

## SAYILAR TEMEL KAVRAMLAR

### TEMEL KAVRAMLAR:

**Rakam:** Sayıları ifade etmeye yarayan sembollere rakam denir.

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$$

**Sayı:** Bir çokluğu ifade edecek şekilde, rakamların bir araya getirilmesiyle oluşturulan ifadeye sayı denir. 25,  $\frac{1}{4}$ ,  $\sqrt{5}$ , sin 37 gibi

**NOT:** Her rakam bir sayıdır. Ama her sayı bir rakam değildir.

### SAYILARIN SINIFLANDIRILMASI

#### DOĞAL SAYILAR:

Sayma işinde kullanılan ve sonu olmayan 1,2,3,...gibi sayıların her birine sayma sayısı, oluşan kümeye de sayma sayılar kümesi denir. Sayma sayılar kümesi S veya  $N^*$  ile gösterilir.

$$N^* = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

#### TAMSAYILAR:

Bir termometrede 0 ın üstündeki sıcaklıklara artı (+) sıcaklıklar denir. Bu durumda pozitif sayılara ihtiyacımız olduğu gibi negatif sayılara da ihtiyaç vardır.

Sıfırdan büyük sayılara ;+1,+2,+3,... pozitif Tam sayılar denir.

$$Z^+ = \{+1, +2, +3, \dots\}$$

Sıfırdan küçük sayılara; -1, -2, -3,... negatif Tam sayılar denir.  $Z^-$  ile gösterilir.

$$Z^- = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

Pozitif tamsayılar, negatif tamsayılar ve '0' ın beraberce oluşturduğu kümeye Tamsayılar kümesi denir. Z ile gösterilir.

$$Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$$

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Tamsayılar kümesi doğal sayılar kümesini kapsar.  
 $N \subset Z$  veya  $Z \supset N$

**NOT:** "0" sıfır bir tamsayıdır. Fakat ne negatif nede pozitifdir

Ardışık dört çift tamsayının çarpımına 16 eklendiğinde daima bir tamsayının karesi elde edilir.

#### RASYONEL SAYILAR:

$a, b \in Z$ ,  $b \neq 0$  ve a,b aralarında asal olmak üzere olmak üzere  $\frac{a}{b}$  şeklinde yazılabilen sayılara rasyonel sayılar denir.

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z \text{ ve } b \neq 0 \right\} \text{ dır.}$$

Örneğin;

Her tamsayı aynı zamanda bir rasyonel sayıdır

$$5 \in Z \quad \frac{5}{1} = 5 \in Q \quad \text{Buna göre tamsayılar kümesi}$$

Rasyonel sayılar kümesinin alt kümesidir.

$$N \subset Z \subset Q \text{ veya } Q \supset Z \supset N$$

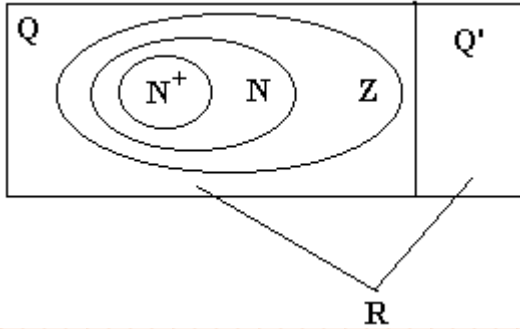
Sayı ekseninde iki rasyonel sayı arasında sınırsız sayıda rasyonel sayı vardır. O halde rasyonel sayı bu sayı ekseninde sıktır. Yani yoğundur. Buna rağmen sayı eksenini tamamen dolduramaz. Çünkü sayı doğrusu üzerinde görüntüsü olduğu halde rasyonel olmayan sayılar da var.

### İRRASYONEL SAYILAR (RASYONEL OLMAYAN)

Sayı ekseninde görüntüsü olup rasyonel olmayan  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt[3]{5}, \pi, e$  gibi sayılara irrasyonel (rasyonel olmayan) sayılar denir  $Q'$  ile gösterilir.

### REEL SAYILAR

Rasyonel sayılar ile irrasyonel sayıların birleşimine Reel sayılar adı verilir.....



$$N^+ \subset N \subset Z \subset Q \subset R, \quad Q' \subset R, \quad Q \cap Q' = \emptyset$$

### ÖRNEK( 1 )

Aşağıdaki sayıları sınıflandırın  
(örneğin  $3 \in N, Z, Q, R$  gibi)

$$-3, \sqrt{2}, 5, 4/7, (2.54), 0$$

### ÇÖZÜM :

Aşağıda her bir sayının hangi kümelere ait olduğu belirtilmiştir

$$-3 \in Z, -3 \in Q, -3 \in R$$

$$\sqrt{2} \in Q', \sqrt{2} \in R$$

$$5 \in N, 5 \in N^+, 5 \in Z, 5 \in Q, 5 \in R$$

$$4/7 \in Q, 4/7 \in R$$

$$(2.54) \in Q, (2.54) \in R$$

$$0 \in N, 0 \in Z, 0 \in Q, 0 \in R$$

### ÖRNEK( 2 )

$x, y \in N$  ve  $2x + 5y = 52$  ise kaç tane  $(x, y)$  ikilisi vardır?

