

MUTLAK DEĞER

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere;

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \text{ ise} \\ -a, & a < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

a ve b reel sayı olmak üzere;

- 1) $|a| \geq 0$ dır. Eğer $a = 0$ ise $|a| = 0$ dır.
- 2) $|a| = |-a|$
- 3) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
- 4) $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, (b \neq 0)$
- 5) $a > 0, x \in R$ ve $|x| < a$ ise
 $-a < x < a$ dır.
- 6) $|x| > a$ ise $x > a$ veya $x < -a$ dır.
- 7) $a < |x| < b \Rightarrow a < x < b$ veya $a < -x < b$
- 8) $|a + b| \leq |a| + |b|$
- 9) $\|a| - |b\| \leq |a - b|$
- 10) $|a|^2 = |a^2| = a^2$
- 11) $\sqrt{a^2} = |a|$
- 12) $|x| = |y| \Rightarrow x = -y$ ve $x = y$
- 13) $|x| = a$ ise $x = +a$ ve $x = -a$
- 14) $n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere $|x^n| = |x|^n$ dır.
- 15) $|f(x)| > |g(x)| \Rightarrow f^2(x) > g^2(x)$

NOT: Küçük – büyük \rightarrow negatif
 Büyük – küçük \rightarrow pozitif

NOT: mutlak değerli sorularda ilk yapılacak olan şey, mutlak değer için işaretinin tespitidır.

Sonrası kolay mutlak değerin içi pozitif ise olduğu gibi çıkarılır. Mutlak değerin içi negatif ise ifadenin önüne eksi bırakılarak çıkarılır.

GENEL ÖRNEKLER

ÖRNEK(1)

$a < 0 < b$ olduğuna göre

$$|a - b| + |b - 2a| + |3a - 2b| = ?$$

ÇÖZÜM:

a sayısı b 'den küçük olduğundan;

$$\begin{aligned} |a - b| + |b - 2a| + |3a - 2b| &= \\ &\quad - \quad + \quad - \\ &= -(a - b) + (b - 2a) - (3a - 2b) \\ &= -a + b + b - 2a - 3a + 2b \\ &= 4b - 6a \end{aligned}$$

ÖRNEK(2)

$a < 0 < b$ olduğuna göre

$$\sqrt{16a^2} + \sqrt[3]{8a^3} + \sqrt[4]{b^4} - \sqrt[4]{a^4} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \sqrt{16a^2} + \sqrt[3]{8a^3} + \sqrt[4]{b^4} - \sqrt[4]{a^4} &= \\ &\quad - \quad + \quad - \\ &= |4a| + 2a + |b| - |a| \\ &= -4a + 2a + b - (-a) \\ &= b - a \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK(3)

$2 < x < 5$ olmak üzere

$$|x - 5| + |3x - 6| + |-5| - |2^{-2}| = ?$$

ÇÖZÜM:

x 'in aralık içinde verildiği sorularda mutlak değerlerin işaretini belirlemek için x 'in verilen aralıktaki herhangi bir değeri kullanılabilir.
Bu soruda x 'in 3 olduğunu varsayırsak

$$\begin{aligned} |x - 5| + \underbrace{|3x - 6|}_{-} + |-5| - |2^{-2}| &= \\ &= -(x-5) + (3x-6) + -(-5) - \left(\frac{1}{4}\right) \\ &= -x+5+3x-6+5-\frac{1}{4} \\ &= 2x+4-\frac{1}{4} \\ &= 2x+\frac{15}{4} \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK(4)

$x < 0 < y$ olmak üzere

$$|x - 2y| + x - |x - |y - x|| = ?$$

ÇÖZÜM:

$x < y$ olduğundan $x-y < 0$ ve $x-2y < 0$ olur.
 $x-y < 0$ ise $y-x > 0$ dır.

$$\begin{aligned} |x - 2y| + x - \underbrace{|x - |y - x||}_{+} &= \\ &= -(x - 2y) + x - |x - (y - x)| \\ &= -x + 2y + x - \underbrace{|2x - y|}_{-} \\ &= -x + 2y + x - [-(2x - y)] \\ &= -x + 2y + x + 2x - y \\ &= 2x + y \text{ olur.} \end{aligned}$$

(Bu tip soruların mutlak değer içlerinin işaretleri x ve y 'ye uygun değerler verilerek de tespit edilebilir. Siz bu soruyu birde değer vererek işaret bulma yolu ile çözmeyi deneyin. Ancak verdığınız değerlerin sorunun cevabını değil işaretleri bulmak için olduğunu unutmayın)

ÖRNEK(5)

$1 < x < 2$ olmak üzere

$$|x + 2| - |x - 2| + |x - |x - 1|| = ?$$

ÇÖZÜM:

(x 'e 1,5 değerini vererek işaretlerini bulalım)

$$\begin{aligned} |x + 2| - |x - 2| + \underbrace{|x - |x - 1||}_{+} &= \\ &= x+2-[-(x-2)] + \underbrace{|x - x - 1|}_{+} \\ &= x+2+x-2+1 = 2x+1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK(6)

$$\left(\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + 3 \right) \cdot \sqrt{3} - \sqrt{5} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\left(\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} + 3 \right) \cdot \sqrt{3} - \sqrt{5} =$$

(kök derecesi çift ise ifade dışarı mutlak değer içinde çıkar.)

$$\begin{aligned} &\left(\underbrace{|1-\sqrt{3}|}_{-} + \underbrace{|2-\sqrt{5}|}_{-} + 3 \right), \underbrace{|\sqrt{3}-\sqrt{5}|}_{-} \\ &(\sqrt{3} \cong 1,7 \text{ ve } \sqrt{5} \cong 2,2 \text{ olduğunu hatırlayın}) \\ &\left(-(1-\sqrt{3}) - (2-\sqrt{5}) + 3 \right) \cdot \left[-(\sqrt{3}-\sqrt{5}) \right] \\ &= (-1 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{5} + 3) \cdot (-\sqrt{3} + \sqrt{5}) \\ &= (\sqrt{5} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3}) \text{ (iki kare farkından)} \\ &= (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2 \text{ bulunur} \end{aligned}$$

ÖRNEK(7)

$x < 0$ olmak üzere

$$2x + |x - |-2x|| - |-x| = ?$$

ÇÖZÜM:

$x < 0$ olduğundan, $-x > 0$ olur.

$$\begin{aligned} 2x + \left| x - |-2x| \right| - |-x| &= 2x + |x - (-2x)| - (-x) \\ &\quad + \quad + \\ &= 2x + |x + 2x| + x \\ &= 3x + |3x| \\ &\quad - \\ &= 3x - 3x = 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK(8)

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|a - 3b|$ ifadesinin en küçük değeri için $\frac{a+2b}{b-2a} = ?$

ÇÖZÜM:

$|a - 3b|$ ifadesinin en küçük değeri 0 dır.

