

## KÖKLÜ İFADELER

$n \geq 2$  ve  $n \in \mathbb{N}$  olmak üzere  $x^n = a$  ise  $x$ 'e  $a$ 'nın  $n$ .ci kuvvetten kökü denir.

## ÖZELLİKLER:

1)  $\sqrt[n]{a}$  için  $a \geq 0$  olmalıdır.

❖  $x^2 = 4 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ ,  $x^2 = -4 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$ ,  $x^3 = -8 \Rightarrow x \in \mathbb{R}$

2)  $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$

$$\text{❖ } \sqrt[3]{2^5} = 2^{5/3}$$

3)  $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

$$\text{❖ } (\sqrt{5})^3 = \sqrt{5^3}$$

4)  $n \in \mathbb{Z}^+$  için  $\sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} x, & n \text{ tek ise} \\ |x|, & n \text{ çift ise} \end{cases}$

$$\text{❖ } \sqrt[3]{-27} = -3$$

$$\text{❖ } \pm \frac{x}{y} \sqrt[n]{z} = \pm \sqrt[n]{\frac{x^n}{y^n} \cdot z}$$

$$\text{❖ } \frac{2}{3} \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{3^3} \cdot 5}$$

$$\text{❖ } \sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m \cdot p]{a^{n \cdot p}} = \sqrt[p]{a^{\frac{n}{m}}}$$

$$\text{❖ } \sqrt[4]{3^2} = \sqrt[2]{3^{\frac{2}{2}}} = \sqrt{3}$$

## NOT:

Kök içi negatif ise genişletme veya sadeleştirme tek sayı ile yapılabilir ama çift sayıyla yapılamaz.

❖  $\sqrt[3]{(-2)^9}$  ifadesi 3 ile genişler ama 2 ile genişleyemez

$$\text{❖ } \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}} = \sqrt[m]{\frac{a}{b}}$$

$$\text{❖ } \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

$$\text{❖ } \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\text{❖ } x \sqrt[m]{a} - y \sqrt[m]{a} + z \sqrt[m]{a} = (x - y + z) \sqrt[m]{a}$$

$$x \sqrt[m]{a} + y \sqrt[m]{b} - z \sqrt[m]{a} - t \sqrt[m]{b} = (x - z) \sqrt[m]{a} + (y - t) \sqrt[m]{b}$$

$$\text{❖ } 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$\text{❖ } 2\sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + 5\sqrt{2} = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$$

## PAYDAYI KÖKTEN KURTARMA:

$$\text{❖ } \frac{a}{\sqrt[m]{b^n}} = \frac{a \cdot \sqrt[m]{b^{m-n}}}{\sqrt[m]{b^n} \cdot \sqrt[m]{b^{m-n}}} = \frac{a \cdot \sqrt[m]{b^{m-n}}}{b}$$

$$\text{❖ } \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

$$\text{❖ } \frac{3}{\sqrt[5]{2^2}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{2^{5-2}}}{\sqrt[5]{2^2} \cdot \sqrt[5]{2^{5-2}}} = \frac{3 \cdot \sqrt[5]{2^3}}{2}$$

2)

$$\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} \Rightarrow \frac{a(\sqrt{b}+\sqrt{c})}{(\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{b}+\sqrt{c})} = \frac{a\sqrt{b}+a\sqrt{c}}{b-c}$$

$$\begin{aligned} \diamond \frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} &= \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{(\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5})} \\ &= \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2} \\ &= \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{5})}{\underbrace{3-5}_{-2}} \\ &= -\sqrt{3}-\sqrt{5} \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond \frac{3}{\sqrt{7}+\sqrt{4}} &= \frac{3(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)} \\ &= \frac{3(\sqrt{7}-2)}{(\sqrt{7})^2 - (2)^2} \\ &= \frac{3(\sqrt{7}-2)}{7-4} \\ &= \sqrt{7}-2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) \frac{a}{\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{c}} &= \frac{a(\sqrt[3]{b^2}+\sqrt[3]{bc}+\sqrt[3]{c^2})}{(\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{c})(\sqrt[3]{b^2}+\sqrt[3]{bc}+\sqrt[3]{c^2})} \\ &= \frac{a(\sqrt[3]{b^2}+\sqrt[3]{bc}+\sqrt[3]{c^2})}{b-c} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond \frac{2}{\sqrt[3]{3}-1} &= \frac{2((\sqrt[3]{3})^2+\sqrt[3]{3}+1)}{(\sqrt[3]{3}-1)((\sqrt[3]{3})^2+\sqrt[3]{3}+1)} \\ &= \frac{2(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1)}{\underbrace{(\sqrt[3]{3})^3-1^3}_3} \\ &= \frac{2(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1)}{3} \\ &= \sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1 \end{aligned}$$

## İÇ İÇE KÖKLER:

$$1) i) \sqrt{x \pm 2\sqrt{y}} = |\sqrt{a} \pm \sqrt{b}|, (x=a+b, y=a.b) \quad (\text{Descartes})$$

$$\diamond \sqrt{3-\sqrt{8}} = \sqrt{\underbrace{3}_{2+1} - 2\sqrt{\underbrace{2}_{2.1}}} = \sqrt{2} - \sqrt{1} = \sqrt{2} - 1$$

$$\begin{aligned} \diamond \sqrt{9+6\sqrt{2}} &= \sqrt{9+2.3\sqrt{2}} = \sqrt{9+2\sqrt{3^2.2}} \\ &= \sqrt{\underbrace{9}_{6+3} + 2\sqrt{\underbrace{18}_{6.3}}} = \sqrt{6} + \sqrt{3} \end{aligned}$$

ii)  $a>0$ ,  $b>0$  ve  $a^2>b$  olmak üzere;

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

$$\begin{aligned} \diamond \sqrt{3-\sqrt{5}} &= \sqrt{\frac{3+\sqrt{3^2-5}}{2}} - \sqrt{\frac{3-\sqrt{3^2-5}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{3+\sqrt{4}}{2}} - \sqrt{\frac{3-\sqrt{4}}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-1)}{2} \end{aligned}$$

iii)  $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$  ifadesi  $\sqrt{2}$  ile çarpılıp bölünerek de çözülebilir

$$\begin{aligned} \diamond \sqrt{3-\sqrt{5}} &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3-\sqrt{5}})}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-1)}{2} \end{aligned}$$

2)  $\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}} = \sqrt[n \cdot p]{a}$  , (m.n.p çift ise a>0 olmalı)

❖  $\sqrt[2]{\sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}} = \sqrt[2 \cdot 3 \cdot 4]{2} = \sqrt[24]{2}$

3) i)  $\sqrt[n]{a \sqrt[n]{a \sqrt[n]{a} \dots}} = \sqrt[n+1]{a}$

❖  $\sqrt[3]{4 \sqrt[3]{4 \sqrt[3]{4} \dots}} = \sqrt[3+1]{4} = \sqrt[4]{4} = 2$

ii)  $\sqrt[n]{a : \sqrt[n]{a : \sqrt[n]{a} : \dots}} = \sqrt[n+1]{a}$

❖  $\sqrt[3]{5 : \sqrt[3]{5 : \sqrt[3]{5} : \dots}} = \sqrt[3+1]{5} = \sqrt[4]{5}$

iii)  $\sqrt{a \pm \sqrt{a \pm \sqrt{a \pm \dots}}} = \frac{\pm 1 + \sqrt{1+4a}}{2}$  , a > 0

❖  $\sqrt{5 + \sqrt{5 + \dots}} = \frac{1 + \sqrt{1+5 \cdot 4}}{2} = \frac{1 + \sqrt{21}}{2}$

iv) a>0 olmak üzere;

$\sqrt{a(a+1)} + \sqrt{a(a+1) + \dots} = a+1$

$\sqrt{a(a+1)} - \sqrt{a(a+1) - \dots} = a$

❖  $\sqrt[4.5]{20 + \sqrt[4.5]{20 + \sqrt[4.5]{20 + \dots}}} = 5$

❖  $\sqrt[6.7]{42 - \sqrt[6.7]{42 - \sqrt[6.7]{42 - \dots}}} = 6$

(II. çözüm yolu)  $\sqrt{42 - \sqrt{42 - \sqrt{42 - \dots}}} = x$

$\sqrt{42 - x} = x \Rightarrow 42 - x = x^2 \Rightarrow x^2 + x - 42 = 0$

$\frac{x^2}{x} + \frac{x}{-6} - 42 = 0$  ifadesi çarpanlarına ayrılırsa

(x+7)(x-6)=0 ve buradan x = -7 , x = 6 elde edilir.  
Kareköklü bir ifade negatif olamayacağından  
cevap 6 olur.

