ÇARPANLARA AYIRMA

BAZI ÖNEMLİ ÖZDEŞLİKLER:

1) İki Kare farkı : $a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$

2) İki Kare Toplamı: $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

3) İki Küp farkı : $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$
$=(a-b)^3+3ab(a-b)$

4) İki Küp Toplamı: $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$
$=(a+b)^3-3ab(a+b)$

5) $a^4-b^4 = (a^2-b^2)(a^2+b^2)$
$= (a-b)(a+b)(a^2+b^2)$

6) $n\varepsilon Z^+$ olmak üzere;

$a^n-b^n = (a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+......+b^{n-1})$

7) $n\varepsilon Z^+$ ve n tek olmak üzere;

$a^n+b^n = (a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-......+b^{n-1})$

8) İki Terim Toplamının Karesi :

$(a+b)^2 = a^2 +2ab + b^2$
$= (a-b)^2 + 4ab$

9) İki Terim Farkının Karesi :

$(a-b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$
$= (a+b)^2 – 4ab$

10) İki Terim Toplamının Küpü:

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

11) İki Terim Farkının Küpü:

$(a–b)^3 = a^3 – 3a^2b + 3ab^2 – b^3$

12) Binom Açılımı:

➢ $(a + b)^n$ ifadesinin açılımında ilk terim a^n ,sonrakiler $a^{n-1}b, a^{n-2}b^2$ .....b^n bu terimlerin katsayıları Hayyam(Pascal) üçgeninden yazılır.

n=0 için = 1
n=1 için= 1 1
n=2 için = 1 2 1
n=3 için= 1 3 3 1
n=4 için= 1 4 6 4 1
n=5 için= 1 5 10 10 5 1
....

$(a + b)^4=a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$
$(a + b)^5=a^5 +5a^4b +10a^3b^2 +10a^2b^3+5ab^4 +b^5$

➢ $(a – b)^n$ ifadesinin açılımı $(a + b)^n$ açılımına benzer şekilde yapılır. Sonrada ilk terimden başlamak kaydıyla + ,–, +,– diye işaretlenir.

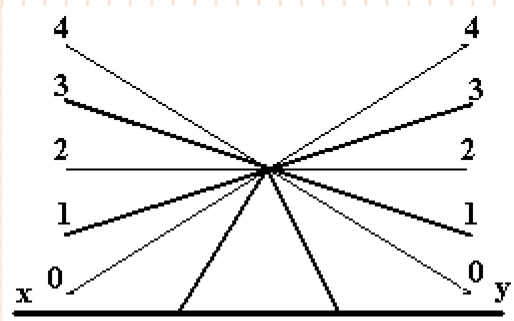
$(a – b)^4=a^4 – 4a^3b + 6a^2b^2 – 4ab^3 + b^4$
$(a – b)^5=a^5 –5a^4b +10a^3b^2 –10a^2b^3+5ab^4 –b^5$

13) Üç Terimlinin Toplamının Karesi:

$(a + b + c)^2=a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$

ÖZEL: $x^4 + x^2 + 1 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$

NOT:
Derecelendirme için aşağıdaki tablo örnek alınabilir.(küçükken bindiğiniz tahterevalli'yi hatırlayın. Biri ineeer, biri çıkar.)



ŞİMDİ ÖĞRENDİKLERİMİZİ UYGULAMA ZAMANI…(Çözüm kısmını bir kağıt ile kapatıp soruları kağıda yazın çözdükten sonra kağıdı kaldırıp kontrol edelim.)

İKİ KARE FARKI İÇİN ALIŞTIRMA

- $a^2-(b-2)^2 = (a-b+2)(a+b-2)$
- $(a-2)^2-(a+3)^2 = (a-2-a-3)(a-2+a+3)$
  $= -5.(2a+1)$
- $a^4-(a-2)^2 = (a^2-a+2)(a^2+a-2)$
  $= (a^2-a+2)(a+2)(a-1)$
- $x^2-4 = (x-2)(x+2)$
- $x^2-1 = (x-1)(x+1)$
- $x^2-9 = (x-3)(x+3)$
- $x^2-25 = (x-5)(x+5)$
- $(x-y+1)^2-(x+y-3)^2 =$
  $= (x-y+1-x-y+3)(x-y+1+x+y-3)$
  $= (-2y+4)(2x-2)$
  $= -4(y-1)(x-1)$
- $x^6-y^4 = (x^3-y^2)(x^3+y^2)$
- $x^5-y^5 = \left[x^{\frac{5}{2}}-y^{\frac{5}{2}}\right].\left[x^{\frac{5}{2}}+y^{\frac{5}{2}}\right]$
- $x-(y+1)^2 = (\sqrt{x}-y-1)(\sqrt{x}+y+1)$
- $(x-2)^2-9 = (x-2-3)(x-2+3)$
  $= (x-5)(x+1)$
- $25-(x+1)^2=(5-x-1)(5+x+1)=(4-x)(6+x)$
- $x-y = (\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})$
- $x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}} = \left[x^{\frac{1}{4}}-y^{\frac{1}{4}}\right].\left[x^{\frac{1}{4}}+y^{\frac{1}{4}}\right]$
- $x^{\frac{1}{3}}-y^{\frac{1}{3}} = \left[x^{\frac{1}{6}}-y^{\frac{1}{6}}\right].\left[x^{\frac{1}{6}}+y^{\frac{1}{6}}\right]$

İKİ KARE TOPLAMI İÇİN ALIŞTIRMA

- $x^2+y^2 = (x+y)^2-2xy$
- $x^2+(x-1)^2 = (x+x-1)^2-2x(x-1)$
  $= (2x-1)^2-2x^2+2x$
- $a^2+4 = (a+2)^2-2.a.2$
  $= (a+2)^2-4.a$

İKİ KÜP TOPLAMI-FARKI İÇİN ALIŞTIRMA

- $x^3-8 = x^3-2^3 = (x-2)(x^2+2x+4)$
- $8x^3-64 = 8(x^3-8)=8(x-2)(x^2+2x+4)$
- $27x^3-125 = (3x)^3-5^3$
  $= (3x-5)(9x^2+15x+25)$
- $x^3+1 = (x+1)(x^2-x+1)$
- $x^3+125 = x^3+5^3= (x+5)(x^2-5x+25)$
- $8x^6-27= [(2x^2)^3-3^3]=(2x^2-3)(4x^4+6x^2+9)$

İKİ TERİM TOPLAMININ- FARKININ KARESİ İÇİN ALIŞTIRMA

- $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$
- $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$
- $(3x-5)^2 = 9x^2 - 30x + 25$
- $(4x+3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$
- $((a+1)+b)^2 = (a+1)^2 + 2b(a+1) + b^2$

