amaliy mashg'ulot. Vektorlar vektorlar ustida amallar.Vektor fazo.

Misol. $\vec{a}(3,\ -2,\ 1),\quad \vec{b}(-1,\ \ 0,\ -2)$ va $\vec{c}(1,\ 2,\ 0)$ vektorlar berilgan. $\vec{a}+\vec{b},\quad \vec{b}-\vec{c},\quad 3\vec{a},\quad \vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-3\vec{c}$ vektorlarning koordinatalarini aniqlang.

Yechish $\vec{a}+\vec{b}=(3+(-1));\quad (-2)+0;\quad (\vec{a}+\vec{b})(2;\ -2;\ -1);$ $\vec{b}-\vec{c}$ vektorning koordinatalari $(\vec{b}-\vec{c})(-2;\ -2;\ -2);\ 3\vec{a}(3;\ -2;\ 1)=\vec{a}(9;\ -6;\ 3);$

$$\vec{p}=(\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-3\vec{c})(3-\frac{1}{2}-3;\ -2+\frac{1}{2}\cdot 0-3\cdot 2;\ 1+\frac{1}{2}(-1)-3\cdot 0)$$

bundan $\vec{p}(-\frac{1}{2},\ -8,\ 0)$

Tarif. $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning uzunliklari bilan ular orasidagi burchak kosinusini ko'paytirishdan hosil bo'lgan son bu vektorlarning skalyar ko'paytmasi deb aytiladi va $\vec{a}\cdot\vec{b}$ yoki $(\vec{a}\vec{b})$ ko'rinishida yoziladi.

Ta'rifga ko'ra $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\varphi$ [1]

Misol. $|\vec{a}|=3,\ |\vec{b}|=4$ bo'lib, $\varphi=60^0$ bo'lsa, $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ni toping.

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\varphi=3\cdot 4\cos 60^0=3\cdot 4\cdot\frac{1}{2}6.$$

Skalyar ko'paytma xossalari

1. Ixtiyoriy ikkita vektor uchun: $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$.
2. Ixtiyoriy uchta $\vec{a}$, $\vec{b}$ va $\vec{c}$ vektorlar uchun $(\vec{a}+\vec{b})\vec{c}=\vec{a}\vec{c}+\vec{b}\vec{c}$
3. Ixtiyoriy ikkita $\vec{a}$, $\vec{b}$ vektorlar va ixtiyoriy haqiqiy son uchun: $(\lambda\vec{a})\cdot\vec{b}=\lambda(\vec{a}\cdot\vec{b})$;
4. Ixtiyoriy $\vec{a}$ vektor uchun $\vec{a}\ \vec{a}$=| $\vec{a}$ |2

$\vec{a}\ \vec{a}$ coni $\vec{a}$ vektorning skalyar kvadrati deyiladi. $\vec{a}$ bilan belgilanadi. $\sqrt{\vec{a}^2}$ soni $\vec{a}$ vektorning uzunligi deyiladi va | $\vec{a}$ | bilan belgilanadi.

5. Agar $\vec{a}$=0 bo'lsa, $\vec{a}$ 2=0.

Uch o'lchovli vektor fazoda ortonormal bazis $(\vec{e}_1,\ \vec{e}_2,\ \vec{e}_3)$ berilgan bo'lib bu bazisga nisbatan $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar koordinatasi bilan berilgab bo'lsin, $\vec{a}(x_1,\ y_1,\ z_1),\quad \vec{b}(x_2,\ y_2,\ z_2)$

$$\vec{a}=x_1\vec{e}_1+y_1\vec{e}_2+z_1\vec{e}_3$$

$$\vec{b}=x_2\vec{e}_1+y_2\vec{e}_2+z_2\vec{e}_3$$

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasini hisoblashda yuqoridagi munosabatlarni e'tiborga olsak, quyidagilarga ega bo'lamiz.

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=(x_1\vec{e}_1+y_1\vec{e}_2+z_1\vec{e}_3)\cdot(x_2\vec{e}_1+y_2\vec{e}_2+z_2\vec{e}_3)=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$$

[1] C.Vincre. L. Kozma. College geometry. 2014. 193-2005 betlarning mazmun mohiyatidan foydalanildi.

Demak, koordinatalari bilan berilgan ikkita vektorning skalyar ko'paytmasi bu vektorlarning mos koordinatalari ko'paytmasining yig'indisiga teng. Ya'ni:

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$ [2]

Natijalar. 1. $\vec{a}(x,\ y,\ z)$ vektor uzunligi

$$|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}^2} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

Ikki $\vec{a}$, $\vec{b}$ vektorlar orasidagi burchak

$$\cos(\vec{a}\wedge\vec{b}) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

Agar $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektor koordinatalar bilan berilgan bo'lsa, bu vektorlar orasidagi burchak ushbu formula bilan aniqlanadi.

$$\cos(\vec{a}\wedge\vec{b}) = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Misollar.

