

V105

Das magnetische Moment

Tim Modrow
tim.modrow@tu-dortmund.de

Paul Vennemann
paul.vennemann@tu-dortmund.de

Durchführung: 5.12.2023 Abgabe: 11.12.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | |
|---|-----------|
| 1 Theorie | 3 |
| 1.1 Allgemeine Grundlagen und homogenes Magnetfeld eines Helmholzspulenpaars | 3 |
| 1.2 Bestimmung über Gravitation | 3 |
| 1.3 Bestimmung über Schwingungsduer | 4 |
| 1.4 Bestimmung durch Präzession | 4 |
| 2 Durchführung | 4 |
| 2.1 Aufbau | 4 |
| 2.2 Messung zur Bestimmung des magnetischen Momentes durch Gravitation | 5 |
| 2.3 Messung zur Bestimmung des magnetischen Momentes durch Oszillation | 5 |
| 2.4 Messung zur Bestimmung des magnetischen Momentes über Präzession eines Magneten | 5 |
| 3 Auswertung | 7 |
| 4 Diskussion | 11 |
| 4.1 Magnetisches Moment aus Gravitation | 11 |
| 4.2 Magnetisches Moment aus Oszillation | 11 |
| 4.3 Magnetisches Moment aus Präzession | 11 |
| 4.4 Vergleich der magnetischen Momente | 12 |
| Literatur | 12 |
| 5 Originale Werte | 12 |

1 Theorie

1.1 Allgemeine Grundlagen und homogenes Magnetfeld eines Helmholtzspulenpaars

Die kleinste Objekt welches ein Magnetfeld erzeugt ist ein magnetischer Dipol, anders als bei elektrischen Feldern bei denen auch Monopole existieren. In der Praxis können diese Dipole als Permanentmagneten oder Stromdurchflossene Leiter dargestellt werden. Für letztere lässt sich das magnetische Moment leicht berechnen. Für das Magnetische Moment von Permanentmagneten existiert jedoch kein einfacher mathematischer Zusammenhang zur Berechnung. Stattdessen kann man sich eine Eigenschaft des Magnetischen moments zur experimentellen Bestimmung zu nutzen machen. In homogenen Magnetischen Feldern wirkt ein Drehmoment

$$\vec{D} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Dabei dreht sich der Dipol bis μ und B gleichgerichtet sind. zur realen Umsetzung eines homogenen Magnetischen Feldes können in der Praxis zwei in gleicher Richtung vom gleichen Strom durchflossene Spulen genutzt werden. Der Abstand der Spulen entspricht dabei ihrem Radius R . Das Feld in der Symmetriearchse der Spulen ist dann homogen und es ergibt sich dann mit Bio-Savart zu

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{(5/2)}}$$

Da in Praxis der Abstand der Spulen meist geringfügige Abweichungen vom Spulen Radius hat, folgt hier für das Feld in der Mitte der Spulen

$$B(0) = \frac{\mu_0 I R^2}{(R^2 + x^2)^{(3/2)}} \quad (1)$$

für hinreichend kleine Abweichungen von SPulenabstand d und Radius R gilt dann, das das Magnetfeld auf der Symmetriearchse Näherungsweise homogen angenommen werden kann. Im folgenden werden die theoretischen Grundlagen zu diesen experimentellen Bestimmungsweisen erläutert.

1.2 Bestimmung über Gravitation

Auf eine mit dem Permanentmagneten verbundene Masse wirkt die Gravitationskraft, welche eine Drehmoment verursacht. Dem entgegen wirkt das magnetische Feld und das dadurch entstehende Drehmoment. Für eine bestimmte Feldstärke B baut sich dabei ein Gleichgewicht auf. Es folgt daraus

$$\mu_{Dipol} \cdot B = m \cdot r \cdot g \quad (2)$$

1.3 Bestimmung über Schwingungsduer

In einem homogenen Magnetenfeld (z.B. im Feld einer Helmholzspule) verhält sich der magnetische Dipol in der Kugel bei durch Auslenkung aus der Ruhelage erzeugter Schwingung wie ein harmonischer Oszillatator.

