

Fonctions Trigonométrique

$T^{\text{ale}}S$

Auteur : Abdoulaye DABO

Diplômé de la licence de Mathématiques (Université Cheikh Anta Diop de Dakar - F.S.T)

Sommaire

1	Fonction cosinus	2
2	Fonction sinus	2
3	Fonction tangente	3
4	Propriétés	4
5	Formules de Trigonométrie	4
6	Valeurs usuelles	5
7	Résolution d'équations trigonométriques	5

1 Fonction cosinus

- La fonction cosinus est dérivable sur \mathbb{R} et pour tout réel x , $\cos'(x) = -\sin(x)$.

- **Parité :**

La fonction cosinus est paire : $\forall x \in \mathbb{R} \cos(-x) = \cos(x)$.

- **Périodicité :**

La fonction cosinus est 2π périodique : $\forall x \in \mathbb{R} \cos(x + 2\pi) = \cos(x)$.

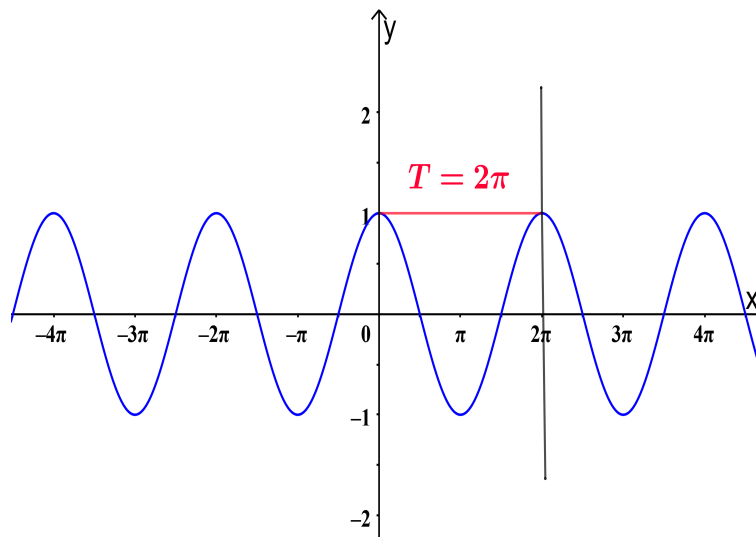


FIGURE 1 – cosinus

2 Fonction sinus

- La fonction sinus est dérivable sur \mathbb{R} et pour tout réel x , $\sin'(x) = \cos(x)$.

- **Parité :**

La fonction sinus est impaire : $\forall x \in \mathbb{R} \sin(-x) = -\sin(x)$.

- **Périodicité :**

La fonction sinus est 2π périodique : $\forall x \in \mathbb{R} \sin(x + 2\pi) = \sin(x)$.

