Arifmetik vector fazo

Tayin uzunlikka va yo‘nalishga ega bo‘lgan kesma *vektor* deb ataladi va $\overrightarrow{AB}$ yoki $\vec{a}$ kabi belgilanadi. Bunda A nuqtaga vektorning boshlang‘ich nuqtasi, B nuqtaga uning oxirgi nuqtasi deyiladi. $\overrightarrow{BA}$ vektor $\overrightarrow{AB}$ vektorga qarama-qarshi vektor hisoblanadi. $\vec{a}$ vektorga qarama-qarshi vektor $(-\vec{a})$ bilan belgilanadi.

AB kesmaning uzunligiga $\overrightarrow{AB}$ *vektorning uzunligi* yoki *moduli* deyiladi va $|\overrightarrow{AB}|$ ko‘rinishda belgilanadi.

Boshlang‘ich va oxirgi nuqtalari ustma-ust tushadigan vektor *nol vektor* deb ataladi va $\vec{0}$ bilan belgilanadi.

Uzunligi birga teng vektorga *birlik vektor* deyiladi va $\vec{e}$ orqali belgilanadi. $\vec{a}$ vektor bilan bir xil yo‘nalgan birlik vektorga $\vec{a}$ *vektorning orti* deyiladi va $\vec{a}^0$ bilan belgilanadi.

Bir to‘g‘ri chiziqda yoki parallel to‘g‘ri chiziqlarda yotuvchi vektorlar *kollinear vektorlar* deb ataladi.

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar kollinear, bir xil yo‘nalgan va uzunliklari teng bo‘lsa, ularga *teng vektorlar* deyiladi va $\vec{a}=\vec{b}$ kabi yoziladi. Teng vektorlar *erkin vektorlar* deb yuritiladi. Vektorni fazoning ixtiyoriy nuqtasiga o‘z-o‘ziga parallel ko‘chirish mumkin.

Bir tekislikda yoki parallel tekisliklarda yotuvchi vektorlar *komplanar vektorlar* deb ataladi.

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar yig'indisi deb $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar bilan komplanar bo'lgan $\vec{a}+\vec{b}$ vektorga aytiladi. Ikki vektorning yig'indisi *uchburchak* yoki *parallelogramm qoidalari* bilan topiladi.

Bir nechta vektorni uchburchak usuli bilan ketma-ket qo'shib borish mumkin. Bir nechta vektorni bunday qo'shish usuliga *ko'pburchak qoidasi* deyiladi.

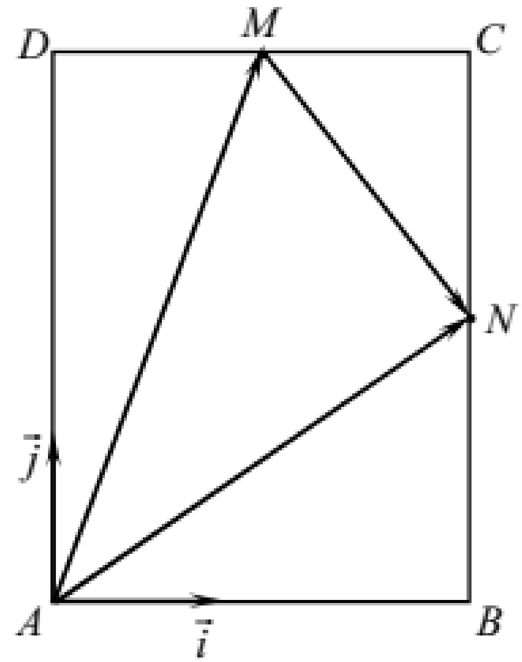
$\vec{a}$ va $\vec{b}$ *vektorlarning ayirmasi* deb, $\vec{b}$ vektor bilan yig'indisi $\vec{a}$ vektorni beradigan $\vec{a}-\vec{b}$ vektor tushuniladi.

