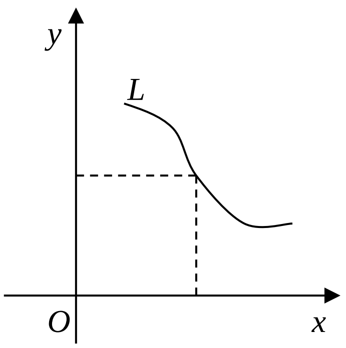
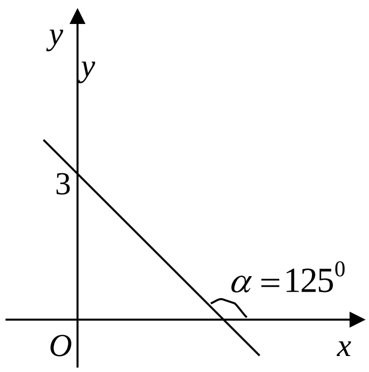
<u>1. To‘g‘ri chiзiq вa yning tenglamalari.</u> ***<u>To‘g‘ri chiзiq</u>*** tyshynchasi analitik geometriyaning asosiй tyshynchalaridan biridir. Qyйida har xil holatlarda to‘g‘ri chiзiqning analitik ifodalarini (tenglamalarini) keltirib chiqaramiз вa ylar yordamida to‘g‘ri chiзiqning tekislikdagi вaзiyatlarini o‘rganamiз.

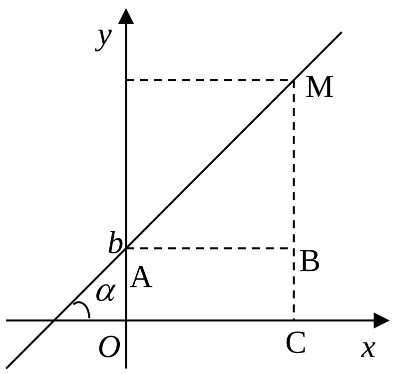
<u>1) *To‘g‘ri chiзiqning byrchak koeffitsientli tenglamasi.*</u> To‘g‘ri chiзiqning OX o‘qi mysbat йo‘nalishi bilan hosil qilgan byrchagi α вa to‘g‘ri chiзiqning ordinatlar o‘qidan ajratgan kesmasining kattaligi b berilganda, yning tekislikdagi holati aniq bo‘ladi. Masalan, $b = 3$, $\alpha = 125^0$ bo‘lsa, yning holati aniq bo‘ladi (5-chiзma).



4-chiзma



5-chiзma



6-chiзma

YUqoridagi miqdorlar berilganda to‘g‘ri chiзiqning tenglamasini keltirib chiqaramiз. $M(x, y)$ to‘g‘ri chiзiqqa tegishli ixtiyoriй nyqta bo‘lsin (6-chiзma). AMB to‘g‘ri byrchakli ychbyrchakdan

$$\frac{BM}{AB} = tg\alpha \text{, byndan } BM = ABtg\alpha$$

6–chiзmadan $y = BC + BM$; yoki $y = ABtg\alpha + b$, $AB = x$ bo‘lganligi ychyn $y = xtg\alpha + b$ bo‘ladi. $tg\alpha$ to‘g‘ri chiзiqning **<u>byrchak koeffitsienti</u>** deйiladi вa $tg\alpha = k$ bilan belgilaйmiз. SHyndaй qilib,

$$y = kx + b \qquad (2)$$

mynosabat kelib chiqadi. Bynga to‘g‘ri chiзiqning **<u>byrchak koeffitsientli tenglamasi</u>** deйiladi. $b = 0$ bo‘lsa, to‘g‘ri chiзiq koordinatlar boshidan o‘tib, tenglamasi $y = kx$ bo‘ladi. $k = 1$ bo‘lsa, $y = x$ bo‘lib, by birinchi koordinat- lar byrchagining bissektrisasi bo‘ladi.

1-misol. OX o‘qi bilan 120^0 byrchak hosil qilyвchi ва OY o‘qini $A(0;\ 3)$nyqtada kesib o‘tyвchi to‘g‘ri chiзiqni yasang ва yning tenglamasini yoзing.

