BÖLÜNEBİLME KURALLARI

2 İle Bölünebilme: tüm çift sayılar , yani birler basamağı 0,2,4,6,8 olan sayılar 2 ile tam bölünürler.

3 İle Bölünebilme: Rakamlarının toplamı 3 ve 3'ün katı olan sayılar3 ile tam bölünürler

*Bir sayının 3 ile bölümünden kalan o sayının rakamları toplamının 3 ile bölümünden kalandır.

4 İle bölünebilme : Sayının son iki basamağı 4'ün katı olan sayılar 4 ile tam bölünürler.

5 İle Bölünebilme: Birler basamağı 0 veya 5 olan sayılar 5 ile tam bölünürler.

6 İle Bölünebilme: 2 ve 3 ile tam bölünen sayılar 6 ile de tam bölünürler.

7 İle Bölünebilme: sayımız abcdefgh olsun;

$$\begin{array}{ccc} ab & cde & fgh \\ \underline{31} & \underline{231} & \underline{231} \\ + & - & + \end{array}$$

(3a+b)–(2c+3d+e)+(2f+3g+h) = 7k , (k∈Z) oluyorsa sayı 7 ile tam bölünür (işaretlemeye + veya – ile başlamak sonucu değiştirmez)

8 İle Bölünebilme: Son üç basamağı 8'in katı veya "000" olan sayılar 8 ile tam bölünürler.

9 İle Bölünebilme: Rakamları toplamı 9 veya 9'un katı olan sayılar 9 ile tam bölünürler.

10 İle Bölünebilme: Son rakamı "0" olan sayılar 10 ile tam bölünürler.

11 İle Bölünebilme: sayımız abcdefgh olsun;

$$\begin{array}{cccccccc} a & b & c & d & e & f & g & h \\ - & + & - & + & - & + & - & + \end{array}$$

(b+d+f+h)–(a+c+e+g) = 11k , (k∈Z) oluyorsa sayı 11 ile tam bölünür.(işaretlemeye sağdan veya soldan, + ile başlamak sonucu değiştirmez) Eğer sayı tam bölünmüyorsa kalanı bulmak için sağdan ve + ile başlamak gerekir.

13 ile Bölünebilme: Sayımız abcdef olsun

$$\left.\begin{array}{ccc} \begin{array}{ccc} a & b & c \\ 10, & 1, & 4 \end{array} & & \begin{array}{ccc} d & e & f \\ 10, & 1, & 4 \end{array} \\ - & & + \end{array}\right\} = 13k$$ ise sayı 13 ile tam bölünür denir

KURAL: Bir sayı aralarında asal iki sayıyla ayrı ayrı tam bölünebiliyorsa , bu iki sayının çarpımına da tam bölünür.

2 ve 3 ile tam bölünen bir sayı 6 ile,
3 ve 4 ile tam bölünen bir sayı 12 ile,
3 ve 5 ile tam bölünen bir sayı 15 ile,
4 ve 9 ile tam bölünen bir sayı 36 ile,
3,4 ve 5 ile tam bölünen bir sayı 60 ile,
tam bölünür.

❖ 3457 sayısının 2,3,4,5,6,9 ve 11 ile bölümlerinden kalanları bulun.

ÇÖZÜM :

Bölme işleminin kalan bulma kuralları kullanılırsa;

2ile bölümünden kalan: Son rakama bakılır 7'nin 2'ilebölümünden kalan 1dir.

3 ile bölümünden kalan: sayının rakamları toplamı:3+4+5+7=19 ve 19'un 3 ile bölümünden kalan 1 dir.

4 ile bölümünden kalan: sayının son iki basamağına bakılır. 57'nin4'e bölümünden kalan 1 dir.

5 ile bölümünden kalan: sayının son basamağına bakılır. 7'nin 5 ile bölümünden kalan 2 dir.

6 ile bölümünden kalan: sayının 2 ve 3 ile bölümünden kalanlara bakılır. Kalanlar eşitse 6 ile bölümünden kalan da o sayı olur. Sayının 2 ve 3 'e bölümünden kalanlar eşit ve 1 dir. o halde 6 ile bölümünden kalan da 1 dir.

9 ile bölümünden kalan: sayının rakamları toplamı19 idi 19 'un 9 'a bölümünden kalan 1 dir

11 ile bölümünden kalan: kuralı kullanacak olursak

3 4 5 7

\- + - +

-3+4-5+7=3 o halde kalan 3 olur.

ÖRNEK(1)

23a5 sayısının 3'e tam bölünmesini sağlayan a değerlerinin toplamı nedir?

