

ÜSLÜ İFADELER

$a \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere n tane a nın çarpımına a^n denir.

$\underbrace{a.a.a \dots a}_{n \text{ tane}} = a^n$

NOT: $\underbrace{a+a+a \dots a}_{n \text{ tane}} = n.a$ dir.

❖ $\underbrace{5.5.5 \dots 5}_{10 \text{ tane}} = 5^{10}$ ve $\underbrace{5+5+5 \dots 5}_{10 \text{ tane}} = 10.5$

ÜSLÜ ÇOKLUKLARLA İLGİLİ ÖZELLİKLER

1) $a \neq 0$ olmak üzere $a^0 = 1$

❖ $15^0 = 1, (-213)^0 = 1 \dots$ gibi

2) Toplama-Çıkarma:

$k.a^n \pm m.a^n = (k \pm m).a^n$

❖ $5.2^x + 3.2^x = 8.2^x$

❖ $3.x^3 - 2.y^4 + 4.x^3 + 5.y^4 = 7.x^3 + 3.y^4$

3) Pozitif sayıların tüm kuvvetleri pozitif. Negatif sayıların tek kuvvetleri negatif, çift kuvvetleri ise pozitifdir.

i) $(-a)^{2n} = a^{2n}$

ii) $(-a^{2n}) = -a^{2n}$

iii) $(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}$

iv) $(-a^{2n-1}) = -a^{2n-1}$ dir.

❖ $3^4 = 81, 3^3 = 27, (-3)^2 = 9, (-3)^3 = -27$

❖ $(-2)^2 = 4$ iken $-2^2 = -4$ olduğuna dikkat edin

4) Çarpma: i) $a^m.a^n = a^{m+n}$

ii) $a^m.b^m = (a.b)^m$

5) Bölme: i) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, (a \neq 0)$

ii) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m, (b \neq 0)$

6) Üslü ifadenin üssü: $(a^n)^m = (a^m)^n = a^{m.n}$

Uyarı: $(a^m)^n \neq a^{(m^n)}$

7) $a \neq 0$ ve $b \neq 0$ olmak üzere;

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m, \frac{1}{a^{-m}} = a^m$

8) Üslü Denklemler: $a \neq -1, a \neq 0, a \neq 1$

i) $a^m = a^n \Rightarrow m = n$ dir

❖ $3^x + 3^x + 3^x = 81 \Rightarrow x = ?$ (C:3)

ii) $n \in \mathbb{Z}$ için; $a^{2n-1} = b^{2n-1} \Rightarrow a = b$ dir.

iii) $n \in \mathbb{Z}^+$ için $a^{2n} = b^{2n}$ ise $|a| = |b|$ dir.

iv) $a^m = b^n$ ise $a = b^{\frac{n}{m}}$ veya $a^{\frac{m}{n}} = b$ dir.
(a, b pozitif)

9) $a > 1$ için $m > n$ ise $a^m > a^n$
 $0 < a < 1$ için $m > n$ ise $a^m < a^n$ dir.

NOT: $A^x = 1$ ise

i) $A = 1$ olabilir.

ii) $A = -1$ iken x çift olmalıdır.

iii) $A \neq 0$ olmak üzere $x = 0$ olabilir.

ÖRNEK (1)

$(x-2)^{x^2-4}=1$ eşitliğini sağlayan farklı $x \in \mathbb{Z}$ 'lerin toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

Üslü bir ifadenin 1'e eşit olması üç duruma bağlı

i) $x-2=1$ olabilir. Buradan $x=3$ çıkar

ii) $x-2=-1$ iken x^2-4 çift olmalı

$$x-2=-1 \rightarrow x=-1+2=1$$

$x^2-4 = (1)^2-4=1-4=-3$ tek olduğundan $x=1$ alınmaz

iii) $x^2-4=0$ iken $x-2 \neq 0$ olmalı

$$x^2-4=0 \rightarrow x^2=4 \rightarrow x=2 \text{ ve } x=-2$$

$x-2 \neq 0 \rightarrow x \neq 2$ olduğundan sadece -2 alınır.

O halde x 'in alabileceği değerler 3 ve -2 dir.

Toplamı da $-2+3=1$ olur.

ÖRNEK (2)

$(a-1)^{a^2-6a+5}=1$ eşitliğini sağlayan a değerlerinin toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

İfadenin 1'e eşit olması için gerekli üç durumu inceleyelim

i) $a-1=1 \rightarrow a=1+1=2$

ii) $a-1=-1$ iken a^2-6a+5 çift olmalı

$a-1=-1 \rightarrow a=1-1=0$ bu değer a^2-6a+5 ifadesinde yerine yazılır.

$$0^2-6 \cdot 0+5=5 \text{ tek olduğundan } a=0 \text{ alınmaz}$$

iii) $a^2-6a+5=0$ iken $a-1 \neq 0$ olmalı

$a^2-6a+5=0$ ifadesi çarpanlarına ayrılırsa

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ a \quad -5 \\ a \quad -1 \end{array}$$

$$(a-5)(a-1)=0$$

$a=5$ ve $a=1$ bulunur.

$a-1 \neq 0 \rightarrow a \neq 1$ olması gerektiğinden sadece $a=5$ alınır. Bu durumda a 'nın alacağı değerler 2 ve 5 olur. Toplamı ise $2+5=7$ dir.

ÖRNEK (3)

$$\left[\left(0, \bar{8} \right)^{\frac{3}{4}} \right]^{x+2} = 1 \text{ eşitliğini sağlayan } x \text{ kaçtır?}$$

ÇÖZÜM:

$$\left[\left(0, \bar{8} \right)^{\frac{3}{4}} \right]^{x+2} = 1 \text{ ifadesinde } \left(0, \bar{8} \right)^{\frac{3}{4}} \text{ kısmı bir reel}$$

sayı olduğundan üssü 0 (sıfır) olursa ancak 1'e eşit olur. O halde $x+2=0 \rightarrow x=-2$ olur.

ÖRNEK (4)

$$\frac{(4^{-8})^7}{(-8^7)^{-2}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{(4^{-8})^7}{(-8^7)^{-2}} = \frac{\left((2^2)^{-8} \right)^7}{\left(((-2)^3)^7 \right)^{-2}} = \frac{2^{2 \cdot (-8) \cdot 7}}{(-2)^{3 \cdot 7 \cdot (-2)}}$$

$$\frac{2^{2 \cdot (-8) \cdot 7}}{(-2)^{3 \cdot 7 \cdot (-2)}} = \frac{2^{-112}}{(-2)^{-42}} = \frac{2^{-112}}{(2)^{-42}} = 2^{-112+42} = 2^{-70} \text{ bulunur.}$$

(-42) çift olduğundan $(-2)^{-42} = 2^{-42}$ dir.)

ÖRNEK (5)

$$\frac{(-a^3)^4 \cdot (-a^{-4})^2 \cdot (-a^3)^3}{(a^{-2})^3 \cdot (a^{-2})^{-3}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$(-a^3)^4 = (-a)^{3 \cdot 4} = a^{12}$ parantez üssü çift kuvvet ifadeyi pozitif yapar

$$(-a^{-4})^2 = (-a)^{-4 \cdot 2} = a^{-8}$$

$$(-a^3)^3 = (-a)^{3 \cdot 3} = -a^9$$

$$(a^{-2})^3 = a^{-2 \cdot 3} = a^{-6}$$

$$(a^{-2})^{-3} = a^{-2 \cdot (-3)} = a^6$$

$$\begin{aligned} \frac{(-a^3)^4 \cdot (-a^{-4})^2 \cdot (-a^3)^3}{(a^{-2})^3 \cdot (a^{-2})^{-3}} &= \frac{a^{12} \cdot a^{-8} \cdot (-a)^9}{a^{-6} \cdot a^6} \\ &= \frac{-a^{12-8+9}}{a^{-6+6}} \\ &= \frac{-a^{13}}{a^0} \\ &= \frac{-a^{13}}{1} \\ &= -a^{13} \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (6)

$$\left[\left[\left[-\frac{1}{2} \right]^{-1} \right]^{-2} \right]^{-3} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \left[\left[\left[-\frac{1}{2} \right]^{-1} \right]^{-2} \right]^{-3} &= \left[-\frac{1}{2} \right]^{-1 \cdot (-2) \cdot (-3)} = \left[-\frac{1}{2} \right]^{-6} \\ &= \left[\frac{1}{2} \right]^{-6} \text{ (çift kuvvet öz.)} \\ &= [2]^6 \text{ (negatif kuvvet öz.)} \\ &= 64 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (7)

