SOCIAL NETWORK ANALYSIS

Ch. 4: Graphs & Networks

J. Abraham Hernández Sánchez

19 de Agosto del 2019

Temas a revisar

- Grafos Valuados (GV) y Grafos Valuados Dirigidos (GVD)
- Nodos y Diadas
- Densidad en un GV
- Caminos y ”alcanzabilidad”

Grafos Valuados y Grafos Valuados Dirigidos 1/5

- Es posible construir una representación gráfica y matemática de una red mediante el uso de teoría de grafos.
- La información que provee una red consiste en ”elementos” o ”agentes” y las relaciones que existen entre ellos.
- Aunado a lo previo, es de interés también estudiar la ”intensidad” que tienen estas relaciones entre agentes.
- Ejemplo: Tasa de cambio del dólar para otras distintas monedas.

Grafos Valuados y Grafos Valuados Dirigidos 2/5

- No es posible representar en su totalidad este último aspecto en una red regular ya que las relaciones que vinculan a los agentes NO son dicótomas, i.e. sus valores son no solamente son de 1 (existe vínculo) o de 0 (no existe vínculo)
- Es por ello que es necesario introducir el concepto de grafos valuados (GV) y grafos valuados dirigidos (GVD)
- Sin embargo: conceptos y definiciones bien conocidas para grafos normales no se han desarrollado tan bien para GV ni para GVD.

Matemáticamente un GV consiste en tres conjuntos de información:

$$\begin{aligned} \mathcal{N} &= \{n_1, n_2, ..., n_g\} && \text{Nodos} \\ \mathcal{L} &= \{l_1, l_2, ..., l_L\} && \text{Líneas o Arcos} \\ \mathcal{V} &= \{v_1, v_2, ..., v_L\} && \text{Valores de arcos} \end{aligned}$$

Puedo denotar pues matemáticamente a un GV como:

$$\mathcal{G}_V = \{\mathcal{N}, \mathcal{L}, \mathcal{V}\}$$

Considerando estos ingredientes podemos generalizar la idea para formular matemáticamente una GVD.

GV

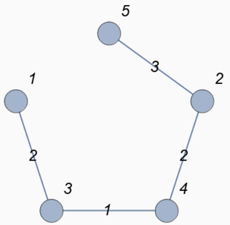

Figura 1: Grafo Valuado

$$v_k \to l_k = \langle n_i, n_j \rangle$$
$$v_m \to l_m = \langle n_j, n_i \rangle$$
$$v_k = v_i$$

GVD

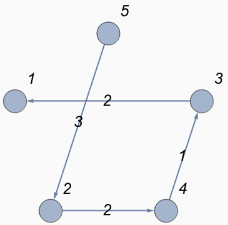

Figura 2: G.V. & Dirigido

$$v_k \to l_k = \langle n_i, n_j \rangle$$
$$v_m \to l_m = \langle n_j, n_i \rangle$$
$$v_k \neq v_i$$

Grafos Valuados y Grafos Valuados Dirigidos 5/5

GV

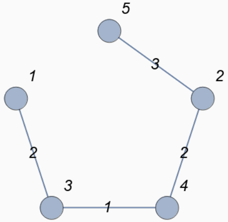

Figura 3: Grafo Valuado

$$v_1 \rightarrow l_1 = \langle n_2, n_4 \rangle = 2$$
$$v_2 \rightarrow l_2 = \langle n_4, n_2 \rangle = 2$$
$$v_1 = v_2$$

GVD

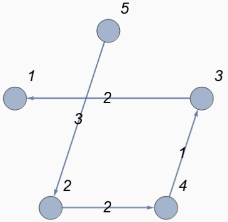

Figura 4: G.V. & Dirigido

$$v_1 \rightarrow l_1 = \langle n_2, n_4 \rangle = 2$$
$$v_2 \rightarrow l_2 = \langle n_4, n_2 \rangle = 0$$
$$v_1 \neq v_2$$

Nodos & Diadas (El Concepto de "GRADO")

- Al hablar de redes sencillas, la noción de grado es intuitiva, básicamente, el grado de un nodo es el número de arcos incidentes o salientes del mismo.
- Sin embargo, esta noción no es sencilla de generalizar para GVD.
- Una forma de generalizar el concepto es considerando una especie de "in-degree" y "out-degree".

Nodos & Diadas (El Concepto de "GRADO")

- Al hablar de redes sencillas, la noción de grado es intuitiva, básicamente, el grado de un nodo es el número de arcos incidentes o salientes del mismo.
- Sin embargo, esta noción no es sencilla de generalizar para GVD.
- Una forma de generalizar el concepto es considerando una especie de "in-degree" y "out-degree".