### ÇÖZÜM :

Bu tür sorularda herhangi bir bilinmeyen çekilerek değer verilmesi zaman kaybını önler

$$2x + 5y = 52$$

$$2x = 52 - 5y$$

$$\Rightarrow x = \frac{52}{2} - \frac{5y}{2}$$

$$\Rightarrow x = 26 - \frac{5y}{2} \text{ (burada y'ye 2' nin katı}$$

olan doğal sayıların verilmesi gerektiği görülür. O halde

y	0	2	4	6	8	10
x	26	21	16	11	6	1

o halde cevap 6 dır

## ÖRNEK( 3 )

$a, b \in \mathbb{Z}$  olmak üzere  $a \cdot b = 20$  eşitliğinde  $a + b$  toplamının ,

- En büyük değeri nedir?
- En küçük değeri nedir?
- En küçük doğal sayı değeri nedir?

## ÇÖZÜM :

$a \cdot b$	$a + b$
1.20	$1+20 = 21$
2.10	$2+10 = 12$
4.5	$4+5 = 9$
$(-1) \cdot (-20)$	$-1-20 = -21$
$(-2) \cdot (-10)$	$-2-10 = -12$
$(-4) \cdot (-5)$	$-4-5 = -9$

o halde

- En büyük değeri (21)
- En küçük değeri (-21)
- En küçük doğal sayı değeri (9) olur.

**PÜF NOKTA:** Bu tür sorularda tanım cümlesi çok önemlidir. Soru çözülmeye başlanmadan önce bu tanımlara çok dikkat etmek gerekir. (tanım cümlesi soruda kullanılan değişkenlerin ait olduğu kümelerin belirtildiği ve genellikle sorunun başında yer alan ilk cümledir.) (örneğin bu soruda tanım cümlesi ' $a, b \in \mathbb{Z}$  olmak üzere' dir)

**Kural:** Çarpımı sabit olan iki doğal sayının; toplamının en küçük olabilmesi için bu iki sayı arasındaki fark en az, toplamının en büyük olması için aradaki fark en çok olmalıdır.

Toplamı sabit olan iki doğal sayının çarpımının en çok olabilmesi için iki sayı arasındaki fark en az olmalıdır.

## ÖRNEK( 4 )

$a$  ve  $b$  doğal sayı olmak üzere  $a + b = 12$  ise  $a \cdot b$  en çok kaç olur? en az kaç olur?

## ÇÖZÜM :

$a + b$	$a \cdot b$
0+12	0
1+11	11
2+10	20
3+9	27
4+8	32
5+7	35
6+6	36

o halde en çok 36 ve en az 0 olur

## ÖRNEK( 5 )

$a, b, c$ , pozitif tamsayı  $a \cdot b = 4$  ve  $a \cdot c = 12$  ise  $a + b + c$  nin en küçük değeri nedir?

## ÇÖZÜM :

Bu tür sorularda ortak olan değişkene, eşitlikte verilen sayıları bölen değerler verilmelidir

$a$	$b$	$c$	$a + b + c$
1	4	3	8
2	2	6	10
4	1	12	17

O halde cevap 8 dir.

(ÖSS-99)

**ÖRNEK( 6 )**

a,b,c,d pozitif tamsayılar ve

$$\frac{a}{b} : \frac{7}{10} = c \quad \text{ve} \quad \frac{a}{b} : \frac{14}{45} = d$$

olduğunu göre, c+d nin alabileceği en küçük değer kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

Önce her iki oranda aynı olan  $\frac{a}{b}$  oranını çekelim ve birbirine eşitleyelim

$$\frac{a}{b} = \frac{7c}{10} \quad \text{ve} \quad \frac{a}{b} = \frac{14d}{45} \quad \text{buradan}$$

$$\frac{7c}{10} = \frac{14d}{45}$$

oranı elde edilir. Gerekli sadeleştirmeler yapılırsa

$$\frac{c}{d} = \frac{4}{9} \quad \text{elde edilir.}$$

O halde 4+9=13 olur.

