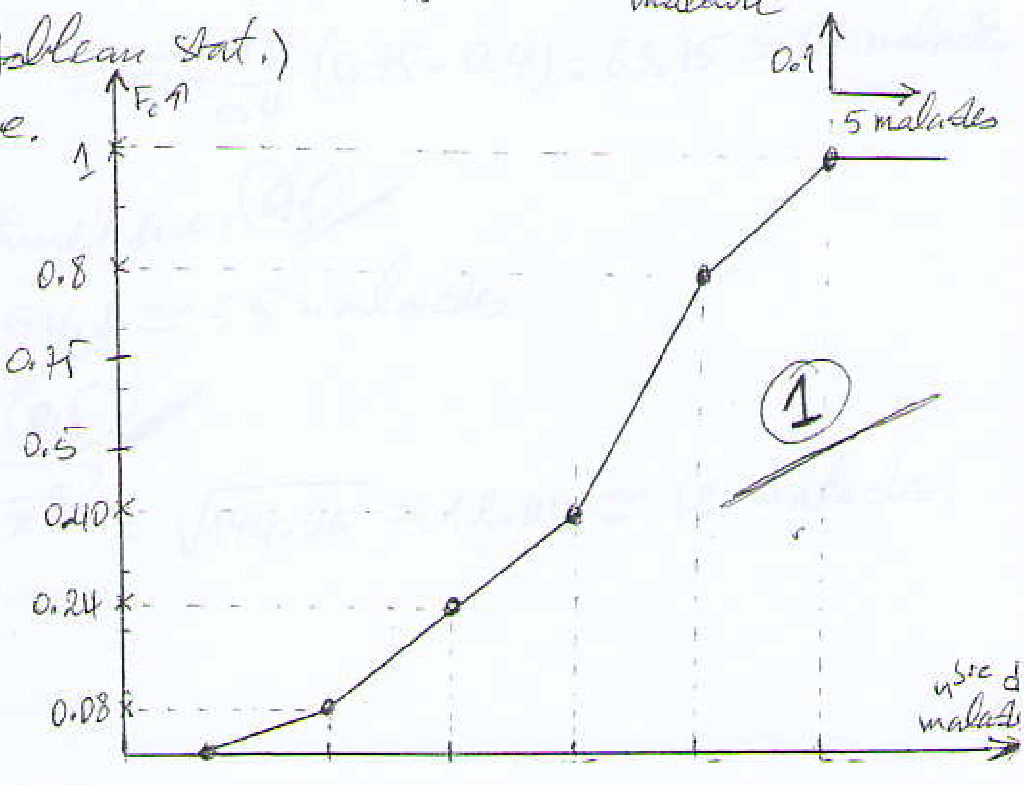
classe	a_i	x_i (0,5)	n_i	f_i (0,5)	$F_i \uparrow$ (0,5)	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
[25,35[	10	30	$n_1 = 04$	$f_1 = 0.08$	$F_1 = 0.08$	2.4	72
[35,45[	10	40	$n_2 = 08$	$f_2 = 0.16$	$F_2 = 0.24$	6.4	256
[45,55[	10	50	$n_3 = 08$	$f_3 = 0.16$	$F_3 = 0.40$	8	400
[55,65[	10	60	$n_4 = 20$	$f_4 = 0.40$	$F_4 = 0.80$	24	1440
[65,75[	10	70	$n_5 = 10$	$f_5 = 0.20$	$F_5 = 1$	14	980
Total	////	////	$n=50$	1	////	$\bar{x} = 54.8$	3148

⊛ Représentation graphique



2e/ F_i cumulés (voir tableau stat.)