$\vec{a}$ *vektorning* $\lambda \neq 0$ *songa ko'paytmasi* deb, $\vec{a}$ vektorga kollinear, uzunligi $|\lambda|\cdot|\vec{a}|$ ga teng bo'lgan, $\lambda>0$ bo'lsa $\vec{a}$ vektor bilan bir xil yo'nalgan, $\lambda<0$ bo'lganda $\vec{a}$ vektorga qarama-qarshi yo'nalgan $\lambda\vec{a}$ vektorga aytiladi.

Agar $\vec{b}=\lambda\vec{a}$ bo'lsa, u holda $\vec{a}\ (\vec{a}\neq 0)$ va $\vec{b}$ vektorlar kollinear bo'ladi va aksincha, agar $\vec{a}\ (\vec{a}\neq 0)$ va $\vec{b}$ vektorlar kollinear bo'lsa, u holda biror λ son uchun $\vec{b}=\lambda\vec{a}$ bo'ladi.

$\vec{a}=|\vec{a}|\cdot\vec{a}^{\circ}$, ya'ni har bir vektor uzunligi bilan ortining ko'paytmasiga teng bo'ladi.

1 – misol. $ABCD$ to‘g‘ri to‘rtburchakning tomonlari $AB=3$, $AD=4$. $M-DC$ tomonning o‘rtasi, $N-CB$ tomonning o‘rtasi (3-shakl). $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}, \overrightarrow{MN}$ vektorlarni mos ravishda $\overrightarrow{AB}$ va $\overrightarrow{AD}$ tomonlar bo‘ylab yo‘nalgan $\vec{i}$ va $\vec{j}$ birlik vektorlar orqali ifodalang.



1-shakl.

$\vec{a}=|\vec{a}|\cdot\vec{a}^{\circ}$ bo‘lishidan, topamiz:

$$\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|\cdot\vec{i}=3\vec{i}, \quad \overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AD}|\cdot\vec{j}=4\vec{j}.$$

3-shaklga ko‘ra

$$\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{MC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\vec{i},$$

$$\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{NC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}=2\vec{j}.$$

Vektorlarni qo‘shish qoidasi bilan topamiz:

$$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DM}=4\vec{j}+\frac{3}{2}\vec{i}; \qquad \overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BN}=3\vec{i}+2\vec{j};$$

$$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CN}=\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{NC}=\frac{3}{2}\vec{i}-2\vec{j}.$$

$\alpha_1\vec{a}_1+\alpha_2\vec{a}_2+\ldots+\alpha_n\vec{a}_n$ ifodaga $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\ldots,\vec{a}_n$ *vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi* deyiladi, bunda $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n$ – tayin sonlar.

Agar $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\ldots,\vec{a}_n$ vektorlar uchun kamida bittasi nolga teng bo'lmagan shunday $\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_n$ sonlar topilsaki, bu sonlar uchun $\alpha_1\vec{a}_1+\alpha_2\vec{a}_2+\ldots+\alpha_n\vec{a}_n=0$ tenglik bajarilsa, u holda $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\ldots,\vec{a}_n$ vektorlarga *chiziqli bog'liq vektorlar* deyiladi.

Agar $\alpha_1\vec{a}_1+\alpha_2\vec{a}_2+\ldots+\alpha_n\vec{a}_n=0$ tenglik faqat $\alpha_1=\alpha_2=\ldots=\alpha_n=0$ bo'lganda o'rinli bo'lsa, u holda, $\vec{a}_1,\vec{a}_2,\ldots,\vec{a}_n$ vektorlarga *chiziqli erkli vektorlar* deyiladi.

