

## DOĞAL SAYILARDA TOPLAMA VE ÇARPMA

**ÖRNEK( 1 )**

----- (I) yandaki işleme  

$$\begin{array}{r} \times 125 \\ \hline \end{array}$$
 (II) göre (I) çarpan  
 ----- kaçtır?  
 2450  

$$\begin{array}{r} + \cdots \cdots \\ \hline \cdots \cdots \end{array}$$

(ÖSS-83)

**ÇÖZÜM :**

2450 sayısı (I) satırın 2 ile çarpılması ile elde edilmiştir. O halde (I) satır  $2450 : 2$  den bulunur  $2450 : 2 = 1225$  sorumuzun cevabıdır.

**ÖRNEK( 2 )**

$$\begin{array}{r} 41- \\ \times -3 \\ \hline \cdots \cdots \\ + \cdots \cdots \\ \hline -5-5 \end{array}$$

(I)  
(II)  
(III)  
(IV)  
(V)

yukarıdaki çarpma işleminde her nokta bir rakam yerindedir. Buna göre (IV) sıradaki üç basamaklı sayı kaçtır?

(ÖSS-86)

**ÇÖZÜM :**

$$\begin{array}{r} 415 \\ \times 23 \\ \hline 1245 \\ + 830 \\ \hline 9545 \end{array}$$

(I)  
(II)  
(III)  
(IV)  
(V)

**ÖRNEK( 3 )**

$$\begin{array}{r} abc \\ \times d4 \\ \hline 1300 \\ + 1625 \\ \hline 17550 \end{array}$$

yukarıdaki işlemde  $a+b+c+d=?$

**ÇÖZÜM :**

$$\begin{array}{l} 1300 : 4 = 325 = abc \\ 1625 : 325 = 5 = d \\ a+b+c+d = 3+2+5+5 = 15 \text{ olur.} \end{array}$$

**ÖRNEK( 4 )**

--- I yandaki işlemede  

$$\begin{array}{r} \times 34 \\ \hline \cdots \cdots \end{array}$$
 II III. Satır  
 --- III kaçtır?  

$$\begin{array}{r} + \cdots \cdots \\ \hline 7276 \end{array}$$

**ÇÖZÜM :**

$$\begin{array}{l} 7276 : 34 = 214 \text{ (I) satır} \\ 214.4 = 856 \text{ (III) satır olur.} \end{array}$$

**ÖRNEK( 5 )**

$$\begin{array}{r} 75 \\ \times ab \\ \hline \cdots \cdots \\ + \cdots \cdots \\ \hline -7- \end{array}$$

yandaki işlemede  
 $a.b=?$

**ÇÖZÜM :**

4.satırdaki iki çizgi,  $a=1$ 'izorunlukları.son satırdaki 7 için ise  $b=3$  olmalıdır.

$$a.b=1.3=3 \text{ olur.}$$

## ÖRNEK( 6 )

$$\begin{array}{r}
 ab3 \\
 + c4b \\
 \hline
 8c0
 \end{array}
 \text{ yandaki işleme göre } a+b+c=?$$

## ÇÖZÜM :

$b = 7$  olmalı ki toplam 0'lı bırsayı olsun.  $3+b'$  den 1 devreder.  $b+4+(1)=7+4+(1)=12$ , buradan da 1 devreder  $2=c$  yazılır.

O halde  $a=5$  olmalı ki  $a+c=5+2+(1)=8$  olsun

Buradan  $a+b+c=14$  olur.

## ÖRNEK( 7 )

$b \neq 0$ ,  $a \neq b$  ve

$$\begin{array}{r}
 aab \\
 \times \quad b \\
 \hline
 ccd
 \end{array}$$

olacak şekilde kaç aab üç basamaklı sayı vardır?

## ÇÖZÜM :

Değer vererek bulabileceğimiz bir soru

$$\begin{array}{r}
 112 \quad 113 \quad 221 \quad 223 \quad 331 \quad 332 \\
 \times 2 \quad \times 3 \quad \times 1 \quad \times 3 \quad \times 1 \quad \times 2 \\
 \hline
 224 \quad 339 \quad 221 \quad 669 \quad 331 \quad 664
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 441 \quad 442 \quad 551 \quad 661 \quad 771 \quad 881 \quad 991 \\
 \times 1 \quad \times 2 \quad \times 1 \\
 \hline
 441 \quad 884 \quad 551 \quad 661 \quad 771 \quad 881 \quad 991
 \end{array}$$

toplam 13 tane yazılabılır.

