QUALCHE ESERCIZI DI RIPASSO…

LA DIDATTICA A DISTANZA FUNZIONA SE COLLABORIAMO …

ESERCIZI SULLE DERIVATE

f continua e derivabile su $\mathbb{R}$.

① Sia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $f(0) = 25$, $f'(0) = 30$

Consideriamo $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

Quanto vale $g'(0) = ?$

$g'(x) = D\sqrt{f(x)} \Rightarrow$ CHAIN RULE

$$g'(x) = D\sqrt{f(x)} \Rightarrow \text{CHAIN RULE}$$

$$\begin{tikzcd}
x \arrow[r] & \boxed{t = f(x)} \arrow[r] \arrow[d] & \boxed{y = \sqrt{t}} \arrow[d] \\
& f'(x) & y' = \frac{1}{2\sqrt{t}} = \frac{1}{2\sqrt{f(x)}}
\end{tikzcd}$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$$

$$g'(0) = \frac{f'(0)}{2\sqrt{f(0)}} = \frac{30}{2\sqrt{25}} = \frac{15}{5} = 3$$

E se volessimo l’equazione della retta tangente a y=g(x) in x=0 ?

$$y - \underbrace{y_0}_{g(0)} = \overbrace{m}^{g'(0)=3}(x - \underbrace{x_0}_{0})$$

$$g(0) = \sqrt{f(0)} = \sqrt{25} = 5$$

$$\Rightarrow y - 5 = 3(x - 0) \Rightarrow y = 3x + 5.$$

(2) Cerchiamo i punti di non derivabilità della funzione $f(x)=\sqrt[3]{(x-1)^2}$ nel suo dominio naturale.

$f(x)=\sqrt[3]{(x-1)^2}$ $\quad \mathbb{D}=\mathbb{R}$, f continua su $\mathbb{R}$

$Z(f)=\{1\}$

$(x-1)^2>0$
$\forall x \neq 1$

$\leftarrow P(f)=\mathbb{R}-\{1\}$

$f'(x)=\dfrac{2}{3\sqrt[3]{(x-1)}}$ $\quad \mathbb{D}_{f'}=\mathbb{R}-\{1\}$

SIAMO NEL CASO $\mathbb{D}_{f'} \subset \mathbb{D}_f$

SIAMO NEL CASO $\mathbb{D}_{f'} \subset \mathbb{D}_f$

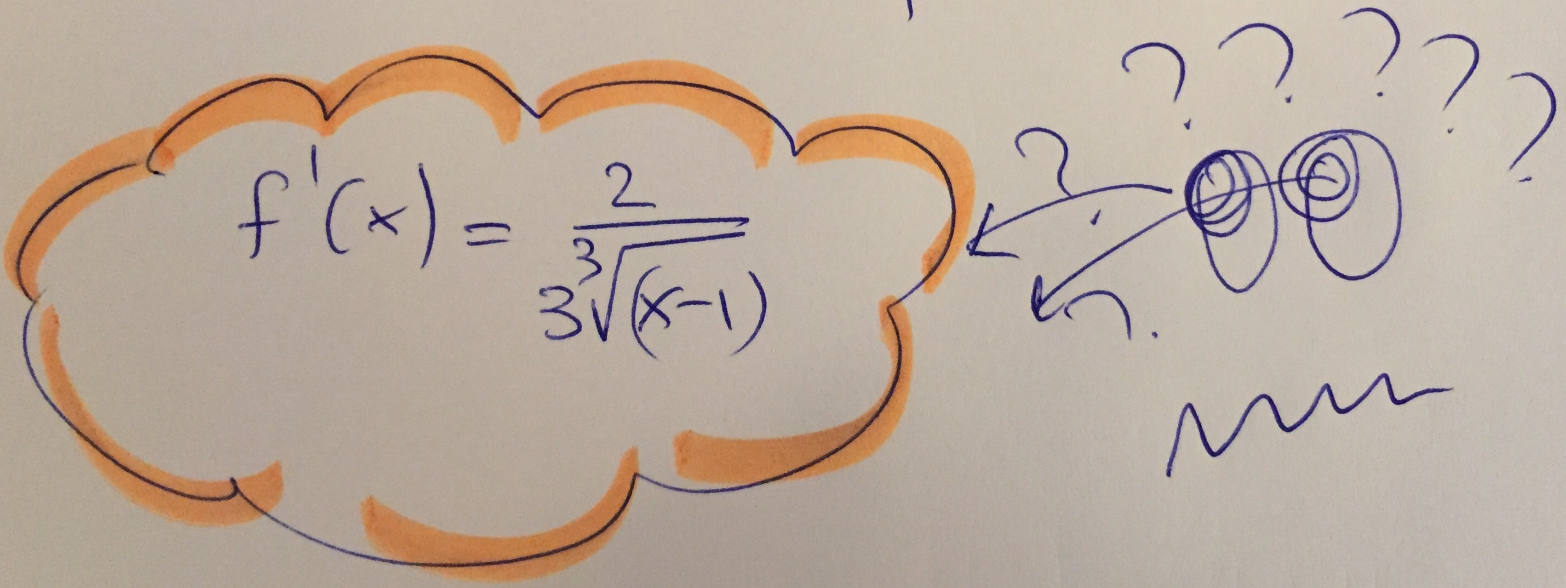
ESAMINIAMO IL COMPORTAMENTO DI f' IN $x = 1$:

