

KÖKLÜ İFADELER

$n \geq 2$ ve $n \in \mathbb{N}$ olmak üzere $x^n = a$ ise x 'e a 'nın n .ci kuvvetten kökü denir.

ÖZELLİKLER:

1) $\sqrt[n]{a}$ için $a \geq 0$ olmalıdır.

❖ $x^2 = 4 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$, $x^2 = -4 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$, $x^3 = -8 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$

2) $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$

❖ $\sqrt[3]{2^5} = 2^{5/3}$

3) $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

❖ $(\sqrt{5})^3 = \sqrt{5^3}$

4) $n \in \mathbb{Z}^+$ için $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} x & , n \text{ tek ise} \\ |x| & , n \text{ çift ise} \end{cases}$

❖ $\sqrt[3]{-27} = -3$

5) $\pm \frac{x}{y} \sqrt[n]{z} = \pm \sqrt[n]{\frac{x^n}{y^n}} \cdot z$

❖ $\frac{2}{3} \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{3^3}} \cdot 5$

6) $\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m p]{a^{np}} = \sqrt[p]{a^{\frac{n}{p}}}$

❖ $\sqrt[4]{3^2} = \sqrt[\frac{4}{2}]{3^{\frac{2}{2}}} = \sqrt{3}$

NOT:

Kök içi negatif ise genişletme veya sadeleştirme tek sayı ile yapılabilir ama çift sayıyla yapılamaz.

❖ $\sqrt[3]{(-2)^9}$ ifadesi 3 ile genişler ama 2 ile genişleyemez

7) $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{ab}$

$$\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}$$

❖ $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$

❖ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$

8) $x \sqrt[m]{a} - y \sqrt[m]{a} + z \sqrt[m]{a} = (x - y + z) \sqrt[m]{a}$

$x \sqrt[m]{a} + y \sqrt[m]{b} - z \sqrt[m]{a} - t \sqrt[m]{b} = (x - z) \sqrt[m]{a} + (y - t) \sqrt[m]{b}$

❖ $3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$

❖ $2\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + 5\sqrt{2} = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$

PAYDAYI KÖKTEN KURTARMA:

1) $\frac{a}{\sqrt[m]{b^n}} = \frac{a \cdot \sqrt[m]{b^{m-n}}}{\sqrt[m]{b^n} \cdot \sqrt[m]{b^{m-n}}} = \frac{a \cdot \sqrt[m]{b^{m-n}}}{b}$

❖ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

❖ $\frac{3}{\sqrt[5]{2^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{2^{5-2}}}{\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^{5-2}}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{2^3}}{2}$

2)

$$\frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{c}} \Rightarrow \frac{a(\sqrt{b} + \sqrt{c})}{(\sqrt{b} - \sqrt{c})(\sqrt{b} + \sqrt{c})} = \frac{a\sqrt{b} + a\sqrt{c}}{b - c}$$

$$\begin{aligned} \diamond \quad \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} &= \frac{2(\sqrt{3} + \sqrt{5})}{(\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{5})} \\ &= \frac{2(\sqrt{3} + \sqrt{5})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{2(\sqrt{3} + \sqrt{5})}{\underbrace{3 - 5}_{-2}} \\ &= -\sqrt{3} - \sqrt{5} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond \quad \frac{3}{\sqrt{7} + \underbrace{\sqrt{4}}_2} &= \frac{3(\sqrt{7} - 2)}{(\sqrt{7} + 2)(\sqrt{7} - 2)} \\ &= \frac{3(\sqrt{7} - 2)}{(\sqrt{7})^2 - (2)^2} \\ &= \frac{3(\sqrt{7} - 2)}{7 - 4} \\ &= \sqrt{7} - 2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad \frac{a}{\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{c}} &= \frac{a(\sqrt[3]{b^2} + \sqrt[3]{bc} + \sqrt[3]{c^2})}{(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{c})(\sqrt[3]{b^2} + \sqrt[3]{bc} + \sqrt[3]{c^2})} \\ &= \frac{a(\sqrt[3]{b^2} + \sqrt[3]{bc} + \sqrt[3]{c^2})}{b - c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond \quad \frac{2}{\sqrt[3]{3} - 1} &= \frac{2((\sqrt[3]{3})^2 + \sqrt[3]{3} + 1)}{(\sqrt[3]{3} - 1)((\sqrt[3]{3})^2 + \sqrt[3]{3} + 1)} \\ &= \frac{2(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)}{(\underbrace{\sqrt[3]{3}}_3)^3 - 1^3} \\ &= \frac{\cancel{2}(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1)}{\cancel{2}} \\ &= \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{3} + 1 \end{aligned}$$

İÇ İÇE KÖKLER:

i) $\sqrt{x \pm 2\sqrt{y}} = |\sqrt{a} \pm \sqrt{b}|$, (x=a+b, y=a.b)
(Descartes)

$$\diamond \quad \sqrt{3 - \sqrt{8}} = \sqrt{3 - \overbrace{2\sqrt{2}}^{2+1}} = \sqrt{2} - \sqrt{1} = \sqrt{2} - 1$$

$$\begin{aligned} \diamond \quad \sqrt{9 + 6\sqrt{2}} &= \sqrt{9 + 2 \cdot 3\sqrt{2}} = \sqrt{9 + 2\sqrt{3^2 \cdot 2}} \\ &= \sqrt{9 + \overbrace{2\sqrt{18}}^{6+3}} = \sqrt{6} + \sqrt{3} \end{aligned}$$

ii) $a > 0$, $b > 0$ ve $a^2 > b$ olmak üzere;

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

$$\begin{aligned} \diamond \quad \sqrt{3 - \sqrt{5}} &= \sqrt{\frac{3 + \sqrt{3^2 - 5}}{2}} - \sqrt{\frac{3 - \sqrt{3^2 - 5}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{3 + \sqrt{4}}{2}} - \sqrt{\frac{3 - \sqrt{4}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)}{2} \end{aligned}$$

iii) $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$ ifadesi $\sqrt{2}$ ile çarpılıp bölünerek de çözülebilir

$$\begin{aligned} \diamond \quad \sqrt{3 - \sqrt{5}} &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3 - \sqrt{5}})}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)}{2} \end{aligned}$$

2) $\sqrt[mn]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[mn.p]{a}$, (m.n.p çift ise $a > 0$ olmalı)

❖ $\sqrt[2]{\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}} = \sqrt[2.3.4]{2} = \sqrt[24]{2}$

3) i) $\sqrt[n]{a \sqrt[n]{a \sqrt[n]{a \dots}}} = \sqrt[n]{a}$

❖ $\sqrt[3]{4 \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{4 \dots}}} = \sqrt[3]{4} = \sqrt{4} = 2$

ii) $\sqrt[n]{a : \sqrt[n]{a : \sqrt[n]{a : \dots}}} = \sqrt[n+1]{a}$

❖ $\sqrt[3]{5 : \sqrt[3]{5 : \sqrt[3]{5 : \dots}}} = \sqrt[3+1]{5} = \sqrt[4]{5}$

iii) $\sqrt{a \pm \sqrt{a \pm \sqrt{a \pm \dots}}} = \frac{\pm 1 + \sqrt{1 + 4a}}{2}$, $a > 0$

❖ $\sqrt{5 + \sqrt{5 + \dots}} = \frac{1 + \sqrt{1 + 5.4}}{2} = \frac{1 + \sqrt{21}}{2}$

iv) $a > 0$ olmak üzere;

$$\sqrt{a(a+1) + \sqrt{a(a+1) + \dots}} = a + 1$$

$$\sqrt{a(a+1) - \sqrt{a(a+1) - \dots}} = a$$

❖ $\sqrt[4.5]{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots}}} = 5$

❖ $\sqrt[6.7]{42 - \sqrt[6]{42 - \sqrt[6]{42 \dots}}} = 6$

(II. çözüm yolu) $\sqrt{42 - \underbrace{\sqrt{42 - \sqrt{42 - \dots}}}_{x}} = x$

$$\sqrt{42 - x} = x \Rightarrow 42 - x = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 42 = 0$$

$$\begin{array}{rcl} x^2 + x - 42 = 0 \\ x = -7 \quad x = 6 \end{array}$$

$(x+7)(x-6)=0$ ve buradan $x = -7$, $x = 6$ elde edilir.