(ÖSS 2002)

**ÖRNEK( 7 )**

62 kalem , 5 lik, 6 lık ve 8 lik guruplara ayrılarak paketlenmiştir.

Toplam paket sayısı 11 olduğuna göre , içinde 5 kalem olan paket sayısı en çok kaçtır? (ÖSS 2002)

**ÇÖZÜM :**

5lik gurup sayısı x,

6 lık grup sayısı y

8 lik grup sayısı z olsun

$x+y+z=11$  olacağından y ve z ye küçük değer verilmelidir ki x büyük olsun

o halde y =1 ve z=2 için x= 8 olur.

**ÖRNEK( 8 )**

1 den 54 e kadar olan tamsayılar soldan sağa doğru yan yana yazılarak

$$a = 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 \ 8 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ \dots 53 \ 54$$

şeklinde 99 basamaklı bir sayı elde ediliyor. Buna göre soldan 50. Rakam kaçtır? (ÖSS 2003)

**ÇÖZÜM :**

Bir basamaklı sayılar 1– 9 => 9 tane

50–9 =41 rakam kaldı. 9 dan sonraki sayılar 2 rakam içeriyor. 20 sayı  $20 \times 2 = 40$  rakam eder önceden de 9 sayı vardı etti 29. sonraki sayımı 30 ve bizim bir rakama ihtiyacımız var oda 3 tür

**ÖRNEK( 9 )**

En büyük negatif tamsayı, en küçük pozitif tamsayıdan kaç küçüktür?

**ÇÖZÜM :**

En büyük negatif tamsayı –1

En küçük pozitif tamsayı 1

O halde  $1 - (-1) = 2$  olur

**ÖRNEK( 10 )**

x,y,z birbirinden farklı doğal sayılar,  $3x + 4y + 5z$  toplamının en küçük değeri kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

Soruda birbirinden farklı dediği için en büyük katsayılı değişkene en küçük değer verilmelidir.

O halde z=0, y=1 ve x=2 seçilirse sonuç:

$$3.2 + 4.1 + 5.0 = 10 \text{ olur}$$

## ÖRNEK( 11 )

$\frac{2-x}{5}$  ve  $\frac{5}{2-x}$  kesirleri birer tamsayı belirtiyorsa x'in alabileceği değerler toplamı nedir?

## ÇÖZÜM :

Çarpmaya göre tersi de bir tamsayı olan sadece 1 ve -1 sayıları vardır. Bu kesirleri 1 ve -1 'e eşitleyerek x'i bulalım

$$\frac{2-x}{5} = 1 \Rightarrow 2-x = 5 \Rightarrow x = -3$$

$$\frac{2-x}{5} = -1 \Rightarrow 2-x = -5 \Rightarrow x = 7 \text{ o halde}$$

$$-3+7=4 \text{ olur.}$$

## ÖRNEK( 12 )

$x, y, z \in \mathbb{Z}$  ve  $x \cdot y = 22$  ,  $y \cdot z = -14$  ise  $x+y+z$  en az kaçtır?

## ÇÖZÜM :

Ortak olan y olduğundan, y'ye 22 ve -14 'ü bölen sayılar verilmelidir.

x	y	z	x+y+z
22	1	-14	9
11	2	-7	6
-22	-1	14	-9
-11	-2	7	-6

Tablodan da görüleceği üzere cevap -9 dur

## ÖRNEK( 13 )

$a, b, c \in \mathbb{Z}^+$  ve  $a \cdot b = 15$  ,  $b \cdot c = 25$  ise  $a+b+c$  nin en büyük değeri en küçük değerinden kaç fazladır?

## ÇÖZÜM :

Ortak olan b olduğundan önce b ye 15 ve 25 'i bölen değerler vermeliyiz.

a	b	c	a+b+c
15	1	25	41
3	5	5	13

$$41-13=28 \text{ eder.}$$

## ÖRNEK( 14 )

$a, b \in \mathbb{N}$  olmak üzere  $2a+3b=18$  şartını sağlayan kaç (a,b) ikilisi vardır?

## ÇÖZÜM :

b yi çekecek olursak

$$3b = 18 - 2a \Rightarrow \frac{3b}{3} = \frac{18}{3} - \frac{2a}{3} \Rightarrow b = 6 - \frac{2a}{3}$$

burada a'ya 3'ün katı olan sayılar verilmelidir.

O halde ;

a	0	3	6	9
b	6	4	2	0

**Dikkat:** a sayısının 3'er 3'er, arttığını, buna karşın b'nin 2'şer 2'şer azaldığına dikkat edin.

O halde 4 tane (a,b) ikilisi vardır diyebiliriz.

