

# Modélisation de la vaccination des individus et de la population dans le cadre d'une épidémie

Nathan Marotte,

**Résumé**—Le vaccin est un sujet souvent débattu car son efficacité n'est pas ressentie de la même manière qu'un antibiotique ou qu'un anti-douleur. Nous allons montrer dans cet article, par des modèles et simulations simple, comment un vaccin altère la propagation d'une maladie, au-delà de la protection qu'il apporte à un individu, en créant une véritable barrière qui rend la population immunisée si un certain pourcentage de la population est vacciné. Le résumé (80-100 mots) est conçu pour donner au lecteur une vue générale sur le contenu de l'article.

## I. INTRODUCTION

LE monde étant rempli de sceptiques, les vaccins ont reçu et reçoivent encore bon nombre de critiques sur leur efficacité et donc autant de personnes refusant de ce faire vacciner. Les taux d'exemptions non médicales des vaccins varient d'une population à l'autre mais aurait atteint jusque 26.67%[1] dans certaines populations. Comme nous le verrons plus loin, toutes ces personnes contribuent à une augmentation du risque d'épidémie, un anéantissement du phénomène d'immunité collective, et mettent en danger la vie des individus ne pouvant pas être vaccinés pour raisons médicales.

Cet article aura donc pour but de défendre la vaccination en simulant la propagation d'une épidémie dans une population vaccinée à un certain pourcentage afin de voir comment le taux de vaccination dans une population influence de manière *non linéaire* l'immunité de la maladie. Cette relation est aussi connue sous le nom d'immunité grégaire ou *herd immunity*, en anglais. Trouver le seuil de cette immunité, c'est-à-dire le taux de vaccination nécessaire pour que la maladie se propage moins vite que l'on en guérit, permettra de déterminer quelles populations sont potentiellement en danger d'épidémies graves, et de pouvoir nous concentrer sur celles-ci afin d'éviter d'autres catastrophes. Ce seuil est appelé *Herd Immunity Threshold*, ou *HIT*. Notre approche fournira à la communauté scientifique des méthodes très simples et compréhensibles, mais correctes pour démontrer au public les raisons de la vaccination obligatoire.

## II. ETAT DE L'ART

Le modèle étant par nature assez simple, peu d'articles récents ont été écrits sur le sujet. Par contre, il existe déjà plusieurs expériences ayant été réalisées notamment des simulations sur la propagation de la grippe saisonnière [2] [3], ainsi que sur le VIH [4]. Ces expériences utilisent pour la plupart un modèle similaire à SIR qui sera donc aussi utilisé pour modéliser notre problème

Superviseurs : Robin Petit

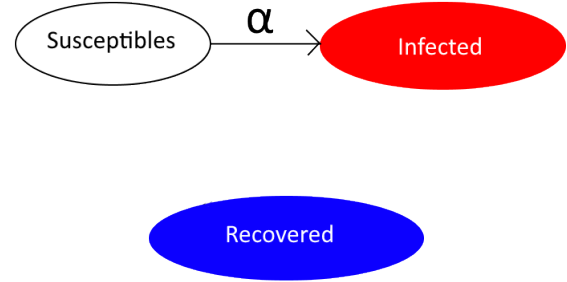


FIGURE 1. Modèle SIR

## III. MÉTHODOLOGIE

Afin de démontrer notre hypothèse, les vaccins protègent au delà du système immunitaire, nous avons construit un modèle SIR simple où la population de départ est répartie dans les différents états pour une représentation compartimentale et nous avons aussi construit un modèle spatial se basant sur les 3 états et les transitions du modèle compartimental SIR. Grâce à ces modèles, nous allons pouvoir déterminer le seuil d'immunité grégaire *HIT* mais aussi voir l'évolution de la protection en fonction du nombre de vaccinés.

### A. Modèle SIR

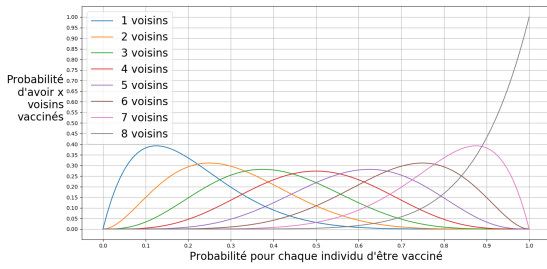
Notre modèle SIR est composé de 3 états et de deux transitions disposée comme ceci

Ces états, susceptibles, infectés, et retirés, représentent respectivement la population saine, la population malade et contagieuse, et la population vaccinée.  $\alpha$  représente la probabilité qu'un individu soit infecté. Ce modèle ne permettant pas de simuler de manière satisfaisante et représentative l'évolution dans une population, nous la présentons ici juste comme un modèle sur lequel nous avons basé notre modèle spatial.

