

EPREUVE DU 3<sup>ème</sup> SEMESTRE

Question de cour : (02) points

1-Démontrer que :  $V(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2 = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i x_i^2 \right] - \bar{x}^2$

Exercice N°01 : (05) points

On a consigné les primes de fin d'année attribuées aux salariés d'une entreprise dans le tableau suivant :

Primes / mille DA	[0; 6[	[6; 10[	[10; 14[	[14; 16[
Effectifs	41	79	78	2

- 1) Quelle est la population étudiée?
- 2) Quel est le caractère étudié?
- 3) Quelle est la nature de ce caractère?
- 4) Pourquoi a-t-on regroupé les primes en classes ?
- 5) Déterminer la moyenne..
- 6) Déterminer la variance et l'écart-type
- 7) Tracer la courbe cumulative des effectifs.
- 8) Déterminer graphiquement la médiane et interpréter....

Exercice N°02 : (05) points

Le tableau suivant donne la dépense, en millions de dinars, des ménages en produits informatiques (matériels, logiciels, réparations) de 1991 à 1995

Année	1991	1992	1993	1994	1995
Rang $x_i$ de l'année	1	2	3	4	5
Dépense $y_i$	360	610	720	800	910

- 1- Représenter le nuage de points  $M(x_i, y_i)$  dans un repère orthogonal.
- 2- L'ajustement affine vous paraît-il justifié ?
- 3- Faire un ajustement par la méthode des moindres carrés.
- 4- Vérifier que le point moyen est sur la droite d'ajustement.
- 5- Quelle est la dépense en 1999?

Exercice N°3 : (04) points

On jette une pièce de monnaie 3 fois de suite., soit  $X$  le nombre de piles obtenus.

- 1) Déterminer la loi de probabilité de  $X$
- 2) Déterminer l'espérance mathématique, et la variance.

Exercice N°4 : (04) points

Calculer les probabilités  $P(A)$ ,  $P(B)$ . si événements  $A$  et  $B$  sont:

$A$  : Obtenir au moins deux 6 en lançant 10 dés ?

$B$  : Obtenir au moins une paire de 6 en lançant 5 paires de dés ?

Quel est l'événement le plus probable ?

بالتوفيق

**CORRIGEE-TYPE D'EPREUVE DU TROISIEME SEMESTRE****MODULE STAT ET PROBA . ANNEE SCOLAIRE 2016/2017****Question de cour : (2 points)**

$$\begin{aligned}
 V(x) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i (x_i^2 - 2x_i \bar{x} + \bar{x}^2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i x_i^2 - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p 2n_i x_i \bar{x} + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p \bar{x}^2 n_i \\
 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i x_i^2 - 2\bar{x} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i x_i \right) + \bar{x}^2 \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i \right) = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i x_i^2 \right] - 2\bar{x} (\bar{x}) + \bar{x}^2 (1) = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i x_i^2 \right] - \bar{x}^2
 \end{aligned}$$

**Exercice N°01: (5 points)**

- 1) La population étudiée est l'ensemble des salariées de l'entreprise considérée... (0.5 point)
- 2) Il s'agit du montant de la prime de fin d'année... (0.5 point)
- 3) Ce caractère pouvant prendre toutes les valeurs d'un intervalle, le caractère est quantitatif continue.. (0.5 point)
- 4) Le caractère étant continu, les modalités sont regroupées en intervalle (les classes)..... (0.5 point)
- 5) Notons  $\bar{x}$  la moyenne cherchée. Pour calculer cette moyenne, on complète le tableau en calculant les milieux des classes. On a :

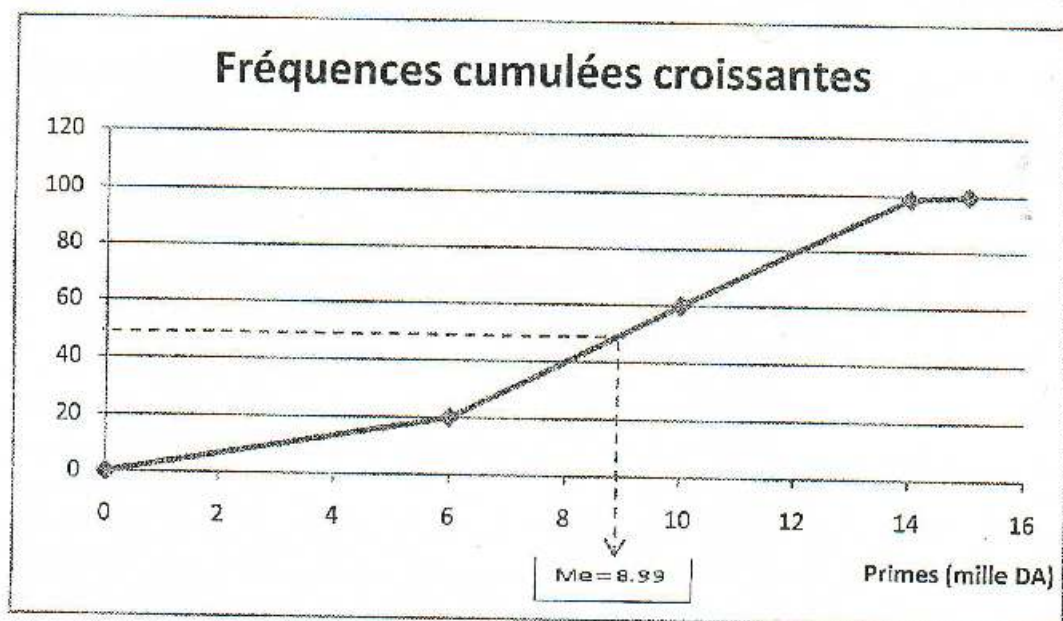
$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i c_i = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 n_i c_i = \frac{(41 \times 3) + (79 \times 8) + (78 \times 12) + (2 \times 15)}{41 + 79 + 78 + 2} = 8.6 \text{ mille DA.} \dots (0.5 \text{ point})$$

