Matritsalar va ular ustida amallar. Teskari matritsa. Matritsaning rangi

1.2.1. Sonlarning m ta satr va n ta ustundan tashkil topgan to‘g‘ri to‘rtburchakli

$$(a_{ij}) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

jadvaliga $m \times n$ *o‘lchamli matritsa* deyiladi, bu yerda $a_{ij}\left(i = \overline{1,m}, j = \overline{1,n}\right)$ – matritsaning i–satr va j–ustunda joylashgan elementi.

$1 \times n$ o‘lchamli matritsa *satr matritsa* yoki *satr-vektor*, $m \times 1$ o‘lchamli matritsa *ustun matritsa* yoki *ustun-vektor* deb ataladi.

$n \times n$ o‘lchamli maritsaga $n-$ *tartibli kvadrat matritsa* deyiladi. Bosh diagonalidan bir tomonda yotuvchi barcha elementlari nolga teng bo‘lgan kvadrat matritsaga *uchburchak matritsa* deyiladi. Bosh diagonali elementlaridan boshqa barcha elementlari nolga teng bo‘lgan kvadrat matritsaga *diagonal matritsa* deyiladi. Barcha elementlari birga teng bo‘lgan diagonal matritsa *birlik matritsa* deb ataladi va E bilan belgilanadi.

Barcha elementlari nolga teng bo‘lgan matritsaga *nol matritsa* deyiladi va Q bilan belgilanadi.

$n-$ tartibli kvadrat matritsaning determinanti $\det A$ yoki $|A|$kabi belgilanadi. Bunda agar $\det A \neq 0$ bo‘lsa, A *maxsusmas* (yoki *xosmas*) *matritsa*, agar $\det A = 0$ bo‘lsa, A *maxsus* (yoki *xos*) *matritsa* deb ataladi.

A matritsada barcha satrlarni mos ustunlar bilan almashtirish natijasida hosil qilingan A^* matritsaga A matritsaning *transponirlangan matritsasi* deyiladi. Bunda $A = A^*$ bo‘lsa A *simmetrik matritsa* bo‘ladi.

Bir xil o‘lchamli $A = (a_{ij})$ va $B = (b_{ij})$ matritsalarning barcha mos elementlari teng, ya’ni $a_{ij} = b_{ij}$ bo‘lsa bu matritsalarga *teng matritsalar* deyiladi va $A = B$ deb yoziladi.

Bir xil o‘lchamli $A = (a_{ij})$ va $B = (b_{ij})$ *matritsalarning yig‘indisi* deb, elementlari $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ kabi aniqlanadigan shu o‘lchamdagi $C = A + B$ matritsaga aytiladi.

$A=(a_{ij})$ *matritsaning* $\lambda \neq 0$ *songa ko'paytmasi* deb, elementlari $c_{ij}=\lambda a_{ij}$ kabi aniqlanadigan shu o'lchamdagi $C=\lambda A$ matritsaga aytiladi.

$-A=(-1)\cdot A$ matritsa A *matritsaga qarama-qarshi matritsa* deb ataladi.

Bir xil o'lchamli $A=(a_{ij})$ va $B=(b_{ij})$ *matritsalarning ayirmasi* $A-B=A+(-B)$ kabi topiladi.

Matritsalarni qo'shish va ayirish amallari bir xil o'lchamli matritsalar uchun kiritiladi.

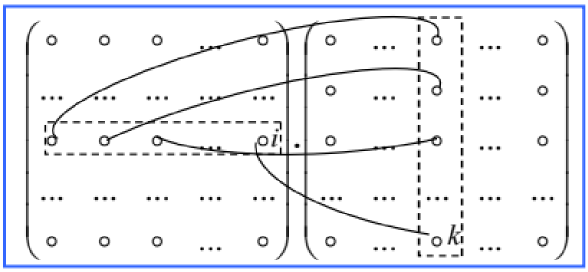
$1-$misol. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ va $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ matritsalar berilgan. $3A-2B$ matritsani toping.

Matritsani songa ko'paytirish va matritsalarni qo'shish ta'riflari asosida topamiz:

$$3A=\begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 9 & -6 & 3 \end{pmatrix}, \quad -2B=\begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -2 & -6 & 2 \end{pmatrix},$$

$$3A-2B=\begin{pmatrix} 3+(-4) & 6+2 & 0+0 \\ 9+(-2) & -6+(-6) & 3+2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 8 & 0 \\ 7 & -12 & 5 \end{pmatrix}.$$

$m\times p$ o'lchamli $A=(a_{ij})$ matritsaning $p\times n$ o'lchamli $B=(b_{jk})$ matritsaga *ko'paytmasi* deb, elementlari $c_{ik}=a_{i1}b_{1k}+a_{i2}b_{2k}+\ldots+a_{ip}b_{pk}$ (qo'shiluvchlari quyidagi sxemada keltirilgan) kabi aniqlanadigan $m\times n$ o'lchamli $C=AB$ matritsaga aytiladi.



$(m$ *ta satr*, p *ta ustun*$)$ $(p$ *ta satr*, n *ta ustun*$)$

Ikki matritsani ko'paytirish amali $1-$matritsaning ustunlari soni $2-$matritsaning satrlari soniga teng bo'lgan holda kiritiladi.

2 – misol. AB ko'paytmani toping:

$$A=\begin{pmatrix}4 & -1\\ 2 & 1\\ 0 & -3\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}1 & 2 & -1 & 3\\ 0 & 4 & 2 & -1\end{pmatrix}.$$

Yuqorida keltirilgan sxema asosida topamiz:

$$AB=\begin{pmatrix}4 & -1\\ 2 & 1\\ 0 & -3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & -1 & 3\\ 0 & 4 & 2 & -1\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}4\cdot1+(-1)\cdot0 & 4\cdot2+(-1)\cdot4 & 4\cdot(-1)+(-1)\cdot2 & 4\cdot3+(-1)\cdot(-1)\\ 2\cdot1+1\cdot0 & 2\cdot2+1\cdot4 & 2\cdot(-1)+1\cdot2 & 2\cdot3+1\cdot(-1)\\ 0\cdot1+(-3)\cdot0 & 0\cdot2+(-3)\cdot4 & 0\cdot(-1)+(-3)\cdot2 & 0\cdot3+(-3)\cdot(-1)\end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix}4 & 4 & -6 & 13\\ 2 & 8 & 0 & 5\\ 0 & -12 & -6 & 3\end{pmatrix}.$$

Bir xil tartibli A va B kvadrat matritsalar uchun AB va BA ko'paytmalarni topish mumkin. Bunda $AB=BA$ bo'lsa A va B *kommutativ matritsalar* deb ataladi.

1.2.2. A kvadrat matritsa uchun $AA^{-1}=A^{-1}A=E$ tenglik bajarilsa, A^{-1} matritsa A matritsaga *teskari matritsa* deyiladi.

Har qanday maxsusmas A matritsa uchun A^{-1} matritsa mavjud va yagona boladi.

A matritsaning teskari matritsasi

$$A^{-1}=\frac{1}{\Delta}\begin{pmatrix}A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1}\\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn}\end{pmatrix}. \tag{1.5}$$

formula bilan aniqlanadi.