$$-|\vec{\mu}_{\text{Dipol}} \times \vec{B}| = J_K \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

beschreibt dann die Bewegungsgleichung des Problems. Als Lösung folgt dann die Beziehung

$$\mu_{\text{Dipol}} = \frac{4\pi^2 J_K}{T^2 B} \quad (3)$$

1.4 Bestimmung durch Präzession

Wenn auf die Drehachse eines in sich in Rotation befindlichen Körpers eine (auslenkende) Kraft wirkt, stellt sich eine Bewegung der Drehachse um den Drehimpulsvektor ein. Diese Art der Bewegung heißt Präzession und entsteht bei der Billardkugel durch eine Auslenkung bei Rotation, wobei die Rotation selbst für eine Stabilität der Bewegung sorgt. Für die Bewegung der Kugel gilt dann

$$\vec{\mu}_{\text{Dipol}} \times \vec{B} = \frac{d\vec{L}_K}{dt}$$

durch Ersetzung des Drehimpuls L_K durch das Trägheitsmoment J_K und durch die Umlaufzeit T_p folgt dann

$$\frac{1}{T_p} = \frac{\mu_{\text{Dipol}} B}{2J_K \pi} \quad (4)$$

2 Durchführung

2.1 Aufbau

Der Aufbau ist in Abbildung 1 zu sehen, im gegebenen Versuch wurde kein Plastikzyylinder verwendet. Der Aufbau besteht aus einem Messingzyylinder in einem Helmholzspulenpaar mit Windungszahl $N = 195$ Abstand $d = 0.138\text{m}$ Radius $R = 0.109\text{m}$. Auf dem messingzyylinder befindet sich eine Billardkugel mit Masse $m = 150\text{g}$ und Radius $R = 0.028\text{m}$ mit einem Magenten in ihrem inneren, und einem Stiel in Richtung des magnetischen Momentes. Für die ersten beiden messreihen steckt in dem Stiel ein Aluminiumstab an dem im Abstand r ein Gewicht der Masse $m = 1.4\text{g}$. Über dem Zylinder ist ein Stroboskop angebracht. Der Aufbau verfügt des weiteren über ein Steuergerät mit dem das Magentfeld der Helmholzspulen, das Stroboskop und ein Luftkissen im Messingzyylinder bedient werden können.

2.2 Messung zur Bestimmung des magnetischen Momentes durch Gravitation

Die Masse am Aluminiumstab wird um eine bestimmte Länge r am Aluminiumstab von der Kugel entfernt. Das Luftpissen wird eingeschaltet, und das Magnetfeld der Helmholtzspulen wird durch die Stromstärke I so reguliert, dass sich das gewicht im Gleichgewicht befindet, Es werden 10 Messwerte Paare r, I aufgenommen.

2.3 Messung zur Bestimmung des magnetischen Momentes durch Oszillation

Das gewicht am Aluminiumstab wird nun entfernt, die kugel wird in Ruheposition verstzt, und dann anschliessen um einen kleinen Winkel ausgelenkt. An der Steuereinrichtung wird ein bestimmtes I eingestellt. Das Luftpissen wird angeschaltet, und es werden 10 Schwingungsperioden T der Kugel mithilfe einer Stoppuhr gemessen, es werden 10 verschiedene Messwerte Paare $I, 10T$ mit unterschiedlichen Stromstärken aufgenommen.

2.4 Messung zur Bestimmung des magnetischen Momentes über Präzession eines Magneten

Nun wird auch der Aluminiumstab entfernt, das Stroboskop wird mit gleich bleibender Frequenz $F = 4.2\text{Hz}$ betrieben. Bei eingeschaltetem Luftpissen wird die Kugel von Hand in Drehung versetzt. Sobald der weiße Punkt auf dem Stiel beim Lichtblitz immer am selben ort erscheint, wird die Drehfrequenz als gleich der Stroboskopfrequenz angenommen, und die Stromstärke I wird eingeschaltet, es wird eine Periode der nun auftretenden Präzession mithilfe der Stoppuhr gemessen. Dies wird für jede Stromstärke drei mal durchgeführt, insgesamt wird für 5 verschiedene Stromstärken gemessen.