$a - 3b = 0 \rightarrow a = 3b$ olur.

a yerine $3b$ yazarsak

$$\frac{a+2b}{b-2a} = \frac{3b+2b}{b-2 \cdot 3b} = \frac{5b}{-5b} = -1 \text{ olur.}$$

ÖRNEK(9)

x, y, z sıfırdan farklı reel sayılar ve

$$|3x - 4y| + |2y - 3z| = 0 \text{ ise } x/z = ?$$

ÇÖZÜM:

İki ifadenin toplamı sıfır ise ya bu ifadeler zıt işaretlidir(yani biri eksi biri artı), veya ikisi de sıfırdır.

Mutlak değerli bir ifade eksi olamayacağına göre bu iki ifade de sıfır olmalıdır.

buradan;

$$3x - 4y = 0 \text{ ve } 2y - 3z = 0 \text{ olur.}$$

$$\begin{aligned} 3x - 4y = 0 &\rightarrow 3x = 4y \\ 2y - 3z = 0 &\rightarrow 3z = 2y \end{aligned} \quad \left\langle \begin{array}{l} \frac{3x}{3z} = \frac{4y}{2y} \\ \frac{x}{z} = 2 \end{array} \right.$$

$$\frac{x}{z} = 2 \text{ elde edilir.}$$

ÖRNEK(10)

$x > 2$ olmak üzere

$$|x-2| + |3-2x| = 7 \text{ ise } x = ?$$

ÇÖZÜM:

$x > 2$ ise (örneğin x 'i 3 varsayıp işaretleri bulalım).

Bu değerin x 'in gerçek değeri olmadığını unutmayın)

$$|x-2| + \underbrace{|3-2x|}_{-} = 7$$

$$x-2-(3-2x)=7$$

$$x-2-3+2x=7$$

$$3x=7+5$$

$$3x=12$$

$$x=4 \text{ olur.}$$

ÖRNEK(11)

$$-1 < x < 0 \text{ için } \frac{|x^2 - |x^3||}{||x|^2 - |-x|^3||} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{|x^2 - |x^3||}{||x|^2 - |-x|^3||} = \frac{\left| \begin{matrix} x^2 & - |x^3| \\ + & - \end{matrix} \right|}{\left| \begin{matrix} |x|^2 & - |-x|^3 \\ + & - \end{matrix} \right|} = \frac{|x^2 + x^3|}{|(-x)^2 - (-x)^3|}$$

$$= \frac{|x^2 + x^3|}{|x^2 + x^3|} = 1 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK(12)

$$|a-3| + |b+2| + |c+5| = 0 \text{ ise } a-2b+c=?$$

ÇÖZÜM:

Toplamların sıfır olması için hepsinin ayrı ayrı sıfır olması gereklidir.

$$a-3 = 0 \rightarrow a = 3$$

$$b+2 = 0 \rightarrow b = -2$$

$$c+5 = 0 \rightarrow c = -5$$

o halde

$$a-2b+c = 3-2(-2)+(-5) = 3+4-5 = 2 \text{ olur.}$$

ÖRNEK(13)

$$|a|=a, |b|=-b \text{ olmak üzere}$$

$$|a-b| + |a| + |b| = ?$$

ÇÖZÜM:

$$|a|=a \text{ ise } a \geq 0 \text{ dır.}$$

$$|b|=-b \text{ ise } b \leq 0 \text{ dır. buradan}$$

$$|a-b| + |a| + |b| = a-b+a-b = 2a-2b \text{ dır.}$$

+ + -

ÖRNEK(14)

$|x-9|=9-x$ ve $|x-5|=x-5$ ise kaç farklı $x \in \mathbb{Z}$ vardır?

ÇÖZÜM:

$$|x-9|=9-x \text{ ise } x-9 \leq 0 \text{ ve } x \leq 9 \text{ dır.}$$

$$|x-5|=x-5 \text{ ise } x-5 \geq 0 \text{ ve } x \geq 5 \text{ dır. buradan}$$

5 \leq x \leq 9 \text{ olur.}

x 'in alabileceği değerler 5,6,7,8,9 olur. Yani 5 tane

ÖRNEK(15)

$a < 0 < b < c$ olmak üzere

$$|c+|b-a|| + ||c-b|-c| = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} & |c+|b-a|| + ||c-b|-c| \\ &= |c+b-a| + |c-b-c| \\ &= \underbrace{|c+b-a|}_{+} + \underbrace{|-b|}_{-} \\ &= c+b-a+b = 2b+c-a \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK(16)

$1 < x < 2$ olmak üzere

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{(x)^2} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{(x)^2} = \\ &= \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x)^2} \\ &= |x-2| + |x-1| + |x| \\ &= -x+2+x-1+x = x+1 \end{aligned}$$

ÖRNEK(17)

$|x-2| + |x+3|$ ifadesinin en küçük değeri kaçtır?

ÇÖZÜM:

Bu tür sorularda mutlak değer içlerini sıfır yapan değerler bulunup tüm ifadede tek tek yazılır.
Hangi değer küçük çıkarsa cevap odur.

$$x-2=0 \rightarrow x=2 \text{ ve } x+3=0 \rightarrow x=-3$$

$x=2$ için

$$|2-2| + |2+3| = 5$$

$x=-3$ için

$$|-3-2| + |-3+3| = 5$$

iki değer de eşit çıktılarından cevap 5 olur.

ÖRNEK(18)

$|x+1| + |x+3| + |x+5|$ ifadesinin en küçük değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$$x+1=0 \rightarrow x=-1, x+3=0 \rightarrow x=-3, x+5=0 \rightarrow x=-5$$

şimdi bu değerleri tek tek yazalım

$x=-1$ için

$$|-1+1| + |-1+3| + |-1+5| = 6$$

$x=-3$ için

$$|-3+1| + |-3+3| + |-3+5| = 4$$

$x=-5$ için

$$|-5+1| + |-5+3| + |-5+5| = 6$$

o halde en küçük değer 4 olur.

ÖRNEK(19)

$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere $|x-2| - |x+3|$ ifadesinin kaç farklı tamsayı değeri vardır?

ÇÖZÜM:

Her bir mutlak değer içini sıfır yapan değerler bulunur.

$$x-2=0 \rightarrow x=2 \text{ ve } x+3=0 \rightarrow x=-3$$

$$A=|x-2| - |x+3| \text{ olsun}$$

$$x=2 \text{ için } A=|2-2| - |2+3| = -5$$

$$x=-3 \text{ için } A=|-3-2| - |-3+3| = 5$$

$-3 \leq x \leq 2$ için $-5 \leq A \leq 5$ olacağından A'nın alabileceği değerler 11 tanedir.

ÖRNEK(20)

$x \in \mathbb{Z}$ olmak üzere $|x-4| - |x+1|$ ifadesinin kaç farklı tamsayı değeri vardır?

ÇÖZÜM:

Yukarıdaki soru ile bunun arasındaki tek fark $x \in \mathbb{Z}$ olmasıdır.

Önce her bir mutlak değer içini sıfır yapan değerler bulunur.

$$x-4=0 \rightarrow x=4 \text{ ve } x+1=0 \rightarrow x=-1$$

$$A=|x-4| - |x+1| \text{ olsun}$$

$x \in \mathbb{Z}$ olduğu için $-1 \leq x \leq 4$ aralığında

$x=-1, 0, 1, 2, 3, 4$ değerleri alınır ve A'da yerine yazılırsa her bir x için farklı bir A bulunur. o halde 6 farklı x için 6 farklı A vardır.