Kareköklü bir ifade negatif olamayacağından cevap 6 olur.

GENEL ÖRNEKLER

ÖRNEK(1)

$$\frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{147}}{\sqrt{48} - 2\sqrt{3}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{147}}{\sqrt{48} - 2\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{16.2} \cdot \sqrt{49.3}}{\sqrt{16.3} - 2\sqrt{3}} \\ &= \frac{4\sqrt{2}.7\sqrt{3}}{4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}} \\ &= \frac{28\sqrt{2} \cdot \cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{2} \cdot \cancel{\sqrt{3}}} \\ &= 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

ÖRNEK(2)

$$\sqrt[3]{-0,027} \cdot \sqrt{(-0,3)^{-2}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{-0,027} \cdot \sqrt{(-0,3)^{-2}} &= \sqrt[3]{-\frac{27}{1000}} \cdot \sqrt{\left(-\frac{3}{10}\right)^{-2}} \\ &= \sqrt[3]{-\frac{3^3}{10^3}} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2} \\ &= \sqrt[3]{\left(-\frac{3}{10}\right)^3} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{10}{3}\right)^2} \\ &= -\frac{3}{10} \cdot \frac{10}{3} \\ &= -1 \end{aligned}$$

ÖRNEK(3)

$$\sqrt{(-4)^2} + (0,3)^2 + 2\sqrt[3]{(-2)^3} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt{(-4)^2} + (0,3)^2 + 2\sqrt[3]{(-2)^3} &= \\ &= \sqrt{4^2} + 0,09 + 2\sqrt[3]{-2^3} \\ &= 4 + 0,09 - 4 \\ &= 0,09\end{aligned}$$

ÖRNEK(4)

$$\sqrt{0,04} - 2\sqrt[3]{0,008} + (0,2) : \frac{1}{2} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt{0,04} - 2\sqrt[3]{0,008} + (0,2) : \frac{1}{2} &= \\ &= \sqrt[3]{(0,2)^2} - 2\sqrt[3]{(0,2)^2} + (0,2).2 \\ &= 0,2 - \cancel{2(0,2)} + \cancel{(0,2)}.2 \\ &= 0,2\end{aligned}$$

ÖRNEK(5)

$$\sqrt{27} + 9\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{48} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt{27} + 9\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{48} &= \sqrt{9.3} + 9\frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{16.3} \\ &= 3\sqrt{3} + 9\frac{\sqrt{3}}{3} - 4\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

ÖRNEK(6)

$$\sqrt{128} - \sqrt{98} + \sqrt{50} - \sqrt{72} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt{128} - \sqrt{98} + \sqrt{50} - \sqrt{72} &= \\ &= \sqrt{64.2} - \sqrt{49.2} + \sqrt{25.2} - \sqrt{36.2} \\ &= 8\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} \\ &= 0\end{aligned}$$

ÖRNEK(7)

$$3\sqrt{\frac{4}{3}} + 2\sqrt{\frac{6}{2}} - 5\sqrt{\frac{15}{5}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}3\sqrt{\frac{4}{3}} + 2\sqrt{\frac{6}{2}} - 5\sqrt{\frac{15}{5}} &= \frac{3\sqrt{4}}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= \frac{6\sqrt{3}}{3} - 3\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3}\end{aligned}$$

ÖRNEK(8)

$$\sqrt{15} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \frac{3}{\sqrt{5}}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt{15} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \frac{3}{\sqrt{5}}} &= \sqrt{15} - \frac{\sqrt{3}}{\frac{(\sqrt{5})^2 - 3}{\sqrt{5}}} \\&= \sqrt{15} - \frac{\sqrt{3}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} \\&= \sqrt{15} - \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \\&= \sqrt{15} - \frac{\sqrt{15}}{2} \\&= \frac{2\sqrt{15} - \sqrt{15}}{2} \\&= \frac{\sqrt{15}}{2}\end{aligned}$$

ÖRNEK(9)

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2} + \frac{2}{x}}} = 1 \Rightarrow x = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{3\sqrt{2}}{\boxed{\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2} + \frac{2}{x}}}} = 1 \rightarrow 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2} + \frac{2}{x}} = 3\sqrt{2} \quad \frac{2}{\sqrt{2} + \frac{2}{x}} \times 2\sqrt{2}$$

$$2 = 2 \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 + 2\sqrt{2} \cdot \frac{2}{x}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{x} = -2$$

$$x = -2\sqrt{2}$$

ÖRNEK(10)

$$\frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}} - \frac{1}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}} - \frac{1}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}} &= \frac{1}{\sqrt{3+1}} - \frac{1}{\sqrt{3-1}} \\&= \frac{1}{\sqrt{3+1}} - \frac{1}{\sqrt{3-1}} \\&\quad (\sqrt{3}-1) \quad (\sqrt{3}+1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{\sqrt{3}-1}{\underbrace{(\sqrt{3})^2-1}_{\frac{3}{2}}} - \frac{\sqrt{3}+1}{\underbrace{(\sqrt{3})^2-1}_{\frac{3}{2}}} \\&= \frac{\sqrt{3}-1}{2} - \frac{\sqrt{3}+1}{2}\end{aligned}$$

$$= \frac{\cancel{\sqrt{3}}-1 - \cancel{\sqrt{3}}-1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

ÖRNEK(11)

$$\sqrt[3]{0,39} \sqrt[3]{\sqrt[3]{0,39}} \sqrt[3]{\sqrt[3]{0,39} \dots} = ?$$

ÇÖZÜM:

$0,3\bar{9}$ sayısı devirli ondalık sayılarında anlattığımız bir kuralladan (devreden sadece 9 ise önceki rakam bir arttırılır ve 9 atılır.) 0,4'e eşit olduğundan

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{0,3\bar{9}} \sqrt[3]{\sqrt[3]{0,3\bar{9}}} \sqrt[3]{\sqrt[3]{0,3\bar{9}} \dots} &= \sqrt[3]{0,4} \sqrt[3]{\sqrt[3]{0,4}} \dots \\ &= \sqrt[3]{0,4} \\ &= \sqrt{0,4} \\ &= \sqrt{\frac{4}{10}} \\ &= \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5} \end{aligned}$$

ÖRNEK(12)

$$\frac{\sqrt{2,25} - \sqrt[3]{0,008}}{\sqrt[3]{0,027} - 2\sqrt{0,0004}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2,25} - \sqrt[3]{0,008}}{\sqrt[3]{0,027} - 2\sqrt{0,0004}} &= \frac{\sqrt{\frac{225}{100}} - \sqrt[3]{\frac{8}{1000}}}{\sqrt[3]{\frac{27}{1000}} - 2\sqrt{\frac{4}{10000}}} \\ &= \frac{\sqrt{\left(\frac{15}{10}\right)^2} - \sqrt[3]{\left(\frac{2}{10}\right)^2}}{\sqrt[3]{\left(\frac{3}{10}\right)^3} - 2\sqrt{\left(\frac{2}{100}\right)^2}} \\ &= \frac{\frac{15}{10} - \frac{2}{10}}{\frac{3}{10} - \frac{2}{100}} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{50} \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{15-2}{10}}{\frac{30-4}{100}} = \frac{\frac{13}{10}}{\frac{26}{100}} = \frac{13}{10} \cdot \frac{100}{26} = \frac{10}{2} = 5$$