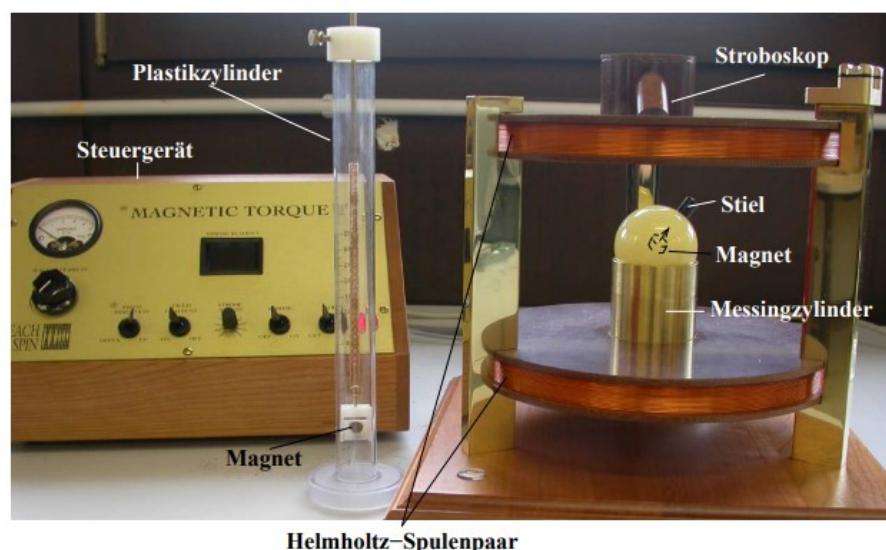


Abbildung 1: Versuchsaufbau [5]

3 Auswertung

Die verwendeten plots wurden mithilfe von matplotlib [3] erstellt, die berechnungen wurden mit Python-numpy [2], Python-Scipy [6] und die fehlerrechnung wurde mit Python-uncertainties [4] gemacht.

In der nachfolgenden Tabelle 1 sind die gemessenen Werte der Stromstärke I und des Abstandes r sowie die aus I nach 1 berechnete magnetische Flussdichte B dargestellt. Wobei $\mu_0 = 1.2566370621219 \cdot 10^{-6}$ gilt [1].

Tabelle 1: Messwerte der Stromstärke, der magnetischen Flussdichte und des Abstandes r

| $r / m[\pm 0.1mm]$ | $I / A[\pm 0.1A]$ | $B / T[\pm 0.00014T]$ |
|--------------------|-------------------|-----------------------|
| 10,35 | 2,7 | 0,003 66 |
| 9,95 | 2,6 | 0,003 53 |
| 8,62 | 2,3 | 0,003 12 |
| 8,29 | 2,0 | 0,002 71 |
| 6,35 | 1,8 | 0,002 44 |
| 5,78 | 1,6 | 0,002 17 |
| 5,35 | 1,5 | 0,002 03 |
| 4,9 | 1,4 | 0,001 90 |
| 4,5 | 1,35 | 0,001 83 |
| 4,05 | 1,3 | 0,001 76 |

Um das magnetische Moment μ_0 zu bestimmen wird nun mit polyfit [2] eine lineare Regression aus den Messwerten erstellt. Zu sehen in Abbildung 2.

Die ausgegebenen Parameter sind

$$\text{Steigung } a = (32.200 \pm 1.639) \frac{m}{T}$$
$$\text{Achsenabschnitt } b = (-0.013 \pm 0.004)m$$

Nach 2 wird das magnetische moment aus der Steigung als

$$m \cdot g \cdot a = (0.442 \pm 0.023) Am^2$$

berechnet

Es wurde $g = 9.81$ verwendet.

