

Прямые и плоскости

- 1 Для прямой $l: 2x + y - 1 = 0$ и точки $M(-1, 2)$
 - а) вычислите расстояние от точки M до прямой l ;
 - б) напишите уравнения прямых, проходящих через точку M перпендикулярно прямой l и параллельно прямой l .
- 2 Дан треугольник ABC : $A(1, -2)$, $B(-2, 3)$, $C(0, 2)$. Напишите уравнение высоты, проведённой из вершины A , найдите точку D пересечения этой высоты с прямой BC и уравнение биссектрисы угла $\angle ADB$
- 3 Составьте уравнение прямых, проходящих через точку $M(8, 6)$ и отсекающих от координатного угла треугольник площади 12.
- 4 Напишите уравнения прямых, проходящих через начало координат под углом 45° к прямой $y = 4 - 2x$.
- 5 Даны две вершины треугольника ABC : $A(-4, 3)$ и $B(4, -1)$ и точка пересечения высот $H(3, 3)$. Найдите вершину C .
- 6 Две стороны квадрата лежат на прямых $5x - 12y - 65 = 0$ и $5x - 12y + 26 = 0$. Вычислите площадь квадрата.
- 7 Дана прямая $l: x + 2y - 4 = 0$ и точки $A(5, 7)$. Найдите точку, симметричную точке A относительно прямой l .
- 8* Пересекаются ли отрезки AB и CD , если $A(2, 1)$, $B(11, 20)$, $C(13, 25)$, $D(5, 4)$?
- 9* Напишите уравнения сторон квадрата, описанного около окружности с центром $(1, 9)$ радиуса 5, зная, что одна из его диагоналей параллельна прямой $x - 7y = 0$
- 10* Квадрат и треугольник одинаковой площади вписаны в полукруг так, что одна сторона треугольника является диаметром полукруга. Верно ли, что центр вписанной в треугольник окружности лежит на одной из сторон квадрата?
- 11* В треугольнике ABC с вершинами $A(-3, -5)$, $B(5, 1)$, $C(-10, -4)$ прямая l разбивает угол A треугольника на два, один из которых в два раз больше другого. Найдите уравнение прямой l .
- 12* Медианы треугольника пересекаются в точке $M(3, 2)$, а две его стороны лежат на прямых $x + 2y - 5 = 0$ и $x - y + 1 = 0$. Найдите уравнение третьей стороны треугольника.

[13] Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1, -1, 2)$ и перпендикулярной плоскостям $P_1: x - 2y + z - 4 = 0$ и $P_2: x + 2y - 2z + 4 = 0$.

[14] Напишите уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-1, -2, 0)$ и $M_2(1, 1, 2)$ перпендикулярно плоскости $P: x + 2y - 2z - 4 = 0$.

[15] Напишите уравнение плоскости, проходящей через точки ось Oz и составляющей с плоскостью $P: 2x + y + \sqrt{5}z = 0$ угол 60° .

[16] Найдите расстояние между параллельными прямыми

$$l_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2} \text{ и } l_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}.$$

[17] Напишите каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(2, 3, -5)$ параллельно прямой $l: \begin{cases} 3x - y + 2z - 7 = 0; \\ x + 3y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$

[18] Найдите точку, симметричную точке $M(3, 1, -1)$ относительно плоскости $P: x + 2y + 3z - 30 = 0$.

[19] Найдите точку, симметричную точке $M(2, 3, 4)$ относительно прямой $l: x = y = z$.

[20] Докажите, что прямые l_1 и l_2 скрещиваются, найдите расстояние между ними и запишите уравнение общего перпендикуляра к ним:

$$l_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{-2} \text{ и } l_2: \frac{x}{-1} = \frac{y+2}{0} = \frac{z-3}{1}.$$

[21] Найдите расстояние между непересекающимися диагоналями боковых граней куба с ребром 1.

[22*] Найдите расстояние между прямой $\begin{cases} x + y + z = 8 \\ 2x + y + 2z = 4 \end{cases}$ и поверхностью $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

[23*] Область G задана в декартовых координатах неравенством $x^2 + y^2 - z^2 + 3x - 1 < 0$. Можно ли, двигаясь по прямой, попасть из начала координат $O \in G$ в точку $M(2, 2, 4) \in G$, не выходя из G ?

[24*] Докажите неравенство $\sqrt{x^2 + (x-1)^2} + \sqrt{x^2 + (x+1)^2} \geq 2$.

[25*] В пространстве расположено 2023 точки. Докажите, что через одну из этих точек можно провести такую плоскость, что по обе стороны от неё окажется ровно по 1011 точек.