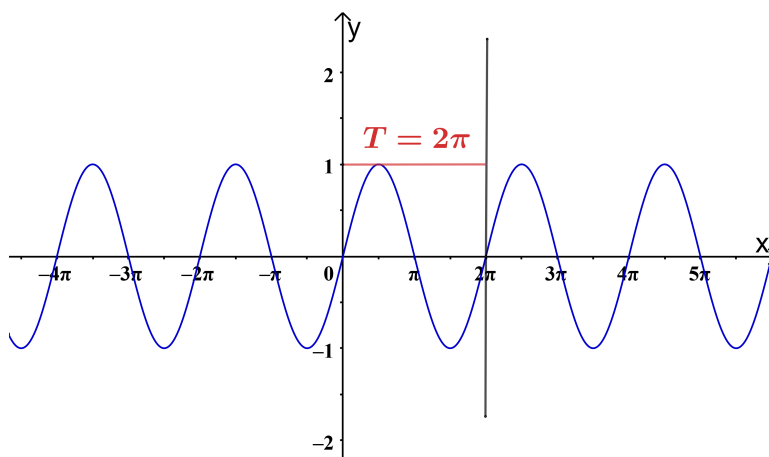


FIGURE 2 – sinus

3 Fonction tangente

- La fonction tangente notée \tan est la fonction qui à x associe $\frac{\sin(x)}{\cos(x)}$.
Elle est définie sur $D = \mathbb{R} - \{\frac{\pi}{2} + 2k\pi\}$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
- La fonction tangente est dérivable sur D et pour tout réel $x \in D$, $\tan'(x) = 1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$.
- **Parité :**
La fonction tangente est impaire : $\forall x \in D \quad \tan(-x) = -\tan(x)$.
- **Périodicité :**
La fonction tangente est π périodique : $\forall x \in D \quad \tan(x + \pi) = \tan(x)$.

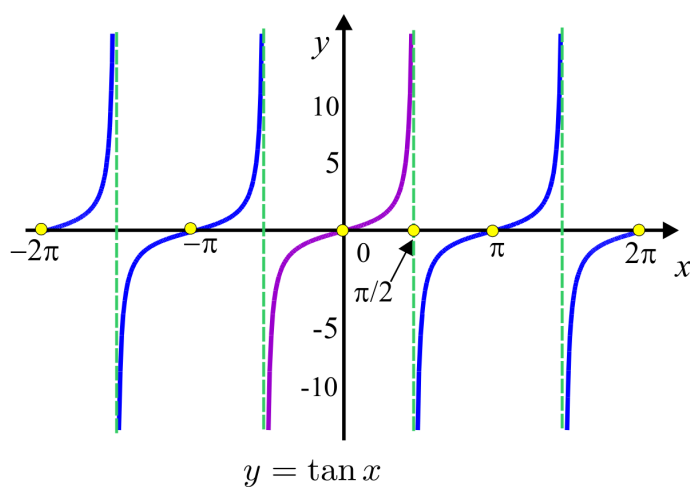


FIGURE 3 – tangente

4 Propriétés

Pour tout réel x on a :

- $-1 \leq \cos x \leq 1$
- $-1 \leq \sin x \leq 1$
- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$
- $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$
- $\sin(x + \pi) = -\sin x$
- $\sin(\pi - x) = \sin x$
- $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin x$
- $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$
- $\sin(x + \pi) = -\cos x$
- $\sin(\pi - x) = -\cos x$

5 Formules de Trigonométrie

Formules d'addition :

Pour tous réels a et b

- $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$
- $\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$
- $\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$
- $\sin(a - b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$
- $\tan(a + b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}$
- $\tan(a - b) = \frac{\tan(a) - \tan(b)}{1 + \tan(a)\tan(b)}$

Formules de duplication :

Pour tous réel a

- $\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$
- $\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$
- $\tan(2a) = \frac{2\tan(a)}{1 - \tan^2(a)}$

Formules de linearisation :

Pour tous réels a et b

- $\cos(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a - b) + \cos(a + b))$
- $\cos^2(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x))$
- $\sin(a) \cdot \sin(b) = \frac{1}{2}(\cos(a - b) - \cos(a + b))$
- $\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$
- $\sin(a) \cdot \cos(b) = \frac{1}{2}(\sin(a + b) + \sin(a - b))$
- $\sin(x) \cdot \cos(x) = \frac{1}{2}\sin(2x)$
- $\sin(b) \cdot \cos(a) = \frac{1}{2}(\sin(a + b) - \sin(a - b))$

6 Valeurs usuelles

On doit connaître les valeurs suivantes des fonctions sinus et cosinus :

x		0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(x)$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(x)$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0

7 Résolution d'équations trigonométriques

Pour tout réel a et b , on a :

$$\cos(a) = \cos(b) \iff b = a + 2k\pi \text{ ou } b = -a + 2k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin(a) = \sin(b) \iff b = a + 2k\pi \text{ ou } b = \pi - a + 2k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

$$\tan(a) = \tan(b) \iff b = a + k\pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

Merci de signaler toutes erreurs via WhatsApp : [+221777426690](https://wa.me/221777426690)