

## ÜSLÜ İFADELER

$a \in \mathbb{R}$  ve  $n \in \mathbb{Z}^+$  olmak üzere  $n$  tane  $a$ nın çarpımına  $a^n$  denir.

$$\underbrace{a.a.a\dots\dots\dots a}_{n \text{ tane}} = a^n$$

**NOT:**  $a+a+a+\dots\dots\dots+a = n.a$  dir.  
n tane

❖  $\frac{5.5.5\dots\dots\dots 5}{10 \text{ tane}} = 5^{10}$  ve  $\frac{5+5+5+\dots+5}{10 \text{ tane}} = 10.5$

### ÜSLÜ ÇOKLUKLARLA İLGİLİ ÖZELLİKLER

1)  $a \neq 0$  olmak üzere  $a^0=1$

❖  $15^0=1$ ,  $(-213)^0=1$ ... gibi

2) **Toplama-Çıkarma:**

$$k.a^n \pm m.a^n = (k \pm m).a^n$$

❖  $5.2^x+3.2^x=8.2^x$

❖  $3.x^3-2.y^4+4.x^3+5.y^4 = 7.x^3+3.y^4$

3) Pozitif sayıların tüm kuvvetleri pozitif. Negatif sayıların tek kuvvetleri negatif, çift kuvvetleri ise pozitiftir.

- i)  $(-a)^{2n} = a^{2n}$
- ii)  $(-a^{2n}) = -a^{2n}$
- iii)  $(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}$
- iv)  $(-a^{2n-1}) = -a^{2n-1}$  dir.

❖  $3^4=81$ ,  $3^3=27$ ,  $(-3)^2=9$ ,  $(-3)^3=-27$

❖  $(-2)^2=4$  iken  $-2^2=-4$  olduğuna dikkat edin

4) **Çarpma:** i)  $a^m.a^n = a^{m+n}$

ii)  $a^m.b^m = (a.b)^m$

5) **Bölme:** i)  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ , ( $a \neq 0$ )

ii)  $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ , ( $b \neq 0$ )

6) Üslü ifadenin üssü:  $(a^n)^m = (a^m)^n = a^{m.n}$

**Uyarı:**  $(a^m)^n \neq a^{(m^n)}$

7)  $a \neq 0$  ve  $b \neq 0$  olmak üzere;

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m, \frac{1}{a^{-m}} = a^m$$

8) Üslü Denklemler:  $a \neq -1$ ,  $a \neq 0$ ,  $a \neq 1$

i)  $a^m = a^n \Rightarrow m = n$  dir

❖  $3^x + 3^x + 3^x = 81 \Rightarrow x=?$  (C:3)

ii)  $n \in \mathbb{Z}$  için;  $a^{2n-1} = b^{2n-1} \Rightarrow a = b$  dir.

iii)  $n \in \mathbb{Z}^+$  için  $a^{2n} = b^{2n}$  ise  $|a| = |b|$  dir.

iv)  $a^m = b^n$  ise  $a = b^{\frac{n}{m}}$  veya  $a^{\frac{m}{n}} = b$  dir.  
(a,b pozitif)

9)  $a > 1$  için  $m > n$  ise  $a^m > a^n$

$0 < a < 1$  için  $m > n$  ise  $a^m < a^n$  dir.

**NOT:**  $A^x=1$  ise

i)  $A=1$  olabilir.

ii)  $A=-1$  iken  $x$  çift olmalıdır.

iii)  $A \neq 0$  olmak üzere  $x=0$  olabilir.

**ÖRNEK (1)**

$(x-2)^{x^2-4}=1$  eşitliğini sağlayan farklı  $x \in \mathbb{Z}$ 'lerin toplamı nedir?

**ÇÖZÜM:**

Üslü bir ifadenin 1'e eşit olması üç duruma bağlı

i)  $x-2=1$  olabilir. Buradan  $x=3$  çıkar

ii)  $x-2=-1$  iken  $x^2-4$  çift olmalı

$$x-2=-1 \rightarrow x=-1+2=1$$

$x^2-4 = (1)^2-4=1-4=-3$  tek olduğundan  $x=1$  alınmaz

iii)  $x^2-4=0$  iken  $x-2 \neq 0$  olmalı

$$x^2-4=0 \rightarrow x^2=4 \rightarrow x=2 \text{ ve } x=-2$$

$x \neq 2 \rightarrow x \neq 2$  olduğundan sadece -2 alınır.

O halde  $x$ 'in alabileceği değerler 3 ve -2 dir.

Toplamları da  $-2+3=1$  olur.

**ÖRNEK (2)**

$(a-1)^{a^2-6a+5}=1$  eşitliğini sağlayan a değerlerinin toplamı nedir?

**ÇÖZÜM:**

Ifadenin 1'e eşit olması için gerekli üç durumu inceleyelim

i)  $a-1=1 \rightarrow a=1+1=2$

ii)  $a-1=-1$  iken  $a^2-6a+5$  çift olmalı  
 $a-1=-1 \rightarrow a=1-1=0$  bu değer  $a^2-6a+5$  ifadesinde yerine yazılır.

$0^2-6.0+5=5$  tek olduğundan  $a=0$  alınmaz

iii)  $a^2-6a+5=0$  iken  $a-1 \neq 0$  olmalı

$a^2-6a+5=0$  ifadesi çarpanlarına ayrılırsa

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ a & -5 & (a-5)(a-1)=0 \\ a & \cancel{-1} & a=5 \text{ ve } a=1 \text{ bulunur.} \end{array}$$

$a-1 \neq 0 \rightarrow a \neq 1$  olması gereğinden sadece  $a=5$  alınır. Bu durumda a'nın alacağı değerler 2 ve 5 olur. Toplamları ise  $2+5=7$  dir.

**ÖRNEK (3)**

$\left[ (0,8)^{\frac{3}{4}} \right]^{x+2} = 1$  eşitliğini sağlayan x kaçtır?

**ÇÖZÜM:**

$\left[ (0,8)^{\frac{3}{4}} \right]^{x+2} = 1$  ifadesinde  $(0,8)^{\frac{3}{4}}$  kısmı bir reel

sayı olduğundan üssü 0(sıfır) olursa ancak 1'e eşit olur. O halde  $x+2=0 \rightarrow x=-2$  olur.

**ÖRNEK (4)**

$$\frac{(4^{-8})^7}{(-8^7)^{-2}} = ?$$

**ÇÖZÜM:**

$$\frac{(4^{-8})^7}{(-8^7)^{-2}} = \frac{\left( (2^2)^{-8} \right)^7}{\left( (-2)^3 \right)^7} = \frac{2^{2 \cdot (-8) \cdot 7}}{(-2)^{3 \cdot 7 \cdot (-2)}}$$

$$\frac{2^{2 \cdot (-8) \cdot 7}}{(-2)^{3 \cdot 7 \cdot (-2)}} = \frac{2^{-112}}{(-2)^{-42}} = \frac{2^{-112}}{(2)^{-42}} = 2^{-112+42} = 2^{-70} \text{ bulunur.}$$

(-42 çift olduğundan  $(-2)^{-42} = 2^{-42}$  dir.)

## ÖRNEK (5)

$$\frac{(-a^3)^4 \cdot (-a^{-4})^2 \cdot (-a^3)^3}{(a^{-2})^3 \cdot (a^{-2})^{-3}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$(-a^3)^4 = (-a)^{3 \cdot 4} = a^{12}$  parantez üssü çift kuvvet ifadeyi pozitif yapar

$$(-a^{-4})^2 = (-a)^{-4 \cdot 2} = a^{-8}$$

$$(-a^3)^3 = (-a)^{3 \cdot 3} = -a^9$$

$$(a^{-2})^3 = a^{-2 \cdot 3} = a^{-6}$$

$$(a^{-2})^{-3} = a^{-2 \cdot (-3)} = a^6$$

$$\begin{aligned} \frac{(-a^3)^4 \cdot (-a^{-4})^2 \cdot (-a^3)^3}{(a^{-2})^3 \cdot (a^{-2})^{-3}} &= \frac{a^{12} \cdot a^{-8} \cdot (-a)^9}{a^{-6} \cdot a^6} \\ &= \frac{-a^{12-8+9}}{a^{-6+6}} \\ &= \frac{-a^{13}}{a^0} \\ &= \frac{-a^{13}}{1} \\ &= -a^{13} \text{ olur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (6)

$$\left[ \left[ \left[ -\frac{1}{2} \right]^{-1} \right]^{-2} \right]^{-3} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\left[ \left[ \left[ -\frac{1}{2} \right]^{-1} \right]^{-2} \right]^{-3} = \left[ -\frac{1}{2} \right]^{-1 \cdot (-2) \cdot (-3)} = \left[ -\frac{1}{2} \right]^{-6}$$

$$= \left[ \frac{1}{2} \right]^{-6} \text{ (çift kuvvet öz.)}$$

$$= [2]^6 \text{ (negatif kuvvet öz.)}$$

= 64 bulunur.