ÖRNEK(21)

$\frac{27}{|x-1| + |x+2|}$ ifadesinin en büyük tamsayı değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$\frac{27}{|x-1| + |x+2|}$ ifadesinin büyük olması için

$|x-1| + |x+2|$ ifadesinin küçük olması gereklidir.

$|x-1| + |x+2|$ ifadesinin en küçük değeri için

mutlak değer içleri ayrı ayrı sıfıra eşitlenip bulunan x değerleri ifadede yerine yazılmış hangisi küçük ise o alınır.

$$x-1=0 \rightarrow x=1 \text{ ve } x+2=0 \rightarrow x=-2$$

$$x=1 \text{ için } |1-1| + |1+2| = 3$$

$$x=-2 \text{ için } |-2-1| + |-2+2| = 3$$

o halde en küçük değer 3 tür. Bu değer asıl ifadede yerine yazılır.

$$\frac{27}{|x-1| + |x+2|} = \frac{27}{3} = 9 \text{ bulunur.}$$

NOT: $|x-a| + |x-b|$ ifadesini en küçük yapan x değeri, her bir mutlak değeri sıfır yapan x değeridir.

ÖRNEK(22)

$|x+1| + |x+4| = 5$ eşitliğini sağlayan kaç x tam sayı değeri vardır?

ÇÖZÜM:

Mutlak değerlerin içini sıfır yapan değerler bulunur.

$$x+1=0 \rightarrow x=-1, \quad x+4=0 \rightarrow x=-4$$

İfadeyi mutlak değerden kurtarmak için 3 ayrı aralıkta inceleme yaparız

$$1) \text{ } x < -4 \text{ için } |x+1| + |x+4| = 5$$

$$\begin{array}{c} - \\ - \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ - \end{array}$$

$$-x-1-x-4=5$$

$$2x = -10 \rightarrow x = -5 < -4$$

$$2) \text{ } -4 \leq x < -1 \text{ için } |x+1| + |x+4| = 5$$

$$\begin{array}{c} - \\ - \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ + \end{array}$$

$$-x-1+x+4=5 \rightarrow 3 \neq 5$$

$$3) \text{ } x \geq -1 \text{ için } |x+1| + |x+4| = 5$$

$$\begin{array}{c} + \\ + \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ + \end{array}$$

$$x+1+x+4=5$$

$$2x=5-5 \rightarrow x=0 \geq -1$$

görüldüğü gibi x'in 0 ve -5 olmak üzere iki değeri vardır.

ÖRNEK(23)

$|x+2| + |x-1| = 5$ eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

Mutlak değerlerin içini sıfır yapan değerler bulunur.

$$x+2=0 \rightarrow x=-2, \quad x-1=0 \rightarrow x=1$$

İfadeyi mutlak değerden kurtarmak için 3 ayrı aralıkta inceleme yaparız

$$1) \text{ } x < -2 \text{ için } |x+2| + |x-1| = 5$$

$$\begin{array}{c} - \\ - \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ - \end{array}$$

$$-x-2-x+1=5$$

$$2x = -6 \rightarrow x = -3 < -2$$

$$2) \text{ } -2 \leq x < 1 \text{ için } |x+2| + |x-1| = 5$$

$$\begin{array}{c} + \\ + \end{array} \quad \begin{array}{c} - \\ + \end{array}$$

$$x+2-x+1=5 \rightarrow 3 \neq 5$$

$$3) \text{ } x \geq 1 \text{ için } |x+2| + |x-1| = 5$$

$$\begin{array}{c} + \\ + \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ + \end{array}$$

$$x+2+x-1=5$$

$$2x=4 \rightarrow x=2 \geq 1$$

o halde x'in aldığı değerler toplamı $-3+2=-1$ dir.

ÖRNEK(24)

$a, b \in \mathbb{R}$ ve $a.b < 0$ ise $\frac{\sqrt{a^2} - \sqrt{(a.b)^2}}{|a|}$ ifadesinin

alabileceği farklı değerler toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

$a.b < 0$ ise a ve b zıt işaretlidir.

$$1) a > 0 \text{ ve } b < 0 \text{ ise}$$

$$\frac{\sqrt{a^2} - \sqrt{(a.b)^2}}{|a|} = \frac{\begin{array}{c} + \\ |a| \end{array} - \begin{array}{c} - \\ |a.b| \end{array}}{|a|}$$

$$= \frac{a + a.b}{a}$$

$$= \frac{\cancel{a}(1+b)}{\cancel{a}} = b+1$$

$$2) a < 0 \text{ ve } b > 0 \text{ ise}$$

$$\frac{\sqrt{a^2} - \sqrt{(a.b)^2}}{|a|} = \frac{\begin{array}{c} - \\ |a| \end{array} - \begin{array}{c} - \\ |a.b| \end{array}}{|a|}$$

$$= \frac{-a + a.b}{-a}$$

$$= \frac{\cancel{a}(1-b)}{\cancel{a}} = 1-b$$

o halde $b+1+1-b=2$ olur.

ÖRNEK(25)

$$|2+|x-2|| - |x-2| = ?$$

ÇÖZÜM: $|2+|x-2|| > 0$ olduğundan

$$|2+|x-2|| = 2+|x-2|$$

$$\begin{aligned} |2+|x-2|| + |x-2| &= 2+ \cancel{|x-2|} - \cancel{|x-2|} \\ &= 2 \end{aligned}$$

ÖRNEK(26)

$$3^x = 83 \text{ ise } |x-4| + |x-6| = ?$$

ÇÖZÜM:

$$3^x = 83 \text{ ise } x=4 \text{ için } 3^x = 81, x=5 \text{ için } 3^x = 243$$

81<83<243 olduğundan $4 < x < 5$ olur. Buradan

$$|x-4| + |x-6| = x-4-(x-6) = x-4-x+6 = 2 \text{ bulunur.}$$

ÖRNEK(27)

$|2x-1| \geq 5$ eşitsizliğini sağlayan $x \in \mathbb{Z}$ 'lerin toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

$|2x-1| \geq 5$ ise $2x-1 \geq 5$ ve $2x-1 \leq -5$ eşitsizliklerini çözelim

$$\begin{array}{ll} 2x-1 \geq 5 & 2x-1 \leq -5 \\ 2x \geq 6 & 2x \leq -4 \\ x \geq 3 & x \leq -2 \end{array}$$

 $\cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}, \cancel{6}, \cancel{7}$
 $\cancel{1}, \cancel{2}, \cancel{5}, \cancel{4}, \cancel{3}, -2$

o halde cevap -2 olur.

