Entrainement à l'examen

Exercice 1 :

Soit $E = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \ / \ 2x + y + 3z = 0\}$

1) Montrer que E est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$.

2) Donner une base de .

3) E est-il égale à $\mathbb{R}^3$.

Exercice 2 :

1)

Déterminer $m \in R$ pour que :

$$E_m = \{(x, y, z, t) \in R^4 \ / \ x - y + 2z - 3t = m\} \text{ soit un sev de } R^4$$

2) L'ensemble $F = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \ / \ x^2 + y^2 + z^2 = 0\}$ est-il un sev de $\mathbb{R}^3$.

Exercice 3 :

Dans R^2, soit $v_1 = (1,1)$ et $v_2 = (1,-1)$. Montrer que $\{v_1, v_2\}$ est une famille génératrice de R^2.

Exercice 4 :

Calculer le rang de la matrice A :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 2 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

Exercice 5 :

1)

Calculer la matrice inverse de la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

2) En déduire la résolution du système

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ -x + 3y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

Exercice 6 :

Soit la matrice A suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

1) Cette matrice est-elle inversible ? Si oui, donner son inverse.
2) Déterminer les valeurs propres de cette matrice.
3) Déterminer les vecteurs propres associés à ces valeurs propres.
4) La matrice A est-elle diagonalisable ? Si oui, donner la matrice diagonale A' correspondante et indiquer dans quelle base elle est exprimée **(sans faire de calcul !).**
5) Calculer A^n pour $n \in \mathbb{N}$.