## ÖRNEK( 15 )

$x, y \in \mathbb{N}^+$  için  $x^2 - y^2 = 33$  ise  $x$ 'in en büyük değeri kaçtır?

## ÇÖZÜM 1:

$x^2 = y^2 + 33$  burada  $y$ 'ye tek tek değer vererek  $x$  in alabileceği en büyük değer bulunur.  $Y$  eğer 16 seçilirse  $x^2 = 256 + 33 = 289$  olur ki  $17^2 = 289$  olduğunda  $x=17$  çıkar (bu yol uzun ve zahmetli olduğu için tavsiye etmem)

## ÇÖZÜM 2:

$x^2 - y^2$  ifadesi iki kare farkından açılırsa (bu konu ilerde anlatılacaktır)

$$\begin{aligned} (x-y)(x+y) &= 33 \\ 1 \cdot 33 &\dots\dots(1) \\ 3 \cdot 11 &\dots\dots(2) \end{aligned}$$

(1) den  $x-y=1$  ve  $x+y=33$  denklemleri çözülürse

$$\begin{aligned} x-y &= 1 \\ + x+y &= 33 \\ \hline 2x &= 34 \quad x=17 \end{aligned}$$

(2) den  $x-y=1$  ve  $x+y=33$  denklemleri çözülürse

$$\begin{aligned} x-y &= 1 \\ + x+y &= 11 \\ \hline 2x &= 14 \quad x=7 \text{ olur} \end{aligned}$$

görüldüğü gibi  $x$ 'in en büyük değeri 17 dir

## ÖRNEK( 16 )

$a, b \in \mathbb{N}$  için  $a + \frac{8}{b} = 12$  ise  $a$ 'nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

## ÇÖZÜM :

Burada  $b$ 'ye 8'i bölen sayılar verilmelidir

a	4	8	10	11
b	1	2	4	8

Bu durumla  $a$ 'nın alacağı değerler toplamı 33 olur

## TEK VE ÇİFT SAYILAR

2 ile tam bölünen sayılara çift sayı, bölünemeyenlere de tek sayı denir.

$n \in \mathbb{Z}$  olmak üzere çift sayılar :  $2n$

Tek sayılar :  $2n-1$  yada  $2n+1$

$$T = \{\dots -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots 2n-1, 2n+1, \dots\}$$

$$\mathbb{C} = \{\dots -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots 2n, 2n+2, \dots\}$$

$t$  = tek sayılar ,  $\mathbb{C}$  = çift sayılar

## Özellikleri:

$$\begin{array}{lll} t \pm t = \mathbb{C} & t \cdot t = t & n \in \mathbb{N}^+ \text{ için} \\ t \pm \mathbb{C} = t & t \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C} & t^n = t \\ \mathbb{C} \pm t = t & \mathbb{C} \cdot t = \mathbb{C} & \mathbb{C}^n = \mathbb{C} \text{ dir.} \\ \mathbb{C} \pm \mathbb{C} = \mathbb{C} & \mathbb{C} \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C} & \end{array}$$

**Kural:** Bir çarpma işleminde sonuç tek ise bütün çarpanlar tektir. Sonuç çift ise; çarpanlardan en az biri çifttir.

## ÖRNEK( 17 )

$3^2 \cdot 5^5 \cdot 11 = a$  ise  $a$  tektir.

$2 \cdot 5 + 4 \cdot 7^9 \cdot 2^3 = b$  ise  $b$  çift sayıdır

## ÖRNEK( 18 )

a bir tamsayı ise;

$$a^2 \cdot 3 \cdot 2a^2, a^3 \cdot 5a^2 \cdot 20, 2a + 3, 3a^2 - 2, 4a^3$$

ifadelerinin hangileri hakkında kesin bir şey söylenebilir?

## ÇÖZÜM :

$a^2 \cdot 3 \cdot 2a^2$  ifadesi içinde 2 olduğundan çifttir.

$a^3 \cdot 5a^2 \cdot 20$  ifadesi içinde 20 olduğundan çifttir.

$2a + 3$  2a çift ve 3 tektir. bu durumda çift + tek tek olur

$3a^2 - 2$  a'nın ne olduğu bilinmediğinden  $3a^2$  hakkında, dolayısıyla  $3a^2 - 2$  hakkında bir şey söylenemez

$4a^3$  ifadesi içinde 4 olduğundan çifttir

## ÖRNEK( 19 )

a,b,c pozitif tamsayılarıdır.  $\frac{3c + 7b}{2a} = 5$  ise

A.H.Doğrudur

- A) c tek ise b tektir      B) b tek ise c çifttir  
C) a çift ise c tektir      D) a çifttir      E) a tektir.