## ÖRNEK (7)

$$\frac{(-3^3)^{-1} \cdot (-3)^2}{(-2)^3 + (-2)^2 - (-1)^7} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$(-3^3)^{-1} = (-3)^{3 \cdot (-1)} = -3^{-3} = -\frac{1}{27}$$

$$(-3)^2 = 3^2 = 9$$

$$(-2)^3 = -8$$

$$(-2)^2 = 4$$

$$(-1)^7 = -1$$

$$\begin{aligned} \frac{(-3^3)^{-1} \cdot (-3)^2}{(-2)^3 + (-2)^2 - (-1)^7} &= \frac{-\frac{1}{27} \cdot 9}{-8 + 4 - (-1)} \\ &= \frac{-\frac{1}{3}}{-3} \\ &= \left( -\frac{1}{3} \right) \cdot \left( -\frac{1}{3} \right) \\ &= \frac{1}{9} \text{ olur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (8)

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \cdot (2^{-5})^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \cdot (-2^2)^{-5}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \cdot (2^{-5})^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \cdot (-2^2)^{-5}} &= \frac{2^5 \cdot 2^{-5 \cdot 2}}{2^4 \cdot (-2^{2 \cdot (-5)})} \\ &= \frac{2^{5-10}}{-2^{4-10}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{2^{-5}}{-2^{-6}} = \frac{2^{5-10}}{-2^{4-10}} = -2^{-5+6} \\ &= -2 \text{ olur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (9)

$$\frac{-\left(5^{2003}\right) - (-5)^{2002}}{5^{2001}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{-\left(5^{2003}\right) - (-5)^{2002}}{5^{2001}} &= \frac{-5^{2003} - 5^{2002}}{5^{2001}} \\ &= \frac{-5 \cdot 5^{2002} - 5^{2002}}{5^{2001}} \\ &= \frac{-5^{2002}(5+1)}{5^{2001}} \\ &= \frac{-6 \cdot 5^{2002}}{5^{2001}} \\ &= -6 \cdot 5^{2002-2001} \\ &= -6 \cdot 5 \\ &= -30 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (10)

$$(-a)^{-8} \cdot (-a)^7 \cdot (-a^6) \cdot (-a)^8 = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\underbrace{(-a)^{-8}}_{+} \cdot \underbrace{(-a)^7}_{-} \cdot \underbrace{(-a^6)}_{-} \underbrace{(-a)^8}_{+}$$

şimdi işaretleri çarparak ifadenin işaretini bulalım.  
Tabanlar aynı olacağından üsleri toplayalıım.

$$\begin{aligned} + \cdot - \cdot - \cdot + &= + \\ &= +a^{-8+7+6+8} \\ &= a^{13} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (11)

$$\frac{0,02 \cdot 10^{-2} + 0,03 \cdot 10^{-1}}{0,17 \cdot 10^{-2}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\underbrace{0,02}_{2 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^{-2} = 2 \cdot 10^{-4}$$

$$\underbrace{0,03}_{3 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^{-1} = 3 \cdot 10^{-3} = 30 \cdot 10^{-4}$$

$$\underbrace{0,17}_{17 \cdot 10^{-2}} \cdot 10^{-2} = 17 \cdot 10^{-4}$$

10'un kuvvetleri eşitlenirse paranteze almak kolay olur.

$$\begin{aligned} \frac{0,02 \cdot 10^{-2} + 0,03 \cdot 10^{-1}}{0,17 \cdot 10^{-2}} &= \frac{2 \cdot 10^{-4} + 30 \cdot 10^{-4}}{17 \cdot 10^{-4}} \\ &= \frac{10^{-4} (2+30)}{17 \cdot 10^{-4}} \\ &= \frac{32}{17} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (12)

$$(7^{-1} + 7^0)^{-2} \cdot 4^3 = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} (7^{-1} + 7^0)^{-2} \cdot 4^3 &= \left(\frac{1}{7} + 1\right)^{-2} \cdot (2^2)^3 \\ &= \left(\frac{8}{7}\right)^{-2} \cdot (2)^{2 \cdot 3} \\ &= \left(\frac{7}{8}\right)^2 \cdot 2^6 \\ &= \frac{7^2}{(2^3)^2} \cdot 2^6 \\ &= \frac{7^2}{2^6} \cdot 2^6 \\ &= 49 \text{ olur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (13)

$27^{27}$  sayısının  $1/9$ 'u kaçtır?

ÇÖZÜM:

$$27^{27} \cdot \frac{1}{9} = (3^3)^{27} \cdot 3^{-2} = 3^{81} \cdot 3^{-2} = 3^{81-2} = 3^{79} \text{ dır.}$$

## ÖRNEK (14 )

$$3^{0,2} \cdot 9^{0,4} \cdot 16^{0,5} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$3^{0,2} \cdot 9^{0,4} \cdot 16^{0,5} = 3^{0,2} \cdot 3^{2 \cdot (0,4)} \cdot 2^{4 \cdot (0,5)}$$

$$3^{0,2+0,8} \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ dır.}$$

## ÖRNEK (15 )

$$\frac{3^{x+2} - 3^x}{3^{x+1} - 3^{x-1}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{3^{x+2} - 3^x}{3^{x+1} - 3^{x-1}} &= \frac{3^2 \cdot 3^x - 3^x}{3 \cdot 3^x - 3^{-1} \cdot 3^x} \\ &= \frac{\cancel{3^x}(3^2 - 1)}{\cancel{3^x}(3 - \frac{1}{3})} \\ &= \frac{8}{8} = \cancel{8} \cdot \frac{3}{\cancel{8}} = 3 \text{ dır.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (16 )

$$\frac{3^{20} + 9^{20} + 27^{30}}{27^6 + 9^{19} + 81^{22}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{3^{20} + 9^{20} + 27^{30}}{27^6 + 9^{19} + 81^{22}} &= \frac{3^{20} + 3^{2 \cdot 20} + 3^{3 \cdot 30}}{3^{3 \cdot 6} + 3^{2 \cdot 19} + 3^{4 \cdot 22}} \\ &= \frac{3^{20} + 3^{40} + 3^{90}}{3^{18} + 3^{38} + 3^{88}} \\ &= \frac{3^{18} \cdot 3^2 + 3^{38} \cdot 3^2 + 3^{88} \cdot 3^2}{3^{18} + 3^{38} + 3^{88}} \\ &= \frac{3^2 \cancel{(3^{18} + 3^{38} + 3^{88})}}{\cancel{3^{18} + 3^{38} + 3^{88}}} \\ &= 3^2 = 9 \text{ olur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (17 )

$$a > 1 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}^+ \quad \frac{\overbrace{a^{3x} + a^{3x} + \dots + a^{3x}}^{x+1}}{\underbrace{a^x \cdot a^x \cdot \dots \cdot a^x}_{x \text{ tane}}} = x+1$$

ise  $x=?$ 

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{\overbrace{a^{3x} + a^{3x} + \dots + a^{3x}}^{x+1}}{\underbrace{a^x \cdot a^x \cdot \dots \cdot a^x}_{x \text{ tane}}} &= x+1 \\ \Rightarrow \frac{(x+1) \cdot a^{3x}}{(a^x)^x} &\cancel{x+1} \\ \Rightarrow (x+1) \cdot a^{3x} &= (a)^{x^2} \cancel{(x+1)} \\ a^{3x} &= (a)^{x^2} \quad \text{ve} \quad x+1=0 \\ 3x &= x^2 \quad \text{ve} \quad x=-1 \end{aligned}$$

$x=0$ ,  $x=3$  ve  $x=-1$  bulunur.  $x \in \mathbb{Z}^+$  olduğundan cevap  $x=3$  olur.

## ÖRNEK (18 )

a negatif bir sayı olmak üzere aşağıdakilerden hangisi pozitiftir?

- A)  $a^{-3}$    B)  $(-a)^{-2}$    C)  $a^7$    D)  $a^{-5}$    E)  $-(a^{-2})$

ÇÖZÜM:

Tüm sayıların çift kuvvetleri daima pozitif olacağından  $(-a)^{-2}$  daima pozitiftir. O halde cevap: B şıkkıdır.

## ÖRNEK (19 )

$$\frac{10^x + 10^x + 10^x + 10^x}{2^x + 2^x} = 50 \quad \text{ise } x=?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} 4 \cdot 10^x &= 50 \cdot 2 \cdot 2^x \rightarrow 4 \cdot 2^x \cdot 5^x = 100 \cdot 2^x \\ &\rightarrow 5^x = 25 \\ &\rightarrow x=2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (20 )

$(20)^{x-1} = 5^{x+1}$  ise  $2^x$  kaçtır?

ÇÖZÜM:

$$\frac{20^x}{20} = 5 \cdot 5^x \Rightarrow 4^x \cdot 5^x = 100 \cdot 5^x \Rightarrow 4^x = 100$$

$$(2^x)^2 = 10^2 \Rightarrow 2^x = 10 \text{ olur.}$$

## ÖRNEK (21 )

$3^{x-1} = t$  ise  $81^x$  'in t cinsinden eşiti nedir?