⊛ Courbe cumulative.



fb/ mehda abderrahmane ④ P

⊛ Le mode M_o : 0,5

$$M_o \in [55, 65[\Rightarrow M_o = 55 + a_i \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}$$

$$= 55 + 10 \times \frac{20-8}{(20-8)+(20-10)} = 60.45 \simeq 60 \text{ malade}$$

⊛ La médiane M_e : 0,5

$$M_e \in [55, 65[\Rightarrow M_e = e_{i-1} + \frac{a_i}{f_i}\left(F(M_e) - F_{i-1}\right)$$

$$= 55 + \frac{10}{0.40}(0.5 - 0.40) = 57.5 \simeq 57 \text{ malad}$$

⊛ Le Quartile Q_1 : 0,5

$$Q_1 \in [45, 55[\Rightarrow Q_1 = 45 + \frac{10}{f_3}\left(F(Q_1) - F_2\right)$$

$$= 45 + \frac{10}{0.16}(0.25 - 0.24) = 45.62 \simeq 45 \text{ malades}$$

⊛ Le Quartile Q_3 : 0,5

$$Q_3 \in [55, 65[\Rightarrow Q_3 = 55 + \frac{a_4}{f_4}\left(F(Q_3) - 0.4\right)$$

$$= 55 + \frac{10}{0.4}(0.75 - 0.4) = 63.75 \simeq 64 \text{ malades}$$

⊛ Moyenne arithmétique : 0,5

$$\bar{x} = \sum f_i x_i = 54.8 \simeq 55 \text{ malades}$$

⊛ Ecar-type : 0,5

$$\sigma_x = \sqrt{\sum f_i x_i^2 - \bar{x}^2} = \sqrt{144.96} = 12.04 \simeq 12 \text{ malades.}$$

Exercice N°2 (7 pts) 5p

1°) la Coefficients de Corrélation

$$\rho_{xy} = \frac{Cov(x,y)}{\sigma_x \ \sigma_y}$$

$V(x) = V(X-A) = \frac{404}{100} - (0,2)^2 = 4$ // 0,5

$V(Y) = V(Y-B) = \frac{1616}{100} - (0,4)^2 = 16$ // 0,5

$Cov(x,y) = Cov(X-A, Y-B) = \frac{648}{100} - (0,2)(0,4) = 6,4$ // 0,5

$$\rho_{xy} = \frac{6,4}{2\times4} = 0,8 \text{ //} \quad 0,5$$

Il y a une Forte tendance Linéaire

2°) les Deux Droites de régression

Y en X : $y = ax + b$, Avec

$a = \frac{Cov(x,y)}{V(X)} = \frac{6,4}{4} = 1,6$ // 0,5 0,5

$b = \overline{Y} - a\overline{X} = 100,4 - 1,6\times19,8 = 68,72$ //

$\overline{X} = \frac{-20}{100} + 20 = 19,8$ // 0,5

$\overline{Y} = \frac{40}{100} + 100 = 100,4$ // 0,5

Y en X : $y = 1,6\,x + 68,72$ // 0,5

fb/ mehda abderrahmane

X en Y : $x = \alpha y + \beta$, Avec (6p)

$\alpha = \frac{cov(X,Y)}{V(Y)} = \frac{6,4}{16} = 0,4$ (0,5)

(0,5)

$\beta = \overline{X} - \alpha\overline{Y} = 19,8 - 0,4 \times 100,4 = -20,36$

X en Y : $X = 0,4\,Y - 20,36$ (0,5)

3°/ . On a $y = 105$ Cm , Alors (0,5)

$x = 0,4 \times 105 - 20,36 = 26,64$

4°/ On a $x = 20$ mois (0,5)

$y = 1,6 \times 20 + 68,72 = 100,72$

Mr Boualem

fb/ mehda abderrahmane

fb/ mehda abderrahmane

S.T

Université A.MIRA de Béjaia
Faculté de la Technologie
Année : 2ème LMD-ST

® 20 septembre 2010

Examen Maths $\widetilde{IV}$

Exercice 1 :(07.00 pts) La mesure en cm^3 du volume des éléments figurés dans 100 cm^3 de sang a été effectuée chez 100 sujets. On a eu

Vol x	[38.5 , 39.5[	[39.5, 40.5[	[40.5, 41.5[	[41.5, 42.5[	[42.5, 43.5[	[43.5, 44.5[	[44.5, 45.5[
$F_i \nearrow$	0.03	0.13	0.36	0.64	0.84	0.95	1

1. Quelle est la nature de la variable étudiée.
2. Donner la distribution de cette variable et sa représentation graphique.
3. Tracer la courbe cumulative croissante. Donner la fonction de répartition.
4. Quelle est la fréquence des individus ayant un volume entre 40 et 42.5 cm ^{3}.
5. Calculer la moyenne, l'écart type et l'intervalle interquartile.

