

## **amaliy mashg'ulot. Matematik modellar va ularni qurish prinsiplari.**

Model (lot. "Modulus"-o'lchov, me'yor)-biror obekt yoki obektlar tizimining obrazi yoki namunasidir.

Masalan, Erning modeli-globus, osmon va undagi yulduzlar modeli-planetariy ekrani, pasportdagi suratni shu passport egasining modeli deyish mumkin.

Insoniyatni farovon hayot shart-sharoitlarini yaratish, tabiiy ofatlarni oldindan aniqlash muammolari qdimdan qiziqtirib kelgan. Shuning uchun ham insoniyat tashqi dunyoning turli hodisalarini o'rganishi tabiiy holdir.

Aniq fan sohasi mutaxassislari u yoki bu jarayonning faqat ularni qiziqtirgan xossalarnigina o'rganadi. Masalan, geologlar erning rivojlanish tarixini, ya'ni qachon, qaerda va qanday hayvonlar yashaganlari, o'simliklar o'sganligi, iqlim qanday o'zgarganligini o'rganadi. Bu ularga foydali qazilma konlarini topishlarida yordam beradi. Lekin ular Erda kishilik jamiyatining rivojlanish tarixini o'rganishmaydi-bu bilan tarixchilar shug'ullanadi.

Atrofimizdagi dunyoni o'rganish natijasida noaniq va to'liq bo'lmagan ma'lumotlar olish mumkin. Lekin bu koinotga uchish, atom yadrosining sirini aniqlash, jamiyatning rivojlanish qonunlarini egallash va boshqalarga xalaqit etmaydi. Ular asosida o'rganilayotgan hodisa va jarayonning modeli yaratiladi. Model ularning xususiyatlarini mumkin qadar to'laroq akslantirishi zarur.<sup>1</sup>

Modelning taqribiylik xarakteri turli ko'rinishda namoyon bo'lishi mumkin. Masalan, tajriba o'tkazish mobaynida foydalaniladigan asboblarning aniqligi olinayotgan natijaning aniqligiga ta'sir etadi.

Modellashtirish- bilish obektlarini ularning modellari yordamida tadqiq qilish mavjud predmed va hodisalarning modellarini yasash va o'rganishdir.

Modellash uslubidan hozirgi zamon fanida keng foydalanilmoqda. U ilmiy tadqiqot jarayonini engillashtiradi, ba'zi hollarda esa murakkab obektlarni o'rganishning yagona vositasiga aylanadi. Mavhum obekt, olisda joylashgan obektlar, juda kichik hajmdagi obektlarni o'rganishda modellashtirishning ahamiyati katta. Modellashtirish uslubidan fizika, astronomiya, biologiya, iqtisod fanlarida obektlarning faqat ma'lum xususiyat va munosabatlarini aniqlashda ham foydalaniladi.

Modelni tanlash vositalariga qarab uni uch guruhga ajratish mumkin: abstract, fizik va biologik.

Abstrakt modellar qatoriga matematik, matematik-mantiqiy va shu kabi modellar kiradi. Fizik modellar qatoriga kichiklashtirilgan maketlar, turli asbob va qurilmalar, trenajyorlar va shu kabilar kiritiladi.

Modellarning mazmuni bilan quyidagicha tanishib chiqamiz:

Fizik model. Tekshirilayotgan jarayonining tabiati va geometric tuzilishi asl nusxadagidek, ammo undan miqdor(o'lchami, tezligi, ko'lami) jihatidan farq qiladigan modellar, masalan. Samolyot, kema, avtomobil, poezd, GES va boshqalarning modellari fizik modelga misol bo'ladi.

Fizik-kimyoviy modellar biologik tuzilish, funksiya yoki jarayonlarni fizik yoki kimyoviy vositalar bilan qaytadan hosil qilishdir.

---

<sup>1</sup> Herbert Gintis, Mathematical Literacy for Humanists. 2010. USA. 21-25 betlarning mazmun mohiyatidan foydalanildi.

Matematik modellar. Tirik organizmlarning tuzilishi, o'zaro aloqasi vazifasiga oid qonuniyatlarning matematik va mantiqiy-matematik tavsifidan iborat bo'lib, tajriba ma'lumotlariga ko'ra yoki mantiqiy asosida tuziladi, so'ngra tajriba yo'li bilan tekshirib ko'riladi.

Biologik hodisalarning matematik modellarini kompyuterda o'rganish tekshirilayotgan biologik jarayonning o'zgarish xarakterini oldindan bilish imkonini beradi. Shuni ta'kidlash kerakki, bunday jarayonlarni tajriba yo'li bilan tashkil qilish va o'tkazish ba'zan juda qiyin kechadi.

