

## OBEB – OKEK

**OBEB:** iki veya daha fazla sayıyı birlikte bölebilen en büyük tamsayıya bu sayıların OBEB'i denir. Sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Ortak asal çarpanların en küçük üslûleri alınıp çarpılır.

**OKEK:** iki veya daha fazla sayıya birlikte bölünebilen en küçük pozitif tamsayıya bu sayıların OKEK'i denir. Sayılar asal çarpanlarına ayrılır. Ortak asal çarpanların en büyük üslûleri alınıp çarpılır.

$(a,b)_{\text{obeb}}, \text{OBEB}(a,b)$  a ile b nin obebi (EBOB)

$(a,b)_{\text{okek}}, \text{OKEK}(a,b)$  a ile b nin okeki (EKOK)

**NOT: i)** a ve b sayıları için ;

$\text{OBEB}(a,b) \cdot \text{OKEK}(a,b) = a \cdot b$  dir.  
(bu kural sadece iki sayı için geçerlidir.)

**ii)**  $a < b$  olmak üzere;

$\text{OBEB}(a,b) \leq a < b \leq \text{OKEK}(a,b)$  dir.

(Biri diğerinin katı olan sayılarda küçük olan obeb, büyük olan okek tir.)

**iii)** A ve B aralarında asal iki sayı olsun

$\text{OBEB}(A,B) = 1$

$\text{OKEK}(A,B) = A \cdot B$

**iv)**  $\text{OBEB}\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) = \frac{\text{OBEB}(a,d,b,c)}{\text{OKEK}(b,d)}$

$\text{OKEK}\left(\frac{a}{b}, \frac{c}{d}\right) = \frac{\text{OKEK}(a,c)}{\text{OBEB}(b,d)}$

❖ 90 ile 140 ın obeb ve okek'i kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

90	140	2
45	70	2
45	35	3
15	35	3
5	35	5
1	7	7
	1	

Her iki sayıyı bölen sayıların çarpımı obeb, ortak olan olmayan tüm bölenlerin çarpımı da okek'i verir

Bu durumda;

$\text{OBEB} : 2 \cdot 5 = 10$

$\text{OKEK} : 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 1260$

**ÖRNEK ( 1 )**

105 ve 147 nin obeb ve okek'i kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

105	147	3
35	49	5
7	49	7
1	7	7
	1	

$\text{OBEB} : 3 \cdot 7 = 21$

$\text{OKEK} : 3 \cdot 5 \cdot 7^2 = 735$

**ÖRNEK( 2 )**

20,72 ve 168 in obek ve okek'i kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

20	72	168	2
10	36	84	2
5	18	42	2
5	9	21	3
5	3	7	3
5	1	7	5
1		7	7
		1	

OBEB:  $2.2 = 4$

OKEK:  $2^3.3^2.5.7=2520$

**ÖRNEK( 3 )** 26,45 ve 85 in obek ve okek'i kaçtır?**ÇÖZÜM :**

26	45	85	2
13	45	85	3
13	15	85	3
13	5	85	5
13	1	17	13
1		17	17
		1	

OBEB = 1

OKEK =  $2.3^2.5.13.17 = 19890$

**İKİ SAYI İÇİN KISA YOL:** İki sayı verilsin biri paya diğeri paydaya yazılıp bir kesir oluşturulur.

-kesir en sade şekle getirilir örneğin; 36 ve 48

sayıları için  $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$

-bu orantıda içlerin veya dışların çarpımı OKEK'i, payların veya paydaların bölümü de OBEB'i verir.

**ÖRNEK( 4 )**

$a, b, c \in \mathbb{Z}$  ve  $B=3a+1=7b+5=11c+9$  koşulunu sağlayan 3 basamaklı en büyük sayı kaçtır?

**ÇÖZÜM**

Her iki tarafa 2 eklenirse

$$B+2=3a+3=7b+7=11c+11$$

$$B+2=3(a+1)=7(b+1)=11(c+1)$$

$B+2$  sayısı hem 3, hem 7 ve hem de 11'in katıdır.