ÇÖZÜM:

$$3^{x-1} = t \Rightarrow \frac{3^x}{3} \cancel{\times} t \Rightarrow 3^x = 3t$$

$81^x = (3^4)^x = (3^x)^4$  şimdi  $3^x$  yerine  $3t$  yazalım

$$(3^x)^4 = (3t)^4 = 3^4 \cdot t^4 = 81t^4$$

## ÖRNEK (22 )

$$\frac{5^{n-1} - 5^n}{5^{n+1}} + \frac{3^{n+1} - 3^n}{3^{n-1}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{5^{n-1} - 5^n}{5^{n+1}} + \frac{3^{n+1} - 3^n}{3^{n-1}} = \frac{\frac{5^n}{5} - 5^n}{5 \cdot 5^n} + \frac{3 \cdot 3^n - 3^n}{3^n}$$

$$= \frac{5^n \left( \frac{1}{5} - 1 \right)}{5 \cdot 5^n} + \frac{3 \cdot 3^n - 3^n}{3^n}$$

$$= \frac{-4 \cdot 5^n}{5 \cdot 5^n} + 3^n (3 - 1) \cdot \frac{3}{3^n}$$

$$= \frac{-4 \cdot 5^x}{25 \cdot 5^x} + \frac{3^x \cdot 2 \cdot 3}{3^x}$$

$$= \frac{-4}{25} + 6$$

$$= \frac{146}{25}$$

## ÖRNEK (23 )

$$2^{x+4} + 2^{x+3} - 2^{x+2} + 2^x = 336 \text{ ise } x=?$$

ÇÖZÜM:

$$2^{x+4} + 2^{x+3} - 2^{x+2} + 2^x = 336$$

$$2^x \cdot 2^4 + 2^x \cdot 2^3 - 2^x \cdot 2^2 + 2^x = 336$$

$$2^x \cdot (2^4 + 2^3 - 2^2 + 1) = 336$$

$$2^x \cdot (16 + 8 - 4 + 1) = 336$$

$$2^x \cdot 21 = 336$$

$$2^x = \frac{336}{21}$$

$$2^x = 16$$

$$2^x = 2^4$$

$$x = 4 \text{ olur.}$$

## ÖRNEK (24)

$$\frac{2^{n+1} + 2^{n-1}}{2^{n-2} - 2^{n+2}} + \frac{3^{2-n} - 3^{-n}}{3^{-1-n} + 3^{-n}} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} & \frac{2^{n+1} + 2^{n-1}}{2^{n-2} - 2^{n+2}} + \frac{3^{2-n} - 3^{-n}}{3^{-1-n} + 3^{-n}} = \\ &= \frac{\frac{2 \cdot 2^n + 2^n}{2^n}}{\frac{2^n - 2^2 \cdot 2^n}{2^2}} + \frac{\frac{3^2 \cdot 3^{-n} - 3^{-n}}{3^{-n}}}{\frac{3^{-n} + 3^{-n}}{3}} \\ &= \frac{2^{\cancel{n}} \left( 2 + \frac{1}{2} \right)}{2^{\cancel{n}} \left( \frac{1}{2^2} - 2^2 \right)} + \frac{3^{\cancel{n}} \left( 3^2 - 1 \right)}{3^{\cancel{n}} \left( \frac{1}{3} + 1 \right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{\left( \frac{1}{4} - 4 \right)} + \frac{8}{\frac{4}{3}} \\ &= \frac{5}{2} \cdot \left( -\frac{4}{15} \right) + 8 \cdot \frac{3}{4} \\ &= -\frac{20}{30} + \frac{24}{4} \\ &= -\frac{2}{3} + 6 \\ &= \frac{16}{3} \text{ olur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (25)

$$\frac{(0,05)^3 - (0,011)^2}{(0,003)^2} = x^2 \text{ ise } x \text{'in pozitif değeri nedir?}$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{(0,05)^3 - (0,011)^2}{(0,003)^2} = x^2$$

$$\frac{(5 \cdot 10^{-2})^3 - (11 \cdot 10^{-3})^2}{(3 \cdot 10^{-3})^2} = x^2$$

$$\frac{5^3 \cdot 10^{-2 \cdot 3} - 11^2 \cdot 10^{-3 \cdot 2}}{3^2 \cdot 10^{-3 \cdot 2}} = x^2$$

$$\frac{125 \cdot 10^{-6} - 121 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-6}} = x^2$$

$$\frac{4 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-6}} = x^2$$

$$x^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$x = \pm \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

## ÖRNEK (26)

$$\frac{5^{2003} - 3^{2002}}{5^{2002} - 3^{2003}} = a \text{ ise } \left(\frac{3}{5}\right)^{2002} \text{ ifadesinin } a \text{ cinsinden değeri nedir?}$$

ÇÖZÜM:

$$\frac{5^{2003} - 3^{2002}}{5^{2002} - 3^{2003}} \neq a$$

$$5^{2003} - 3^{2002} = a(5^{2002} - 3^{2003})$$

$$5^{2003} - 3^{2002} = a \cdot 5^{2002} - a \cdot 3^{2003}$$

$$5^{2003} - a \cdot 5^{2002} = 3^{2002} - a \cdot 3^{2003}$$

$$5^{2002}(5 - a) = 3^{2002}(1 - a \cdot 3)$$

$$\frac{5 - a}{1 - a \cdot 3} = \frac{3^{2002}}{5^{2002}}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{2002} = \frac{5 - a}{1 - a \cdot 3} \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK (27 )**

$\begin{cases} 2^x = a \\ 9^x = b \end{cases}$  ise  $108^x$  'in a ve b cinsinden değeri nedir?

**ÇÖZÜM:**

Önce  $108$ 'ı çarpanlarına ayırmamız gereklidir.

$$108 = 2^2 \cdot 3^3$$

$$108^x = (2^2 \cdot 3^3)^x$$

$$= (2^2)^x (3^3)^x$$

$$= (2^x)^2 (3^x)^3$$

Şimdi verilenleri yerine yazalım

$$9^x = b \Rightarrow (3^x)^2 = b \Rightarrow 3^x = b^{\frac{1}{2}} \text{ olsun}$$

$$108^x = (a)^2 \left( b^{\frac{1}{2}} \right)^3$$

$$108^x = a^2 \cdot b^{\frac{3}{2}} \text{ olur.}$$

**ÖRNEK (28 )**

$2^x = 3^y = t$  ise  $6^{x+y}$  ifadesinin t cinsinden değeri nedir?

**ÇÖZÜM:**

$6^{x+y} = (2 \cdot 3)^{x+y} = 2^{x+y} \cdot 3^{x+y} = (2^x)^y \cdot (3^y)^x$  verilenler yerine yazılırsa

$$6^{x+y} = t^y \cdot t^x = t^{x+y} \text{ elde edilir.}$$

**ÖRNEK (29 )**

$9^a = 25$  ,  $5^b = 27$  ise  $(a \cdot b)^{a \cdot b}$  ifadesi neye eşittir?

**ÇÖZÜM:**

$$9^a = 25 \Rightarrow (3^a)^2 = 5^2 \Rightarrow 3^a = 5$$

$$5^b = 27 \Rightarrow (3^a)^b = 27 \Rightarrow 3^{a \cdot b} = 3^3$$

o halde  $a \cdot b = 3$  tür.

$(a \cdot b)^{a \cdot b} = 3^3 = 27$  bulunur.

**ÖRNEK (30 )**

$$2^{x-1} = 7 \text{ ise } 4^{x-2} = ?$$

**ÇÖZÜM:**

$2^{x-1} = 7$  ifadesinde önce her iki tarafı 2'ye bölgerek  $(x-2)$  üssünü elde edelim

$$\frac{2^{x-1}}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow 2^{x-1} \cdot 2^{-1} = \frac{7}{2} \Rightarrow 2^{x-2} = \frac{7}{2}$$

Şimdi asıl isteneni elde etmek için her iki tarafın karesini alalım

$$(2^{x-2})^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 \Rightarrow (2^2)^{x-2} = \frac{7^2}{2^2}$$

$$\Rightarrow 4^{x-2} = \frac{49}{4} \text{ elde edilir.}$$

**ÖRNEK (31 )**

$5^x = 9$  ve  $5^y = 81$  ise  $\frac{3x+2y}{3x-y}$  ifadesi neye eşittir?

**ÇÖZÜM:**

$x$  ve  $y$  arasında bir bağlantı kurarak işe başlayalım

$$5^x = 9 \text{ ve } 5^y = 81 = 9^2$$

ikinci ifadedeki  $9^2$ ndeki 9 yerine birinci ifadedeki eşiti olan  $5^x$  i yerleştirirsek;

$$5^y = (5^x)^2 \Rightarrow 5^y = 5^{2x} \text{ tabanlar eşit}$$

olduğundan üsler de eşittir.

$$y = 2x$$

$y$ 'nin bu değeri ifadede yerine yazılır.

$$\frac{3x+2y}{3x-y} = \frac{3x+2.(2x)}{3x-2x} = \frac{7x}{x} = 7 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK (32 )**

$3^x = a$  ise  $\frac{9^{4x+1}}{3.81^x}$  'in a cinsinden değeri nedir?