Biologik model turli tirik obektlar va ularning qismlari-molekula, hujayra, orga-nizm va shu kabilarga xos biologik tuzilish, funksiya va jarayonlarni modellashda qo'llaniladi. Biologiyada, asosan: biologik, fizik va matematik modellardan foydalaniladi.

Iqtisodiy modellar taxminan, 18-asrdan qo'llanila boshlandi. F. Kenening "Iqtisodiy jadvallar"ida birinchi marta butun ijtimoiy takror ishlab chiqarish jarayonining shakllanishini ko'rsatishiga harakat qilgan.

Iqtisodiy tizimlarning turli faoliyat yo'nalishlarini o'rganish uchun har xil modellardan foydalaniladi. Iqtisodiy taraqqiyotning eng umumiy qonuniyatlari xalq xo'jaligi modellari yordamida tekshiriladi. Turli murakkab ko'rsatkichlar, jumladan, milliy daromad, ish bilan bandlik, iste'mol, jamg'armalar, investitsiya ko'rsatkichlarining dinamikasi va nisbatini tahlil qilish, uni oldindan aytib berish uchun katta iqtisodiy modellar qo'llaniladi. Aniq xo'jalik vaziyatlarini tekshirishda kichik iqtisodiy tizimlardan, murakkab iqtisodiy tizimlarni tekshirishda, asosan, matematik modellardan foydalaniladi.

Mavzuga oid savollar.

Model deganda nimani tushunasiz?

Model hodisa va jarayonni qanday akslantirishi kerak?

Modelning taqribiylik xarakteri qanday ko'rinishlarda namoyon bo'ladi?

Modellashtirish uslublaridan qaerda foydalaniladi?

Modellashtirish qanday obektlarni o'rganishda, ayniqsa, muhim?

Modellarni qanday turlarga ajratish mumkin?

Abstrakt va fizik modellarning farqi nimada?

Biologik model deganda nimani tushunasiz?

Iqtisodiy model deganda nimani tushunasiz?

Matematik modellar tirik organizmlarning tuzilishi, o'zaro aloqasi, vazifasiga oid qonuniyatlarning matematik va mantiqiy-matematik tavsifidan iborat bo'lib, tajriba ma'lumotlariga ko'ra yoki mantiqiy asosda tuziladi, so'ngra tajriba yo'li bilan tekshirib kuriladi. Biologik hodisalarning matematik modellarini kompyuterda o'rganish tekshirilayotgan biologik jarayonning o'zgarish xarakterini oldindan bilish imkonini beradi. Shuni ta'kidlash kerakki, bunday jarayonlarni tajriba yo'li bilan tashkil qilish va o'tkazish ba'zan juda qiyin kechadi. Matematik va matematik-mantiqiy modelning yaratilishi, takomillashishi va ulardan foydalanish matematik hamda nazariy biologiyaning rivojlanishiga qulay sharoit tug'diradi.

Matematik modellashtirish aniq fanlardagi turli amaliy masalalarini echishda muvaffaqiyat bilan qo'llanib kelinmoqda. Matematik modellashtirish uslubi masalani xarakterlaydigan u yoki bu kattalikni miqdor jihatdan ifodalash, so'ngra bog'liqligini o'rganish imkoniyatini beradi.

Uslub asosida matematik model tushunchasi yotadi.

Matematik model- deb o'rganilayotgan ob'ektni matematik formula yoki algoritim ko'rinishida ifodalangan xarakteristikallari orasidagi funktsional bog'lanishga aytiladi.

Kompyuter ixtiro etilgandan so'ng matematik modellashning ahamiyati keskin oshdi. Murakkab texnik, iqtisodiy va ijtimoiy tizimlarni yaratish, so'ngra ularni kompyuterlar yordamida tatbik etishning haqiqiy imkoniyati paydo bo'ldi. Endilikda ob'ekt, ya'ni haqiqiy tizim ustida emas, balki uni almashtiruvchi matematik model ustida tajriba o'tkazila boshlandi. Kosmik kemalarning harakat traektoriyasi, murakkab muxandislik inshootlarini yaratish, transport magistrallarini loyihalash, iqtisodni rivojlantirish va boshqalar bilan bog'lik bo'lgan ulkan xisoblashlarning kompyuterda bajarilishi matematik modellash uslubining samaradorligini tasdiqlaydi.

