

SAYI VE KESİR PROBLEMLERİ

- ✓ Bir sayının 5 eksiği = $x-5$
- ✓ Bir sayının 10 fazlası = $x+10$
- ✓ Bir sayının 2 katı : $2x$
- ✓ Bir sayının $\frac{2}{3}$ ü = $\frac{2}{3}x$
- ✓ Bir sayının $\frac{4}{5}$ inin 10 fazlası = $\frac{4}{5}x+10$
- ✓ Bir Sayının 3 katının 5 eksiğinin yarısı, o sayının kendisine eşitse, $\frac{3x-5}{2}=x$
- ✓ Bir sayının 2 katının 10 fazlası o sayının 5 katının 10 eksiği ise $2x+10=5x-20$
- ✓ İki sayıdan biri diğerini 2 katı ise,
 - 1.Sayı= x
 - 2.Sayı= $2x$
- ✓ İki sayının toplamı 7 ise biri x , diğeri $7-x$ dir.
- ✓ Küçükün yarısı büyüğünden 10 eksikse küçük x , büyük $x+10$ veya büyük x , küçük $x-10$ alınır.

Not:

Denklem kurarken bilinmeyen sayısını mümkün olduğunca az tutmak gerekir Biri diğeri cinsinde ifade edilebilen çokluklara ayrı değişkenler atanmamalı

DÖRT İŞLEM PROBLEMLERİ

ÖRNEK (1)

Toplamları 218 olan iki sayıdan büyüğü küçüğünün 3 katından 2 fazla ise bu iki sayının farkı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Küçük sayı : x

Büyük sayı : $3x+2$

+

$$4x+2 = 218$$

$$4x = 216$$

$$x = 54$$

Küçük sayı : 54

Büyük sayı : 164

Sayıların farkı : $164-54 = 110$ olur.

ÖRNEK (2)

Bir sayının $\frac{1}{4}$ nün 2 eksiğinin 3 katı, aynı sayının yarısından 6 fazla ise sayı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Sayımız x olsun

$$3\left(\frac{1}{4}x - 2\right) = \frac{x}{2} + 6$$

$$3\left(\frac{x-8}{4}\right) = \frac{x+12}{2}$$

$$\frac{3x-24}{4} \times \frac{x+12}{2}$$

$$6x - 48 = 4x + 48$$

$$6x - 4x = 48 + 48$$

$$2x = 96$$

$$x = 48 \text{ sayımız bulunmuş olur.}$$

ÖRNEK (3)

$\frac{3}{5}$ 'inin $\frac{7}{9}$ 'unun $\frac{4}{7}$ 'si 100 olan sayı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Sayımız x olsun (..nin deyince çarparız..)

$$x \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{4}{7} = 100 \Rightarrow \frac{4x}{15} = 100^{25}$$

$$\Rightarrow x = 375 \text{ eder.}$$

ÖRNEK (4)

3 ve 4 ile orantılı olan iki sayının kareleri farkı 28 ise çarpımları kaçtır?

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} 1.\text{sayı} : 3k &\rightarrow (4k)^2 - (3k)^2 = 28 \\ 2.\text{sayı} : 4k &16k^2 - 9k^2 = 28 \\ &7k^2 = 28 \\ &k^2 = 4 \\ &k = 2 \end{aligned}$$

$$1.\text{ sayı} : 3.2 = 6$$

$$2.\text{ sayı} : 4.2 = 8$$

sayıların çarpımı : $6.8 = 48$ olur.

ÖRNEK (5)

Biri diğerinin $\frac{1}{4}$ ü olan iki sayının aritmetik ortalaması 10 ise, bu iki sayının çarpımı nedir?

ÇÖZÜM:

Biri diğerinin $\frac{1}{4}$ ü demek büyük olanın küçüğün 4 katı olması demek olduğundan

Küçük sayı : x

Büyük sayı : 4x olsun

$$\text{İki sayının aritmetik ortalaması : } \frac{x + 4x}{2} = 10$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

o halde sayılar

Küçük sayı : 4

Büyük sayı : $4.4 = 16$

Sayıların çarpımı : $4.16 = 64$ olur.

ÖRNEK (6)

Bir sınıfta bulunan 25 öğrenciden erkekler 4 er, kızlar 2 şer fidan diyor dikilen toplam fidan sayısı 80 ise sınıfta kaç kız öğrenci vardır?

ÇÖZÜM:

Kızlar : x kişi

Erkekler : $(25-x)$ kişi olsun

Dikilen fidanlar

Erkekler Kızlar

$$4.(25-x) + 2.x = 80$$

$$100 - 4x + 2x = 80$$

$$2x = 20$$

$$x = 10 \text{ kızların sayısını verir.}$$

ÖRNEK (7)

Bir gezi gurubunda erkekler grubun $\frac{1}{5}$ 'i dir. Bu gruba 12 bayan daha katılırsa bayanlar grubun $\frac{5}{6}$ 'sı oluyor. İlk durumda grupta kaç bayan vardır?

ÇÖZÜM:

Grupta 5x kişi olsun

Erkekler x kişi olur.

Bayanlar da 4x olur.

12 bayan geldiğinde

Bayanlar $4x+12$ ve grup da $5x+12$ olur.

Son duruda bayanlar grubun $\frac{5}{6}$ sı olacaksa;

$$\text{Bayanlar} = \frac{5}{6} \cdot \text{Grup}$$

$$4x + 12 = \frac{5}{6} \cdot (5x + 12)$$

$$6(4x + 12) = 5(5x + 12)$$

$$24x + 72 = 25x + 60$$

$$x = 12 \text{ bulunur.}$$

ilk durumda bayanlar 4x olduğundan

$$4.12 = 48 \text{ sorunun cevabıdır.}$$

ÖRNEK (8)

5, 10 ve 50 TL lik kağıt paralardan oluşan 875 TL içinde 50 TL'liklerin sayısı en çok kaç olabilir?