Exercice 2 : (09.00 pts) Soit la série double (X,Y) définie par les 10 observations (x_i, y_i) suivantes :

x_i	2	4	5	7	10	11	14	14	17	18
y_i	0	1	1	2	6	5	9	11	14	17

1. Construire le nuage de points.
2. Déterminer le coefficient de corrélation. Vous parait-il raisonnable d'ajuster au nuage de points une droite de régression de Y en X?
3. On pose $U = X^2$ et $V = Y$, calculer les 10 couples (u_i, v_i) et représentez-les graphiquement par un nuage de points.
4. Calculer la variance de U, la variance de V et la covariance de (U,V).
5. Ajuster au nuage de points (u_i, v_i) une droite de régression de V en U en déterminant son équation. En déduire la courbe de régression de Y en X.
6. Estimer la valeur de Y pour X=0 et X=10.

Exercice 3 :(02.00 pts) On a trouvé le coefficient de corrélation $\rho^2 = 1$ et $y = 2x + 5$ pour la droite de régression de Y en X. Quelle est l'équation de la droite de régression de X en Y?

Exercice 4 :(02.00 pts) Le clavier d'une machine comporte 42 touches, dont 8 chiffres et 26 lettres. on frappe au hasard. Sachant que les touches sont équiprobables, calculer les probabilités suivantes :

a) De taper une lettre;

b) De taper une suite de 5 lettres;

c) De taper le mot "courage".

Bon courage

Corrigé du rattrapage de Statistique (MATH4) 2010.
et Probabilité

Exercice 1 : 7

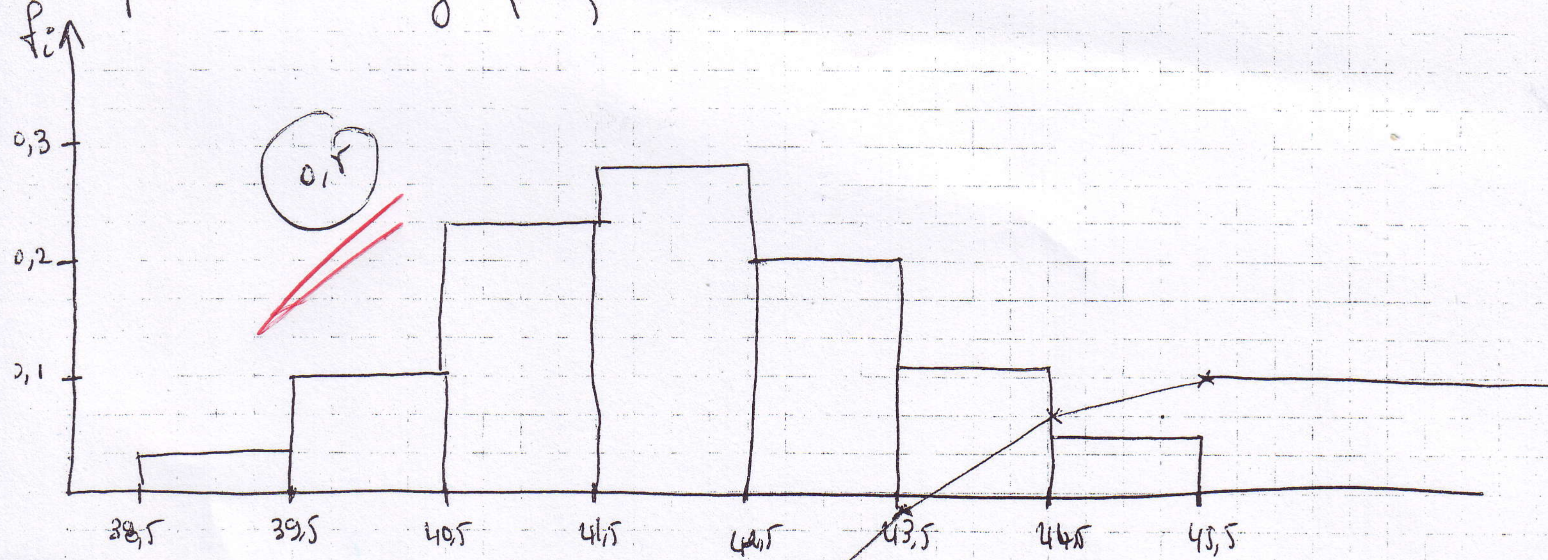
1/ Nature de la variable : quantitative continue. 0,5

