① Hessian matrisi nedir?

bir fonksiyon ikinci derece kısmi türevlerini içerin bir matrisdir.

çok değişkenli bir fonksiyon yerel eğriliğini tanımları.

② Hessian Matrisi Ne için yararlı?

bir dizi uygalama için kullanılır, işte bazı örnekler:

1) optimzasyon Problemleri: Çok değişkenli bir kısıtlamasız optimzasyon problemde kulanılır

2) çok değişkenli fonksiyon Analizi: Çok değişkeali bir fonksiyon eğriliğini ifade eder

③ Nasıl bir fonksiyonun hessian Matrisi hesaplanabilir?

bir fonksiyonun hessian Matrisi hesaplamak için Hessian Genel formulü kullanabiliriz.

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 f(x_1 \cdots x_n)}{\partial^2 x_1} & \dfrac{\partial^2 f(x_1 \cdots x_n)}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 f(x_1 \cdots x_n)}{\partial x_1 \partial x_n} \\[2mm] \dfrac{\partial^2 f(x_1 - x_n)}{\partial x_2 \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f(x_1 \cdots x_2)}{\partial x_2^2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 f(x_1 - x_n)}{\partial x_2 \partial x_n} \\[2mm] \vdots & & & \\[2mm] \dfrac{\partial^2 f(x_1 - x_n)}{\partial x_n \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f(x_1 - x_n)}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 f(x_1 - x_n)}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

formulden $d[n][m] = \dfrac{\partial^2 f(x_1 - x_n)}{\partial x_n \partial x_m}$ ve $d[m][n] = \dfrac{\partial^2 f(x_1 \cdots x_n)}{\partial x_m \partial x_n}$

bulabiliriz, türev özelliği kullanarak!

$$\dfrac{\partial^2 f(x_1 \cdots x_n)}{\partial x_n \partial x_m} = \dfrac{\partial^2 f(x_1 x_n)}{\partial x_m \partial x_n} \implies d[n][m] = d[m][n]$$

⟹ Hessian matrisi Simetrik bir matris

(4) Hessian matris; örnek!

$$f(x,y) = 3x^2 + 6x \cdot y + 4y^2$$

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} = 6 \qquad \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} = 8$$

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y \partial x} = 6 \qquad \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y} = 6$$

$$H(f) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f^2(x,y)}{\partial x^2} & \dfrac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x \partial y} \\[4mm] \dfrac{\partial f^2(x,y)}{\partial y \partial x} & \dfrac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\[2mm] 6 & 6 \end{bmatrix}$$