ÖRNEK(13)

$$\sqrt{(\sqrt{7}+2)\sqrt{11-4\sqrt{7}}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \sqrt{(\sqrt{7}+2)\sqrt{11-4\sqrt{7}}} &= \sqrt{(\sqrt{7}+2)\sqrt{11-2.2\sqrt{7}}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{7}+2)\sqrt{11-2\sqrt{2^27}}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{7}+2)\sqrt{11-\overset{\wedge}{2}\sqrt{\overset{\wedge}{28}}}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)} \\ &= \sqrt{(\sqrt{7})^2 - 2^2} = \sqrt{7-4} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

ÖRNEK(14)

$$\frac{1}{\sqrt{5}+2} - \frac{1}{\sqrt{5}-2} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{5}+2} - \frac{1}{\sqrt{5}-2} &= \frac{1}{\sqrt{5}+2} - \frac{1}{\sqrt{5}-2} \\ &\quad (\sqrt{5}-2) (\sqrt{5}+2) \\ &= \frac{\sqrt{5}-2}{\underbrace{(\sqrt{5})^2-2^2}_{1}} - \frac{\sqrt{5}+2}{\underbrace{(\sqrt{5})^2-2^2}_{1}} \\ &= \cancel{\sqrt{5}} - 2 - \cancel{\sqrt{5}} - 2 \\ &= -4 \end{aligned}$$

ÖRNEK(15)

$$\left[\frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} + 1} \right]^2 = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} + 1} \right]^2 &= \left[\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{3} + \sqrt{7}} \right]^2 \\ &= \left[\left[\sqrt{2} \left(\cancel{\sqrt{3} + \sqrt{7}} \right) \right] \frac{\sqrt{7}}{\cancel{\sqrt{3} + \sqrt{7}}} \right]^2 \\ &= \left[\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} \right]^2 \\ &= \left[\sqrt{14} \right]^2 \\ &= 14 \end{aligned}$$

ÖRNEK(16)

$$\sqrt[3]{\sqrt{0,0004} + (0,03)^2} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{0,0004} + (0,03)^2}{\sqrt[3]{0,125}} &= \frac{\sqrt{\frac{4}{10000}} + (3 \cdot 10^{-2})^2}{\sqrt[3]{\frac{125}{1000}}} \\ &= \frac{\sqrt{\left(\frac{2}{100}\right)^2} + 9 \cdot 10^{-4}}{\sqrt[3]{\left(\frac{5}{10}\right)^3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{2}{100} + 9 \cdot 10^{-4}}{\frac{5}{10}} \\ &= \frac{0,02 + 0,0009}{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$= 2 \cdot (0,0209)$$

$$= 0,0418$$

$$= 418 \cdot 10^{-4}$$

ÖRNEK(17)

$$\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{18}{\sqrt{27}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{18}{\sqrt{27}} &= \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} + \frac{18}{\sqrt{9 \cdot 3}} \\ &\quad \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{2 - \sqrt{3}} \right)^2}{\underbrace{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}_{\text{iki kare farkı}}} + \frac{18}{3\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2}} + \frac{6}{\sqrt{3}} \quad (\sqrt{3})$$

$$= \frac{2 - \sqrt{3}}{\sqrt{4 - 3}} + \frac{6\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2}$$

$$= 2 - \sqrt{3} + \frac{6\sqrt{3}}{3}$$

$$= 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$= 2 + \sqrt{3}$$

ÖRNEK(18)

$$\frac{\sqrt{7 - \sqrt{40}}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{7-\sqrt{40}}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} &= \frac{\sqrt{7-\sqrt{4.10}}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{7-2\sqrt{10}}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} \\ &= \frac{\cancel{\sqrt{5}-\sqrt{2}}}{-\left(\cancel{\sqrt{5}-\sqrt{2}}\right)} \\ &= -1 \end{aligned}$$

ÖRNEK(19)

$$\sqrt[6]{3 - \sqrt[4]{18 - \sqrt[5]{29 + \sqrt{11 - \sqrt[3]{8}}}}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$3 - \overbrace{4}^{6} \quad 18 - \overbrace{5}^{4} \quad 29 + \overbrace{\sqrt{11 - \overbrace{\sqrt{8}}^{2}}}^{3} = \sqrt[6]{1} = 1$$

ÖRNEK(20)

$$\sqrt[4]{11 - 6\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{2}} \cdot (3 + \sqrt{2}) = ?$$

CÖZÜM:

$$\sqrt[4]{11 - 6\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{2}} \cdot (3 + \sqrt{2}) =$$

$$= \sqrt[2]{\sqrt[2]{11 - 2 \cdot 3\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{2}} \cdot (3 + \sqrt{2})$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt[2]{\sqrt[2]{11 - 2\sqrt{18}}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{2}} \cdot (3 + \sqrt{2}) \\
 &= \sqrt{\sqrt{9 - \sqrt{2}}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{2}} \cdot (3 + \sqrt{2}) \\
 &= \underbrace{\sqrt{3 - \sqrt{2}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{2}}}_{\text{Tam kare}} \cdot (3 + \sqrt{2}) \\
 &= \left(\sqrt{3 - \sqrt{2}} \right)^2 \cdot (3 + \sqrt{2}) \\
 &= \underbrace{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})}_{\text{iki kare farkı}} \\
 &= 3^2 - (\sqrt{2})^2 \\
 &= 9 - 2 \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

ÖRNEK(21)

$$\frac{(6+3\sqrt{3})\sqrt{7-\sqrt{48}}}{\sqrt{3+\sqrt{8}}(6-6\sqrt{2})} = ?$$

ÇÖZÜM:

Soruyu oluşturan parçaları tek tek çözelim

$$\begin{aligned}\sqrt{7 - \sqrt{48}} &= \sqrt{7 - \sqrt{4 \cdot 12}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}} \\ &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

Şimdi bulduğumuz bu değerleri istenilen ifadede yerine yazalım

$$\frac{(6+3\sqrt{3})\sqrt{7-\sqrt{48}}}{\sqrt{3+\sqrt{8}}(6-6\sqrt{2})} = \frac{3.(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{6.(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}$$

$$= \frac{3.(2^2 - (\sqrt{3})^2)}{6.(1^2 - (\sqrt{2})^2)} = \frac{3.(4-3)}{6.(1-2)} = -\frac{1}{2}$$

ÖRNEK(22)

$$2\sqrt{6 - \sqrt{11}} - \sqrt{22} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{6 - \sqrt{11}} - \sqrt{22} &= \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{6 - \sqrt{11}}}{\sqrt{2}} - \sqrt{22} \\ &= \frac{2\cdot\sqrt{12 - 2\sqrt{11}}}{\sqrt{2}} - \sqrt{22} \\ &= \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot(\sqrt{11} - 1)}{\sqrt{2}} - \sqrt{22} \\ &= \sqrt{2}(\sqrt{11} - 1) - \sqrt{22} \\ &= \sqrt{22} - \sqrt{2} - \sqrt{22} \\ &= -\sqrt{2} \end{aligned}$$

(Çözümün 3. adımında 2 yerine $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$ yazıldığına dikkat edin. Bundan sonra pay ve paydanın bu şekil sadelenebildiği sorularda paydayı eşlenik ile çarpmak yerine bu yöntemi uygulamak bize kolaylık sağlayacak)