- 6) Notons  $V(x)$  la variance de la série statistique et  $\sigma(x)$  son écart-type. On a :

$$\begin{aligned}
 V(x) &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i (c_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 n_i (c_i - 8.6)^2 = \frac{41 \times (3-8.6)^2 + 79 \times (8-8.6)^2 + 78 \times (12-8.6)^2 + 2 \times (15-8.6)^2}{41+79+78+2} = \\
 V(x) &= 11.48 \dots (0.5 \text{ point})
 \end{aligned}$$

On a donc :  $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{11.48} = 3.38$  mille DA. .... (0.5 point)

- 7) Tracer la courbe cumulative des effectifs..... (0.5 point)



- 8) On obtient  $Me \approx 8.89$  mille DA ..... (0.5 point)

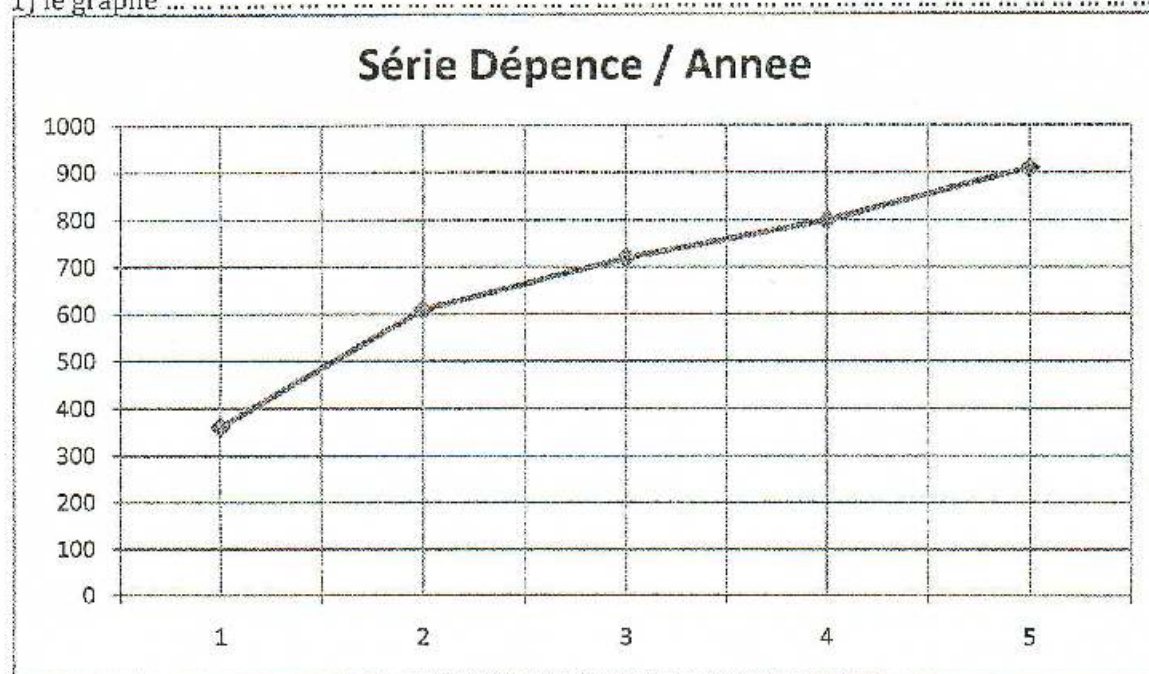
50% des salariés touchent une prime inférieure à 8.89 mille DA.