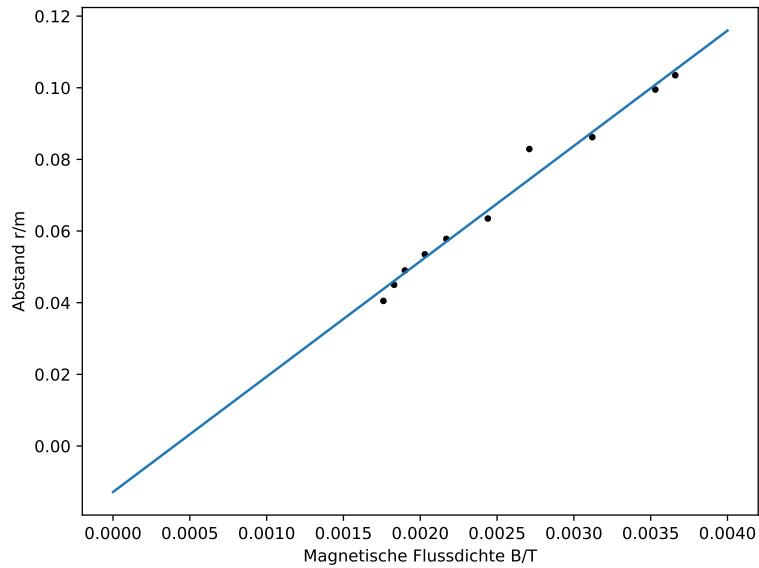


Abbildung 2: Messwerte und lineare Regression von r und B

In der folgenden Tabelle 2 werden die Messwerte für I , das daraus berechnete B und die Periodendauer T_p aufgeführt

Zur Bestimmung des magnetischen Momentes wird nun in Abbildung 3 eine lineare Regression der Messwerte gemacht, dabei wird T^2 gegen $\frac{1}{B}$ aufgetragen. Die von polyfit [2] ausgegebenen Parameter sind

$$\text{Steigung } a = (137.791 \pm 6.958)s^2 \cdot T$$

$$\text{Achsenabschnitt } b = (158.221 \pm 30.484)s^2$$

Das Trägheitsmoment der Billardkugel beträgt $J_k = \frac{2}{5}mr^2 = 4.704 \cdot 10^{-5}kg \cdot m^2$, wie in der Vorbereitung berechnet [5].

Nach 3 ergibt sich das magnetische Moment $\mu_o = (0.256 \pm 0.013)Am^2$

Tabelle 2: Messwerte der Stromstärke, der magnetischen Flussdichte und der Periodendauer T

| $I / A [\pm 0.1A]$ | $B / T [\pm 0.00014T]$ | T_p / s |
|--------------------|------------------------|-----------|
| 0,5 | 0,000 68 | 3,154 |
| 0,7 | 0,000 95 | 2,557 |
| 0,9 | 0,001 22 | 2,006 |
| 1 | 0,001 36 | 1,948 |
| 1,3 | 0,001 76 | 1,625 |
| 1,5 | 0,002 03 | 1,518 |
| 1,8 | 0,002 44 | 1,380 |
| 2,3 | 0,003 12 | 1,174 |
| 3 | 0,004 07 | 1,047 |
| 3,5 | 0,004 75 | 0,892 |