$$\lim_{x \to 1^\pm} f'(x) = \pm\infty \Rightarrow x = 1$$

CUSPIDE

... NON VI' VEDO, MA CONOSCO LE MIE CAPRETTE TIBETANE NANE ...

MOLTI AVRANNO QUESTA FACCIA



$$f(x) = \sqrt[3]{(x-1)^2} = (x-1)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow$$ CHAIN RULE

$$\begin{tikzcd}
x \arrow[r] & \boxed{t = x-1} \arrow[r] \arrow[d] & \boxed{y = t^{2/3}} \arrow[d] \\
& 1 & \frac{2}{3} \cdot t^{\frac{2}{3}-1} = \frac{2}{3} t^{-1/3}
\end{tikzcd}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3} \cdot t^{-1/3} = \frac{2}{3\sqrt[3]{t}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x-1}}$$

ADESSO È PIÙ CHIARO ?? ^ ^

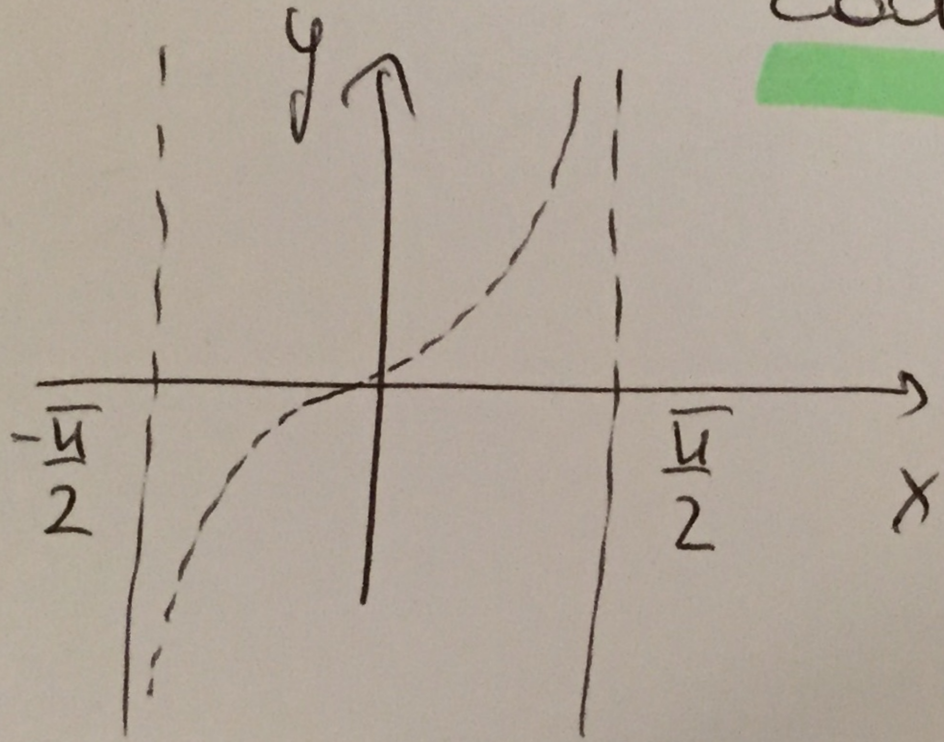
3) Individua le due proposizioni false, motivando le tue scelte:

   a) Esiste una funzione $f: (a; b) \rightarrow R$, continua su $(a; b)$ e tale che Im(f)=R
   b) Esiste una funzione $f: [a; b] \rightarrow R$, continua su $[a; b]$e tale che Im(f)=R
   c) Se $f: [0; 1] \rightarrow R$ e $f(0) = 3, f(1) = \frac{1}{3}$ allora $\nexists\ x_0 \in (0; 1)\ tale\ che\ f(x_0) = 0$

a) Sì, BASTA PENSARE alla funzione

$f(x) = tg\,x$, $D = \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

$\mathrm{cod}\, f = \mathbb{R} = Im(f)$



RIPASSARE i grafici delle f. elementari

b) NO, INFATTI IL TEOREMA DI WEIERSTRASS CI ASSICURA CHE L'IMMAGINE DI UN CHIUSO E LIMITATO MEDIANTE f continue sia chiuso e limitato

RIPASSARE I TEOREMI sulle f continue

c) NO, INFATTI IL TEOREMA DEGLI ZERI È SOLO UNA CONDIZIONE NECESSARIA A GARANTIRE L'ESISTENZA DEGLI ZERI (Se le ipotesi del Teorema non si verificano, non possiamo dire nulla sugli eventuali zeri della funzione).

4) Consideriamo $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$

$\mathbb{D} = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x^2+1} > 0\right\} = \mathbb{R}$

sono cose importanti e vanno sempre scritte!!

f è continua e derivabile su $\mathbb{R}$ e

si ha:

$$f'(x) = \frac{1}{\frac{1}{\cancel{x^2+1}}} \cdot \frac{-2x}{(x^2+1)^{\cancel{2}}} = \frac{-2x}{x^2+1}$$

$\mathbb{D}_{f'} = \mathbb{R}$

$$x \longrightarrow \boxed{t = (x^2+1)} \longrightarrow \boxed{z = \frac{1}{t}} \longrightarrow \boxed{y = \ln z}$$

$$x \longrightarrow \boxed{t = (x^2+1)} \longrightarrow \boxed{z = \frac{1}{t}} \longrightarrow \boxed{y = \ln z}$$

$$2x$$

$$D(t^{-1}) = -1 \cdot t^{-2} = \frac{-1}{t^2} = \frac{-1}{(x^2+1)^2}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{\frac{1}{t}} = \frac{1}{\frac{1}{x^2+1}}$$

f È DERIVABILE <u>DUE</u> VOLTE SU $\mathbb{D}_{f'} = \mathbb{R}$:

$$f''(x) = \frac{-2(x^2+1) + 2x(2x)}{(x^2+1)^2} = \frac{-2x^2 - 2 + 4x^2}{(x^2+1)^2}$$

$$f''(x) = \frac{2(x^2-1)}{(x^2+1)^2} \qquad \mathbb{D}_{f''} = \mathbb{R}$$

SU QUALI INTERVALLI f È CONVESSA?

