Bir jinsli chiziqli algebraik tenglamalar sistemasining fundamental yechimlari sistemasi

Ozod hadlari nolga teng bo'lgan sistemaga *bir jinsli tenglamalar sistemasi deyiladi.*

Bir jinsli tenglamalar sistemasi hamma vaqt birgalikda (chunki $r(A)=r(C)$) va nolga teng bo'lgan (trivial) $x_1=x_2=\ldots,=x_n=0$ yechimga ega.

Bir jinsli tenglamalar sistemasi nolga teng bo'lmagan yechimga ega bo'lishi uchun uning asosiy matritsasining rangi r noma'lumlar soni n dan kichik, ya'ni $r<n$ bo'lishi zarur va yetarli.

n noma'lumli n ta chiziqli bir jinsli tenglamalar sistemasi nolga teng bo'lmagan yechimga ega bo'lishi uchun uning Δ determinanti nolga teng, ya'ni $\Delta=0$ bo'lishi zarur va yetarli.

misol. Bir jinsli tenglamalar sistemasini yeching:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 0. \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix} \sim \begin{matrix} \\ -2 \\ -4 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix} \sim -1 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & -8 \\ 0 & 5 & -8 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & -8 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad r(A) = 2, \ n = 3, \ r < n.$$

Demak, sistema cheksiz ko‘p yechimga ega.

Ularni topamiz:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 - \ \ x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 2x_3, \\ \ \ x_1 - \ \ x_2 = -3x_3. \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -5,$$

$$\Delta x_1 = \begin{vmatrix} 2x_3 & 3 \\ -3x_3 & -1 \end{vmatrix} = 7x_3, \quad \Delta x_2 = \begin{vmatrix} 2 & 2x_3 \\ 1 & -3x_3 \end{vmatrix} = -8x_3.$$

$$x_1 = \frac{\Delta x_1}{\Delta} = -\frac{7x_3}{5}, \quad x_2 = \frac{\Delta x_2}{\Delta} = \frac{8x_3}{5}$$

Erkin noma'lumni $x_3 = 5k$ (k – ixtiyoriy son) deb, sistemaning umumiy yechimini topamiz:

$$x_1 = -7k, \ x_2 = 8k, \ x_3 = 5k.$$

Sistemaning xususiy yechimlaridan birini, masalan $k = 1$da, topamiz:

$$x_1 = -7, \ x_2 = 8, \ x_3 = 5.$$

мисол. Ушбу

$$\begin{cases} 3x_1+4x_2-x_3=0, \\ x_1-3x_2+5x_3=0, \\ 4x_1+x_2+4x_3=0 \end{cases}$$

бир жинсли системани ечинг.

Ечиш. A матрицанинг рангини ҳисоблаймиз:

Демак, система нолмас ечимларга эга ва системанинг детерминанти

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & -3 & 5 \\ 4 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -36+80-1-12-15-16=80-80=0$$

бўлгани сабабли улар чексиз кўпдир. Системанинг дастлабки икки тенгламасини ечамиз:

$$\begin{cases} 3x_1+4x_2-x_3=0, \\ x_1-3x_2+5x_3=0. \end{cases}$$

Бу системада x_3 ли ҳадларни ўнг томонга ўтказамиз:

$$\begin{cases} 3x_1+4x_2= & x_3 \\ x_1-3x_2= & -5x_3 \end{cases}.$$

Бу системани Крамер қоидасидан фойдаланиб ечамиз:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -9-4=-13,$$

$$\Delta x_1 = \begin{vmatrix} x_3 & 4 \\ -5x_3 & -3 \end{vmatrix} = -3x_3+20x_3=17x_3,$$

$$\Delta x_2 = \begin{vmatrix} 3 & x_3 \\ 1 & -5x_3 \end{vmatrix} = -15x_3-x_3=-16x_3.$$

Шундай қилиб, $x_1=-\frac{17x_3}{13}$; $x_2=\frac{16x_3}{13}$; $x_3=13t$ бўлсин (t — ихтиёрий мутаносиблик коэффициенти). У ҳолда $x_1=-17t$; $x_2=16t$; $x_3=13t$. t га ихтиёрий қийматларни бериб, чексиз кўп ечимларни ҳосил қиламиз.