Odatda, matematik model ustida hisoblash tajribasini o'tkazish haqiqiy ob'ektni tajribada tadbiq etish mumkin bulmagan yoki iqtisodiy jihatdan maqsadga muvofiq bo'lmagan hollarda o'tkaziladi. Bunday xisoblash tajribasining natijalari haqiqiy ob'ekt ustida olib boriladigan tajribaga qaraganda juda aniq emasligini ham hisobga olish kerak. Lekin shunday misollarni keltirish mumkinki, kompyuterda o'tkazilgan hisoblash tajribasi o'rganilayotgan jarayon yoki hodisa haqidagi ishonchli axborotning yagona manbai bo'lib xizmat qiladi. Masalan, faqat matematik modelashtirish va kompyuterda hisoblash tajribasini o'tkazish yo'li bilan yadroviy urushning iqlimga ta'siri oqibatlarini oldindan aytib berish mumkin. Kompyuter yadro qurolli urushda mutloq q'olib bo'lmasligini ko'rsatadi. Kompyuterli tajriba Er yuzida bunday urush oqibatida ekologik o'zgarishlar, ya'ni haroratning keskin o'zgarishi, atmosferaning changlanishi, qutblardagi muzliklarning erishi ro'y berishi, hatto, Er o'z o'qidan chiqib ketishi mumkinligini ko'rsatadi.

Matematik modellashda berilgan fizik jarayonlarning matematik ifodalari modelashtiriladi. Matematik model tashqi dunyoning matematik belgilar bilan ifodalangan qandaydir hodisalar sinfining taqribiy tavsifidir. Matematik model tashqi dunyoni bilish, shuningdek, oldindan aytib berish va boshqarishning kuchli uslubi hisoblanadi.

Matematik modelni taxlil qilish o'rganilayotgan hodisaning mohiyatiga singish imkoniyatini beradi. Hodisalarni matematik model yordamida urganish to'rt bosqichda amalga oshiriladi.

Birinchi bosqich:—modelning asosiy ob'ektlarini bog'lovchi qonunlarni ifodalash.

Ikkinchi bosqich:—modeldagi matematik masalalarni tekshirish.

Uchinchi bosqich:—modelning qabul qilingan amaliyot mezonlarini qanoatlantirishni aniqlash. Boshqacha aytganda, modeldan olingan nazariy natijalar bilan olingan ob'ektni kuzatish natijalari mos kelishi masalasini aniqlash.

To'rtinchi bosqich:—o'rganilayotgan hodisa haqidagi ma'lumotlarni jamlash orqali modelning navbatdagi tahlilini o'tkazish va uni rivojlantirish, aniqlashtirish.

Shunday qilib, modelashtirishning asosiy mazmunini ob'ektni dastlabki o'rganish asosida modelni tajriba orqali va nazariy tahlil qilish, natijalarni ob'ekt haqidagi ma'lumotlar bilan taqqoslash, modelni tuzatish (takomillashtirish) va shu kabilar tashkil etadi.

Matematik model tuzish uchun, dastlab masala rasmiylashtiriladi. Masala mazmuniga mos holda zarur belgilar kiritiladi. So'ngra kattaliklar orasida formula yoki algoritm ko'rinishida yozilgan funktsional bog'lanish hosil qilinadi. Aytib o'tilganlarni aniq misolda ko'rib chiqamiz.

O'ylagan sonni topish masalasi (matematik fokus). Talabalarga ixtiyoriy sonni o'ylash va u bilan quyidagi amallarni bajarish talab etiladi:

- 1.O'ylangan son beshga ko'paytirilsin.
- 2.Ko'paytmaga bugungi sanaga mos son(yoki ixtiyoriy boshqa son) qo'shilsin.
- 3.Hosil bo'lgan yig'indini ikkilantirilsin.
- 4.Natijaga joriy yil soni qo'shilsin.

Olib boruvchi biroz vaqtdan so'ng talaba o'ylagan sonni topishi mumkiligini ta'kidlaydi. Ravshanki, talaba o'ylagan son matematik fokusga mos model yordamida aniqlanadi. Masalani rasmiylashtiramiz: X-o'quvchi o'ylagan son, Y-hisoblash natijasi, N-sana, M-joriy yil. Demak, olib boruvchining ko'rsatmalari:

$$Y = (X \cdot 5 + N) \cdot 2 + M$$

formula orqali ifodalanadi.

Ushbu formula masalaning (matematik fokusning) matematik modeli bo'lib xizmat qiladi va X o'zgaruvchiga nisbatan chiziqli tenglamani ifodalaydi.