Yani  $B+2$  sayısı 3,7,11'nin okek'inin bir katıdır.

$$\text{Okek}(3,7,11) = 231$$

$$B+2 = 231.\text{kat}$$

Burada kat'a değerler vererek istenen bulunur.

$$\text{Kat}=4 \text{ için } B+2 = 231.4$$

$$B+2 = 924$$

$$B = 922 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK( 5 )**

5,12 ve 21 ile bölündüğünde daima 2 kalanını veren en küçük sayı kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

Sayımız A olsun

$$\begin{array}{r} A \mid 5 \\ \hline 2 \mid x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A \mid 12 \\ \hline 2 \mid y \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A \mid 21 \\ \hline 2 \mid z \end{array}$$

$$A = 5x+2 = 12y+2 = 21z+2$$

Her taraftan 2 çıkarılırsa

$$A-2 = 5x = 12y = 21z$$

Demek ki  $A-2$  sayısı 5,12 ve 21'in okek'inin bir katıdır.

$$A-2 = \text{OKEK}(5,12,21).\text{kat}$$

$$A-2 = 420.\text{kat}$$

En küçük dendiği için  $\text{kat}=1$  seçilir.

$$A-2 = 420 \rightarrow A=422 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK( 6 )**

6,12 ve 15 'i tam bölen en büyük sayı kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

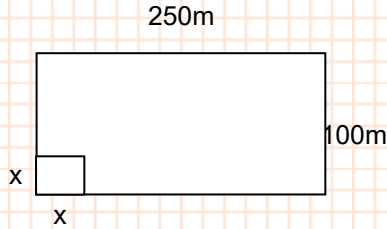
Bu sayıları bölen en büyük sayı 6,12 ve 15'in obeb'i olur.

6	12	15	2
3	6	15	2
3	3	15	3
1	1	5	5
		1	

o halde OBEB (6,12,15)=3 bulunur.

**ÖRNEK( 7 )**

Eni 100 m , boyu 250 m olan bir bahçe eşit büyüklükteki kare parsellere ayrılacak. En az kaç parsel elde edilir?

**ÇÖZÜM :**

x sayısı hem 100, hem de 250'yi bölmelidir. Yani x sayısı 100 ve 250 'nin obeb'idir.

$$x = \text{obeb}(100, 250) = 50 \text{ m}$$

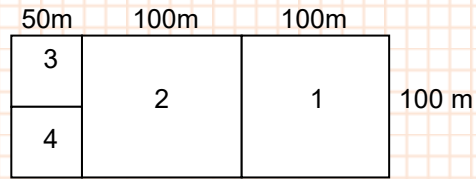
$$\begin{aligned} \text{Parsel sayısı} &= \frac{\text{Bahçenin Alanı}}{\text{Parselin Alanı}} \\ &= \frac{100 \cdot 250}{50 \cdot 50} \\ &= 10 \text{ tane parsel bulunur.} \end{aligned}$$

**ÖRNEK( 8 )**

Eni 100 m, boyu 250 m olan bir bahçe en az kaç kare parsele ayrılır?

**ÇÖZÜM :**

Bu soruyu önceki sorudan ayıran eşit kelimesidir. Bu soruda eşit kelimesi olmadığından obeb-okek ile çözemeyiz. Mümkün olan en büyük kare parseller elde edecek şekilde parçalamalar yapılır.



o halde cevap 4 kare parsel olacaktır.

**ÖRNEK( 9 )**

Obeb ile Okek'leri çarpımı 1048 olan iki sayıdan biri 262 ise diğeri kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

$$\text{Kural: } \text{obeb}(x, y) \cdot \text{okek}(x, y) = x \cdot y$$

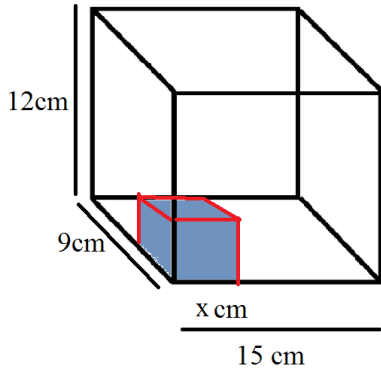
$$\begin{aligned} 1048 &= 262 \cdot y \\ y &= 4 \text{ bulunur} \end{aligned}$$

**ÖRNEK( 10 )**

Boyutları 9,12 ve 15 cm olan dikdörtgenler prizması şeklindeki bir kaşar peyniri farelere verilmek üzere eşit büyüklükte küp şeklinde dilimlere ayrılacak. En az kaç dilim elde edilir?