**ÇÖZÜM:**

Once istenen ifadeyi bize verilen  $3^x = a$  formunda düzenleyelim

$$\begin{aligned} \frac{9^{4x+1}}{3.81^x} &= \frac{9.(3^2)^{4x}}{3.(3^4)^x} = \frac{3.(3^x)^{4.2}}{(3^x)^4} = 3.(3^x)^{8-4} \\ &= 3.\left(\underbrace{3^x}_a\right)^4 = 3.a^4 \text{ bulunur} \end{aligned}$$

**ÖRNEK (33 )**

$$\left. \begin{array}{l} 2^{x+2} = 108 \\ 3^{y-2} = \frac{16}{9} \end{array} \right\} \text{ise } x.y=?$$

**ÇÖZÜM:**

Once  $x$  ve  $y$  ye ulaşalım

$$\begin{aligned} 2^{x+2} &= 108 & 3^{y-2} &= \frac{16}{9} \\ 2^x \cdot 2^2 &= 108 & \frac{3^y}{3^2} &= \frac{16}{9} \\ 2^x &= 27 & 3^y &= \frac{16}{9} \\ 2^x &= 3^3 & \cancel{\frac{3^y}{9}} &= \cancel{\frac{16}{9}} \\ 2^{\frac{x}{3}} &= 3 & 3^y &= 16 \\ & & 3^y &= 2^4 \end{aligned}$$

şimdi sol taraftaki 3'ü sağ taraftaki 3 te yerine yazalım

$$(3)^y = 2^4 \Rightarrow \left(2^{\frac{x}{3}}\right)^y = 2^4 \Rightarrow 2^{\frac{x.y}{3}} = 2^4$$

tabanlar aynı olduğu için üsler de eşitlenir.

$$\frac{x.y}{3} \cancel{\times} 4 \Rightarrow x.y = 12 \text{ elde edilir.}$$

**ÖRNEK (34 )**

$3^{a-1} = x$  ise  $3^{a+1} + 2.3^{a-1} - 3^a$  ifadesinin x türünden değeri nedir?

**ÇÖZÜM:**

Once  $3^a$ 'yı çekelim. Sonra da ifadeyi düzenleyelim

$$3^{a-1} = x \Rightarrow \frac{3^a}{3} \cancel{\times} x \Rightarrow 3^a = 3x$$

sıra ifadeyi düzenlemeye;

$$\begin{aligned} 3.3^a + 2.\frac{3^a}{3} - 3^a &= 3^a(3 + \frac{2}{3} - 1) = 3^a(2 + \frac{2}{3}) \\ &= \underbrace{3^a}_{3x} \cdot \frac{8}{3} \rightarrow 3x \cdot \frac{8}{3} = 8x \text{ olur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (35)

$$8^{x+1} = 4^y, 25^{3y} = 125^{2x+1} \text{ ise } x=?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{array}{l|l} \begin{array}{l} 8^{x+1} = 4^y \\ (2^3)^{x+1} = (2^2)^y \\ 2^{3x+3} = 2^{2y} \\ 3x+3 = 2y \end{array} & \begin{array}{l} 25^{3y} = 125^{2x+1} \\ (5^2)^{3y} = (5^3)^{2x+1} \\ 5^{6y} = 5^{6x+3} \\ \cancel{5^6} y = \cancel{5^6} x + \cancel{5^3} \\ 2y = 2x+1 \end{array} \end{array}$$

şimdi elde edilen bu denklemleri ortak çözelim  
her iki denklemde  $2y$ 'leri eşitlersek

$$\begin{aligned} 3x+3 &= 2x+1 \\ 3x-2x &= 1-3 \\ x &= -2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (37)

$$\left. \begin{array}{l} A = 3^7 - 3^{-4} + 3^{11} \\ B = 3^{14} + 3^{10} - 3^{-1} \end{array} \right\} \text{ ise } B, A'ın \text{ kaç katıdır?}$$

ÇÖZÜM:

Her iki ifadeyi de en küçük üs parantezine alalım

$$\begin{array}{ll} A = 3^7 - 3^{-4} + 3^{11} & B = 3^{14} + 3^{10} - 3^{-1} \\ A = 3^{-4}(3^{11} - 1 + 3^{15}) & B = 3^{-1}(3^{15} + 3^{11} - 1) \end{array}$$

B, A'nın kaç katıdır sorusu  $\frac{B}{A}$  ile bulunur.

(Bilinmeyenle düşünmek bazen zordur. O yüzden böyle sorularda değişkenler yerine sayı düşünün.  
Mesela 8 sayısı 2'nin kaç katıdır deseler ne yaparız? Tabiki 8'i 2'ye böleriz ve 4 katıdır deriz.  
İşte burada da aynı şey yapılır. B sayısı A'ya bölünür.)

$$\frac{B}{A} = \frac{3^{-1}(3^{15} + 3^{11} - 1)}{3^{-4}(3^{11} - 1 + 3^{15})} = 3^{-1+4} = 3^3 = 27$$

Bulunur.

## ÖRNEK (36)

$$6^{x+1} = 2^{x+2} \text{ ise } 3^{x+1} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$6^{x+1} = 2^{x+2} \text{ ifadesinin sol tarafını açalım}$$

$$\begin{aligned} (3 \cdot 2)^{x+1} &= 2^{x+2} \Rightarrow 3^{x+1} \cdot 2^{x+1} = 2^{x+2} \\ \cancel{2^{x+1}} \cdot \cancel{2^{x+1}} &= \frac{2^{x+2}}{2^{x+1}} \\ 3^{x+1} &= 2^{x+2-x-1} \\ 3^{x+1} &= 2^1 \text{ olur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (38)

$$(0,4)^a = \frac{16}{81} \text{ ve } (0,008) = 5^{2x-5} \text{ ise}$$

$$a^x + x^a = ?$$

ÇÖZÜM:

$$(0,4)^a = \frac{16}{81} \Rightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^a = \left(\frac{4}{9}\right)^2 \Rightarrow a = 2$$

$$(0,008) = 5^{2x-5} \Rightarrow \left(\frac{1}{125}\right) = 5^{-3} = 5^{2x-5}$$

$$-3 = 2x-5$$

$$5-3 = 2x$$

$$2 = 2x$$

$$x = 1$$

$$a^x + x^a = 2^1 + 1^2 = 2 + 1 = 3 \text{ olur.}$$

## ÖRNEK (39)

$$\begin{aligned} x &= 3^a + 2 \\ y &= 5 - 3^{a+1} \end{aligned} \quad \text{ise } y \text{'nin } x \text{ türünden değeri nedir?}$$

## ÇÖZÜM:

Burada üç bilinmeyen var, ikisi arasındaki ilişki soruluyor. O halde istemeyen üçüncü değişkeni her iki denklemden çekip birbirine eşitleyip diğer iki değişken arasındaki bağıntıyı kuralım

$$x = 3^a + 2 \Rightarrow 3^a = x - 2$$

$$y = 5 - 3^{a+1} \Rightarrow \cancel{\beta} \cdot 3^a = \frac{5-y}{3} \Rightarrow 3^a = \frac{5-y}{3}$$

şimdi  $3^a$ 'ları eşitleyelim

$$x - 2 \cancel{\times} \frac{5-y}{3}$$

$$3x - 6 = 5 - y$$

$$y = 5 - 3x + 6$$

$y = 11 - 3x$  olur.

## ÖRNEK (40)

$$2^{n+1} = 3 \cdot 5^n \quad \text{ise } (0,4)^{n+1} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} 2^{n+1} &= 3 \cdot 5^n \\ 2 \cdot 2^n &= 3 \cdot 5^n \\ \frac{2^n}{5^n} &= \frac{3}{2} \\ \left(\frac{2}{5}\right)^n &= \frac{3}{2} \\ &\quad \left| \begin{array}{l} (0,4)^{n+1} = \left(\frac{4}{10}\right)^{n+1} \\ \quad\quad\quad = \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1} \\ \quad\quad\quad = \left(\frac{2}{5}\right)^n \cdot \frac{2}{5} \\ \quad\quad\quad = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \text{ olur.} \end{array} \right. \end{aligned}$$

## ÖRNEK (41)

$$5^{x+2} + 5^{2-x} = 100 \quad \text{ise } 25^x + 25^{-x} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$5^{x+2} + 5^{2-x} = 100$$

$$5^2(5^x + 5^{-x}) = 100$$

$$25(5^x + 5^{-x}) = 100$$

$(5^x + 5^{-x}) = 4$  şimdi bu ifadenin her iki tarafının karesi alınırsa

$$(5^x + 5^{-x})^2 = 4^2$$

$$25^x + 2 \cdot \underbrace{5^x \cdot 5^{-x}}_{5^0=1} + 25^{-x} = 16$$

$$25^x + 25^{-x} = 16 - 2$$

$$25^x + 25^{-x} = 14 \text{ olur.}$$

## ÖRNEK (42)

$$\frac{3^{x+y+1}}{9} + 3^{x-2} = \frac{2 \cdot 3^x}{9} \quad \text{ise } y=?$$

## ÇÖZÜM:

$$\frac{3^{x+y+1}}{9} + 3^{x-2} = \frac{2 \cdot 3^x}{9}$$

$$\frac{3^{x+y+1}}{9} + \frac{3^x}{9} = \frac{2 \cdot 3^x}{9}$$

$$\frac{3^{x+y+1} + 3^x}{9} = \frac{2 \cdot 3^x}{9}$$

$$3^{x+y+1} + 3^x = 2 \cdot 3^x$$

$$3^{x+y+1} = 3^x$$

tabanlar aynı ise üsler eşitlenir

$$x+y+1 = x$$

$$y = x - x - 1$$

$$y = -1 \text{ olur.}$$

**ÖRNEK (43 )**

$$\begin{cases} 2^x = 3 \\ 3^y = 2 \end{cases} \text{ ise } \frac{2^{x.y}}{3^{x.y}} = ?$$