ÖRNEK(28)

$$0 < x < y \text{ ve } \left| \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right| + \left| \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right| = 1 \text{ ise } y \text{'nin en}$$

küçük tam sayı değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$x < y$ ise $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ dir bu durumda

$$\underbrace{\left| \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right|}_{+} + \underbrace{\left| \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right|}_{+} = 1 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1$$

$$\frac{2}{x} = 1 \Rightarrow x = 2 \text{ olur. Bu durumda } y \text{ en az } 3 \text{ olur.}$$

ÖRNEK(29)

$|x-3| + |6-2x| = 9$ ise x 'in alabileceği değerler toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

$$|x-3| + 2|3-x| = 9 \text{ özellikleri hatırlarsak}$$

$|x-3| = |3-x|$ olduğu anlaşılır. Buradan

$$|x-3| + 2|x-3| = 9$$

$$3|x-3| = 9$$

$$|x-3| = 3$$

$x-3=3$ ve $x-3=-3$ buradan

$x=6$ ve $x=0$ bulunur. o halde $0+6=6$ dır.

ÖRNEK(30)

$|x+1| \cdot |x+4| = |x+1|$ eşitliğini sağlayan değerler toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

$|x+1| \cdot |x+4| = |x+1|$ mutlak değer kurallarını uygularsa

$$\begin{array}{ll} |x+4| = 1 & |x+1| = 0 \\ x+4 = 1 & x+4 = -1 \\ x = -3 & x = -5 \end{array}$$

o halde cevap $-3-5-1=-9$ olur.

ÖRNEK(31)

$|x+y+1| + |x-y-5|$ ifadesinin en küçük değeri için $x/y=?$

ÇÖZÜM:

$|x+y+1| + |x-y-5|$ ifadesinin en küçük değeri sıfırdır.

Bu da $|x+y+1|=0$ ve $|x-y-5|=0$ demektir.

$$\begin{array}{l|l} |x+y+1| = 0 & |x-y-5| = 0 \\ x+y+1 = 0 & x-y-5 = 0 \\ x+y = -1 & x-y = 5 \end{array}$$

bu iki denklem ortak çözülürse

$$\begin{array}{l|l} x+y = -1 & x+y=-1 \\ x-y = 5 & 2+y=-1 \\ 2x = 4 & y=-3 \\ x = 2 & \end{array}$$

o halde $\frac{x}{y} = \frac{2}{-3}$ olur.

ÖRNEK(32)

$|2x+3| + |5x-2|$ ifadesinin alabileceği en küçük değeri nedir?

ÇÖZÜM:

Her iki mutlak değerin içini sıfır yapan değerleri bulup ifadede yerine yazar bakarız hangi değer küçük ise cevap odur.

$$\begin{aligned} 2x+3=0 &\rightarrow 2x=-3 \rightarrow x=-3/2 \\ 5x-2=0 &\rightarrow 5x=2 \rightarrow x=2/5 \\ x=-3/2 \text{ için} & \end{aligned}$$

$$\underbrace{\left|2\left(\frac{-3}{2}\right)+3\right|}_{0}+\left|5\left(\frac{-3}{2}\right)-2\right|=\left|\frac{-15}{2}-2\right|=\left|\frac{-19}{2}\right|=\frac{19}{2}$$

$x=2/5$ için

$$\left|2\left(\frac{2}{5}\right)+3\right|+\underbrace{\left|5\left(\frac{2}{5}\right)-2\right|}_{0}=\left|\frac{4}{5}+3\right|=\left|\frac{19}{5}\right|=\frac{19}{5}$$

$\frac{19}{5} < \frac{19}{2}$ olduğundan cevap $\frac{19}{5}$ olur.

ÖRNEK(33)

$|x-5| < 9$ eşitsizliğini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

Özellikleri hatırlarsak

$$\begin{aligned} |x-5| < 9 &\rightarrow -9 < x-5 < 9 \\ -9+5 &< x-5+5 < 9+5 \\ -4 &< x < 14 \end{aligned}$$

x'in değerleri -3,-2,.....,13 dir bu değerlerin toplamı(ardışık sayılar toplamından)

$$(-3+13) \cdot \frac{17}{2} = 85 \text{ olur.}$$

ÖRNEK(34)

$|2x-1| = x+7$ eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

$$|2x-1| = x+7 \text{ ise}$$

$$\begin{array}{l|l} 2x-1 = x+7 & 2x-1 = -x-7 \\ 2x-x = 7+1 & 2x+x = -7+1 \\ x = 8 & 3x = -6 \\ & x=-2 \end{array}$$

bu değerlerin toplamı $-2+8= 6$ olur.

ÖRNEK(35)

$3 < |2x+5| < 7$ eşitsizliğini sağlayan x tamsayı değerleri kaç tanedir?

ÇÖZÜM:

$3 < |2x+5| < 7$ ise

$$\begin{array}{ll} 3 < 2x+5 < 7 & 3 < -(2x+5) < 7 \\ 3-5 < 2x+5-5 < 7-5 & 3 < -2x-5 < 7 \\ -2 < 2x < 2 & 3+5 < -2x-5+5 < 7+5 \\ -1 < x < 1 & 8 < -2x < 12 \\ x=0 & -4 > x > -6 \\ & x = -5 \end{array}$$

o halde x'in iki farklı değeri var

ÖRNEK(36)

$|2x+4| = 12$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

$$\begin{array}{ll} |2x+4| = 12 \text{ ise} & 2x+4 = 12 \\ 2x+4 = 12 & 2x = -16 \\ 2x = 8 & x = -8 \\ x = 4 & \end{array}$$

Çözüm kümesi : $\{-8,4\}$

ÖRNEK(37)

$-4 < |x+3| < 5$ eşitsizliğini sağlayan x tamsayıları kaç tanedir?

ÇÖZÜM:

Mutlak değerli bir ifade daima negatif bir sayıdan büyük olduğundan eşitsizliğin sol tarafı dikkate alınmaz

$$|x+3| < 5 \rightarrow -5 < x+3 < 5$$

$$-5-3 < x+3-3 < 5-3$$

$$-8 < x < 2$$

x'ler : $-7, -6, \dots, 0, 1$ yani 9 tane değer vardır.

ÖRNEK(38)

$|x-4| + 3 = 0$ denkleminin çözüm kümesi nedir?

ÇÖZÜM:

$|x-4| + 3 = 0 \rightarrow |x-4| = -3$ mutlak değerli bir ifade hiçbir zaman negatif bir sayıya eşit olamayacağından çözüm kümesi boş kümedir.

ÖRNEK(39)

$|3+|x+5|| = 7$ denklemini sağlayan $x \in \mathbb{Z}$ 'lerin toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

$|3+|x+5|| = 7$ ifadesinde $3+|x+5| > 0$ olduğundan ;

$$|3+|x+5|| = 3+|x+5| = 7 \rightarrow |x+5| = 4$$

$$\begin{array}{ll} x+5 = 4 & x+5 = -4 \\ x = -1 & x = -9 \end{array}$$

x'lerin toplamı $-1-9 = -10$ olur.

ÖRNEK(40)

$x \in \mathbb{Z}$ olmak üzere

$|x-4| = |2x+5|$ denkleminin kökler toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

Mutlak değer özelliklerinden;

$$|x-4| = |2x+5| \text{ ise}$$

$$x-4 = 2x+5$$

$$-4-5 = 2x - x$$

$$x = -9$$

$$x-4 = -2x-5$$

$$x+2x = -5+4$$

$$3x = -1$$

$$x = -1/3 \notin \mathbb{Z}$$

o halde sadece -9 alınır. Yani cevap -9 dur.