**ÇÖZÜM :**

Elde edilecek küplerin kenarları eşit ve bu kenarların 9,12 ve 15'i bölmesi gerekir.



$$x = \text{obeb}(9,12,15) = 3 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Dilim Sayısı} &= \frac{\text{Prizmanın Hacmi}}{\text{Küp Dilimlerin Hacmi}} \\ &= \frac{9 \cdot 12 \cdot 15}{3 \cdot 3 \cdot 3} \\ &= 60 \text{ adet dilim elde edilir.} \end{aligned}$$

**ÖRNEK( 11 )**

60 kg'lık leblebi, 90 kg'lık ceviz ve 180 kg'lık çekirdek birbirine karıştırılmadan eşit hacimli torbalara doldurulacaktır. En az kaç torba gereklidir?

**ÇÖZÜM :**

Önce torbaların kaç kg'lık olmaları gerektiğini bulalım. Bu torba 60,90 ve 180 kg'lık çerezleri artmayacak şekilde bölmeli. Bu da 60,90 ve 180 'i bölen bir ağırlık olmalı. Bu ağırlığa x dersek

$$X = \text{Obeb}(60,90,180) = 30 \text{ kg}$$

Şimdi her çerez torbasından kaç yeni torba çıkar ona bakalım

$$\frac{60}{30} = 2, \quad \frac{90}{30} = 3, \quad \frac{180}{30} = 6$$

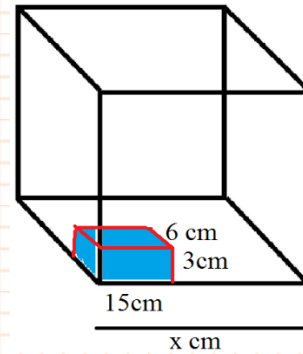
$$\text{toplam} = 2+3+6 = 11 \text{ torba bulunur.}$$

**ÖRNEK( 12 )**

Boyutları 3,6 ve 15 cm olan kutulardan en az kaç tanesiyle bir küp yapılabilir?

**ÇÖZÜM :**

Önceki sorulardan farklı olarak bu sefer bütüne ulaşmaya çalışacağız.



Küpün bir kenarı bu kutuların ebatlarına bölünmesi gerektiğinden bize okek gerekecek.

Küpün bir kenarına x dersek

$$x = \text{okek}(3,6,15) = 30 \text{ cm}$$

$$\text{Kutu Sayısı} = \frac{\text{Küpün Hacmi}}{\text{Kutunun Hacmi}}$$

$$= \frac{30 \cdot 30 \cdot 30}{3 \cdot 6 \cdot 15}$$

$$= 100 \text{ adet kutu gereklidir.}$$

**NOT:** Bir soruda obeb mi, okek mi kullanacağımızı anlamak sorunun yarısını çözmek demektir. Bu yüzden size hangi işlemi yapacağınız hususunda yardımcı olacak bir pratik verelim

VERİLEN	İSTENEN	İŞLEM
Büyük	Küçük	OBEB
Küçük	Büyük	OKEK

### ÖRNEK( 13 )

Boyutları 42 ve 54 m olan dikdörtgen bir bahçe, etrafına eşit aralıklı ve köşelere birer ağaç gelecek şekilde ağaçlandırılacaktır. En az kaç ağaç gereklidir?

#### ÇÖZÜM :

(Büyük verilmiş küçük isteniyor. O halde obeb bulacağız.)

Obeb(42,54) = 6 m bulunan bu değer iki ağaç arası mesafedir.

Bahçenin çevresi =  $2 \cdot (42 + 54) = 192$  m

Dikilecek ağaç sayısı  $\frac{192}{6} = 32$  bulunur.

### ÖRNEK( 14 )

Boyutları 42 ve 54 m olan dikdörtgen bir bahçe, etrafına ve içine eşit aralıklı ve köşelere birer ağaç gelecek şekilde ağaçlandırılacaktır. En az kaç ağaç gereklidir ?

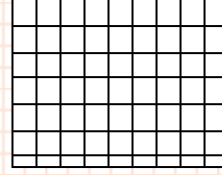
#### ÇÖZÜM :

(Verilen büyük, isten küçük olduğundan obeb gereklidir.)