**ÇÖZÜM:**

**NOT:** Tabanlar karşılıklı olarak aynı ise tabanlar alt alta yazılıp üsler oranlanır.

$$\begin{cases} 2^x = 3^1 \\ 2^1 = 3^y \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{1} = \frac{1}{y} \Rightarrow x.y = 1$$

Şimdi bu değer istenen ifadede yerine yazılır.

$$\frac{2^{x.y}}{3^{x.y}} = \frac{2^1}{3^1} = \frac{2}{3} \text{ olur.}$$

**ÖRNEK (44 )**

$$\frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x-1}} + \frac{2}{3^{x-2}} = 66 \text{ ise } x=?$$

**ÇÖZÜM:**

$$\frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x-1}} + \frac{2}{3^{x-2}} = 66$$

$$\frac{\frac{1}{3^x} + \frac{1}{3^{x-1}}}{\frac{1}{3}} + \frac{\frac{2}{3^{x-2}}}{\frac{1}{3}} = 66$$

$$\frac{1}{3^x} + \frac{3}{3^x} + \frac{18}{3^x} = 66$$

$$\frac{22}{3^x} = 66$$

$$\frac{22}{66} = 3^x$$

$$3^x = \frac{1}{3} = 3^{-1}$$

x = -1 bulunur.

**ÖRNEK (45 )**

$x, y \in \mathbb{N}^+$  olmak üzere  $3^{x+y-5} = 19^{2x-y-4}$  ise  
 $x.y=?$

**ÇÖZÜM:**

3 ve 19'un 0(sıfır) hariç hiçbir kuvveti eşit olmadığından üsler ayrı ayrı sıfıra eşitlenir.

$$x+y-5 = 0 \rightarrow x+y = 5$$

$$2x-y-4 = 0 \rightarrow +2x-y = 4$$

$$3x = 9$$

x = 3 bu değer birinci denklemde yerine yazılırsa

$$x+y = 5 \rightarrow 3+y = 5 \rightarrow y = 2$$

sonuç : x.y = 3.2 = 6 olur.

**ÖRNEK (46 )**

$$3^{2x-4} = 1 \text{ ise } \frac{2^{2x} + 3^x}{5^x} = ?$$

**ÇÖZÜM:**

Bütün sayıların sıfırıncı kuvveti 1 olduğundan  
 $2x-4$  sıfıra eşitlenir. ( $3^0 = 1$ )

$$2x-4 = 0$$

$$2x = 4$$

x = 2 Şimdi bu değer yerine yazılırsa

$$\frac{2^{2x} + 3^x}{5^x} = \frac{2^{2.2} + 3^2}{5^2} = \frac{16+9}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

**ÖRNEK (47 )**

$3^x = a$  ise  $a^{\frac{2}{x}+2}$ 'nin a cinsinden değeri nedir?

**ÇÖZÜM:**

$3^x = a \Rightarrow 3 = a^{\frac{1}{x}}$  Şimdi istenilen fadeyi düzenleyerek bulduğumuz değeri yazalım

$$a^{\frac{2}{x}+2} = \left( a^{\frac{1}{x}} \right)^2 \cdot a^2 = 3^2 a^2 = 9a^2 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK (48 )**

$$2^{a-2} = 3^{2-a} \text{ ise } 36^{a-1} = ?$$

**ÇÖZÜM:**

$2^{a-2} = 3^{2-a}$  kuvvetler sıfıra eşitlendiğinde aynı a değeri bulunduğuundan

$$a-2 = 0$$

$a = 2$  dir. Buradan;

$$36^{a-1} = 36^{2-1} = 36 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK (49 )**

$$\frac{5 \cdot 3^{21} - 7 \cdot 3^{20}}{3^{22} - 3^{20}} = ?$$

**ÇÖZÜM:**

$$\frac{5 \cdot 3^{21} - 7 \cdot 3^{20}}{3^{22} - 3^{20}} = \text{pay ve paydayı } 3^{20} \text{ ortak}$$

parantezine alalım

$$\frac{5 \cdot 3^{21} - 7 \cdot 3^{20}}{3^{22} - 3^{20}} = \frac{3^{20}(5 \cdot 3 - 7)}{3^{20}(3^2 - 1)} = \frac{8}{8} = 1 \text{ dir.}$$

**ÖRNEK (50 )**

$$\frac{4^x + 10^x}{10^x + 25^x} = 0,16 \text{ ise } x=?$$

**ÇÖZÜM:**

$$\frac{4^x + 10^x}{10^x + 25^x} = 0,16$$

$$\frac{2^x \cdot 2^x + 2^x \cdot 5^x}{5^x \cdot 2^x + 5^x \cdot 5^x} = \frac{16}{100}$$

$$\frac{2^x \cdot (2^x + 5^x)}{5^x \cdot (2^x + 5^x)} = \frac{4}{25}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \rightarrow x = 2 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK (51 )**

$$\frac{9^x - 25}{15^x - 5^{x+1}} = 5 + 5^{1-x} \text{ ise } \left(\frac{3}{5}\right)^x = ?$$

**ÇÖZÜM:**

$$\frac{9^x - 25}{15^x - 5^{x+1}} = 5 + 5^{1-x}$$

$$\frac{(3^x - 5)(3^x + 5)}{5^x(3^x - 5)} \cancel{\times} 5 + \frac{5}{5^x}$$

$$(3^x + 5) = 5^x(5 + \frac{5}{5^x})$$

$$(3^x + 5) = 5^x \cdot 5 + \cancel{5^x} \cdot \frac{5}{\cancel{5^x}}$$

$$3^x + \cancel{5} = 5^x \cdot 5 + \cancel{5}$$

$$3^x = 5^x \cdot 5$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x = 5 \text{ bulunur.}$$

**ÖRNEK (52 )**

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = 30 \\ 2^x - 3^y = 7 \end{cases} \text{ ise } x^y = ?$$

**ÇÖZÜM:**

$2^x = a$  ve  $3^y = b$  dersek ifade iki bilinmeyenli iki denkleme dönüşür. Sonra da bu denklemleri çözeriz

$$\begin{array}{rcl} 3a - 2b = 30 \\ -2/ \quad a - b = 7 \end{array} \rightarrow 16 - b = 7$$

$$\begin{array}{rcl} 3a - 2b = 30 \\ -2a + 2b = -14 \end{array} \quad \begin{array}{l} b = 9 \\ a = 16 \end{array}$$

şimdi değerleri tekrar eski haline getirelim

$$\begin{cases} 2^x = a = 16 \Rightarrow x = 4 \\ 3^y = b = 9 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \quad x^y = 4^2 = 16 \text{ olur.}$$

## ÖRNEK (53 )

$$\left. \begin{array}{l} 2^a \cdot 3^b = 0,8 \\ 2^b \cdot 3^a = 45 \end{array} \right\} \text{ise } a+b=?$$

## ÇÖZÜM:

$$\left. \begin{array}{l} 2^a \cdot 3^b = 0,8 \\ 2^b \cdot 3^a = 45 \end{array} \right\} \text{ifadelerini alt alta çarparsak}$$

$$2^a \cdot 3^b = 0,8$$

$$2^b \cdot 3^a = 45$$

$$2^{a+b} \cdot 3^{a+b} = \frac{8}{10} \cdot 45$$

üsler aynı, tabanlar çarpılır.

$$6^{a+b} = 36 = 6^2$$

$a+b = 2$  bulunur.

## ÖRNEK (54 )

$$81^{0,25} + 27^{0,3} + 16^{0,5} = ?$$

## ÇÖZÜM:

$$81^{0,25} + 27^{0,3} + 16^{0,5}$$

$$(3^4)^{\frac{1}{4}} + (3^3)^{\frac{1}{3}} + (2^4)^{\frac{1}{2}}$$

$$3^{\frac{1}{4}} + 3^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{2}}$$

$$3+3+2^2=3+3+4$$

$$=10 \text{ bulunur.}$$

## ÖRNEK (55 )

$(3^a)^b = 243$  ve  $\frac{3^a}{3^b} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-2}$  ise  $a+b$  'nin doğal sayı değeri kaçtır?