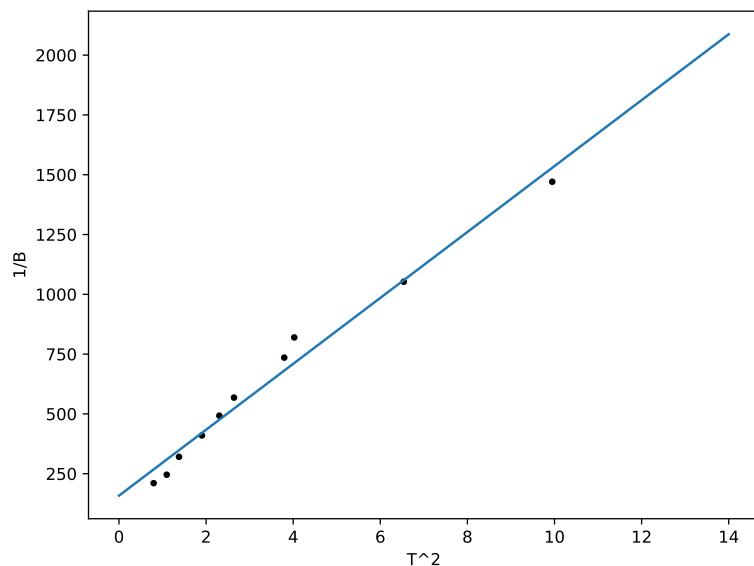


Abbildung 3: Lineare Regression der Messwerte zur Bestimmung des magnetischen Momentes

Für die dritte Methode der bestimmung des magnetischen Momentes in der folgenden Tabelle 3 die Messwerte für die Periodendauern, der Mittelwert der Periodendauern, der Stromstärke I und der daraus berechneten magnetischen Flussdichte B aufgeführt.

Tabelle 3: Messwerte der Stromstärke I, magnetische Flussdichte B, und 3 Präzessionsperioden Messwerte

| $I / A [\pm 0.1A]$ | $B / T [\pm 0.00014T]$ | T_{p1} / s | T_{p2} / s | T_{p3} / s | Mittelwert der T_p |
|--------------------|------------------------|--------------|--------------|--------------|----------------------|
| 1 | 0,001 36 | 15,77 | 15.35 | 15.9 | 15.67 |
| 1,5 | 0,002 03 | 15,5 | 17.65 | 15.6 | 16.25 |
| 2 | 0,002 71 | 13,0 | 11.63 | 11.61 | 12.08 |
| 2,5 | 0,003 39 | 9,7 | 9.44 | 9.59 | 9.58 |
| 3 | 0,004 07 | 8,54 | 7.79 | 7.42 | 7.92 |

In der folgenden Abbildung 4 wird mithilfe von polyfit [2] eine lineare Regression der Messwerte erstellt.

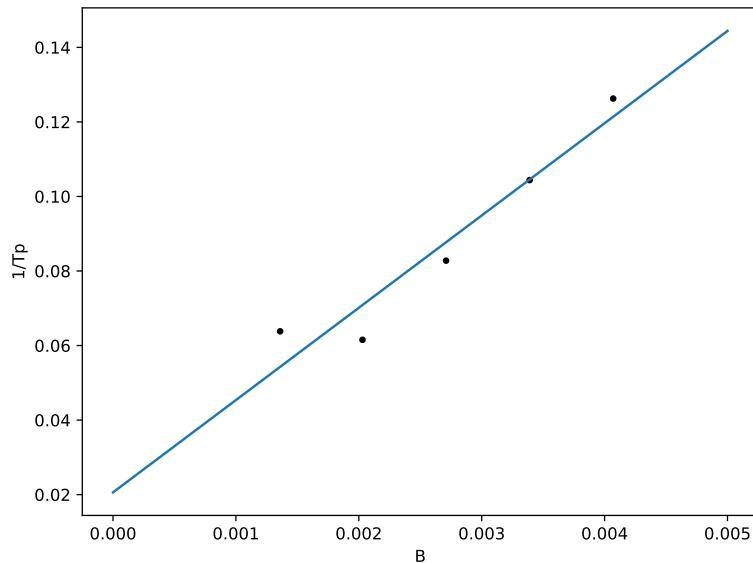


Abbildung 4: Lineare Regression zur Bestimmung des magnetischen momentes durch Präzession