$$\frac{(-3^3)^{-1} \cdot (-3)^2}{(-2)^3 + (-2)^2 - (-1)^7} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$(-3^3)^{-1} = (-3)^{3 \cdot (-1)} = -3^{-3} = -\frac{1}{27}$$

$$(-3)^2 = 3^2 = 9$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$(-2)^2 = 4$$

$$(-1)^7 = -1$$

$$\begin{aligned} \frac{(-3^3)^{-1} \cdot (-3)^2}{(-2)^3 + (-2)^2 - (-1)^7} &= \frac{-\frac{1}{27} \cdot 9}{-8 + 4 - (-1)} \\ &= \frac{-\frac{1}{3}}{-3} \\ &= \left(-\frac{1}{3} \right) \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) \\ &= \frac{1}{9} \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (8)

$$\frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{-5} \cdot (2^{-5})^2}{\left(\frac{1}{2} \right)^{-4} \cdot (-2^2)^{-5}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{1}{2} \right)^{-5} \cdot (2^{-5})^2}{\left(\frac{1}{2} \right)^{-4} \cdot (-2^2)^{-5}} &= \frac{2^5 \cdot 2^{-5 \cdot 2}}{2^4 \cdot (-2^{2 \cdot (-5)})} \\ &= \frac{2^{5-10}}{-2^{4-10}} \\ &= \frac{2^{-5}}{-2^{-6}} = \frac{2^{5-10}}{-2^{4-10}} = -2^{-5+6} \\ &= -2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (9)

$$\frac{-(5^{2003}) - (-5)^{2002}}{5^{2001}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{-(5^{2003}) - (-5)^{2002}}{5^{2001}} &= \frac{-5^{2003} - 5^{2002}}{5^{2001}} \\ &= \frac{-5 \cdot 5^{2002} - 5^{2002}}{5^{2001}} \\ &= \frac{-5^{2002}(5+1)}{5^{2001}} \\ &= \frac{-6 \cdot 5^{2002}}{5^{2001}} \\ &= -6 \cdot 5^{2002-2001} \\ &= -6 \cdot 5 \\ &= -30 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (10)

$$(-a)^{-8} \cdot (-a)^7 \cdot (-a^6) \cdot (-a)^8 = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\underbrace{(-a)^{-8}}_{+} \cdot \underbrace{(-a)^7}_{-} \cdot \underbrace{(-a^6)}_{-} \cdot \underbrace{(-a)^8}_{+}$$

şimdi işaretleri çarparak ifadenin işaretini bulalım.
Tabanlar aynı olacağından üsleri toplayalım.

$$\begin{aligned} + \cdot - \cdot - \cdot + &= + \\ &= +a^{-8+7+6+8} \\ &= a^{13} \end{aligned}$$

ÖRNEK (11)

$$\frac{0,02 \cdot 10^{-2} + 0,03 \cdot 10^{-1}}{0,17 \cdot 10^{-2}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\underbrace{0,02}_{2 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10^{-4}$$

$$\underbrace{0,03}_{3 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^{-1} = 3 \cdot 10^{-3} = 30 \cdot 10^{-4}$$

$$\underbrace{0,17}_{17 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^{-2} = 17 \cdot 10^{-4}$$

10'un kuvvetleri eşitlenirse paranteze almak kolay olur.

$$\frac{0,02 \cdot 10^{-2} + 0,03 \cdot 10^{-1}}{0,17 \cdot 10^{-2}} = \frac{2 \cdot 10^{-4} + 30 \cdot 10^{-4}}{17 \cdot 10^{-4}}$$

$$= \frac{\cancel{10^{-4}}(2+30)}{17 \cdot \cancel{10^{-4}}}$$

$$= \frac{32}{17} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (12)

$$(7^{-1} + 7^0)^{-2} \cdot 4^3 = ?$$

ÇÖZÜM:

$$(7^{-1} + 7^0)^{-2} \cdot 4^3 = \left(\frac{1}{7} + 1\right)^{-2} \cdot (2^2)^3$$

$$= \left(\frac{8}{7}\right)^{-2} \cdot (2)^{2 \cdot 3}$$

$$= \left(\frac{7}{8}\right)^2 \cdot 2^6$$

$$= \frac{7^2}{(2^3)^2} \cdot 2^6$$

$$= \frac{7^2}{2^6} \cdot 2^6$$

$$= 49 \text{ olur.}$$

ÖRNEK (13)

$$27^{27} \text{ sayısının } 1/9 \text{ 'u kaçtır?}$$

ÇÖZÜM:

$$27^{27} \cdot \frac{1}{9} = (3^3)^{27} \cdot 3^{-2} = 3^{81} \cdot 3^{-2} = 3^{81-2} = 3^{79} \text{ dır.}$$

ÖRNEK (14)

$$3^{0,2} \cdot 9^{0,4} \cdot 16^{0,5} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$3^{0,2} \cdot 9^{0,4} \cdot 16^{0,5} = 3^{0,2} \cdot 3^{2 \cdot (0,4)} \cdot 2^{4 \cdot (0,5)}$$

$$3^{0,2+0,8} \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ dir.}$$

ÖRNEK (15)

$$\frac{3^{x+2} - 3^x}{3^{x+1} - 3^{x-1}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{3^{x+2} - 3^x}{3^{x+1} - 3^{x-1}} &= \frac{3^2 \cdot 3^x - 3^x}{3 \cdot 3^x - 3^{-1} \cdot 3^x} \\ &= \frac{\cancel{3}^x (3^2 - 1)}{\cancel{3}^x (3 - \frac{1}{3})} \\ &= \frac{8}{\frac{8}{3}} = \cancel{8} \cdot \frac{3}{\cancel{8}} = 3 \text{ dir.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (16)

$$\frac{3^{20} + 9^{20} + 27^{30}}{27^6 + 9^{19} + 81^{22}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{3^{20} + 9^{20} + 27^{30}}{27^6 + 9^{19} + 81^{22}} &= \frac{3^{20} + 3^{2 \cdot 20} + 3^{3 \cdot 30}}{3^{3 \cdot 6} + 3^{2 \cdot 19} + 3^{4 \cdot 22}} \\ &= \frac{3^{20} + 3^{40} + 3^{90}}{3^{18} + 3^{38} + 3^{88}} \\ &= \frac{3^{18} \cdot 3^2 + 3^{38} \cdot 3^2 + 3^{88} \cdot 3^2}{3^{18} + 3^{38} + 3^{88}} \\ &= \frac{3^2 (3^{18} + 3^{38} + 3^{88})}{\cancel{3^{18}} + \cancel{3^{38}} + \cancel{3^{88}}} \\ &= 3^2 = 9 \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (17)

$$a > 1 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}^+ \quad \frac{\overbrace{a^{3x} + a^{3x} + \dots + a^{3x}}^{x+1}}{\underbrace{a^x \cdot a^x \cdot \dots \cdot a^x}_{x \text{ tane}}} = x + 1$$

ise $x = ?$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{\overbrace{a^{3x} + a^{3x} + \dots + a^{3x}}^{x+1}}{\underbrace{a^x \cdot a^x \cdot \dots \cdot a^x}_{x \text{ tane}}} &= x + 1 \\ \Rightarrow \frac{(x+1) \cdot a^{3x}}{(a^x)^x} &\cancel{x+1} \\ \Rightarrow \cancel{(x+1)} \cdot a^{3x} &= (a^x)^{x^2} \cancel{(x+1)} \\ a^{3x} &= (a^x)^{x^2} \quad \text{ve} \quad x+1=0 \\ 3x &= x^2 \quad \text{ve} \quad x=-1 \end{aligned}$$

$x=0$, $x=3$ ve $x=-1$ bulunur. $x \in \mathbb{Z}^+$ olduğundan cevap $x=3$ olur.

ÖRNEK (18)

a negatif bir sayı olmak üzere aşağıdakilerden hangisi pozitiftir?

A) a^{-3} B) $(-a)^{-2}$ C) a^7 D) a^{-5} E) $-(a^{-2})$

ÇÖZÜM:

Tüm sayıların çift kuvvetleri daima pozitif olacağından $(-a)^{-2}$ daima pozitiftir. O halde cevap: B şıkkıdır.