2) Distribution

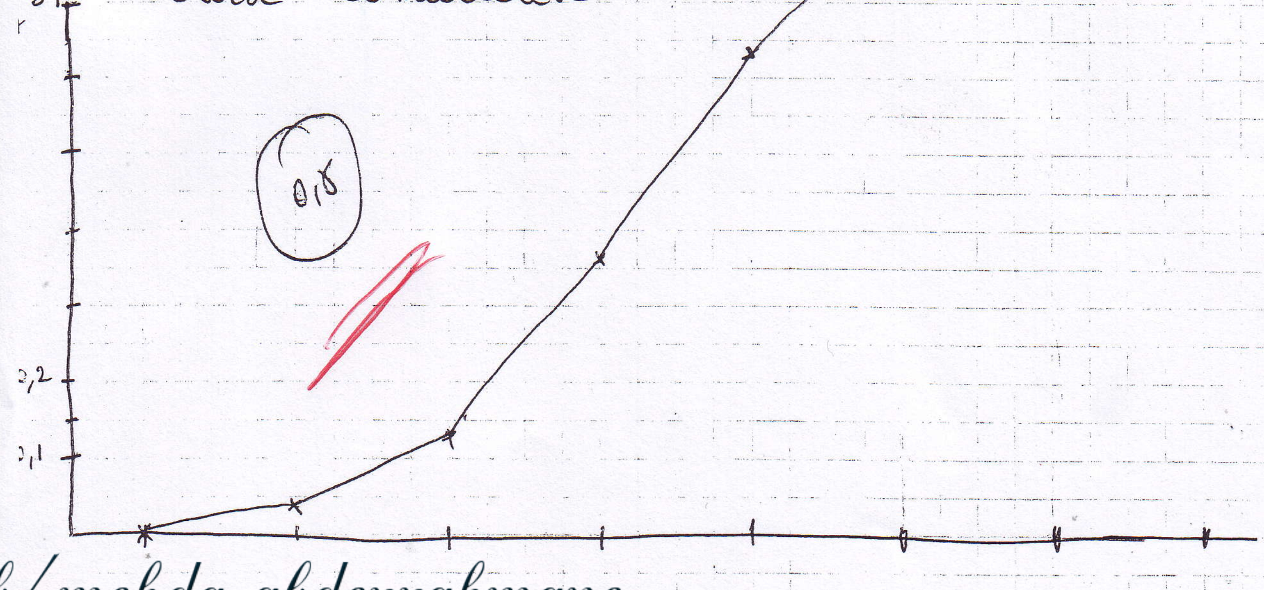
Val	[38,5 39,5[	[39,5 40,5[	[40,5 41,5[	[41,5 42,5[	[42,5 43,5[	[43,5 44,5[	[44,5 45,5[
n_i	3	10	23	28	20	11	5
f_i	0,03	0,10	0,23	0,28	0,20	0,11	0,05
$F_i\uparrow$	0,03	0,13	0,36	0,64	0,84	0,95	1
x_i	39	40	41	42	43	44	45
y_i	0	1	2	3	4	5	6
$n_i y_i$	0	10	46	84	80	55	30
$n_i y_i^2$	0	10	92	252	320	275	180

0,5

Représentation graphique.