ÖRNEK(41)

$|x| < 2$ ise $|x-2| - |2x+4| + 5 = 0$ ise $x = ?$

ÇÖZÜM:

$|x| < 2$ ise $-2 < x < 2$ dir.

$$\begin{aligned} |x-2| - \underbrace{|2x+4|}_{- +} + 5 &= 0 \\ -(x-2) - (2x+4) + 5 &= 0 \\ -x+2-2x-4+5 &= 0 \\ -3x+3 &= 0 \\ 3x &= 3 \\ x=1 &\text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK(42)

$|x| \leq 3$ ise $y+x-5=0$ için kaç y tamsayı değeri vardır?

ÇÖZÜM:

$|x| \leq 3$ ise $-3 \leq x \leq 3$

$y+x-5=0 \rightarrow x = 5-y$ bu değer x 'in belirtilen aralığında yerine yazılırsa

$$-3 \leq x \leq 3 \rightarrow -3 \leq 5-y \leq 3$$

$$\begin{aligned} -3-5 &\leq 5-y-5 \leq 3-5 \\ -8 &\leq -y \leq -2 \end{aligned}$$

her taraf (-) ile çarpılışa

$$8 \geq y \geq 2$$

y'ler 2,3,4,5,6,7,8 yani 7 tane dir.

ÖRNEK(43)

$\left| \frac{3}{x-2} \right| > \frac{1}{4}$ eşitsizliğini sağlayan kaç $x \in N^+$ var?

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \left| \frac{3}{x-2} \right| > \frac{1}{4} &\Rightarrow \left| \frac{x-2}{3} \right| < \frac{4}{1} \\ &\Rightarrow \frac{|x-2|}{|3|} < 4 \\ &\Rightarrow |x-2| < 12 \\ &-12 < x-2 < 12 \\ &-12+2 < x-2+2 < 12+2 \\ &-10 < x < 14 \end{aligned}$$

$x \in N^+$ olduğundan $0 < x < 14$ aralığında 13 terim var ancak bunların içinde $x=2$ değeri asıl ifadeyi negatif yaptılarından $13-1=12$ tane x vardır.

ÖRNEK(44)

$\sqrt{(2x+3)^2} \geq 4$ eşitsizliğini sağlayan x'lerin toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

$$\sqrt{(2x+3)^2} \geq 4 \rightarrow |2x+3| \geq 4 \text{ ise}$$

$$\begin{array}{l} 2x+3 \geq 4 \\ 2x \geq 1 \\ x \geq 1/2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x+3 \leq -4 \\ 2x \leq -7 \\ x \leq -7/2 \end{array}$$

x'lerin toplamı ...-7,-6,-5,-4,1,2,3,4,5,6,7... -4 ve 4 ten sonrası yok olacağından $1+2+3=6$ olur.

ÖRNEK(45)

$a+3=b$ ise

$$\frac{2|a-b| + |5b-5a|}{7} - 3 = ?$$

ÇÖZÜM:

$a+3=b \rightarrow b-a=3$ olur.

$$\frac{2|a-b| + |5b-5a|}{7} - 3 = \frac{2|a-b| + 5|b-a|}{7} - 3$$

$|a-b|=|b-a|$ olduğundan

$$\begin{aligned} &= \frac{2|b-a|}{7} - 3 \\ &= |b-a| - 3 \\ &= |3| - 3 \\ &= 3 - 3 \\ &= 0 \text{ olur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK(46)

$$\left| \frac{x-4}{3} + 2 \right| \text{ ifadesini en küçük yapan } x=?$$

ÇÖZÜM:

$$\left| \frac{x-4}{3} + 2 \right| \text{ ifadesinin en küçük değeri 0}$$

olduğundan;

$$\begin{aligned} \left| \frac{x-4}{3} + 2 \right| = 0 &\Rightarrow \frac{x-4}{3} + 2 = 0 \\ &\Rightarrow \frac{x-4}{3} = -2 \\ &\Rightarrow x-4 = -6 \\ &\Rightarrow x = -6 + 4 \\ &\Rightarrow x = -2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

ÖRNEK(47)

$2 < |x+1| - 3 < 5$ eşitsizliğini sağlayan $x \in \mathbb{Z}$ 'lerin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

$2 < |x+1| - 3 < 5$ ise

$$\begin{aligned} 1) \quad 2 &< |x+1| - 3 < 5 \\ 2+3 &< |x+1| - 3 + 3 < 5 + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} 5 < x+1 < 8 & 5 < -x-1 < 8 \\ 5-1 < x+1-1 < 8-1 & 5+1 < -x-1+1 < 8+1 \\ 4 < x < 7 & 6 < -x < 9 \\ x'ler 5 \text{ ve } 6 & -6 > x > -9 \\ & x'ler -7, -8 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad 2 &< -|x+1| + 3 < 5 \\ 2-3 &< -|x+1| + 3-3 < 5-3 \\ -1 &< -|x+1| < 2 \\ 1 &> |x+1| > -2 \end{aligned}$$

mutlak değer daima negatif sayılarından büyük olduğundan sağ taraf dikkate alınmaz

$$\begin{aligned} 1 &> |x+1| \rightarrow |x+1| < 1 \\ -1 &< x+1 < 1 \\ -1-1 &< x+1-1 < 1-1 \\ -2 &< x < 0 \\ x'ler &-1 \end{aligned}$$

o halde tüm x'lerin toplamı $5+6-7-8-1=-5$ olur.

ÖRNEK(48)

$|x-1|+2 + |2-2x|+3 = 11$ eşitsizliğini sağlayan $x \in \mathbb{Z}$ 'lerin çarpımı nedir?

ÇÖZÜM:

$|x-1|+2$ daima pozitif olduğundan

$$|x-1|+2 = |x-1|+2$$

$|2-2x|+3$ daima pozitif olduğundan

$$|2-2x|+3 = |2-2x|+3$$

o halde ifade

$|x-1|+2 + |2-2x|+3 = 11$ dönüşür. Buradan

$$|x-1|+2+|1-x|+3=11 \quad (|x-1|=|1-x|)$$

$$|x-1|+2+|x-1|+3=11$$

$$3|x-1|+5=11$$

$$3|x-1|=11-5$$

$$\frac{\cancel{3}|x-1|}{\cancel{3}} = \frac{6}{3}$$

$$|x-1|=2$$

$$x-1=2$$

$$x=2+1$$

$$x=3$$

$$x-1=-2$$

$$x=-2+1$$

$$x=-1$$

x 'lerin çarpımı $3 \cdot (-1) = -3$ olur.

ÖRNEK(49)

$\frac{|2x+3|-7}{|x+2|+3} < 0$ eşitsizliğini sağlayan $x \in \mathbb{Z}$ 'lerin

toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

$\frac{|2x+3|-7}{|x+2|+3} < 0$ ifadesinde payda yani $|x+2|+3$

daima pozitif olduğundan eşitsizliğin sağlanması için $|2x+3|-7$ ifadesinin negatif olması gereklidir.