## ÇÖZÜM :

Bu tür sorulara içler dışlar çarpımı yapılarak başlanır

$$3c + 7b = 10a$$

Burada 10a çifttir. 3c ve 7b ifadeleri hakkında ise kesin hüküm verilemez. Ancak eşitliğin sağ tarafı çift olduğundan 3c ve 7b ya ikisi de çift, yada ikisi de tek olmalıdır. Bu durumda cevap A şıkkıdır.

## ÖRNEK( 20 )

a,b,c birer tamsayı ve

$$a \cdot b = 2c - 1$$

olduğuna göre , A.H doğrudur?

- A) a ve b tek sayılardır  
B) a ve b çift sayılardır  
C) a çift, b tek sayıdır.  
D) a-b tek sayıdır.  
E) a+b tek sayıdır. (ÖSS 2002)

## ÇÖZÜM :

$a \cdot b = 2c - 1$  ifadesinde 2c çift(2'den dolayı) ve 1 de tek olduğundan eşitliğin sol tarafı Ç+T=T olur. Bu durumda sağ tarafın da tek olması gerek. (kural: bir ifade tek ise ifadeyi oluşturan tüm terimler tektir) o halde a ve b tek olmalıdır. yani cevap A şıkkıdır.

## ÖRNEK( 21 )

Bir a sayma sayısı için  $3a^2 - 4a + 5$  ifadesi tek ise A.H. çifttir?

- A)  $\frac{6a - 2}{2}$       B) a+7      C)  $a^3 - 3a + 4$   
D)  $a^a + 5$       E) 7a+9

## ÇÖZÜM :

$$3a^2 - 4a + 5 = \text{TEK}$$

4a çift ve 5 tek olduğundan  $3a^2$  ifadesi çift olmalıdır. Bu durumda a çifttir.

a'ya -2,0,2 gibi çift değerler vererek şıklardan doğru olanı bulabiliriz. En kolayı 0 olduğundan 0 verelim. Bu durumda

$$A) \frac{6 \cdot 0 - 2}{2} = -1 \text{ tek}$$

$$B) 0 + 7 = 7 \text{ tek}$$

$$C) 0^3 - 3 \cdot 0 + 4 = 4 \text{ çift}$$

$$D) 0^a + 5 = 5 \text{ tek}$$

$$E) 7 \cdot 0 + 9 = 9 \text{ tek}$$

O halde cevap C şıkkı olur.



## ÖRNEK( 22 )

$x, y \in \mathbb{Z}$  için  $\left. \begin{array}{l} 5xy \rightarrow \text{çift} \\ x + y + 4 \rightarrow \text{tek} \end{array} \right\}$  ise A.H. daima doğrudur?

- A)  $x+4y \rightarrow \text{çift}$       C)  $2x^2 - y^2 \rightarrow \text{çift}$   
 B)  $y+4x \rightarrow \text{tek}$       D)  $2x-5y \rightarrow \text{çift}$   
 E)  $x^2 + y^2 \rightarrow \text{tek}$

## ÇÖZÜM :

Önce  $x$  ve  $y$  'nin teklik çiftlik durumunu belirlemeliyiz.

$5xy$  çift ise  $x$  ve  $y$  den en az biri çift olmalıdır.

$x+y+4$  tek ise  $x+y$  tek olmalıdır. Bu durumda da  $x$  ve  $y$  den yalnız biri çift olmalıdır diyebiliriz. O halde  $x$  ve  $y$  den birini tek birini çift seçerek denemeler yaparız

önce  $x=1$  ,  $y=0$  sonra  $x=0$  ,  $y=1$  değerlerini verelim

- A)  $1+4.0=1$  tek ,  $0+4.1=4$  çift  
 B)  $0+4.1=4$  çift ,  $1+4.0=1$  tek  
 C)  $2.1^2 - 0^2 = 2$  çift ,  $2.0^2 - 1^2 = -1$  tek  
 D)  $2.1-5.0=2$  çift ,  $2.0-5.1=-5$  tek  
 E)  $1^2 + 0^2 = 1$  tek ,  $0^2 + 1^2 = 1$  tek

bu durumda her iki değer için de doğru olan şık E şikkidir.

## ÖRNEK( 23 )

$a \in \mathbb{Z}$  olmak üzere  $a^3 - 2$  tek ise A.H. daima çifttir?