ÇÖZÜM:

5 TL'den x tane
10 TL'den y tane
50 TL'den z tane alalım
 $5x+10y+50z = 875$ olur.

Şimdi 50'liklerin çok olması için diğerlerine az değer vereceğiz.

İfadeyi sadeleştirmek işimizi kolaylaştırır

$$\frac{5x + 10y + 50z}{5} = \frac{875}{5}$$

$$\begin{array}{ccc} x & + & 2y & + & 10z & = & 175 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 1 & & 2 & & 17 & & \end{array}$$

son olarak sağlamasını yapalım
 $1+2.2+10.17 = 175$
o halde 50'liklerin sayısı en fazla 17 olur.

ÖRNEK (9)

Bütün rakamları 8 olan bir sayı 9 a bölündüğünde kalan 3 ise sayı en az kaç basamaklıdır?

ÇÖZÜM:

9'a bölümünden kalan kuralı , rakamları toplamının 9'a bölümünden kalan olduğundan;
Sayımız n basamaklı olsun
Sayımızın rakamları toplamı 8n olur.
Rakamları toplamı 9'un k katından 3 fazla ise

$$8n = 9k + 3$$

şimdi k ya değer verelim ve n yi bulalım

k=5 verirsek $8n = 9.5+3 = 48 \rightarrow n = 6$ olur.

ÖRNEK (10)

Bir sınıftaki erkek öğrencilerin sayısı kız öğrencilerin 3 katıdır. Bu sınıftan 4 kız öğrenci çıkarılınca erkek öğrenci sayısı kızların 5 katı oluyor. Başlangıçta sınıfta kaç öğrenci vardır?

ÇÖZÜM:

	İlk durum	Son durum
Kızlar :	x	x-4
Erkekler :	3x	5(x-4)

$$3x = 5(x-4)$$

$$3x = 5x-20$$

$$20 = 2x$$

$$x = 10$$

sınıfın başlangıçtaki toplamı

$$x+3x=4x=4.10=40 \text{ bulunur}$$

ÖRNEK (11)

Bir kimse borcunun $\frac{5}{8}$ ini ödüyor sonra kalan borcunun $\frac{1}{4}$ 'ünü daha ödüyor. Geriye 45000TL borcu kalıyor. Bu kimsenin başlangıçtaki borcu ne kadardı?

ÇÖZÜM:

1.yol

kalan..kalan tipindeki sorularda aşağıdaki yol tercihe şayandır..

Borç: x olsun

$$\begin{array}{l} \text{ödenen} \rightarrow \frac{5}{8} \\ \downarrow \\ \text{kalan} \rightarrow 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8} \end{array} \quad \begin{array}{l} \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{1}{4} \text{ gitse } \frac{3}{4} \text{ kalır} \right) \\ \downarrow \\ \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{32} \end{array}$$

$$\frac{x}{32} = 45000$$

$$x = 32.5000$$

$$x = 160\,000$$

2.yol

Borcun tamamı 32x olsun (paydaların okeki alınır)

$$\text{ödenen } 32x \cdot \frac{5}{8} = 20x \rightarrow \text{kalan } 32x - 20x = 12x$$

$$\text{ödenen } 12x \cdot \frac{1}{4} = 3x \rightarrow \text{kalan } 12x - 3x = 9x$$

$$9x = 45\ 000$$

$$x = 5\ 000$$

$$\text{borcun tamamı } 32x = 32 \cdot 5\ 000 = 160\ 000 \text{ tl olur}$$

3.yol (KUTU YÖNTEMİ)

$$8x20\ 000 = 160\ 000$$

////	////	////	////	////	20	20	20
------	------	------	------	------	----	----	----

/	1	1	1
	5	5	5

45000

60000

(önce sondan başlayıp kalan 45 000 tl yi üç kutucuğa yerleştirir bir kutucuk 15 → dört kutucuk 60 eder.

Sonra ilk 8'lik bölmeye gider...üç bölme 60 ise bir bölme 20 → sekiz bölme $8 \times 20 = 160$ deriz)

(Alın size üç yol seç-beğen-al...:)

ÖRNEK (12)

Bir kumaşın $\frac{2}{5}$ 'i satılıyor. Kalanın $\frac{2}{3}$ 'ü daha satıldığında geriye 24 m kumaş kalıyor. Kumaşın tamamı kaç m dir?

ÇÖZÜM:

Daha önce de belirttiğimiz gibi kalan..kalan tipindeki bir soru

Kumaş x metre olsun

$$\begin{array}{lcl} \text{İlk durum} & & \text{ikinci durum} \\ \text{Satılan : } x \cdot \frac{2}{5} & \nearrow & \frac{3x}{5} \cdot \frac{2}{3} \\ \text{Kalan : } x - x \cdot \frac{2}{5} = \frac{3x}{5} & & \frac{3x}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{x}{5} = 24 \end{array}$$

$$\frac{x}{5} = 24 \Rightarrow x = 120 \text{ m dir.}$$

ÖRNEK (13)

Bir deponun $\frac{5}{8}$ i suyla doludur. Depoya 20 litre daha su eklendiğinde $\frac{3}{4}$ ü doluyor Buna göre depoda başlangıçta kaç litre su vardır?