## ÇÖZÜM:

$$(3^a)^b = 243$$

$$3^{ab} = 3^5$$

$$a.b = 5$$

$$\frac{3^a}{3^b} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-2}$$

$$3^{a-b} = (3^{-2})^{-2}$$

$$3^{a-b} = 3^4$$

$$a-b = 4$$

çarpanlara ayırma konusundan hatırlayacağımız bir özdeşlik bize yardımcı olacaktır.

$$(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$$

$$= 4^2 + 4 \cdot 5$$

$$= 36$$

$$a+b = \pm 6 \text{ doğal sayı değeri}$$

sorulduğundan  $a+b=6$  olur.

## ÖRNEK (56 )

$$81^{x+1} - 9^{2x+1} = 0,8 \text{ ise } x=?$$

## ÇÖZÜM:

$$81^{x+1} - 9^{2x+1} = 0,8$$

$$(9^2)^{x+1} - 9^{2x+1} = \frac{8}{9}$$

$$9^{2x+2} - 9^{2x+1} = \frac{8}{9}$$

$$9^{2x} \left( \frac{72}{9^2 - 9} \right) = \frac{8}{9}$$

$$9^{2x} \cdot 9 = \frac{1}{9}$$

$$9^{2x+1} = 9^{-1}$$

$$2x+1 = -1$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

## ÖRNEK (57)

$$2y=3z \text{ ve } \left(\frac{5^{x+y}}{3^{x+y}}\right)^{\frac{1}{z}} \cdot \left(\frac{3^{x-y}}{5^{x-y}}\right)^{\frac{1}{z}} = a^3 \text{ ise } a=?$$

ÇÖZÜM:

$$\left(\frac{5^{x+y}}{3^{x+y}}\right)^{\frac{1}{z}} \cdot \left(\frac{3^{x-y}}{5^{x-y}}\right)^{\frac{1}{z}} = a^3$$

$$\frac{5^{\frac{x+y}{z}}}{3^{\frac{x+y}{z}}} \cdot \frac{3^{\frac{x-y}{z}}}{5^{\frac{x-y}{z}}} = a^3$$

$$5^{\frac{x+y}{z}} \cdot 3^{\frac{x-y}{z}} \cdot 3^{\frac{-x+y}{z}} = a^3$$

$$5^{\frac{x+y-x+y}{z}} \cdot 3^{\frac{x-y-x-y}{z}} = a^3$$

$$5^{\frac{2y}{z}} \cdot 3^{\frac{-2y}{z}} = a^3$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{2y}{z}} = a^3$$

$$2y = 3z \text{ olduğundan } \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{3z}{z}} = a^3$$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^3 = a^3$$

$$\text{buradan } a = \frac{5}{3} \text{ olur.}$$

## ÖRNEK (58)

$$\begin{cases} 3^a = x \\ 5^a = y \\ 7^a = z \end{cases} \text{ ise } \frac{6^a - 10^a}{10^a + 14^a} = ?$$

ÇÖZÜM:

$$\begin{aligned} \frac{6^a - 10^a}{10^a + 14^a} &= \frac{2^a \cdot 3^a - 2^a \cdot 5^a}{2^a \cdot 5^a + 2^a \cdot 7^a} \\ &= \frac{2^a(3^a - 5^a)}{2^a(5^a + 7^a)} \\ &= \frac{(3^a - 5^a)}{(5^a + 7^a)} = \frac{x - y}{y + z} \text{ olur.} \end{aligned}$$

## ÖRNEK (59)

$$\left(\frac{5^a}{5^b}\right)^{b-a} \cdot \left(\frac{5^b}{5^a}\right)^{a-b} = \left(\frac{1}{25}\right)^9 \text{ ise } (a-b) \text{'nin pozitif}$$

değeri nedir?

ÇÖZÜM:

$$\left(\frac{5^a}{5^b}\right)^{b-a} \cdot \left(\frac{5^b}{5^a}\right)^{a-b} = \left(\frac{1}{25}\right)^9$$

$$(5^{a-b})^{b-a} \cdot (5^{b-a})^{a-b} = (5^{-2})^9$$

$$5^{-(a-b)^2} \cdot 5^{-(a-b)^2} = 5^{-18}$$

$$5^{-2(a-b)^2} = 5^{-18}$$

$$\frac{-2(a-b)^2}{-2} = \frac{-18}{-2}$$

$$(a-b)^2 = 9$$

$$a - b = \pm 3$$

pozitif değeri sorulduğundan cevap 3 olur.

$$\begin{cases} 5^{a+b} = 27 \\ 5^{a-b} = 3 \end{cases} \text{ ise } 5^a + 5^b = ?$$

ÇÖZÜM:

Verilen iki denklemi alt alta çarparıksak;

$$5^{a+b} = 27$$

$$\underline{5^{a-b} = 3}$$

$$5^{2a} = 81$$

$$(5^a)^2 = 9^2$$

$5^a = 9$  şimdi bu değer ilk denklemde yerine yazılırsa

$$5^{a+b} = 27 \rightarrow \underbrace{5^a}_{9} \cdot 5^b = 27 \rightarrow 5^b = 3$$

sonuç :  $9+3 = 12$  olur.

## ÖRNEK (61)

$$5^{a-2b} = 1 \text{ ve } 9^{2a-6} = \left(\frac{1}{81}\right)^{-2} \text{ ise } \frac{a}{b} = ?$$

ÇÖZÜM:

$5^{a-2b} = 1$  tüm sayıların sıfırıncı kuvveti 1 olduğundan

$$a-2b = 0$$

şimdi ikinci denklemi bulalım,

$$9^{2a-6} = \left(9^{-2}\right)^{-2} = 9^4$$

buradan da  $2a-6 = 4$  bulunur. Bu denklemden a bulunur.

$2a-6 = 4 \rightarrow 2a = 10 \rightarrow a = 5$  bu değer birinci denklemde yerine yazılır.

$$a-2b = 0 \rightarrow 5-2b = 0 \rightarrow b = 5/2 \text{ olur.}$$

$$\text{Sonuç: } \frac{a}{b} = \frac{5}{\frac{5}{2}} = 2 \text{ bulunur.}$$

## ÖRNEK (62)

$$\begin{cases} x = (2^3)^2 \\ y = 2^{(3^2)} \\ z = (2^6)^5 \end{cases} \text{ ise } x, y, z' \text{ yi sıralayınız}$$

ÇÖZÜM:

Tamamını 2'nin kuvveti şeklinde ifade edelim

$$x = (2^3)^2 = 2^6$$

$$y = 2^{(3^2)} = 2^9$$

$$z = (2^6)^5 = 2^{30}$$

Taban 1'den büyük olduğu için üssü büyük olan daha büyütür. O halde,

$$x < y < z \text{ olur.}$$

## ÖRNEK (63)

$$\begin{cases} a = (-3^2) \\ b = (-3)^2 \\ c = (-3)^{-2} \end{cases} \text{ ise } a, b, c'yi sıralayın.$$

ÇÖZÜM:

Üsler küçük olduğundan sayıları hesaplayabiliriz.

$$a = (-3^2) = -9$$

$$b = (-3)^2 = 9$$

$$c = (-3)^{-2} = \frac{1}{9}$$

O halde sıralama  $a < c < b$  şeklindedir.

## ÖRNEK (64)

$$\begin{cases} a = 4^{42} \\ b = 7^{28} \\ c = 3^{56} \end{cases} \text{ ise } a, b, c'yi sıralayınız.$$

ÇÖZÜM:

Bu üç sorularda sayılar hesaplanması zor olduğundan, ya tabanlar yada üsler eşitlenir. Bu soruda biz üsleri eşitleyeceğiz.

$$a = 4^{42} = 4^{3 \cdot 14} = (4^3)^{14} = 64^{14}$$

$$b = 7^{28} = 7^{2 \cdot 14} = (7^2)^{14} = 49^{14}$$

$$c = 3^{56} = 3^{4 \cdot 14} = (3^4)^{14} = 81^{14}$$

Üsler aynı olduğundan tabanı büyük olan daha büyütür. O halde

$$b < a < c \text{ olur.}$$

## ÖRNEK (65 )

$$\left. \begin{array}{l} 5^{-a} = 32 \\ 3^{-b} = 87 \\ 2^{-c} = 63 \end{array} \right\} \text{ise } a, b, c' \text{yi sıralayınız.}$$

## ÇÖZÜM:

Bu sefer ne üs ne de taban eşitlenmiyor. Bu durumda üssün girdiği aralık bulunur.

$$\left. \begin{array}{l} 5^{-a} = 32 \text{ için} \\ 25 < 32 < 125 \end{array} \right| \quad \left. \begin{array}{l} 3^{-b} = 87 \text{ için} \\ 81 < 87 < 243 \end{array} \right| \quad \left. \begin{array}{l} 2^{-c} = 63 \text{ için} \\ 32 < 63 < 64 \end{array} \right|$$

$$\left. \begin{array}{l} 5^2 < 5^{-a} < 5^3 \\ 2 < -a < 3 \\ -2 > a > -3 \end{array} \right| \quad \left. \begin{array}{l} 3^4 < 3^{-b} < 3^5 \\ 4 < -b < 5 \\ -4 > b > -5 \end{array} \right| \quad \left. \begin{array}{l} 2^5 < 2^{-c} < 2^6 \\ 5 < -c < 6 \\ -5 > c > -6 \end{array} \right|$$

bulunana verilere göre sıralamamız;

$$c < b < a \text{ olur.}$$

## ÖRNEK (66 )

$$\left. \begin{array}{l} 2^x = 9 \\ 3^y = 13 \\ 5^z = 17 \end{array} \right\} \text{ise } x, y, z' \text{yi sıralayınız.}$$