  $= a^2 + b^2 + 2a + 2b + 2ab + 1$

İKİ TERİM TOPLAMININ- FARKININ KÜPÜ İÇİN ALIŞTIRMA

- $(x-2)^3 = x^3 - 3.x^2.2 + 3.x.2^2 - 2^3$

  $= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
- $(3x+5)^3 = (3x)^3 + 3.(3x)^2.5 + 3.(3x).5^2 + 5^3$

  $= 27x^3 + 135x^2 + 225x + 125$
- $(2x-3)^3 = (2x)^3 - 3.(2x)^2.3 + 3.(2x).3^2 - 3^3$

  $= 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$
- $(a+2b)^3 = a^3 + 3.a^2.2b + 3.a.(2b)^2 + (2b)^3$

  $= a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$

MATEMATİĞİM

ÇARPANLARA AYIRMA YÖNTEMLERİ

1. Ortak Çarpan Parantezine Alma:

Ortak çarpan parantezine alırken önce her terimdeki ortak sayı çarpanını sonrada harfli ifadelerin ortak olanlarından küçük üslü olanlarını paranteze alırız
Ortak paranteze aldığımız ifade terimlerden birinin tamamı ise bu terim yerine işaretine göre +1 veya -1 bırakılır.

- $14axy - 42axz = 14ax(y-3z)$
- $a(x+y) - b(x+y) = (x+y)(a-b)$
- $x^2(x-y) - (x-y) = (x-y)(x^2-1)$

  $= (x-y)(x-1)(x+1)$
- $15x^5y^4z^3 + 5x^4y^3z^4 - 20x^5y^5z^5 =$

  $= 5x^4y^3z^3(3xy + z - 4xy^2z^2)$

ÖRNEK(1)

$(a-b)^2.(c-a) + (a-c)^2.(a-b) = ?$

(ÖYS-81)

ÇÖZÜM:

$(a-c)^2 = (c-a)^2$ dir

$(a-b)^2.(c-a) + (c-a)^2.(a-b) =$

$= (a-b)(c-a)(a-b+c-a)$

$= (a-b)(c-a)(c-b)$

NOT:

$(a-b)^{2n} = (b-a)^{2n}$ ve

$(a-b)^{2n-1} = -(b-a)^{2n-1}$

BİR DE SİZ YAPIN: Çözümleri kapatıp kendinizi sınayın

- $x^5 + x^4 - x^3 - x^2 = x^4(x+1) - x^2(x+1)$
  $= x^2(x+1)(x^2-1)$
  $= x^2(x+1)(x+1)(x-1)$
  $= x^2(x+1)^2(x-1)$

- $\sqrt{xy} + \sqrt{x} + \sqrt{y} + 1 = \sqrt{x}\left(\sqrt{y}+1\right) + \sqrt{y} + 1$
  $= \left(\sqrt{y}+1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)$

- $(a+b-1)(x-y) + (2a-b+3)(x-y) =$
  $= (x-y)(a+b-1+2a-b+3)$
  $= (x-y)(3a+2)$

2. GURUPLANDIRARAK Çarpanlara Ayırma:

- $a^2 + bc - ab - ac = a(a-c) - b(a-c)$
  $= (a-c)(a-b)$

- $b^2x^2 + c^2x^2 - a^2c^2 - a^2b^2 = x^2(b^2+c^2) - a^2(c^2+b^2)$
  $= (b^2+c^2)(x^2-a^2)$
  $= (b^2+c^2)(x-a)(x+a)$

- $xy(m^2+n^2) - mn(x^2+y^2) =$
  $= xym^2 + xyn^2 - mnx^2 - mny^2$
  $= mx(ym-xn) + ny(nx-ym)$
  $= mx(ym-xn) - ny(ym-nx)$
  $= (ym-xn)(mx-ny)$

BİR DE SİZ YAPIN:

- $ax - ay - x + y = a(x-y) - (x-y)$
  $= (x-y)(a-1)$

- $2ax - by + 2ay - bx = 2a(x+y) - b(y+x)$
  $= (2a-b)(x+y)$

3. Ax2 + Bx + C Üç Terimlisini Çarpanlarına Ayırma:

i) A=1 için $x^2 + Bx + C$ ifadesinde ;

C=m.n ve B= m + n ise;

$x^2 + \underset{m+n}{\underset{\wedge}{Bx}} + \underset{m.n}{\underset{\wedge}{C}} = (x+m).(x+n)$ olur.

- $x^2 \underset{-5-6}{\underset{\wedge}{-11x}} + \underset{(-5)(-6)}{\underset{\wedge}{30}} = (x-6)(x-5)$

- $x^2 \underset{-3a+a}{\underset{\wedge}{-2ax}} \underset{-3a.a}{\underset{\wedge}{-3a^2}} = (x-3a)(x+a)$

- $x^2 \underset{-2+1}{\underset{\wedge}{-x}} \underset{-2.1}{\underset{\wedge}{-2}} = (x-2)(x+1)$

- $9^x + 3^{x+1} + 2 = \left(3^x\right)^2 + \underset{+2+1}{\underset{\wedge}{3.3^x}} + \underset{2.1}{\underset{\wedge}{2}}$
  $= (3^x+2)(3^x+1)$

BİR DE SİZ YAPIN:

- $x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$
- $x^2 - 9x + 20 = (x-4)(x-5)$
- $x^2 - (a-b)x - ab = (x-a)(x+b)$
- $a^{2x} - 2a^x - 3 = (a^x - 3)(a^x + 1)$
- $x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$
- $x^4 - 4x^2 - 21 = (x^2 - 7)(x^2 + 3)$
- $x^6 - 9x^3 + 8 = (x^3 - 8)(x^3 - 1)$

$=(x-2)(x^2+2x+4)(x-1)(x^2+x+1)$

ii) $A \neq 1$, $A = m.n$, $B = mq + np$, $C = pq$

$Ax^2 + Bx + C = (mx + p)(nx + q)$

mx p

nx q (çapraz kontrol edilir)

düz yazılır

- $3x^2 + 5x + 2 = (3x+2)(x+1)$

$3x$ 2

x 1

$3x + 2x = 5x$

- $3x^{10} - 4x^5 - 15 = (3x^5 + 5)(x^5 - 3)$

$3x^5$ 5

x^5 -3

$-9x^5 + 5x^5 = -4x^5$

- $3x + 2\sqrt{x} - 1 = 3\left(\sqrt{x}\right)^2 + 2\sqrt{x} - 1$

$3\sqrt{x}$ -1

$\sqrt{x}$ 1

$3\sqrt{x} - \sqrt{x} = 2\sqrt{x}$

$= \left(3\sqrt{x} - 1\right)\left(\sqrt{x} + 1\right)$

BİR DE SİZ YAPIN:

- $6x^2 + x - 2 = (3x+2)(2x-1)$
- $7a^6 - 6a^3 - 16 = (7a^3 + 8)(a^3 - 2)$
- $6x + 7\sqrt{x} - 3 = (2\sqrt{x} + 3)(3\sqrt{x} - 1)$
- $2x^2 - x - 6 = (2x+3)(x-2)$
- $5a^2 - 4ax - x^2 = (5a+x)(a-x)$

iii) Tam Kare:

x'in azalan kuvvetlerine göre yazılmış bir üç terimlinin baş ve son terimlerinin kareköklerinin çarpımlarının iki katı ortadaki terimi veriyorsa bu bir tam karedir.