- A)  $a^2 - a - 3$       B)  $\frac{a-1}{2}$       C)  $\frac{a^2+1}{2}$   
 D)  $\frac{a^3-a^2}{a}$       E)  $a^3 - 5a^2 + 1$

## ÇÖZÜM :

$a^3 - 2$  ifadesinde 2 çifttir. Bu durumda  $a^3$  tek, dolayısıyla  $a$  tek olmalıdır.  $a$  ya 1,3 gibi değerler veririz. 1 için doğruysa 3 için kontrol etmeliyiz.

A)  $1^2 - 1 - 3 = -3$  tek

B)  $\frac{1-1}{2} = 0$  çift ,  $\frac{3-1}{2} = 1$  tek

C)  $\frac{(-1)^2+1}{2} = 1$  tek

D)  $\frac{1^3-1^2}{1} = 0$  çift

E)  $1^3 - 5.1^2 + 1 = -3$  tek

O halde doğru cevap D şikkidir.



## ÖRNEK( 24 )

x çift bir tamsayı olmak üzeri A.H. daima doğrudur?

(I)  $x^2 + x + 1 \rightarrow \text{tek}$

(II)  $\frac{x^2 + x}{x} \rightarrow \text{tek}$

(III)  $(x + 2)^x \rightarrow \text{çift}$

(IV)  $(x + 2)^3 \rightarrow \text{çift}$

- A) I,II      B) I,III      C) II,III,IV  
D) I,IV      E) Hepsi

## ÇÖZÜM :

Bu soruyu diğerlerinden farklı olarak değer vermeden çözelim  $x \rightarrow \text{Ç}(\text{çift})$  olduğundan

(I)  $\text{Ç}^2 + \text{Ç} + 1 \rightarrow \text{Ç} + 1 \rightarrow \text{tek}$  daima doğru

(II)  $\frac{x(x+1)}{x} = x + 1 \rightarrow \text{Ç} + 1 \rightarrow \text{tek}$  ancak x çift olduğundan 0 da verilebilir. Bu durumda ifade tanımsız olacağından (II) şıkkı daima doğru değil

(III) x negatif seçildiğinde ifade bir basit kesire döner ki o zaman da teklik çiftlikten bahsedilemez. Çünkü teklik ve çiftlik sadece tamsayılara has bir durumdur. yani bu şıkta daima doğru değil

(IV) Soru sadece teklik çiftlik sorusu ise kuvvet pozitif tamsayı iken , kuvvet yokmuş gibi işlem yapılabilir

$(\text{Ç}+2) \rightarrow \text{Ç}$  o halde bu şık daima doğrudur.

O halde cevap D şıkkıdır.

## ÖRNEK( 25 )

$x, y, z \in \mathbb{Z}$  ve  $\frac{3xy - 5}{2} = z$  ise A.H.Daima

Doğrudur?

- A) x tek      B) y tek ise z çift      C) z tek  
D) x tek ise y tek      E) x tek ise y çift

## ÇÖZÜM :

içler dışlar çarpımı yaparsak

$$3xy - 5 = 2z$$

$$3xy = 2z + 5$$

$2z + 5 \rightarrow \text{Ç} + 5 \rightarrow \text{T}$  tir. O halde  $3xy$  de tektir. Bu durumda x ve y de tek olmalıdır. Yani cevap D şıkkıdır.

## ÖRNEK( 26 )

$a^b + 2a + 4$  sayısı tek doğal sayı ise A.H.daima tek sayıdır?

- A)  $a^2 + 3a$       B)  $a+1$       C)  $b+1$   
D)  $a^{4b} + 2b$       E)  $a+2b-3$

## ÇÖZÜM :

$$2a+4 \rightarrow \text{Ç} + \text{Ç} \rightarrow \text{Ç}$$

$a^b + \text{Ç} \rightarrow \text{T}$  ise  $a^b \rightarrow \text{T}$  olmalıdır. b'nin 0 olması halinde a'nın tek yada çift olması mühim değildir, her halükarda  $a^b = 1$  olup tektir. B sıfır olmazsa bu durumda b nin pozitif ve a nın tek olması gerek. Sonuç olarak a hakkında kesin bir hükmümüz olmadığından;

A)  $a(a+3) \rightarrow \text{Ç}$  (a nın her durumu için)

B)  $a+1 \rightarrow$  belli değil

C)  $b+1 \rightarrow$  belli değil

D)  $a^{4b} + 2b \rightarrow (a^b)^4 + 2b$  olarak düzenlersek

$(a^b)^4 \rightarrow \text{T}$  ve  $2b \rightarrow \text{Ç}$  olduğundan  $\text{T} + \text{Ç} \rightarrow \text{T}$  olur.