Die ausgegebenen Parameter lauten

$$\text{Steigung } a = (24.761 \pm 4.049) \frac{1}{s \cdot T}$$

$$\text{Achsenabschnitt } b = (0.021 \pm 0.012) \frac{1}{s}$$

Der Drehimpuls L_k berechnet sich mit $L_k = J_k \cdot \omega$ [5] zu

$$L_k = 1.241 \cdot 10^{-3} N \cdot m \cdot s$$

Damit berechnet sich das magnetische Moment nach 4 zu

$$\mu_p = (0.193 \pm 0.032) Am^2$$

4 Diskussion

4.1 Magnetisches Moment aus Gravitation

Es lässt sich erkennen, dass die Messwerte sich ziemlich nah an der Ausgleichsgeradne halten. Auch der Achsenabschnitt ist in Vergleich mit der Steigung vernachlässigbar, was auf eine gute Näherung schliessen lässt. Die Fehler der Parameter sind nicht alarmierend groß, dementsprechend ist auch die Unsicherheit des magnetischen Momentes klein, Auftretende Fehler lassen sich dadurch erklären, dass der Aufbau aufgrund von Anfangsmomenten, ungenauigkeiten und der begrenzten Zeit nie exakt im Gleichgewicht war, sowie diversen ungenauigkeiten bei den Messungen und dem Ablesen von Werten. Außerdem war der Aluminiumstab während der gesamten Durchführung bereits verbogen beziehungsweise kurz davor auseinander zu brechen, was er schließlich auch tat.

4.2 Magnetisches Moment aus Oszillation

Hier lässt sich erkennen, dass die Messwerte ebenfalls ziemlich nah an der Ausgleichsge radne liegen, allerdings weisst die Regression einen nicht zu vernachlässigen Achsenabschnitt von $b = (158.221 \pm 30.484)s^2$ auf, außerdem ist das magnetische Moment um den Faktor 1.726 kleiner als bei der ersten Methode. Die (verglichen mit der Gravitationsmethode) relativ hohen Ungenauigkeiten (der hohe Achsenabschnittswert) lassen sich durch den Umstand erklären, dass bei dieser Methode, mehr von Hand gemessen wurde, die zehnfache Periode wurde mit einer Stoppuhr gemessen die von Hand gestartet und gestoppt wurde, außerdem war die Anfangsauslenkung, da diese auch von Hand und mit Augenmaß eingestellt wurde, nicht immer konstant, und könnte stark variiert haben. Auch jegliche Effekte die die periodendauer während der messung der zehn Zeiten verändert haben könnten, wie zum Beispiel Reibung, wurden in den berechnungen außer Acht gelassen.

4.3 Magnetisches Moment aus Präzession

Bei dieser Methode lässt sich an den Werten und der linearen regression erkennen, dass die Messwerte nicht sehr nah an der Ausgleichgeraden liegen. Dies führt zu hohen Unsicherheiten der Parameter und dementsprechend auch zu hohen unsicherheiten bei dem errechneten Wert für das magnetische Moment. Der berechnete Wert für μ_0 ist außerdem kleiner als bei den beiden vorherigen Methoden. Diese ungenauigkeiten entstehen wahrscheinlich erneut durch die Durchführung des gesamten Vorganges von Hand, das Drehen der Kugel, das erkennen der passenden Frequenz, das einschalten des Stromes der das Magnetfeld erzeugt, die zeitmessung, die Beobachtung wann eine periode durchlaufen wurde und sämtliches Ablesen beziehungsweise Messen wurde von Hand

und mit Augenmaß gemacht. Bei so vielen fehlerquellen, kann man die Messwerte kaum als zuverlässig annehmen, um dem entgegenzuwirken wurde bei jeder Stromstärke drei mal gemessen, aber auch zwischen diesen Messergebnissen zeigen sich teilweise starke Schwankungen.

4.4 Vergleich der magnetischen Momente

Die magnetischen momente sind:

$$\begin{aligned}\mu_g &= (0.442 \pm 0.023) Am^2 \\ \mu_o &= (0.256 \pm 0.013) Am^2 \\ \mu_p &= (0.193 \pm 0.032) Am^2\end{aligned}$$

μ_g ist um den Faktor 1.726 größer als μ_o
 μ_o ist um den Faktor 1.326 größer als μ_p
Und μ_g ist um den Faktor 2.290 größer als μ_p

Die hohen Abweichungen der magnetischen Momente untereinander lassen sich durch die oben aufgeführten Fehlerquellen erklären. Am genauesten scheint die Gravitationsmethode, da dort am wenigsten von Hand gemacht wird, und die Fehler der Messwerte relativ klein sind.