ÖRNEK (19)

$$\frac{10^x + 10^x + 10^x + 10^x}{2^x + 2^x} = 50 \text{ ise } x = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} 4 \cdot 10^x &= 50 \cdot 2 \cdot 2^x \rightarrow 4 \cdot 2^x \cdot 5^x = 100 \cdot 2^x \\ &\rightarrow 5^x = 25 \\ &\rightarrow x=2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (20)

$$(20)^{x-1} = 5^{x+1} \text{ ise } 2^x \text{ kaçtır?}$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{20^x}{20} = 5.5^x \Rightarrow 4^x.5^x = 100.5^x \Rightarrow 4^x = 100$$

$$(2^x)^2 = 10^2 \Rightarrow 2^x = 10 \text{ olur.}$$

ÖRNEK (21)

$$3^{x-1} = t \text{ ise } 81^x \text{ 'in } t \text{ cinsinden eşiti nedir?}$$

ÇÖZÜM:

$$3^{x-1} = t \Rightarrow \frac{3^x}{3} \cancel{t} \Rightarrow 3^x = 3t$$

$$81^x = (3^4)^x = (3^x)^4 \text{ şimdi } 3^x \text{ yerine } 3t \text{ yazalım}$$

$$(3^x)^4 = (3t)^4 = 3^4.t^4 = 81t^4$$

ÖRNEK (22)

$$\frac{5^{n-1} - 5^n}{5^{n+1}} + \frac{3^{n+1} - 3^n}{3^{n-1}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{5^{n-1} - 5^n}{5^{n+1}} + \frac{3^{n+1} - 3^n}{3^{n-1}} = \frac{5^n - 5^n}{5.5^n} + \frac{3.3^n - 3^n}{\frac{3^n}{3}}$$

$$= \frac{5^n \left(\frac{1}{5} - 1 \right)}{5.5^n} + \frac{3.3^n - 3^n}{\frac{3^n}{3}}$$

$$= \frac{-4.5^n}{5} \cdot \frac{1}{5.5^n} + 3^n(3-1) \cdot \frac{3}{3^n}$$

$$= \frac{-4.\cancel{5^n}}{25.\cancel{5^n}} + \frac{\cancel{3^n} \cdot 2 \cdot 3}{\cancel{3^n}}$$

$$= \frac{-4}{25} + 6$$

$$= \frac{146}{25}$$

ÖRNEK (23)

$$2^{x+4} + 2^{x+3} - 2^{x+2} + 2^x = 336 \text{ ise } x=?$$

ÇÖZÜM:

$$2^{x+4} + 2^{x+3} - 2^{x+2} + 2^x = 336$$

$$2^x.2^4 + 2^x.2^3 - 2^x.2^2 + 2^x = 336$$

$$2^x.(2^4 + 2^3 - 2^2 + 1) = 336$$

$$2^x.(16 + 8 - 4 + 1) = 336$$

$$2^x.21 = 336$$

$$2^x = \frac{336}{21}$$

$$2^x = 16$$

$$2^x = 2^4$$

$$x = 4 \text{ olur.}$$

ÖRNEK (24)

$$\frac{2^{n+1} + 2^{n-1}}{2^{n-2} - 2^{n+2}} + \frac{3^{2-n} - 3^{-n}}{3^{-1-n} + 3^{-n}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} & \frac{2^{n+1} + 2^{n-1}}{2^{n-2} - 2^{n+2}} + \frac{3^{2-n} - 3^{-n}}{3^{-1-n} + 3^{-n}} = \\ & = \frac{2 \cdot 2^n + \frac{2^n}{2}}{\frac{2^n}{2^2} - 2^2 \cdot 2^n} + \frac{3^2 \cdot 3^{-n} - 3^{-n}}{\frac{3^{-n}}{3} + 3^{-n}} = \\ & = \frac{2^n \left(2 + \frac{1}{2} \right)}{2^n \left(\frac{1}{2^2} - 2^2 \right)} + \frac{3^n (3^2 - 1)}{3^n \left(\frac{1}{3} + 1 \right)} = \\ & = \frac{\frac{5}{2}}{\left(\frac{1}{4} - 4 \right)} + \frac{8}{\frac{4}{3}} = \\ & = \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{4}{15} \right) + 8 \cdot \frac{3}{4} = \\ & = -\frac{20}{30} + \frac{24}{4} = \\ & = -\frac{2}{3} + 6 = \\ & = \frac{16}{3} \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (25)

$$\frac{(0,05)^3 - (0,011)^2}{(0,003)^2} = x^2 \text{ ise } x\text{'in pozitif değeri}$$

nedir?

ÇÖZÜM:

$$\frac{(0,05)^3 - (0,011)^2}{(0,003)^2} = x^2$$

$$\frac{(5 \cdot 10^{-2})^3 - (11 \cdot 10^{-3})^2}{(3 \cdot 10^{-3})^2} = x^2$$

$$\frac{5^3 \cdot 10^{-2 \cdot 3} - 11^2 \cdot 10^{-3 \cdot 2}}{3^2 \cdot 10^{-3 \cdot 2}} = x^2$$

$$\frac{125 \cdot 10^{-6} - 121 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-6}} = x^2$$

$$\frac{4 \cdot \cancel{10^{-6}}}{9 \cdot \cancel{10^{-6}}} = x^2$$

$$x^2 = \left(\frac{2}{3} \right)^2$$

$$x = \pm \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

ÖRNEK (26)

$$\frac{5^{2003} - 3^{2002}}{5^{2002} - 3^{2003}} = a \text{ ise } \left(\frac{3}{5} \right)^{2002} \text{ ifadesinin } a$$

cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$$\frac{5^{2003} - 3^{2002}}{5^{2002} - 3^{2003}} \neq a$$

$$5^{2003} - 3^{2002} = a(5^{2002} - 3^{2003})$$

$$5^{2003} - 3^{2002} = a \cdot 5^{2002} - a \cdot 3^{2003}$$

$$5^{2003} - a \cdot 5^{2002} = 3^{2002} - a \cdot 3^{2003}$$

$$5^{2002}(5 - a) = 3^{2002}(1 - a \cdot 3)$$

$$\frac{5 - a}{1 - a \cdot 3} = \frac{3^{2002}}{5^{2002}}$$

$$\left(\frac{3}{5} \right)^{2002} = \frac{5 - a}{1 - a \cdot 3} \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (27)

$\left. \begin{matrix} 2^x = a \\ 9^x = b \end{matrix} \right\}$ ise 108^x 'in a ve b cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

Önce 108'i çarpanlarına ayırmamız gerekir.

$$108 = 2^2 \cdot 3^3$$

$$108^x = (2^2 \cdot 3^3)^x$$

$$= (2^2)^x (3^3)^x$$

$$= (2^x)^2 (3^x)^3$$

şimdi verilenleri yerine yazalım

$$9^x = b \Rightarrow (3^x)^2 = b \Rightarrow 3^x = b^{\frac{1}{2}} \text{ olsun}$$

$$108^x = (a)^2 \left(b^{\frac{1}{2}} \right)^3$$

$$108^x = a^2 \cdot b^{\frac{3}{2}} \text{ olur.}$$

ÖRNEK (28)

$2^x = 3^y = t$ ise $6^{x \cdot y}$ ifadesinin t cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$6^{x \cdot y} = (2 \cdot 3)^{x \cdot y} = 2^{x \cdot y} \cdot 3^{x \cdot y} = (2^x)^y \cdot (3^y)^x$ verilenler yerine yazılırsa

$$6^{x \cdot y} = t^y \cdot t^x = t^{x+y} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK (29)

$9^a = 25$, $5^b = 27$ ise $(a \cdot b)^{a \cdot b}$ ifadesi neye eşittir?

ÇÖZÜM:

$$9^a = 25 \Rightarrow (3^2)^a = 5^2 \Rightarrow 3^a = 5$$

$$5^b = 27 \Rightarrow (3^a)^b = 27 \Rightarrow 3^{a \cdot b} = 3^3$$

o halde $a \cdot b = 3$ tür.

$$(a \cdot b)^{a \cdot b} = 3^3 = 27 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (30)

$$2^{x-1} = 7 \text{ ise } 4^{x-2} = ?$$

ÇÖZÜM:

$2^{x-1} = 7$ ifadesinde önce her iki tarafı 2'ye bölerek $(x-2)$ üssünü elde edelim

$$\frac{2^{x-1}}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow 2^{x-1} \cdot 2^{-1} = \frac{7}{2} \Rightarrow 2^{x-2} = \frac{7}{2}$$

şimdi asıl isteneni elde etmek için her iki tarafın karesini alalım

$$(2^{x-2})^2 = \left(\frac{7}{2} \right)^2 \Rightarrow (2^2)^{x-2} = \frac{7^2}{2^2}$$

$$\Rightarrow 4^{x-2} = \frac{49}{4} \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK (31)

$5^x = 9$ ve $5^y = 81$ ise $\frac{3x+2y}{3x-y}$ ifadesi neye

eşittir?

