

NAMA : RANA FATRIKA
 KELAS : 21 ALIN A

1. Bagaimana matriks standar untuk transformasi linier $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ yang diberikan oleh :

$$W_1 = 3x_1 + 5x_2 - x_3$$

$$W_2 = 4x_1 - x_2 + x_3$$

$$W_3 = 3x_1 + 2x_2 - x_3$$

dan hitung $T(-1, 2, 4)$!

Pembahasan :

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Sehingga matriks standar dari transformasi tersebut adalah

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -3 + 10 - 4 \\ -4 - 2 + 4 \\ -3 + 4 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Jadi, $T(-1, 2, 4) = (3, -2, -3)$

NAMA : RANA FATRIKA
 KELAS : XI ALIN A

2. Cari matriks standar untuk transformasi linier $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dari $(0, 3)$ yang direfleksikan terhadap garis $y = x$!
 Kemudian tentukan hasil transformasinya!

Pembahasan:

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = y = x$$

$$A' = TA$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. Cari matriks standar untuk transformasi linier $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dari $(0, -3)$ yang ~~direfleksikan~~ diproyeksikan terhadap sumbu x ! Kemudian tentukan hasil transformasinya

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0+0 \\ 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$T = (0, 0)$$

NAMA: RANA FATRIKA

KELAS: 21 ALIN A

4. Cari matriks standar untuk transformasi linier $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ dari $(1, -3)$ yang dirotasikan berlawanan arah jarum jam sebesar 30° ! Kemudian tentukan hasil transformasinya! Pembahasan:

Rotasi berlawanan jarum jam sebesar 30°

$$\rightarrow \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sqrt{3} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{3 + \sqrt{3}}{2} \\ \frac{1 - 3\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$T = \left(\frac{3 + \sqrt{3}}{2}, \frac{1 - 3\sqrt{3}}{2} \right)$$

NAMA: RANA FATRIKA
KEUAS: 21 ALIN A

5. Cari matriks standar untuk transformasi linier $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dari $(0, -3, 1)$ yang dirotasikan searah jarum jam sebesar 60° ! Kemudian tentukan hasil transformasinya!

$$\rightarrow \begin{bmatrix} \cos -60^\circ & \sin 60^\circ \\ \sin -60^\circ & \cos -60^\circ \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-3 + \sqrt{3}}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

NAMA : RANA PATRIKA

KELAS : 21 ALIN A

6. Cari matriks standar untuk transformasi linear $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dari $(0, -3, 1)$ yang dilatasiikan sebesar 3kali! Kemudian tentukan hasil transformasinya!

Dilatasi Sebesar 3kali

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + 0 + 0 \\ 0 - 9 + 0 \\ 0 + 0 + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$T(0, -3, 1) = (0, -9, 3)$$

7. Cari matriks dan bayangan dari vektor $(-2, 1)$ yang dirotasikan searah jarum jam dengan sudut $\frac{3\pi}{4}$

Kemudian diproyeksikan secara ortogonal terhadap sumbu y. Kemudian dilebarkan dengan faktor $k=2$! Kemudian cari invers dari matriks standar tersebut!

$$A: = \text{rotasi } \frac{3\pi}{4} \rightarrow \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos 135 & -\sin 135 \\ \sin 135 & \cos 135 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} \sqrt{2} & \frac{-1}{2} \sqrt{2} \\ \frac{1}{2} \sqrt{2} & \frac{-1}{2} \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

NAMA: RANA FATRIKA

ALAM KELAS: 21 ALIN A

$$A_2 = \text{Proyeksi Sumbu } y \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \text{Dilatasi } k = 2 \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$T = A_3 \cdot A_2 \cdot A_1$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

NAMA : RANA FATRIKA
 KELAS : 21 ALIN A

8. Cari matriks standar dan bayangan dari vektor $(-2, 1, 0)$ yang direfleksikan terhadap bidang xz , kemudian dirotasikan berlawanan jarum jam terhadap sumbu z dengan sudut $5\pi/4$, kemudian disempitkan dengan faktor $k=3$! Kemudian cari determinan dari matriks standar dan norma dari vektor bayangan!

$$A_1 = \text{Refleksi } xz = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \text{Rotasi } z \text{ dengan } \theta = \frac{5\pi}{4}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} \cos 225^\circ & -\sin 225^\circ & 0 \\ \sin 225^\circ & \cos 225^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ \frac{1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \text{Disempitkan } k=3 \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

NAMA : RANA FATRIKA
KELAS : 21 ALIN A

$$T = A_3 \cdot A_2 \cdot A_1$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{-1}{2}\sqrt{2} & \frac{1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ \frac{-1}{2}\sqrt{2} & \frac{-1}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-3}{2}\sqrt{2} & \frac{3}{2}\sqrt{2} & 0 \\ \frac{-3}{2}\sqrt{2} & \frac{3}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{-3}{2}\sqrt{2} & \frac{3}{2}\sqrt{2} & 0 \\ \frac{-3}{2}\sqrt{2} & \frac{-3}{2}\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$