ÖRNEK(23)

$$\frac{(5\sqrt{3} + \sqrt{50})(5 - \sqrt{24})}{\sqrt{75} - 5\sqrt{2}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{(5\sqrt{3} + \sqrt{50})(5 - \sqrt{24})}{\sqrt{75} - 5\sqrt{2}} &= \\ &= \frac{(5\sqrt{3} + \sqrt{25\cdot 2})(5 - \sqrt{4\cdot 6})}{\sqrt{25\cdot 3} - 5\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(5\sqrt{3} + 5\sqrt{2})(5 - 2\sqrt{6})}{5\sqrt{3} - 5\sqrt{2}} \\ &= \frac{\cancel{5}(\sqrt{3} + \sqrt{2})(5 - 2\sqrt{6})}{\cancel{5}(\sqrt{3} - \sqrt{2})} \\ &\quad (\sqrt{3} + \sqrt{2}) \\ &= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2(5 - 2\sqrt{6})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{5^2 - (2\sqrt{6})^2}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{25 - 24}{3 - 2} = 1 \end{aligned}$$

ÖRNEK(24)

$$\sqrt{\frac{10}{27}} \cdot \left(\frac{\sqrt{0,09}}{\sqrt{0,3}} + \frac{\sqrt{0,27}}{\sqrt{0,9}} \right) = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{10}{27}} \cdot \left(\frac{\sqrt{0,09}}{\sqrt{0,3}} + \frac{\sqrt{0,27}}{\sqrt{0,9}} \right) &= \\ &= \sqrt{\frac{10}{27}} \cdot \left(\sqrt{\frac{0,09}{0,3}} + \sqrt{\frac{0,27}{0,9}} \right) \\ &= \sqrt{\frac{10}{27}} \cdot (\sqrt{0,3} + \sqrt{0,3}) \\ &= \sqrt{\frac{10}{27}} \cdot \left(2\sqrt{\frac{3}{10}} \right) \\ &= 2 \cdot \sqrt{\frac{10}{27} \cdot \frac{3}{10}} \\ &= 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

ÖRNEK(25)

$$\sqrt{20 + \sqrt{20 + ..}} - \sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[3]{..}}}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\sqrt{20 + \overset{\wedge}{\sqrt{20 + ..}}} = 5$$

4.5

$\sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[3]{4...}}}}$ ifadesi önce tek tip bir şekele dönüştürülmeli ki kural uygulanabilse o halde 2'leri 4'lerin yanına alalım

$$\sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[3]{4...}}}} = \sqrt[3]{4 \cdot 2^3 \sqrt[3]{4 \cdot 2^3 ..}}$$

$$= \sqrt[2 \cdot 3]{2^2 \cdot 2^3} \cdot \sqrt[2 \cdot 3]{2^2 \cdot 2^3 ..}$$

$$= \sqrt[6]{2^{2+3} \cdot \sqrt[6]{2^{2+3} ..}}$$

$$= \sqrt[6]{2^5 \cdot \sqrt[6]{2^5 ..}} \text{ şimdi kural}$$

uygulanabilir

$$= \sqrt[6]{2^5}$$

$$= \sqrt[6]{2^5}$$

$$= 2$$

bulunan değerler yerine yazılırsa

$$\sqrt{20 + \sqrt{20 + ..}} - \sqrt{2\sqrt[3]{4\sqrt{2\sqrt[3]{..}}}} = 5 - 2 = 3 \text{ olur.}$$

ÖRNEK(26)

$$\sqrt{6 + \sqrt{6 + ..}} - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{..}}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\sqrt{6 + \overset{\wedge}{\sqrt{6 + ..}}} - \sqrt{12 - \overset{\wedge}{\sqrt{12 - \sqrt{..}}}} = 3 - 3 = 0$$

2.3 3.4

ÖRNEK(27)

$$2 \left(\frac{\sqrt[5]{16\sqrt[5]{16...}}}{\sqrt[3]{16+\sqrt[3]{16+\sqrt[3]{16...}}}} \right)^2 = ?$$

ÇÖZÜM:

$$2 \left(\frac{\sqrt[5]{16\sqrt[5]{16...}}}{\sqrt[3]{16+\sqrt[3]{16+\sqrt[3]{16...}}}} \right)^2 = 2 \left(\frac{\sqrt[5]{2^4 \cdot \sqrt[5]{2^4...}}}{\sqrt[3]{2^4 + \sqrt[3]{2^4 + \sqrt[3]{2^4...}}}} \right)^2$$

$$= 2 \left(\frac{\sqrt[5]{2^4}}{\sqrt[3]{2^4}} \right)^2 = 2 \left(\frac{\sqrt[4]{2^4}}{\sqrt[3]{2^4}} \right)^2 = 2^{(1)^2} = 2$$

ÖRNEK(28)

$$\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7} + \dots + \sqrt{21} = x + 1 \text{ ise}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{10} + \dots + \sqrt{42} = ?$$

ÇÖZÜM:

$\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{10} + \dots + \sqrt{42}$ ifadesini $\sqrt{2}$ parantezine alırsak

$$= \sqrt{2} \left(1 + \underbrace{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7} + \dots + \sqrt{21}}_{x+1} \right)$$

$$= \sqrt{2} (1 + x + 1)$$

$$= \sqrt{2} (x + 2)$$

ÖRNEK(29)

$$\left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right)^2 = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right)^2 &= \left(\frac{2+2\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1} - \frac{2-2\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1} \right)^2 \\ (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) &= \left(\frac{3+2\sqrt{2}}{2-1} - \frac{3-2\sqrt{2}}{2-1} \right)^2 \\ &= (\cancel{3} + 2\sqrt{2} - \cancel{3} + 2\sqrt{2})^2 \\ &= (4\sqrt{2})^2 \\ &= 4^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \\ &= 32 \end{aligned}$$

ÖRNEK(30)

$$\sqrt{(x+4)^2} = 2 \text{ ise } x \text{ değerlerini bulun?}$$

ÇÖZÜM:

$$\sqrt{(x+4)^2} = 2 \Rightarrow |x+4| = 2$$

$$\begin{array}{ll} \text{i)} x+4 = 2 & \text{ii)} x+4 = -2 \\ x = -2 & x = -6 \end{array}$$

x değerleri $\{-6, -2\}$ olur.

ÖRNEK(31)

$x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{11}}$ ise $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{11}}$ ifadesinin x cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$$x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{11}} \text{ ve } y = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{11}} \text{ olsun}$$

x ve y 'yi yan yana çarparsak;

$$x.y = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{11}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{11}}$$

$$x.y = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{11})(\sqrt{7}-\sqrt{11})}$$

$$x.y = \frac{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{11})^2}$$

$$x.y = \frac{5-3}{7-11}$$

$$x.y = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \text{ buradan } y = -\frac{1}{2x} \text{ olur.}$$

ÖRNEK(32)

$\sqrt{21-3x}$ ifadesi bir tamsayı ise kaç tane $x \in \mathbb{N}$ vardır?

ÇÖZÜM:

$\sqrt{21-3x}$ ifadesi bir tamsayı ise $21-3x$ bir tamsayının karesi olmalı. x doğal sayı olduğu için de bulacağımız tam kareler 21'den küçük olmalı

$$x=4 \text{ için } 21-3.4=21-12=9 \quad \sqrt{9}=3$$

$$x=7 \text{ için } 21-3.7=21-21=0 \quad \sqrt{0}=0$$

o halde x değerleri 4 ve 7 dir. Yani 2 tane x vardır.