E)  $a+2b-3 \rightarrow$  belli değil (a nın ne olduğunu bilmiyoruz)

## POZİTİF VE NEGATİF SAYILAR

$$\begin{aligned}
 (+) + (+) &= (+) & (+) \div (+) &= (+) \\
 (+) + (-) &= \text{Mutlak değerce} & (+) \div (-) &= (-) \\
 (-) + (+) &= \text{büyük olan} & (-) \div (+) &= (-) \\
 (-) + (-) &= (-) & (-) \div (-) &= (+)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (+) \cdot (+) &= (+) \\
 (+) \cdot (-) &= (-) \\
 (-) \cdot (+) &= (-) \\
 (-) \cdot (-) &= (+)
 \end{aligned}$$

→ Pozitif sayıların tüm kuvvetleri pozitiftir.  
 → Negatif sayıların tek kuvvetleri negatif, çift kuvvetleri ise pozitiftir.

$$2^5, 2^3, (-2)^4, (-2)^{-2} \text{ pozitif}$$

$$(-2)^{-5}, -2^3 \text{ negatif}$$

## ÖRNEK( 27 )

x negatif çift tamsayı ise A.H. her zaman pozitif tek tamsayıdır?

$$\begin{aligned}
 \text{A) } x+3 & \quad \text{B) } (x-3)^3-4 & \text{C) } x^2-x \\
 \text{D) } (-x)^5+6 & \quad \text{E) } x^2+1
 \end{aligned}$$

## ÇÖZÜM :

$$x = -4 \text{ seçelim}$$

$$\text{A) } -4+3 = -1 \rightarrow \text{negatif tek}$$

$$\text{B) } (-4-3)^3 = (-7)^3 \rightarrow \text{negatif tek}$$

$$\text{C) } x(x-1) = -4(-4-1) = +20 \rightarrow \text{pozitif çift}$$

$$\text{D) } (-(-4))^5 + 6 = 4^5 + 6 \rightarrow \text{pozitif çift}$$

$$\text{E) } (-4)^2 + 1 = 17 \rightarrow \text{pozitif tek}$$

O halde doğru cevap E şıkkıdır.

## ÖRNEK( 28 )

a negatif bir tamsayı ise aşağıdakilerden hangisi pozitiftir?

$$\begin{aligned}
 \text{A) } -(-a)^2 & \quad \text{B) } -(-a^3) & \text{C) } -(-a^2) \\
 \text{D) } a^5 & \quad \text{E) } -a^4
 \end{aligned}$$

## ÇÖZÜM :

$$a = -1 \text{ olsun}$$

$$\text{A) } -(-(-1))^2 = -1 \rightarrow \text{negatif}$$

$$\text{B) } -(-(-1)^3) = -(-(-1)) = -1 \rightarrow \text{negatif}$$

$$\text{C) } -(-(-1)^2) = -(-(+1)) = -(-1) = +1 \rightarrow \text{pozitif}$$

$$\text{D) } (-1)^5 = -1 \rightarrow \text{negatif}$$

$$\text{E) } -(-1)^4 = -1 \rightarrow \text{negatif}$$

O halde cevap C şıkkıdır.

## ÖRNEK( 29 )

$$\left. \begin{aligned}
 x+y &< 0 \\
 y^2 \cdot z &< 0 \\
 x^2 \cdot y &> 0
 \end{aligned} \right\} \text{ ise } x, y, z \text{ nin işaretleri sırasıyla nedir?}$$

## ÇÖZÜM :

Bu tür sorularda çift kuvvetin en çok kullanıldığı seçenekten başlamalıdır. Çünkü çift kuvvetli ifade daima pozitiftir(sıfır hariç)

$$y^2 z < 0 \text{ ifadesinde } y^2 \text{ pozitif olduğundan } z \text{ negatiftir.}$$

$$x^2 y > 0 \text{ ifadesinde } x^2 \text{ pozitif olduğundan } y \text{ de pozitiftir.}$$

$x+y < 0$  ifadesinde y pozitif olduğundan sonucun negatif çıkması için x'in negatif olması gerek sonuç olarak cevap (-, +, -)

## ÖRNEK( 30 )

$x, y, z$  pozitif tamsayı ve  $x > y > z$  olmak üzere

$x + \frac{y}{z} = 17$  ise  $x+y+z$  nin en büyük değeri nedir?

## ÇÖZÜM :

Burada  $z$ 'ye  $y$ 'yi bölen sayılar verilmelidir ki sonuç tamsayı olsun

Bu durumda  $x$  en çok 15,  $y=14$  ve  $z=7$  seçilirse  $15+14+7=36$  olur

**Not: (İşlem sırası):** İşlemlere öncelikle parantez içlerinden başlanır sonra sırasıyla üslü sayılar , çarpma ve bölme, toplama ve çıkarma işlemleri yapılır.