$A^2x^2 \pm Bx + C^2 = (Ax \pm C)^2$

Ax C { 2(AC)=B olacak }

$2(ACx)$

- $4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2$

2x 3

2(2x.3)=12x

- $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$

x 2

2(2x)=4x

❖ $16x^2 + 24x + 9 = (4x+3)^2$

$4x$ 3

$2(4x.3)=24x$

❖ $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = \left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2$

$\frac{1}{2}x$ 3

$2\left(\frac{1}{2}x.3\right) = 3x$

❖ $(a+b)^2 + 2(a+b) + 1 = (a+b+1)^2$

$(a+b)$ 1

$2((a+b).1)=2(a+b)$

NOT:

Size tavsiyem sık kullandığımız aşağıdaki tam kareleri sağdan sola ve soldan sağa ezberleyin.(sol tarafı görünce sağ, sağ tarafı görünce de sol taraf gözünüzde canlansın) Eminim bu size soru çözümlerinde hız kazandıracaktır.

- $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$
- $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$
- $(x-2)^2 = x^2 - 4x + 4$
- $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$
- $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$
- $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$
- $(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$
- $(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$
- $(2x-1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$
- $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Bu örnekleri siz biraz daha çoğaltabilirsiniz.

iv) Terim Ekleme-Çıkarma:

Bu tür ifadelerde Çarpanlarına ayırmak için bir terim eklemek ve aynı terimi ifade bozulmasın diye çıkarmak gerekir. Genellikle eklediğiniz terim bir tam kare yaparken, bu tam kare ile çıkardığınız terim de iki kare farkı oluşturur. Aşağıdaki örneği inceleyiniz.

❖ $x^4 + x^2 + 25$ ifadesini çarpanlarına ayıralım. İfade eğer $x^4 + 10x^2 + 25$ olsaydı bir tam kare olurdu. O halde ne eksik.. tabi ki $9x^2$ eksik.. e o zaman $9x^2$'yi bir ekleyelim bir de çıkaralım

$x^4 + x^2 + 25 + 9x^2 - 9x^2$

$(x^4 + 10x^2 + 25) - 9x^2$

$(x^2 + 5)^2 - (3x)^2$ (bu da iki kare farkı)

$(x^2+5-3x)(x^2+5-3x)$

Son olarak ifadeyi x'in azalan kuvveti şeklinde düzenlersek

$(x^2-3x+5)(x^2-3x+5)$ elde edilir.

❖ $x^4 + 4$ ifadesini çarpanlarına ayıralım

Bu ifade eğer $x^4 + 4x^2 + 4$ olsaydı bir tam kare olurdu. O halde

$x^4 + 4 + 4x^2 - 4x^2$

$x^4 + 4x^2 + 4 - 4x^2$

$(x^2 + 2)^2 - (2x)^2$ (iki kare farkı)

$(x^2+2-2x)(x^2+2+2x)$

Son olarak ifadeyi x'in azalan kuvveti şeklinde düzenlersek

$(x^2-2x+2)(x^2+2x+2)$ olur.

BİR DE SİZ YAPIN:

❖ $x^4 + x^2 + 1 = (x^2 - x + 1)(x^2 + x + 1)$

❖ $x^4 - 3x^2 + 9 = (x^2 - 3x + 3)(x^2 + 3x + 3)$

❖ $x^{12} - 15x^6 + 25 = (x^6 - 5x^3 + 5)(x^6 + 5x^3 + 5)$

v) Tam Kareye Tamamlama:

(Terim ekleme-çıkarmanın farklı bir versiyonu)

$Ax^2 + Bx + C$ ifadesinde ;

✓ A=1 ise $\left(\frac{B}{2}\right)^2$ ifadesi eklenip çıkarılır.

$$\underbrace{x^2 + Bx + \left(\frac{B}{2}\right)^2}_{\left(x+\frac{B}{2}\right)^2} + C - \left(\frac{B}{2}\right)^2$$

✓ A≠1 ise $A\left(x^2 + \frac{B}{A}x + \frac{C}{A}\right)$ şeklinde

paranteze alınıp parantez içine $\left(\frac{B}{2A}\right)^2$ eklenip

çıkarılır.

$$A\left(\underbrace{x^2 + \frac{B}{A}x + \left(\frac{B}{2A}\right)^2}_{\left(x+\frac{B}{2A}\right)^2} + \frac{C}{A} - \left(\frac{B}{2A}\right)^2\right)$$

Görüntü biraz karışık gibi dursa da korkmayın sayı kullanıldığında o kadar da zor değil.

❖ $x^2 + x + 4$ ifadesini tam kare yapalım baş katsayı 1 olduğundan

$x^2 + Bx + C$ formuna göre b=1 dir.

eklenip-çıkarılacak terim $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ dir

$$\underbrace{x^2 + x + \left(\frac{1}{2}\right)^2} + 4 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{4}$$ olur.

❖ $x^2 + 2x + 4$ ifadesini tam kare yapalım baş katsayı 1 olduğundan

eklenip-çıkarılacak terim $\left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1$ dir

$$\underbrace{x^2 + 2x + 1}_{\downarrow} + 4 - 1$$

$(x+1)^2 + 3$ bulunur.

❖ $3x^2 - 6x + 15$ 4 ifadesini tam kare yapalım. İlkin 3 parantezine almak gerekir. Gerisi önceki örnekle aynı

$$3x^2 - 6x + 15 = 3(x^2 - 2x + 5)$$

parantez içine $\left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1$ ekleyip çıkaralım

$$= 3\left(\underbrace{x^2 - 2x + 1}_{\downarrow} + 5 - 1\right)$$

$= 3[(x-1)^2+4]$ bulunur.