ÇÖZÜM :

3'e tam bölünmesi için rakamları toplamının 3 ile tam bölünmesi gerekir.

2+3+a+5=10+a eder.
O halde a=2,5,8 olabilir. Sayıların toplamı 15 olur.

ÖRNEK(2)

527a4 sayısı 9'a tam bölünüyorsa a'nın alabileceği değerler çarpımı nedir?

ÇÖZÜM :

Sayının rakamlarını toplarsak
5+2+7+a+4=a+18 eder. Bu toplamın 9 'a tam bölünmesi için a=0,9 olabilir. Bu durumda 0.9=0 bulunur.

ÖRNEK(3)

4a25b sayısı 15 ile bölünebilen çift bir sayıdır. Buna göre a 'nın alabileceği değerler toplamı nedir?

ÇÖZÜM :

15 sayısı aralarında asal çarpanlarına ayrılırsa 15=3.5 olur. o zaman sayı hem 3'e hem da 5'etam bölünmeli

sayı çift olduğundan b=0,2,4,6,8 olabilir. Ancak sayının 5'e tam bölünmesi için b=0 olmak zorunda

4a250

şimdi 3'ün kuralı uygulanacak olursa rakamları toplamı 4+a+2+5+0=11+a buradan a=1,4,7 olur.
Bu değerleri toplarsak 1+4+7=12 olur.

ÖRNEK(4)

$222^2+333^2+555^2$ sayısı aşağıdakilerden hangisi ile tam bölünür?

A) 4 B) 5 C) 12 D) 17 E) 37

ÇÖZÜM :

$$222^2+333^2+555^2=111^2.2^2+111^2.3^2+111^2.5^2$$
$$=111^2(2^2+3^2+5^2)$$
$$=111^2(4+9+25)$$
$$=111^2.38$$
$$=3^2.37^2.2.19$$

cevap E şıkkı olur.

ÖRNEK(5)

Birler basamağı 2 olan ve 9 ile tam bölünebilen abc sayılarının kaçı c<b<a koşulunu sağlar?

ÇÖZÜM :

Birler basamağı c=2 ise

2<b<a

9 ile bölünebilmesi için rakamlar toplamı 9'un katı olmalı. Buradan

2<b<a

↓ ↓

3 4

7 9

o halde 234 ve 279 olmak üzere iki sayı vardır.

ÖRNEK(6)

5a2a sayısı 11 ile tam bölünüyorsa 3 ile bölümünden kalan nedir?

ÇÖZÜM :

Önce a bulunmalı. 11'in kuralı uygulanırsa

5 a 2 a

\- + - +

-5+a-2+a = 11kat

-7+2a = 11kat

kat=1 için 2a=18 →a=9 bulunur.

sayımız 5929 olur. Sayının rakamları toplamı 5+9+2+9=25 tir. 25'in 3'e bölümünden kalan ise 1 olur.

MATEMATİĞİM

ÖRNEK(7)

14a7b beş basamaklı sayısı 5 ile böldüğünde 3 kalanını veriyor. Bu sayı 6 ile tam bölünüyorsa a'nın alabileceği değerler toplamı nedir?

ÇÖZÜM :

5 ile bölümünden kalan 3 ise b=3 veya 8 olur sayı 6 ile bölündüğüne göre çift olmalı o halde b=3 olamaz. Geriye 3'ün kuralı kaldı. O halde

14a78

↓

1,4,7 değerleri seçilir.

1+4+7=12 bulunur.

ÖRNEK(8)

2ab4 tane ceviz 12 öğrenciye eşit olarak paylaştırılacak her birine en çok kaç ceviz düşer?

ÇÖZÜM :

12 sayısı aralarında asal olan 3 ve 4 sayılarının çarpımından oluşur. O halde sayımız 3 ve 4'e tam bölünmeli

4 için son iki rakama bakılır. Bu durumda b=0,2,4,6,8 olabilir.

Daha çok ceviz için a'nın öncelikle büyük olması sağlanmalıdır. Bu yüzden a=9 öncelikle düşünülmeli 29b4 sayısında uygun b bulunmaya çalışılır. 3'ün kuralı için rakamları toplarsak 2+9+b+4=b+15 bu sayının 3'e tam bölünmesi için b=0,3,6,9 seçilebilir. Bunlardan sadece b=6 uygun olduğundan sayımız 2964 bulunur.

2964:12= 247 bulunur.

ÖRNEK(9)

11 ile bölündüğünde daima 2 kalanını veren iki basamaklı sayıların toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM :

Sayımızın formatı $k \in Z$ olmak üzere 11k+2 dir. k'ya değerler vererek iki basamaklı sayılar bulunur.