1. $\bar{a}$(2; 5) va $\bar{b}$(-7; -3) vektorlar orasidagi burchakni toping.
2. $\bar{a}$(0; -4) va $\bar{b}$(-2; 2) vektorlar berilgan. Agar $\bar{b} = 3\bar{a} - \bar{c}$ bo'lsa, $\bar{c}$ vektorning koordinatalarini toping.
3. Agar $\bar{a}$(2; 0; 1) va $\bar{b}$(1; -2; 3) bo'lsa, $\bar{n} = \bar{a} + 2\bar{b}$ vektorning uzunligini toping.
4. $\bar{a}$ va $\bar{b}$ birlik vektorlar orasidagi burchak 60º gat eng. $|\bar{a}+\bar{b}|$ ni toping.
5. $\vec{a}(3,\ -2,\ 1),\quad \vec{b}(-1,\ 0,\ -2)$ va $\vec{c}(1,\ 2,\ 0)$ vektorlar berilgan. $\vec{a}+\vec{b},\quad \vec{b}-\vec{c},\quad 3\vec{a},\quad \vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-3\vec{c}$ vektorlarning koordinatalarini aniqlang.
6. $\vec{a}_1\ (1, 1),\ \vec{a}_2(2, 1),\ \vec{a}_3(-3, 2)$ vektorlar berilgan. $\vec{p} = 2\vec{a}_1 - 3\vec{a}_2 + \vec{a}_3$ vektorning koordinatalarini aniqlang.[3]
7. $|\vec{a}| = b, |\vec{b}| = 5$ va $(\vec{a}\wedge\vec{b}) = \frac{\pi}{6}$ bo'lsa $[\vec{a}\,\vec{b}]$ ni hisoblang.
8. $\vec{a}(3,-1,-2),\ \vec{b}(1,2,-1)$ vektorlar berilgan. Quyidagi vektor ko'paytmasining koordinatasini toping.
   a) $[\vec{a}\,\vec{b}]$ b) $[(2\vec{a}+\vec{b})\vec{b}]$ c) $[(2\vec{a}+\vec{b})(2\vec{a}+\vec{b})]$
9. $\vec{a}(2,-1,1),\ \vec{b}(2,3,6)$ vektorlar orasidagi burchak sinusini hisoblang.
10. A(2, 5), B(1, -1), C(2, -2), D(1, 7) nuqtalar berilgan. $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{DB},\ \overrightarrow{BC}$ vektorlarning koordinatalarini toping.
11. Uchlari A(2, 3), B(-1, 2) nuqtalarda bo'lgan AB kesmani ushbu nisbatlarda $\lambda_1 = 1,\quad \lambda_2 = -2,\quad \lambda_3 = \frac{1}{2},\quad \lambda_4 = 3$ bo'luvchi nuqtaning koordinatalarini toping.
12. A(2, 6), B(4, -1), C(2, -3), D(3, 5) nuqtalar berilgan. $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{DB},\ \overrightarrow{BC}$ va $\overrightarrow{CA}$ vektorlarning koordinatalarini toping

[2] V.Deaconu, D.Pfaff. A bridge course to higher mathematics. 2010.USA. 109-113 betlarning mazmum
[3] Herbert Gintis, Mathematical Literacy for Humanists. 2010. USA. 73-75 betlarning mazmun mohiyatidan foydalanildi

13. $\vec{a}(3,-5)$, $\vec{b}(-1,1)$ vektorlar yig'indisi modulini aniqlang.

14. $\vec{a}(2,3)$, $\vec{b}(0,1), \vec{c}(1,0)$ vektorlar berilgan. $\vec{P} = \dfrac{\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}}{2}$ vektorning koordinatalarini aniqlang.

15. $\vec{a}(1,5)$, $\vec{b}(3,-1), \vec{c}(0,1)$ vektorlar berilgan. α ning qanday qiymatida $\vec{P} = \vec{a} + \alpha\vec{b}$ va $\vec{q} = \vec{a} - \vec{c}$ vektorlar kollinear bo'lishini aniqlang.

16. Tekislikda $\vec{a}(3,-2)$, $\vec{b}(-2,1), \vec{c}(7,4)$ vektorlar berilgan $\vec{c}$ vektorni $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar orqali chiziqli ifodasini aniqlang.

17. $\overline{AB}$ va $\overline{AC}$ vektorlarning skalyar ko'paytmasini toping, bunda:

18. 1. A(2,- 2), B(-1,2), C(4,5)
19. 2. A(0,6), B(-12,-3), C(-9,- 6)
20. 3. A(2, 3), B(4,5), C(3,1)
21. 4. A(-1,1), B(3,- 5), C(1,1)
22. 5. A(- 2,0), B(1,4), C(5,1)
23. 6. A(3,3), B(3,2), C(4,4)
24. 7. A(-1,- 4), B(-1,-1), C(4,3)
25. 8. A(2,- 2), B(0,0), C(6,-6)
26. 9. A(1,0), B(3,4), C(4,3)
27. 10. A(3,2), B(1,4), C(4,0)
28. 11. A(1,- 2), B(- 4,-6), C(2,-1)
29. 12. A(- 4,2), B(-1,2), C(-3,-8)