(Tam kare başlığında size dediğim gibi ezber yaptıysanız ifadenin tamkare olması için 1'e gerek olduğunu hemen görüp $\left(\frac{2}{2}\right)^2 = 1$ işlemini atlar ve daha kısa sürede soruyu çözersiniz)

❖ $2x^2 + 8x + 6 = 2(x^2 + 4x + 3)$
$= 2(x^2 + 4x +4+ 3-4)$
$= 2[(x+2)^2-1]$ bir adım daha ilerleyip iki kare farkını da kullanırsak
$= 2(x+2-1)(x+2+1)$
$= 2(x+1)(x+3)$ buluruz.

BİR DE SİZ YAPIN:

❖ $x^2 + 4x + 2 = (x+2)^2 - 2$
❖ $a^2 + 6a + 3 = (a+3)^2 - 6$
❖ $2x^2 + 4x + 6 = 2(x+1)^2 + 4$
❖ $a^2 - 10a + 15 = (a - 5)^2 - 10$

vi) Sadeleştirme Ve Dört İşlem:

❖ $$\frac{\frac{1}{x}+1}{x+2}+\frac{\frac{1}{x}}{x+2}=\frac{\frac{1}{x}+1+\frac{1}{x}}{x+2}=\frac{\frac{2}{x}+1}{x+2}$$

$$=\frac{\frac{x+2}{x}}{\frac{x+2}{1}}=\frac{\cancel{x+2}}{x}\cdot\frac{1}{\cancel{x+2}}=\frac{1}{x}$$

❖ $$\frac{(A^2-b^2)}{a^2+b^2+ab}\cdot\frac{a+b}{a^2+b^2+2ab}\cdot\frac{a^3-b^3}{(a^2-b^2)^2}=$$

$$\frac{\mathbf{(a-b)(a+b)}}{\mathbf{a^2+ab+b^2}}\cdot\frac{\mathbf{a+b}}{\mathbf{a^2+2ab+b^2}}\cdot\frac{\mathbf{(a-b)(a^2+ab+b^2)}}{\mathbf{(a^2-b^2)(a^2-b^2)}}$$

$$=\frac{(\cancel{a+b})}{(a+b)^2}\cdot\frac{(\cancel{a-b})}{(\cancel{a^2-b^2})}$$

$=\frac{1}{(a+b)^2}$ bulunur.

❖ $$\frac{x^3+8}{x^3-8}:\frac{x^2-2x+4}{x^2+2x+4}=$$

$$=\frac{(x+2)(\cancel{x^2-2x+4})}{(x-2)(\cancel{x^2+2x+4})}\cdot\frac{\cancel{x^2+2x+4}}{\cancel{x^2-2x+4}}$$

$=\frac{x+2}{x-2}$ olur.

GENEL ÖRNEKLER

ÖRNEK (1)

$$2x+3-\frac{2x^2+3x-9}{2x-3}=?$$

ÇÖZÜM:

$2x^2+3x-9=(2x-3)(x+3)$

$$\begin{array}{cc} 2x & -3 \\ x & 3 \end{array}$$

$6x-3x=3x$ ortayı verdiği için düz yazılır.

şimdi bulunan bu çarpanlar yerine yazılır.

$$2x+3-\frac{2x^2+3x-9}{2x-3}=2x+3-\frac{(\cancel{2x-3})(x+3)}{\cancel{2x-3}}=$$

= 2x+3-x-3

= x bulunur.

ÖRNEK (2)

$$\frac{a.\sqrt{b}-b.\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\frac{1-ab}{\sqrt{ab}-1}=?$$

ÇÖZÜM:

$a=\left(\sqrt{a}\right)^2$, $b=\left(\sqrt{b}\right)^2$ ve $ab=\left(\sqrt{ab}\right)^2$

yazılabilir.

$$\frac{a.\sqrt{b}-b.\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\frac{1-ab}{\sqrt{ab}-1}=$$

$$=\frac{\left(\sqrt{a}\right)^2\sqrt{b}-\left(\sqrt{b}\right)^2\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\frac{1-\left(\sqrt{ab}\right)^2}{\sqrt{ab}-1}$$

$$=\frac{\sqrt{a}\sqrt{b}\left(\cancel{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right)}{\cancel{\sqrt{a}-\sqrt{b}}}+\frac{\left(\cancel{1-\sqrt{ab}}\right)\left(1+\sqrt{ab}\right)}{-\left(\cancel{1-\sqrt{ab}}\right)}$$

$=\sqrt{ab}-1-\sqrt{ab}=-1$ bulunur.

ÖRNEK (3)

$$x+\frac{4}{\sqrt{x}}=17 \Rightarrow x+4\sqrt{x}=?$$

ÇÖZÜM:

17 yi 16+1 diye ayırıp aşağıdaki gibi gruplandırırsak;

$$x+\frac{4}{\sqrt{x}}=17 \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{\sqrt{x}}-1=16-x$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{4-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\cancel{=}\left(\cancel{4-\sqrt{x}}\right)\left(4+\sqrt{x}\right)$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{x}+x=1$$ elde edilir.

ÖRNEK (4)

$$\frac{a^3+a^{-8}-a^8}{a^{-6}-a^{10}+a^5}=\frac{1}{4}$$

ise a'nın alabileceği değerler toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

Pay ve paydayı en küçük üs parantezine alalım

$$\frac{a^3+a^{-8}-a^8}{a^{-6}-a^{10}+a^5}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a^{-8}\left(\cancel{a^{11}+1-a^{16}}\right)}{a^{-6}\left(\cancel{1-a^{16}+a^{11}}\right)}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a^{8-6}}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{a^2}}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$\Rightarrow |a|=\frac{1}{2}$$ buradan,

$a=-\frac{1}{2}$ ve $a=+\frac{1}{2}$ bulunur.

Bunların toplamı da

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$$ olur.

ÖRNEK (5)

$a^4-4a^3+3a^2+2a-1=0$ ve $a<0$ ise

$$\frac{a-1}{a-2}+a+2=?$$

ÇÖZÜM:

$(a^4-4a^3+4a^2-a^2+2a-1=0$,

$a^2(a^2-4a+4)=a^2-2a+1$

$a^2(a-2)^2=(a-1)^2$

her iki tarafın karekökü alınırsa,

$$\sqrt{a^2(a-2)^2}=\sqrt{(a-1)^2}$$

$a(a-2) = -(a-1)$

$(a-1) = - a(a-2)$

bu ifade soruda yerine yazılır.

$$\frac{a-1}{a-2}+a+2=\frac{-a(\cancel{a-2})}{\cancel{a-2}}+a+2$$

$= -a +a+2$

$= 2$ bulunur.