GENEL ÖRNEKLER

ÖRNEK( 1)

$\frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{147}}{\sqrt{48} - 2\sqrt{3}} = ?$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{147}}{\sqrt{48} - 2\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{16 \cdot 2} \cdot \sqrt{49 \cdot 3}}{\sqrt{16 \cdot 3} - 2\sqrt{3}} \\ &= \frac{4\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{3}}{4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}} \\ &= \frac{28\sqrt{2} \cdot \cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{2}\sqrt{3}} \\ &= 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

ÖRNEK( 2)

$\sqrt[3]{-0,027} \cdot \sqrt{(-0,3)^{-2}} = ?$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{-0,027} \cdot \sqrt{(-0,3)^{-2}} &= \sqrt[3]{-\frac{27}{1000}} \cdot \sqrt{\left(-\frac{3}{10}\right)^{-2}} \\ &= \sqrt[3]{-\frac{3^3}{10^3}} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2} \\ &= \sqrt[3]{\left(-\frac{3}{10}\right)^3} \cdot \sqrt{\left(\frac{10}{3}\right)^2} \\ &= -\frac{\cancel{3}}{\cancel{10}} \cdot \frac{10}{\cancel{3}} \\ &= -1 \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 3)

$$\sqrt{(-4)^2} + (0,3)^2 + 2\sqrt[3]{(-2)^3} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt{(-4)^2} + (0,3)^2 + 2\sqrt[3]{(-2)^3} &= \\ &= \sqrt{4^2} + 0,09 + 2\sqrt[3]{(-2)^3} \\ &= 4 + 0,09 - 4 \\ &= 0,09\end{aligned}$$

## ÖRNEK( 4)

$$\sqrt{0,04} - 2\sqrt[3]{0,008} + (0,2) : \frac{1}{2} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt{0,04} - 2\sqrt[3]{0,008} + (0,2) : \frac{1}{2} &= \\ &= \sqrt{(0,2)^2} - 2\sqrt[3]{(0,2)^3} + (0,2) \cdot 2 \\ &= 0,2 - 2 \cdot (0,2) + (0,2) \cdot 2 \\ &= 0,2\end{aligned}$$

## ÖRNEK( 5)

$$\sqrt{27} + 9\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{48} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt{27} + 9\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{48} &= \sqrt{9 \cdot 3} + 9\frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{16 \cdot 3} \\ &= 3\sqrt{3} + 9\frac{\sqrt{3}}{3} - 4\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

## ÖRNEK( 6)

$$\sqrt{128} - \sqrt{98} + \sqrt{50} - \sqrt{72} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt{128} - \sqrt{98} + \sqrt{50} - \sqrt{72} &= \\ &= \sqrt{64 \cdot 2} - \sqrt{49 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} - \sqrt{36 \cdot 2} \\ &= 8\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} \\ &= 0\end{aligned}$$

## ÖRNEK( 7)

$$3\sqrt{\frac{4}{3}} + 2\sqrt{\frac{6}{2}} - 5\sqrt{\frac{15}{5}} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}3\sqrt{\frac{4}{3}} + 2\sqrt{\frac{6}{2}} - 5\sqrt{\frac{15}{5}} &= \frac{3\sqrt{4}}{\sqrt{3}} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= \frac{6\sqrt{3}}{3} - 3\sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \\ &= -\sqrt{3}\end{aligned}$$

## ÖRNEK( 8)

$$\sqrt{15} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \frac{3}{\sqrt{5}}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \sqrt{15} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \frac{3}{\sqrt{5}}} &= \sqrt{15} - \frac{\sqrt{3}}{\frac{(\sqrt{5})^2 - 3}{\sqrt{5}}} \\ &= \sqrt{15} - \frac{\sqrt{3}}{\frac{5-3}{\sqrt{5}}} \\ &= \sqrt{15} - \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \\ &= \sqrt{15} - \frac{\sqrt{15}}{2} \\ &= \frac{2\sqrt{15} - \sqrt{15}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{15}}{2} \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 9)

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2} + \frac{2}{x}}} = 1 \Rightarrow x = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2} + \frac{2}{x}}} &= 1 \\ \sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2} + \frac{2}{x}} &= 3\sqrt{2} \\ \sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2} + \frac{2}{x}} &= 3\sqrt{2} \quad \frac{2}{\sqrt{2} + \frac{2}{x}} \neq 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$2 = 2 \underbrace{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}_2 + 2\sqrt{2} \cdot \frac{2}{x}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{x} = -2$$

$$x = -2\sqrt{2}$$

## ÖRNEK( 10)

$$\frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}} - \frac{1}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}} - \frac{1}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}} &= \frac{1}{\sqrt{3+1}} - \frac{1}{\sqrt{3-1}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3+1}} - \frac{1}{\sqrt{3-1}} \\ &= \frac{\sqrt{3-1}}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} - \frac{\sqrt{3+1}}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} \\ &= \frac{\sqrt{3-1}}{\underbrace{(\sqrt{3})^2 - 1}_2} - \frac{\sqrt{3+1}}{\underbrace{(\sqrt{3})^2 - 1}_2} \\ &= \frac{\sqrt{3}-1}{2} - \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ &= \frac{\cancel{\sqrt{3}}-1-\cancel{\sqrt{3}}-1}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 11)

$$\sqrt[3]{0,39\sqrt[3]{0,39\sqrt[3]{0,39\ldots}}} = ?$$

**ÇÖZÜM:**

0,39̄ sayısı devirli ondalık sayılarda anlattığımız  
bir kuraldan (devreden sadece 9 ise önceki rakam  
bir artırılır ve 9 atılır.) 0,4'e eşit olduğundan

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{0,39}\sqrt[3]{0,39}\sqrt[3]{0,39}\dots &= \sqrt[3]{0,4}\sqrt[3]{0,4}\sqrt[3]{0,4}\dots \\ &= \sqrt[3]{0,4} \\ &= \sqrt[3]{\frac{4}{10}} \\ &= \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{10}} \\ &= \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}\end{aligned}$$

## ÖRNEK( 12)

$$\frac{\sqrt{2,25} - \sqrt[3]{0,008}}{\sqrt[3]{0,027} - 2\sqrt{0,0004}} = ?$$

**ÇÖZÜM:**

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2,25} - \sqrt[3]{0,008}}{\sqrt[3]{0,027} - 2\sqrt{0,0004}} &= \frac{\sqrt{\frac{225}{100}} - \sqrt[3]{\frac{8}{1000}}}{\sqrt[3]{\frac{27}{1000}} - 2\sqrt{\frac{4}{10000}}} \\ &= \frac{\sqrt{\left(\frac{15}{10}\right)^2} - \sqrt[3]{\left(\frac{2}{10}\right)^2}}{\sqrt[3]{\left(\frac{3}{10}\right)^3} - 2\sqrt{\left(\frac{2}{100}\right)^2}} \\ &= \frac{\frac{15}{10} - \frac{2}{10}}{\frac{3}{10} - \frac{2}{100}} \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{15-2}{10}}{\frac{30-4}{100}} = \frac{\frac{13}{10}}{\frac{26}{100}} = \frac{\cancel{13}}{\cancel{10}} \cdot \frac{\cancel{100}}{\cancel{26}} = \frac{10}{2} = 5$$