K=1 için 13
K=2 için 24
….
K=8 için 90
Sayılar toplanırsa 13+24+..+90= 412 bulunur.

ÖRNEK(10)

Üç ile bölünebilen ve farklı rakamlardan oluşan 5ab sayısının 5 ile bölümünden kalan 4 olduğuna gör a'nın alabileceği farklı değerlerin toplamı nedir?

ÇÖZÜM :

sayısının 5 ile bölümünden kalan 4 olduğuna göre b=4,9 olabilir. Sayı 3'e de tam bölündüğünden

5a4	5a9
↓	↓
0,3,6,9	1,4,7

a=0,1,3,4,6,7,9 rakamları toplanırsa
0+1+3+4+6+7+9=30 bulunur.

ÖRNEK(11)

81a5b sayısı 6 ile bölünebilen rakamları farlı bir sayıdır. b>3 olduğuna göre kaç farkı a değeri vardır?

ÇÖZÜM :

Sayı 6 ile bölünüyorsa çift olmalıdır. (6 = 2.3) b=0,2,4,6,8 olur. Burada b sayısı 0,2 ve 8 olmaz(şartlar gereği). O halde b sayısı 4 ve 6 olur. Şimdi sıra 3'ün kuralına geldi

81a54	81a56
↓	↓
0,3,6,9	4,7

o halde a, 6 farklı değer alır.

ÖRNEK(12)

a35c sayısının 17 ile bölümünden kalan 7 ise a53c sayısının 17 ile bölümünden kalan kaçtır?

ÇÖZÜM :

$k \in Z$ olmak üzere

a35c = 17k+7 olsun

a53c sayısı a35c sayısından 180 sayı fazla olduğundan

a53c – a35c = 180

a53c = a35c+180

a53c = 17k+7+180

a53c = 17k + 187 olur.

17k zaten 17'nin katıdır. Geriye 187 nin 17 ile bölümünden kalanı bulmak kalıyor.

$$\begin{array}{r|l} 187 & 17 \\ \cline{2-2} \underline{-\ 187} & 11 \\ 0 & \end{array}$$

o halde kalan 0 olur.

ÖRNEK(13)

35ab sayısı 3 ile tam bölünüyorsa a+b 'nin alabileceği kaç farklı değer vardır?

ÇÖZÜM :

3 ile bölünme kuralı rakamlar toplamı olduğundan;
3+5+a+b=3k olmalıdır.($k \in Z$)

a+b=3k – 8

burada k'ya değerler verilirse
k=3 için a+b=1
k=4 için a+b=4
k=5 için a+b=7
k=6 için a+b=10
k=7 için a+b=13
k=8 için a+b=16
o halde 6 farklı değer vardır denir.

KURAL: A sayısının x'e bölümünden kalan a, B sayısının x'e bölümünden kalan b olsun

A+B 'nin x'e bölümünden kalan a+b
A-B 'nin x'e bölümünden kalan a-b
A.B 'nin x'e bölümünden kalan a.b
k.A 'nin x'e bölümünden kalan k.a ($k \in Z$) dir.

ÖRNEK(14)

a sayısının 9'a bölümünden kalan 7, b sayısının 9'a bölümünden kalan 5 ise a+b 'nin 9'a bölümünden kalan ile a.b 'nin 9'a bölümünden kalan toplamı nedir?

ÇÖZÜM :

Kuralı kullanacak olursak;

a yerine 7 ve b yerine 5 kullanırız

a+b'den kalan 7+5=12 → 12'nin 9'a bölümünden kalan 3

a.b'den kalan 7.5=35 → 35'in 9'a bölümünden kalan 8

3+8=11 olur.

ÖRNEK(15)

Üç basamaklı rakamları farklı en büyük ve en küçük sayma sayıların çarpımının 9'A bölümünden kalan nedir?

ÇÖZÜM :

Üç basamaklı rakamları farklı en büyük sayı : 987
Üç basamaklı rakamları farklı en küçük sayı : 102
bu sayıların çarpımının 9'a bölümünden kalan yerine ayrı ayrı kalanların çarpımının 9'a bölümünden kalanı bulmak daha kolaydır.

987'nin 9'a bölümünden kalan 6
102'nin 9'a bölümünden kalan 3
987.102'nin 9'a bölümünden kalan 6.3=18

18 9'dan büyük olduğundan tekrar 9'a bölmek gerekir.

18 sayısı 9'un katıdır. O halde tam bölünür ve kalan 0(sıfır) olur.