## ÖRNEK( 8 )

$$\begin{array}{r}
 5ab \quad \text{yandaki işleme göre} \\
 - c93 \quad a+b+c=?
 \end{array}
 \hline
 c85$$

## ÇÖZÜM :

$b=8$  olursa  $8-3=5$  olur  
 $a=7$  olursa bir onluk alındığında 17 eder ve  $17-9=8$  dir.

$5-1=4$  (bir onluk alınmıştır)  $4-c=c$  ise  $c=2$  dir.  
 $a+b+c=17$  eder.

## DOĞAL SAYILARDA BÖLME

$X, Y, Z, K \in N$  VE  $Y \neq 0$  olmak üzere

$$\begin{array}{r}
 X \mid Y \\
 \hline
 \quad \mid Z \\
 \hline
 \quad \quad K
 \end{array}
 \quad X = Y \cdot Z + K \text{ dır.}$$

NOT: 1)  $K = 0$  ise  $X$ ,  $Y$ 'ye tam bölünür  
 2)  $K < Y$  (kalan böleninden küçüktür)

## ÖRNEK( 9 )

$xy$  iki basamaklı sayı olmak üzere

$$\begin{array}{r}
 XY \mid Y+1 \text{ ise } Y \text{ nin değeri kaçtır?} \\
 \hline
 \quad \mid X \\
 \hline
 \quad \quad Y
 \end{array}$$

## ÇÖZÜM :

$$\begin{aligned}
 XY &= X(Y+1) + Y \\
 10X + Y &= XY + X + Y \\
 9X &= XY \quad (X'ler sadeleşirse) \\
 Y &= 9 \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 10 )

$$\begin{array}{r} a+2.b \mid 3.a-b \\ \underline{-} \quad \quad \quad | 3 \\ \hline 2 \end{array}$$

ise  $a$ 'nın b türünden  
değeri nedir?

## ÇÖZÜM :

$$\begin{aligned} a + 2.b &= 3(3.a - b) + 2 \\ a + 2.b &= 9.a - 3.b + 2 \\ 5.b - 2 &= 8.a \\ a &= \frac{5.b - 2}{8} \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 11 )

4a iki basamaklı bir sayı ve

$$\begin{array}{r} 129 \mid 4a \\ \underline{-} \quad \quad \quad | 3 \\ \hline b \end{array}$$

ise b aşağıdakilerden  
hangisi olabilir?

- A) 3   B) 4   C) 5   D) 7   E) 8

## ÇÖZÜM :

$a=0,1,2,3$  olabilir  
 $a=0$  iken  $b=9$   
 $a=1$  iken  $b=6$   
 $a=2$  iken  $b=3$   
 $a=3$  iken  $b=0$  olur.

Bunlardan sadece 3 şıklarda var. Doğru cevap A şıkları olur.

## ÖRNEK( 12 )

abc üç basamaklı bir sayı ve

$$\begin{array}{r} abc \mid 8+x \\ \underline{-} \quad \quad \quad | x+4 \\ \hline 23 \end{array}$$

ise en küçük abc  
kaçtır?

## ÇÖZÜM :

$8+x > 23$  olmalıdır. bu durumda  $x > 15$  olur.  $x$  en az 16 olur. Bu durumda

$$abc = 24.20+23=503 \text{ olur.}$$

## ÖRNEK( 13 )

$72a.... \mid 242$  yandaki işleme göre  
| 3.... a yerine aşağıdakilerden  
hangisi gelebilir?

- A) 0   B) 2   C) 4   D) 5   E) 7

## ÇÖZÜM :

$242.3=726$  olduğundan  $a=7$  olmalıdır. cevap E şıkları

## ÖRNEK( 14 )

$$\begin{array}{r} a \mid 17 \\ \underline{-} \quad \quad \quad | 5 \\ \hline b^2 \end{array}$$

ise  $a$ 'nın en büyük değeri  
kaç olur?

## ÇÖZÜM :

$b^2 < 17$  olduğundan  $b$  en fazla 4 tür.

$$A = 17.5 + 4^2 = 101 \text{ olur.}$$

**ÖRNEK( 15 )** $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$ 

$$\begin{array}{rcl} a \mid 4 & b \mid 6 & \text{ise } a+b \text{ 'nin } 15 \text{ ile} \\ \underline{-} \quad | b & \underline{-} \quad | c & \text{bölmümden kalan} \\ 2 & 5 & \text{nedir?} \end{array}$$

**ÇÖZÜM :** $A = 4.b+2$  ve  $b=6c+5$  a'da b'yi yazarsak

$$\begin{aligned} a &= 4.(6c+5)+2 = 24.c+22 \\ a+b &= 24c+22+6c+5 \\ a+b &= 30c+27 \end{aligned}$$

30c sayısı 15'in katı olduğundan kalan sıfırdır.  
27:15'ten kalan ise 12 olur.