### ÖRNEK( 13)

$$\sqrt{(\sqrt{7} + 2)\sqrt{11 - 4\sqrt{7}}} = ?$$

**ÇÖZÜM:**

$$\begin{aligned} \sqrt{(\sqrt{7}+2) \cdot \sqrt{11-4\sqrt{7}}} &= \sqrt{(\sqrt{7}+2) \cdot \sqrt{11-2 \cdot 2\sqrt{7}}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{7}+2) \cdot \sqrt{11-2\sqrt{2^2 \cdot 7}}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{7}+2) \cdot \sqrt{11-2\sqrt{28}}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{7}+2) \cdot (\sqrt{7}-2)} \\ &= \sqrt{(\sqrt{7})^2 - 2^2} = \sqrt{7-4} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

### ÖRNEK( 14)

$$\frac{1}{\sqrt{5}+2} - \frac{1}{\sqrt{5}-2} = ?$$

**ÇÖZÜM:**

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{5}+2} - \frac{1}{\sqrt{5}-2} &= \frac{1}{\sqrt{5}+2} - \frac{1}{\sqrt{5}-2} \\ &= \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5})^2-2^2} - \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5})^2-2^2} \\ &= \frac{\sqrt{5}-2}{5-4} - \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} \\ &= \cancel{\sqrt{5}}-2 - \cancel{\sqrt{5}}-2 \\ &= -4 \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 15)

$$\left[ \frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} + 1} \right]^2 = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} + 1} \right]^2 &= \left[ \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2} \sqrt{7}}{\frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{\sqrt{7}}} \right]^2 \\ &= \left[ \left[ \sqrt{2} (\cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{7}) \right] \frac{\sqrt{7}}{\cancel{\sqrt{3}} + \sqrt{7}} \right]^2 \\ &= [\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}]^2 \\ &= [\sqrt{14}]^2 \\ &= 14 \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 16)

$$\frac{\sqrt{0,0004} + (0,03)^2}{\sqrt[3]{0,125}} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{0,0004} + (0,03)^2}{\sqrt[3]{0,125}} &= \frac{\sqrt{\frac{4}{10000}} + (3 \cdot 10^{-2})^2}{\sqrt[3]{\frac{125}{1000}}} \\ &= \frac{\sqrt{\left(\frac{2}{100}\right)^2} + 9 \cdot 10^{-4}}{\sqrt[3]{\left(\frac{5}{10}\right)^3}} \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{2}{100} + 9 \cdot 10^{-4}}{\frac{5}{10}}$$

$$= \frac{0,02 + 0,0009}{\frac{1}{2}}$$

$$\begin{aligned} &= 2 \cdot (0,0209) \\ &= 0,0418 \\ &= 418 \cdot 10^{-4} \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 17)

$$\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{18}{\sqrt{27}} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{18}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{18}{\sqrt{9 \cdot 3}}$$

$$= \frac{(\sqrt{2-\sqrt{3}})^2}{\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}} + \frac{18}{3\sqrt{3}}$$

iki kare farkı

$$= \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2^2 - (\sqrt{3})^2}} + \frac{6}{\sqrt{3}(\sqrt{3})}$$

$$= \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{4-3}} + \frac{6\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2}$$

$$= 2 - \sqrt{3} + \frac{6\sqrt{3}}{3}$$

$$= 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3}$$

$$= 2 + \sqrt{3}$$

## ÖRNEK( 18)

$$\frac{\sqrt{7-\sqrt{40}}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{7-\sqrt{40}}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} &= \frac{\sqrt{7-\sqrt{4 \cdot 10}}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{7-2\sqrt{10}}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}} \\ &= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{-(\sqrt{5}-\sqrt{2})} \\ &= -1\end{aligned}$$

## ÖRNEK( 19)

$$\sqrt[6]{3-\sqrt[4]{18-\sqrt[5]{29+\sqrt{11-\sqrt[3]{8}}}}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\sqrt[6]{3-\sqrt[4]{18-\sqrt[5]{29+\sqrt{11-\sqrt[3]{8}}}}} = \sqrt[6]{1} = 1$$

## ÖRNEK( 20)

$$\sqrt[4]{11-6\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2}} \cdot (3+\sqrt{2}) = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{11-6\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2}} \cdot (3+\sqrt{2}) &= \\ &= \sqrt[2]{11-2 \cdot 3\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2}} \cdot (3+\sqrt{2})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \sqrt[2]{\sqrt[2]{11-2\sqrt{18}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2}} \cdot (3+\sqrt{2})} \\ &= \sqrt{\sqrt{9-2} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2}} \cdot (3+\sqrt{2})} \\ &= \sqrt{\underbrace{3-\sqrt{2}}_{\text{Tam kare}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{2}} \cdot (3+\sqrt{2})} \\ &= \left(\sqrt{3-\sqrt{2}}\right)^2 \cdot (3+\sqrt{2}) \\ &= \underbrace{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}_{\text{iki kare farkı}} \\ &= 3^2 - (\sqrt{2})^2 \\ &= 9-2 \\ &= 7\end{aligned}$$

## ÖRNEK( 21)

$$\frac{(6+3\sqrt{3})\sqrt{7-\sqrt{48}}}{\sqrt{3+\sqrt{8}}(6-6\sqrt{2})} = ?$$

ÇÖZÜM:

Soruyu oluşturan parçaları tek tek çözelim

$$\begin{aligned}\sqrt{7-\sqrt{48}} &= \sqrt{7-\sqrt{4 \cdot 12}} = \sqrt{7-2\sqrt{12}} \\ &= \sqrt{4-\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{3+\sqrt{8}} &= \sqrt{3+\sqrt{4 \cdot 2}} = \sqrt{3+2\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{2}+1\end{aligned}$$

Şimdi bulduğumuz bu değerleri istenen ifadede yerine yazalım

$$\begin{aligned}\frac{(6+3\sqrt{3})\sqrt{7-\sqrt{48}}}{\sqrt{3+\sqrt{8}}(6-6\sqrt{2})} &= \frac{3 \cdot (2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{6 \cdot (1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} \\ &= \frac{3 \cdot (2^2 - (\sqrt{3})^2)}{6 \cdot (1^2 - (\sqrt{2})^2)} = \frac{3 \cdot (4-3)}{6 \cdot (1-2)} = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$



## ÖRNEK( 22)

$$2\sqrt{6-\sqrt{11}}-\sqrt{22}=?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} 2\sqrt{6-\sqrt{11}}-\sqrt{22} &= \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{6-\sqrt{11}}}{\sqrt{2}}-\sqrt{22} \\ &= \frac{2\cdot\sqrt{12-2\sqrt{11}}}{\sqrt{2}}-\sqrt{22} \\ &= \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}\cdot(\sqrt{11}-1)}{\sqrt{2}}-\sqrt{22} \\ &= \sqrt{2}\cdot(\sqrt{11}-1)-\sqrt{22} \\ &= \sqrt{22}-\sqrt{2}-\sqrt{22} \\ &= -\sqrt{2} \end{aligned}$$

(Çözümün 3. adımında 2 yerine  $\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$  yazıldığına dikkat edin. Bundan sonra pay ve paydanın bu şekil sadeleşebildiği sorularda paydayı eşlenik ile çarpmak yerine bu yöntemi uygulamak bize kolaylık sağlayacak)