Por ejemplo:

$$\delta_{out}(n) = \sum_k v_k(n) \qquad \text{Grado Out}$$

$$\delta_{in}(n) = \sum_j v_j(n) \qquad \text{Grado In}$$

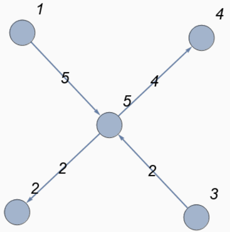

Figura 5: In & Out Degrees

- Para generalizar la idea de densidad para una GV podemos considerar el promedio de los valores asociados a los arcos con respecto a toda la red; esto obviamente pesado entre el número de nodos presentes. Matemáticamente, tenemos:

$$\boxed{\Delta = \sum_{\mathcal{N}} \frac{v_{\mathcal{N}}}{g(g-1)}}$$

Densidad en una GV

- Para generalizar la idea de densidad para una GV podemos considerar el promedio de los valores asociados a los arcos con respecto a toda la red; esto obviamente pesado entre el número de nodos presentes. Matemáticamente, tenemos:

$$\boxed{\Delta = \sum_{\mathcal{N}} \frac{v_{\mathcal{N}}}{g(g-1)}}$$

- OJO!; esta generalización es solamente para GV's, no para GVD's. Esto ya que para GVD's es necesario hacer consideraciones acerca de la cardinalidad del grado analizado, i.e. si es "in" o "out".

El hablar de un "camino" ya sea en un GV o en un GVD es altamente dependiente de la interpretación física de la cual gocen los arcos que conectan los agentes del sistema. Defino matemáticamente pues para después ejemplificar:

Valor de un Camino

$$\mathcal{W}_{n_i,n_j} = \left\{l_1, l_2, ..., l_{L(j)}\right\}$$

$$\mathcal{P} \equiv \min\{\mathcal{W}_{n_i,n_j}\}$$

El hablar de un "camino" ya sea en un GV o en un GVD es altamente dependiente de la interpretación física de la cual gocen los arcos que conectan los agentes del sistema. Defino matemáticamente pues para después ejemplificar:

Valor de un Camino

$$\mathcal{W}_{n_i,n_j} = \left\{l_1, l_2, ..., l_{L(j)}\right\}$$
$$\mathcal{P} \equiv \text{mín}\{\mathcal{W}_{n_i,n_j}\}$$

Longitud de un Camino

$$\mathcal{W}_{n_i,n_j} = \left\{l_1, l_2, ..., l_{L(j)}\right\}$$
$$\mathcal{O} \equiv \sum_{k=1}^{L(j)} \{\mathcal{W}_{n_i,n_j}(l_k)\}$$

Caminos & "Alcanzabilidad" 1/2

El hablar de un "camino" ya sea en un GV o en un GVD es altamente dependiente de la interpretación física de la cual gocen los arcos que conectan los agentes del sistema. Defino matemáticamente pues para después ejemplificar:

Valor de un Camino

$$\mathcal{W}_{n_i,n_j} = \left\{l_1, l_2, ..., l_{L(j)}\right\}$$

$$\mathcal{P} \equiv \text{mín}\{\mathcal{W}_{n_i,n_j}\}$$

Longitud de un Camino

$$\mathcal{W}_{n_i,n_j} = \left\{l_1, l_2, ..., l_{L(j)}\right\}$$

$$\mathcal{O} \equiv \sum_{k=1}^{L(j)} \{\mathcal{W}_{n_i,n_j}(l_k)\}$$

Alcanzabilidad

Si se cumple que:

$$\mathcal{P} = c \in \mathbb{N}$$

Entonces los nodos n_i y n_j se "alcanzan" en el nivel c.

Caminos & ”Alcanzabilidad” 2/2

Ilustro como ejemplo:

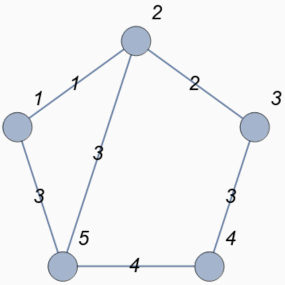

Figura 6: Caminos & Alcanzabilidad

Camino:

n_1, n_2, n_3, n_4

Longitud:

6

Valor:

1

Alcanzabilidad:

n_1 y n_4 se ”alcanzan” en el nivel 1

- Wasserman, S., Faust, K. (1994). Social network analysis: methods and applications. New York: Cambridge University Press.