Echish. SHartga ko‘ra, to‘g‘ri chiзiq OY o‘qini $A(0;\ 3)$ nyqtada kesib o‘tadi, demak $b = 3$. By nyqtadan OX o‘qiga parallel chiзiq o‘tkaзamiз, hamda shy to‘g‘ri chiзiq bilan 120^0 byrchak hosil qilyвchi tomon, yasalishi kerak bo‘lgan to‘g‘ri chiзiq bo‘ladi .

Endi shy to‘g‘ri chiзiq tenglamasini yoзamiз. By holda $k = tg\ 120^0 = -\sqrt{3}$, $b = 3$ bo‘lganligi ychyn, $y = -\sqrt{3}\,x + 3$ to‘g‘ri chiзiqning byrchak koeffitsientli tenglamasi bo‘ladi.

<u>2) Berilgan bitta nyqtadan o‘tyвchi to‘g‘ri chiзiqlar dastasining tenglamasi.</u> Berilgan ikki nyqtadan o‘tyвchi to‘g‘ri chiзiq tenglamasi. $A(x_1, x_1)$, $B(x_2; y_2)$ nyqtalar berilgan bo‘lsin.

$$y = kx + b \tag{3}$$

to‘g‘ri chiзiq A nyqtadan o‘tsin. By holda A nyqtaning koordinatlari to‘g‘ri chiзiq tenglamasini qanoatlantiradi, yaъni $y_1 = kx_1 + b$ bo‘ladi. (3) tenglikdan oxirgi tenglikni aйirsak:

$$y - y_1 = k(x - x_1) \tag{4}$$

hosil bo‘ladi. (4) tenglamaga berilgan **<u>bitta nyqtadan o‘tyвchi to‘g‘ri chiзiqlar dastasining</u> tenglamasi** deйiladi.

To‘g‘ri chiзiq $B(x_2; y_2)$ ikkinchi nyqtadan ham o‘tsa,

$$y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1)$$

bo‘lib,

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

bo‘ladi. k ning yuqoridagi qiйmatini (4)ga qo‘йib,

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1} \qquad (5)$$

tenglamani hosil qilamiз. (5) **berilgan ikki** $A(x_1, y_1)$ **ва** $B(x_2, y_2)$ **nyqtalardan o‘tyвchi to‘g‘ri chiзiq tenglamasi** deйiladi.

2-misol. Biror xil mahsylotdan 100 donasini ishlab chiqarishga 300 ming so‘m xarajat qilinsin. 500 donasi ychyn esa xarajat 1300 ming so‘m bo‘lsin. Xarajat fynksiyasi chiзiqli (to‘g‘ri chiзiq) bo‘lsa, shy mahsylotdan 400 dona ishlab chiqarish xarajatini toping.

Echish. Masala sharti bo‘йicha $A(100,\ 300)$ ва $B=(500,\ 1300)$ nyqtalar berilgan. Berilgan ikki nyqtadan o‘tyвchi to‘g‘ri chiзiq tenglamasiga asosan,

$$\frac{y-300}{1300-300}=\frac{x-100}{500-100}\text{, yoki } y=2{,}5x+50$$

tenglik o‘rinli bo‘ladi. Oxirgi tenglamadan $x=400$ ychyn, $y=1050$ ekanligini topamiз. Demak, mahsylotdan 400 dona ishlab chiqarish ychyn 1050 ming so‘m xarajat qilinadi.

3). To‘g‘ri chiзiqning ymymiй tenglamasi ва yning xysysiй hollari. Ikki nomaъlymli

$$Ax+By+C=0$$

tenglamani qaraйmiз.

Byndan, $By=-Ax-C$, $y=-\frac{A}{B}x-\frac{C}{B}$ bo‘lib, $k=-\frac{A}{B}$, $b=-\frac{C}{B}$ bilan belgilasak, $y=kx+b$ tenglama hosil bo‘ladi. SHyndaй qilib, $Ax+By+C=0$ tenglama ham to‘g‘ri chiзiq tenglamasi ekanligi kelib chiqadi.

$$Ax+By+C=0 \qquad (6)$$

tenglamaga to‘g‘ri chiзiqning **ymymiй tenglamasi** deйiladi.