## ÖRNEK( 23)

$$\frac{(5\sqrt{3}+\sqrt{50})(5-\sqrt{24})}{\sqrt{75}-5\sqrt{2}}=?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{(5\sqrt{3}+\sqrt{50})(5-\sqrt{24})}{\sqrt{75}-5\sqrt{2}} &= \\ &= \frac{(5\sqrt{3}+\sqrt{25\cdot 2})(5-\sqrt{4\cdot 6})}{\sqrt{25\cdot 3}-5\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(5\sqrt{3}+5\sqrt{2})(5-2\sqrt{6})}{5\sqrt{3}-5\sqrt{2}} \\ &= \frac{\cancel{5}(\sqrt{3}+\sqrt{2})(5-2\sqrt{6})}{\cancel{5}(\sqrt{3}-\sqrt{2})} \\ &\quad (\sqrt{3}+\sqrt{2}) \\ &= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2(5-2\sqrt{6})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} \\ &= \frac{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} \\ &= \frac{5^2-(2\sqrt{6})^2}{(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{25-24}{3-2} = 1 \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 24)

$$\sqrt{\frac{10}{27}}\cdot\left(\frac{\sqrt{0,09}}{\sqrt{0,3}}+\frac{\sqrt{0,27}}{\sqrt{0,9}}\right)=?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{10}{27}}\cdot\left(\frac{\sqrt{0,09}}{\sqrt{0,3}}+\frac{\sqrt{0,27}}{\sqrt{0,9}}\right) &= \\ &= \sqrt{\frac{10}{27}}\cdot\left(\sqrt{\frac{0,09}{0,3}}+\sqrt{\frac{0,27}{0,9}}\right) \\ &= \sqrt{\frac{10}{27}}\cdot(\sqrt{0,3}+\sqrt{0,3}) \\ &= \sqrt{\frac{10}{27}}\cdot\left(2\sqrt{\frac{3}{10}}\right) \\ &= 2\cdot\sqrt{\frac{10}{27}\cdot\frac{3}{10}} \\ &= 2\cdot\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 25)

$$\sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots}} - \sqrt{2^3 \sqrt{4 \sqrt{2^3 \sqrt{\dots}}}} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots}} = 5$$

^  
4.5

$\sqrt{2^3 \sqrt{4 \sqrt{2^3 \sqrt{4 \dots}}}}$  ifadesi önce tek tip bir şekle dönüştürülmeli ki kural uygulanabilsin o halde 2'leri 4'lerin yanına alalım

$$\begin{aligned} \sqrt{2^3 \sqrt{4 \sqrt{2^3 \sqrt{4 \dots}}}} &= \sqrt[3]{4 \cdot 2^3 \sqrt[3]{4 \cdot 2^3 \dots}} \\ &= \sqrt[2 \cdot 3]{2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^3 \sqrt[2 \cdot 3]{2^2 \cdot 2^3 \dots}} \\ &= \sqrt[6]{2^{2+3} \cdot 6 \sqrt[6]{2^{2+3} \dots}} \\ &= \sqrt[6]{2^5 \cdot 6 \sqrt[6]{2^5 \dots}} \text{ şimdi kural uygulanabilir} \\ &= \sqrt[6-1]{2^5} \\ &= \sqrt[5]{2^5} \\ &= 2 \end{aligned}$$

bulunan değerler yerine yazılırsa

$$\sqrt{20 + \sqrt{20 + \dots}} - \sqrt{2^3 \sqrt{4 \sqrt{2^3 \sqrt{\dots}}}} = 5 - 2 = 3 \text{ olur.}$$

## ÖRNEK( 26)

$$\sqrt{6 + \sqrt{6 + \dots}} - \sqrt{12 - \sqrt{12 - \sqrt{\dots}}} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\sqrt[2.3]{6 + \sqrt[2.3]{6 + \dots}} - \sqrt[3.4]{12 - \sqrt[3.4]{12 - \sqrt{\dots}}} = 3 - 3 = 0$$

## ÖRNEK( 27)

$$2 \left( \frac{\sqrt[5]{16^5 \sqrt{16 \dots}}}{\sqrt[3]{16 + \sqrt[3]{16 + \sqrt[3]{16 \dots}}}} \right)^2 = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} 2 \left( \frac{\sqrt[5]{16^5 \sqrt{16 \dots}}}{\sqrt[3]{16 + \sqrt[3]{16 + \sqrt[3]{16 \dots}}}} \right)^2 &= 2 \left( \frac{\sqrt[5]{2^4 \cdot \sqrt[5]{2^4 \dots}}}{\sqrt[3]{2^4 + \sqrt[3]{2^4 + \sqrt[3]{2^4 \dots}}}} \right)^2 \\ &= 2 \left( \frac{\sqrt[5-1]{2^4}}{\sqrt[3+1]{2^4}} \right)^2 = 2 \left( \frac{\sqrt[4]{2^4}}{\sqrt[4]{2^4}} \right)^2 = 2(1)^2 = 2 \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 28)

$$\begin{aligned} \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7} + \dots + \sqrt{21} &= x + 1 \text{ ise} \\ \sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{10} + \dots + \sqrt{42} &= ? \end{aligned}$$

## ÇÖZÜM:

$\sqrt{2} + \sqrt{6} + \sqrt{10} + \dots + \sqrt{42}$  ifadesini  $\sqrt{2}$  parantezine alırsak

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2} \left( 1 + \underbrace{\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7} + \dots + \sqrt{21}}_{x+1} \right) \\ &= \sqrt{2} (1 + x + 1) \\ &= \sqrt{2} (x + 2) \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 29)

$$\left( \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right)^2 = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \left( \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} - \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \right)^2 &= \left( \frac{2+2\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1} - \frac{2-2\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2})^2-1} \right)^2 \\ &= \left( \frac{3+2\sqrt{2}}{2-1} - \frac{3-2\sqrt{2}}{2-1} \right)^2 \\ &= (3+2\sqrt{2} - 3+2\sqrt{2})^2 \\ &= (4\sqrt{2})^2 \\ &= 4^2 \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 \\ &= 32 \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 30)

$$\sqrt{(x+4)^2} = 2 \text{ ise } x \text{ değerlerini bulun?}$$

ÇÖZÜM:

$$\sqrt{(x+4)^2} = 2 \Rightarrow |x+4| = 2$$

$$\begin{aligned} \text{i) } x+4 &= 2 & \text{ii) } x+4 &= -2 \\ x &= -2 & x &= -6 \end{aligned}$$

x değerleri  $\{-6, -2\}$  olur.

## ÖRNEK( 31)

$$x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{11}} \text{ ise } \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{11}} \text{ ifadesinin } x \text{ cinsinden değeri nedir?}$$

ÇÖZÜM:

$$x = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{11}} \text{ ve } y = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{11}} \text{ olsun}$$

x ve y'yi yan yana çarparsak;

$$x.y = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{11}} \cdot \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}-\sqrt{11}}$$

$$x.y = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{11})(\sqrt{7}-\sqrt{11})}$$

$$x.y = \frac{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{11})^2}$$

$$x.y = \frac{5-3}{7-11}$$

$$x.y = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \text{ buradan } y = -\frac{1}{2x} \text{ olur.}$$

## ÖRNEK( 32)

$$\sqrt{21-3x} \text{ ifadesi bir tamsayı ise kaç tane } x \in \mathbb{N} \text{ vardır?}$$

ÇÖZÜM:

$$\sqrt{21-3x} \text{ ifadesi bir tamsayı ise } 21-3x \text{ bir tamsayının karesi olmalı. } x \text{ doğa sayı olduğu için de bulacağımız tam kareler 21 den küçük olmalı}$$

$$x=4 \text{ için } 21-3.4=21-12=9 \quad \sqrt{9}=3$$

$$x=7 \text{ için } 21-3.7=21-21=0 \quad \sqrt{0}=0$$

o halde x değerleri 4 ve 7 dir. Yani 2 tane x vardır.

