

Pontificia Universidad Javeriana

Matemáticas Para Biología I

2024-09-30

Taller derivada implícita

1. Halla la derivada de y con respecto a x de la siguiente ecuación implícita:

$$x^2 + y^2 = 25$$

2. Dada la ecuación $x^3 + y^3 = 6xy$, encuentra $\frac{dy}{dx}$.

3. En biología, el crecimiento de dos poblaciones está relacionado de la siguiente manera:

$$x^2 + xy + y^2 = 50$$

donde x representa la población de una especie y y representa la población de otra especie. Encuentra $\frac{dy}{dx}$ y explica qué significa en términos del cambio relativo entre ambas poblaciones.

4. Para la siguiente curva implícita, encuentra $\frac{dy}{dx}$:

$$e^x + y^2 = 2xy$$

5. Supongamos que la concentración de una sustancia en una célula está dada implícitamente por la ecuación $x^2y + xy^2 = 10$, donde x representa el tiempo y y la concentración. Encuentra la tasa de cambio de la concentración con respecto al tiempo $\frac{dy}{dx}$ en términos de x y y .

6. Dada la ecuación implícita $2x + 3\sin(y) = x^2y$, encuentra $\frac{dy}{dx}$.

7. Resuelve la derivada implícita de la ecuación $xy + \ln(y) = 3$.

8. En un modelo biológico, la relación entre dos variables x (proporción de presas) y y (proporción de depredadores) está dada por la ecuación implícita:

$$x + y^3 = xy$$

Encuentra $\frac{dy}{dx}$ y discute cómo un cambio en la proporción de presas afecta la proporción de depredadores.

9. **Crecimiento de una población** La población de una colonia de bacterias se duplica cada 3 horas. Si inicialmente hay 500 bacterias, la población $P(t)$ en cualquier tiempo t (en horas) está dada por la fórmula de crecimiento exponencial:

$$P(t) = P_0 e^{kt}$$

donde P_0 es la población inicial y k es la constante de crecimiento.

- Encuentra el valor de k .
- ¿Cuál será la población después de 9 horas?
- ¿Cuánto tiempo tomará para que la población alcance las 8000 bacterias?

11. **Descomposición radiactiva** Una sustancia radiactiva se descompone siguiendo una ley de descomposición exponencial. Si la cantidad inicial de la sustancia es 120 gramos y se sabe que después de 5 horas solo quedan 75 gramos, la cantidad de sustancia restante en cualquier momento t está dada por:

$$N(t) = N_0 e^{-kt}$$

- Encuentra el valor de la constante de descomposición k .
- ¿Cuánta sustancia quedará después de 10 horas?
- ¿En cuánto tiempo se descompondrá el 90% de la sustancia?