Diğer sorudan farklı olarak bahçenin içine de ağaç dikileceğinden, ilk yapılacak iki ağaç arası mesafenin bulunmasıdır.

Obeb(42,54) = 6 m iki ağaç arası mesafedir.

Şimdi bahçede kaç satır ağaç ve her satırda kaç ağaç dilecek, onu bulalım



Şekli dikkatli incelediğimizde oluşan satır sayısının 8 ve sütun sayısının da 10 olduğunu görürüz. O halde dikilecek ağaç sayısı ;

$$8 \cdot 10 = 80 \text{ olur.}$$

(her soruyu böyle çizerek çözmek zordur. Gelin buna bir pratik verelim.

42:6=7 eder ama bizim 8 satırımız var

54:6 = 9 eder ama bizim 10 sütunumuz var.

Demek ki  $\frac{\text{Bir Kenar Uzunluğu}}{\text{Bulunan obeb}} + 1$  bize satır ve

sütun sayısını verir. Bundan sonra bu yöntemi kullanarak çizimde kaybolan zamanı kazanabiliriz.)

### ÖRNEK( 15 )

$A, x, y, z \in \mathbb{Z}^+$  ve  $A=5x+2=7y+2=13z+2$  ise  $x+y+z$  en az kaçtır?

#### ÇÖZÜM :

$A=5x+2=7y+2=13z+2$  ifadesinde her taraftan 2 çıkarırsak

$A-2 = 5x = 7y = 13z$  elde edilir. Bu da  $A-2$  sayısının 5, 7 ve 13'ün bir katı olduğunu gösterir.

$A-2 = \text{Okek}(5, 7, 13) \cdot \text{kat}$

$A-2 = 455 \cdot \text{kat}$  burada  $\text{kat}=1$  seçilirse

$A-2=455$  bulunur. ifadeler tek tek eşitlenirse;

$$A-2=455=5x=7y=13z$$

$x=91, y=65, z=35$  bulunur.

$x+y+z = 191$  bulunur.

**ÖRNEK( 16 )**

Eni ( $a^2 + 7a + 10$ ) ve boyu ( $3a+6$ ) birim olan dikdörtgeni eşit ve en büyük alana sahip kaç kareye ayırabiliriz. Ve bu karelerin birinin alanı ne olur?

**ÇÖZÜM :**

İfadenin bilinmeyenli olması fikrimizi bozmasın yapılacak bellidir. Verilen büyük, istenen küçük, o halde önce obeb bulacağız.

$$a^2 + 7a + 10 = (a+2)(a+5)$$

$$3a+6 = 3(a+2)$$

$(a+2)(a+5)$	$3(a+2)$	$a+2$
$(a+5)$	$3$	$a+5$
$1$	$3$	$3$
	$1$	

görüldüğü gibi her iki ifadeyi bölen ( $a+2$ ) dir. o halde Obeb = ( $a+2$ ) dir.

$$\begin{aligned} \text{karelerin sayısı} &= \frac{\text{Dikdörtgenin Alanı}}{\text{Karenin Alanı}} \\ &= \frac{(a+2)(a+5)(3.(a+2))}{(a+2)(a+2)} \end{aligned}$$

$$= 3.(a+5) \text{ tane kare elde edilir.}$$

Karelerin er birinin alanı da

$$(a+2)(a+2) = (a+2)^2 \text{ bulunur.}$$

**NOT:** Bilinmeyenli veya üslü olarak verilen ifadelerin obeb-okek'leri alınırken sayılar üslü şekilde gösterilmek kaydıyla;  
 Obeb: ortak olanların üss küçük olanlar  
 Okek: ortak olanların üssü büyük olanlar ile ortak olmayanların hepsi alınır.

**ÖRNEK( 17 )**

$$A = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ ve } B = 2^2 \cdot 3 \cdot 7 \text{ ise}$$

Obeb(A,B) ve Okek(A,B) nedir.

**ÇÖZÜM :**

$$\text{Obeb} = 2^2 \cdot 3 = 12$$

$$\text{Okek} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 2520 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK( 18 )**

360 m 'lık dairesel bir yarış pistinde hızları sırasıyla 40 m/dk, 60 m/dk ve 90 m/dk olan üç araç yarışıyor. Aynı yönde beraber hareket etmelerinden kaç dk sonra yine aynı noktadan beraber geçerler?