Buradan

$$|2x+3|-7 < 0$$

$$|2x+3| < 7$$

$$-7 < 2x+3 < 7$$

$$-7-3 < 2x < 7-3$$

$$-10 < 2x < 4$$

$$\frac{-10}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{4}{2}$$

$$-5 < x < 2$$

x 'lerin toplamı $-4-3-2-1+0-1 = -9$ olur.

ÖRNEK(50)

$|x| \leq 5 \leq |x+3|$ eşitsizliğini sağlayan $x \in \mathbb{Z}$ 'lerin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

$|x| \leq 5 \leq |x+3|$ ifadesi iki ayrı eşitsizlik şeklinde çözülür.

$$\text{i)} |x| \leq 5 \quad \text{ii)} 5 \leq |x+3|$$

$$\text{i)} |x| \leq 5 \rightarrow -5 \leq x \leq 5$$

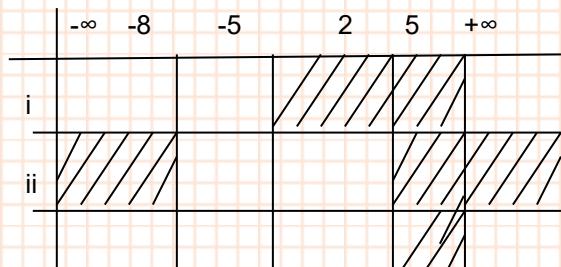
$$\text{ii)} 5 \leq |x+3| \rightarrow |x+3| \geq 5$$

$$x+3 \geq 5 \quad \text{ve} \quad x+3 \leq -5$$

$$x \geq 5-3 \quad \quad \quad x \leq -5-3$$

$$x \geq 2 \quad \quad x \leq -8$$

her iki durumdan ortaya çıkan tabloya bakılırsa



gördüğü gibi ortak aralık $2 \leq x \leq 5$ aralığıdır.

Bu aralıktaki x 'lerin toplamı $2+3+4+5=14$ olur.

ÖRNEK(51)

$\sqrt{5 - |2x - 7|} \in \mathbb{R}$ ise kaç $x \in \mathbb{Z}$ vardır?

ÇÖZÜM:

$\sqrt{5 - |2x - 7|}$ ise $5 - |2x - 7| \geq 0$ olmalıdır.

Buradan ;

$$\begin{aligned}|2x - 7| &\leq 5 \\-5 &\leq 2x - 7 \leq 5 \\-5 + 7 &\leq 2x \leq 5 + 7 \\2 &\leq 2x \leq 12 \\\frac{2}{2} &\leq \frac{2x}{2} \leq \frac{12}{2} \\1 &\leq x \leq 6\end{aligned}$$

x 'ler 1,2,3,4,5,6 yani 6 tanedir.

ÖRNEK(52)

$|x+2| \leq |x-7|$ ise Ç.K=?

ÇÖZÜM:

Özelliklerden hatırlayalım

$$|x+2| \leq |x-7| \Rightarrow (x+2)^2 \leq (x-7)^2$$

$$\begin{aligned}x^2 + 4x + 4 &\leq x^2 - 14x + 49 \\4x + 14x &\leq 49 - 4 \\18x &\leq 45 \\x &\leq \frac{45}{18} \\x &\leq \frac{5}{2} \text{ olur.}\end{aligned}$$

ÖRNEK(53)

$x^2 - 4|x| + 4 = 0$ denklemini sağlayan x 'lerin çarpımı kaçtır?

ÇÖZÜM:

$x^2 - 4|x| + 4 = 0$ denkleminde x 'in farklı iki durumu vardır.

i) $x \geq 0$ için $|x| = x$ olur. Buradan;

$$\begin{aligned}x^2 - 4x + 4 &= 0 \\(x-2)^2 &= 0 \\x-2 &= 0 \Rightarrow x = 2 \geq 0\end{aligned}$$

ii) $x < 0$ için $|x| = -x$ olur. Buradan;

$$\begin{aligned}x^2 + 4x + 4 &= 0 \\(x+2)^2 &= 0 \\x+2 &= 0 \\x &= -2 < 0\end{aligned}$$

x 'lerin çarpımı $-2 \cdot 2 = -4$ olur.

ÖRNEK(54)

$\left| \frac{|x|+2}{x} \right| = 5$ denkleminin kökler toplamı nedir?

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned}\left| \frac{|x|+2}{x} \right| = 5 &\Rightarrow \frac{|x|+2}{|x|} = 5 \\|x|+2 &\text{ pozitif olduğundan} \\|x|+2 &= |x|+2 \\&\Rightarrow \frac{|x|+2}{|x|} = 5 \quad \Rightarrow |x|+2 = 5|x| \\5|x|-|x| &= 2 \quad \Rightarrow \frac{4|x|}{4} = \frac{2}{4} \\&\Rightarrow |x| = \frac{1}{2} \\x &= \frac{1}{2} \text{ ve } x = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

x 'lerin toplamı $\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$ olur.

ÖRNEK(55)

$|x| = -x$ ise aşağıdakilerden hangisi daima negatiftir?

- A) x^5 B) $-x^5$ C) $x^6 + 3$ D) $-(-x)^5$ E) $x-3$

ÇÖZÜM:

$|x| = -x$ ise $x \leq 0$ dir.

$x=0$ olabileceğinden A,B,D şıkları sıfır

olabileceğinden elenir. $x=0$ için C şıkları da pozitif çıkar. Bu durumda cevap E şıkkıdır.

E şıkları $x=0$ için de $x < 0$ için de negatif oluyor.

ÖRNEK(56)

$|x-y| \leq x-y$, $|y| = y$ ise

$$|x+y| - |x| + |y| + |x-y| = ?$$

ÇÖZÜM:

$|x-y| \leq x-y$ ise $x-y \geq 0$ olmalı buda $x \geq y$ demektir.

$|y| = y$ olduğu için $y \geq 0$ dir. Bu durumda x'de pozitif olmalıdır. o halde bu soru için mutlak değerlerin bir anlamı kalmadı. Mutlak değerleri kaldırırsak ;

$$|x+y| - |x| + |y| + |x-y| =$$

$$x+y - x + y + x - y = x+y \text{ olur.}$$

ÖRNEK(57)

$x < y < 0 < z$ için aşağıdakilerden hangisi yanlış olabilir?

A) $|x-z| > y-z$ C) $|-y.z| = -y.z$

B) $|x.y| = x.y$ D) $|x-y| = y-z$

E) $|y+z| = y+z$

ÇÖZÜM:

A,B,C şıkları kesin doğru, D şıkları da kesin yanlıştır. Bu durumda E şıkları yanlış olabilir.

(Örneğin $y = -2$ ve $z = 5$ seçilirse doğru,

$y = -5$ ve $z = 2$ seçilirse yanlış oluyor.)

ÖRNEK(58)

x. $|x-2| = 3$ eşitsizliğini sağlayan $x \in \mathbb{R}$ 'lerin toplamı kaçtır?