ÇÖZÜM:

1.yol

$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ dir.(genişletelim ki ilk kesrin paydası ile aynı olsun)

Su ile dolu							
5 bölme							
					20		
6 bölme							
Son Durumda Dolu Olan Kısım							

8 bölme olduğundan $8 \cdot 20 = 160$ litre deponun tamamıdır.Başlangıçtaki dolu kısım deponun $\frac{5}{8}$ 'i

$$\text{olduğundan } 160 \cdot \frac{5}{8} = 100 \text{ litre bulunur.}$$

2.yol

Depo 8x olsun

Başlangıçtaki dolu kısım $8x \cdot \frac{5}{8} = 5x$,

20 lt eklenerek dolacak kısım $8x \cdot \frac{3}{4} = 6x$

fark : $6x - 5x = x = 20$ lt

Başlangıçtaki dolu kısım $5x = 5 \cdot 20 = 100$ lt olur.

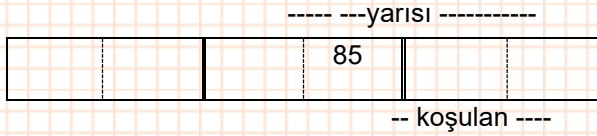
ÖRNEK (14)

Bir atlet belli bir yolun $\frac{1}{3}$ ünü koştuktan sonra 85 m daha koşarsa gideceği yolun yarısına geliyor. Atletin koşması gereken tüm yol kaç metredir?

ÇÖZÜM:

1.yol

yolu önce 3'e bölüm her bölmeyi de 2'te bölersek yolun yarısına kolay ulaşırız
aradaki fark 85 olur.



6 tane bölme var. Her biri 85 ise tüm yol;
 $85 \cdot 6 = 510$ m olur.

2.yol

Tüm yol 6x olsun (3x dersek yolun yarısı kesirli çıkar, 6x daha iyi..)

Yolun $\frac{1}{3}$ 'ü : $6x \cdot \frac{1}{3} = 2x$ gidilmiş

yolun yarısı $\frac{6x}{2} = 3x$

Demek ki 2x gitmiş x daha gitse $2x + x = 3x$ yolun yarısına gelirmiş.. o halde $x = 85$ tir
Tüm yol $6x = 6 \cdot 85 = 510$ m bulunur.

ÖRNEK (15)

Bir deponun $\frac{2}{5}$ 'i doludur. Depoya 40 lt benzin eklendiğinde deponun $\frac{1}{5}$ 'i kadar su taşıyor. Depo kaç litreliktir?

ÇÖZÜM:

Depo : 5x olsun

Dolu kısım : 2x tir.

40 lt eklenince $2x + 40 = 5x + x$

$$2x + 40 = 6x$$

$$4x = 40$$

$$x = 10$$

Depo $5x = 5 \cdot 10 = 50$ lt dir.

taşan kısım

ÖRNEK (16)

Bir grup öğrenci aralarında para toplayıp kitap almak istiyorlar her öğrenciden 1300 TL toplanırsa 4000 TL eksikleri 1400 TL toplanırsa 1000 TL fazlaları çıkıyor. Grupta kaç öğrenci vardır?

ÇÖZÜM:

Öğrenci sayısı : x

Kitap parası : y olsun

Kitap Parası	Kitap Parası
$1300 \cdot x + 4000 =$	$1400 \cdot x - 1000$
$4000 + 1000 =$	$1400x - 1300x$
$100x =$	5000
$x =$	50 bulunur.

(4000tl eksikleri dediği halde neden topladığımızı iyi düşünün....kelimeler mantığınızı şaşırtmasın... eksik kaldı demek daha vermemiz gereken para var demek o yüzden topladık..1000 tl fazla olayı da tam tersi..)

ÖRNEK (17) Ahmet parasının $\frac{1}{4}$ 'ünü Mehmet'e verirse paraları eşit oluyor. Ahmet'in parası Mehmet'in parasının kaç katıdır?

ÇÖZÜM:

1.yol

Ahmet'in parası $4x$ olsun. Ahmet parasının $\frac{1}{4}$ 'ünü Mehmet'e verdiğinde kendinde $3x$ kalır. Mehmet x tl yi aldığıında paraları eşit yani $3x$ olacaksa demek ki önceden $2x$ 'i varmış. Bu durumda
Ahmet'in ilk parası : $4x$
Mehmet'in ilk parası : $2x$
O halde Ahmet'in parası Mehmet'in parasının 2 katıdır.

2.yol

Ahmet'in parası $4x$ olsun

Ahmet Mehmet'e $\frac{4x}{4} = x$ tl verirse

	Ahmet	Mehmet
İlk durum :	$4x$	y
Son durum :	$4x-x=3x$	$y+x$
Paraları eşit olacaktı		
	$3x = y+x$	
	$y = 2x$	

Ahmet : $4x$

Mehmet : $y=2x$

O halde Ahmet'in parası Mehmet'in parasının 2 katıdır.

ÖRNEK (18)

Bir otelin odalarının bir kısmı 2, bir kısmı 3 yataklıdır otelde 22 oda ve 58 yatak varsa 3 yataklı oda sayısı kaçtır.

ÇÖZÜM:

3 yataklı oda sayısı : x

2 yataklı oda sayısı $22-x$ olsun

2 yataklı odalarda toplam yatak sayısı: $2(22-x)$

3 yataklı odalarda toplam yatak sayısı : $3.x$

$$\begin{array}{r} + \\ \hline 58 \end{array}$$

$$2(22-x) + 3x = 58$$

$$44-2x + 3x = 58$$

$$x = 58 - 44$$

$$x = 14 \text{ oda vardır.}$$

ÖRNEK (19)

Bir sınıftaki kızların sayısının erkeklerin sayısına oranı $\frac{4}{9}$ dur. Bu sınıfa 4 kız ve 4 erkek öğrenci katılırsa kızların sayısının erkeklerin sayısına oranı $\frac{1}{2}$ oluyor. Başta kaç erkek öğrenci vardır.