Tenglamani echamiz:

$$X = (Y - (M + 2N)) / 10$$

Ushbu formula o'ylagan sonni topish algoritmini ko'rsatadi.

1-masala. Ikkita non zavodiga un ikkita ombordan keltiriladi. Bir sutkada birinchi non zavodiga 50 t, ikkinchisiga 90 t un zarur. Birinchi ombordan bir sutkada 60 tonna, ikkinchisidan 80 tonna un olish mumkin. Bir tonna unni birinchi ombordan birinchi non zavodiga etkazish uchun 1400 so'm, ikkinchisiga etkazish uchun 2000 so'm sarf-xarajat bo'ladi. Bir tonna unni ikkinchi ombordan birinchi non zavodiga etkazish uchun 1200 so'm, ikkinchisiga etkazish uchun 1600 so'm sarflanadi (12-jadval). Unni tashishga ketadigan umumiy xarajat eng kam bo'lishi uchun qanday tashish taqsimoti bajarilishi kerak.

1-jadval.

ga dan	1-non zavodi	2-non zavodi	Ombor imkoniyatlari
1-ombor	1400	2000	60
2-ombor	1200	1600	80
Zavod talabi	50	90	

Matematik modelni tuzish. Ombordan non zavodlariga unni tashishni tashkil etishga qanday omillar ta'sir etishi mumkin? Ular juda ko'p. Lekin bizni faqat unni zavodlarga taqsimlashni qanday amalga oshirish qiziqtiradi (shuning uchun biz haydovchining betob bo'lib qolishi, avtomobilning ishdan chiqishi, yonilg'ining tugashi kabilarni e'tiboga olmaymiz).

Modelni rasmiylashtirish uchun quyidagi belgilashlarni kiritamiz:

X1--bir sutkada 1-ombordan 1-zavodga etkaziladigan unning miqdori;

X2—bir sutkada 1-ombordan 2-zavodga etkaziladigan unning miqdori;

X3--bir sutkada 2-ombordan 1-zavodga etkaziladigan unning miqdori;

X4-- bir sutkada 2-ombordan 2-zavodga etkaziladigan unning miqdori;

1-ombordan bir sutkada 60t un chiqarish mumkin. Ushbu xususiyatning modeli  $X_1 + X_2 = 60$  tenglamadan iborat buladi. Xuddi shuningdek, 2-ombor uchun  $X_3 + X_4 = 80$  tenglamani yozish mumkin.

1-non zavodining to'xtovsiz ishini ta'minlash uchun ikkkala ombordan keltiriladigan un miqdori zavodning bir sutkada ishlatiladigan un miqdoriga teng bo'lishi kerak, ya'ni

$$X_1 + X_4 = 50.$$

Xuddi shu kabi 2-zavodga mos,  $X_3 + X_4 = 90$  tenglamani yozish mumkin. Ravshanki, yuqoridagi shartlar bir vaqtda bajarilishi kerak. Demak, quyidagi chiziqli tenglamalar tizimga ega bo'lamiz:

$$X_1 + X_2 = 60$$

$$X_3 + X_4 = 80$$

$$X_1 + X_3 = 50$$

$$X_2 + X_4 = 90$$

Endi tashish uchun zarur xarajatlarni baholaymiz. Bir tonna unni tashish narxini bilgan holda, xar bir zavod uchun keltiriladigan un miqdorini unga sarflanadigan xarajatga mos qolda ko'paytirilishi va ular ko'shilishi kerak:

$$1400X_1 + 2000X_2 + 1200X_3 + 1600X_4$$

Endi masalaga mos matematik modelni quyidagicha tavsiflash mumkin: Agar  $X_1, X_2, X_3, X_4$  o'zgaruvchilarga  $X_1 + X_2 = 60, X_3 + X_4 = 80, X_1 + X_3 = 50, X_2 + X_4 = 90$  chegaralar quyilgan bo'lsa,  $F = 1400X_1 + 2000X_2 + 1200X_3 + 1600X_4$  chiziqli funktsiya  $X_1, X_2, X_3, X_4$  o'zgaruvchilarning qanday

qiymatida eng kichik musbat qiymatga ega bo'lishi topilsin.