## ÇÖZÜM:

Üslerin girdiği aralıkları bulursak soru çözülmüş olur.

$$\left. \begin{array}{l} 2^x = 9 \text{ için} \\ 8 < 9 < 16 \end{array} \right| \quad \left. \begin{array}{l} 3^y = 13 \text{ için} \\ 9 < 13 < 27 \end{array} \right| \quad \left. \begin{array}{l} 5^z = 17 \text{ için} \\ 5 < 17 < 25 \end{array} \right|$$

$$\left. \begin{array}{l} 2^3 < 2^x < 2^4 \\ 3 < x < 4 \end{array} \right| \quad \left. \begin{array}{l} 3^2 < 3^y < 3^3 \\ 2 < y < 3 \end{array} \right| \quad \left. \begin{array}{l} 5^1 < 5^z < 5^2 \\ 1 < z < 2 \end{array} \right|$$

mevcut bilgilere göre sıralama  $z < y < x$  şeklindedir.

## ÖRNEK (67 )

$(125)^3 \cdot (4^5) + (8^4) \cdot (25^4)$  toplamı kaç basamaklı bir sayıdır?

## ÇÖZÜM:

Sayıyı hesaplayamayacağımıza göre elimizden geldiğince sayıyı 10'un kuvveti şeklinde düzenlemeliyiz.

$$(125)^3 \cdot (4^5) + (8^4) \cdot (25^4)$$

$$(5^3)^3 \cdot (2^2)^5 + (2^3)^4 \cdot (5^2)^4$$

$$5^9 \cdot 2^{10} + 2^{12} \cdot 5^8$$

$$\underbrace{5^9 \cdot 2^9}_{10^9} \cdot 2 + 2^4 \cdot \underbrace{2^8 \cdot 5^8}_{10^8}$$

$$2 \cdot 10^9 + 16 \cdot 10^8$$

$$10^8 (2 \cdot 10 + 16)$$

$$\underbrace{36}_{2 \text{ basamak}} \cdot \underbrace{10^8}_{8 \text{ basamak}}$$

o halde sonuç  $2+8=10$  basamaktır.

## ÖRNEK (68 )

A sayısı 33 basamaklı bir sayı ise  $A^3$  sayısı en az kaç basamaklıdır?

## ÇÖZÜM:

33 basamaklı en küçük sayı  $A = 10^{32}$  dir.

$$A^3 = (10^{32})^3 = 10^{96} \text{ bu da 97 basamak eder.}$$

**ÖRNEK (69 )**

A sayısı 33 basamaklı bir sayı ise  $A^3$  sayısı en fazla kaç basamaklıdır?

**ÇÖZÜM:**

$A = 10^{33} - 1$  sayısı 33 basamaklı en büyük sayıdır.

$$A^3 = (10^{33} - 1)^3 = 10^{99} - 3 \cdot 10^{66} + 3 \cdot 10^{33} - 1$$

Burada en büyük sayı  $10^{99}$  sayısıdır ki bu sayı 100 basamaklıdır. Bu sayıdan çıkacak olan sayılar  $10^{99}$  sayısından çok küçük olduğundan sayımızı en fazla bir basamak küçültür. Bu da kalan sayının en çok  $100 - 1 = 99$  basamaklı olabileceğini gösterir.(sizde hesaplayabileceğiniz bir örnek yazarak bunu somut olarak ispatlayabilirsiniz)

**ÖRNEK (70 )**

$32^{3x+1} \cdot 125^{5x}$  sayısı 32 basamaklı ise  $x=?$

**ÇÖZÜM:**

$32^{3x+1} \cdot 125^{5x}$  sayısını önce 10'un kuvveti şeklinde düzenleyelim

$$\begin{aligned} 32^{3x+1} \cdot 125^{5x} &= (2^5)^{3x+1} \cdot (5^3)^{5x} \\ &= 2^{15x+5} \cdot 5^{15x} \\ &= 2^5 \cdot \underbrace{2^{15x} \cdot 5^{15x}}_{10^{15x}} \\ &= \underbrace{32}_{2 \text{ basamak}} \cdot \underbrace{10^{15x}}_{30 \text{ basamak olmalı}} \end{aligned}$$

$$15x = 30$$

$x = 2$  bulunur.

**ÖRNEK (71 )**

$\left(\frac{4}{9}\right)^{2x+3} > \left(\frac{8}{27}\right)^{x+4}$  eşitsizliğini sağlayan x doğal sayılarının toplamı kaçtır?

**ÇÖZÜM:**

Eşitsizliğinin çözümü için önce tabanları eşitlemeliyiz.

$$\begin{aligned} \left(\frac{4}{9}\right)^{2x+3} &> \left(\frac{8}{27}\right)^{x+4} \Rightarrow \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{2x+3} > \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{x+4} \\ &\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{4x+6} > \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+12} \\ &\Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{4x+6} > \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+12} \end{aligned}$$

taban 1'den küçük olduğundan aradaki yön tersi kuvvetler arasında vardır.

$$4x+6 < 3x+12$$

$$4x-3x < 12-6$$

$$x < 6$$

buradaki x'ler : 0,1,2,3,4,5 olur ki topları 15 eder.

**ÖRNEK (72 )**

$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-6} > \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}$  eşitsizliğini sağlayan kaç tane x doğal sayısı vardır?

**ÇÖZÜM:**

Önce tabanlar eşitlenir.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-6} > \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{3x-6} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-2}$$

taban 1'den küçük olduğundan;

$$3x-6 < 2x-2$$

$$3x-2x < 6-2$$

$$x < 4$$

buradaki doğal sayılar : 0,1,2,3 yani 4 tanedir.

## ÖRNEK (73 )

$5^{2x-4} \leq 1 < 9^{3x+9}$  eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

**ÇÖZÜM:**

$5^{2x-4} \leq 1 < 9^{3x+9}$  eşitsizliğini ikişer ikişer ayırarak çözelim

$$\begin{array}{lll} 5^{2x-4} \leq 1 & \text{ve} & 1 < 9^{3x+9} \\ 5^{2x-4} \leq 5^0 & & 9^0 < 9^{3x+9} \\ \text{taban } 1\text{'den büyük} & & \text{taban } 1\text{'den büyük} \\ 2x-4 \leq 0 & & 0 < 3x+9 \\ 2x \leq 4 & & 3x > -9 \\ x \leq 2 & & x > -3 \end{array}$$

o halde x'in aralığı  $-3 < x \leq 2$  ve bu aralıktaki x'ler  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$  yani 5 tane.

## ÖRNEK (74 )

$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x+10} \geq (0,16)^{3x+7}$  ve  $x < 0$  eşitsizliğini sağlayan x tamsayılarının toplamı kaçtır?

**ÇÖZÜM:**

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{2x+10} \geq (0,16)^{3x+7} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+10} \geq \left(\frac{4}{25}\right)^{3x+7}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+10} &\geq \left[\left(\frac{5}{2}\right)^{-2}\right]^{3x+7} \\ &\Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{2x+10} \geq \left(\frac{5}{2}\right)^{-6x-14} \end{aligned}$$

taban 1'den büyük olduğundan:

$$2x+10 \geq -6x-14$$

$$2x+6x \geq -10-14$$

$$8x \geq -24$$

$$\frac{8x}{8} \geq \frac{-24}{8}$$

$$x \geq -3$$

bu arada  $x < 0$  verilmiştir. O halde  $-3 \leq x < 0$  aralığından x'ler  $\{-3, -2, -1\}$  olur. Bu sayıların toplamı da -6 dır.

## ÖRNEK (75 )

$x \neq 0$ ,  $\frac{a^2}{1+x^{m-3}} + \frac{4}{1+x^{3-m}} = 4$  ise a'nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

**ÇÖZÜM:**

$$\frac{a^2}{1+x^{m-3}} + \frac{4}{1+x^{3-m}} = 4$$

$$\frac{a^2}{1+x^{m-3}} + \frac{4}{1+\frac{1}{x^{m-3}}} = 4$$

$$\frac{a^2}{1+x^{m-3}} + \frac{4x^{m-3}}{1+x^{m-3}} = 4$$

$$\frac{a^2 + 4x^{m-3}}{1+x^{m-3}} = 4$$

$$a^2 + 4x^{m-3} = 4 + 4x^{m-3}$$

$$a^2 = 4$$

$$a = \pm 2$$

a'nın alabileceği değerler çarpımı  $-2 \cdot 2 = -4$  olur.