ÖRNEK (6)

$72^2-68^2 = 40t$ ise $t^2=?$

ÇÖZÜM:

Sol tarafa iki kare farkı uygulanacak olursa

$$72^2-68^2 = 40t \Rightarrow (72-68)(72+68)= 40t$$

$$\Rightarrow 4.140=40t$$

$$\Rightarrow t=14$$

$$\Rightarrow t^2=196$$ bulunur.

ÖRNEK (7)

$(a-b-c)^2-(a+b+c)^2$ ifadesini çarpanlarına ayırın.

ÇÖZÜM:

Yine iki kare farkı…

$(a-b-c)^2-(a+b+c)^2 =$

$=[(a-b-c)-(a+b+c)]\,[(a-b-c)+(a+b+c)]$

$=[a-b-c-a-b-c]\,[a-b-c+a+b+c]$

$=(-2b-2c)(2a)$

$= -2.2a(b+c)$

$= -4a(b+c)$ elde edilir.

ÖRNEK (8)

$$x-\frac{1}{x}=6 \quad \text{ise} \quad \frac{x^5+x}{x^3}=?$$

ÇÖZÜM:

Önce isteneni biraz düzenleyelim

$\frac{x^5+x}{x^3}=\frac{x^5}{x^3}+\frac{x}{x^3}=x^2+\frac{1}{x^2}$ şimdi amaç bu ifadeyi elde etmek. Bunu da verilenin karesinden elde edeceğiz.

$$x-\frac{1}{x}=6 \quad \text{ise} \quad \left(x-\frac{1}{x}\right)^2=6^2$$

$$\Rightarrow x^2-2+\frac{1}{x^2}=36$$

$$\Rightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=38$$ buluruz.

ÖRNEK (9)

$a-b=3$ ise $a^3-b^3-3ab(a-b)+1$ ifadesi neye eşittir?

ÇÖZÜM:

$a^3-b^3=(a-b)^3+3ab(a-b)$ dir . bunu yerine yazarsak

$$=\underbrace{a^3-b^3}_{(a-b)^3+3ab(a-b)}-3ab(a-b)+1$$

$$\Big(\underbrace{a-b}_{3}\Big)^3+3ab(a-b)-3ab(a-b)+1$$

$= 3^3+1 = 28$ bulunur.

ÖRNEK (10)

$x+\frac{1}{x}=3$ ise $x-\frac{1}{x}$ 'in pozitif değeri nedir?

ÇÖZÜM:

Biz bu soruda $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ özdeşliğini kullanacağız

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\Big(\underbrace{x+\frac{1}{x}}_{3}\Big)^2-4x.\frac{1}{x}$$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=3^2-4$$

$$\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}=\sqrt{5}$$

$\left|x-\frac{1}{x}\right|=\sqrt{5}$ ve buradan

$\left(x-\frac{1}{x}\right)=\mp\sqrt{5}$ bulunur.

$\left(x-\frac{1}{x}\right)$'nin pozitif değeri $\sqrt{5}$ olur.

ÖRNEK (11)

$x+\frac{1}{x}=4$ ise $x^2-\frac{1}{x^2}$ ifadesinin pozitif değeri nedir.

ÇÖZÜM:

$x^2-\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)$ şeklinde açılabilir

burada $\left(x+\frac{1}{x}\right)$'nin değeri zaten belli bir de $\left(x-\frac{1}{x}\right)$'yi bulduk mu tamamdır.

Yine $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ özdeşliğini ihtiyaç duyduk.

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\Big(\underbrace{x+\frac{1}{x}}_{4}\Big)^2-4x.\frac{1}{x}$$

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=4^2-4$$

$$\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$$

$$\left|x-\frac{1}{x}\right|=2\sqrt{3}$$

$\left(x-\frac{1}{x}\right)=\mp2\sqrt{3}$ bulunur. bizden pozitif değer istendiğinden $2\sqrt{3}$ değerini alırız.

Sonuç:

$x^2-\frac{1}{x^2}=\Big(\underbrace{x-\frac{1}{x}}_{2\sqrt{3}}\Big)\Big(\underbrace{x+\frac{1}{x}}_{4}\Big)=8\sqrt{3}$ olur

ÖRNEK (12)

$\frac{(x+3)^2-(y-5)^2}{x+y-2}=2$ ise x–y=?

ÇÖZÜM:

$$\frac{(x+3)^2-(y-5)^2}{x+y-2}=2$$

$$\frac{\left[(x+3)-(y-5)\right]\left[(x+3)+(y-5)\right]}{x+y-2}=2$$

$$\frac{[x+3-y+5][x+3+y-5]}{x+y-2}=2$$

$$\frac{[x-y+8]\left[\cancel{x+y-2}\right]}{\cancel{x+y-2}}=2$$

x-y+8 = 2 → x-y = -6 olur.

ÖRNEK (13)

$$\frac{(x+y)^2-1}{(x+1)^2-y^2}=?$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{(x+y)^2-1}{(x+1)^2-y^2}=\frac{(x+y-1)\left(\cancel{x+y+1}\right)}{(x+1-y)\left(\cancel{x+1+y}\right)}$$

$=\frac{(x+y-1)}{(x+1-y)}$ bulunur.

ÖRNEK (14)

$x^2-9x+7=0$ ise $x+\frac{7}{x}=?$

ÇÖZÜM:

Her tarafı x'e bölersek

$$\frac{x^2-9x+7}{x}=\frac{0}{x}$$

$$\frac{x^2}{x}-\frac{9x}{x}+\frac{7}{x}=0$$

$x-9+\frac{7}{x}=0$ ve buradan $x+\frac{7}{x}=9$ bulunur.

ÖRNEK (15)

$x^a - y^b = 5$ ve $x^a y^b = 3$ ise $x^{3a} - y^{3b} = ?$

ÇÖZÜM:

Küplerin farkı özdeşliğini ifadeye uygularsak

$$x^{3a} - y^{3b} = \left(x^a\right)^3 - \left(y^b\right)^3$$

$$(x^a)^3 - (y^a)^3 = (x^a - y^b)^3 + 3x^a y^b (x^a - y^b)$$

$$= 5^3 + 3.3.5$$

= 125 + 45=170 elde edilir.

ÖRNEK (16)

$P(x) = x^2 - x - 6$ ve $Q(x) = x^2 + x - 12$ ifadelerinin OBEB'i nedir?