ÇÖZÜM:

x ve y arasında bir bağlantı kurarak işe başlayalım

$$5^x = 9 \text{ ve } 5^y = 81 = 9^2$$

ikinci ifadedeki 9^2 'ndeki 9 yerine birinci ifadedeki eşiti olan 5^x 'i yerleştirelim;

$$5^y = (5^x)^2 \Rightarrow 5^y = 5^{2x} \text{ tabanlar eşit}$$

olduğundan üsler de eşittir.

$$y = 2x$$

y'nin bu değeri ifadede yerine yazılır.

$$\frac{3x+2y}{3x-y} = \frac{3x+2.(2x)}{3x-2x} = \frac{7x}{x} = 7 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (32)

$$3^x = a \text{ ise } \frac{9^{4x+1}}{3.81^x} \text{ 'in a cinsinden değeri nedir?}$$

ÇÖZÜM:

Önce istenen ifadeyi bize verilen $3^x = a$ formunda düzenleyelim

$$\begin{aligned} \frac{9^{4x+1}}{3.81^x} &= \frac{9.(3^2)^{4x}}{3.(3^4)^x} = \frac{3.(3^x)^{4.2}}{(3^x)^4} = 3.(3^x)^{8-4} \\ &= 3.\left(\underbrace{3^x}_a\right)^4 = 3.a^4 \text{ bulunur} \end{aligned}$$

ÖRNEK (33)

$$\left. \begin{aligned} 2^{x+2} &= 108 \\ 3^{y-2} &= \frac{16}{9} \end{aligned} \right\} \text{ ise } x.y=?$$

ÇÖZÜM:

Önce x ve y ye ulaşalım

$$\begin{array}{l|l} 2^{x+2} = 108 & 3^{y-2} = \frac{16}{9} \\ \cancel{2^2} \cdot 2^x = \cancel{108}^{27} & \frac{3^y}{3^2} = \frac{16}{9} \\ 2^x = 27 & \frac{3^y}{9} = \frac{16}{9} \\ 2^x = 3^3 & \frac{3^y}{9} = \frac{16}{9} \\ 2^{\frac{x}{3}} = 3 & \cancel{9} \quad \cancel{9} \\ & 3^y = 16 \\ & 2^y = 2^4 \end{array}$$

şimdi sol taraftaki 3'ü sağ taraftaki 3 te yerine yazalım

$$(3)^y = 2^4 \Rightarrow \left(2^{\frac{x}{3}}\right)^y = 2^4 \Rightarrow 2^{\frac{x.y}{3}} = 2^4$$

tabanlar aynı olduğu için üsler de eşitlenir.

$$\frac{x.y}{3} \cancel{= 4} \Rightarrow x.y = 12 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK (34)

$3^{a-1} = x$ ise $3^{a+1} + 2.3^{a-1} - 3^a$ ifadesinin x türünden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

Önce 3^a 'yı çekelim. Sonra da ifadeyi düzenleyelim

$$3^{a-1} = x \Rightarrow \frac{3^a}{3} \cancel{= x} \Rightarrow 3^a = 3x$$

sıra ifadeyi düzenlemede;

$$\begin{aligned} 3.3^a + 2.\frac{3^a}{3} - 3^a &= 3^a \left(3 + \frac{2}{3} - 1\right) = 3^a \left(2 + \frac{2}{3}\right) \\ &= \underbrace{3^a}_{3x} \cdot \frac{8}{3} \rightarrow 3x \cdot \frac{8}{3} = 8x \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (35)

$$8^{x+1} = 4^y, 25^{3y} = 125^{2x+1} \text{ ise } x=?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{array}{l|l} 8^{x+1} = 4^y & 25^{3y} = 125^{2x+1} \\ (2^3)^{x+1} = (2^2)^y & (5^2)^{3y} = (5^3)^{2x+1} \\ 2^{3x+3} = 2^{2y} & 5^{6y} = 5^{6x+3} \\ 3x+3 = 2y & \cancel{6}y = \cancel{6}x + \cancel{3} \\ & 2y = 2x+1 \end{array}$$

şimdi elde edilen bu denklemleri ortak çözelim
her iki denklemde 2y'leri eşitlersek

$$\begin{aligned} 3x+3 &= 2x+1 \\ 3x-2x &= 1-3 \\ x &= -2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (36)

$$6^{x+1} = 2^{x+2} \text{ ise } 3^{x+1} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$6^{x+1} = 2^{x+2} \text{ ifadesinin sol tarafını açalım}$$

$$\begin{aligned} (3 \cdot 2)^{x+1} &= 2^{x+2} \Rightarrow 3^{x+1} \cdot 2^{x+1} = 2^{x+2} \\ \frac{3^{x+1} \cdot \cancel{2^{x+1}}}{\cancel{2^{x+1}}} &= \frac{2^{x+2}}{2^{x+1}} \\ 3^{x+1} &= 2^{x+2-x-1} \\ 3^{x+1} &= 2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (37)

$$\left. \begin{aligned} A &= 3^7 - 3^{-4} + 3^{11} \\ B &= 3^{14} + 3^{10} - 3^{-1} \end{aligned} \right\} \text{ ise B , A'nın kaç katıdır?}$$

ÇÖZÜM:

Her iki ifadeyi de en küçük üs parantezine alalım

$$\begin{aligned} A &= 3^7 - 3^{-4} + 3^{11} & B &= 3^{14} + 3^{10} - 3^{-1} \\ A &= 3^{-4}(3^{11} - 1 + 3^{15}) & \text{ve} & B &= 3^{-1}(3^{15} + 3^{11} - 1) \end{aligned}$$

B, A'nın kaç katıdır sorusu $\frac{B}{A}$ ile bulunur.

(Bilinmeyenle düşünmek bazen zordur. O yüzden böyle sorularda değişkenler yerine sayı düşünün. Mesela 8 sayısı 2'nin kaç katıdır deseler ne yaparız? Tabiki 8'i 2'ye böleriz ve 4 katıdır deriz. İşte burada da aynı şey yapılır. B sayısı A'ya bölünür.)

$$\frac{B}{A} = \frac{3^{-1}(3^{15} + 3^{11} - 1)}{3^{-4}(3^{11} - 1 + 3^{15})} = 3^{-1+4} = 3^3 = 27$$

Bulunur.

ÖRNEK (38)

$$(0,4)^a = \frac{16}{81} \text{ ve } (0,008) = 5^{2x-5} \text{ ise}$$

$$a^x + x^a = ?$$

ÇÖZÜM:

$$(0,4)^a = \frac{16}{81} \Rightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^a = \left(\frac{4}{9}\right)^2 \Rightarrow a = 2$$

$$(0,008) = 5^{2x-5} \Rightarrow \left(\frac{1}{125}\right) = 5^{-3} = 5^{2x-5}$$

$$-3 = 2x-5$$

$$5-3 = 2x$$

$$2 = 2x$$

$$x = 1$$

$$a^x + x^a = 2^1 + 1^2 = 2 + 1 = 3 \text{ olur.}$$

ÖRNEK (39)

$$\left. \begin{array}{l} x = 3^a + 2 \\ y = 5 - 3^{a+1} \end{array} \right\} \text{ ise } y \text{ 'nin } x \text{ türünden değeri nedir?}$$

ÇÖZÜM:

Burada üç bilinmeyen var, ikisi arasındaki ilişki soruluyor. O halde istemeyen üçüncü değişkeni her iki denklemden çekip birbirine eşitleyip diğer iki değişken arasındaki bağıntıyı kuralım

$$x = 3^a + 2 \Rightarrow 3^a = x - 2$$

$$y = 5 - 3^{a+1} \Rightarrow \frac{\cancel{3} \cdot 3^a}{\cancel{3}} = \frac{5-y}{3} \Rightarrow 3^a = \frac{5-y}{3}$$

şimdi 3^a 'ları eşitleyelim

$$x - 2 \cancel{=} \frac{5-y}{3}$$

$$3x - 6 = 5 - y$$

$$y = 5 - 3x + 6$$

$$y = 11 - 3x \text{ olur.}$$

ÖRNEK (40)

$$2^{n+1} = 3 \cdot 5^n \text{ ise } (0,4)^{n+1} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{array}{l} 2^{n+1} = 3 \cdot 5^n \\ 2 \cdot 2^n = 3 \cdot 5^n \\ \frac{2^n}{5^n} = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{2}{5}\right)^n = \frac{3}{2} \end{array} \quad \begin{array}{l} (0,4)^{n+1} = \left(\frac{\cancel{4}}{\cancel{10}}\right)^{n+1} \\ = \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1} \\ = \left(\frac{2}{5}\right)^n \cdot \frac{2}{5} \\ = \frac{3}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{5} = \frac{3}{5} \text{ olur.} \end{array}$$