**ÇÖZÜM :**

Önce her bir aracın bir turu kaç dk'da attığını bulalım;

$$\text{I. Araç : } \frac{360}{40} = 9 \text{ dk}$$

$$\text{II. Araç : } \frac{360}{60} = 6 \text{ dk}$$

$$\text{III. Araç : } \frac{360}{90} = 4 \text{ dk}$$

Şimdi berberce aynı anda başlangıç noktasından geçiş sürelerini bulalım.

$$\text{Okek}(4,6,9) = 36 \text{ dk olur.}$$

**ÖRNEK( 19 )**

Ahmet ile Hasan aynı cins meyveden farklı kilolarda satın almışlar ve biri 875 kuruş diğeri 1400 kuruş ödemiştir. Buna göre bu meyvenin kilogramı en fazla kaç kuruş olabilir?

**ÇÖZÜM :**

Meyvenin kilosuna x dersek, x'in 875 ve 1400 'ü bölmesi gerekir. Yani ortak bölen olacak

$$\text{Obeb}(875,1400) = 175 \text{ kuruş bulunur.}$$

**ÖRNEK( 20 )**

A ve B gibi iki sayı için Obeb=Okek ise bu iki sayının çarpımı kaç olabilir?

A) 15 B) 27 C) 32 D) 64 E) 120

**ÇÖZÜM :**

Kural:  $obeb.okek=A.B$

Kurala göre gidersek sol taraf bir tam kare oluyor o halde A.B bir sayının karesidir. Yani cevap D şıkkı olur.

**ÖRNEK( 21 )**

Farklı iki doğal sayının Obeb'i 12, Okek'i 72 ise bu iki sayının toplamı

- a) En az kaçtır?  
b) En çok kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

Obeb sayıların ortak çarpanı olduğundan bunu ayıralım kalanları sayılara bölüştürürüz

72	12
6	2
3	3
1	

sayılarımıza a ve b dersek

$a = 12x$  ve  $b = 12y$  olsun

a)  $x=3$  ve  $y=2$  olursa

$$a = 12.3 = 36 \quad \text{ve} \quad b = 12.2 = 24$$

$$a + b = 36 + 24 = 60$$

b)  $x=1$  ve  $y=3.2$  olursa

$$a = 12.1 = 12 \quad \text{ve} \quad b = 12.6 = 72$$

$$a + b = 12 + 72 = 84$$

**ÖRNEK( 22 )**

Bir markette eşit büyüklükte 320'den fazla kavanoz vardır. Bu kavanozlar raflara 6,7,8'er dizildiğinde son dizilen rafta sırasıyla 3,1,7 kavanozluk yer eksik kalıyor . buna göre bu markette en az kaç kavanoz vardır?

**ÇÖZÜM :**

Marketteki kavanoz sayısı A olsun

$$A = 6x - 3 = 7y - 1 = 8z - 7$$

Her tarafa 15 eklersek

$$A + 15 = 6x - 3 + 15 = 7y - 1 + 15 = 8z - 7 + 15$$

$$A + 15 = 6x + 12 = 7y + 14 = 8z + 8$$

$$A + 15 = 6(x + 2) = 7(y + 2) = 8(z + 1)$$

$A + 15$  sayısı 6,7 ve 8'in bir katıdır.

$$A + 15 = Okek(6,7,8).kat$$

$$A + 15 = 168.kat$$

$A = 168.kat - 15 > 320$  şartını sağlaması için kata 2 veririz

$$A = 168.2 - 15 > 320$$

$$A = 336 - 15 > 320$$

$$A = 321 > 320$$

O halde markette en az 321 kavanoz vardır.



**ÖRNEK( 23 )**

Üç vapur farklı hatlarda seyrediyorlar . vapurlar sırasıyla  $\frac{3}{2}$  sa,  $\frac{1}{4}$  sa, ve  $\frac{4}{5}$  sa aralıklarla limandan sefer düzenliyorlar. Saat 13:00 da beraber limandan ayrılan bu vapurlar saat kaçta yine aynı limandan ayrılırlar?