**ÖRNEK( 16 )**

a0ab0b sayısı a00b sayısının kaç katıdır?

**ÇÖZÜM :**

Sorunun çözümü için a0ab0b sayısı a00b sayısına bölünmeli

$$\begin{array}{r} a0ab0b \mid a00b \\ - a00b \quad | \quad 101 \\ \hline a00b \\ - a00b \\ \hline 0 \end{array}$$

o halde a0ab0b sayısı a00b sayısının 101 katı olur.

**ÖRNEK( 17 )**

Bir bölme işleminde bölünen ile bölenin farkı bölümün 9 katının 1 eksigidir. Bölüm 3 ve kalan 2 olduğuna göre bölünen kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

$$\begin{array}{r} A \mid B \\ \underline{-} \quad | 3 \\ 2 \end{array}$$

$A = 3.B + 2$  ve  $A - B = 9.3 - 1$  denklemleri ortak çözülürse

$$\begin{array}{r} A - 3.B = 2 \\ -3/ \quad A - B = 26 \\ \hline -2.A = -76 \\ A = 38 \text{ olur.} \end{array}$$

**ÖRNEK( 18 )** $A, x \in \mathbb{Z}$  olmak üzere

$$\begin{array}{r} A \mid 4x+7 \quad \text{ise } A \text{'nın en büyük} \\ \underline{-} \quad | 3 \quad \text{değeri kaçtır?} \\ 5x-3 \end{array}$$

**ÇÖZÜM :**

Bölme işleminin kuralından

$$\begin{aligned} 5x-3 &< 4x+7 \\ 5x-4x &< 7+3 \\ x &< 10 \\ x &= 9 \text{ seçilirse} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= 3(4.9+7)+5.9-3 \\ A &= 171 \text{ olur.} \end{aligned}$$

**ÖRNEK( 19 )**

$$\begin{array}{r} A \mid 3.B-2 \\ - \quad \mid 3 \\ \hline 2 \\ 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} B+3 \mid 2.C \\ - \quad \mid 4 \\ \hline 5 \end{array}$$

ise A'nın C türünden değeri nedir?

**ÇÖZÜM :**

$$A = 3(3B-2)+2 \text{ ve } B+3=4.2C+5$$

$$A=9B-4 \text{ VE } B=8C+2$$

B'yi A'da yerine yazarsak

$$A=9(8C+2)-4 \rightarrow A= 72C+14 \text{ olur.}$$

**ÖRNEK( 20 )**

$$\begin{array}{r} A+B+4 \mid 3.B+C \\ - \quad \mid 3 \\ \hline 4 \end{array} \qquad \text{ise } C \text{'nin A ve B türünden değeri nedir?}$$

**ÇÖZÜM :**

$$A+B+4 = 3(3B+C)+4$$

$$A+B=9B+3C$$

$$= \frac{A-8.B}{3} \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK( 21 )**

X,Y,Z tamsayı ve

$$\begin{array}{r} X+3 \mid 5Y-2 \\ - \quad \mid 4 \\ \hline 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} X \mid 4.Y+Z \\ - \quad \mid 5 \\ \hline 2 \end{array}$$

ise Z kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

$$X+3=4(5Y-2)+3 \text{ ve } X=5(4Y+Z)+2$$

$$X=20Y-8 \text{ ve } X=20Y+5Z+2$$

X'ler eşitlenirse

$$20Y-8 = 20Y+5Z+2$$

$$5Z = -10$$

$$Z=-2$$

**ÖRNEK( 22 )**

$y \in \mathbb{Z}$  olmak üzere,

$$\begin{array}{r} A \mid y^2 + 5 \\ - \quad \mid 7 \\ \hline y^3 \end{array} \qquad \text{ise A'nın en büyük değeri nedir?}$$

**ÇÖZÜM :**

Bölme işleminin kuralından

$$y^3 < y^2 + 5$$

y en fazla 2 olur. Buradan

$$A= 7 \cdot (y^2 + 5) + y^3 \text{ ifadesinde } y=2 \text{ yazılırsa}$$

$$A= 7 \cdot (2^2 + 5) + 2^3$$

$$A= 63+8$$

$$A= 71$$

## ÖRNEK( 23 )

$$\begin{array}{r} 3.A+B \\ \underline{-} \quad | \\ \hline 6 \end{array}$$

( $6 < A-B$  olmalı)

## ÇÖZÜM :

Bölme işleminin kuralından  $6 < A-B$  olmalıdır.

$$\begin{aligned} 3A+B &= 5(A-B)+6 \\ 3A+B &= 5A-5B+6 \\ 6B &= 2A+6 \\ 3B &= A+3 \quad \text{minimum değerler} \\ &\text{seçildiğinde} \\ B &= 5 \quad \text{ve} \quad A = 12 \text{ olur. o halde} \\ A.B &= 12.5 = 60 \text{ çıkar} \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 24 )

$$\begin{array}{r} X \mid Y \\ \underline{-} \quad | \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} Y \mid Z \\ \underline{-} \quad | \\ 2 \end{array}$$

ise  $X$ 'in en küçük değeri nedir?