## ÖRNEK( 33)

$$\sqrt{150.100 + 625} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\sqrt{150.100 + 625} &= \sqrt{(2.3.5^2).(2^2.5^2) + 5^4} \\ &= \sqrt{2^3.3.5^4 + 5^4} = \sqrt{5^4(2^3.3. + 1)} \\ &= \sqrt{5^6} = 5^3 = 125 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

## ÖRNEK( 34)

$$\sqrt{129.131 + 1} = ?$$

ÇÖZÜM:

a=129 dersek

$$\begin{aligned}\sqrt{a.(a+2)+1} &= \sqrt{a^2+2a+1} = \sqrt{(a+1)^2} \\ &= |a+1| = |129+1| = 130\end{aligned}$$

## ÖRNEK( 35)

0&lt;a&lt;1 olmak üzere;

$x = \sqrt[5]{a^2}$  ,  $y = \sqrt[3]{a^3}$  ,  $z = \sqrt[7]{a^4}$  ise x,y,z yi sıralayınız.

ÇÖZÜM:

Bu tür sorularda ya kök dereceleri, veya kök içleri eşitlenir. Biz bu soruda kök içlerini eşitleyeceğiz

$$x = \sqrt[5]{a^2} = \sqrt[5.6]{a^{2.6}} = \sqrt[30]{a^{12}} = a^{\frac{12}{30}}$$

$$y = \sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3.4]{a^{3.4}} = \sqrt[12]{a^{12}} = a^{\frac{12}{12}}$$

$$z = \sqrt[7]{a^4} = \sqrt[7.3]{a^{4.3}} = \sqrt[21]{a^{12}} = a^{\frac{12}{21}}$$

a sayısı 0 ile 1 arasında olduğundan derecesi büyüdükçe değeri küçülür.

$$\frac{12}{12} > \frac{12}{21} > \frac{12}{30} \text{ olduğundan } y < z < x \text{ olur.}$$

## ÖRNEK( 36)

$$A \in \mathbb{R} \text{ ve } A = \frac{\sqrt{4x-3}+1}{5-\sqrt{6-8x}} = ?$$

ÇÖZÜM:

Bu ifadenin reel olması için

- 1) İfadenin içindeki köklü terimlerin derecesi çift olduğundan içleri pozitif veya sıfır olmalı
- 2) Bu bir kesir olduğundan paydası sıfır olmamalı

Şimdi bu durumları tek tek inceleyelim.

$$\sqrt{4x-3} \text{ ve } \sqrt{6-8x} \text{ için}$$

$$4x-3 \geq 0 \quad 6-8x \geq 0$$

$$4x \geq 3 \quad 8x \leq 6$$

$$x \geq \frac{3}{4} \quad x \leq \frac{6}{8}$$

$$x \leq \frac{3}{4}$$

bakıldığında x için tek değer  $\frac{3}{4}$  olduğu anlaşılır. O

halde x yerine  $\frac{3}{4}$  yazalım.

$$A = \frac{\sqrt{4.\frac{3}{4}-3}+1}{5-\sqrt{6-8.\frac{3}{4}}} = \frac{\sqrt{3-3}+1}{5-\sqrt{6-6}} = \frac{\sqrt{0}+1}{5-\sqrt{0}} = \frac{1}{5}$$

bulunur.

(ikinci maddeyi atladığımızı sanmayın bir yandan

x'e  $\frac{3}{4}$  değerini verirken, bir yandan da bu değer in paydayı sıfır yapıp yapmadığını kontrol ediyoruz.)

## ÖRNEK( 37)

$a, b \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere;

$$\left(\sqrt[4]{0,0001} + \sqrt[3]{0,008} + \sqrt{0,04}\right)^{-1} = a^2 - b^2 - 1 \text{ ise}$$

$a+b=?$

## ÇÖZÜM:

$$\left(\sqrt[4]{0,0001} + \sqrt[3]{0,008} + \sqrt{0,04}\right)^{-1} = a^2 - b^2 - 1$$

önce sol tarafı bir düzene sokalım

$$\begin{aligned} &\left(\sqrt[4]{\frac{1}{10000}} + \sqrt[3]{\frac{8}{1000}} + \sqrt{\frac{4}{100}}\right)^{-1} = \\ &= \left(\sqrt[4]{\left(\frac{1}{10}\right)^4} + \sqrt[3]{\left(\frac{2}{10}\right)^3} + \sqrt{\left(\frac{2}{10}\right)^2}\right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{10}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2 \end{aligned}$$

şimdi yerine yazalım

$$2 = a^2 - b^2 - 1$$

$$a^2 - b^2 = 3$$

Çarpanlara ayırmayı bilenler :

$$a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow (a-b)(a+b) = 3$$

$$a+b = 3$$

$$+ a-b = 1$$

$$2a = 4 \rightarrow a = 2 \text{ ve } b = 1 \text{ bulunur.}$$

Çarpanlara ayırmayı bilmeyenler :

değer vererek  $a=2, b=1 \rightarrow a+b=3$  diyerek çözün.

(Çarpanlara ayırmayı bilmeyenler, her zaman bu sorudaki kadar şanslı olamayabilir, değer vererek bulamayabilirsiniz. Bu yüzden bir an önce çarpanlara ayırmayı öğrenin ☺)

## ÖRNEK( 38)

$$\sqrt{2\sqrt{2^3\sqrt{2\sqrt{2}}}} = 2^x \text{ ise } x = ?$$

## ÇÖZÜM:

Önce kök aralarındaki 2'leri en içteki köke taşıyalım

(unutmayın kök dışındaki sayı içeri girerken kök derecesini alır. )

$$\begin{aligned} \sqrt{2\sqrt{2^3\sqrt{2\sqrt{2}}}} &= \sqrt{\sqrt{2^2 \cdot 2^3\sqrt{2\sqrt{2}}}} \\ &= \sqrt{\sqrt{2^3 \cdot \sqrt{2\sqrt{2}}}} = \sqrt{\sqrt[3]{(2^3)^3 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}} \\ &= \sqrt{\sqrt[3]{2^{10} \cdot \sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{(2^{10})^2 \cdot 2}}} \\ &= \sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{2^{21}}}} = \sqrt[2 \cdot 2 \cdot 3]{2^{21}} = \sqrt[12]{2^{21}} = 2^{\frac{21}{12}} = 2^{\frac{7}{4}} = 2^x \end{aligned}$$

tabanlar aynı ise üsler eşittir. Cevap  $x = \frac{7}{4}$  olur.

## ÖRNEK( 39)

$$\frac{4^x}{16} = \sqrt{\left[(0,5)^{x-2}\right]^x} \text{ çözüm kümesini bulunuz.}$$

## ÇÖZÜM:

Sağ ve sol taraftaki ifadeler 2'nin kuvvetleri şeklinde düzenlenir.

$$\begin{aligned} \frac{4^x}{16} &= \sqrt{\left[(0,5)^{x-2}\right]^x} \Rightarrow \frac{(2^2)^x}{2^4} = \sqrt{\left(\frac{5}{10}\right)^{x(x-2)}} \\ &\Rightarrow 2^{2x-4} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{x(x-2)}} \\ &\Rightarrow (2^{2x-4})^2 = \left(\sqrt{(2^{-1})^{x(x-2)}}\right)^2 \\ &\Rightarrow 2^{4x-8} = 2^{-x(x-2)} \end{aligned}$$

tabanlar eşit olduğundan üsler de eşittir.

$$4x-8 = -x^2+2x$$

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x - 8 = 0 \\ x \quad \quad \quad x \\ \quad \quad \quad -2 \end{array}$$

$$(x+4)(x-2) = 0$$

$$x+4 = 0 \quad \quad x-2 = 0$$

$$x = -4 \quad \quad x = 2$$

o halde çözüm kümesi  $\mathbb{C} = \{-4, 2\}$  olur.