ÖRNEK(33)

$$\sqrt{150 \cdot 100 + 625} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt{150 \cdot 100 + 625} &= \sqrt{(2 \cdot 3 \cdot 5^2) \cdot (2^2 \cdot 5^2) + 5^4} \\ &= \sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot 5^4 + 5^4} = \sqrt{5^4(2^3 \cdot 3 + 1)} \\ &= \sqrt{5^6} = 5^3 = 125 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

ÖRNEK(34)

$$\sqrt{129 \cdot 131 + 1} = ?$$

ÇÖZÜM: $a=129$ dersek

$$\begin{aligned}\sqrt{a \cdot (a+2) + 1} &= \sqrt{a^2 + 2a + 1} = \sqrt{(a+1)^2} \\ &= |a+1| = |129+1| = 130\end{aligned}$$

ÖRNEK(35) $0 < a < 1$ olmak üzere;

$x = \sqrt[5]{a^2}, y = \sqrt[3]{a^3}, z = \sqrt[7]{a^4}$ ise x, y, z yi sıralayınız.

ÇÖZÜM:

Bu tür sorularda ya kök dereceleri, veya kök içleri eşitlenir. Biz bu soruda kök içlerini eşitleyeceğiz

$$x = \sqrt[5]{a^2} = \sqrt[5]{a^{2 \cdot 6}} = \sqrt[30]{a^{12}} = a^{\frac{12}{30}}$$

$$y = \sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{a^{3 \cdot 4}} = \sqrt[12]{a^{12}} = a^{\frac{12}{21}}$$

$$z = \sqrt[7]{a^4} = \sqrt[7]{a^{4 \cdot 3}} = \sqrt[21]{a^{12}} = a^{\frac{12}{21}}$$

a sayısı 0 ile 1 arasında olduğundan derecesi büyükçe değeri küçülür.

$$\frac{12}{30} > \frac{12}{21} > \frac{12}{21} \text{ olduğundan } y < z < x \text{ olur.}$$

ÖRNEK(36)

$$A \in \mathbb{R} \text{ ve } A = \frac{\sqrt{4x-3}+1}{5-\sqrt{6-8x}} = ?$$

ÇÖZÜM:

Bu ifadenin reel olması için

- 1) İfadenin içindeki köklü terimlerin derecesi çift olduğundan içleri pozitif veya sıfır olmalı
- 2) Bu bir kesir olduğundan paydası sıfır olmamalı

Şimdi bu durumları tek tek inceleyelim.

$$\sqrt{4x-3} \text{ ve } \sqrt{6-8x} \text{ için}$$

$$4x-3 \geq 0 \quad 6-8x \geq 0$$

$$4x \geq 3 \quad 8x \leq 6$$

$$x \geq \frac{3}{4} \quad x \leq \frac{6}{8}$$

$$x \leq \frac{3}{4}$$

bakıldığından x için tek değerin $\frac{3}{4}$ olduğu anlaşılır. O

halde x yerine $\frac{3}{4}$ yazalım.

$$A = \frac{\sqrt{4 \cdot \frac{3}{4} - 3} + 1}{5 - \sqrt{6 - 8 \cdot \frac{3}{4}}} = \frac{\sqrt{3-3} + 1}{5 - \sqrt{6-6}} = \frac{\sqrt{0} + 1}{5 - \sqrt{0}} = \frac{1}{5}$$

bulunur.

(ikinci maddeyi atladığımızı sanmayın bir yandan x e $\frac{3}{4}$ değerini verirken, bir yandan da bu değerin paydayı sıfır yapıp yapmadığını kontrol ediyoruz.)

ÖRNEK(37)

$a, b \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere;

$$\left(\sqrt[4]{0,0001} + \sqrt[3]{0,008} + \sqrt{0,04}\right)^{-1} = a^2 - b^2 - 1 \text{ ise } a+b=?$$

ÇÖZÜM:

$$\left(\sqrt[4]{0,0001} + \sqrt[3]{0,008} + \sqrt{0,04}\right)^{-1} = a^2 - b^2 - 1$$

önce sol tarafı bir düzene sokalım

$$\begin{aligned} & \left(\sqrt[4]{\frac{1}{10000}} + \sqrt[3]{\frac{8}{1000}} + \sqrt{\frac{4}{100}}\right)^{-1} = \\ & = \left(\sqrt[4]{\left(\frac{1}{10}\right)^4} + \sqrt[3]{\left(\frac{2}{10}\right)^3} + \sqrt{\left(\frac{2}{10}\right)^2}\right)^{-1} \\ & = \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{10}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2 \end{aligned}$$

şimdi yerine yazalım

$$2 = a^2 - b^2 - 1$$

$$a^2 - b^2 = 3$$

Çarpanlara ayırmayı bilenler :

$$a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow (a-b)(a+b) = 3$$

$$a+b = 3$$

$$+ a-b = 1$$

$$2a = 4 \rightarrow a = 2 \text{ ve } b = 1 \text{ bulunur.}$$

Çarpanlara ayırmayı bilmeyenler :

değer vererek $a=2$, $b=1 \rightarrow a+b=3$ diyerek çözün.

(Çarpanlara ayırmayı bilmeyenler, her zaman bu sorudaki kadar şanslı olamayabilir, değer vererek bulamayabilirsiniz. Bu yüzden bir an önce çarpanlara ayırmayı öğrenin ☺)

ÖRNEK(38)

$$\sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} = 2^x \text{ ise } x = ?$$

ÇÖZÜM:

Once kök aralarındaki 2'leri en içteki köke taşıyalım

(unutmayın kök dışındaki sayı içeri girerken kök derecesini alır.)

$$\begin{aligned} \sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} &= \sqrt{\sqrt{2^2 \cdot 2\sqrt{2}}} \\ &= \sqrt{\sqrt{2^3 \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}}}} = \sqrt{\sqrt[3]{(2^3)^2 \cdot 2\sqrt{2}}} \\ &= \sqrt{\sqrt[3]{2^{10} \cdot \sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[3]{(2^{10})^2 \cdot 2}}} \\ &= \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{2^{21}}}} = \sqrt[2 \cdot 3]{2^{21}} = \sqrt[12]{2^{21}} = 2^{\frac{21}{12}} = 2^{\frac{7}{4}} = 2^x \end{aligned}$$

tabanlar aynı ise üsler eşittir. Cevap $x = \frac{7}{4}$ olur.

ÖRNEK(39)

$$\frac{4^x}{16} = \sqrt{\left[(0,5)^{x-2}\right]^x} \text{ çözüm kümesini bulunuz.}$$

ÇÖZÜM:

Sağ ve sol taraftaki ifadeler 2'nin kuvvetleri şeklinde düzenlenir.

$$\begin{aligned} \frac{4^x}{16} &= \sqrt{\left[(0,5)^{x-2}\right]^x} \Rightarrow \frac{(2^2)^x}{2^4} = \sqrt{\left(\frac{5}{10}\right)^{x(x-2)}} \\ &\Rightarrow 2^{2x-4} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{x(x-2)}} \\ &\Rightarrow (2^{2x-4})^2 = \left(\sqrt{\left(2^{-1}\right)^{x(x-2)}}\right)^2 \\ &\Rightarrow 2^{4x-8} = 2^{-x(x-2)} \end{aligned}$$

tabanlar eşit olduğundan üsler de eşittir.

$$4x-8 = -x^2+2x$$

$$\begin{array}{rcl} x^2 + 2x - 8 & = & 0 \\ \hline x & 4 & \\ x & -2 & \end{array}$$

$$(x+4)(x-2) = 0$$

$$\begin{array}{ll} x+4 = 0 & x-2 = 0 \\ x = -4 & x = 2 \end{array}$$

o halde çözüm kümesi $\mathcal{C} = \{-4, 2\}$ olur.

