

Taller MMAF

Pontificia Universidad Javeriana - Cali

Taller MMAF

Instrucciones

A continuación, encontrarás varios ejercicios relacionados con identidades y funciones trigonométricas, fuerzas en el plano y análisis de sucesiones.

1. Simplifica cada una de las siguientes expresiones usando identidades trigonométricas de ángulos dobles y suma de ángulos.

- $\sin(2\theta) + \cos(2\theta)$
- $\tan(2\alpha)$
- $\cos(45^\circ + 30^\circ)$
- $\sin(60^\circ - 30^\circ)$

2. Encuentra el valor exacto de las siguientes expresiones utilizando funciones trigonométricas inversas.

Función	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	undefined

- $\arcsin(\sin(3\pi/4))$
- $\arctan(\tan(-\pi/3))$
- $\arccos(\cos(\pi))$
- $\tan(\arctan(3) + \arctan(2))$

3. Determina si las siguientes ecuaciones son identidades trigonométricas.

- $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$
- $1 + \tan^2(x) = \sec^2(x)$
- $\sin(x + y) = \sin(x)\cos(y) + \cos(x)\sin(y)$
- $\cos(x + y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$

4. Encuentra el valor exacto de las siguientes expresiones si $\sin\theta = 3/5$ y θ está en el segundo cuadrante.

- $\cos(2\theta)$

- $\sin(2\theta)$
- $\tan(2\theta)$
- $\cot(2\theta)$

5. Dos fuerzas actúan sobre un objeto en un punto de origen. La fuerza $F_1 = 80 \text{ N}$ actúa en dirección de 30° respecto al eje horizontal, y la fuerza $F_2 = 60 \text{ N}$ actúa en dirección de 120° respecto al mismo eje.

- Descompón las fuerzas F_1 y F_2 en sus componentes horizontales y verticales.
- Calcula la fuerza resultante F_R sumando las componentes horizontales y verticales de F_1 y F_2 .
- Encuentra el ángulo θ que forma la fuerza resultante con el eje horizontal.
- Verifica usando identidades de ángulo doble que el ángulo resultante θ puede expresarse mediante la combinación de las direcciones de F_1 y F_2 .

6. Problemas con los teoremas del seno y coseno

- **(Encuentra un lado desconocido)** En un triángulo $\triangle ABC$, los lados a , b , y c miden respectivamente 7 cm, 5 cm, y el ángulo opuesto a c , $\angle C$, es de 60° . Calcula la longitud del lado c .
- **(Encuentra un ángulo desconocido)** En un triángulo $\triangle ABC$, los lados a , b , y c miden 8 cm, 6 cm y 10 cm respectivamente. Calcula el valor del ángulo $\angle A$ usando el teorema del coseno.
- **(Encuentra un lado desconocido)** En un triángulo $\triangle ABC$, conocemos el ángulo $\angle A = 40^\circ$, el ángulo $\angle B = 75^\circ$ y el lado $a = 10 \text{ cm}$. Calcula la longitud del lado b .
- **(Encuentra un ángulo desconocido)** En un triángulo $\triangle ABC$, los lados a y b miden respectivamente 12 cm y 15 cm, y el ángulo opuesto a a , $\angle A$, es de 35° . Calcula el valor del ángulo $\angle B$.

7. Modifique el código usado en el cuaderno 8 en Colab y visualice las siguientes sucesiones. Determine a partir de la gráfica, si la sucesión converge o diverge.

- $a_n = \frac{1}{n^2}$
- $a_n = (-1)^n \frac{1}{n}$
- $a_n = \sin\left(\frac{1}{n}\right)$
- $a_n = \cos(n^2)$

8. Determine la convergencia o divergencia de las siguientes sucesiones.

- $\left(\frac{2n^2 + 3n + 1}{6n^2 + 1}\right)^3$
- $\sqrt{\frac{n^2 + 3n^3}{n^3 + 1}}$
- $\frac{(3n - 1)(n + 2)}{(n + 3)(n - 5)}$
- $\frac{4n^2 + 25}{n}$
- $\sqrt{2n^2 + 5} - n$

9. Suponga que se define una sucesión de forma recurrente de la forma $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{1}{2}$ con $a_1 = 0$. Calcule según esta recurrencia a_2, a_3, a_4, a_5 . Suponga que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$. ¿Cuál es el valor de L ?

10. Realice las siguientes operaciones entre números complejos.

- $(3 + 2i)(1 - 4i)$
- $\frac{1 + i}{1 - i}$
- $(2 + 3i)^2$
- $\frac{1}{1 + i}$

11. Encuentre el valor de $r = a^2 + b^2$ y $\theta = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$, es decir su representación polar, para los siguientes números complejos.

- $z = 3 + 4i$
- $z = -2 - 3i$
- $z = 1 + i$
- $z = -1 + i$

11. Sea los números complejos en su representación polar, escribe los su forma cartesiana

- $z = 3 \angle -\frac{\pi}{3} rad$
- $z = 2 \angle \frac{\pi}{4} rad$
- $z = 5 \angle \frac{3\pi}{2} rad$