## ÇÖZÜM :

$X=3Y+4$  ve  $Y=3Z+2$ ,  $Z>2$  olacağından  $Z=3$  seçilirse

$$\begin{aligned} Y &= 3.3+2=11 \text{ ve buradan} \\ X &= 3.11+4=37 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 25 )

$AB8$  üç basamaklı,  $XY$  iki basamaklı sayılar olmak üzere;

$$\begin{array}{r} AB8 \mid 18 \\ \underline{-} \quad | \\ XY \end{array}$$

ise  $XY$  'nin alabileceği değerler toplamı nedir?

## ÇÖZÜM :

$AB8=18Z$  +XY burada  $AB8$  çift,  $18Z$ 'de çift olduğundan  $XY$ 'de çift olmalıdır.  
 $XY < 18$  olduğundan  
 $XY = 10, 12, 14, 16$  ve toplamları da 52 olur.

## ÖRNEK( 26 )

$ab0ab0$  6 basamaklı sayısının ab iki basamaklı sayısına bölümünden elde edilecek bölüm ile kalan toplamı kaçtır?

## ÇÖZÜM :

$$\begin{array}{r} ab0ab0 \mid ab \\ \underline{-} ab \quad | \quad 1010 \\ 00ab \\ \underline{-} ab \\ 0 \end{array}$$

cevap  $10010+0=10010$

## ÖRNEK( 27 )

$$\begin{array}{r} A \mid B+2 \\ \underline{-} \quad | \\ 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} B \mid 6 \\ \underline{-} \quad | \\ 4 \end{array}$$

ise  $A$ 'nın 9 ile bölümünden elde edilen bölüm ile kalanın toplamı nedir?

## ÇÖZÜM :

$$\begin{aligned} A &= 3(B+2)+5 \text{ ve } B=6(C+2)+4 \\ A &= 3B+11 \text{ ve } B=6C+16 \end{aligned}$$

$B$ 'nin değeri  $A$ 'da yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} A &= 3(6C+16)+11 \\ A &= 18c+59 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 18c+59 \mid 9 \\ \underline{-} 18c \quad | \quad 2c+6 \\ 0 +59 \\ \underline{-} 54 \\ 5 \end{array}$$

$2c+6+5=2c+11$  bulunur.

**ÖRNEK( 28 )**

$X, Y \in Z$  olmak üzere;

$X+4 \mid 3Y+11$  yandaki bölme işleminde  
 $\underline{-} \quad | 12$  bölen ile bölüm yer  
 $Y+3$  değiştiğinde kalan  
 değişmiyorsa  $Y$ 'nin alabileceği değerler kaç  
 tanedir?

**ÇÖZÜM :**

Bölme işleminin kuralından;

$$Y+3 < 3Y+11$$

bölen ve bölüm yer değiştirilebildiğinden

$$Y+3 < 12$$

Bulunur. veriler işlenecek olursa

$$Y+3 < 12 \rightarrow Y < 9$$

ve

$$Y+3 < 3Y+11 \rightarrow -8 < 2Y \rightarrow Y > -4$$

O halde  $-4 < Y < 9$  aralığından ;

$Y = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$  toplamda 12 değer  
 alabildiği görülür.

**ÖRNEK( 29 )**

$abcabc$  altı basamaklı,  $abc$  üç basamaklı sayılar ve

$$abcabc \mid abc-4 \quad \text{ise } a+b-c=?$$

$$\underline{-} \quad | abc+8$$

32

**ÇÖZÜM :**

$$abcabc = (abc-4)(abc+8)+32$$

$$abc000+abc=abc \cdot abc+8 \cdot abc-4 \cdot abc-32+32$$

$$1001 \cdot abc = abc \cdot abc+4 \cdot abc$$

$abc = x$  olsun

$$x^2 = 997x$$

denklemi çözülürse

$x=0$  ve  $x=997$  çıkar.  $x=0$  olamayacağından

$$x = abc = 997$$

buradan  $a+b-c=9+9-7=11$  bulunur.