ÇÖZÜM:

$$\frac{\text{kız}}{\text{erkek}} = \frac{4}{9} \rightarrow \text{kızlar} = 4k, \text{ erkekler} = 9k$$

$$\frac{\text{kız} + 4}{\text{erkek} + 4} = \frac{4k + 4}{9k + 4} \times \frac{1}{2}$$

$$9k + 4 = 8k + 8$$

$$k = 4$$

$$\text{başlangıçtaki erkek sayısı : } 9k = 9 \cdot 4 = 36 \text{ olur.}$$

ÖRNEK (20)

Bir kırtasiyeci elindeki kalemlerin $\frac{2}{5}$ 'ini günde 18 adet, kalanları günde 24 adet satarak 34 günde bitiriyor Tüm kalemler kaç tanedir

ÇÖZÜM:

Kalemler $5x$ tane olsun

$$5x \cdot \frac{2}{5} = 2x \text{ tanesi günde 18 adet} \rightarrow \frac{2x}{18} \text{ günde}$$

$$5x - 2x = 3x \text{ tanesi günde 24 adet} \rightarrow \frac{3x}{24} \text{ günde}$$

$$\frac{2x}{18} + \frac{3x}{24} = 34 \Rightarrow \frac{8x + 9x}{72} = 34$$

$$(4) \quad (3)$$

$$\Rightarrow \frac{17x}{72} = 34^2$$

$$\Rightarrow x = 144$$

$$\Rightarrow 5x = 5 \cdot 144 = 720 \quad \text{kalem}$$

eder.

(bilinmeyenlerle mantık yürütmek bazen zor olabilir. Böyle zamanlarda bilinen bir değerle düşünüp çözümü yönlendirmek en güzeldir.

Mesela $\frac{2x}{18}$ ve $\frac{3x}{24}$ kesirlerini anlamayanlar şunu

düşünsün; $2x$ kalem yerine 36 kalem deseydik günde 18 tane satarak kaç günde satılırdı sorusuna

$$\frac{36}{18} = 2 \text{ demezmiydiniz.. tabiki evet.. e şimdi 36 yı}$$

kaldır $2x$ 'i koy oldu bitti...)

ÖRNEK (21)

180 kişilik bir grupta bayanların $\frac{1}{4}$ ü erkeklerin $\frac{2}{5}$ i gözlüklüdür toplam 48 gözlüklü varsa erkekler kaç kişidir?

ÇÖZÜM:

Bu soruda iki denklem kuralım

$$\text{Bayanlar : } 4x \quad , \quad \text{gözlüklü bayanlar : } 4x \cdot \frac{1}{4} = x$$

$$\text{Erkekler : } 5y \quad , \quad \text{gözlüklü erkekler : } 5y \cdot \frac{2}{5} = 2y$$

$$\begin{array}{rcl} + & & + \\ \hline & 180 & 48 \\ & & 4x + 5y = 180 \\ -4/ & x + 2y = 48 & \\ \hline & 4x + 5y = 180 & \\ & -4x - 8y = -192 & \\ \hline & -3y = -12 & \\ & y = 4 & \end{array}$$

$$\text{Erkekler } 5y = 5 \cdot 4 = 20 \text{ kişi olurlar.}$$

ÖRNEK (22)

4 elma parasıyla iki portakal alınıyor 1 elma ve 1 portakal 12 TL ise 36 TL ye kaç elma alınır.

ÇÖZÜM:

$$4e = 2p \quad \text{ve} \quad e + p = 12$$

şimdi bu denklemleri ortak çözelim

$$4e = 2p \rightarrow p = 2e \text{ olur.}$$

$$e + p = 12$$

$$e + 2e = 12$$

$$3e = 12$$

$$e = 4 \text{ tl ise}$$

$$36 \text{ tl'ye } \frac{36}{4} = 9 \text{ elma alınır.}$$

37

ÖRNEK (23)

Mehmet ile Selim de toplam 24 tane kalem vardır. Selim kalemlerinden 2 sini Mehmet'e verirse Mehmet'in kalem sayısı Selimin kalem sayısının 2 katı olacak. İlk durumda Mehmet'te kaç kalem vardır?

ÇÖZÜM:

	Mehmet	Selim
İlk durum :	x	24-x
Son durum:	x+2	24-x-2=22-x

$$x+2 = 2.(22-x)$$

$$x+2 = 44-2x$$

$$x+2x = 44-2$$

$$3x = 42$$

$$x = 14$$

zaten Mehmet'in ilk durumda x kalemi vardı. O halde cevap 14 olur.

ÖRNEK (24)

Bir kesrin payına 2 ekler ve paydasından 1 çıkarırsak en küçük pozitif tamsayı elde ediliyor. Payından 2 çıkartıp paydasına 1 eklenirse kesrin değeri 1/3 oluyor esas kesrin değeri kaçtır.

ÇÖZÜM:

En küçük pozitif tamsayı 1 dir

Esas kesrimiz $\frac{a}{b}$ olsun

$$\frac{a+2}{b-1} = 1 \Rightarrow a+2 = b-1 \Rightarrow b-a = 3 \dots (1)$$

sıra ikinci yargıda,

$$\frac{a-2}{b+1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3a-6 = b+1 \Rightarrow 3a-b = 7 \dots (2)$$

(1) ve (2) den

$$b-a = 3$$

$$+ 3a-b = 7$$

$$2a = 10$$

$$a = 5 \text{ ve } b-5=3 \rightarrow b=8 \text{ bulunur.}$$

o halde esas kesrimiz : $\frac{a}{b} = \frac{5}{8}$ olur.

ÖRNEK (25)

4kg armut 3kg portakal ,4kg elma için ödenen para 129 lira, 2kg armut 1 kg portakal 2 kg elma için ödenen para 60 liradır. 1kg portakal kaç liradır?