3/ Courbe cumulative ↑



P1

Fonction de repartition.   fb/ mehda abderrahmane

$F(x) = \frac{f_i}{l_i}(x - a_i) + F_{i-1}$ pour $x \in [a_i \; a_{i+1}[$.

$l_i = a_{i+1} - a_i = 1$ amplitude égale des classes.

si $x < 38,5$ $F(x) = 0$

$x \in [38,5 \;\; 39,5[$ $F(x) = 0,03(x - 38,5) = 0,03x - 1,155$

$x \in [39,5 \;\; 40,5[$ $F(x) = 0,1(x - 39,5) + 0,03 = 0,1x - 3,92$

$x \in [40,5 \;\; 41,5[$ $F(x) = 0,23(x - 40,5) + 0,13 = 0,23x - 9,285$

$x \in [41,5 \;\; 42,5[$ $F(x) = 0,28(x - 41,5) + 0,36 = 0,28x - 11,56$

$x \in [42,5 \;\; 43,5[$ $F(x) = 0,2(x - 42,5) + 0,64 = 0,2x - 7,86$

$x \in [43,5 \;\; 44,5[$ $F(x) = 0,11(x - 43,5) + 0,84 = 0,11x - 37,7$

$x \in [44,5 \;\; 45,5[$ $F(x) = 0,05(x - 44,5) + 0,95 = 0,05x - 21,30$

$x \geq 45,5$ $F(x) = 1$

2

4/ Frequence des inds ayant un volume $\in [40, 42,5[= F$

$F = F(42,5) - F(40) = 0,64 - 0,1(40 - 39,5) + 0,03$

$= 0,64 - 0,05 + 0,03 = 0,64 - 0,02 = 0,62$

0,5

5) Moyenne, ecart-type et ecart interquartile

On pose $y_i = x_i - 39$ alors $\bar{Y} = \bar{X} - 39 \Rightarrow \bar{X} = \bar{Y} + 39$.

$\bar{Y} = \frac{\sum n_i y_i}{100} = 3,05 \quad \Rightarrow \bar{X} = 3,05 + 39 \boxed{= 42,05}$

0,5

$Var(Y) = Var(X) = \frac{\sum n_i y_i^2}{100} - (3,05)^2 = 11,29 - 9,3025 = 1,9875$

$\boxed{\sigma_X = \sqrt{1,9875} \simeq 1,}$

0,5

Ecart interquartile $E = Q_3 - Q_1$

$Q_3 = ?$ $Q_3 \in [42,5 \;\; 43,5[$.

$Q_3 = 42,5 + \frac{0,75 - 0,64}{0,2} = 42,5 + 0,55 = \cancel{42,555}$ 43,05

$Q_1 \in [40,5 \;\; 41,5[$.