ÇÖZÜM:

Önce polinomları çarpanlarına ayıralım

$$P(x) = x^2 - x - 6 = (x+2)(x-3)$$

$$\begin{matrix} x & 2 \\ x & -3 \end{matrix}$$

$$Q(x) = x^2 + x - 12 = (x+4)(x-3)$$

$$\begin{matrix} x & 4 \\ x & -3 \end{matrix}$$

OBEB ortak bölenlerin en büyüğü olduğundan P(x) ve Q(x) in ortak çarpanları bize OBEB'i verecektir.

P(x) ve Q(x) in ortak çarpanı (x-3) olduğundan OBEB(P(x),Q(x)) = (x-3) olur.

ÖRNEK (17)

$$\frac{x - y - \sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

ifadesinin en sade şeklini bulunuz?

ÇÖZÜM:

$x = \left(\sqrt{x}\right)^2$ ve $y = \left(\sqrt{y}\right)^2$ olduğunu öğrendik soruda yerine yazarsak

$$\frac{x - y - \sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{\overbrace{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2}^{iki\ kare\ farkı} - \sqrt{x} + \sqrt{y}}{1 - \sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right) - \left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)}{1 - \sqrt{x} - \sqrt{y}}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right)\left(\cancel{\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right) - 1}\right)}{-\left(\cancel{-1 + \sqrt{x} + \sqrt{y}}\right)}$$

$$= -\left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right) = \sqrt{y} - \sqrt{x} \text{ olur.}$$

ÖRNEK (18)

$\left(x - \dfrac{1}{x}\right)^2 = 21$ ise $x + \dfrac{1}{x}$ ifadesinin negatif değerini bulunuz.

ÇÖZÜM:

[$(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$] olduğunu hatırlayın

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.\cancel{x}.\frac{1}{\cancel{x}} = 21$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 21$$

$$\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} = \sqrt{25}$$

$$\left|x + \frac{1}{x}\right| = 5$$

$x + \dfrac{1}{x} = 5$ ve $x + \dfrac{1}{x} = -5$ bulunur. bizden negatif değer sorulduğundan cevabımız -5 olur.

ÖRNEK (19)

$c-b = a+b = 6$ ise $a^2-2b^2+c^2 = ?$

ÇÖZÜM: (1. Yol)

$a^2-2b^2+c^2$ ifadesini iki tane iki kare farkına benzetelim

$a^2-2b^2+c^2 = a^2-b^2+c^2-b^2$

$$=(a-b)\underbrace{(a+b)}_{6}+\underbrace{(c-b)}_{6}(c+b)$$

$$=6a-\cancel{6b}+6c+\cancel{6b}$$

$= 6a+6c$

$= 6(a+c)$ ....(1)

şimdi de (a+c)'yi bulalım

$c-b = a+b = 6$ ifadesinden iki ayrı denklem bulunur ve alt alta toplanırsa

$c-b = 6$

$\underline{a+b = 6}$

$a+c = 12$ şimdide bu değeri (1) denkleminde yerine yazalım

$6(a+c)=6.12 = 72$ bulunur.

2.yol

1.yol çözümünü incelediğinizde b'nin çözüm esnasında yok olduğunu görürsünüz. Buradan hareketle biz b=0 alarak denklemi çözersek

$c-b = a+b = 6$ denkleminde b=0 seçildiğinde

$c-0 = a+0 = 6$

$c = a = 6$ bulunur . şimdi bu değerleri soruda yerine yazalım

$a^2-2b^2+c^2 = 6^2 - 2.0^2 + 6^2 = 36+ 36 = 72$ bulunur.

ÖRNEK (20)

$$\left.\begin{aligned} mx+ny&=21\\ nx+my&=15\\ m\ +\ n&=6 \end{aligned}\right)\ ise\quad x+y=?$$

ÇÖZÜM:

İlk iki denklemi alt alta toplarsak

$$\begin{array}{rl} & mx+ny=21\\ + & \underline{nx+my=15} \end{array}$$

$x(m+n) + y(m+n) = 36$

$$\underbrace{(m+n)}_{6}(x+y)=36$$

$x+y = 6$ bulunur.

ÖRNEK (21)

$x^2 + y^2 +2x +4y +5 = 0$ ise $x+y=?$

ÇÖZÜM:

$x^2 + y^2 +2x +4y +5 = 0$ tipindeki sorularda her zaman tam kare ifadeleri bulmaya çalışın

$$\underbrace{x^2+2x+1}_{\downarrow}+\underbrace{y^2+4y+4}_{\downarrow}=0$$

$(x+1)^2 \quad + \quad (y+2)^2 = 0$

kareli iki terimin sıfır olması için ikisinin de sıfır olması gerekir. Buradan,

$x+1 = 0 \rightarrow x = -1$ ve $y+2 = 0 \rightarrow y = -2$

sonuç: $x+y = -1-2 = -3$ elde edilir.

ÖRNEK (22)

$x^2+2y^2–2xy–4y+4=0$ ise $x + y =?$

ÇÖZÜM:

$x^2+2y^2–2xy–4y+4=0$

$$\underbrace{x^2-2xy+y^2}_{(x-y)^2}+\underbrace{y^2-4y+4}_{(y-2)^2}=0$$

y-2 = 0→ y = 2 ve x-y = 0 → x =y=2

o halde x+y = 2+2 = 4 bulunur.

ÖRNEK (23)

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=5$ ve $x+y+z=2x.y.z$ olduğuna

göre $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=?$

ÇÖZÜM:

Bu soruda

$(a + b + c)^2=a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$

özdeşliği kullanılacak

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=5$ her iki tarafın karesi alınırsa

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2=5^2$$

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+2.\left(\underset{(z)}{\frac{1}{xy}}+\underset{(y)}{\frac{1}{xz}}+\underset{(x)}{\frac{1}{yz}}\right)=25$$

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+2.\left(\frac{x+y+z}{xyz}\right)=25$$

$x+y+z=2x.y.z$ olarak verildiğinden

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+2.\left(\frac{2\cancel{xyz}}{\cancel{xyz}}\right)=25$$

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+4=25$$

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=21$$ olur.

ÖRNEK (24)

2.a.b ifadesinde a, 2 azalır, b de 4 azalırsa çarpım ne kadar azalır?

ÇÖZÜM:

a, 2 azalır, b de 4 azalırsa 2.a.b →2.(a-2)(b-4)

2.(a-2)(b-4)=2.(ab-4a-2b+8)=2ab-8a-4b+16

şimdi bunu 2.a.b ‘den çıkaralım

2.a.b – (2ab-8a-4b+16)= 2.a.b – 2ab+8a+4b-16

= 8a+4b-16

=4(2a+b–4) azalır.

ÖRNEK (25)

$\frac{a^{\frac{1}{2}}-1}{a^{\frac{1}{4}}-1}=17$ ise a=?