ÖRNEK (41)

$$5^{x+2} + 5^{2-x} = 100 \text{ ise } 25^x + 25^{-x} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$5^{x+2} + 5^{2-x} = 100$$

$$5^2 (5^x + 5^{-x}) = 100$$

$$\cancel{25} (5^x + 5^{-x}) = \cancel{100}$$

$(5^x + 5^{-x}) = 4$ şimdi bu ifadenin her iki tarafının karesi alınırsa

$$(5^x + 5^{-x})^2 = 4^2$$

$$25^x + \underbrace{2 \cdot 5^x \cdot 5^{-x}}_{5^0=1} + 25^{-x} = 16$$

$$25^x + 25^{-x} = 16 - 2$$

$$25^x + 25^{-x} = 14 \text{ olur.}$$

ÖRNEK (42)

$$\frac{3^{x+y+1}}{9} + 3^{x-2} = \frac{2 \cdot 3^x}{9} \text{ ise } y = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{3^{x+y+1}}{9} + 3^{x-2} = \frac{2 \cdot 3^x}{9}$$

$$\frac{3^{x+y+1}}{9} + \frac{3^x}{9} = \frac{2 \cdot 3^x}{9}$$

$$\frac{3^{x+y+1} + 3^x}{9} = \frac{2 \cdot 3^x}{9}$$

$$3^{x+y+1} + 3^x = 2 \cdot 3^x$$

$$3^{x+y+1} = 3^x$$

tabanlar aynı ise üsler eşitlenir

$$x+y+1 = x$$

$$y = x - x - 1$$

$$y = -1 \text{ olur.}$$

ÖRNEK (43)

$$\left. \begin{array}{l} 2^x = 3 \\ 3^y = 2 \end{array} \right\} \text{ise } \frac{2^{x \cdot y}}{3^{x \cdot y}} = ?$$

ÇÖZÜM:

NOT: Tabanlar karşılıklı olarak aynı ise tabanlar alt alta yazılıp üsler oranlanır.

$$\left. \begin{array}{l} 2^x = 3^1 \\ 2^1 = 3^y \end{array} \right\} \frac{x}{1} = \frac{1}{y} \Rightarrow x \cdot y = 1$$

şimdi bu değer istenen ifadede yerine yazılır.

$$\frac{2^{x \cdot y}}{3^{x \cdot y}} = \frac{2^1}{3^1} = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

ÖRNEK (44)

$$\frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x-1}} + \frac{2}{3^{x-2}} = 66 \text{ ise } x = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x-1}} + \frac{2}{3^{x-2}} = 66$$

$$\frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^x} + \frac{2}{3^x} = 66$$

$$\frac{1}{3^x} + \frac{3}{3^x} + \frac{18}{3^x} = 66$$

$$\frac{22}{3^x} = 66$$

$$\frac{22}{66} = 3^x$$

$$3^x = \frac{1}{3} = 3^{-1}$$

$x = -1$ bulunur.

ÖRNEK (45)

$x, y \in \mathbb{N}^+$ olmak üzere $3^{x+y-5} = 19^{2x-y-4}$ ise $x \cdot y = ?$

ÇÖZÜM:

3 ve 19'un 0(sıfır) hariç hiçbir kuvveti eşit olmadığından üsler ayrı ayrı sıfıra eşitlenir.

$$x+y-5 = 0 \rightarrow x+y = 5$$

$$2x-y-4 = 0 \rightarrow +2x-y = 4$$

$$3x = 9$$

$x = 3$ bu değer birinci

denklemden yerine yazılırsa

$$x+y = 5 \rightarrow 3+y = 5 \rightarrow y = 2$$

sonuç : $x \cdot y = 3 \cdot 2 = 6$ olur.

ÖRNEK (46)

$$3^{2x-4} = 1 \text{ ise } \frac{2^{2x} + 3^x}{5^x} = ?$$

ÇÖZÜM:

Bütün sayıların sıfırıncı kuvveti 1 olduğundan

$2x-4$ sıfıra eşitlenir. ($3^0 = 1$)

$$2x-4 = 0$$

$$2x = 4$$

$x = 2$ şimdi bu değer yerine yazılırsa

$$\frac{2^{2x} + 3^x}{5^x} = \frac{2^{2 \cdot 2} + 3^2}{5^2} = \frac{16+9}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

ÖRNEK (47)

$3^x = a$ ise $a^{\frac{2}{x}+2}$ 'nin a cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$$3^x = a \Rightarrow 3 = a^{\frac{1}{x}} \text{ şimdi istenen ifadeyi}$$

düzenleyerek bulduğumuz değeri yazalım

$$a^{\frac{2}{x}+2} = \left(a^{\frac{1}{x}} \right)^2 \cdot a^2 = 3^2 a^2 = 9a^2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (48)

$$2^{a-2} = 3^{2-a} \text{ ise } 36^{a-1} = ?$$

ÇÖZÜM:

$2^{a-2} = 3^{2-a}$ kuvvetler sıfıra eşitlendiğinde aynı a değeri bulunduğundan

$$a-2 = 0$$

a = 2 dir. Buradan;

$$36^{a-1} = 36^{2-1} = 36 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (49)

$$\frac{5 \cdot 3^{21} - 7 \cdot 3^{20}}{3^{22} - 3^{20}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{5 \cdot 3^{21} - 7 \cdot 3^{20}}{3^{22} - 3^{20}} = \text{pay ve paydayı } 3^{20} \text{ Ortak}$$

parantezine alalım

$$\frac{5 \cdot 3^{21} - 7 \cdot 3^{20}}{3^{22} - 3^{20}} = \frac{3^{20}(5 \cdot 3 - 7)}{3^{20}(3^2 - 1)} = \frac{8}{8} = 1 \text{ dir.}$$

ÖRNEK (50)

$$\frac{4^x + 10^x}{10^x + 25^x} = 0,16 \text{ ise } x = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{4^x + 10^x}{10^x + 25^x} = 0,16$$

$$\frac{2^x \cdot 2^x + 2^x \cdot 5^x}{5^x \cdot 2^x + 5^x \cdot 5^x} = \frac{16}{100}$$

$$\frac{2^x \cdot (2^x + 5^x)}{5^x \cdot (2^x + 5^x)} = \frac{4}{25}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \Rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (51)

$$\frac{9^x - 25}{15^x - 5^{x+1}} = 5 + 5^{1-x} \text{ ise } \left(\frac{3}{5}\right)^x = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{9^x - 25}{15^x - 5^{x+1}} = 5 + 5^{1-x}$$

$$\frac{(3^x - 5)(3^x + 5)}{5^x (3^x - 5)} \times 5 + \frac{5}{5^x}$$

$$(3^x + 5) = 5^x (5 + \frac{5}{5^x})$$

$$(3^x + 5) = 5^x \cdot 5 + \cancel{5^x} \cdot \frac{5}{\cancel{5^x}}$$

$$3^x + 5 = 5^x \cdot 5 + 5$$

$$3^x = 5^x \cdot 5$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x = 5 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (52)

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = 30 \\ 2^x - 3^y = 7 \end{cases} \text{ ise } x^y = ?$$

ÇÖZÜM:

$2^x = a$ ve $3^y = b$ dersek ifade iki bilinmeyenli iki denkleme dönüşür. Sonra da bu denklemleri çözeriz

$$\begin{array}{rcl} 3a - 2b & = & 30 \\ -2/ & a - b & = 7 \rightarrow 16 - b = 7 \\ \hline 3a - 2b & = & 30 \\ -2a + 2b & = & -14 \\ \hline a & = & 16 \end{array} \quad \begin{array}{l} b = 9 \end{array}$$

şimdi değerleri tekrar eski haline getirelim

$$\begin{cases} 2^x = a = 16 \Rightarrow x = 4 \\ 3^y = b = 9 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow x^y = 4^2 = 16 \text{ olur.}$$

ÖRNEK (53)

$$\left. \begin{array}{l} 2^a \cdot 3^b = 0,8 \\ 2^b \cdot 3^a = 45 \end{array} \right\} \text{ise } a+b=?$$

ÇÖZÜM:

$$\left. \begin{array}{l} 2^a \cdot 3^b = 0,8 \\ 2^b \cdot 3^a = 45 \end{array} \right\} \text{ifadelerini alt alta çarparsak}$$

$$2^a \cdot 3^b = 0,8$$

$$2^b \cdot 3^a = 45$$

$$2^{a+b} \cdot 3^{a+b} = \frac{8}{10} \cdot 45$$

üsler aynı, tabanlar çarpılır.

$$6^{a+b} = 36 = 6^2$$

$a+b = 2$ bulunur.