$Q_1 = 40,5 + \frac{0,25 - 0,13}{0,23} = 40,5 + 0,521 = \underline{41,021}$

1,5

$E = 43,050 - 41,021 = 2,03$

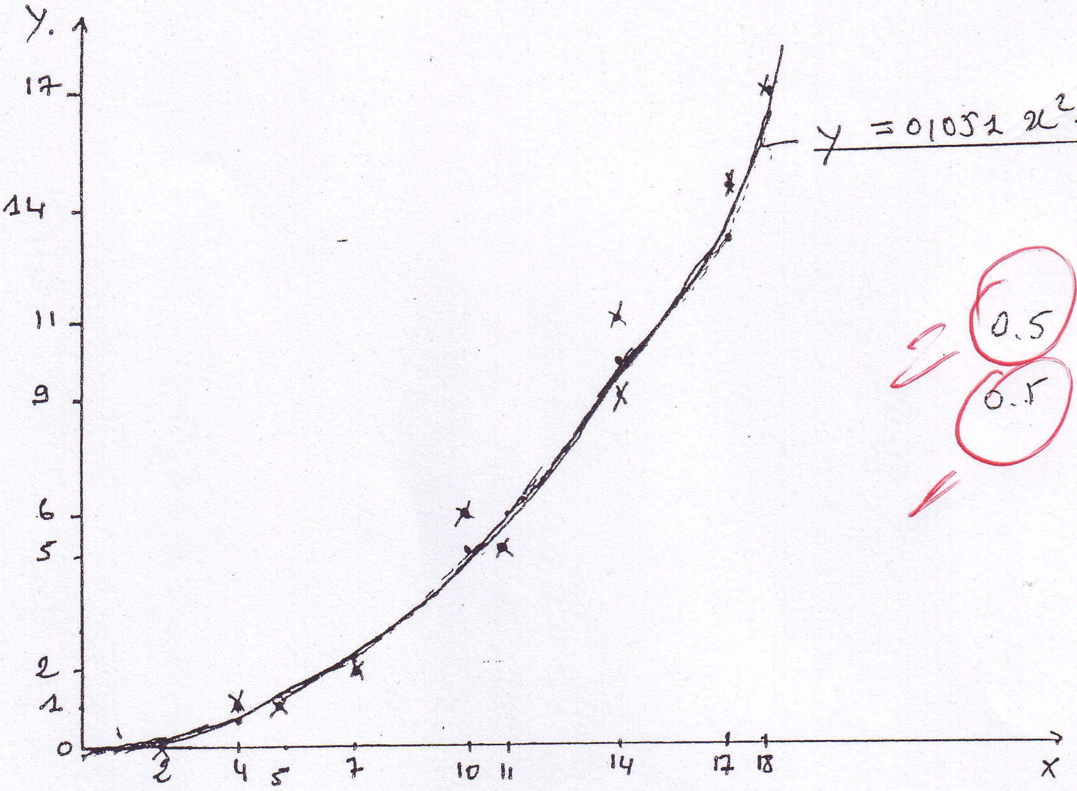
P2

fb/ mehda abderrahmane

7

Exercice n°2. (9 pts).

1)- Le nuage de point :



0.5 → nuage de pts.

0.5 → courbe.

2/ Le coefficient de corrélation :

											Total.
x_i	2	4	5	7	10	11	14	14	17	18	102
y_i	0	1	1	2	6	5	9	11	14	17	6.6
x_i^2	4	16	25	49	100	121	196	196	289	324	1320
y_i^2	0	1	1	4	36	25	81	121	196	289	754
$x_i y_i$	0	4	5	14	60	55	126	154	238	306	962

$$r = \frac{Cov(x,y)}{\sigma_x \, \sigma_y}$$

$\bar{x} = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i = \frac{1}{10} \cdot 102 = 10{,}2$ (0.5), $\bar{y} = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} y_i = \frac{1}{10}\, 66 = 6{,}6$. (0.5)

$var(x) = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{1}{10} \cdot 1320 - (10{,}2)^2 = 132 - (10{,}2)^2 = 132 - 104{,}04 = 27{,}96$.

$\sigma_x = \sqrt{var\,x} = \sqrt{27{,}96} = 5{,}287$ (0,75)

$Var(y) = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} y_i^2 - \bar{y}^2 = \frac{1}{10} \cdot 754 - (6{,}6)^2 = 75{,}4 - 43{,}56 = 31{,}84$.

$\sigma_y = \sqrt{var\,y} = \sqrt{31{,}84} = 5{,}642$ (0,75)

P3

$cov(x,y) = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} x_i y_i - \bar{\bar{x}}\,\bar{\bar{y}} = \frac{1}{10}\, 962 - (6{,}6 \times 10{,}2) = 28{,}88$ (0.5)

$r = \rho_{xy} = \frac{Cov(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{28{,}88}{5{,}287 \times 5{,}642} = 0{,}968$ (0.5)