## ÖRNEK( 40)

$$\frac{1}{1-\sqrt{1-x}} - \frac{1}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{3}}{x} \text{ ise } x=?$$

## ÇÖZÜM:

$$\frac{1}{1-\sqrt{1-x}} - \frac{1}{1+\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

$$(1+\sqrt{1-x})(1-\sqrt{1-x})$$

$$\frac{1+\sqrt{1-x}}{1^2-(\sqrt{1-x})^2} - \frac{1-\sqrt{1-x}}{1^2-(\sqrt{1-x})^2} = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

$$\frac{1+\sqrt{1-x}}{1-(1-x)} - \frac{1-\sqrt{1-x}}{1-(1-x)} = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

$$\frac{\cancel{x} + \sqrt{1-x} - \cancel{x} + \sqrt{1-x}}{x} = \frac{\sqrt{3}}{x}$$

paydalar eşit ise paylar da eşittir

$$(2\sqrt{1-x})^2 = (\sqrt{3})^2$$

$$(2\sqrt{1-x})^2 = (\sqrt{3})^2$$

$$4(1-x) = 3$$

$$4-4x = 3$$

$$4x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ dir.}$$

## ÖRNEK( 41)

$$|a| < 1 \text{ ve}$$

$$\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}} - \sqrt{1-\sqrt{1-a^2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \text{ ise } a \text{ ne}$$

olabilir?

- A) 0   B) 1   C) 1/2   D) 1/3   E) 1/4

## ÇÖZÜM:

Her iki tarafın karesini almakla işe başlayalım

$$\left(\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}} - \sqrt{1-\sqrt{1-a^2}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2$$

$$\left(\sqrt{1+\sqrt{1-a^2}}\right)^2 - 2\sqrt{(1+\sqrt{1-a^2})(1-\sqrt{1-a^2})} + \left(\sqrt{1-\sqrt{1-a^2}}\right)^2 = \frac{3}{2}$$

$$1 + \cancel{\sqrt{1-a^2}} - 2\sqrt{1-(1-a^2)} + 1 - \cancel{\sqrt{1-a^2}} = \frac{3}{2}$$

$$= 2 - 2\sqrt{a^2} = \frac{3}{2}$$

$$= 2|a| = 2 - \frac{3}{2}$$

$$2|a| = \frac{1}{2} \rightarrow a = \pm \frac{1}{4}$$

bulunur. Buradan cevap E şıkkı olur.

## ÖRNEK( 42)

$x>0$  ve  $y>0$  için

$$\frac{y\sqrt{\frac{x}{y}} + x\sqrt{\frac{y}{x}}}{2x\sqrt{\frac{y}{x}} - 3y\sqrt{\frac{x}{y}}} = ?$$

## ÇÖZÜM:

Kök dışındaki x ve y'leri kök içine alalım

$$\frac{y\sqrt{\frac{x}{y}} + x\sqrt{\frac{y}{x}}}{2x\sqrt{\frac{y}{x}} - 3y\sqrt{\frac{x}{y}}} = \frac{\sqrt{\frac{y^2x}{y}} + \sqrt{\frac{x^2y}{x}}}{2\sqrt{\frac{x^2y}{x}} - 3\sqrt{\frac{y^2x}{y}}}$$

$$= \frac{\sqrt{xy} + \sqrt{xy}}{2\sqrt{xy} - 3\sqrt{xy}} = \frac{2\sqrt{xy}}{-\sqrt{xy}}$$

= -2 olur.

## ÖRNEK( 43)

$$\sqrt{\frac{3x-1}{3x+1} \cdot \frac{3x+1}{3x-1}} = 3 \text{ ise } x=?$$

## ÇÖZÜM:

İşlemlerimiz sadeleşsin diye bir değişken değiştirelim

$a = \frac{3x-1}{3x+1}$  dersek ifade  $\sqrt{a} \cdot \frac{1}{a} = 3$  olur. Şimdi a'yı bulalım;

$$\sqrt{a} \cdot \frac{1}{a} = 3 \Rightarrow \sqrt{a} = 3a \Rightarrow (\sqrt{a})^2 = (3a)^2$$

$$a = 9a^2 \Rightarrow 9a^2 - a = 0 \Rightarrow a(9a - 1) = 0 \text{ buradan}$$

$$a = 0 \text{ ve } 9a - 1 = 0 \rightarrow a = 1/9 \text{ bulunur.}$$

$$\frac{3x-1}{3x+1} = 0 \quad \text{ve} \quad \frac{3x-1}{3x+1} \neq \frac{1}{9} \quad \text{çözelim}$$

$$3x-1 = 0$$

$$27x-9 = 3x+1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$24x = 10$$

$$x = \frac{5}{12}$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ değeri } \frac{3x+1}{3x-1} \text{ kesrini tanımsız yaptığından}$$

$$\text{cevap } \frac{5}{12} \text{ olur.}$$

## ÖRNEK( 44)

$x = 3y$ ,  $xx$  ve  $yy$  iki basamaklı sayılar olmak üzere

$$\frac{\sqrt{xx} + \sqrt{x}}{\sqrt{yy} + \sqrt{y}} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$xx = 10x+x = 11x$$

$$yy = 10y+y = 11y$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{xx} + \sqrt{x}}{\sqrt{yy} + \sqrt{y}} &= \frac{\sqrt{11x} + \sqrt{x}}{\sqrt{11y} + \sqrt{y}} \\ &= \frac{\sqrt{11} \cdot \sqrt{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{y} + \sqrt{y}} \\ &= \frac{\sqrt{x} (\sqrt{11} + 1)}{\sqrt{y} (\sqrt{11} + 1)} \end{aligned}$$

$$x=3y \text{ yazarsak } = \frac{\sqrt{3y}}{\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{3} \sqrt{y}}{\sqrt{y}} = \sqrt{3} \text{ olur.}$$

## ÖRNEK( 45)

$$x, y \in \mathbb{R}^+ \text{ olmak üzere; } \left. \begin{aligned} \sqrt{x} + \sqrt{y} &= 4 \\ x \cdot y &= 4 \end{aligned} \right\} \text{ ise } x + y?$$

## ÇÖZÜM:

$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$  denkleminin her iki tarafının karesini alırsak

$$(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 = 4^2$$

$$(\sqrt{x})^2 + 2\sqrt{xy} + (\sqrt{y})^2 = 16$$

$$x + 2\sqrt{xy} + y = 16 \quad xy=4 \text{ yazılırsa}$$

$$x + 2\sqrt{4} + y = 16$$

$$x + 4 + y = 16$$

$$x + y = 12 \text{ olur.}$$

## ÖRNEK( 46)

$\sqrt[5]{a} < \sqrt[3]{3}$  için en büyük a doğal sayısı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

## ÇÖZÜM:

Hem 3 hem de 5 kök derecelerinden kurtulmak için her iki tarafın 15. kuvvetini alalım

$$\begin{aligned} (\sqrt[5]{a})^{15} &< (\sqrt[3]{3})^{15} \\ a^3 &< 3^5 \\ a^3 &< 243 \end{aligned}$$

a'yı 6 seçersek  $6^3 = 216 < 243$  eşitsizliğini sağladığını görürüz. Cevap D şıkkı

## ÖRNEK( 47)

$$\frac{m+n\sqrt{3}}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} = 2-\sqrt{3} \text{ ise } m+n=?$$

## ÇÖZÜM:

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{7-2 \cdot 2\sqrt{3}} = \sqrt{\underset{3+4}{7}-2\underset{3 \cdot 4}{\sqrt{12}}}$$

$$\sqrt{4}-\sqrt{3} = 2-\sqrt{3} \text{ şimdi bu değeri}$$

yerine yazalım

$$\frac{m+n\sqrt{3}}{\sqrt{7-4\sqrt{3}}} = 2-\sqrt{3} \Rightarrow \frac{m+n\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \neq 2-\sqrt{3}$$

$$m+n\sqrt{3} = (2-\sqrt{3})^2$$

$$m+n\sqrt{3} = 4-2\sqrt{3}+3$$

$$m+n\sqrt{3} = \underbrace{7}_m - \underbrace{2}_n \sqrt{3}$$

m = 7 ve n = -2 için m+n=7+(-2)=5 olur.