ÇÖZÜM:

Baş harfleri kullanırsak

$$4a + 3p + 4e = 129$$

$$-2/ 2a + p + 2e = 60$$

$$4a + 3p + 4e = 129$$

$$-4a - 4p - 4e = -120$$

$$-p = -9$$

$$p = 9 \text{ tl dir.}$$

ÖRNEK (26)

Bir kap dörtte birine kadar su dolu iken 15 kg, üçte biri doluyken 17 kg gelmektedir. Bu kap boş iken kaç kg gelir,

ÇÖZÜM:

Kabın tamamı dolu iken aldığı miktar : x olsun

Kabın darası(boş ağırlığı) : d olsun

$$\left. \begin{array}{l} -1/ d + \frac{x}{4} = 15 \\ d + \frac{x}{3} = 17 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} -d - \frac{x}{4} = -15 \\ d + \frac{x}{3} = 17 \end{array}$$

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 2$$

$$\frac{4x-3x}{12} = 2$$

$$x = 24 \text{ şimdi darayı}$$

bulalım. Birinci denklemde x'i yazarsak

$$d + \frac{x}{4} = 15 \Rightarrow d + \frac{24}{4} = 15 \Rightarrow d = 9 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (27)

Bir sınıftaki öğrenciler sıralar 2 şer oturunca 5 kişi ayakta kalıyor 3 erli oturlarsa 4 sıra boş kalıyor. Sınıfta kaç öğrenci var.

ÇÖZÜM:

Sıra sayısı : x olsun

$$\frac{\text{Öğrenci sayısı}}{2x + 5} = \frac{\text{Öğrenci sayısı}}{3(x-4)}$$

Her iki durumda da öğrenci sayısı eşit olduğundan

$$2x+5 = 3x -12$$

$$x = 17$$

öğrenci sayılarından birini kullanırsak

$$2x+5 = 2.17+5 = 39 \text{ öğrenci vardır.}$$

ÖRNEK (28)

Bir sınıftaki öğrenciler sıralara 2'şerli oturunca 5 kişi ayakta kalıyor. 3'erli oturunca 10 kişilik boş yer kalıyor. Sınıfta kaç öğrenci ve kaç sıra vardır?

ÇÖZÜM:

Sıra sayısı : x olsun

$$\frac{\text{Öğrenci sayısı}}{2x + 5} = \frac{\text{Öğrenci sayısı}}{3x -10}$$

Her iki durumda da öğrenci sayısı eşit olduğundan

$$2x+5 = 3x-10$$

$$x = 15 \text{ sıra vardır}$$

şimdi de öğrenci sayısını bulalım

$$2x+5 = 2.15+5 = 35 \text{ öğrenci vardır}$$

ÖRNEK (29)

Bir çocuk 5 ileri 3 geri adım atarak kareli bir kaldırımda ilerliyor. Toplam 62 adım atan bu çocuk kaç kare ilerlemiş olur?

ÇÖZÜM:

Her bir hareket : +5 -3 = 2 adım ilerletiyor

Yani 8 adımda 2 adım

Önce 62'de kaç tane 8 adım var onu bulalım

$$\begin{array}{r} 62 \\ - 56 \\ \hline 6 \end{array} \begin{array}{l} | 8 \\ | \\ | \\ | \end{array} \begin{array}{l} 7 \rightarrow 7.2=14 \text{ ileri adım} \\ 6 \rightarrow \text{artık adım} \end{array}$$

elimizde 14 adım var bir de tam hareket sayılmayan 6 adım..

şimdi 6 adım sayalım +5 -1= 4 adım da buradan gelir

$$14+4 = 18 \text{ adım ilerlemiş olur.}$$

ÖRNEK (30)

Bir öğrenci 4 yanlışın 1 doğruyu, 6 boşun da 1 doğruyu sildiği bir sınavda 12 net yapıyor. Doğru cevapladığı soru sayısı yanlışlardan 7, boşlardan 9 fazla ise öğrenci kaç soruyu doğru cevaplamıştır?

ÇÖZÜM:

Doğrular : x olsun

Yanlışlar : x-7

Boşlar : x-9

$$\text{Net sayısı : } x - \left(\frac{x-7}{4} \right) - \left(\frac{x-9}{6} \right) = 12$$

Şimdi bu denklemi çözelim

$$\frac{x}{1} - \left(\frac{x-7}{4} \right) - \left(\frac{x-9}{6} \right) = 12$$

$$\frac{12x - 3x + 21 - 2x + 18}{12} = 12$$

$$\frac{7x + 39}{12} \times \frac{12}{1} = 12$$

$$7x + 39 = 144$$

$$7x = 105$$

$$x = 15 \text{ soruyu doğru}$$

cevaplandırmıştır.

ÖRNEK (31)

Bir merdiveni 2 şer 2 şer çıkıp 3'er 3'er inen bir kişinin çıkışta attığı adım sayısı inişte attığı adım sayısından 6 fazla ise bu merdiven kaç basamaklıdır?

ÇÖZÜM:

Merdivenin basamak sayısı $6x$ olsun

$$\text{Çıkarken attığı adım sayısı : } \frac{6x}{2} = 3x$$

$$\text{İnerken attığı adım sayısı : } \frac{6x}{3} = 2x$$

kişinin çıkışta attığı adım sayısı inişte attığı adım sayısından 6 fazla ise

$$3x = 2x + 6$$

$$x = 6$$

basamak sayısı $6x = 6 \cdot 6 = 36$ basamak bulunur.

ÖRNEK (32)

Bir sınıftaki her erkek öğrencinin kız arkadaşlarının sayısı erkek arkadaşlarının sayısının yarısından 3 fazladır. Sınıfta 25 öğrenci varsa kızlar kaç kişidir?

ÇÖZÜM:

Erkek sayısı : x

Kız sayısı : y

Her bir erkeğin erkek arkadaş sayısı $x-1$ (kendisi hariç), kız arkadaş sayısı y dir.