**ÇÖZÜM :**

Önce aynı anda geçtikleri süreyi bulalım

$$\text{Okek}\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}, \frac{4}{5}\right) = \frac{(3,1,4)_{\text{okek}}}{(2,4,5)_{\text{obeb}}} = \frac{12}{1} = 12\text{sa}$$

Saat 13:00 da ilk geçişlerinden 12 saat sonra tekrar aynı yerden geçerler. O halde

13:00+12:00=25:00 bir gün 24 saat olduğundan 25-24=1 yani gece saat 01:00 da yine aynı limandan geçerler.

**ÖRNEK( 24 )**

Aralarında asal a ve b sayılarının Okek'i 390 ve a+b=41 ise a-b=? (a>b)

**ÇÖZÜM :**

İki sayı aralarında asal ise okek'leri sayıların çarpımıdır(kural). O halde a.b=390

Önce 390 çarpanlarına ayrılır.

$$\begin{array}{r|l} 390 & 2 \\ 195 & 3 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

390 = 2.3.5.13 bu çarpanlardan toplamı 41 eden iki grup oluşturalım

$$a=2.13=26$$

$$b=3.5=15$$

$$a+b = 41 \text{ olduğu görülür.}$$

$$\text{O halde } a-b = 26-15 = 11 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK( 25 )**

a ve b ardışık çift doğal sayılar ve Obeb(a,b) + Okek(a,b)=146 ise (a+2) ve (b+2) 'nin Okek'i kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

Ardışık çift sayılar x ve y ardışık sayı olmak üzere 2x ve 2y şeklindedir. Bu yüzden sayılar ;

a= 2x ve b=2y olmak üzere

$$\begin{array}{cc|c} 2x & 2y & 2 \\ x & y & x \\ 1 & y & y \\ & 1 & \end{array}$$

$$\text{Obeb}(a,b) = 2 \text{ ve } \text{Okek}(a,b)=2.x.y$$

$$2+2.x.y = 146$$

$$2.x.y = 144$$

$$x.y = 72$$

$$x=8 \text{ ve } y=9 \text{ dur.}$$

$$a=2.8=16 \text{ ve } b=2.9=18 \text{ dir.}$$

$$a+2 = 18 \text{ ve } b+2=20 \text{ dir.}$$

$$\text{Okek}(18,20)=180 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK( 26 )**

3762 sayısına en az kaç eklemeliyiz ki, oluşan sayı 3,5,7 ve 9 ile tam bölünsün

**ÇÖZÜM :**

Sayıya x ekleyelim

$3762+x = 3a=5b=7c=9d$  olur. Demek ki 3762 sayısı 3,5,7 ve 9'un bir katıdır.

$$3762+x=\text{Okek}(3,5,7,9).\text{kat}$$

$$3762+x= 315.\text{kat}$$

$$\text{kat}=12 \text{ seçilirse}$$

$$3762+x=315.12$$

$$3762+x=3780$$

$$x=3780-3762$$

$$c=18 \text{ bulunur.}$$



**ÖRNEK( 27 )**

$a, b, c \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere;  $X=2a+1=3b+2=5c+4$  ise kaç tane iki basamaklı  $X$  sayısı yazılabilir?

**ÇÖZÜM :**

Her tarafa 1 eklenirse

$$X+1=2a+2=3b+3=5c+5$$

$$X+1=2(a+1)=3(b+1)=5(c+1)$$

Bu durumda  $X+1$  sayısı 2,3 ve 5'in bir katı olur.

$$X+1=\text{Okek}(2,3,5).\text{kat}$$

$$X+1=30.\text{kat}$$

$$X=30.\text{kat}-1$$

$$\text{Kat}=1 \text{ için } X=29$$

$$\text{Kat}=2 \text{ için } X=59$$

$$\text{Kat}=3 \text{ için } X=89$$

Yani 3 tane  $X$  iki basamaklı sayı elde edilir.

**ÖRNEK( 28 )**

Farklı iki doğal sayının Okek'i 180 ise bu iki sayının toplamı en fazla kaç olur?