ÖRNEK(40)

$$\frac{1}{1-\sqrt{1-x}} - \frac{1}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{3}}{x} \text{ ise } x=?$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{1}{1-\sqrt{1-x}} - \frac{1}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

$$\frac{(1+\sqrt{1-x})}{(1-\sqrt{1-x})} - \frac{(1-\sqrt{1-x})}{(1+\sqrt{1-x})} = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

$$\frac{1+\sqrt{1-x}}{1^2 - (\sqrt{1-x})^2} - \frac{1-\sqrt{1-x}}{1^2 - (\sqrt{1-x})^2} = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

$$\underbrace{\frac{1+\sqrt{1-x}}{1-(1-x)}}_x - \underbrace{\frac{1-\sqrt{1-x}}{1-(1-x)}}_x = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

$$\frac{\cancel{1+\sqrt{1-x}} - \cancel{1+\sqrt{1-x}}}{x} = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

paydalar eşit ise paylar da eşittir

$$(2\sqrt{1-x})^2 = (\sqrt{3})^2$$

$$(2\sqrt{1-x})^2 = (\sqrt{3})^2$$

$$4(1-x) = 3$$

$$4-4x = 3$$

$$4x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ dır.}$$

ÖRNEK(41)

$$|a| < 1 \text{ ve}$$

$$\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}} - \sqrt{1-\sqrt{1-a^2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ ise } a \text{ ne}$$

olabilir?

- A) 0 B) 1 C) 1/2 D) 1/3 E) 1/4

ÇÖZÜM:

Her iki tarafın karesini almakla işe başlayalım

$$\left(\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}} - \sqrt{1-\sqrt{1-a^2}} \right)^2 = \left(\sqrt{\frac{3}{2}} \right)^2$$

$$\left(\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}} \right)^2 - 2\sqrt{(1+\sqrt{1-a^2})(1-\sqrt{1-a^2})}$$

$$+ \left(\sqrt{1-\sqrt{1-a^2}} \right)^2 = \frac{3}{2}$$

$$1 + \cancel{\sqrt{1-a^2}} - 2\sqrt{1-(1-a^2)} + 1 - \cancel{\sqrt{1-a^2}} = \frac{3}{2}$$

$$= 2 - 2\sqrt{\frac{a^2}{|a|}} = \frac{3}{2}$$

$$= 2|a| = 2 - \frac{3}{2}$$

$$2|a| = \frac{1}{2} \rightarrow a = \pm \frac{1}{4}$$

bulunur. Buradan cevap E şıkları olur.

ÖRNEK(42)

x>0 ve y>0 için

$$\frac{y\sqrt{\frac{x}{y}} + x\sqrt{\frac{y}{x}}}{2x\sqrt{\frac{y}{x}} - 3y\sqrt{\frac{x}{y}}} = ?$$

ÇÖZÜM:

Kök dışındaki x ve y'leri kök içine alalım

$$\frac{y\sqrt{\frac{x}{y}} + x\sqrt{\frac{y}{x}}}{2x\sqrt{\frac{y}{x}} - 3y\sqrt{\frac{x}{y}}} = \frac{\sqrt{\frac{y^2 x}{y}} + \sqrt{\frac{x^2 y}{x}}}{2\sqrt{\frac{x^2 y}{x}} - 3\sqrt{\frac{y^2 x}{y}}}$$

$$= \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{xy}}{2\sqrt{xy} - 3\sqrt{xy}} = \frac{2\cancel{\sqrt{xy}}}{-\cancel{\sqrt{xy}}}$$

= -2 olur.

ÖRNEK(43)

$$\sqrt{\frac{3x-1}{3x+1} \cdot \frac{3x+1}{3x-1}} = 3 \text{ ise } x=?$$

ÇÖZÜM:

İşlemlerimiz sadeleşsin diye bir değişken değiştirelim

$a = \frac{3x-1}{3x+1}$ dersek ifade $\sqrt{a} \cdot \frac{1}{a} = 3$ olur. Şimdi a' yi bulalım;

$$\sqrt{a} \cdot \frac{1}{a} = 3 \Rightarrow \sqrt{a} = 3a \Rightarrow (\sqrt{a})^2 = (3a)^2$$

$$a = 9a^2 \Rightarrow 9a^2 - a = 0 \Rightarrow a(9a - 1) = 0 \text{ buradan}$$

$a = 0$ ve $9a-1 = 0 \rightarrow a = 1/9$ bulunur.

$$\frac{3x-1}{3x+1} = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{3x-1}{3x+1} \neq \frac{1}{9} \quad \text{çözelim}$$

$$3x-1 = 0$$

$$27x-9 = 3x+1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$24x = 10$$

$$x = \frac{5}{12}$$

$x = \frac{1}{3}$ değeri $\frac{3x+1}{3x-1}$ kesrini tanımsız yaptıgından

cevap $\frac{5}{12}$ olur.

ÖRNEK(44)

$x = 3y$, xx ve yy iki basamaklı sayılar olmak üzere

$$\frac{\sqrt{xx} + \sqrt{x}}{\sqrt{yy} + \sqrt{y}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$xx = 10x+x = 11x$$

$$yy = 10y+y = 11y$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{xx} + \sqrt{x}}{\sqrt{yy} + \sqrt{y}} &= \frac{\sqrt{11x} + \sqrt{x}}{\sqrt{11y} + \sqrt{y}} \\ &= \frac{\sqrt{11} \cdot \sqrt{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{y} + \sqrt{y}} \\ &= \frac{\cancel{\sqrt{x}} (\cancel{\sqrt{11}} + 1)}{\cancel{\sqrt{y}} (\cancel{\sqrt{11}} + 1)} \end{aligned}$$

$$x=3y \text{ yazarsak} \quad = \frac{\sqrt{3y}}{\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{3} \cancel{\sqrt{y}}}{\cancel{\sqrt{y}}} = \sqrt{3} \text{ olur.}$$

ÖRNEK(45)

$$x, y \in \mathbb{R}^+ \text{ olmak üzere; } \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4 \\ x \cdot y = 4 \end{cases} \text{ ise } x + y?$$

ÇÖZÜM:

$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$ denkleminin her iki tarafının karesini alırsak

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = 4^2$$

$$(\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{xy} + (\sqrt{y})^2 = 16$$

$$x + 2\sqrt{xy} + y = 16 \quad xy=4 \text{ yazılırsa}$$

$$x + 2\sqrt[2]{4} + y = 16$$

$$x + 4 + y = 16$$

$$x + y = 12 \text{ olur.}$$

ÖRNEK(46)

$\sqrt[5]{a} < \sqrt[3]{3}$ için en büyük a doğal sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

ÇÖZÜM:

Hem 3 hem de 5 kök derecelerinden kurtulmak için her iki tarafın 15. kuvvetini alalım

$$\begin{aligned} (\sqrt[5]{a})^5 &< (\sqrt[3]{3})^5 \\ a^3 &< 3^5 \\ a^3 &< 243 \end{aligned}$$

a'yi 6 seçecek $6^3 = 216 < 243$ eşitsizliğini sağladığını görürüz. Cevap D şıkçı

ÖRNEK(47)

$$\frac{m+n\sqrt{3}}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} = 2-\sqrt{3} \text{ ise } m+n=?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \sqrt{7-4\sqrt{3}} &= \sqrt{7-2\cdot 2\sqrt{3}} = \sqrt{\underset{3+4}{7}-\underset{3\cdot 4}{2\sqrt{12}}} \\ \sqrt{4}-\sqrt{3} &= 2-\sqrt{3} \text{ şimdi bu değeri} \end{aligned}$$

yerine yazalım

$$\begin{aligned} \frac{m+n\sqrt{3}}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} &= 2-\sqrt{3} \Rightarrow \frac{m+n\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \cancel{\times} 2-\sqrt{3} \\ m+n\sqrt{3} &= (2-\sqrt{3})^2 \\ m+n\sqrt{3} &= 4-2\sqrt{3}+3 \\ m+n\sqrt{3} &= \underbrace{7}_{m} - \underbrace{2\sqrt{3}}_n \end{aligned}$$

$m = 7$ ve $n = -2$ için $m+n=7+(-2)=5$ olur.

