Ex1 : les applications suivantes sont-elles injectives, surjectives, bijectives ?

$$f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}, \quad n \longmapsto n+1 \qquad g : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}, \quad n \longmapsto n+1 \qquad h : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad (x,y) \longmapsto (x+y, x-y)$$

Ex2 : Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \dfrac{2x}{1+x^2}$

1- f est-elle injective, surjective ?

2- Montrer que : $f(\mathbb{R}) = [-1,1]$

3- Montrer que la restriction $g : [-1,1] \longrightarrow [-1,1]$, $x \longmapsto f(x)$ est une bijection.

Ex3 : $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}_+^*$, $x \longmapsto \dfrac{e^x + 2}{e^x}$

Démontrer que f est bijective et déterminer sa bijection réciproque

Ex4 : Soit l'application $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $x \longmapsto e^{2x} - 2e^x$

1. Déterminer $f^{-1}\left(\left\{-\frac{3}{4}\right\}\right)$.
2. f est-elle injective.
3. f est-elle surjective.
4. Déterminer $f([-\ln 2, \ln 2])$.

Ex5 : $f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$, $z \longmapsto \dfrac{z}{1+|z|}$

1. Démontrer que $f(z) = f(z') \Longrightarrow |z| = |z'|$. Que déduire
2. $D = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$. Mq : $f(\mathbb{C}) = D$
3. f est-elle une bijection de $\mathbb{C}$ sur D ?