ÖRNEK (54)

$$81^{0,25} + 27^{0,3} + 16^{0,5} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$81^{0,25} + 27^{0,3} + 16^{0,5}$$

$$(3^4)^{\frac{1}{4}} + (3^3)^{\frac{1}{3}} + (2^4)^{\frac{1}{2}}$$

$$3^{\cancel{4} \cdot \frac{1}{\cancel{4}}} + 3^{\cancel{3} \cdot \frac{1}{\cancel{3}}} + 2^{\cancel{4} \cdot \frac{1}{\cancel{2}}}$$

$$3+3+2^2=3+3+4$$

=10 bulunur.

ÖRNEK (55)

$$(3^a)^b = 243 \text{ ve } \frac{3^a}{3^b} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-2} \text{ ise } a+b \text{ 'nin doğal}$$

sayı değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

$$(3^a)^b = 243$$

$$3^{ab} = 3^5$$

$$a \cdot b = 5$$

$$\frac{3^a}{3^b} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-2}$$

$$3^{a-b} = (3^{-2})^{-2}$$

$$3^{a-b} = 3^4$$

$$a - b = 4$$

çarpanlara ayırma konusundan hatırlayacağımız bir özdeşlik bize yardımcı olacaktır.

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

$$= 4^2 + 4 \cdot 5$$

$$= 36$$

$$a + b = \pm 6 \text{ doğal sayı değeri}$$

sorulduğundan $a+b=6$ olur.

ÖRNEK (56)

$$81^{x+1} - 9^{2x+1} = 0,8 \text{ ise } x=?$$

ÇÖZÜM:

$$81^{x+1} - 9^{2x+1} = 0,8$$

$$(9^2)^{x+1} - 9^{2x+1} = \frac{8}{9}$$

$$9^{2x+2} - 9^{2x+1} = \frac{8}{9}$$

$$9^{2x} \left(\frac{72}{9^2 - 9} \right) = \frac{8}{9}$$

$$9^{2x} \cdot 9 = \frac{1}{9}$$

$$9^{2x+1} = 9^{-1}$$

$$2x+1 = -1$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

ÖRNEK (57)

$$2y=3z \text{ ve } \left(\frac{5^{x+y}}{3^{x+y}}\right)^{\frac{1}{z}} \cdot \left(\frac{3^{x-y}}{5^{x-y}}\right)^{\frac{1}{z}} = a^3 \text{ ise } a=?$$

ÇÖZÜM:

$$\left(\frac{5^{x+y}}{3^{x+y}}\right)^{\frac{1}{z}} \cdot \left(\frac{3^{x-y}}{5^{x-y}}\right)^{\frac{1}{z}} = a^3$$

$$\frac{5^{\frac{x+y}{z}} \cdot 3^{\frac{x-y}{z}}}{3^{\frac{x+y}{z}} \cdot 5^{\frac{x-y}{z}}} = a^3$$

$$\frac{5^{\frac{x+y}{z} - \frac{x-y}{z}} \cdot 3^{\frac{x-y}{z} - \frac{x+y}{z}}}{1} = a^3$$

$$\frac{5^{\frac{x+y-x+y}{z}} \cdot 3^{\frac{x-y-x-y}{z}}}{1} = a^3$$

$$\frac{5^{\frac{2y}{z}} \cdot 3^{\frac{-2y}{z}}}{1} = a^3$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{2y}{z}} = a^3$$

$$2y = 3z \text{ olduğundan } \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{3z}{z}} = a^3$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^3 = a^3$$

buradan $a = \frac{5}{3}$ olur.

ÖRNEK (58)

$$\left. \begin{array}{l} 3^a = x \\ 5^a = y \\ 7^a = z \end{array} \right\} \text{ ise } \frac{6^a - 10^a}{10^a + 14^a} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{6^a - 10^a}{10^a + 14^a} &= \frac{2^a \cdot 3^a - 2^a \cdot 5^a}{2^a \cdot 5^a + 2^a \cdot 7^a} \\ &= \frac{2^a (3^a - 5^a)}{2^a (5^a + 7^a)} \\ &= \frac{(3^a - 5^a)}{(5^a + 7^a)} = \frac{x - y}{y + z} \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (59)

$$\left(\frac{5^a}{5^b}\right)^{b-a} \cdot \left(\frac{5^b}{5^a}\right)^{a-b} = \left(\frac{1}{25}\right)^9 \text{ ise } (a-b)\text{'nin pozitif}$$

değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$$\left(\frac{5^a}{5^b}\right)^{b-a} \cdot \left(\frac{5^b}{5^a}\right)^{a-b} = \left(\frac{1}{25}\right)^9$$

$$(5^{a-b})^{b-a} \cdot (5^{b-a})^{a-b} = (5^{-2})^9$$

$$5^{-(a-b)^2} \cdot 5^{-(a-b)^2} = 5^{-18}$$

$$5^{-2(a-b)^2} = 5^{-18}$$

$$\frac{-2(a-b)^2}{-2} = \frac{-18}{-2}$$

$$(a-b)^2 = 9$$

$$a - b = \pm 3$$

pozitif değeri sorulduğundan cevap 3 olur.

$$\text{ÖRNEK (60) } \left. \begin{array}{l} 5^{a+b} = 27 \\ 5^{a-b} = 3 \end{array} \right\} \text{ ise } 5^a + 5^b = ?$$

ÇÖZÜM:

Verilen iki denklemi alt alta çarparsak;

$$5^{a+b} = 27$$

$$5^{a-b} = 3$$

$$5^{2a} = 81$$

$$(5^a)^2 = 9^2$$

$$5^a = 9 \text{ şimdi bu değer ilk denklemde}$$

yerine yazılırsa

$$5^{a+b} = 27 \rightarrow \frac{5^a}{9} \cdot 5^b = 27 \rightarrow 5^b = 3$$

sonuç : $9+3 = 12$ olur.

ÖRNEK (61)

$$5^{a-2b} = 1 \text{ ve } 9^{2a-6} = \left(\frac{1}{81}\right)^{-2} \text{ ise } \frac{a}{b} = ?$$

ÇÖZÜM:

$5^{a-2b} = 1$ tüm sayıların sıfırinci kuvveti 1 olduğundan

$$a-2b = 0$$

şimdi ikinci denklemi bulalım,

$$9^{2a-6} = (9^{-2})^{-2} = 9^4$$

buradan da $2a-6 = 4$ bulunur. Bu denklemden a bulunur.

$2a-6 = 4 \rightarrow 2a = 10 \rightarrow a = 5$ bu değer birinci denklemde yerine yazılır.

$$a-2b = 0 \rightarrow 5-2b = 0 \rightarrow b=5/2 \text{ olur.}$$

$$\text{Sonuç: } \frac{a}{b} = \frac{5}{\frac{5}{2}} = \cancel{5} \cdot \frac{2}{\cancel{5}} = 2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK (62)

$$\left. \begin{array}{l} x = (2^3)^2 \\ y = 2^{(3^2)} \\ z = (2^6)^5 \end{array} \right\} \text{ ise } x,y,z' \text{ yi sıralayınız}$$

ÇÖZÜM:

Tamamını 2'nin kuvveti şeklinde ifade edelim

$$x = (2^3)^2 = 2^6$$

$$y = 2^{(3^2)} = 2^9$$

$$z = (2^6)^5 = 2^{30}$$

Taban 1'den büyük olduğu için üssü büyük olan daha büyüktür. O halde,

$$x < y < z \text{ olur.}$$

ÖRNEK (63)

$$\left. \begin{array}{l} a = (-3^2) \\ b = (-3)^2 \\ c = (-3)^{-2} \end{array} \right\} \text{ ise } a,b,c'yi \text{ sıralayın.}$$

ÇÖZÜM:

Üsler küçük olduğundan sayıları hesaplayabiliriz.

$$a = (-3^2) = -9$$

$$b = (-3)^2 = 9$$

$$c = (-3)^{-2} = \frac{1}{9}$$

o halde sıralama $a < c < b$ şeklindedir.