## ÖRNEK( 48)

x+y=5 ve xy=4 olduğuna göre

$$\frac{[1-(x/y)^{-2}]x^2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2-2\sqrt{xy}}$$

ifadesinin değeri Aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) -6 B) -1 C) 0 D) 3 E) 6

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} &\frac{[1-(x/y)^{-2}]x^2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2-2\sqrt{xy}} \\ &= \frac{\left[1-\frac{y^2}{x^2}\right] \cdot x^2}{x+2\sqrt{xy}+y-2\sqrt{xy}} \end{aligned}$$

$$= \frac{\left[\frac{x^2-y^2}{x^2}\right] \cdot x^2}{x+y}$$

$$= \frac{x^2-y^2}{x+y}$$

$$= \frac{(x-y)(x+y)}{x+y}$$

$$= x-y$$

bu değeri bulmak için sorunun başında verilen bilgileri kullanacağız

$$x+y = 5 \Rightarrow (x+y)^2 = 25$$

$$(x-y)^2+4xy = 25$$

$$(x-y)^2+4 \cdot 4 = 25$$

$$(x-y)^2 = 9$$

$$x-y = \pm 3$$

şıklarda -3 olmadığından cevap 3 olur. Cevap D şıkkı



## ÖRNEK( 49)

$$x \in \mathbb{R}^+, x \sqrt[3]{x} = 16 \text{ ise } \sqrt[3]{x} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$x \sqrt[3]{x} = 16 \Rightarrow \sqrt[3]{x^3 \cdot x} = 16$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{x^4} = 2^4$$

$$\Rightarrow x^{\frac{4}{3}} = 2^4$$

$$\Rightarrow x = 2^{4 \cdot \frac{3}{4}} = 2^3$$

bulunan değeri soruda yerine yazılır.

$$\sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{2^3} = 2 \text{ bulunur.}$$

## ÖRNEK( 50)

$\sqrt[3]{a^2 - 4} < 5$  koşuluna uyan en küçük a tamsayısı nedir?

A) -12 B) -11 C) 0 D) 10 E) 11

## ÇÖZÜM:

$$\sqrt[3]{a^2 - 4} < 5 \Rightarrow \left( \sqrt[3]{a^2 - 4} \right)^3 < 5^3$$

$$\Rightarrow a^2 - 4 < 125$$

$$\Rightarrow a^2 < 129$$

a = -11 seçilirse  $a^2 = (-11)^2 = 121 < 129$  eşitsizlik sağlanmış olur. Cevap B şıkkı

## ÖRNEK( 51)

$$\frac{x - y}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} = ?$$

## ÇÖZÜM:

Paydayı kökten kurtarma operasyonuna başlıyoruz.

$$\frac{x - y}{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y}} = \frac{(x - y) \left[ \left( \sqrt[3]{x} \right)^2 + \sqrt[3]{xy} + \left( \sqrt[3]{y} \right)^2 \right]}{\left( \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} \right) \left[ \left( \sqrt[3]{x} \right)^2 + \sqrt[3]{xy} + \left( \sqrt[3]{y} \right)^2 \right]}$$

$$= \frac{(\cancel{x} - \cancel{y}) \left[ \left( \sqrt[3]{x} \right)^2 + \sqrt[3]{xy} + \left( \sqrt[3]{y} \right)^2 \right]}{\underbrace{\left( \sqrt[3]{x^3} - \sqrt[3]{y^3} \right)}_{x - y}}$$

$$= \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2} \text{ bulunur.}$$

## ÖRNEK( 52)

a, x, y ∈ ℝ<sup>+</sup> olmak üzere;  $x = \sqrt[3]{a\sqrt{a}}$  ve  $a = \sqrt{y^3\sqrt{y}}$  ise y'nin x cinsinden değeri nedir?

## ÇÖZÜM:

$$x = \sqrt[3]{a\sqrt{a}} \quad \text{ve} \quad a = \sqrt{y^3\sqrt{y}}$$

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{a^2} \cdot a} \quad a = \sqrt[3]{y^3 \cdot y}$$

$$x = \sqrt[3]{a^3} = \sqrt[6]{a^3} = \sqrt{a} \quad a = \sqrt[2]{y^4} = \sqrt[6]{y^4}$$

şimdi a'yı yerine yazalım

$$x = \sqrt{a} = \sqrt{\sqrt[3]{y^2}} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{y^2}} = \sqrt[6]{y^2} = \sqrt[3]{y}$$

$$x = \sqrt[3]{y} \Rightarrow x^3 = \left( \sqrt[3]{y} \right)^3 \Rightarrow y = x^3 \text{ bulunur.}$$

## ÖRNEK( 53)

$$\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})}{x - y} = ?$$

## ÇÖZÜM:

Bu soruyu çözmek için çarpanlara ayırmadan bir iki özdeşliği hatırlamamız gerek

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

bu bilgiler ışığında

$x - y = (\sqrt[3]{x})^3 - (\sqrt[3]{y})^3$  şeklinde düşünecek olursak

$$(\sqrt[3]{x})^3 - (\sqrt[3]{y})^3 = (\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})$$

şimdi bu açılımı x-y yerine yazalım

$$\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{xy} + \sqrt[3]{y^2})}{x - y} =$$

$$= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\cancel{\sqrt[3]{x^2}} + \cancel{\sqrt[3]{xy}} + \sqrt[3]{y^2})}{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})(\cancel{\sqrt[3]{x^2}} + \cancel{\sqrt[3]{xy}} + \sqrt[3]{y^2})} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})}{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y})}$$

bulunur.

## ÖRNEK( 54)

$$\sqrt[n]{3^m 3^n} = \sqrt[m]{243} \text{ ve } m^2 - n^2 = 5 \text{ ise } \frac{m}{n} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\sqrt[n]{3^m 3^n} = \sqrt[m]{243} \Rightarrow \sqrt[n]{3^m 3^n} = \sqrt[m]{243}$$

$$\Rightarrow \sqrt[mn]{3^{m+n}} = \sqrt[m]{243}$$

kök dereceleri eşit olduğundan

$$3^{m+n} = 243 = 3^5$$

$$m+n=5 \text{ bulunur.}$$

$$m^2 - n^2 = 5 \rightarrow \underbrace{(m+n)}_5 \underbrace{(m-n)}_1 = 5$$

$$m+n = 5$$

$$+ m-n = 1$$

$$2m = 6 \rightarrow m=3 \text{ ve } n=2 \text{ bulunur.}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{3}{2} \text{ olur.}$$

## ÖRNEK( 55)

$$\left. \begin{aligned} a-b\sqrt{a+b} &= 3\sqrt{2} \\ (a+b).3^{b-a} &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = ?$$

$$A) 6 \quad B) 8 \quad C) 9 \quad D) 10 \quad E) 12$$

## ÇÖZÜM:

$$(a+b).3^{b-a} = 2 \Rightarrow a+b=2.3^{a-b} \text{ bulduğumuz } a+b \text{ değeri}$$

$$a-b\sqrt{a+b} = 3\sqrt{2} \text{ ifadesinde yerine yazılırsa}$$

$$a-b\sqrt{a+b} = 3\sqrt{2} \Rightarrow a-b\sqrt{2.3^{a-b}} = 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \cancel{a-b}\sqrt{2} = \cancel{3}\sqrt{2}$$

$$a-b = 2 \text{ çıkar}$$

şimdi bu değeri  $(a+b).3^{b-a} = 2$  ifadesinde yerine yazalım

$$(a+b).3^{b-a} = 2 \Rightarrow (a+b).3^{-2} = 2$$

$$\Rightarrow a+b=18 \text{ çıkar.}$$

Son olarak  $a-b=2$  ve  $a+b=18$  denklemlerini ortak çözelim

$$a-b = 2$$

$$+ a+b = 18$$

$$2a = 20 \rightarrow a=10 \text{ ve } b=b=8 \text{ olur.}$$

O halde cevap D şıkkı olur.