f CONVESSA $\Longleftrightarrow$ $f'' > 0$

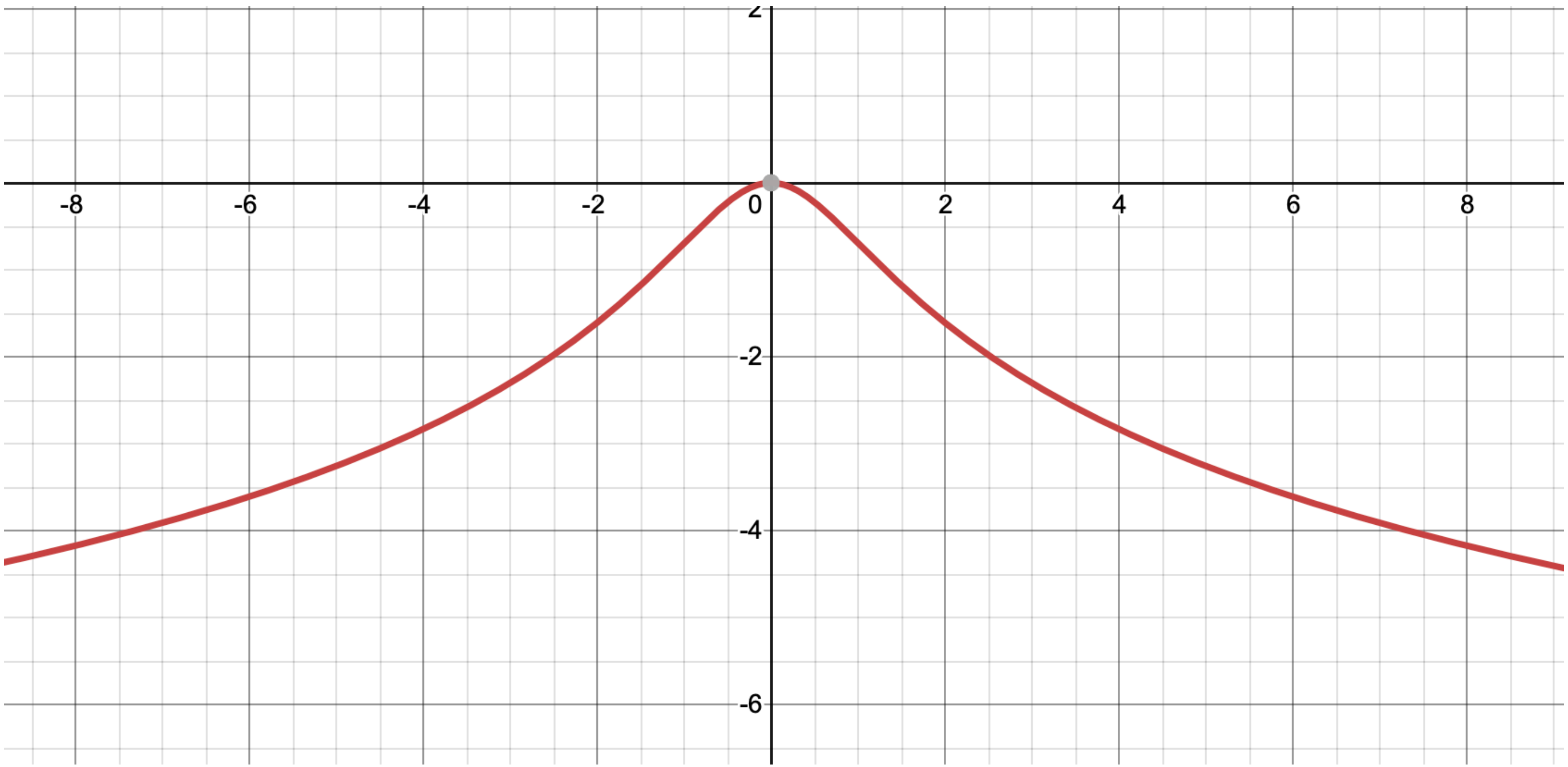
(E DERIVABILE 2 volte...

$f''(x) > 0 \iff +x^2 - 1 > 0$ DICE

$\iff x < -1 \vee x > +1$

$\Rightarrow f$ è convessa su $I = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

VEDIAMO IL GRAFICO DI f CON **DESMOS**



Per oggi è tutto…

VI INVITO A RIPASSARE

- I TEOREMI SULLE FUNZIONI CONTINUE
- IL CALCOLO DELLE DERIVATE E I RELATIVI TEOREMI
- I GRAFICI DELLE FUNZIONI ELEMENTARI
- A FARE LO STUDIO COMPLETO DELLA FUNZIONE DELL'ESERCIZIO 4
- A RIGUARDARE QUESTO VIDEO E A TRASCRIVERVI SUL QUADERNO GLI ESERCIZI
- A FINE SETTIMANA SE SI DOVESSE PROLUNGARE LO STOP DELLE ATTIVITA' SCOLASTICHE, VI ASSEGNERO' DEI LAVORI DI GRUPPO CHE MI INVIERETE VIA MAIL.