ÖRNEK(48)

$x+y=5$ ve $xy=4$ olduğuna göre

$$\frac{[1-(x/y)^{-2}]x^2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2-2\sqrt{xy}}$$

ifadesinin değeri Aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -6 B) -1 C) 0 D) 3 E) 6

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{[1-(x/y)^{-2}]x^2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2-2\sqrt{xy}} &= \frac{\left[1-\frac{y^2}{x^2}\right]x^2}{x+2\cancel{\sqrt{xy}}+y-2\cancel{\sqrt{xy}}} \\ &= \frac{\left[\frac{x^2-y^2}{x^2}\right].x^2}{x+y} \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{x^2-y^2}{x^2}.x^2}{x+y}$$

$$= \frac{x^2-y^2}{x+y}$$

$$= \frac{(x-y)(x+y)}{x+y}$$

$$= x - y$$

bu değeri bulmak için sorunun başında verilen bilgileri kullanacağız

$$\begin{aligned} x+y &= 5 \rightarrow (x+y)^2 = 5^2 \\ (x-y)^2+4xy &= 25 \\ (x-y)^2+4\cdot 4 &= 25 \\ (x-y)^2 &= 9 \\ x-y &= \pm 3 \end{aligned}$$

şıklarda -3 olmadığından cevap 3 olur. Cevap D şıkçı

ÖRNEK(49)

$$x \in \mathbb{R}^+, \quad x\sqrt[3]{x} = 16 \quad \text{ise} \quad \sqrt[3]{x} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} x\sqrt[3]{x} = 16 &\Rightarrow \sqrt[3]{x^3 \cdot x} = 16 \\ &\Rightarrow \sqrt[3]{x^4} = 2^4 \\ &\Rightarrow x^{\frac{4}{3}} = 2^4 \\ &\Rightarrow x = 2^{\frac{4}{3}} = 2^3 \end{aligned}$$

bulunan değer soruda yerine yazılır.

$$\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{2^3} = 2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK(50)

$\sqrt[3]{a^2 - 4} < 5$ koşuluna uyan en küçük a tam sayısı nedir?

- A) -12 B) -11 C) 0 D) 10 E) 11

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{a^2 - 4} < 5 &\Rightarrow (\sqrt[3]{a^2 - 4})^3 < 5^3 \\ &\Rightarrow a^2 - 4 < 125 \\ &\Rightarrow a^2 < 129 \end{aligned}$$

a = -11 seçilirse $a^2 = (-11)^2 = 121 < 129$ eşitsizlik sağlanmış olur. Cevap B şıkkı

ÖRNEK(51)

$$\frac{x - y}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} = ?$$

ÇÖZÜM:

Paydayı kökten kurtarma operasyonuna başlıyoruz.

$$\frac{x - y}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} = \frac{(x - y) \left[(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{xy} + (\sqrt[3]{y})^2 \right]}{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}) \left[(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{xy} + (\sqrt[3]{y})^2 \right]}$$

$$= \frac{(x - y) \left[(\sqrt[3]{x})^2 + \sqrt[3]{xy} + (\sqrt[3]{y})^2 \right]}{\underbrace{\sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{y^3}}_{x-y}}$$

$$= \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK(52)

$a, x, y \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere; $x = \sqrt[3]{a\sqrt{a}}$ ve $a = \sqrt{y\sqrt[3]{y}}$ ise y'nin x cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} x &= \sqrt[3]{a\sqrt{a}} && \text{ve} && a = \sqrt{y\sqrt[3]{y}} \\ x &= \sqrt[3]{\sqrt{a^2 \cdot a}} && && a = \sqrt{\sqrt[3]{y^3 \cdot y}} \\ x &= \sqrt[3]{a^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[6]{a^3} = \sqrt{a} && && a = \sqrt[2]{y^4} = \sqrt[6]{y^4} \end{aligned}$$

Şimdi a'yı yerine yazalım

$$x = \sqrt{a} = \sqrt{\sqrt[3]{y^2}} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{y^2}} = \sqrt[6]{y^2} = \sqrt[3]{y}$$

$$x = \sqrt[3]{y} \Rightarrow x^3 = (\sqrt[3]{y})^3 \Rightarrow y = x^3 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK(53)

$$\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})}{x - y} = ?$$

ÇÖZÜM:

Bu soruyu çözmek için çarpanlara ayırmadan bir iki özdeşliği hatırlamamız gerek

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

bu bilgiler ışığında

$$x - y = (\sqrt[3]{x})^3 - (\sqrt[3]{y})^3 \text{ şeklinde düşünenecek olursak}$$

$$(\sqrt[3]{x})^3 - (\sqrt[3]{y})^3 = (\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})$$

şimdi bu açılımı $x-y$ yerine yazalım

$$\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})}{x - y} =$$

$$= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \left(\cancel{\sqrt[3]{x^2}} + \cancel{\sqrt[3]{xy}} + \cancel{\sqrt[3]{y^2}} \right)}{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}) \left(\cancel{\sqrt[3]{x^2}} + \cancel{\sqrt[3]{xy}} + \cancel{\sqrt[3]{y^2}} \right)} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})}$$

bulunur.

ÖRNEK(54)

$$\sqrt[n]{3^m \sqrt[3]{3^n}} = \sqrt[mn]{243} \text{ ve } m^2 - n^2 = 5 \text{ ise } \frac{m}{n} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\sqrt[n]{3^m \sqrt[3]{3^n}} = \sqrt[mn]{243} \Rightarrow \sqrt[n]{\sqrt[3]{3^m \cdot 3^n}} = \sqrt[mn]{243}$$

$$\Rightarrow \sqrt[mn]{3^{m+n}} = \sqrt[mn]{243}$$

kök dereceleri eşit olduğundan

$$3^{m+n} = 243 = 3^5$$

$m+n=5$ bulunur.

$$m^2 - n^2 = 5 \rightarrow \underbrace{(m+n)}_5 \underbrace{(m-n)}_1 = 5$$

$$m+n=5$$

$$+ m-n=1$$

$2m = 6 \rightarrow m=3$ ve $n=2$ bulunur.

$$\frac{m}{n} = \frac{3}{2} \text{ olur.}$$

ÖRNEK(55)

$$\begin{cases} \sqrt[a-b]{a+b} = 3\sqrt{2} \\ (a+b) \cdot 3^{b-a} = 2 \end{cases} \Rightarrow a = ?$$

- A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

ÇÖZÜM:

$$(a+b) \cdot 3^{b-a} = 2 \Rightarrow a+b=2 \cdot 3^{a-b} \text{ bulduğumuz } a+b \text{ değeri}$$

$$\sqrt[a-b]{a+b} = 3\sqrt{2} \text{ ifadesinde yerine yazılırsa}$$

$$\sqrt[a-b]{a+b} = 3\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt[a-b]{2 \cdot 3^{a-b}} = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt[a-b]{2} = \sqrt{2}$$

$$a-b = 2 \text{ çıkar}$$

şimdi bu değeri $(a+b) \cdot 3^{b-a} = 2$ ifadesinde yerine

yazalım

$$(a+b) \cdot 3^{b-a} = 2 \Rightarrow (a+b) \cdot 3^{-2} = 2$$

$$\Rightarrow a+b=18 \text{ çıkar.}$$

Son olarak $a-b=2$ ve $a+b=18$ denklemlerini ortak çözelim

$$a-b = 2$$

$$+ a+b = 18$$

$$2a = 20 \rightarrow a=10 \text{ ve } b=8 \text{ olur.}$$

O halde cevap D şıkları olur.