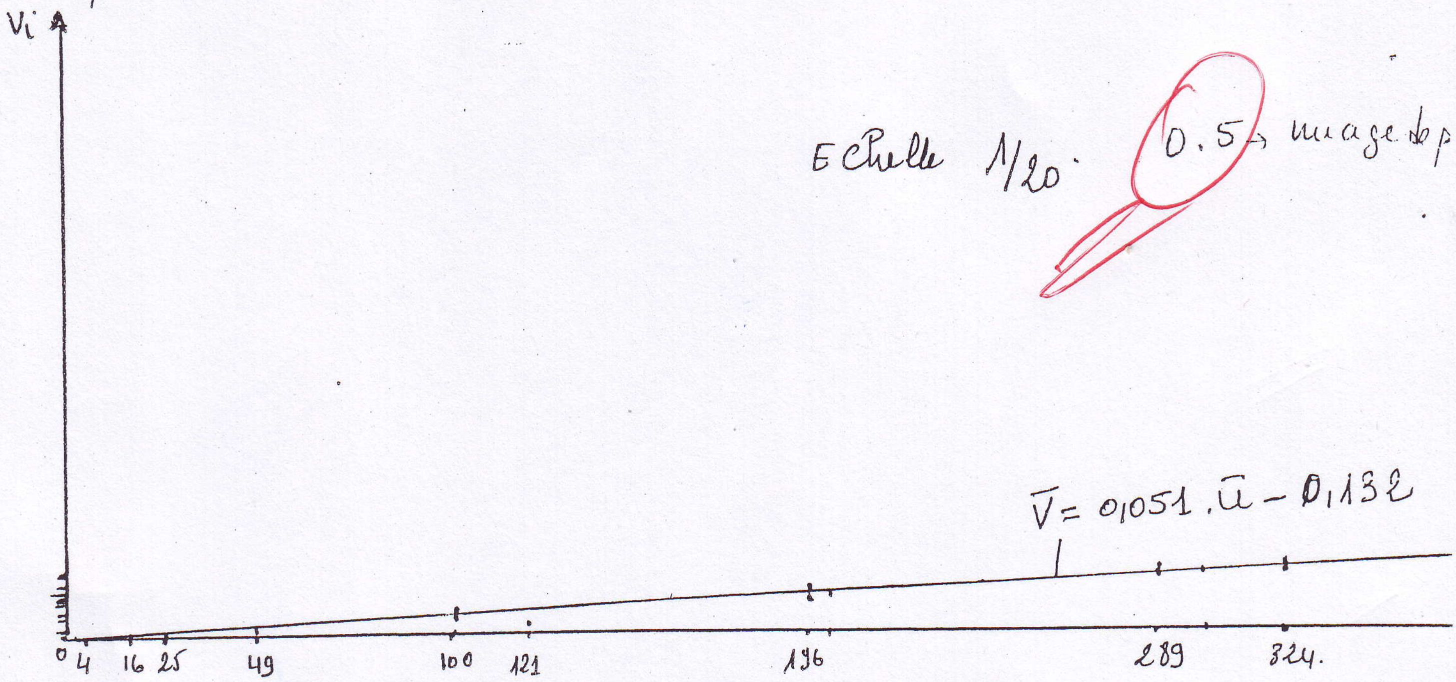
3/ La correlation entre x et y est très forte ~~mais il n'est pas raisonnable de lui ajuster une droite de regression de y en car les points du nuage ne sont pas alignés.~~ (0.5)

4/ determination des couples de points (u_i, v_i).

u_i	4	16	25	49	100	121	196	196	289	324.
v_i	0	1	1	2	6	5	9	11	14	17.

(0.5)

Representation du nuage de point (u_i, v_i).



5/ Ajustement par une droite de regression :

et 6/ L'equation est de la forme $\bar{v} = a\bar{u} + b$.

$a = \frac{Cov(u,v)}{Var(u)}$.

