Probabilitas (lanjutan)

Pertemuan 6- Statistika & probabilitas-Ani Apriani

Probabilitas Peristiwa Independen

Dua peristiwa dikatakan bebas atau independen atau bebas statistis jika terjadinya atau tidak terjadinya peristiwa yang satu tidak mempengaruhi atau dipengaruhi oleh yang lainnya (Sudjana, 2004).

- Dua kejadian A dan B dalam ruang sampel S dikatakan saling bebas jika kejadian A tidak mempengaruhi kejadian B dan sebaliknya kejadian B tidak mempengaruhi kejadian A (DR.Boediono, 2014). Jika peristiwa A dan B adalah dua peristiwa saling bebas maka probabilitas peristiwa A dan B didefinisikan sebagai :

$$P(A \cap B) = P(A)\ x\ P(B)$$

Probabilitas Peristiwa Dependen

Dua peristiwa yang terjadi berurutan dapat dikatakan dependen jika peristiwa pertama mempengaruhi peristiwa kedua sehingga besar probabilitas peristiwa *A* dan peristiwa *B* adalah : $P(A \cap B) = P(A)\ x\ P(B|A)$

Probabilitas terjadinya kejadian *A* bila kejadian *B* telah terjadi disebut probabilitas bersyarat yang ditulis P(*A*|*B*) dan dirumuskan sebagai berikut :

$$\mathrm{P}(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\mathrm{P}(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Contoh 1:

- Misalkan, di sebuah kotak terdapat 3 buah bola putih dan 7 bola hitam. Jika diambil 2 bola satu per satu tanpa disertai pengembalian, maka berapa probabilitas bola pertama yang terambil adalah putih dan bola kedua adalah hitam?

$$P(A \cap B) = P(A)\ x\ P(B|A) = \frac{3}{10}\ x\ \frac{7}{(10-1)} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$$

Contoh 2: Misalkan diberikan populasi sarjana di suatu kota dibagi menurut jenis kelamin dan status pekerjaan sebagai berikut :

Jenis Kelamin	Bekerja	Menganggur	Jumlah
Laki-laki	460	40	500
Wanita	140	260	400
Jumlah	600	300	900

Dari data tersebut, kemudian akan diambil seorang dari mereka untuk ditugaskan melakukan promosi barang di suatu kota. Bila ternyata yang dipilih adalah dalam status telah bekerja, berapakah probabilitas bahwa dia (a) laki-laki dan (b) wanita.

A: kejadian terpilihnya sarjana telah bekerja

B: kejadian bahwa dia laki-laki

C: kejadian bahwa dia perembuan

$$n(A \cap B) = 460$$

$$\mathrm{P}(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{460/900}{600/900} = \frac{460}{600} = \frac{23}{30}$$

$$\mathrm{P}(C|A) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{140/900}{600/900} = \frac{140}{600} = \frac{7}{30}$$

❑ Ruang Sampel Perkalian

Dalam menghitung ruang sampel *S* dengan menggunakan aturan perkalian, jika kita memiliki *m* unsur *a*1, *a*2, ..., *a*m dan *n* unsur *b*1, *b*2, ...,*b*n yang mengandung unsur dari setiap kelompok akan membentuk *m.n* pasang. Perhatikan percobaan yang terdiri atas pencatatan hari lahir untuk masing-masing dari 20 orang yang dipilih secara acak. Jika kita mengabaikan tahun kabisat dan andaikan ada hanya 365 hari lahir yang mungkin berbeda, carilah banyaknya titik dalam ruang sampel terhadap percobaan ini. Jika kita andaikan bahwa setiap himpunan hari lahir yang mungkin berpeluang sama, berapakah peluang bahwa setiap orang mempunyai hari lahir yang berbeda?

Banyaknya titik sampel:

$$n(A) = (365)(364)(363)\ldots(346)$$

Peluang bahwa setiap orang mempunyai hari lahir yang berbeda:

$$P(A) = \frac{n(A)}{N} = \frac{=(365)(364)(363)\ldots(346)}{(365)^{20}} = 0{,}5886$$

Permutasi

Permutasi artinya menghitung jumlah cara menyusun sebuah objek dengan memperhatikan urutannya. Cara menyusun *r* objek dari *n* objek didefinisikan sebagai berikut :

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Andaikan operasi merakit dalam perencanaan pabrik mengandung empat tahap, yang dibentuk dalam suatu barisan. Jika pemilik pabrik ingin mencoba untuk membandingkan waktu merakit untuk masing-masing barisan, berapa banyak barisan yang berbeda akan dilibatkan dalam percobaan?

$$P_r^n = \frac{4!}{(4-4)!} = 24$$

Kombinasi

Cara menghitung ruang sampel dengan menggunakan kombinasi, artinya menghitung banyaknya cara menyusun suatu objek tanpa memperhatikan urutannya. Cara menyusun *r* objek dari *n* objek tanpa memperhatikan urutannya didefinisikan sebagai :

$$C_r^n = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

Misalkan, 10 orang hadir dalam sebuah pesta. Jika mereka berjabat tangan satu per satu, maka berapa kali jabat tangan yang terjadi dalam pesta tersebut

$$C_r^n = \frac{10!}{2!\,(10-2)!}$$

Rumus Bayes

Secara umum, bila *A*1, *A*2, ...,*A*n kejadian saling lepas dalam ruang sampel *S* dan *B* kejadian lain yang sembarang dalam *S*, maka probabilitas kejadian bersyarat *A*i|*B* dirumuskan sebagai berikut :

- $P\ (A_i|B) = \frac{P(B \cap A_i)}{P(B)} = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(B|A_i)P(A_i)}$

Contoh:

Misalkan, Sebuah perusahaan memiliki 3 mesin *A, B* dan *C* yang masing-masing memproduksi 20%, 30% dan 50% dari total produksi. Dari pengalaman diperoleh informasi bahwa :

- dari mesin *A* terdapat 5% produk yang rusak
  dari mesin *B* terdapat 4% produk yang rusak
  dari mesin *C* terdapat 3% produk yang rusak
  Bila suatu produk yang diambil secara acak dan ternyata rusak. Berapa peluang bahwa produk tersebut berasal dari mesin A?

$$P(A) = 0{,}2 \quad P(B) = 0{,}3 \quad P(C) = 0{,}5$$

$$P(R|A) = 0{,}05 \qquad P(R|B) = 0{,}04 \qquad P(R|C) = 0{,}03$$

$$P(A|R) = \frac{P(R\cap A)}{P(R)} = \frac{P(R|A)P(A)}{P(R|A)P(A)+P(R|B)P(B)+P(R|C)P(C)}$$

$$= \frac{0{,}05(0{,}2)}{0{,}05(0{,}2)+0{,}04(0{,}3)+0{,}03(0{,}5)} = 0{,}2727$$