Her bir kızın kız arkadaş sayısı $y-1$ (kendisi hariç), erkek arkadaş sayısı x olur.

Şimdi soruyu çözelim

$$y = \frac{x-1}{2} + 3 \text{ ve } x+y = 25$$

birinci denklemdeki y 'yi ikinci denklemde yerine yazalım

$$x + y = 25 \Rightarrow x + \frac{x-1}{2} + 3 = 25$$

$$\Rightarrow \frac{2x + x - 1}{2} = 25 - 3$$

$$\Rightarrow 3x - 1 = 44 \Rightarrow 3x = 45$$

$$\Rightarrow x = 15 \text{ ve } y = 10 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (33)

Bir grup öğrenci beraber lokantaya gidiyor. Gelen hesaba göre herkese 15 lira düşmektedir. Grupta 3 öğrenci misafir olduğu için para ödemiyorlar. Bu durumda para veren diğer öğrenciler 9 lira fazla vermek zorunda kalıyor. Grupta kaç kişi vardır?

ÇÖZÜM:

Gruptaki öğrenci sayısı : x olsun

$$\begin{array}{ll} \text{Herkes öderse} & \text{misafirler ödemezse} \\ 15 \cdot x & (15+9)(x-3) \end{array}$$

her halükarda ödenen para sabit olduğundan

$$15x = 24x - 72$$

$$72 = 24x - 15x$$

$$9x = 72 \text{ ve } x = 8 \text{ kişi var}$$

ÖRNEK (34) Bir kitabın sayfalarını 1 den başlamak kaydıyla numaralandırırsak 333 rakam kullanarak kaç sayfa numaralayabiliriz?

ÇÖZÜM:

Kitabın kaç sayfalık olduğunu bilmiyoruz. Adım adım ilerleyelim

1-9 arası sayfa numaralarında birer rakam olduğundan $9 \cdot 1 = 9$ rakam kullanılır.

10-99 arası sayfa numaralarında ikişer rakam kullanılır bu arada 90 sayfa var $90 \cdot 2 = 180$ rakam kullanılır.

Şimdiye kadar $180 + 9 = 189$ rakam kullanıldı geriye $333 - 189 = 144$ rakam kaldı.

Bu da üç rakamlı sayfalara geçtiğimizden $\frac{144}{3} = 48$ sayfa demektir

Son iki basamaklı sayı 99 idi

$$99 + 48 = 147 \text{ sayfa eder.}$$

ÖRNEK (35) 60 soruluk bir sınavda 3 yanlış bir doğruyu götürüyor. Her net soru 4 puan değerindedir. 8 soruyu boş bırakan bir öğrenci 144 puan aldığına göre öğrenci kaç soruyu doğru cevaplamıştır?

ÇÖZÜM:

60-8=52 soru doğru veya yanlış cevaplanmış
doğru soru sayısı : x
yanlış sayısı : y olsun

$$\text{net sayısı : } x - \frac{y}{3}$$

$$\text{puan : } 4 \left(x - \frac{y}{3} \right) = 144 \Rightarrow x - \frac{y}{3} = 36 \dots (1)$$

$$\text{zaten } x + y = 52 \dots (2)$$

bu iki denklemden;

$$-1/ x - \frac{y}{3} = 36$$

$$x + y = 52$$

$$y + \frac{y}{3} = 16 \Rightarrow 4y = 48$$

$$\Rightarrow y = 12$$

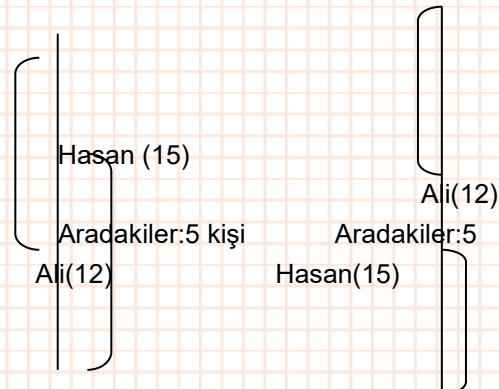
$$x + y = 52 \rightarrow x + 12 = 52 \rightarrow x = 40 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (36) Ali bir bilet kuyruğunda baştan 12 , Hasan ise sondan 15. sıradadır. Aralarında 5 kişi olduğuna göre kuyrukta en az ve en çok kaç kişi vardır?

ÇÖZÜM:

En az

En çok



1. durum

2. durum

$$15 + 12 - 5 - 1 - 1 = 20$$

$$12 + 15 + 5 = 32$$

Hasan Ali

1. durumda Hasan ve Ali ve 5 kişi iç içe girdiğinden hem yukardan hem aşağıdan sayılırken 12 ve 15 içinde hesaplanır bu yüzden 12+15 yazdıktan sonra çıkardık(-5-1-1)

2. durumda iç içe giriş olmadığından çıkarmaya gerek yok

ÖRNEK (37)

Hareketsiz bir çubuğun her iki yanından aynı anda 1/9 ve 2/5 lik kısımlar kesildiğinde çubuğun orta noktası 26 cm kayıyor. Buna göre çubuğun tamamı kaç cm dir?