## ÖRNEK( 56)

$$x = \frac{1}{2} \text{ ve } y = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \text{ ise}$$

$$\left[ x^{-4/3} \cdot y^{10/3} \cdot (x^{-2} \cdot y)^{-1/3} \cdot (x^{-2})^{1/6} \right]^2 = ?$$

## ÇÖZÜM:

x ve y 'nin kuvvetlerini düzenlemekle başlayalım

$$\begin{aligned} \left[ x^{-4/3} \cdot y^{10/3} \cdot (x^{-2} \cdot y)^{-1/3} \cdot (x^{-2})^{1/6} \right]^2 &= \\ \left[ x^{-\frac{4}{3}} \cdot y^{\frac{10}{3}} \cdot x^{-\frac{2}{3}} \cdot y^{-\frac{1}{3}} \cdot x^{-\frac{2}{6}} \right]^2 &= \left[ x^{-\frac{4}{3} - \frac{2}{3} - \frac{2}{6}} \cdot y^{\frac{10}{3} - \frac{1}{3}} \right]^2 \\ &= \left[ x^{-1} \cdot y^3 \right]^2 = x^{-2} \cdot y^6 \end{aligned}$$

şimdi x ve y değerlerini yerine yazalım

$$x = \frac{1}{2} \text{ ve } y = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \text{ için}$$

$$x^{-2} \cdot y^6 = \left( \frac{1}{2} \right)^{-2} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \right)^6 = 2^2 \cdot \frac{1}{(\sqrt[3]{3})^6} = 4 \cdot \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$$

dur.

## ÖRNEK( 57) (ÖSS-2008)

$$3\sqrt{8} + 2\sqrt{2} - (\sqrt{8} + \sqrt{2})$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$A) \sqrt{2} \quad B) 2\sqrt{2} \quad C) 3\sqrt{2} \quad D) 4\sqrt{2} \quad E) 5\sqrt{2}$$

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} 3\sqrt{8} + 2\sqrt{2} - (\sqrt{8} + \sqrt{2}) &= 3\sqrt{8} + 2\sqrt{2} - \sqrt{8} - \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{8} + \sqrt{2} \\ &= 2\sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} + \sqrt{2} \\ &= 5\sqrt{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK( 58)

(ÖSS-2007)

$$3^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{27} \text{ işleminin sonucu nedir?}$$

$$A) 3 \quad B) 9 \quad C) \sqrt{3} \quad D) 3\sqrt{3} \quad E) \frac{\sqrt{3}}{3}$$

## ÇÖZÜM:

$$3^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{27} = 3^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{3^3} = 3^{-\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} = 3^{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = 3^1 = 3$$

cevap A şıkkı olur.

## ÖRNEK( 59)

(ÖSS-2007)

$$(\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 + 2\sqrt{10} + 3$$

işleminin sonucu kaçtır?

$$A) \sqrt{10} \quad B) 2\sqrt{5} \quad C) 5\sqrt{2} \quad D) 10 \quad E) 13$$

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2 + 2\sqrt{10} + 3 &\text{ ifadesini açarsak} \\ &= (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{10} + (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{10} + 3 \\ &= 2 - 2\sqrt{10} + 5 + 2\sqrt{10} + 3 = 10 \text{ olur.} \end{aligned}$$

Cevap D şıkkı olur.

**ÖRNEK( 60)** (ÖSS-2005)

$$\frac{\sqrt{4,44} + \sqrt{9,99}}{\sqrt{111}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0,05 B) 0,1 C) 0,5 D) 1 E) 5

**ÇÖZÜM:**

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{4,44} + \sqrt{9,99}}{\sqrt{111}} &= \frac{\sqrt{\frac{444}{100}} + \sqrt{\frac{999}{100}}}{\sqrt{111}} \\ &= \frac{\sqrt{111 \cdot \frac{4}{100}} + \sqrt{111 \cdot \frac{9}{100}}}{\sqrt{111}} \\ &= \frac{\sqrt{111} \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{10}\right)^2} + \sqrt{111} \cdot \sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2}}{\sqrt{111}} \\ &= \frac{\sqrt{111} \left( \frac{2}{10} + \frac{3}{10} \right)}{\sqrt{111}} = \frac{5}{10} = 0,5 \end{aligned}$$

olur. Cevap C şıkkı

**ÖRNEK( 61)**

$a = \sqrt{2} + 1$  olduğuna göre  
 $a.(a-1).(a-2)$  çarpımının sonucu kaçtır?

(ÖSS 2003)

**ÇÖZÜM:**

A'nın değerini yerine yazalım

$$\begin{aligned} a.(a-1).(a-2) &= (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 1 - 1)(\sqrt{2} + 1 - 2) \\ &= (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2})(\sqrt{2} - 1) \\ &= \sqrt{2} \underbrace{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}_{\text{iki kare farkı}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2} \left( (\sqrt{2})^2 - 1^2 \right) \\ &= \sqrt{2} (2 - 1) = \sqrt{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

**ÖRNEK( 62)**

$$\sqrt{10}(\sqrt{6,4} + \sqrt{0,4}) = ?$$

(ÖSS 2003)

**ÇÖZÜM:**

$$\begin{aligned} \sqrt{10}(\sqrt{6,4} + \sqrt{0,4}) &= \sqrt{10 \cdot (6,4)} + \sqrt{10 \cdot (0,4)} \\ &= \sqrt{64} + \sqrt{4} \\ &= 8 + 2 \\ &= 10 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**ÖRNEK( 63)**

$$y < x < 0 \text{ ise } \sqrt{x^2 + 4xy + 4y^2} + |y - x| + \frac{y}{\sqrt{y^2}} = 8$$

ise  $y = ?$ 

(ÖSS 2002)

**ÇÖZÜM:**

$$\sqrt{x^2 + 4xy + 4y^2} + |y - x| + \frac{y}{\sqrt{y^2}} = 8 \text{ ise}$$

$$\sqrt{\underbrace{(x+2y)^2}_{|x+2y|}} + |y - x| + \frac{y}{|y|} = 8$$

 $y < x < 0$  olduğundan; $x+2y \rightarrow \text{negatif}$  ,  $y-x \rightarrow \text{negatif}$  ,  $y \rightarrow \text{negatif}$ 

$$-(x+2y) - (y-x) + \frac{y}{-y} = 8$$

$$-x - 2y - y + x - 1 = 8$$

$$-3y = 9$$

$$y = -3 \text{ bulunur.}$$

## ÖRNEK( 64)

$$\frac{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}} = ?$$

(ÖSS-2001)

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}} &= \frac{(\sqrt{2})^2 - 1}{\sqrt{2}} = \frac{2-1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \text{ olur.} \end{aligned}$$

KONUMUZ BİTTİ. ŞİMDİ TESTLERE  
GEÇEBİLİRSİNİZ

DİLERSENİZ KONU ANLATIMINI BİR DE  
YOUTUBE KANALIMIZDAN VIDEO OLARAK  
DA İZLEYEBİLİRSİNİZ

Youtube kanalımız: **CEBİR HOCAM**

Başarılar diliyorum  
İbrahim Halil BABAOĞLU  
Matematik Öğretmeni

## ÖRNEK( 65)

$$\sqrt[3]{2^5 \sqrt{x}} = \sqrt[3]{2^5 \cdot 3} \text{ ise } x = ?$$

(ÖSS-2000)

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{2^5 \sqrt{x}} = \sqrt[3]{2^5 \cdot 3} &\Rightarrow \sqrt[3]{2^5 \cdot 2^5 \cdot x} = \sqrt[3]{2^5 \cdot 3^3} \\ &\Rightarrow \sqrt[15]{2^5 \cdot x} = \sqrt[15]{2^5 \cdot 3^3} \end{aligned}$$

kök dereceleri eşit ve tek olduğundan kök içlerini eşitleriz.

$$\Rightarrow 2^5 \cdot x = 2^5 \cdot 3^3$$

$$\Rightarrow x = 3^3 = 27 \text{ olur.}$$