ÖRNEK(56)

$$x = \frac{1}{2} \text{ ve } y = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \text{ ise}$$

$$\left[x^{-4/3} \cdot y^{10/3} \cdot (x^{-2} \cdot y)^{-1/3} \cdot (x^{-2})^{1/6} \right]^2 = ?$$

ÇÖZÜM:

x ve y 'nin kuvvetlerini düzenlemekle başlayalım

$$\left[x^{-4/3} \cdot y^{10/3} \cdot (x^{-2} \cdot y)^{-1/3} \cdot (x^{-2})^{1/6} \right]^2 =$$

$$\left[x^{-\frac{4}{3}} \cdot y^{\frac{10}{3}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{3}} \cdot x^{-\frac{2}{6}} \right]^2 = \left[x^{-\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{3}} \cdot y^{\frac{10}{3} - \frac{1}{3}} \right]^2$$

$$= [x^{-1} \cdot y^3]^2 = x^{-2} \cdot y^6$$

şimdi x ve y değerlerini yerine yazalım

$$x = \frac{1}{2} \text{ ve } y = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \text{ için}$$

$$x^{-2} \cdot y^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^6 = 2^2 \cdot \frac{1}{(\sqrt[3]{3})^6} = 4 \cdot \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

dur.

ÖRNEK(57) -(ÖSS-2008)

$$3\sqrt{8} + 2\sqrt{2} - (\sqrt{8} + \sqrt{2})$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $4\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{2}$

ÇÖZÜM:

$$3\sqrt{8} + 2\sqrt{2} - (\sqrt{8} + \sqrt{2}) = 3\sqrt{8} + 2\sqrt{2} - \sqrt{8} - \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{8} + \sqrt{2}$$

$$= 2\sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{2}$$

$$= 4\sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$= 5\sqrt{2} \text{ olur.}$$

ÖRNEK(58) (ÖSS-2007)

$$3^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{27} \text{ işleminin sonucu nedir?}$$

- A) 3 B) 9 C) $\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

ÇÖZÜM:

$$3^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{27} = 3^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{3^3} = 3^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} = 3^{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = 3^{\frac{2}{2}} = 3$$

cevap A şıkları olur.

ÖRNEK(59) (ÖSS-2007)

$$(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 + 2\sqrt{10} + 3$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{5}$ C) $5\sqrt{2}$ D) 10 E) 13

ÇÖZÜM:

$$(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 + 2\sqrt{10} + 3 \text{ ifadesini açarsak}$$

$$= (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{10} + (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{10} + 3$$

$$= 2 - 2\sqrt{10} + 5 + 2\sqrt{10} + 3 = 10 \text{ olur.}$$

Cevap D şıkları olur.

ÖRNEK(60) (ÖSS-2005)

$$\frac{\sqrt{4,44} + \sqrt{9,99}}{\sqrt{111}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0,05 B) 0,1 C) 0,5 D) 1 E) 5

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{4,44} + \sqrt{9,99}}{\sqrt{111}} &= \frac{\sqrt{\frac{444}{100}} + \sqrt{\frac{999}{100}}}{\sqrt{111}} \\ &= \frac{\sqrt{111} \cdot \frac{4}{100} + \sqrt{111} \cdot \frac{9}{100}}{\sqrt{111}} \\ &= \frac{\sqrt{111} \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{10}\right)^2} + \sqrt{111} \cdot \sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2}}{\sqrt{111}} \\ &= \frac{\cancel{\sqrt{111}} \left(\frac{2}{10} + \frac{3}{10} \right)}{\cancel{\sqrt{111}}} = \frac{5}{10} = 0,5\end{aligned}$$

olur. Cevap C şıkkı

ÖRNEK(61)

$a = \sqrt{2} + 1$ olduğuna göre

$a.(a-1).(a-2)$ çarpımının sonucu kaçtır?

(ÖSS 2003)

ÇÖZÜM:

A'nın değerini yerine yazalım

$$\begin{aligned}a.(a-1).(a-2) &= (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 1 - 1)(\sqrt{2} + 1 - 2) \\ &= (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2})(\sqrt{2} - 1) \\ &= \sqrt{2} \underbrace{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}_{\text{iki kare farkı}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \sqrt{2} \left((\sqrt{2})^2 - 1^2 \right) \\ &= \sqrt{2} (2 - 1) = \sqrt{2} \text{ olur.}\end{aligned}$$

ÖRNEK(62)

$$\sqrt{10} \left(\sqrt{6,4} + \sqrt{0,4} \right) = ?$$

(ÖSS 2003)

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt{10} \left(\sqrt{6,4} + \sqrt{0,4} \right) &= \sqrt{10 \cdot (6,4)} + \sqrt{10 \cdot (0,4)} \\ &= \sqrt{64} + \sqrt{4} \\ &= 8 + 2 \\ &= 10 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

ÖRNEK(63)

$$y < x < 0 \text{ ise } \sqrt{x^2 + 4xy + 4y^2} + |y - x| + \frac{y}{\sqrt{y^2}} = 8$$

ise $y = ?$

(ÖSS 2002)

ÇÖZÜM:

$$\sqrt{x^2 + 4xy + 4y^2} + |y - x| + \frac{y}{\sqrt{y^2}} = 8 \text{ ise}$$

$$\underbrace{\sqrt{(x+2y)^2}}_{|x+2y|} + |y - x| + \frac{y}{|y|} = 8$$

$y < x < 0$ olduğundan;

$x+2y \rightarrow \text{negatif}$, $y-x \rightarrow \text{negatif}$, $y \rightarrow \text{negatif}$

$$-(x+2y) - (y-x) + \frac{y}{-y} = 8$$

$$-x - 2y - y + x - 1 = 8$$

$$-3y = 9$$

$$y = -3 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK(64)

$$\frac{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}} = ?$$

(ÖSS-2001)

ÇÖZÜM:

$$\frac{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{(\sqrt{2})^2 - 1}{\sqrt{2}}}{\frac{(\sqrt{2})^2 + 1}{\sqrt{2}}} = \frac{2-1}{2+1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{3} \text{ olur.}$$

KONUMUZ BİTTİ. ŞİMDİ TESTLERE
GEÇEBİLİRİRSİNİZ

DİLERSENİZ KONU ANLATIMINI BİR DE
YOUTUBE KANALIMIZDAN VİDEO OLARAK
DA İZLEYEBİLİRİRSİNİZ

Youtube kanalımız: **CEBİR HOCAM**

Başarilar diliyorum
İbrahim Halil BABAOĞLU
Matematik Öğretmeni

ÖRNEK(65)

$$\sqrt[3]{2\sqrt[5]{x}} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{3} \quad \text{ise } x=?$$

(ÖSS-2000)

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{2\sqrt[5]{x}} &= \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{3} \Rightarrow \sqrt[3]{\sqrt[5]{2^5 \cdot x}} = \sqrt[3]{2^5} \cdot \sqrt[5]{3^3} \\ &\Rightarrow \sqrt[15]{2^5 \cdot x} = \sqrt[15]{2^5 \cdot 3^3}\end{aligned}$$

kök dereceleri eşit ve tek olduğundan kök içlerini eşitleriz.

$$\begin{aligned}&\Rightarrow 2^5 \cdot x = 2^5 \cdot 3^3 \\ &\Rightarrow x = 3^3 = 27 \text{ olur.}\end{aligned}$$