Modelni tekshirish.  $X_2, X_3, X_4$  o'zgaruvchilarni  $X_1$  orqali ifodalab, chegaralar tizimini soddalashtirsak. (1) tizimga ekvivalent bulgan quyidagi chiziqli tenglamalar tizimiga ega bo'lamiz:

$$X_2 = 60 - X_1$$

$$X_3 = 50 - X_1 \quad (2)$$

$$X_4 = 30 - X_1$$

f funksiyaga (2) dagi  $X_2, X_3$  va  $X_4$  o'zgaruvchilarning ifodasini qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$f = 228000 - 200X_1$$

Shunday qilib, yuqoridagi masalaga ekvivalent yangi matematik masalaga ega bo'ldik:

$$f = 228000 - 200X_1 \rightarrow \min;$$

$$X_2 = 60 - X_1$$

$$X_3 = 50 - X_1$$

$$X_4 = 30 - X_1$$

Tashish uchun qilinadigan xarajat manfiy bo'lmagan kattalik bilan o'lchanganligidan  $f \geq 0$  kabi yozamiz. Demak, f ning minimal qiymati nolga teng.

Algoritm tuzish.

1.  $f=0$  deb  $X_1$  topilsin.

2.  $X_1$  qiymatni bilgan holda (2) dan foydalanib,  $X_2, X_3, X_4$  o'zgaruvchilarning qiymatlari topilsin.

Hisoblash bosqichi.

$$1. \quad f=0 \rightarrow 228000 - 200X_1 = 0 \rightarrow X_1 = 1140.$$

$$2. \quad X_2 = 60 - X_1 \rightarrow X_2 = -1080$$

$$3. \quad X_3 = 50 - X_1 \rightarrow X_3 = -1090.$$

$$4. \quad X_4 = 30 - X_1 \rightarrow X_4 = 1170.$$

Chegaralar va minimallik shartini qanoatlantiruvchi  $f=0, X_1=1140, X_2=-1080, X_3=-1090, X_4=1170$  echimga ega buldik. Ko'rinib turibdiki, bu echim izlangan echim emas, chunki yuk ogirligi manfiy kattalik bo'lmaydi.

Modelga aniqlik kiritish. Tekshirish mobaynida olingan natijadagi qarama-qarshilik shundan iboratki, zavodlarga tashiladigan un miqdori manfiy bo'lib qoldi. Demak, shunday vaziyatni yo'q qilish kerak. Buning uchun chegaralar tizimiga  $X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, X_4 \geq 0$  tengsizliklarni qo'shish kerak.

Aniqlashtirilgan modelning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$F=1400X_1+2000X_2+1200X_3+1600X_4 \rightarrow \min:$$

$$X_1+X_2=60, X_3+X_4=80$$

$$X_1+X_3=50, X_2+X_4=90$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, X_4 \geq 0.$$

Yangi modelni tekshirish quyidagi ko'rinishga olib keladi:

$$F=228000-200X_1 \rightarrow \min$$

$$X_2=60-X_1,$$

$$X_3=50-X_1, (3)$$

$$X_4=30+X_1,$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, X_4 \geq 0.$$

Bundan  $X_1, X_2, X_3, X_4$ , o'zgaruvchilarning manfiy bo'lmasligi e'tiborga olinsa, yana ekvivalent

matematik masalaga ega bo'lamiz:

$$0 \leq X_1 \leq 50$$

$$X_2 = 60 - X_1,$$

$$X_3 = 50 - X_1, (4)$$

$$X_4 = 30 + X_1.$$

Modelni tekshirish. (4) modelni tekshirsak,  $X_1$  ning qiymati ortsa,  $F$  funktsiya qiymatining kamayishini osongina ko'rish mumkin. Demak,  $f$  funktsiya o'zining minimal qiymatiga  $X_1$  ning eng katta qiymatida ega bo'ladi,  $X_1$  o'zgaruvchining eng katta qiymatini bilgan holda  $X_2, X_3, X_4$

o'zgaruvchilarning qiymatini torish mumkin.

Echish algoritmini tuzish.

1.  $X_1$  o'zgaruvchining eng katta qiymati topilsin.
2.  $X_2, X_3, X_4$  o'zgaruvchilarning qiymatlari xisoblansin.
3.  $f$  funktsiya qiymati natijaga olib keladi:

Hisoblashlar quyidagi natijaga olib keladi :

1.  $X_1=50.$
2.  $X_2=10, X_3=0, X_4=80.$
3.  $f=218000.$

Topilgan  $\{f=218000, X_1=50, X_2=10, X_3=0, X_4=80\}$  echim (4) tenglamalar tizimini qanoatlantiradi va tashish uchun minimal sarf-xarajat kuniga 1-ombordan 1-zavodiga 50 t, ikkinchisiga 10 t, 2-ombordan faqat 2-zavodga 80 t un etkazilgan holda 218000 so'mni tashkil etar ekan.