### B. Modèle spatial

Ce modèle se base sur la représentation d'une population de 2500 individus sur un plan en 2 dimensions. Chaque individu est représenté par un point sur une matrice carrée

FIGURE 2. Probabilité d'avoir  $x$  voisins vaccinés en fonction du pourcentage de vaccinés



de 50 points de côtés, ne peut être dans un état à la fois, et est voisin de 8 autres individus. Un individu ne peut infecter que quelqu'un dont il est voisin. Un malade contagieux ne pourra donc pas infecter plus de 8 individus ( $R_0 = 8$ ). D'abord tous les individus commencent susceptibles, puis, avant le début de l'infection, un pourcentage de la population est vacciné, puis, une personne au hasard est sélectionnée pour être l'infecté de départ<sup>1</sup>

1) *La vaccination*: L'étape de vaccination garanti un nombre exact de vacciné en procédant comme suit :

- multiplier le taux de vaccination par la taille de la population pour obtenir un nombre de vacciné
- échantillonner autant d'individus dans la population de manière aléatoire
- vacciner tous ces individus

2) *L'infection de départ*: Parmi les personnes saines dans la population, nous sélectionnons une personne au hasard pour démarrer l'épidémie

3) *La propagation*: Pour chaque voisin susceptible de chaque individu infecté, nous l'infectons avec une probabilité de  $\alpha$ . Dans le cadre de ce projet, nous avons choisi un  $\alpha$  de 1 car nous voulions voir l'évolution d'une maladie très infectieuse pour empêcher la chance d'intervenir dans le déroulement de l'épidémie.

4) *Probabilité de propagation et isolement*: Au vu de la construction de notre modèle spatiale, il existe des cas particuliers empêchant totalement la propagation de la maladie. En effet, dans une population vaccinée à 95%, il n'existera alors que très peu d'individus vaccinés parsemé uniformément dans une population immunisée. Ces individus sont donc totalement protégés du fait qu'ils n'ont aucun voisins capable de leur transmettre la maladie. En fonction du pourcentage de vaccination de la population, le nombre d'individus isolé augmente. Aussi, chaque voisin vacciné autour d'un individu susceptible diminue au final la probabilité de cet individu d'être infecté. La probabilité qu'un individu ai  $k$  voisins vaccinés est représentée en 2. Nous voyons donc que lorsque la population est vaccinée à 90%, il y a déjà plus de 40% des individus qui sont totalement isolés de la maladie.

5) *Seuil d'Immunité Grégaire (HIT)*: Ce seuil d'immunité est dépend de  $R_0$ , le nombre d'individus qu'un malade

infecte en moyenne. Si ce nombre est inférieur à 1, alors la maladie finira par s'éteindre, si il est supérieur à 1, la maladie infectera tout le monde si rien n'est fait pour l'arrêter. Le taux de reproduction effectif, noté  $R_t = R_0 \times (1 - P)$  quant à lui est une mesure du nombre d'individu qu'un malade infecte au temps  $t$ , c'est-à-dire en tenant compte des "barrières"<sup>2</sup>.  $P$  est la proportion d'individus vaccinés. En prenant  $1 - \frac{1}{R_0}$  comme valeur pour  $P$ , nous obtenons  $R_t = R_0 \times (1 - 1 + \frac{1}{R_0}) = R_0 \times \frac{1}{R_0} = 1$ . Pour que la maladie s'éteigne d'elle même, il suffit que le taux de reproduction au temps  $t$ <sup>3</sup> soit inférieur à 1. Un individu malade contaminera en moyenne moins d'une personne ce qui finira par faire tomber le nombre de malades à 0. Il faut donc vacciner  $100 * (1 - \frac{1}{R_0})\%$  de la population pour qu'un malade ne puisse plus infecter qu'en moyenne une personne dans son entourage. Dans le cadre de notre modèle, ce taux est donc de 87.5%

#### IV. RÉSULTATS

TODO

#### V. CONCLUSION

TODO

#### RÉFÉRENCES

- [1] Jacqueline K. Olive, Peter J. Hotez, Ashish Damania, and Melissa S. Nolan. Correction : The state of the antivaccine movement in the united states : A focused examination of nonmedical exemptions in states and counties. *PLOS Medicine*, 15(7) :1–4, 07 2018.
- [2] Zhilan Feng, Sherry Towers, and Yiding Yang. Modeling the effects of vaccination and treatment on pandemic influenza. *The AAPS Journal*, 13(3) :427–437, 2011.
- [3] Pedro Plans-Rubió. The vaccination coverage required to establish herd immunity against influenza viruses. *Preventive Medicine*, 55, 2012.
- [4] Angela R. McLean and Sally M. Blower. Imperfect vaccines and herd immunity to hiv. *Proceedings of the Royal Society B*, 253, 1993.

1. Le programme Python que nous avons écrit permet de faire varier ce paramètre

2. vaccins

3. ainsi qu'à tous les temps suivants pour éviter une seconde vague

ANNEXE A  
CONSIGNES

*Document*