

SORULAR

1H1 $[1, 4]$ aralığında $f(x) = x^3 + x$ eğrisi ve x -ekseni tarafından sınırlanan bölgenin alanını çokgenler metodunu kullanarak hesaplayınız.

1H2 $[-1, 3]$ aralığı üzerine $g(x) = 16 - x^2$ fonksiyonunu göz önüne alalım. Aralığı 8 eşit parçaya ayırarak ve her bir alt aralıktan sağ uç noktayı seçerek oluşturulan g nin Riemann toplamını hesaplayınız. Bahsi geçen Riemann toplamını temsil eden grafiği çiziniz.

1H3 Belirli integral tanımını kullanarak $\int_0^3 (x^2 - x^3) dx$ integralini hesaplayınız.

2H1

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sqrt{1+t^3} dt}{\sin^2 x}$$

limitini hesaplayınız.

2H2

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{n}{n^2 + i^2}$$

limitini hesaplayınız.

2H3 $[-2, 4]$ aralığında tanımlı

$$f(x) = \begin{cases} 4 - 2x & , \quad -2 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{16 - x^2} & 0 < x \leq 4 \end{cases}$$

fonksiyonunun ortalama değerini hesaplayınız.

2H4 Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

1. $\int_0^2 [x^2] dx$
2. $\int_{-2}^2 |x^2 - x^3| dx$
3. $\int \frac{e^x dx}{(1 + e^x)^3}$
4. $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$
5. $\int \frac{x + 2}{\sqrt{1 + x^2}} dx$
6. $\int \frac{dx}{x\sqrt{4x^2 - 25}}$
7. $\int \sqrt{x^2 + 25} dx$
8. $\int \frac{dx}{\sqrt{16x - x^2}}$

9. $\int \frac{dx}{2 - \sin x}$

10. $\int \frac{\ln x}{x(1 + \ln x)^2} dx$

3H1 Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

1. $\int x^2 e^x dx$

2. $\int x \arctan x dx$

3. $\int x \ln(x + 3) dx$

4. $\int \sqrt{x} \ln x dx$

5. $\int x \sin x \cos x dx$

6. $\int \arcsin x dx$

7. $\int (x^2 + x) \cos x dx$

8. $\int \arcsin \sqrt{x} dx$

9. $\int \frac{\ln(1+x)}{\sqrt{1+x}} dx$

10. $\int e^{2x} \sin x dx$

11. $\int x \sec^2 x dx$

12. $\int x \cos(2x + 1) dx$

3H2

$$I = \int e^x \cos^2 x dx$$

ve

$$J = \int e^x \sin^2 x dx$$

olduğuna göre $I + J$ ve $I - J$ yi hesaplayarak I ve J yi bulunuz.

3H3

$$I_n = \int \sec^n x dx$$

olduğuna göre

$$I_n = \frac{\sec^{n-2} x \tan x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} I_{n-2}$$

olduğunu gösteriniz.

3H4

$$I_n = \int \frac{x^n}{1+x^2} dx$$

olduğuna göre

$$I_{n+2} = \frac{x^{n+1}}{n+1} - I_n$$

olduğunu gösteriniz.

3H5

$$I_n = \int \frac{\sin(nx)}{\sin x} dx$$

olduğuna göre

$$I_n = \frac{2 \sin(n-1)x}{n-1} + I_{n-2}$$

olduğunu gösteriniz.

4H1 Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

1. $\int \sin^3 x \cos^4 x dx$

2. $\int \sin^4 x \cos^2 x dx$

3. $\int \tan^3 x \sec^4 x dx$

4. $\int \tan^4 x \sec x dx$

5. $\int_0^\pi \sqrt{1 - \sin 2x} dx$

6. $\int_0^\pi \sqrt{1 + \cos 2x} dx$

7. $\int \sin^4 x \cos 3x dx$

4H2 Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.

1. $\int \frac{2x+3}{x^2+8x+17} dx$

2. $\int \frac{3x-4}{(9x^2+6x+2)^2} dx$

3. $\int \frac{x}{(x+1)(x-2)} dx$

4. $\int \frac{x^2-2}{(2x-1)(3x+2)(x-1)} dx$

5. $\int \frac{x^3+1}{(x+2)(x+3)} dx$

6. $\int \frac{x+1}{(x-1)^2(x+2)} dx$

7. $\int \frac{4x+1}{(x-2)(x^2-4)} dx$

5H1 Birinci bölgede, $y = x^2$, $y = 5x^2$ eğrileri ile $x + y = 6$ doğrusu tarafından sınırlanan bölgenin alanını hesaplayınız.

5H2 $y = x$ ve $x = y^2 - 2$ eğrileri ile sınırlı bölgenin alanını hesaplayınız.