ÇÖZÜM:

Çubuğun uzunluğunu uygun seçersek kesirlerle uğraşmayız

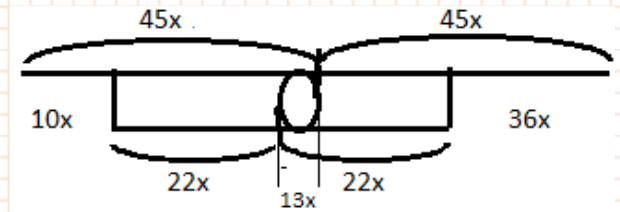
Paydaların okeki : OKEK(9,5)=45

Çubuğun orta noktası alınacağından birde ikiye bölünsün diye 90x alalım

$$\text{Çubuğun ortası } \frac{90x}{2} = 45x$$

$$\text{Kesilen kısımlar: } 90x \cdot \frac{1}{9} = 10x, \quad 90x \cdot \frac{2}{5} = 36x$$

$$90x - 10x - 36x = 44x \text{ ve } 44x \text{ in yarısı } 22x$$



$$45x - (10x + 22x) = 13x, \quad 13x = 26 \text{ ise } x = 2 \text{ dir}$$

$$\text{Çubuk : } 90x = 90 \cdot 2 = 180 \text{ cm olur.}$$

ÖRNEK (38)

A torbasındaki topların %64'ü , B torbasındaki topların %36'sı beyazdır.

Bu iki torbadaki topların tümünün %48'i beyaz olduğuna göre A torbasındaki top sayısının , B torbasındaki top sayısına oranı kaçtır? (ÖSS 2003)

ÇÖZÜM:

A torbasında 100x top olsun. Beyazlar : 64x

B torbasında 100y top olsun . Beyazlar : 36y

$$A+B \text{ torbaları } 100(x+y) \cdot \frac{48}{100} = 48(x+y)$$

$$48(x+y) = 64x+36y$$

$$48x+48y = 64x+36y$$

$$48y-36y = 64x-48x$$

$$12y = 16x$$

$$\frac{x}{y} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{A}{B} = \frac{100x}{100y} = \frac{x}{y} = \frac{3}{4} \text{ olur.}$$

ÖRNEK (39)

Taşımacılık yapan bir firma 300 milyar TL ödeyerek fiyatları 15 milyar, 25 milyar ve 30 milyar TL olan araçlardan toplam 12 adet alıyor.

Fiyatı 15 milyar ve 25 milyar TL olan araçlardan eşit sayıda alındığına göre , fiyatı 30 milyar TL olan araçtan kaç tane alınmıştır? (ÖSS 2003)

ÇÖZÜM:

15 milyarlık : x tane

25 milyarlık : x tane

30 milyarlık : y tane almış olsun

$$+ \quad \quad \quad$$

$$2x+y = 12 \dots(1)$$

$$15x + 25x + 30y = 300$$

40x + 30y = 300 denklemi 10 ile sadeleştirirsek

$$4x + 3y = 30 \dots(2)$$

(1) ve (2) den;

$$-2/ \quad 2x+y = 12$$

$$4x+3y = 30$$

$$y = 6 \text{ olur.}$$

ÖRNEK (40)

Bir kültürdeki bakteri sayısı her 1 saatlik süre sonunda iki katına çıkmaktadır.

Başlangıçta 128 tane bakterinin bulunduğu bu kültürde 12 saatin sonunda kaç bakteri olur?

(ÖSS 2002)

ÇÖZÜM:

$128 = 2^7$ dir her saat iki katına çıkarsa 12 saat sonra 2^{12} katına çıkar demektir.

O halde : $2^7 \cdot 2^{12} = 2^{7+12} = 2^{19}$ bakteri olur.

ÖRNEK (41)

A				
x	B			
		C		
130			D	
170	90		y	E

şekildeki satır ve sütunların kesişiminde verilen sayılar , bulundukları satır ve sütunun belirttiği iki kent arasındaki yolun km cinsinden uzunluğunu göstermektedir. Örneğin , A ile D kentleri arasındaki yol 130 km dir.

A,B,C,D,E kentleri aynı yol üzerinde ve yazılan sırada olduğuna göre , x+y kaçtır? (ÖSS 2002)

ÇÖZÜM:

A	B	C	D	E
x = 80				y = 40

$$(170-90) \text{ ----- } 90 \text{ -----}$$

$$\text{-----} 130 \text{ -----} (170-130)$$

$$\text{-----} 170 \text{ -----}$$

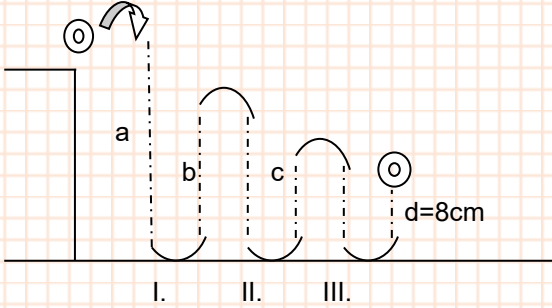
o halde $x+y = 80 + 40 = 120$ km eder.

ÖRNEK (42)

Belirli bir yükseklikten bırakılan bir top yere vuruşundan sonra bir önceki düşüş yüksekliğinin $\frac{2}{9}$ u kadar yükselmektedir.

Top yere üçüncü vuruşundan sonra 8 cm yükseldiğine göre , başlangıçta kaç cm den bırakılmıştır? (ÖSS 2002)

ÇÖZÜM:



$a = x$ cm olsun

$$b = x \cdot \frac{2}{9}, \quad c = x \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{9},$$

$$d = x \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{9} = 8$$

$$x = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729 \text{ cm eder.}$$

ÖRNEK (43)

400 üyeli bir parlamento 3 partiye mensup millet vekillerinden oluşmuştur ve her partinin millet vekili sayısı birbirinden farklıdır. Bu parlamentoda güvenoyu için en az 201 oy gerekmektedir.