ÇÖZÜM:

$$\frac{a^{\frac{1}{2}}-1}{a^{\frac{1}{4}}-1}=17 \Rightarrow \frac{\left(\cancel{a^{\frac{1}{4}}-1}\right)\left(a^{\frac{1}{4}}+1\right)}{\cancel{a^{\frac{1}{4}}-1}}=17$$

$$\Rightarrow a^{\frac{1}{4}}+1=17$$

$$\Rightarrow a^{\frac{1}{4}}=16=2^4$$

$$\Rightarrow \left(a^{\frac{1}{4}}\right)^4=\left(2^4\right)^4 \Rightarrow a=2^{16}$$

ÖRNEK (26)

2x–3y=5 ise

$8x^3-36x^2y+54xy^2+12-27y^3=?$

ÇÖZÜM:

$8x^3-36x^2y+54xy^2+12-27y^3$ ifadesi bir küp açılımına benziyor. 2x–3y=5 ifadesinin her iki tarafının küpünü alıp bir bakalım neye benzeyecek

$$(2x-3y)^3=5^3$$

$$(2x)^3-3.(2x)^2.(3y)+3.(2x).(3y)^2-(3y)^3=125$$

$$8x^3-36x^2y+54xy^2-27x^3=125$$

gördüğünüz gibi sorunun çözümü verilende gizli. şimdi soruyu bir düzenleyelim

$$\underbrace{8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3}_{125}+12=$$

125+12=137 bulunur.

ÖRNEK (27)

$$\frac{x^2+2mx-16}{x^2+2x-8}$$

kesri sadeleşebilen bir kesir ise m'nin alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM:

$\frac{x^2+2mx-16}{x^2+2x-8}=\frac{x^2+2mx-16}{(x+4)(x-2)}$ ifadesi sadeleşiyorsa pay'ın çarpanlarından biri ya (x+4) veya (x-2) dir.

(x+4) bir çarpan ise ;

$x^2+2mx-16 = (x+4).(x+a)$ olmalıdır.

x+4=0 yapılır ve x = -4 denklemde yerine yazılırsa

$x^2+2mx-16 = (x+4).(x+a)$

$4^2+2m.4-16 = (-4+4)(-4+a)$

$16+8m-16 = 0$

$8m=0 \rightarrow m = 0$

(x-2) bir çarpan ise ;

$x^2+2mx-16 = (x-2).(x+b)$ olmalıdır.

x-2=0 yapılır ve x = 2 denklemde yerine yazılırsa

$x^2+2mx-16 = (x-2).(x+b)$

$2^2+2m.2-16 = (2-2)(2+b)$

$4+4m-16 = 0$

$4m = 12$

$m = 3$

m'nin alabileceği değerler çarpımı da 0.3=0 olur. (Bundan sonra bu tip sorularda direk çarpanı sıfıra eşitleyip sadeleşmesi istenen denklemde yerine yazar ve sıfıra eşitlersek işimiz daha çabuk biter)

ÖRNEK (28)

999.76–1001.72=?

ÇÖZÜM:

$$\underbrace{999}_{a}.\underbrace{76}_{b+4}-\underbrace{1001}_{a+2}.\underbrace{72}_{b}=a.(b+4)-(a+2).b$$

$$=\cancel{ab}+4a-\cancel{ab}-2b$$

= 4.999 - 2.72

= 3996 – 144

= 3852 olur.

ÖRNEK (29)

$x^2-x+2=0$ ise x^3'in x cinsinden değeri nedir?

ÇÖZÜM:

Bu soruda küp açılımından faydalanacağız

$x^2-x+2=0 \Rightarrow x^2-x+1=-1$

şimdi her iki tarafı (x+1) ile çarpalım

$$\underbrace{(x+1)(x^2-x+1)}_{x^3+1}=-1(x+1)$$

$$x^3+1=-x-1$$

$x^3=-x-2$ bulunur.

ÖRNEK (30)

$$x^2 - x + 1 = 0 \text{ ise } x^{63} = ?$$

ÇÖZÜM:

$x^2 - x + 1 = 0$ ifadesinin her iki tarafı (x+1) ile çarpılırsa;

$$\underbrace{(x+1)(x^2-x+1)}_{x^3+1} = 0.(x+1)$$

$$x^3 + 1 = 0$$

$$x^3 = -1$$

şimdi x^{63}'e ulaşmak için $x^3 = -1$ denkleminin 21. kuvvetini alırız

$$\left(x^3\right)^{21} = (-1)^{21}$$

$x^{63} = -1$ bulunur.

NOT:

$(ax+b)^{2n} \geq 0$ olduğundan derecesi çift olan bir ifadenin en küçük değeri 0 (sıfır) dır.(ax+b=0)

ÖRNEK (31)

$a^2 + b^2 - 4a + 6b + 15$ ifadesinin minimum değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$a^2 + b^2 - 4a + 6b + 15$ ifadesini tam karelere tamamlayalım. 15 sayısını 4-9-2 şeklinde ayırıp aşağıdaki gibi düzenlersek

$$\underbrace{a^2 - 4a + 4}_{(a-2)^2} + \underbrace{a^2 + 6b + 9}_{(a+3)^2} + 2$$

$(a-2)^2 + (b+3)^2 + 2$ elde edilir.

İfadenin minimum değeri sorulduğundan düşünüyoruz çift kuvvete sahip bir ifade en az ne olabilir…. Tabi ki 0 (sıfır) olur.(negatif olamayacağına göre)

a=2 ve b = -3 seçersek

$(a-2)^2 + (b+3)^2 + 2 = 0 + 0 + 2 = 2$

en az değer olur.

ÖRNEK (32)

$x \in R,\ \dfrac{15 - x^2 + 6x}{4}$ kesrinin en büyük değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$\dfrac{15\text{-}x^2 + 6x}{4}$ kesrinin en büyük değeri için pay'ın büyük olmasını sağlamalıyız. İzleyelim… görelim..

$$\frac{15\text{-}x^2+6x}{4} = \frac{15\text{-}x^2+6x-9+9}{4}$$

$$= \frac{15\text{-}\left(x^2-6x+9\right)+9}{4}$$

$$= \frac{24\text{-}(x\text{-}3)^2}{4}$$

ifadenin pay'ının büyük olması lazım demiştik $24\text{-}(x\text{-}3)^2$ ifadesinin en büyük olması için 24'ten mümkün olan en küçük sayı çıkarılmalı yani $(x\text{-}3)^2$ ifadesi küçük olmalıdır.

$(x\text{-}3)^2$ ifadesi en küçük 0(sıfır olduğundan

$$\frac{24 - \overbrace{(x-3)^2}^{0}}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

en büyük değer 6 olur.