ÖRNEK (64)

$$\left. \begin{array}{l} a = 4^{42} \\ b = 7^{28} \\ c = 3^{56} \end{array} \right\} \text{ ise } a,b,c'yi \text{ sıralayınız.}$$

ÇÖZÜM:

Bu tür sorularda sayılar hesaplanması zor olduğundan, ya tabanlar yada üsler eşitlenir. Bu soruda biz üsleri eşitleyeceğiz.

$$a = 4^{42} = 4^{3 \cdot 14} = (4^3)^{14} = 64^{14}$$

$$b = 7^{28} = 7^{2 \cdot 14} = (7^2)^{14} = 49^{14}$$

$$c = 3^{56} = 3^{4 \cdot 14} = (3^4)^{14} = 81^{14}$$

üsler aynı olduğundan tabanı büyük olan daha büyüktür. O halde

$$b < a < c \text{ olur.}$$

ÖRNEK (65)

$$\left. \begin{array}{l} 5^{-a} = 32 \\ 3^{-b} = 87 \\ 2^{-c} = 63 \end{array} \right\} \text{ ise a,b,c'yi sıralayınız.}$$

ÇÖZÜM:

Bu sefer ne üs ne de taban eşitlenmiyor. Bu durumda üssün girdiği aralık bulunur.

$5^{-a} = 32$ için	$3^{-b} = 87$ için	$2^{-c} = 63$ için
$25 < 32 < 125$	$81 < 87 < 243$	$32 < 63 < 64$
$5^2 < 5^{-a} < 5^3$	$3^4 < 3^{-b} < 3^5$	$2^5 < 2^{-c} < 2^6$
$2 < -a < 3$	$4 < -b < 5$	$5 < -c < 6$
$-2 > a > -3$	$-4 > b > -5$	$-5 > c > -6$

bulunana verilere göre sıralamamız;

$$c < b < a \text{ olur.}$$

ÖRNEK (66)

$$\left. \begin{array}{l} 2^x = 9 \\ 3^y = 13 \\ 5^z = 17 \end{array} \right\} \text{ ise x,y,z'yi sıralayınız.}$$

ÇÖZÜM:

Üslerin girdiği aralıkları bulursak soru çözülmüş olur.

$2^x = 9$ için	$3^y = 13$ için	$5^z = 17$ için
$8 < 9 < 16$	$9 < 13 < 27$	$5 < 17 < 25$
$2^3 < 2^x < 2^4$	$3^2 < 3^y < 3^3$	$5^1 < 5^z < 5^2$
$3 < x < 4$	$2 < y < 3$	$1 < z < 2$

mevcut bilgilere göre sıralama $z < y < x$ şeklindedir.

ÖRNEK (67)

$(125)^3 \cdot (4^5) + (8^4) \cdot (25^4)$ toplamı kaç basamaklı bir sayıdır?

ÇÖZÜM:

Sayıyı hesaplayamayacağımıza göre elimizden geldiğince sayıyı 10 'un kuvveti şeklinde düzenlemeliyiz.

$$(125)^3 \cdot (4^5) + (8^4) \cdot (25^4)$$

$$(5^3)^3 \cdot (2^2)^5 + (2^3)^4 \cdot (5^2)^4$$

$$5^9 \cdot 2^{10} + 2^{12} \cdot 5^8$$

$$\frac{5^9 \cdot 2^9 \cdot 2}{10^9} + \frac{2^4 \cdot 2^8 \cdot 5^8}{10^8}$$

$$2 \cdot 10^9 + 16 \cdot 10^8$$

$$10^8 (2 \cdot 10 + 16)$$

$$\underbrace{36}_{2 \text{ basamak}} \cdot \underbrace{10^8}_{8 \text{ basamak}}$$

o halde sonuç $2+8=10$ basamaktır.

ÖRNEK (68)

A sayısı 33 basamaklı bir sayı ise A^3 sayısı en az kaç basamaklıdır?

ÇÖZÜM:

33 basamaklı en küçük sayı $A=10^{32}$ dir.

$$A^3 = (10^{32})^3 = 10^{96} \text{ bu da 97 basamak eder.}$$

ÖRNEK (69)

A sayısı 33 basamaklı bir sayı ise A^3 sayısı en fazla kaç basamaklıdır?

ÇÖZÜM:

$A = 10^{33} - 1$ sayısı 33 basamaklı en büyük sayıdır.

$$A^3 = (10^{33} - 1)^3 = 10^{99} - 3 \cdot 10^{66} + 3 \cdot 10^{33} - 1$$

Burada en büyük sayı 10^{99} sayısıdır ki bu sayı 100 basamaklıdır. Bu sayıdan çıkacak olan sayılar 10^{99} sayısından çok küçük olduğundan sayımızı en fazla bir basamak küçültür. Bu da kalan sayının en çok $100-1 = 99$ basamaklı olabileceğini gösterir.(sizde hesaplayabileceğiniz bir örnek yazarak bunu somut olarak ispatlayabilirsiniz)

ÖRNEK (70)

$32^{3x+1} \cdot 125^{5x}$ sayısı 32 basamaklı ise $x=?$

ÇÖZÜM:

$32^{3x+1} \cdot 125^{5x}$ sayısını önce 10'un kuvveti şeklinde düzenleyelim

$$\begin{aligned} 32^{3x+1} \cdot 125^{5x} &= (2^5)^{3x+1} \cdot (5^3)^{5x} \\ &= 2^{15x+5} \cdot 5^{15x} \\ &= 2^5 \cdot \underbrace{2^{15x} \cdot 5^{15x}}_{10^{15x}} \\ &= \underbrace{32}_{2 \text{ basamak}} \cdot \underbrace{10^{15x}}_{30 \text{ basamak olmalı}} \end{aligned}$$

$$15x=30$$

$x = 2$ bulunur.

ÖRNEK (71)

$\left(\frac{4}{9}\right)^{2x+3} > \left(\frac{8}{27}\right)^{x+4}$ eşitsizliğini sağlayan x

doğal sayılarının toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Eşitsizliğin çözümü için önce tabanları eşitlemeliyiz.

$$\begin{aligned} \left(\frac{4}{9}\right)^{2x+3} &> \left(\frac{8}{27}\right)^{x+4} \Rightarrow \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{2x+3} > \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{x+4} \\ &\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{4x+6} > \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+12} \\ &\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{4x+6} > \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+12} \end{aligned}$$

taban 1'den küçük olduğundan aradaki yönün tersi kuvvetler arasında vardır.

$$4x+6 < 3x+12$$

$$4x-3x < 12-6$$

$$x < 6$$

buradaki x 'ler : 0,1,2,3,4,5 olur ki toplaları 15 eder.

ÖRNEK (72)

$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-6} > \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane x doğal sayısı vardır?

ÇÖZÜM:

Önce tabanlar eşitlenir.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-6} > \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-6} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-2}$$

taban 1'den küçük olduğundan;

$$3x-6 < 2x-2$$

$$3x-2x < 6-2$$

$$x < 4$$

buradaki doğal sayılar : 0,1,2,3 yani 4 tanedir.

ÖRNEK (73)

$5^{2x-4} \leq 1 < 9^{3x+9}$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

ÇÖZÜM:

$5^{2x-4} \leq 1 < 9^{3x+9}$ eşitsizliğini ikiye ikiye ayırarak çözelim

$5^{2x-4} \leq 1$	ve	$1 < 9^{3x+9}$
$5^{2x-4} \leq 5^0$		$9^0 < 9^{3x+9}$
taban 1'den büyük		taban 1'den büyük
$2x-4 \leq 0$		$0 < 3x+9$
$2x \leq 4$		$3x > -9$
$x \leq 2$		$x > -3$

o halde x 'in aralığı $-3 < x \leq 2$ ve bu aralıktaki x 'ler $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ yani 5 tane.

ÖRNEK (74)

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x+10} \geq (0,16)^{3x+7} \text{ ve } x < 0 \text{ eşitsizliğini}$$

sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x+10} \geq (0,16)^{3x+7} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+10} \geq \left(\frac{4}{25}\right)^{3x+7}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+10} \geq \left[\left(\frac{5}{2}\right)^{-2}\right]^{3x+7} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+10} \geq \left(\frac{5}{2}\right)^{-6x-14}$$

taban 1'den büyük olduğundan:

$$2x+10 \geq -6x-14$$

$$2x+6x \geq -10-14$$

$$8x \geq -24$$

$$\frac{8x}{8} \geq \frac{-24}{8}$$

$$x \geq -3$$

bu arada $x < 0$ verilmiş. O halde $-3 \leq x < 0$ aralığından x 'ler $\{-3, -2, -1\}$ olur. Bu sayıların toplamı da -6 dır.

