

# COMPITO DI MATEMATICA

I. DETERMINARE IL VALORE DEL PARAMETRO REALE "b" IN MODO CHE LA FUNZIONE

$$f(x) = 3x^2 + bx + 1x - 5$$

AMMETTA ASINTOTO OBLIQUO DI EQUAZIONE  $y=3x-1$  PER  $x \rightarrow \pm\infty$ .

Svolgimento:

- TROVAMO IL DOMINIO:

$$D = \mathbb{R} - \{5\} = (-\infty; 5)(5; +\infty)$$

- CALCOLIAMO IL LIMITE PER  $x \rightarrow \pm\infty$  DELLA FUNZIONE:  
E NECESSARIO CALCOLARE IL LIMITE PER CAPIRE SE LA FUNZIONE AMMETTE O MENO UN ASINTOTO OBLIQUO.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3x^2 + bx + 1x - 5 = +\infty$$

- CALCOLIAMO "m":

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 3x + b + 1 - \frac{5}{x} = 3$$

- CALCOLIAMO "q":

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = 3x^2 + bx + 1x - 5 - 3x = 15 + b$$

L'ordinata all'origine  $q = 15 + b$  deve coincidere con l'ordinata della retta  $y = 3x - 1$

$$15 + b = -1 \quad (\text{Poichè nell'origine } x = 0)$$

$$b = -16$$

2) Classificare la discontinuità di  $f(x) = x - 1x - 1$

Troviamo il dominio:

$$D = \mathbb{R} - \{1\}$$

calcoliamo i limiti alla frontiera:

$$x \downarrow 1 - x - 1 = 0 - 0 - 1 = -1$$

$$x \uparrow 1 - x - 1 = 0 + 0 - 1 = -1$$

**Discontinuità di III specie** perché il limite che tenda da sinistra è uguale a quello che tende da destra.

3) Determinare  $k$  reale in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x + k, & x < 1 \\ (3k - 1)x^3 - 5x, & x \geq 1 \end{cases}$$

Per quale valore di  $k$  la funzione precedente soddisfa su  $I = ]-\infty, +\infty[$  l'enunciato del teorema di Weierstrass?

$$x \downarrow 1 - 3x^2 + 2x + k = 5 + k$$

$$x \uparrow 1 + (3k - 1)x^3 - 5x = 3k - 6 = f(1)$$

Ora poniamo il primo limite uguale al secondo per trovare  $k$ :

$$5 + k = 3k - 6; -2k = -11; k = \frac{11}{2}$$

Sostituiamo  $k$  nella funzione:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x + \frac{11}{2}, & x < 1 \\ (3 \cdot \frac{11}{2} - 1)x^3 - 5x, & x \geq 1 \end{cases}$$

4) Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  continua su  $\mathbb{R}$  e tale che  $f(x) \geq 2x$   $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $f(-3) = 0$ .  
dimostra che  $f(x) \leq 2x$   $\forall x \in \mathbb{R}$

5) Studiare la funzione  $f(x) = (x + 1)e^x - 1$  (fino alla convessità)