Ex1 : Sur $\mathbb{R}^2$, On définit la relation $\mathcal{R}$ par :

$$(x,y)\,\mathcal{R}\,(x',y') \iff x = x'$$

Démontrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence, puis déterminer la classe d'équivalence de (a,b).

Ex2 : sur $\mathbb{R}^2$, on définit la relation $\mathcal{R}$ par :

$$(x,y)\,\mathcal{R}\,(x',y') \iff \exists a>0,\ \exists b>0 : x' = ax,\ y' = by.$$

1°. Montrer que $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence.

2°. Donner la classe d'équivalence de : $(1,0)$; $(0,-1)$ et $(1,1)$

3°. Déterminer les classes d'équivalence de $\mathcal{R}$.

Ex3 : E et F deux ensembles et $f : E \longrightarrow F$ une application

on définit la relation $\mathcal{R}$ sur E^2 par :

$$\forall (x,x') \in E^2, \quad x\,\mathcal{R}\,x' \iff f(x) = f(x')$$

1°. Mq : $\mathcal{R}$ est une relation d'équivalence.

2°. Décrire la classe $\bar{x}$ de $x \in E$.

Ex4 : $\forall p \in \mathbb{N}$, $\forall q \in \mathbb{N}$

$$p\,\mathcal{R}\,q \iff 2 \text{ divise } (p-q)$$

1- $\mathcal{R}$ est-elle réflexive ? symétrique ? transitive ? antisymétrique ?

2. $\mathcal{R}$ est une relation d'ordre ou d'équiv.