ÖRNEK(16)

Rakamları farklı 4 basamaklı 87ab sayısı 3 ile tam bölünüyorsa a+b en fazla kaç olabilir?

ÇÖZÜM :

Sayı 3 ile tam bölünüyorsa 8+7+a+b = 3k olmalıdır.($k \in Z$)

a+b= 3k-15

burada k=11 seçilirse a+b=18 olur . a=b=9 olmalı ki toplam 18 olsun.
Buda rakamları farklı kuralına aykırı
k=10 seçersek a+b=15 olur. Burada a=9 ve b=6 seçilebilir ki bu da kurallara uygundur.

O halde cevap 15 tir.

ÖRNEK(17)

a,b,c,d sıfırdan ve birbirinden farklı rakamlar olmak üzere $\frac{a.c}{b.d}$ en küçük değerini almasını sağlayan abcd dört basamaklı sayısının 9'a bölümünden kalan nedir?

ÇÖZÜM :

$\frac{a.c}{b.d}$ en küçük değerini almasını sağlamak için a ve c ye küçük, b ve d ye büyük değer vermeliyiz.
a=1 , c=2 ve b=9 , d=8 seçelim
Sayımız 1928 olur. Rakamları toplamı 1+9+2+8=20 dir ve 20'nin 9' bölümünden kalan 2 olur.

ÖRNEK(18)

9!–8! sayısı aşağıdakilerden hangisi ile bölünmez?

A) 2 B) 3 C) 6 D) 9 E) 11

ÇÖZÜM :

8! ortak parantezine alırsak
8!(9-1)=8!.8 bulunur. Bu çarpımın içinde 11 olmadığından sayımız 11 ile bölünmez cevap E şıkkıdır.

ÖRNEK(19)

3a4b sayısı 36 ile tam bölüyorsa kaç farklı a değeri vardır?

ÇÖZÜM :

36 sayısını aralarında asal olmak üzere 4 ve 9 'un çarpımı şeklinde ayırırsak , 3a4b'nin 4 ve 9'a ayrı ayrı bölünmesini sağlarız.

4'ün kuralı son iki basamağın 4'e tam bölünmesidir. Buradan 4b→40,44,48 olur.

9'un kuralı rakamların toplamının 9'a bölünmesi idi. Buradan

$$\begin{array}{ccc} 3a40 & 3a44 & 3a48 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 7 & 3 \end{array}$$

o halde 3 farklı değer vardır.

ÖRNEK(20)

X <538 şartını sağlayan sayma sayılarından kaçı

a) 3 ve 5 ‘e tam bölünür?

b) 3 veya 5 ‘e tam bölünür?

c) 3’e bölünür fakar 5’e bölünmez?

ÇÖZÜM :

a) 3 ve 5’e tam bölünen 15’e tam bölünmelidir.

X={15,30,…..525} terim sayısı $\frac{525-15}{15}+1$=35

b) 3 ile bölünen {3,6,…..537} terim sayısı $\frac{537-3}{3}+1$=179

5 ile bölünen {5,10,….535} terim sayısı

$$\frac{535-5}{5}+1=107$$

3 ve 5’ile bölünen sayıların içinde 15 ile bölünenler ortak olduğundan bunları bir kere çıkarmalıyız

179+107-35=251 bulunur.

c) 3 ile bölünenler 179 tane idi. Bunların içinden 5’e bölünenler aynı zamanda 15’in katı olanlar olduğundan 15’in katı sayıları çıkarmalıyız.

Buradan: 179-35=144 olur.

ÖRNEK(21)

ab iki basamaklı sayısının 7 ile bölümünden kalan 5 tir. Buna göre ab62 sayısının 7 ile bölümünden kalan nedir?

ÇÖZÜM :

k$\in$Z olsun

ab=7k+5 yazılabilir. Ab62 sayısını ab cinsinden ifade edelim

ab62=ab00+62
=100.ab+62
=100.(7k+5)+62
=700k+562

700k zaten 7’nin katıdır. Geriye 562 kalıyor

$$\begin{array}{r|l} 562 & 7 \\ \hline -56 & 80 \\ \hline 02 & \end{array}$$

kalan 2 olur.

ÖRNEK(22)

Bir a sayısının 11 ile bölümünden kalan 9 ise a^2+5’in 11 ile bölümünden kalan kaçtır?

ÇÖZÜM :

A yerine 9 yazarsak

$a^2+5 = 9^2+5$
= 86

$$\begin{array}{r|l} 86 & 11 \\ \hline -77 & 7 \\ \hline 9 & \end{array}$$

o halde kalan 9 olur.