ÇÖZÜM:

- 1) $x-2 \geq 0$ ise $x \geq 2$ olur. Bu durumda
 $x.(x-2) = 3$ tür. Buradan

$x^2-2x-3 = 0$ olur. İfade
 çarpanlarına ayrırlırsa

$$x^2-2x-3 = 0$$

$$\begin{array}{r} \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad -3 \\ x \times 1 \end{array}$$

$$(x-3)(x+1)=0$$

$$x-3=0 \rightarrow x=3 \quad \text{ve} \quad x+1=0 \rightarrow x=-1 \text{ olur.}$$

Ancak -1 değeri $x \geq 2$ şartına uymadığından alınmaz

- 2) $x-2 < 0$ ise $x < 2$ olur. Bu durumda

$$x.(-x+2) = 3 \text{ tür. Buradan}$$

$$-x^2+2x-3 = 0 \text{ olur. İfade}$$

çarpanlarına ayrılmadığından ($\Delta < 0$) kök bulunmaz. Bu durumda cevap sadece 3 olur.

ÖRNEK(59)

$\frac{x-7}{|x-2||3x-9|} \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan kaç $x \in \mathbb{N}$ vardır?

ÇÖZÜM:

$$\frac{x-7}{|x-2||3x-9|} \leq 0 \text{ eşitsizliğinde } |x-2|. |3x-9|$$

daima pozitif veya sıfır olduğundan $x-7 \leq 0$ olmalıdır.

$$x-7 \leq 0$$

$$x \leq 7 \text{ olur.}$$

Şimdilik 8 tane x var. Ancak bunların içinden paydayı sıfır yapan değerler elenmelidir. Şimdi paydayı sıfır yapan değerleri bulalım

$$x-2=0 \rightarrow x=2 \text{ ve } 3x-9=0 \rightarrow x=3$$

bu iki değer de çıkarılırsa 8-2=6 tane $x \in \mathbb{N}$ değeri kalır.

ÖRNEK(60)

$|a|=a$ ve $|b|>b$ ise aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $a.b < 0$ B) $a.b > 0$ C) $b-a < 0$
 D) $a+b < 0$ E) $\frac{a}{b} > 0$

ÇÖZÜM:

$|a|=a$ ise $a \geq 0$ dır.

$|b|>b$ ise $b < 0$ dır. bu şartlar altında

$a=0$ düşünüldüğünde A,B ve E şıkları yanlış olur.D şıkları a ve b 'ye verilecek değerlere göre doğru veya yanlış olur.

C şıkları ise kesin doğrudur. Çünkü $b-a < 0$ ise $b < a$ dır ki bu da ilk bulunan bilgilerle tamamen uyuşuyor. O halde cevap C şıkları olur.

ÖRNEK(61)

$a,b \in \mathbb{R}$ ve $n \in \mathbb{Z}^+$ için Aşağıdakilerden Hangisi K.Doğrudur?

- A) $|a-b|=b-a$ B) $|-a|=a$
 C) $|a^n|=|a|^n$ D) $|a^n| < |b^n|$
 E) $|b|=b$

ÇÖZÜM:

A,B,D ve E şıkları a ve b 'nin alacağı değerlere göre doğru veya yanlış olabilirler. O yüzden cevap C şıklıdır. Kuvvetin tek veya çift olması ifadenin işaretini etkiler, ancak mutlak değer zaten her halükarda pozitif olduğundan sonuç değişmeyecektir.(bakınız özellikler.)

ÖRNEK(62)

$x,y,z \in \mathbb{R}$ için aşağıdakilerden kaç tanesi daima doğrudur?

- I. $|x-y|=|y-x|$ IV. $|x.y|=|x|.|y|$
 II. $|x|+|y| \geq |x+y|$ V. $|x.y|=x.y$
 III. $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, y \neq 0$ VI. $\sqrt{x^2} = |x|$

ÇÖZÜM:

I,II,IV ve VI zaten özelliklerde var olduğu için doğrudur.III ve V şıklarında x ve y 'nin zıt işaretli değerleri için sağlanmaz bu yüzden kesin doğru değildirler. O halde 4 tane doğru sık vardır.

ÖRNEK(63)

$x < 0$ olduğuna göre ,

$$|x - 1| + |x| + 3$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

(ÖSS-2008)

- A) $x+2$ B) $2x+2$ C) $2x - 2$ D) $4 - 2x$ E) 4

ÇÖZÜM:

$$|x - 1| + |x| + 3 = -(x - 1) - (x) + 3$$

- -

$$= -x + 1 - x + 3$$

= $-2x + 4$ bulunur.

Her gün 20 matematik sorusu
çözsem bu ayda 600 soru
yapar. Yani iki ayda 1 soru
bankası bitiririm..

**ÖRNEK(64)**

$$x = |\sqrt{5} - 3|, y = |x - 5|, z = |y - 2|$$

olduğuna göre , z kaçtır? (ÖSS-2006)

- A) $\sqrt{5}$ B) $2 + \sqrt{5}$ C) $4 + \sqrt{5}$
D) $10 - \sqrt{5}$ E) $5 - \sqrt{5}$

ÇÖZÜM:

$$x = |\sqrt{5} - 3| = 3 - \sqrt{5}$$

$$y = |x - 5| = |3 - \sqrt{5} - 5| = |- \sqrt{5} - 2| = \sqrt{5} + 2$$

$$z = |y - 2| = |\sqrt{5} + 2 - 2| = |\sqrt{5}| = \sqrt{5}$$

cevap A şıkları olur.

ÖRNEK(65)

$|9 - x^2| = |x - 3|$ olduğuna göre x'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

(ÖSS 2003)

ÇÖZÜM:

$$|9 - x^2| = |x - 3| \Rightarrow |x - 3| |x + 3| = |x - 3|$$

buradan $|x + 3| = 1$ ve $|x - 3| = 0$ mutlak değerleri hesaplanırsa

$$|x + 3| = 1 \text{ ise } x + 3 = 1 \text{ ve } x + 3 = -1$$

$$x = 1 - 3 \quad x = -1 - 3$$

$$x = -2 \quad x = -4$$

$$|x - 3| = 0 \text{ ise } x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

x değerlerinin toplamı $-2 - 4 + 3 = -3$ bulunur.

ÖRNEK(66)

$$y < x < 0 \text{ ise } \sqrt{x^2 + 4xy + 4y^2} + |y - x| + \frac{y}{\sqrt{y^2}} = 8$$

ise $y = ?$

(ÖSS 2002)

ÇÖZÜM:

$$\sqrt{x^2 + 4xy + 4y^2} + |y - x| + \frac{y}{\sqrt{y^2}} = 8$$

$$\sqrt{(x + 2y)^2} + |y - x| + \frac{y}{|y|} = 8$$

$$\underbrace{|x + 2y|}_{-} + \underbrace{|y - x|}_{-} + \underbrace{\frac{y}{|y|}}_{-} = 8$$

$$-(x + 2y) - (y - x) + \frac{y}{-y} = 8$$

$$-x - 2y - y + x - 1 = 8$$

$$-3y = 8 + 1$$

$$\frac{-3y}{-3} = \frac{9}{-3} \rightarrow y = -3 \text{ olur.}$$

ÖRNEK(67)

$|x-2| \cdot |x+5| = x-2$ eşitliğini sağlayan x değerlerinin kümeleri aşağıdakilerden hangisidir?