**ÇÖZÜM :**

Sayılar farklı denmese ikisi de 180 alınabilirdi. Ancak farklı dediği için birini ;çarpanlardan birtanesini ayırmak sureti ile değiştiririz. Ayrılacak sayı çarpanların en küçüğü olmalı ki kalan sayı fazla küçülmesin

$$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

2 en küçükleridir. O halde bir sayıyı 180 , diğerini de  $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$  seçeriz

$$180+90 = 270 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK( 29 )**

Farklı iki doğal sayının Okek'i 120 ise bu iki sayının toplamı en az kaç olur?

**ÇÖZÜM :**

Toplamları en az olsun isteniyorsa Okek'i aralarında asal ve birbirine yakın iki sayı şeklinde parçalarız

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \rightarrow =8$$

görüldüğü gibi aynı olan sayılar birleştirilerek aralarında asal gruplar oluşturuluyor.

$$1. \text{ sayı} = 8$$

$$2. \text{ sayı} = 3 \cdot 5 = 15$$

$$\text{sayıların toplamı } 8+15 = 23 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK( 30 )**

Üçgen şeklindeki bir bahçenin etrafına eşit aralıklarla ağaç dikilecek. Boyutları 8,12 ve 16 br olan üçgenin köşelerine birer ağaç dikildiğine göre daha kaç ağaca ihtiyaç vardır?

**ÇÖZÜM :**

Önce ağaçlar arası eşit mesafe bulunur.

$$\text{Obeb}(8,12,16)= 4$$

$$\text{Üçgenin çevresi} = 8+12+16=36$$

$$\text{Ağaç sayısı } 36:4=9$$

3 tane daha önce dikilmiş  $9-3=6$  ağaca ihtiyaç vardır.

**ÖRNEK( 31 )**

(15,a,75)obeb =5 ve (15,a,75)okek=1050 ise a en küçük kaçtır?

**ÇÖZÜM :**

$$\begin{array}{r|l}
 1050 & 2 \\
 525 & 3 \\
 175 & 5 \\
 35 & 5 \\
 7 & 7 \\
 1 & 
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 15 & 75 \\
 5 & 25 \\
 1 & 5 \\
 & 1
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 3 \\
 5 \\
 5 \\
 \\
 \\
 \end{array}$$

Okek'i oluşturan sayılardan belli olan ikisindeki çarpanlar dikkate alınarak a'ya mümkün olan en az çarpan verilir.

Obeb=5 olduğundan a'da 5 olmalıdır.

3 ve 5<sup>2</sup> zaten 15 ve 75 ten elde ediliyor. Geriye bunlardan elde edilemeyen 2 ve 7 kalıyor onları da a'ya verirsek

$$A=5.2.7=70 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK( 32 )**

Mehmet bilyelerini 5'er, 6'şar ve 7'şer sayınca hep bir bilyesi artıyor. Buna göre Mehmet'in en az kaç bilyesi var? (ÖSS-88)

**ÇÖZÜM :**

Mehmet'in bilye sayısı X olsun

$$X = 5a + 1 = 6b + 1 = 7c + 1$$

Her taraftan 1 eksiltirsek

$$X-1 = 5a = 6b = 7c$$

bu durumda (X-1) sayısı 5,6 ve 7'nin bir katı olur.

$$X-1 = \text{Okek}(5,6,7).kat$$

$$X-1 = 210.kat$$

Kat=1 seçersek

$$X-1=210$$

$$X=211 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK( 33 )**

7 ve 5 ile bölündüğünde her iki bölümde 2 kalanını veren en küçük pozitif sayının rakamları toplamı kaçtır?

(ÖSS-91)

**ÇÖZÜM :**

Sayımız X olsun

$$X = 5a + 2 = 7b + 2$$

Her taraftan 2 çıkarırsak

$$X-2=5a=7b$$

Yani (X-2) sayısı 5 ve 7 'nin bir katıdır.

$$X-2 = \text{Okek}(5,7).kat$$

$$X-2=35.kat$$

Kat=1 seçilirse

$$X-2=35$$

$$X=37 \text{ bulunur. buradan}$$

$$3+7=10 \text{ dur.}$$

**ÖRNEK( 34 )**

Bir sepetteki güller 5'er demetlenince 2 gül, 7'şer demetlenince 3 gül artmaktadır. Buna göre sepette en az kaç gül vardır? (ÖYS-91)