ÖRNEK (33)

$$\sqrt{19.21+1}=?$$

ÇÖZÜM:

19 ve 21 sayılarını 20 cinsinden yazarsak;

$$\sqrt{19.21+1}=\sqrt{(20-1)(20+1)+1}$$

$$=\sqrt{\left(20^2-1\right)+1}=\sqrt{20^2}=20$$

bulunur.

ÖRNEK (34)

$$\sqrt{15.16.17.18+1}=?$$

ÇÖZÜM:

Çarpmada değişme özelliği olduğundan önce 15.18 ve 16.17 çarpımlarını bulalım(bu sayıların çarpımı birbirine yakın çıkacaktır)

15.18 = 270 ve 16.17 = 272

$$\sqrt{270.272+1}$$

sonra bu değerleri, sayıların tam ortasındaki sayı cinsinden ifade edelim

$$\sqrt{(271-1)(271+1)+1}=\sqrt{(271^2-1)+1}$$

$=\sqrt{271^2}=271$ bulunur.

ÖRNEK (35)

$x^3+y^3=25$ ve $x+y=3$ ise $x.y=?$

ÇÖZÜM:

Küpler toplamı açılımını kullanırsak

$$x^3+y^3=\Big(\underbrace{x+y}_{3}\Big)^3-3xy\Big(\underbrace{x+y}_{3}\Big)=25$$

$$3^3-3xy.3=25 \quad\rightarrow\quad 9xy=2$$

$xy=\dfrac{2}{9}$ elde edilir.

ÖRNEK (36)

$$\frac{\left(x^2-y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)}{\left(x^3-y^3\right)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)}$$

ifadesinin en sade şekli nedir?

(ÖSS-2003)

ÇÖZÜM:

Özdeşliklerden yararlanarak ifadeyi parçalayalım

$$\frac{\left(x^2-y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)}{\left(x^3-y^3\right)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)}$$

$$=\frac{\cancel{(x-y)}(x+y)\cancel{\left(x^2+xy+y^2\right)}}{\cancel{(x-y)}\cancel{\left(x^2+xy+y^2\right)}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)}$$

$$=\frac{(x+y)}{\left(\underset{(y)}{\frac{1}{x}}+\underset{(x)}{\frac{1}{y}}\right)}$$

$$=\frac{(x+y)}{\left(\frac{x+y}{xy}\right)}=\cancel{(x+y)}.\frac{xy}{\cancel{(x+y)}}$$

= xy buluruz

ÖRNEK (37)

x>0 olmak üzere

$$\left(x^2-\frac{4}{x^2}\right)\frac{x}{3x+2}=\frac{x^2+2}{x}$$ ise x=?

(ÖSS-2002)

ÇÖZÜM:

$$\underbrace{\left(x^2-\frac{4}{x^2}\right)}_{iki\ kare\ farkı\ uygularsk}\frac{x}{3x+2}=\frac{x^2+2}{x}$$

$$\left(x-\frac{2}{x}\right)\left(\cancel{x+\frac{2}{x}}\right)\frac{x}{3x+2}=\cancel{x+\frac{2}{x}}$$

$$\left(\frac{x^2-2}{\cancel{x}}\right)\frac{\cancel{x}}{3x+2}=1 \rightarrow \quad \frac{x^2-2}{3x+2}\cancel{x}1$$

$x^2-2=3x+2$ ve $x+\frac{2}{x}=0$

$\downarrow$ $\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\downarrow$

$$x^2-3x-4=0 \qquad\qquad \frac{x^2+2}{x}\cancel{x}0$$

$$\begin{array}{cc} x & -4 \\ x & 1 \end{array}$$

(x-4)(x+1)=0 $\qquad\qquad$ $x^2+2=0$

$x^2\neq -2$

kök yok

x-4=0 $\quad$ x+1=0

x = 4 $\quad$ x = -1

x>0 dendiğinden cevap 4 olur.

ÖRNEK (38)

$$\frac{a^2-2bc-2ac-b^2}{a+b}$$ ifadesinin en sade şekli nedir?

(ÖSS-2002)

ÇÖZÜM:

$$\frac{\boldsymbol{a^2-2bc-2ac-b^2}}{\boldsymbol{a+b}}=\frac{\overbrace{\boldsymbol{a^2-b^2}}^{iki\ kare\ farkı}\ \boldsymbol{-2bc-2ac}}{\boldsymbol{a+b}}$$

$$=\frac{(a-b)(a+b)-2c(b+a)}{a+b}$$

$$=\frac{\cancel{(a+b)}((a-b)-2c)}{\cancel{a+b}}$$

= a-b-2c sorunun cevabıdır.

ÖRNEK (39)

a+b=1 ve $a^3+b^3=\frac{7}{16}$ olduğuna göre a.b=?

(ÖSS-2001)

ÇÖZÜM:

Küplerin toplamı özdeşliğini kullanırsak

$$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=\frac{7}{16}$$

$$(1)^3-3ab(1)=\frac{7}{16}$$

$$3ab=1-\frac{7}{16}=\frac{9}{16}$$

$$ab=\frac{3}{16}$$ bulunur.

ÖRNEK (40)

x>0 ve a=2^x olduğuna göre $\dfrac{4^{x+1}-4}{2^{x+1}-2}$ ifadesinin a türünden eşiti nedir? **(ÖSS-2001)**

ÇÖZÜM:

Önce ifadenin elini yüzünü bir toparlayalım, sonra sadeleştirmelere başlarız

$$\frac{4^{x+1}-4}{2^{x+1}-2}=\frac{4.4^x-4}{2.2^x-2}=\frac{\overset{2}{\cancel{4}}\left(4^x-1\right)}{\cancel{2}\left(2^x-1\right)}$$

$$=\frac{2\left(\left(2^x\right)^2-1\right)}{\left(2^x-1\right)}=\frac{2\left(\cancel{2^x-1}\right)\left(2^x+1\right)}{\left(\cancel{2^x-1}\right)}=2\left(2^x+1\right)$$

şimdi 2^x = a yazalım

$2\left(2^x+1\right)=2\left(a+1\right)$ elde ederiz.

KONUMUZ BİTTİ. ŞİMDİ TESTLERE GEÇEBİLİRSİNİZ

DİLERSENİZ KONU ANLATIMINI BİR DE YOUTUBE KANALIMIZDAN VİDEO OLARAK DA İZLEYEBİLİRSİNİZ

Youtube kanalımız: CEBİR HOCAM

Başarılar diliyorum

İbrahim Halil BABAOĞLU

Matematik Öğretmeni