ÖRNEK (75)

$$x \neq 0, \frac{a^2}{1+x^{m-3}} + \frac{4}{1+x^{3-m}} = 4 \text{ ise } a \text{'nın}$$

alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM:

$$\frac{a^2}{1+x^{m-3}} + \frac{4}{1+x^{3-m}} = 4$$

$$\frac{a^2}{1+x^{m-3}} + \frac{4}{1+\frac{1}{x^{m-3}}} = 4$$

$$\frac{a^2}{1+x^{m-3}} + \frac{4x^{m-3}}{1+x^{m-3}} = 4$$

$$\frac{a^2 + 4x^{m-3}}{1+x^{m-3}} \neq 4$$

$$a^2 + 4x^{m-3} = 4 + 4x^{m-3}$$

$$a^2 = 4$$

$$a = \pm 2$$

a 'nın alabileceği değerler çarpımı $-2 \cdot 2 = -4$

olur.

KURAL:

$$\frac{m}{1+x^a} + \frac{m}{1+x^{-a}} = m \text{ dir.}$$

ÖRNEK (76)

$$\frac{3}{1-a^2} + \frac{3}{1-a^{-2}} = ?$$

ÇÖZÜM:

Verilen kurala göre cevap 3 olur.

(Bu soruyu siz de bir önceki örnekteki gibi çözerek doğruluğunu ispatlaya çalışınız.)

ÖRNEK (77)

$$\frac{4}{x^{m-n}-1} + \frac{4}{x^{n-m}-1} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{4}{x^{m-n}-1} + \frac{4}{x^{n-m}-1} &= - \left(\frac{4}{1-x^{m-n}} + \frac{4}{1-x^{n-m}} \right) \\ &= -4 \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (78)

44444 beş basamaklı sayısını on üzerili nasıl ifade edebiliriz?

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} 44444 &= 4(11111) \\ &= 4 \left[9 \cdot \frac{(11111)}{9} \right] \\ &= 4 \left(\frac{99999}{9} \right) \\ &= 4 \cdot \left(\frac{10^5 - 1}{9} \right) \\ &= \frac{4}{9} (10^5 - 1) \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (79)

$x < 0 < y$ olmak üzere $(x - y)^{44} = (y + 3)^{44}$ ise aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

I. $x - y = y + 3$

II. $x - y = -y - 3$

III. $x - y = 1$ iken $y + 3 = 1$ dir.

IV. $x - y = -1$ iken $y + 3 = 1$ dir.

V. $x - y = 1$ iken $y + 3 = -1$ dir.

VI. $x - y = -1$ iken $y + 3 = -1$ dir.

A) I,II B) II C) II,III,IV D) I E) Hepsi

ÇÖZÜM:

$$(x - y)^{44} = (y + 3)^{44}$$

$$\sqrt[44]{(x - y)^{44}} = \sqrt[44]{(y + 3)^{44}}$$

$$|x - y| = |y + 3|$$

$x < y$ olduğundan $x - y < 0$ dir.

$$|x - y| = -(x - y) = y - x$$

$y > 0$ olduğundan

$$|y + 3| = y + 3$$

o halde

$$y - x = y + 3 \text{ ve } x = -3 \text{ olur.}$$

I) $x - y \neq y + 3$

II) $y - x = y + 3$ olduğundan $x - y = -y - 3$ tür.

III) $x - y < 0$ olduğundan $x - y \neq 1$

IV) $x = -3$ olduğundan $x - y = -1$ olması için

$$-3 - y = -1 \rightarrow y = -2 \text{ çıkar ki bu da } y > 0$$

bulgumuza aykırıdır.

V) $x - y < 0$ olduğundan $x - y \neq 1$

VI) $y > 0$ olduğundan $y + 3 = -1$ olamaz

Bu durumda sadece II doğru olur. Yani cevap B şıkkıdır.

ÖRNEK (80) (ÖSS-2007)

$$\frac{(-1)^2 + 5 - 2^2}{35 - 21}$$

işleminin sonucu kaçtır ?

$$A) \frac{-3}{14} \quad B) \frac{-1}{14} \quad C) \frac{5}{14} \quad D) \frac{1}{7} \quad E) \frac{4}{7}$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{(-1)^2 + 5 - 2^2}{35 - 21} = \frac{1 + 5 - 4}{14} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

cevap D şıkkı

ÖRNEK (81) ÖSS-2007

$$\frac{3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+y} + 3^{2y}}{3^{2x} - 3^{x+y}}$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3^x - 3^y$ B) $3^x + 3^y$ C) $1 + 3^{y-x}$
D) $1 - 3^{y+x}$ E) $1 - 3^{y-x}$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+y} + 3^{2y}}{3^{2x} - 3^{x+y}} &= \frac{(3^x - 3^y)^2}{3^x \cdot 3^x - 3^x \cdot 3^y} \\ &= \frac{(3^x - 3^y)(3^x - 3^y)}{3^x(3^x - 3^y)} \\ &= \frac{3^x - 3^y}{3^x} = \frac{3^x}{3^x} - \frac{3^y}{3^x} \\ &= 1 - 3^{y-x} \end{aligned}$$

cevap E şıkkı olur.

ÖRNEK (82) ÖSS-2007

1'den farklı a ve b pozitif gerçel sayıları için

$$ab = a^b$$

$$\frac{a}{b} = a^{2b}$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{6}{7}$

ÇÖZÜM:

Verilen bu iki denklemi alt alta çarparsak

$$\left. \begin{aligned} ab &= a^b \\ \frac{a}{b} &= a^{2b} \end{aligned} \right\} a \cdot \frac{a}{b} = a^b \cdot a^{2b} \Rightarrow a^2 = a^{3b}$$

tabanlar aynı olduğundan üsler eşittir.

$$3b = 2$$

$$b = \frac{2}{3} \text{ olur. Cevap A şıkkıdır.}$$

ÖRNEK (83) (ÖSS-2006)

$$\frac{3^{20} - 3^{10}}{(3^5 + 1)(3^5 - 1)}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 9 C) 3^5 D) 3^{10} E) 3^{15}

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{3^{20} - 3^{10}}{(3^5 + 1)(3^5 - 1)} &= \frac{3^{10}(3^{10} - 1)}{\text{iki kare farkı}} \\ &= \frac{3^{10}(3^{10} - 1)}{3^{10} - 1} \\ &= 3^{10} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK (84) (ÖSS-2006)

$$4^{2m-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^{m+7}$$

eşitsizliğini sağlayan en küçük m tamsayısı kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM:

$$4^{2m-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^{m+7} \text{ tabanlar eşitlenir}$$

$$4^{2m-1} > (4^{-2})^{m+7}$$

$$4^{2m-1} > 4^{-2m-14}$$

taban 1'den büyük olduğundan yön korunur.

$$2m-1 > -2m-14$$

$$2m+2m > -1-14$$

$$4m > -13$$

$$m > \frac{-13}{4} \text{ o halde en küçük değer}$$

-3 olur. Cevap B şıkkıdır.

ÖRNEK (85) (ÖSS-2005)

$$\frac{2^{12} + 2^{13}}{2^{14} - 2^{15}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-\frac{3}{4}$ B) $-\frac{4}{3}$ C) $-\frac{3}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

ÇÖZÜM:

En küçük üs parantezine alınırsa

$$\begin{aligned} &= \frac{2^{12} + 2^{13}}{2^{14} - 2^{15}} = \frac{2^{12}(1+2)}{2^{14}(1-2)} \\ &= -3 \cdot 2^{12-14} \\ &= -3 \cdot 2^{-2} \\ &= -\frac{3}{4} \text{ olur} \end{aligned}$$

cevap A şıkkı

ÖRNEK (86) -(ÖSS-2005)

a,b,c gerçel sayıları için

$$2^a = 3$$

$$3^b = 4$$

$$4^c = 8$$

olduğuna göre a.b.c çarpımı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM:

yerine yazalım

$$2^a = 3 \rightarrow 3^b = 4 \Rightarrow (2^a)^b = 4$$

yerine yazalım

$$2^{ab} = 4 \rightarrow 4^c = 8 \Rightarrow (2^{ab})^c = 8$$

$$2^{abc} = 8 = 2^3$$

a.b.c = 3 bulunur.

cevap C şıkkı

**KONUMUZ BİTTİ. ŞİMDİ TESTLERE
GEÇEBİLİRSİNİZ**

**DİLERSENİZ KONU ANLATIMINI BİR DE
YOUTUBE KANALIMIZDAN VİDEO OLARAK
DA İZLEYEBİLİRSİNİZ**

Youtube kanalımız: **CEBİR HOCAM**

Başarılar diliyorum
İbrahim Halil BABAOĞLU
Matematik Öğretmeni