- 50% des salariés touchent une prime supérieure à 8.89 mille DA. .... (0.5 point)



**exercice N°02: (5 points)**

1) le graphe ..... (0.5 point)



2) le nuage de points est allongé, l'ajustement affine est justifié ..... (0.5 point)

3) la méthode des moindres carrés

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p x_i = 3 \quad \dots \quad (0.5 \text{ point}) \quad , V(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p x_i^2 - \bar{x}^2 = 2 \quad \dots \quad (0.5 \text{ point})$$

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p y_i = 680 \quad \dots \quad (0.5 \text{ point}) \quad , \text{cov}(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p x_i y_i - \bar{x}\bar{y} = 258 \quad \dots \quad (0.5 \text{ point})$$

$$a = \frac{\text{cov}(X)}{V(X)} = 129 \quad \dots \quad (0.5 \text{ point}) \quad b = \bar{y} - 129\bar{x} = 293 \quad \dots \quad (0.5 \text{ point})$$

Donc la droite d'ajustement est :  $y = 129x + 293$ 4)  $129 \times 3 + 293 = 680$  donc le point moyen  $G_m(3 ; 680)$  est sur la droite d'ajustement..... (0.5 point)5) pour  $x_i = 9$  on a  $y = 129 \times 9 + 293 = 1454$  ..... (0.5 point)

	x	x <sup>2</sup>	y	y <sup>2</sup>
	1	1	360	129600
	2	4	610	372100
	3	9	720	518400
	4	16	800	640000
	5	25	910	828100
<b>moyenne</b>	<b>3</b>	<b>9</b>	<b>680</b>	<b>462400</b>
<b>variance</b>	v(x)	<b>2</b>	v(y)	<b>35240</b>
<b>covariance</b>	cov(x;y)	<b>258</b>		
<b>la droite</b>	a	<b>129</b>		
	b	<b>293</b>		

**Exercice N°03:** (4 points)

1)  $\Omega = \{(p; p, p); (p; p, f); (p, f; p); (p, f; f), (f, p; p), (f, p; f), (f, f; p), (f, f; f)\}$

Card  $\Omega = 8$  ..... (0.5 point)

$X \in \{0; 1; 2; 3\}$ , donc  $P(X=0) = \frac{1}{8}$ ,  $P(X=1) = \frac{3}{8}$ ,  $P(X=2) = \frac{3}{8}$ ,  $P(X=3) = \frac{1}{8}$

la loi de probabilité de X est ..... (1.5 points)

x	0	1	2	3
P	1/8	3/8	3/8	1/8

2) l'espérance mathématique  $E(X) = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = 1.5$  ..... (1 point)

La variance  $V(X) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p p_i x_i^2 - E^2(X) = 0.75$  ..... (1 point)

**Exercice N°04**(4 points)

1) Elle correspond à un lancement successif et avec remise c-a-d : Les répétitions sont possibles, l'ordre est important donc on a des listes :

$$\text{Card } \Omega_1 = 6^{10}$$

A : « Obtenir au moins deux 6 en lançant 10 dés » et si on pose :

$A_1$  : « ne pas obtenir de 6 en lançant 10 dés » le numéro 6 est absent dans les résultats on trouve

$$(6 - 1)^{10} = 5^{10} \text{ de } 10 - \text{uplets ne contient pas le numero 6 donc :}$$

$$P(A_1) = \frac{5^{10}}{6^{10}} \dots \dots \dots (0.5 \text{ point}),$$

et si on pose :

$A_2$  : « Obtenir exactement un 6 en lançant 10 dés » Il ya 10 positions possibles pour le 6 et chaque autre élément peut prendre 5 valeurs possibles cela fait donc  $10 \times (5^9)$  élément Alors :

$$P(A_2) = \frac{5^9}{6^{10}} \times 10 \dots \dots \dots (0.5 \text{ point})$$

$$\text{La probabilité qu'il y ait au plus un 6 est donc : } P(A_1) + P(A_2) = \frac{5^{10}}{6^{10}} + \frac{5^9}{6^{10}} \times 10 = \frac{5^{10}}{6^{10}} \times 3$$

$$(\text{puisque } A_1 \text{ et } A_2 \text{ sont disjoints.}) \dots \dots \dots (0.5 \text{ point})$$

La probabilité d'obtenir au moins deux 6 est alors

$$P(A) = 1 - P[(A_1 \cup A_2)^c] = 1 - \frac{5^{10}}{6^{10}} \times 3 \approx 0.5154 \dots \dots \dots (0.5 \text{ point})$$

2-(meme chose) Les répétitions sont possibles, l'ordre est important donc on a des listes

$$\text{Card } \Omega_2 = 36^5$$

B : Obtenir au moins une paire de 6 en lançant 5 paires de dés

$$B^c : \text{pas de paires de 6} \dots \dots \dots (0.5 \text{ point})$$

$$P(B^c) = \frac{35^5}{36^5} \dots \dots \dots (0.5 \text{ point})$$

$$\text{donc } P(B) = 1 - P(B^c) = 0.131 \dots \dots \dots (0.5 \text{ point})$$

$$\text{Donc le plus probable est l'événement : A} \dots \dots \dots (0.5 \text{ point})$$