**ÖRNEK( 30 )**

$x$  doğal sayısının 5'e bölümünden kalan 3,  $y$  doğal sayısının 5'e bölümünden kalan 4 ise  $2x+7y$ 'nın 5 ile bölümünden kalan nedir?

**ÇÖZÜM 1:**

$k, m \in Z$  olmak üzere,

$$\begin{array}{r} x \quad | \quad 5 \\ - \quad | \quad k \\ 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} y \quad | \quad 5 \\ - \quad | \quad m \\ 4 \end{array}$$

$$x = 5k+3 \text{ ve } y = 5m+4 \text{ buradan}$$

$$\begin{aligned} 2x + 7y &= 2(5k+3) + 7(5m+4) \\ &= 10k+6+35m+28 \\ &= 10k+35m+34 \end{aligned}$$

$10k$  ve  $35m$  zaten 5'in katları olduklarından  
 kalanlar 0'dır. 34'ün 5'ebölümünden kalan ise 4 tür.  
 O halde cevap 4 olur.

**ÇÖZÜM 2:**

Bu soru  $x$ 'in ve  $y$ 'nin 5'e bölümünden kalanlar  
 kullanılarak da çözülebiliriz. bu yöntemde  $x$  yerine  
 $3$  ve  $y$  yerine de  $4$  yazarsak

$2 \cdot 3 + 7 \cdot 4 = 34$  ve 34'ün 5'ebölümünden kalan da 4  
 olur.



## ÖRNEK( 36 )

İki doğal sayıdan biri diğerine bölündüğünde , bölüm 12 , kalan 8 dir.

Bölünen , bölen ve bölüm toplamı 189 old,göre bölen sayı kaçtır?

(ÖSS-97)

## ÇÖZÜM :

$$\begin{array}{r} A \\ \hline B \\ - \\ 8 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$A=12B+8 \text{ ve } A+B+12 = 189$$

A'yi A+B'de yerine yazarsak

$$12B+8+B+12 = 189$$

$$13B = 169$$

$$B = 13 \text{ bulunur.}$$

## ÖRNEK( 35 )

$$\begin{array}{r} K \longmid 7 & K+4 \longmid M+1 \\ \hline M & \quad | 7 \\ 3 & L \end{array} \quad \text{ise } L=?$$

(ÖSS\_97)

## ÇÖZÜM :

$$K=7M+3 \text{ ve } K+4 = 7(M+1)+L$$

K'yi yerine yazarsak

$$7M+3+4 = 7M+7+L$$

$$7M+7 = 7M+7+L$$

$$L=0 \text{ bulunur.}$$

## ÖRNEK( 36 )

Bir x doğal sayısı 3'e bölündüğünde bölüm a , kalan 1 dir. a sayısı 8'e bölündüğünde ise kalan 2 dir. Buna göre x doğal sayısı 24'e bölündüğünde kalan kaçtır?

(ÖSS-94)

## ÇÖZÜM :

$k \in \mathbb{Z}$  olsun

$$\begin{array}{r} x \longmid 3 \\ \hline a \\ - \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} a \longmid 8 \\ \hline k \\ - \\ 2 \end{array}$$

$$x=3a+1 \text{ ve } a=8k+2$$

$$x=3(8k+2)+1$$

$$x=24k+7 \text{ bulunur.}$$

Buradan 24k zaten 24'ün katı olduğundan tam bölünür. O halde cevap 7 dir.

## ÖRNEK( 37 )

--- yandaki işleme

$$\begin{array}{r} \underline{\phantom{0}134} \\ - \\ - \\ + \end{array} \quad \text{göre } a+b+c+d+e=?$$

$$\begin{array}{r} \underline{\phantom{0}134} \\ - \\ - \\ + \underline{125} \\ \hline abcde \end{array}$$

## ÇÖZÜM :

Çarpımın üçüncü satırı olan 125 değeri 134 'ün 1' ile ilk çarpanın çarpımından elde edildiğinden ' ilk çarpan  $x 1=125 \rightarrow$  ilk çarpan=125' olur.

O halde  $125 \cdot 134 = 16750$  olur. Bu durumda  $a+b+c+d+e = 19$  bulunur.

KONUMUZ BİTTİ. ŞİMDİ TESTLERE  
GEÇEBİLİRСİNİZ

DİLERSENİZ KONU ANLATIMINI BİR DE  
YOUTUBE KANALIMIZDAN VİDEO OLARAK  
DA İZLEYEBİLİRСİNİZ

Youtube kanalımız: **CEBİR HOCAM**

Başarılar diliyorum  
İbrahim Halil BABAOĞLU  
Matematik Öğretmeni