ÖRNEK(23)

$5 < a \leq b$ şartı ile aab sayısı 12 ile kalansız bölünüyorsa kaç farklı b değeri vardır?

ÇÖZÜM :

A'nın 6,7 ve 9 değerleri için b bulunamaz
A=8 ve b= 8 olursa sayımız 888 olur. Bu sayı 12'ye tam bölünür.
O halde tek bir b vardır. O da 8 dir.

ÖRNEK(24)

7 tane 23 sayısının yanyana yazılmasıyla elde edilen 14 basamaklı sayının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

ÇÖZÜM :

23232323232323 sayısında 7 tane 2 ve 7 tane 3 vardır. Rakamları toplarsak 7.(2+3)=35 ve 35'in 9 ile bölümünden kalan 8 dir..

ÖRNEK(25)

Rakamları farklı 3a52b sayısının 5 ile bölümünden kalan 4 tür. Bu sayı 9'a Tam bölünüyorsa a kaçtır?

ÇÖZÜM :

5 ile bölümünden kalan 4 ise b = 4 ve 9 olur.

9 ile bölünme kuralı uygulanırsa

$$3a524 \quad\quad 3a529$$
$$\downarrow \quad\quad\quad \downarrow$$
$$\cancel{4} \quad\quad\quad 8$$

rakamlar farklı dendiğinden a=4 seçilemez o halde cevap 8 dir.

ÖRNEK(26)

a4bc sayısı 45 ile tam bölünüyorsa en büyük a+b kaçtır?

ÇÖZÜM :

45 sayısını aralarında asal sayıları ayırırsak
45 = 5.9 olur. Demek ki 5 ve 9'un kuralları uygulanacak.

5 ile tam bölünebilmesi için c rakamı 0 veya 5 olur
9 ile bölünebilme kuralından
c= 0 için a4b0 → a+b= 5,14 olur
c=5 için a4b5 → a+b=9,18 olur.

O halde en büyük 18 olur.

ÖRNEK(27)

A=ab3c4 ve B= ab7c2 sayıları veriliyor. B–A farkının 9 ile bölümünden kalan kaçtır?

ÇÖZÜM :

$$\begin{array}{r} ab7c2 \\ \underline{-\ ab3c4} \end{array}$$

a,b,c aynı hizada olduğundan 0 seçilirse işlem daha kolay olur.

$$\begin{array}{r} 702 \\ \underline{-\ 304} \\ 398 \end{array}$$

3+9+8=20 sayısının 9 ile bölümünden kalan 2 olur.

ÖRNEK(28)

Rakamları birbirinden farklı beş basamaklı 28A9B sayısının 9 ile bölümünden kalan 7, aynı sayının 5 ile bölümünden kalan 1 ise A≠0 olmak üzere A–B kaçtır?

(ÖSS-2001)

ÇÖZÜM :

5ile bölümünden kalan 1 ise B rakamı 1 veya 6 olabilir.

28A91 → 5

28A96 → ~~0,9~~ (kurallara aykırı)

o halde A-B= 5-1 = 4 bulunur.

ÖRNEK(29)

365 günlük bir yıldaki C.tesi ve Pazar günleri sayısının toplamı en çok kaçtır?

(ÖSS-2001)

ÇÖZÜM :

365 günde 52 hafta ve artık bir gün vardır. O artık günün c.tesi olduğunu kabul edersek
52.2=104 , 104+1=105 elde edilir.

ÖRNEK(30)

Rakamları birbirinden farklı olan üç basamaklı 3KM sayısı 3 ve 5 ile kalansız bölünebiliyor. Buna göre K kaç farklı değer alabilir?

(ÖSS-2000)

ÇÖZÜM :

5 ile kalansız bölünüyorsa m rakamı 0 veya 5 olabilir.

Sayının 3 ile tam bölünmesi için rakamları toplamı 3'ün katı olmalıydı..

3K0 → ~~0~~,~~3~~,6,9

3K5 → 1,4,7

o halde K = 1,4,6,7,9 yani 5 farklı değer alır.

KONUMUZ BİTTİ. ŞİMDİ TESTLERE GEÇEBİLİRSİNİZ

DİLERSENİZ KONU ANLATIMINI BİR DE YOUTUBE KANALIMIZDAN VİDEO OLARAK DA İZLEYEBİLİRSİNİZ

Youtube kanalımız: CEBİR HOCAM

Başarılar diliyorum
İbrahim Halil BABAOĞLU
Matematik Öğretmeni