Literatur

- [1] Alfred Böge. *Formeln und Tabellen Maschinenbau*. Springer Vieweg, 2015. ISBN: 978-3-658-09816-2.
- [2] Charles R. Harris u. a. „Array programming with NumPy“. In: *Nature* 585.7825 (Sep. 2020), S. 357–362. DOI: 10.1038/s41586-020-2649-2. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2>.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. DOI: 10.1109/MCSE.2007.55. URL: <http://matplotlib.org/>. Current version 3.7.2, DOI: 10.5281/zenodo.8118151.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.1.7. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [5] V105 Das magnetische Moment. TU Dortmund. 2023.
- [6] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

5 Originale Werte

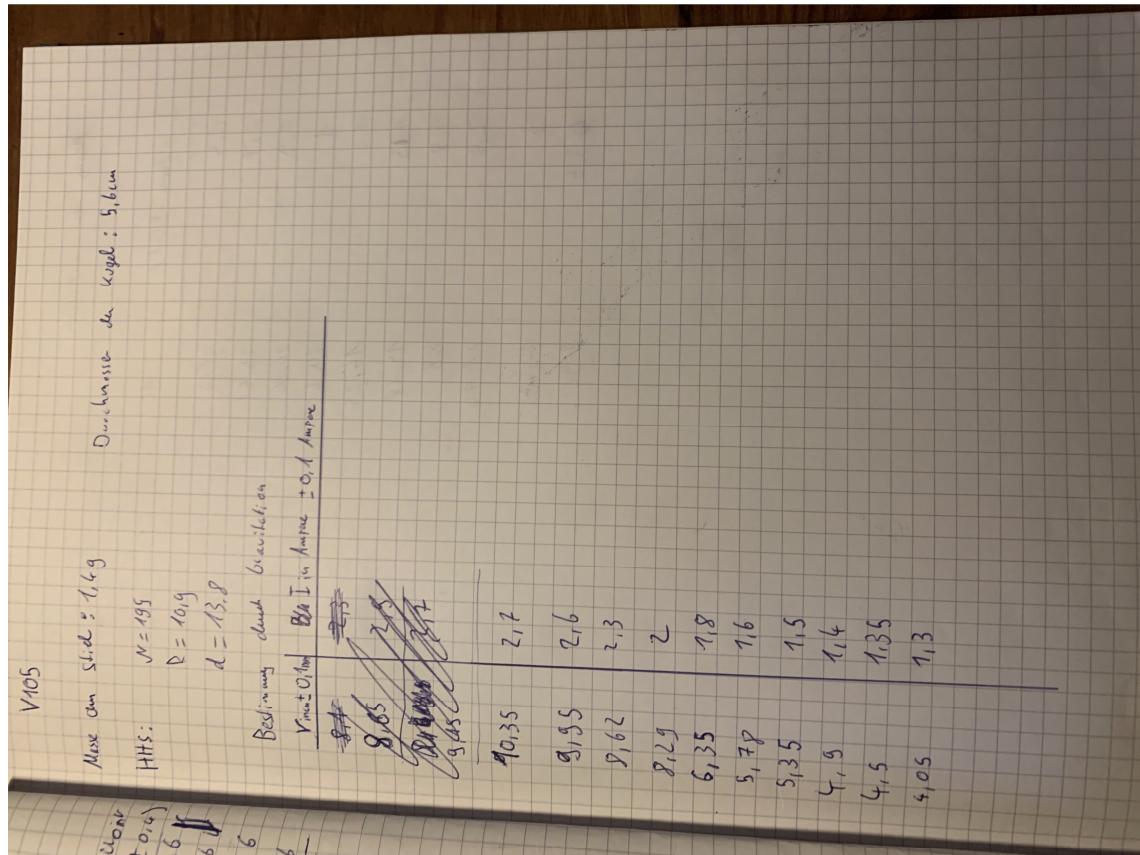


Abbildung 5: Originale Werte Seite 1

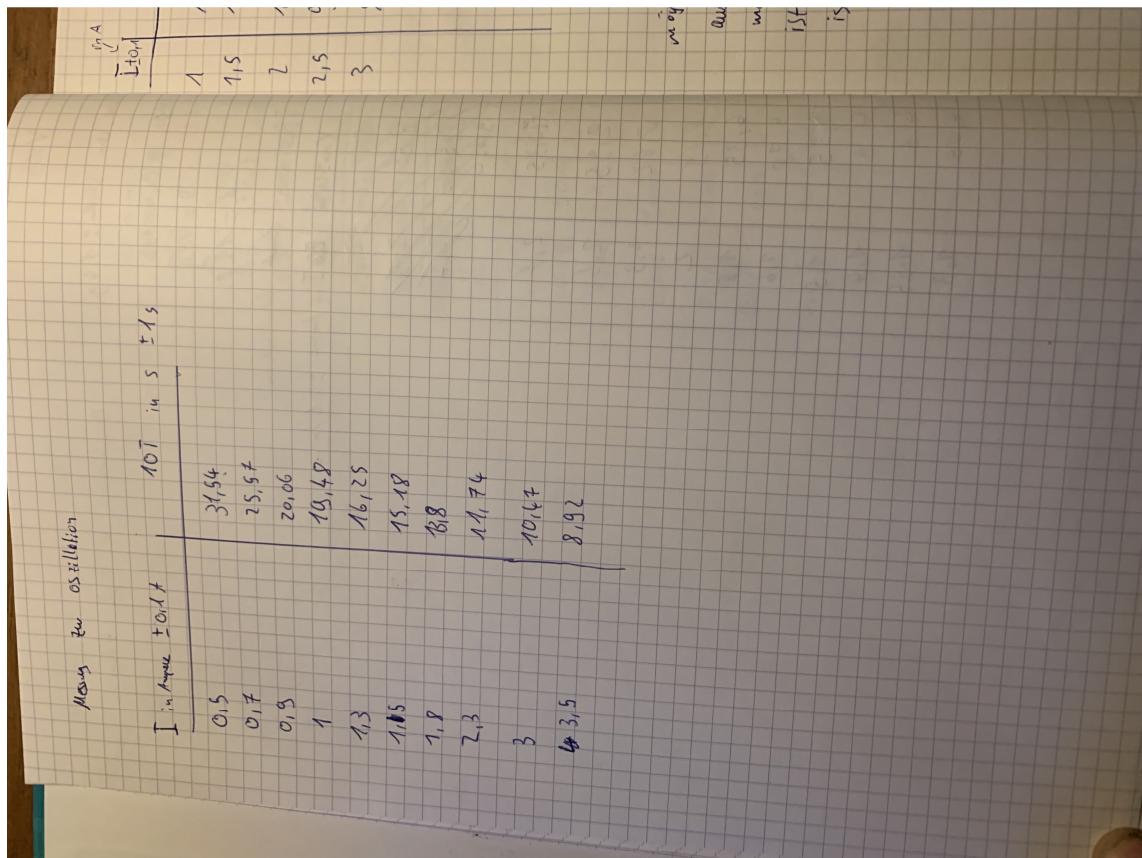


Abbildung 6: Originale Werte Seite 2

| | I_{PA} | T_p | f_{res} | Stromstärke | 4.2 Hz |
|-----|-----------------|-------|------------------|-------------|--------|
| 1 | 15,77 | 15,35 | 15,5 | | |
| 1,5 | 15,5 | 17,65 | 15,6 | | |
| 2 | 13 | 19,63 | 19,61 | | |
| 2,5 | 9,4 | 9,44 | 9,59 | | |
| 3 | 8,54 | 7,79 | 7,92 | | |

Magnetfeld : Alle 5000 jede Aktion wird von Hand ausgewählt. Laut Schreiber, Messstellen, Reihenfolge kann nicht genau sagen wann eine Periodik wieder ist. Das Feld bricht zeitweise auf und zu kann und ist unregelmäßig.

etw so

Abbildung 7: Originale Werte Seite 3