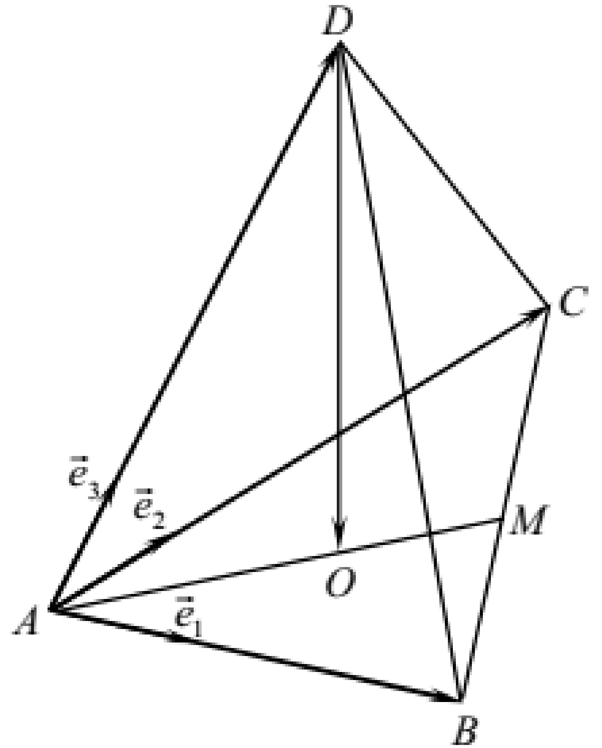
Ikkita vektor chiziqli bog'liq bo'lishi uchun ular kollinear bo'lishi zarur va yetarli.

Uchta vektor chiziqli bog'liq bo'lishi uchun ular komplanar bo'lishi zarur va yetarli.

Agar R^n fazoda ixtiyoriy $\vec{a}$ vektorni n ta chiziqli erkin $\vec{e}_1,\vec{e}_2,\ldots,\vec{e}_n$ vektorlarning chiziqli kombinatsiyasi orqali ifodalash mumkin bo'lsa, ya'ni $\vec{a}=\alpha_1\vec{e}_1+\alpha_2\vec{e}_2+\ldots+\alpha_n\vec{e}_n$ tenglik bajarilsa, u holda $\vec{e}_1,\vec{e}_2,\ldots,\vec{e}_n$ vektorlar R^n *fazoning bazisi* deb ataladi.

$\vec{a} = \alpha_1\vec{e}_1 + \alpha_2\vec{e}_2 + \alpha_3\vec{e}_3$ tenglikka $\vec{a}$ vektorning $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ bazis bo‘yicha yoyilmasi, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ sonlarga $\vec{a}$ vektorning $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ bazisdagi *affin koordinatalari* deyiladi.

Uch o‘lchovli R^3 fazoda komplanar bo‘lmagan $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ vektorlar bazis tashkil qiladi. Ikki o‘lchovli R^2 fazoda kollinear bo‘lmagan $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ vektorlar bazis tashkil etadi.



2-shakl.

2 – misol. Uchburchakli muntazam piramidada $AB, AC, AD - A$ uchning qirralari, $DO - D$ uchdan tushirilgan balandlik (2-shakl). Agar $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ mos ravishda AB, AC, AD qirralar bo‘ylab yo‘nalgan vektorlar bo‘lsa, $\overrightarrow{DO}$ vektorning $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ bazis bo‘yicha yoyilmasini toping.

Vektorlarni songa ko‘paytirish amalining xossasiga asoslanib, topamiz: $\overrightarrow{AB} = \lambda_1\vec{e}_1$, $\overrightarrow{AC} = \lambda_2\vec{e}_2$, $\overrightarrow{AD} = \lambda_3\vec{e}_3$, bu yerda $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – haqiqiy sonlar.

Piramidada $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ qirralar komplanar emas. Shu sababli $\overrightarrow{DO}$ vektorni $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ bazis bo'yicha yoyish mumkin.

Piramida muntazam bo'lgani uchun uning balandligi asosining medianalari kesishish nuqtasiga tushadi, ya'ni O – uchburchak medianalarining kesishish nuqtasi bo'ladi.

Vektorlarni qo'shish qoidasiga ko'ra $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AO}$.

Bunda

$$\overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{AD} = -\lambda_3 \vec{e}_3, \quad \overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} = \frac{1}{3}(\lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2).$$

Demak,

$$\overrightarrow{DO} = -\lambda_3 \vec{e}_3 + \frac{1}{3}(\lambda_1 \vec{e}_1 + \lambda_2 \vec{e}_2).$$