amaliy mashg'ulot. Determinantlar va ularning xossalari. Matritsalar ko'paytmasining determinanti. Deteminantning nolga teng bo'lish sharti. Kramer formulalari. Kramer formulalari yordamida yechamiz.

1. Misol. Qo'yidagi determinantni $\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix}$ Sarrius usuli bilan hisoblang.[1]
2. Yechim. $\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix} \begin{matrix} 3 & 3 \\ 4 & 1 \\ 1 & -2 \end{matrix} = 3 \cdot 1 \cdot (-2) + 3 \cdot 3 \cdot 1 +$
3. $+(-1) \cdot 4 \cdot (-2) - (-1) \cdot 1 \cdot 1 - 3 \cdot 3 \cdot (-2) - 3 \cdot 4 \cdot (-2) = 54$
4. Javob. $\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \end{vmatrix} = 54$
5. Determinantlarni hisoblang:

1. $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$.
2. $\begin{vmatrix} -4 & 5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$.
3. $\begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}$.
4. $\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$.
5. $\begin{vmatrix} \sqrt{a} & a \\ -1 & \sqrt{a} \end{vmatrix}$.
6. $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$.
7. $\begin{vmatrix} \sin^2\alpha & \cos^2\alpha \\ \sin^2\beta & \cos^2\beta \end{vmatrix}$.
8. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$.
9. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \\ -2 & -3 & 1 \end{vmatrix}$.
10. $\begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.
11. $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & -2 \end{vmatrix}$.
12. $\begin{vmatrix} 2 & 7 & -8 & 1 \\ 3 & 15 & 18 & 91 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 27 & 13 & 39 & 1 \end{vmatrix}$.
13. $\begin{vmatrix} 8 & 28 & 38 & 48 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 4 & 14 & 19 & 24 \\ 7 & 5 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.
14. $\begin{vmatrix} 378 & 253 & 127 \\ 377 & 252 & 126 \\ -3 & -3 & -3 \end{vmatrix}$.
15. $\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix}$.
16. $\begin{vmatrix} -x & 1 & x \\ 0 & -x & -1 \\ x & 1 & -x \end{vmatrix}$.
17. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 1 \\ 7 & 0 & 9 & 9 \\ 13 & -1 & 17 & 4 \end{vmatrix}$.
18. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

[1] М.В.Воронов. Г.П.Мещерякова. Математика для студентов гуманитарных факультетов.2002.стр.116-121.

19. $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & -3 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & 6 & 2 & 1 \end{vmatrix}$. 20. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & 1 & -2 \\ -4 & 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$.

Misol. Chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer formulalari yordamida yeching:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$$

Yechim: Sistemani Kramer formulalari yordamida yechamiz.

$$D = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 3 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} =$$

$= 3 \cdot (-4-2) + 2 \cdot (-3+4) + 4 \cdot (-3-8) = -18 + 2 - 44 = -60 \neq 0$, demak, tizim yagona yechimga ega.

$$D_1 = \begin{vmatrix} 21 & -2 & 4 \\ 9 & 4 & -2 \\ 10 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 21 \cdot \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 9 & -2 \\ 10 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 9 & 4 \\ 10 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 21 \cdot (-4-2) + 2 \cdot (-9+20) + 4 \cdot (-9-40) = -126 + 22 - 196 = -300$$

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-300}{-60} = 5$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 3 & 21 & 4 \\ 3 & 9 & -2 \\ 2 & 10 & -1 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 9 & -2 \\ 10 & -1 \end{vmatrix} - 21 \cdot \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} + 4 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 10 \end{vmatrix} =$$

$$= 3 \cdot (-9+20) - 21 \cdot (-3+4) + 4 \cdot (30-18) = 33 - 21 + 48 = 60$$

$$x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{60}{-60} = -1$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 3 & -2 & 21 \\ 3 & 4 & 9 \\ 2 & -1 & 10 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 9 \\ -1 & 10 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 21 \\ -1 & 10 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 21 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} =$$

$$= 3 \cdot (40+9) - 3 \cdot (-20+21) + 2 \cdot (-18-84) = 147 - 3 - 284 = -60$$

$$x_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{-60}{-60} = 1$$

Javob: $x_1 = 5, x_2 = -1, x_3 = 1$.