(ÖSS 2002)

- A) $\{-4, -2\}$ B) $\{-4, 2\}$ C) $\{-2\}$
 D) $\{2\}$ E) $\{2, 4\}$

ÇÖZÜM:

$|x-2| \cdot |x+5| = x-2$ ise $x-2 \geq 0$ olmalıdır. Çünkü mutlak değerli bir ifade negatif bir değere eşit olamaz.

$$\cancel{(x-2)} \cdot |x+5| = \cancel{x-2}$$

$$\begin{array}{ll} |x+5|=1 & \text{ve } x-2=0 \\ x+5=1 & \text{ve } x+5=-1 \\ x=1-5 & x=-1-5 \\ x=-4 & x=-6 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x=2 \\ \\ \end{array} \right.$$

bulunan değerler $-4, -6$ ve 2 dir.

ancak -4 ve -6 $x-2 \geq 0$ şartına uymadığından cevap sadece 2 olur. D şıkkı doğru cevaptır.

ÖRNEK(68)

$|x-4| + |x| = 8$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır? (ÖSS-2001)

ÇÖZÜM:

Burada üç aralık ortaya çıkar.

$x-4=0 \rightarrow x=4$ ve $x=0$ dır.

1) $x < 0$ ise $|x-4| + |x| = 8$

$$\begin{array}{rcl} - & - & \\ -(x-4) - x = 8 & & \\ -x+4-x = 8 & & \\ -2x = 8 & \rightarrow & x = -4 < 0 \end{array}$$

2) $0 \leq x < 4$ için $|x-4| + |x| = 8$

$$\begin{array}{rcl} - & + & \\ -(x-4)+x = 8 & & \\ -x+4+x = 8 & \rightarrow & 4 \neq 8 \end{array}$$

3) $x \geq 4$ için $|x-4| + |x| = 8$

$$\begin{array}{ccc} + & + & \\ x-4+x = 8 & & \\ 2x = 12 & \rightarrow & x = 6 \geq 4 \end{array}$$

o halde x'lerin toplamı $-2+6 = 4$ bulunur.

ÖRNEK(69)

$x < 0 < y$ olduğuna göre $\frac{3|x-y|}{|y+x|}$ işleminin sonucu

A. Hangisidir? (ÖSS-2001)

- A) $-3x$ B) $-3y$ C) $3(x+y)$ D) -3 E) 3

ÇÖZÜM:

$$x < 0 < y \text{ ise } \frac{3|x-y|}{|y+x|} = \frac{3|x-y|}{|y-x|}$$

burada $|x-y| = |y-x|$ olduğundan;

$$= \frac{3|x-y|}{|x-y|} = 3 \text{ bulunur. cevap E şıkkıdır.}$$

ÖRNEK(70)

$|x| \leq 6$ ise $x-2y+2 = 0$ koşulunu sağlayan kaç tane y tam sayısı vardır? (ÖSS-2000)

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

ÇÖZÜM:

$|x| \leq 6$ ise $-6 \leq x \leq 6$ dır.

$x-2y+2 = 0$ ifadesinde x çekilirse
 $x = 2y-2$ olur. Bu değer aralığı yerleştirilir.

$$-6 \leq 2y-2 \leq 6$$

$$-6+2 \leq 2y-2+2 \leq 6+2$$

$$-4 \leq 2y \leq 8$$

$$\frac{-4}{2} \leq \frac{2y}{2} \leq \frac{8}{2}$$

$$-2 \leq y \leq 4$$

buradan y'ler $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ olur ki bu da 7 tane y demektir. Cevap A şıkkıdır.

ÖRNEK(71)

$x + 2|x| - 4 = 0$ denklemini sağlayan x reel sayılarının toplamı nedir? (ÖSS-2000)

- A) 4/3 B) 5/4 C) -16/3
 D) -8/3 E) -4/5

ÇÖZÜM:

$x + 2|x| - 4 = 0$ denkleminde x 'in farklı değerleri için denklemi düzenlersek

$$1) x \geq 0 \text{ için } x + 2x - 4 = 0$$

$$3x = 4$$

$$x = 4/3 \geq 0$$

$$2) x < 0 \text{ için } x - 2x - 4 = 0$$

$$-x = 4$$

$$x = -4 < 0$$

bu değerler toplanırsa

$$\frac{4}{3} - 4 = -\frac{8}{3} \text{ bulunur. Doğru}$$

cevap D şöyledir.

ÖRNEK(72)

$|x+2| \leq 4$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayı değeri vardır?

(ÖSS- 99)

ÇÖZÜM:

$$|x+2| \leq 4 \rightarrow -4 \leq x+2 \leq 4$$

$$-4-2 \leq x+2-2 \leq 4-2$$

$$-6 \leq x \leq 2$$

x 'ler -6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2 yani 9 tane x vardır.

ÖRNEK(73)

$\begin{cases} x < 0 \\ |x| \leq 5 \end{cases}$ eşitsizlik sistemini sağlayan

tamsayıların çarpımı kaçtır?

(ÖSS-98)

ÇÖZÜM:

$|x| \leq 5$ ise $-5 \leq x \leq 5$ bu arada $x < 0$ olduğundan her iki şartı sağlayan değerler. $\{-5, -4, -3, -2, -1\}$ olur. Bu değerlerin çarpımı -120 dir.

ÖRNEK(74)

$|x| > 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulun?

- A) $x > 1$
 B) $x < 0$ veya $x > 1$
 C) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
 D) $-1 < x < 1$
 E) $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$

(ÖYS-88)

ÇÖZÜM:

$|x| > 1$ ise $x > 1$ ve $x < -1$ dir yani doğru şık C şöyledir.

ÖRNEK(75)

$a = |a|$ ve $b < |b|$ olduğuna göre

Aşağıdakilerden Hangisi Doğrudur?

- A) $ab=1$ B) $ab>1$ C) $ab \leq 0$
 D) $ab>0$ E) $0 < ab < 1$

(ÖYS-87)

ÇÖZÜM:

$a = |a|$ ise $a \geq 0$ dır.

$b < |b|$ ise $b < 0$ dır.

Eğer $a=0$ kabul edilirse $a.b=0$ olur. Eğer $a>0$ kabul edilirse $b<0$ olduğundan $a.b < 0$ olur. O halde bu iki durumu aynı anda sağlayan şık $a.b \leq 0$ olan C şıkkıdır.

Her gün 30 matematik sorusu çözsem ayda 900 soru yapar. Bu da üç ayda 2 soru bankası eder..



MATEMATİK

**KONUMUZ BİTTİ. ŞİMDİ TESTLERE
GEÇEBİLİRİRSİNİZ**

**DİLERSENİZ KONU ANLATIMINI BİR DE
YOUTUBE KANALIMIZDAN VİDEO OLARAK
DA İZLEYEBİLİRİRSİNİZ**

Youtube kanalımız: **CEBİR HOCAM**

Başarılar diliyorum

İbrahim Halil BABAÖĞLU

Matematik Öğretmeni