											Total
u_i	4	16	25	49	100	121	196	196	289	324.	1320
v_i	0	1	1	6	6	5	9	11	14	17	66
u_i^2	16	256	625	2401	10.000	14.641	38416	38416.	83521	104976.	293.2
v_i^2	0	1	1	4	36	25	81	121	196	289	754
$u_i v_i$	0	16	25	98	600	605	1764	2156	4046	5508	14818

$$a = \frac{cov(u,v)}{var\, u}$$

$$\begin{cases} \bar{u} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} u_i = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} u_i = \frac{1}{10}\, 1320 = 132. & (0.25) \\ \bar{V} = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{10} v_i = \frac{1}{10}\, 6{,}6 = 6{,}6. = \bar{y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} var(u) = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} u_i^2 - \bar{u}^2 = \frac{1}{10}(293268) - 17424 = 11902{,}8 & (0.5) \\ Cov(u,v) = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} u_i v_i - \bar{u}\bar{v} = \frac{1}{10} \cdot 14818 - (132 \times 6{,}6) = 610{,}6. & (0.5) \end{cases}$$

$$a = \frac{cov(u,v)}{var(u)} = \frac{610{,}6}{11902{,}8} = 0{,}051 \quad (0.25)$$

$$b = \bar{V} - a\bar{u} = 6{,}6 - 0{,}051 \cdot 132 = -0{,}132. \quad (0.25)$$

l'equation de la droite de regression de V en U est :

$$V = 0{,}051 \cdot U - 0{,}132. \quad (0.25)$$

7) l'equation de la courbe de regression de y en x :

on a : $V = 0{,}051\, U - 0{,}132.$ (1)

d'autre part :

$V = y$ et $U = x^2$ (2)

d'après (1) et (2) on aura :

$$y = 0{,}051 \cdot x^2 - 0{,}132. \quad (0.5)$$

La courbe de regression sur le nuage de points (x_i, y_i)

x_i	2	4	5	7	10	11	14	14	17	18
y_i	0,072	0,684	1,143	2,367	4,968	6,039	9,864	9,864	14,607	16,392

8/ Estimation de valeur de y pour $x = 0$ et $x = 10$

X	0	10	~~20~~
Y	−0,132	4,968	~~20,268~~

(0.5)

P05

Exercice N° 03

$\rho^2 = 1$

Rapel : La droite de regression de y en x : $y = ax + b$.
La droite de regression de x en y : $x = \alpha y + \beta$

$\rho = \frac{\mathrm{cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y}$, avec $y = 2x + 5 \Rightarrow a = 2$ et $b = 5$.

$$\rho^2 = \left[\frac{\mathrm{cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y}\right]^2 = \frac{\mathrm{cov}(x,y)}{V(x)} \times \frac{\mathrm{cov}(x,y)}{V(y)} = a \times \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{a} = \frac{1}{2} \quad (\text{car } a = 2).$$

1

On a aussi :

$$\begin{cases} \beta = \bar{x} - \alpha \bar{y} \\ b = \bar{y} - a\bar{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta = \bar{x} - \frac{1}{2}\bar{y} \Rightarrow 2\beta = 2\bar{x} - \bar{y} \\ 5 = \bar{y} - 2\bar{x} \Rightarrow \bar{y} = 2\bar{x} + 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2\beta = 2\bar{x} - (2\bar{x} + 5) = -5$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{-5}{2}$$

1

En Conclusion : $x = \alpha y + \beta = \frac{1}{2} y - \frac{5}{2}$

P06

Exercice N° 04

1°) Il y a 42 façons différentes de taper une touche, et il y a 26 façons différentes de taper une lettre quelconque, alors la probabilité de taper une lettre est égale à

a- $P_1 = \frac{26}{42} = 0,62$

0,5

2°) On admet que l'on peut taper plusieurs fois la même touche. Alors la probabilité de taper une suite de 5 lettres est :

b- $P_2 = \left[\frac{26}{42}\right]^5 = 0,09$

0,5

3°) La probabilité de taper une lettre déterminée (par exple 'o') est :

$P_3 = \frac{1}{42}$

0,5

alors la probabilité de taper le mot "courage" est

c- $P_4 = \left[\frac{1}{42}\right]^7 = 0,43 \times 10^{-11}$

0,5

P07