Güvenoyu için herhangi iki partinin millet vekili sayıları toplamı yeterli olduğuna göre parlamentodaki en küçük partinin milletvekili sayısı en az kaç olabilir? (ÖSS 2002)

ÇÖZÜM:

Partilerin oy sayıları x, y, z olsun

$x + y + z = 400$ ve en az oy x olsun

$x + y \geq 201$, $x + z \geq 201$, $y + z \geq 201$

olmalı

$$x + y \geq 201$$

$$+ x + z \geq 201$$

$$\underbrace{x + x + y + z}_{400} \geq 402 \Rightarrow x \geq 402 - 400 \Rightarrow x \geq 2$$

$x = 2$ seçersek $400 - 2 = 398$ kalır

$y = z = 199$ **seçemeyeceğimizden** ($x \neq y \neq z$)

$y = 199$ ve $z = 198$ seçelim. ($199 + 198 = 397$)

Bu durumda $x = 400 - 397 = 3$ oy alır..

ÖRNEK (44)

Çayın kilogramı a liradır. Çaya % 20 zam yapıldığında a TL'ye kaç kg çay alınabilir?

(ÖSS-2001)

ÇÖZÜM:

$$\text{Zamlı fiyat : } a + a \cdot \frac{20}{100} = \frac{120a}{100} = \frac{6a}{5} \text{ eder}$$

a tl'ye kaç kilo çay alabileceğimizi bölerek bulabiliriz.

$$\frac{a}{\frac{6a}{5}} = \cancel{a} \cdot \frac{5}{6\cancel{a}} = \frac{5}{6} \text{ kg alabiliriz.}$$

ÖRNEK (45)

60 yolcusu olan bir otobüsten 2 bayan 3 erkek inince bayanların sayısı erkeklerin sayısının $\frac{5}{6}$ 'sı oluyor.

Buna göre ilk durumda otobüsteki bayan sayısı kaçtır? (ÖSS-2001)

ÇÖZÜM:

	Erkekler	Bayanlar	
İlk durum :	x	y	$\rightarrow x + y = 60$
Son durum	$x - 3$	$y - 2$	$\rightarrow y - 2 = \frac{5}{6}(x - 3)$
			$6y - 12 = 5x - 15$
			$5x - 6y = 3$

Elde edilen iki denklemden

$$5x - 6y = 3$$

$$\underline{-5/x + y = 60}$$

$$-11y = -297 \rightarrow y = 27 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (46)

Bir benzin tankının içinde bir miktar benzin vardır. Tankta 300 lt benzin ilave edilirse , tankın 5/9'u doluyor. Oysa tankta benzin konmayıp tanktan 100 lt benzin boşaltılırsa , tankın 1/9'u dolu kalıyor.

Buna göre tankın tamamı kaç lt dir?

(ÖSS-2001)

ÇÖZÜM:

Tankın tamamı 9x lt benzin alsın
Tankta başlangıçta a litre benzin varsa

$$\begin{aligned} a+300 &= 5x \\ -1 / a -100 &= x \\ 4x &= 400 \\ x &= 100 \end{aligned}$$

tankın tamamı 9x idi $9x=9 \cdot 100 = 900$ lt varmış

ÖRNEK (47)

Bir bilgi yarışmasında , kurallara göre , yarışmacılar her doğru cevaptan 40 puan kazanıyor. Her yanlış cevaptan 50 puan kaybediyor.

30 soruya cevap veren bir yarışmacı 300 puan kazandığına göre , doğru cevapların sayısı kaçtır?

(ÖSS-2000)

ÇÖZÜM:

Doğrular : d
Yanlışlar : y olsun

$$40d-50y = 300 \rightarrow 4d - 5y = 30 \text{ (sadeleştirdik)}$$

$$\begin{aligned} 4d - 5y &= 30 \\ 5 / d+y &= 30 \end{aligned}$$

$$9d = 180 \rightarrow d = 20 \text{ soruya}$$

doğru cevap vermiştir.

ÖRNEK (48)

Ali bir bilet kuyruğunda baştan n. ci sırada , sondan $(2n-2)$ sıradadır. Kuyrukta 81 kişi olduğuna göre Ali baştan kaçinci kişidir? (ÖSS-2000)

ÇÖZÜM:

Ali : ☉ olsun

---- (n kişi) -----

-----☉-----

.....(2n-2)

Ali hem baştan hem de sondan sayıldığından iki kez sayılmış olur. O yüzden bir kez çıkarırız

$$\text{Kuyruktakiler : } (n)+(2n-2)-1 = 81$$

$$3n -3 = 81$$

$$3n = 84$$

$$n = 28 \text{ inci sırada olur.}$$

ÖRNEK (49)

Uzunlukları aynı olan iki mum aynı anda yanmaya başladığında , biri 2 saatte, diğeri 3 saatte tamamıyla yanarak bitmektedir. Bu iki mum aynı anda yakıldıktan kaç saat sonra , birinin boyu diğerrinin boyunun 1/3'ü olur? (ÖSS-2000)

ÇÖZÜM:

Uzunlukları 2 ve 3ün okeki olan 6 birim alalım

	2 saatte yanan	3 saatte yanan
1 saatte	$\frac{6}{2} = 3$ yanar	$\frac{6}{3} = 2$ yanar
t saat sonra	3t yanar	2t yanar
Kalan kısımlar:	6 - 3t	6 - 2t

2 saatte yanan daha hızlı yandığından daha küçük kalır.

$$6-3t = \frac{6-2t}{3}$$

$$18 - 9t = 6 - 2t$$

$$18 - 6 = 9t - 2t$$

$$7t = 12 \rightarrow t = \frac{12}{7} \text{ saat sonra}$$

**KONUMUZ BİTTİ. ŞİMDİ TESTLERE
GEÇEBİLİRSİNİZ**

**DİLERSENİZ KONU ANLATIMINI BİR DE
YOUTUBE KANALIMIZDAN VİDEO OLARAK
DA İZLEYEBİLİRSİNİZ**

Youtube kanalımız: CEBİR HOCAM

**Başarılar diliyorum
İbrahim Halil BABAOĞLU
Matematik Öğretmeni**