## ÖRNEK( 31 )

$$3-8:2 + 4.2-6:2=?$$

## ÇÖZÜM :

Önce çarpma ve bölme yapılacağından

$$3-8:2 + 4.2-6:2=3-4+8-3=4 \text{ olur.}$$

## ÖRNEK( 32 )

Birbirinden farklı pozitif  $a, b, c$  tamsayıları için  $a.b.c=30$  ve  $a < b < c$  ise kaç farklı  $a+b+c$  vardır?

## ÇÖZÜM :

a	b	c	a+b+c
1	2	15	18
1	3	10	14
1	5	6	12
2	3	5	10

O halde 4 farklı  $a+b+c$  vardır

## ÖRNEK( 33 )

$a, b, c, d$  tamsayıları için  $a.b.c.d=12$  ise  $a+b+c+d$  nin en büyük ve en küçük değerlerinin toplamı nedir?

## ÇÖZÜM :

a	b	c	d	a+b+c+d
1	1	1	12	15
-1	-1	-1	-12	-15

Toplamları da 0(sıfır) olur

## ÖRNEK( 34 )

$x < 0 < y < z$  ise aşağıdakilerin işaretini bulun.

$$\bullet \frac{y-z}{x} \quad \bullet \frac{z-y}{x-z} \quad \bullet \frac{x.y}{z.y} \quad \bullet \frac{x.y}{x-y} \quad \bullet \frac{x-z}{y-x}$$

## ÇÖZÜM :

$x = -1$  ,  $y=1$  ve  $z=2$  olsun

$$\bullet \frac{y-z}{x} = \frac{1-2}{-1} = 1 \quad (+)$$

$$\bullet \frac{z-y}{x-z} = \frac{2-1}{-1-2} = -\frac{1}{3} \quad (-)$$

$$\bullet \frac{x.y}{z.y} = \frac{x}{z} = \frac{-1}{2} \quad (-)$$

$$\bullet \frac{x.y}{x-y} = \frac{-1.1}{-1-1} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \quad (+)$$

$$\bullet \frac{x-z}{y-x} = \frac{-1-2}{1-(-1)} = \frac{-3}{2} \quad (-)$$

**NOT:** Aşağıdaki küçük örnekleri konunun iyi anlaşılması için inceleyelim

$$\begin{array}{ll} 5^5 \rightarrow \text{pozitif} & (-3)^4 \rightarrow \text{pozitif} \\ (-5)^5 \rightarrow \text{negatif} & -3^4 \rightarrow \text{negatif} \\ (-1)^{1001} \rightarrow \text{negatif} & (-1)^{1000} \rightarrow \text{pozitif} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} ? & ? \\ -2^2 = (-2)^2 & , \quad -0^2 = (-0)^2 \end{array}$$

### ÖRNEK( 35 )

$a \in \mathbb{Z}^+$  ve  $3^{4a+1} + 5a - 2$  bir 'tek sayı' ise aşağıdakilerden hangisi çifttir?

- A)  $1^{2a} + 2$       B)  $2a + 9$       C)  $a^2 - 5$   
D)  $3a^5 + 2$       E)  $5a^5 - a + 5$

### ÇÖZÜM :

Tek çift sorularında kuvvet pozitif bir tamsayı ise ihmal edilebileceğini söylemiştik

$3^{4a+1} + 5a - 2 \rightarrow 3 + 5a - 2 \rightarrow 5a + 1 \rightarrow T$  ise  $5a \rightarrow \checkmark$  olmalıdır. bu da a'nın çift olması demektir  
 $a = 2$  seçersek

- A)  $1^{2 \cdot 2} + 2 = 1 + 2 = 3 \rightarrow T$   
B)  $2 \cdot 2 + 9 = 13 \rightarrow T$   
C)  $2^2 - 5 = -1 \rightarrow T$   
D)  $3 \cdot 2^5 + 2 = 98 \rightarrow \checkmark$   
E)  $5 \cdot 2^5 - 2 + 5 = 163 \rightarrow T$

Cevap D şıkkı olur

**KONUMUZ BİTTİ. ŞİMDİ TESTLERE GEÇEBİLİRSİNİZ**

**DİLERSENİZ KONU ANLATIMINI BİR DE YOUTUBE KANALIMIZDAN VİDEO OLARAK DA İZLEYEBİLİRSİNİZ**

**Youtube kanalımız: CEBİR HOCAM**

**Başarılar diliyorum**  
**İbrahim Halil BABAOĞLU**  
**Matematik Öğretmeni**