A) 17 B) 24 C) 27 D) 37 E) 38

**ÇÖZÜM 1:**

Gül sayısı X olsun

$$X = 5a + 2 = 7b + 3$$

Her tarafa 18 eklersek

$$X+18=5a+2+18=7b+3+18$$

$$X+18=5a+20=7b+21$$

$$X+18=5(a+4)=7(b+3)$$

$$X+18=\text{Okek}(5,7).kat$$

$$X+18=35.kat$$

Kat=1 için

$$X+18=35$$

$$X=17 \text{ bulunur}$$

**ÇÖZÜM 2:**

Bu soruyu daha pratik olarak şöyle çözebiliriz. Şıklardan 5'e bölününce 2, 7'ye bölününce 3 kalanını veren en küçük sayı sorumuzun cevabıdır. O halde A şıkkı sorumuzun cevabıdır.

$$17 = 5.3+2 \text{ ve } 17=7.2+2$$

**ÖRNEK( 35 )**

Okek'i 30 olan farklı iki sayının toplamı en fazla kaçtır? (ÖSS-96)

A) 53 B) 45 C) 83 D) 31 E) 17

**ÇÖZÜM :**

Sayılardan birini 30, diğerini 15 seçersek  $30+15=45$  bulunur. cevap B şıkkı

(Benzer soruyu daha önce çözmüştük.  $30=2.3.5$  olduğundan toplam büyük olsun diye ikinci sayı için çarpanlardan en küçüğü ayrılır, kalan  $3.5=15$  ikinci sayı kabul edilir.)

**ÖRNEK( 36 )**

Bir kutudaki kalemlerin sayısının en az 87, en çok 130 olduğu bilinmektedir. Kutudaki kalemler 3'er, 6'şar ve 7'şer sayıldığında her seferinde 2 kalem artmaktadır. Buna göre kutuda kaç kalem vardır? (ÖSS-96)

A) 108 B) 114 C) 117 D) 120 E) 128

**ÇÖZÜM :**

Kutudaki kalem sayısı X olsun

$$X = 3a + 2 = 6b + 2 = 7c + 2$$

Her taraftan 2 çıkarırsak

$$X - 2 = 3a = 6b = 7c$$

Yani  $(X-2)$  sayısı 3, 6 ve 7'nin bir katıdır.

$$X - 2 = \text{Okek}(3, 6, 7). \text{kat}$$

$$X - 2 = 42. \text{kat}$$

$$X = 42. \text{kat} + 2$$

$87 < 42. \text{kat} + 2 < 130$  olacağından en uygun kat değeri 3 tür

$$42.3 + 2 = 128 \text{ eder. Cevap E şıkkı}$$

**ÖRNEK( 37 )**

Toplamları 26 olan a ve b pozitif tamsayılarının en küçük ortak katı 105 tir.

Buna göre  $|a-b| = ?$

(ÖSS-2000)

**ÇÖZÜM :**

$$\begin{array}{r|l} 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$a = 3.7 = 21 \text{ ve } b = 5 \text{ seçilirse}$$

$$a + b = 21 + 5 = 26 \text{ olduğundan}$$

$$a - b = 21 - 5 = 16 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK( 38 )**

6, 7 ve 8 ile kalansız bölünebilen 4000 den küçük sayıların en büyüğünün onlar basamağındaki rakam kaçtır?

(ÖSS 2003)

**ÇÖZÜM :**

Sayı X olsun

$$X = 6a = 7b = 8c$$

$$X = \text{Okek}(6, 7, 8). \text{kat}$$

$$X = 168. \text{kat} < 4000 \text{ olacak şekilde bir kat seçelim}$$

$$\text{Kat} = 23 \text{ seçilirse}$$

$$168.23 = 3864 < 4000 \text{ şartı sağlar. O halde}$$

$$3864 \text{'ün onlar basamağı 6 dır.}$$

**KONUMUZ BİTTİ. ŞİMDİ TESTLERE  
GEÇEBİLİRSİNİZ**

**DİLERSENİZ KONU ANLATIMINI BİR DE  
YOUTUBE KANALIMIZDAN VİDEO OLARAK  
DA İZLEYEBİLİRSİNİZ**

**Youtube kanalımız: CEBİR HOCAM**

**Başarılar diliyorum  
İbrahim Halil BABAOĞLU  
Matematik Öğretmeni**