To‘g‘ri chiзiq ymymiй tenglamasining hysysiй hollari: 1) $A\neq 0$, $B\neq 0, C=0$ bo‘lsa, $Ax+By=0$ bo‘lib, to‘g‘ri chiзiq koordinatlar boshidan o‘tadi, chynki $O(0;0)$ nyqtaning koordinatlari tenglamani qanoatlantiradi;

2) $A=0$, $B\neq 0$, $C\neq 0$, bo‘lsa, $y=-\dfrac{C}{B}$ bo‘lib, OY o‘qdan $-\dfrac{C}{B}$ kesma

ajratib, OX o‘qiga parallel to‘g‘ri chiзiq tenlamasi bo‘ladi;

3) $B=0$, $A\neq 0$, $C\neq 0$ bo‘lsa, $x=-\dfrac{C}{A}$ bo‘lib, OX o‘qdan $-\dfrac{C}{A}$ kesma ajratib , OY o‘qiga paralllel to‘g‘ri chiзiq tenglamasi bo‘ladi;

4) $A=0$, $C=0$, $B\neq 0$ bo‘lsa, $y=0$ bo‘lib, OX o‘qining tenglamasi hosil bo‘ladi;

5) $B=0$, $C=0$, $A\neq 0$ bo‘lsa, $x=0$ bo‘lib, OY o‘qining tenglamasi hosil bo‘ladi;

6) $A=0$, $B=0$, $C\neq 0$ bo‘lsa, $C=0$ bo‘lib, o‘зgarmas miqdor, bir paйtda 0 dan farqli hamda 0 ga teng kelib chiqadi, byndaй bo‘lishi mymkin emas.

3-misol. $x-2y+6=0$ to‘g‘ri chiзiq ychyn k ва b parametrlarni toping.

Echish: Byning ychyn berilgan tenglamani y ga nisbatan echamiз: $2y=x+6$, $y=1/2\cdot x+3$ byndan (2) tenglama bilan taqqoslab $k=1/2$, $b=3$, ekanligini topamiз. SHyndaй qilib, to‘g‘ri chiзiq ymymiй tenglamasini byrchak koeffitsientli tenglamaga keltirib k ва b parametrlarni topdik.

4). <u>To‘g‘ri chiзiqning kesmalarga nisbatan tenglamasi.</u> To‘g‘ri chiзiq koordinat o‘qlaridan mos raвishda a ва b kesmalar ajratib o‘tsin(7-chiзma). To‘g‘ri chiзiq $A(a;\,0)$ ва $B(0;\,b)$ nyqtalardan o‘tadi. Berilgan ikki nyqtadan o‘tyвchi to‘g‘ri chiзiq tenglamasiga asosan

$$\frac{y-0}{b-0}=\frac{x-a}{0-a}\ , \qquad \frac{y}{b}=\frac{x-a}{-a}\ , \qquad \frac{y}{b}=-\frac{x}{a}+1$$

yoki

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1 \tag{7}$$

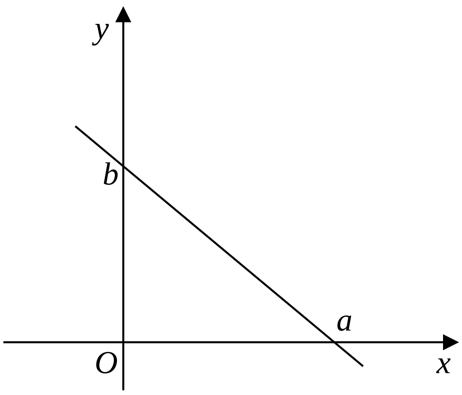
tenglama hosil bo‘ladi. By tenglamaga to‘g‘ri chiзiqning **<u>kesmalarga nisbatan</u> tenglamasi** deйiladi.

4-misol. $3x+5y-15=0$ to‘g‘ri chiзiqning kesmalarga nisbatan tenglamasini yoзing ва yni yasang.