- 5H3 Birinci bölgede $y = 4x$ ve $y = \frac{x}{4}$ doğruları ile $y = \frac{1}{x}$ eğrisi arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.
- 5H4 $y = 2 - |x|$ ve $y = \frac{x^2 - 2x}{3}$ eğrileri arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.
- 5H5 Birinci bölgede, $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = x^2 + 2$ eğrileri ile $x + y = 4$ doğrusu tarafından sınırlanan bölgenin alanını hesaplayınız.
- 5H6 $x = 2 - 2y^2$ ve $x = y - y^2$ eğrileri ile sınırlı bölgenin alanını hesaplayınız.
- 5H7 Üstten x -ekseni, alttan $x = y^2$ eğrisi ve $y = x - 2$ doğrusuyla sınırlı bölgenin alanını hesaplayınız.
- 5H8 $y = |x - 2|$ ve $y = \frac{4x - x^2}{3}$ eğrileri ile sınırlı bölgenin alanını hesaplayınız.
- 5H9 a ve b reel sayıları $(1 - a)b = 1$ eşitliğini sağlayan pozitif reel sayılardır. Buna göre birinci bölgede $y = ax - bx^3$ eğrisi ile x -ekseni arasında kalan bölgenin maksimum alanını hesaplayınız.
- 5H10 $x = y^2 + 1$ ve $x = 3 - |y|$ eğrileri tarafından sınırlanan bölgenin alanını hesaplayınız.
- 5H11 Birinci bölgede $y = x^2$ ve $y = 3x^2 - 6x$ eğrileri ile x -ekseni arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.
- 5H12 $y = x^3 - x$ eğrisi ile bu eğriye $x = -1$ apsisli noktada teğet olan doğru arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.
- 5H13 $y = 5x^2 - x^3$ eğrisi ile bu eğriye $x = 3$ apsisli noktasından çizilen teğet doğrusu arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.
- 5H14 $y = \sqrt{x}$ ve $y = 1 + \sqrt{x}$ eğrileri ile $x = 0$ ve $y = 2$ doğruları tarafından sınırlanan bölgenin alanını hesaplayınız.
- 6H1 $y = x^3 - x$ eğrisi ile $y = -x - 1$ ve $x = 0$ doğruları tarafından sınırlanan bölge y -ekseni etrafında döndürülüyor oluşan cismin hacmini hesaplayınız.
- 6H2 Bir cismin tabanı birinci bölgede koordinat eksenleri ile $y = 1 - \sin x$ eğrisi tarafından sınırlanmıştır. x -eksenine dik olan paralel kesitler yarım dairelerdir. Cismin hacmini hesaplayınız.
- 6H3 r yarıçaplı iki dairesel silindirin dik kesişmesiyle meydana gelen cismin hacmini hesaplayınız.
- 6H4 $y = \arcsin x$ eğrisi ile $x = 1$ ve $y = 0$ doğruları arasında kalan bölge R olsun. R nin x -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi V_x , R nin y -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi V_y ise $V_x + V_y$ toplamını hesaplayınız.

- 6H5 Bir cismin tabanı $y = \tan x$ eğrisi ile $x = \frac{\pi}{4}$ ve $y = 0$ doğruları tarafından sınırlanmıştır. x -eksenine dik olan paralel kesitler karedir. Cismin hacmini hesaplayınız.
- 6H6 $y = \sin \pi x$ ve $y = 8x - 8x^2$ eğrileri ile sınırlı bölgenin y -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplayınız.
- 6H7 Bir cismin tabanı $y = \sin x$ eğrisinin $[0, \pi]$ arasında kalan parçası ile x -ekseni tarafından sınırlandırılmıştır. Cismin x -eksenine dik düzlemlerle ara kesitleri karedir. Cismin hacmini hesaplayınız.
- 6H8 $y = \sqrt{1 - x^2}$ eğrisi $y = x$ doğrusu ve x -ekseni tarafından sınırlanan bölgenin x -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplayınız.
- 6H9 Birinci bölgede $y = \cos x$ eğrisi ile koordinat eksenleri arasında kalan bölge R olsun. R nin x -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi V_x ve R nin y -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmi V_y ise $V_x + V_y$ toplamını hesaplayınız.
- 6H10 Birinci bölgede $y = x - x^3$ eğrisi ile x eksen arasında kalan bölgenin y eksen etrafında döndürülmesiyle oluşan cismin hacmini bulunuz.
- 6H11 $2x = 4 - y^2$ ve $2x = y^2 - 4$ parabolleri arasında kalan bölgenin $x = -3$ doğrusu etrafında döndürülmesi ile elde edilen cismin hacmini hesaplayınız.
- 6H12 $y = \sin x$ eğrisinin $[0, \pi]$ aralığında kalan parçası ve x -ekseni arasında kalan bölgenin y -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini bulunuz.