

$T(n)$	Merge-Sort $A[1 \dots n]$
$\Theta(1)$	<div> <div>①</div> <div> if $n=1$ return </div> </div>
$T(n/2)$	Merge-Sort $A[1 \dots \lceil n/2 \rceil]$
$T(n/2)$	Merge-Sort $A[\lceil n/2 \rceil + 1 \dots n]$
$\Theta(n)$	<div> <div>③</div> <div> 2 sıralı diziyi ^{alt} birleştir. </div> </div>

rekürsif → *ceiling*

$$\begin{array}{c}
 20 \\
 13 \\
 7 \\
 \textcircled{2}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 12 \\
 11 \\
 9 \\
 \textcircled{1}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 20 \\
 13 \\
 7 \\
 \textcircled{2}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 12 \\
 11 \\
 \textcircled{9}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 20 \\
 13 \\
 \textcircled{7}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 12 \\
 11 \\
 \textcircled{9}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 20 \\
 \textcircled{13}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 12 \\
 11 \\
 \textcircled{9}
 \end{array}
 \dots$$

Çalışma Zamanı: $T(n) = n(1+1) = \Theta(n)$
Çünkü toplamda n eleman birleşiyor

A

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	7	8	1	5	7	3	2	4	

10 7 8 | 1 5

10 7 | 8 | 1 | 5

10 | 7 1 5

7 10 | 8 |

7 8 10 | 1 5

1 5 7 8 10 | 2 3 4 7

1 2 3 4 5 7 7 8 10

Birleştirme Sıralaması Çalışma Zamanı

$$T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n) + \cancel{\Theta(1)}$$

$$T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n) \rightarrow \text{Yineleme Bağıntısı}$$

Yineleme Ağacı

$$T(n) = 2T(n/2) + cn$$

c sabit bir sayı

$$T(n/2) = 2T(n/4) + \frac{cn}{2}$$

$$T(n/4) = 2T(n/8) + \frac{cn}{4}$$

$$T(n) = \begin{array}{c} cn \\ \swarrow \quad \searrow \\ T(n/2) \quad T(n/2) \end{array} = \begin{array}{c} cn \\ \swarrow \quad \searrow \\ \frac{cn}{2} \quad \frac{cn}{2} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ T(n/4) \quad T(n/4) \quad T(n/4) \quad T(n/4) \end{array}$$

$$= \begin{array}{c} cn \\ \swarrow \quad \searrow \\ \frac{cn}{2} \quad \frac{cn}{2} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ \frac{cn}{4} \quad \frac{cn}{4} \quad \frac{cn}{4} \quad \frac{cn}{4} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ \frac{cn}{8} \quad \frac{cn}{8} \quad \frac{cn}{8} \quad \frac{cn}{8} \quad \frac{cn}{8} \quad \frac{cn}{8} \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \Theta(1) \quad \Theta(1) \quad \dots \quad \Theta(1) \end{array} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{blue}} cn \\ \xrightarrow{\text{blue}} cn \\ \xrightarrow{\text{blue}} cn \\ \xrightarrow{\text{blue}} cn \\ \vdots \\ \xrightarrow{\text{blue}} cn \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \vdots \\ \end{array} \right\} h = \log_2 n$$

$$T(n) = cn \lg n$$

$$T(n) = \Theta(n \lg n)$$

Soru: Aşağıdaki fonksiyonları asimptotik büyümlerine göre küçükten büyüğe doğru sıralayın.

$$n, \sqrt{n}, n^2, 2^n, \lg n, n^n, n^3, n \lg n, n!$$

$$\lg n < \sqrt{n} < n < n \lg n < n^2 < n^3 < 2^n < n! < n^n$$

Asimptotik Notasyonlar

$$O, \Omega, \Theta$$

Büyük O notasyonu (üst sınır)

Tüm $n \geq n_0$ değerleri için, $c > 0$ ve $n_0 > 0$ sabitleri ile $0 \leq f(n) \leq c g(n)$ ise

$f(n) = O(g(n))$ dir.

Örnek: $2n^2 = O(n^3)$

$c=1$ ve $n_0=2$ olsun

$$2n^2 \leq n^3$$

$n=1$ için sağlamaz

$n \geq 2$ için sağlanması yeterlidir.

~~$$2n^3 \leq cn^2 \quad c=1000 \quad n_0=1$$~~

$2n^3 = O(n^2)$ değildir

Ω notasyonu (alt sınır)

Tüm $n \geq n_0$ değerleri için, $c > 0$ ve $n_0 > 0$ sabitleri ile $0 \leq c g(n) \leq f(n)$ ise $f(n) = \Omega(g(n))$ dir.

Örnek: $3n = \Omega(\sqrt{n})$

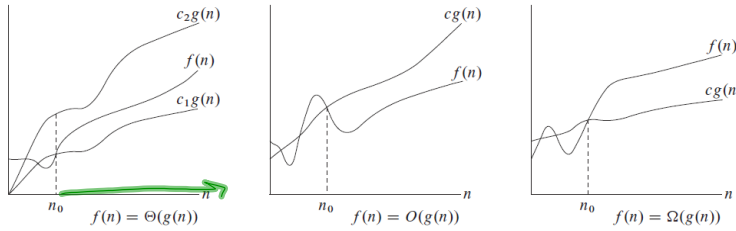
 Θ notasyonu (Sıkı sınır)

$$f(n) = \Theta(g(n)) = O(g(n)) \cap \Omega(g(n))$$

$$\frac{1}{2}n^2 - 2n = O(n^2)$$

$$\frac{1}{2}n^2 - 2n = \Omega(n^2)$$

$$\frac{1}{2}n^2 - 2n = \Theta(n^2)$$



Analogi

üst sınır	alt sınır	sıkı sınır
O	Ω	Θ
\leq	\geq	$=$

$$2n^2 = O(n^3)$$

$$\sqrt{n} = \Omega(\lg n)$$

Yineleme Bağlılıkları

$$T(n) = 2T(n/2) + \Theta(n) = \Theta(n \lg n)$$

$$T(n) = 3T(n/3) + \Theta(n)$$

$$T(n) = 4T(n/2) + \Theta(1)$$

$$T(n) = T(n-1) + \Theta(n)$$

$$T(n) = T(n/2) + T(n/3) + \Theta(\sqrt{n})$$