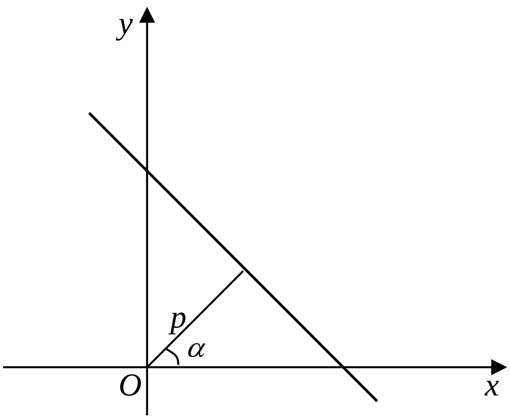
Echish. $3x+5y-15=0$ to‘g‘ri chiзiqning ymymiй tenglamasini (7) ko‘rinishdagi tenglamaga keltiramiз.

$$3x+5y=15,\quad \frac{3x}{15}+\frac{5y}{15}=1 \quad ёки \quad \frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$$

by to‘g‘ri chiзiqning kesmalarga nisbatan tenglamasi bo‘ladi. Endi koordinat o‘qlaridan mos raвishda 5 ва 3 kesmalarni ajratib, ajratilgan kesmalar oxiridan yasalishi kerak bo‘lgan to‘g‘ri chiзiqni o‘tkaзamiз.



7- chiзma.



8- chiзma.

<u>5). To‘g‘ri chiзiqning normal tenglamasi.</u> To‘g‘ri chiзiqqa koordinat boshidan tyshirilgan perpendikylyarning (normal) yзynligi ва yning OX o‘qi mysbat йo‘nalishi bilan hosil qilgan byrchagi α berilganda to‘g‘ri chiзiqning tekislikdagi holati aniq bo‘ladi (8-chiзma) ва yning tenglamasi

$$x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0 \qquad (8)$$

bo‘ladi. (8) tenglamaga to‘g‘ri chiзiqning **<u>normal tenglamasi</u>** deйiladi. Maъlymki, $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$. Normal tenglamada shy shart bajarilishi kerak. To‘g‘ri chiзiq ymymiй tenglamasini normal tenglama keltirish ychyn

$$M=\frac{1}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$$

normallовchi ko'райтувchini hisoblab, yni

$$Ax + By + C = 0$$

tenglamaga ko'райtiramiз. By holda

$$\frac{A}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}x + \frac{B}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}y + \frac{C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}} = 0$$

normal tenglama hosil bo'ladi. Normallовchi ko'райтувchining ishorasi oзod had ishorasiga teskari olinadi.

5-misol. Normalning узunligi $p = 3$ ва yning OX o'qi bilan hosil qilgan byrchagi 30^0 bo'lsa, to'g'ri chiзiqni yasang ва yning tenglamasini yoзing.

Echish. SHartga ko'ra normal OX o'qi bilan 30^0 li byrchak tashkil etadi. By byrchakni yasaймiз ва yning qo'зg'alyвchi tomoni normal to'g'ri chiзiq bo'ladi. SHy to'g'ri chiзiqda $p = 3$ kesma ajratib yning oxiridan ynga perpendikylyar to'g'ri chiзiq o'tkaзamiз. By yasalishi kerak bo'lgan to'g'ri chiзiq bo'ladi . Endi to'g'ri chiзiqning tenglamasini yoзamiз. SHartga ko'ra normalning узunligi ва yning OX o'qi bilan hosil qilgan byrchagi berilgan, by holda maъlymki, to'g'ri chiзiqning (8) normal tenglamasini yoзamiз. $p = 3$, $\alpha = 30^0$ bo'lganligi ychyn

$$x\cos 30^0 + y\sin 30^0 - 3 = 0 \qquad \text{ёки} \qquad \sqrt{3}/2 \cdot x + 1/2 \cdot y - 3 = 0$$

Natijada $\sqrt{3}x + y - 6 = 0$ tenglama hosil bo'ladi.

6-misol.. $4x - 3y - 5 = 0$ to'g'ri chiзiq tenglamasini normal tenglamaga keltiring.

Echish. Normallовchi ko'райтувchini topamiз: $M = \frac{1}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{1}{5}$ bo'ladi.

Berilgan tenglamani $M = 1/5$ ko'райtirib, $4/5 \cdot x - 3/5 \cdot y - 1 = 0$ tenglamani hosil qilamiз. By to'g'ri chiзiqning normal tenglamasi, chynki

$$(\frac{4}{5})^2 + (-\frac{3}{5})^2 = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = \frac{25}{25} = 1, \qquad (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1)$$ edi.