## KURAL:

$$\frac{m}{1+x^a} + \frac{m}{1+x^{-a}} = m \quad \text{dir.}$$

## ÖRNEK (76 )

$$\frac{3}{1-a^2} + \frac{3}{1-a^{-2}} = ?$$

**ÇÖZÜM:**

Verilen kurala göre cevap 3 olur.

(Bu soruyu siz de bir önceki örnekteki gibi çözerek doğruluğunu ispatlayarak çalışınız.)

**ÖRNEK (77 )**

$$\frac{4}{x^{m-n}-1} + \frac{4}{x^{n-m}-1} = ?$$

**ÇÖZÜM:**

$$\begin{aligned}\frac{4}{x^{m-n}-1} + \frac{4}{x^{n-m}-1} &= -\left(\underbrace{\frac{4}{1-x^{m-n}} + \frac{4}{1-x^{n-m}}}_{4}\right) \\ &= -4 \text{ olur.}\end{aligned}$$

**ÖRNEK (78 )**

44444 beş basamaklı sayısını on üzerili nasıl ifade edebiliriz?

**ÇÖZÜM:**

$$\begin{aligned}44444 &= 4(11111) \\ &= 4\left[9 \cdot \frac{(11111)}{9}\right] \\ &= 4\left(\frac{99999}{9}\right) \\ &= 4 \cdot \left(\frac{10^5 - 1}{9}\right) \\ &= \frac{4}{9}(10^5 - 1) \text{ olur.}\end{aligned}$$

**ÖRNEK (79 )**

$x < 0 < y$  olmak üzere  $(x-y)^{44} = (y+3)^{44}$  ise aşağıdakilerden hangileri doğrudur?

- I.  $x-y = y+3$
  - II.  $x-y = -y-3$
  - III.  $x-y=1$  iken  $y+3 = 1$  dir.
  - IV.  $x-y=-1$  iken  $y+3 = 1$  dir.
  - V.  $x-y=1$  iken  $y+3 = -1$  dir.
  - VI.  $x-y=-1$  iken  $y+3 = -1$  dir.
- A) I,II    B) II    C) II,III,IV    D) I    E) Hepsi

**ÇÖZÜM:**

$$(x-y)^{44} = (y+3)^{44}$$

$$\sqrt[44]{(x-y)^{44}} = \sqrt[44]{(y+3)^{44}}$$

$$|x-y| = |y+3|$$

$x < y$  olduğundan  $x-y < 0$  dır.

$$|x-y| = -(x-y) = y-x$$

$y > 0$  olduğundan

$$|y+3| = y+3$$

o halde

$$y-x = y+3 \text{ ve } x = -3 \text{ olur.}$$

I)  $x-y \neq y+3$

II)  $y-x = y+3$  olduğundan  $x-y = -y-3$  tür.

III)  $x-y < 0$  olduğundan  $x-y \neq 1$

IV)  $x = -3$  olduğundan  $x-y = -1$  olması için

$$-3-y=-1 \rightarrow y = -2 \text{ çıkar ki bu da } y > 0$$

bulgumuza aykırıdır.

V)  $x-y < 0$  olduğundan  $x-y \neq 1$

VI)  $y > 0$  olduğundan  $y+3 = -1$  olamaz

Bu durumda sadece II doğru olur. Yani cevap B şıkkıdır.

**ÖRNEK (80 ) (ÖSS-2007)**

$$\frac{(-1)^2 + 5 - 2^2}{35 - 21}$$

işleminin sonucu kaçtır ?

- A)  $\frac{-3}{14}$     B)  $\frac{-1}{14}$     C)  $\frac{5}{14}$     D)  $\frac{1}{7}$     E)  $\frac{4}{7}$

**ÇÖZÜM:**

$$\frac{(-1)^2 + 5 - 2^2}{35 - 21} = \frac{1+5-4}{14} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}$$

cevap D şıkkı

**ÖRNEK (81 )** ÖSS-2007)

$$\frac{3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+y} + 3^{2y}}{3^{2x} - 3^{x+y}}$$

İşleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $3^x - 3^y$     B)  $3^x + 3^y$     C)  $1 + 3^{y-x}$   
 D)  $1 - 3^{y+x}$     E)  $1 - 3^{y-x}$

**ÇÖZÜM:**

$$\begin{aligned} \frac{3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+y} + 3^{2y}}{3^{2x} - 3^{x+y}} &= \frac{(3^x - 3^y)^2}{3^x \cdot 3^x - 3^x \cdot 3^y} \\ &= \frac{(3^x - 3^y)(3^x - 3^y)}{3^x(3^x - 3^y)} \\ &= \frac{3^x - 3^y}{3^x} = \frac{3^x}{3^x} - \frac{3^y}{3^x} \\ &= 1 - 3^{y-x} \end{aligned}$$

Cevap E şıkkı olur.

**ÖRNEK (82 )** (ÖSS-2007)

1'den farklı a ve b pozitif gerçek sayıları için

$$ab = a^b$$

$$\frac{a}{b} = a^{2b}$$

olduğuna göre, b kaçtır?

- A)  $\frac{2}{3}$     B)  $\frac{3}{4}$     C)  $\frac{4}{5}$     D)  $\frac{5}{6}$     E)  $\frac{6}{7}$

**ÇÖZÜM:**

Verilen bu iki denklemi alt alta çarparak

$$\left. \begin{array}{l} ab = a^b \\ \frac{a}{b} = a^{2b} \end{array} \right\} a \cancel{b} \cdot \frac{a}{\cancel{b}} = a^b \cdot a^{2b} \Rightarrow a^2 = a^{3b}$$

tabanlar aynı olduğundan üsler eşittir.

$$3b = 2$$

$$b = \frac{2}{3} \text{ olur. Cevap A şıkkıdır.}$$

**ÖRNEK (83 )** (ÖSS-2006)

$$\frac{3^{20} - 3^{10}}{(3^5 + 1)(3^5 - 1)}$$

İşleminin sonucu kaçtır?

- A) 1    B) 9    C)  $3^5$     D)  $3^{10}$     E)  $3^{15}$

**ÇÖZÜM:**

$$\frac{3^{20} - 3^{10}}{(3^5 + 1)(3^5 - 1)} = \frac{3^{10}(3^{10} - 1)}{(3^5)^2 - 1^2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{3^{10}(3^{10} - 1)}{3^{10} - 1} \\ &= 3^{10} \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

**ÖRNEK (84 )** (ÖSS-2006)

$$4^{2m-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^{m+7}$$

eşitsizliğini sağlayan en küçük m tamsayısı kaçtır?

- A) -4    B) -3    C) -2    D) 1    E) 2

**ÇÖZÜM:**

$$4^{2m-1} > \left(\frac{1}{16}\right)^{m+7} \text{ tabanlar eşitlenir}$$

$$4^{2m-1} > (4^{-2})^{m+7}$$

$$4^{2m-1} > 4^{-2m-14}$$

taban 1'den büyük olduğundan yön korunur.

$$2m-1 > -2m-14$$

$$2m+2m > 1-14$$

$$4m > -13$$

$$m > \frac{-13}{4} \text{ o halde en küçük değer}$$

-3 olur. Cevap B şıkkıdır.

**ÖRNEK (85 ) (ÖSS-2005)**

$$\frac{2^{12} + 2^{13}}{2^{14} - 2^{15}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $-\frac{3}{4}$    B)  $-\frac{4}{3}$    C)  $-\frac{3}{2}$    D)  $\frac{2}{3}$    E)  $\frac{3}{4}$

**ÇÖZÜM:**

En küçük üs parantezine alınırsa

$$\begin{aligned} &= \frac{2^{12} + 2^{13}}{2^{14} - 2^{15}} = \frac{2^{12}(\overbrace{1+2}^3)}{2^{14}(\overbrace{1-2}^{-1})} \\ &= -3 \cdot 2^{12-14} \\ &= -3 \cdot 2^{-2} \\ &= -\frac{3}{4} \text{ olur} \end{aligned}$$

cevap A şıkları

**ÖRNEK (86 ) -(ÖSS-2005)**

a,b,c gerçel sayıları için

$$2^a = 3$$

$$3^b = 4$$

$$4^c = 8$$

olduğuna göre a.b.c çarpımı kaçtır?

- A) 1   B) 2   C) 3   D) 4   E) 5

**ÇÖZÜM:**

yerine yazalım

$$2^a = 3 \rightarrow 3^b = 4 \Rightarrow (2^a)^b = 4$$

yerine yazalım

$$2^{ab} = 4 \rightarrow 4^c = 8 \Rightarrow (2^{ab})^c = 8$$

$$2^{abc} = 8 = 2^3$$

$$a.b.c = 3 \text{ bulunur.}$$

cevap C şıkları

**KONUMUZ BİTTİ. ŞİMDİ TESTLERE  
GEÇEBİLİRİRSİNİZ**

**DİLERSENİZ KONU ANLATIMINI BİR DE  
YOUTUBE KANALIMIZDAN VİDEO OLARAK  
DA İZLEYEBİLİRİRSİNİZ**

Youtube kanalımız: **CEBİR HOCAM**

Başarılılar diliyorum

İbrahim Halil BABAOĞLU

Matematik Öğretmeni