Estructuras Numéricas: Números Naturales, Enteros y Operaciones

Introducción

- **Objetivo**: Discutir el uso sistemas numéricos en la cuantificación de elementos y formas en diferentes contextos de la ingeniería y las ciencias.

Problemas

La capacidad de resolver problemas es una habilidad muy valorada en diversos aspectos de nuestra vida y es, sin duda, una parte esencial de cualquier curso de matemáticas. No existen reglas estrictas que garanticen el éxito en la solución de problemas. No obstante, en este prólogo, se proponen una serie de pasos generales para el proceso de resolución de problemas y se presentan principios útiles para resolver ciertos tipos de problemas. Estas medidas y principios hacen explícito el sentido común. Han sido adaptados del perspicaz libro de George Polya, "How to Solve It".

---

1. Entender el problema

El primer paso es leer el problema y asegurarse de que usted lo entiende. Hágase las siguientes preguntas:

¿Qué es lo desconocido?
¿Cuáles son las cantidades que se señalan?
¿Cuáles son las condiciones dadas?

Para muchos problemas, es útil

dibujar un diagrama

e identificar las cantidades que se requieren en el diagrama. Por lo general, es necesario

introducir notación adecuada

en la elección de los símbolos para las cantidades desconocidas, a menudo usamos letras como a, b, c, m, n, x, y y, aunque en algunos casos, ayuda utilizar las iniciales como símbolos sugerentes, por ejemplo, para el volumen V o t para el tiempo.

Ejemplo

Rapidez promedio Una conductora se embarca en un viaje. Durante la primera mitad de la distancia, ella conduce al ritmo pausado de $30 km/h$, durante la segunda mitad conduce a $60 km/h$. ¿Cuál es su rapidez promedio en este viaje?

¿Cual es la solución?

Paso 1: Definir las variables

Denotemos la distancia total del viaje como $ D $. Entonces, cada mitad de la distancia es $ $.

Paso 2: Calcular el tiempo para cada mitad del viaje

Para la primera mitad de la distancia ($ $) a una velocidad de $30 km/h$:

$$t_1 = \frac{\frac{D}{2}}{30} = \frac{D}{60} \text{ horas}$$

Para la segunda mitad de la distancia ($ $) a una velocidad de 60 km/h:

$$t_2 = \frac{\frac{D}{2}}{60} = \frac{D}{120} \text{ horas}$$

Paso 3: Calcular el tiempo total del viaje

El tiempo total del viaje es la suma de los tiempos para cada mitad:

$$t_{\text{total}} = t_1 + t_2 = \frac{D}{60} + \frac{D}{120}$$

Para sumar estas fracciones, encontramos un denominador común:

$$t_{\text{total}} = \frac{2D}{120} + \frac{D}{120} = \frac{3D}{120} = \frac{D}{40} \text{ horas}$$

Paso 4: Calcular la velocidad promedio

La velocidad promedio $ v_{}$ se define como la distancia total dividida por el tiempo total:

$$v_{\text{promedio}} = \frac{D}{t_{\text{total}}} = \frac{\frac{D}{D}}{40} = 40 \text{ km/h}$$

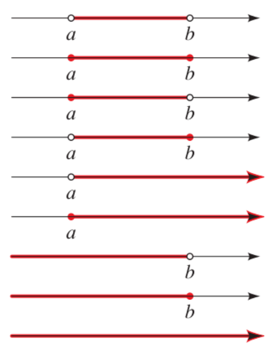
Los numeros Reales

- Números naturales
- Números enteros
- Números racionales
- Números irracionales
- Números reales

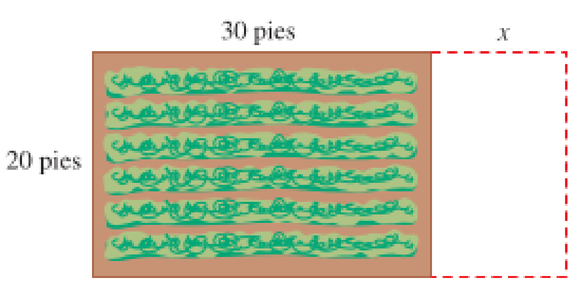
PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS REALES

Propiedades	Ejemplo	Descripción
Conmutativas		
$a + b = b + a$	$7 + 3 = 3 + 7$	Cuando sumamos dos números, el orden no importa.
$ab = ba$	$3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$	Cuando multiplicamos dos números, el orden no importa.
Asociativas		
$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(2 + 4) + 7 = 2 + (4 + 7)$	Cuando sumamos tres números, no importa cuáles dos de ellos sumamos primero.
$(ab)c = a(bc)$	$(3 \cdot 7) \cdot 5 = 3 \cdot (7 \cdot 5)$	Cuando multiplicamos tres números, no importa cuáles dos de ellos multiplicamos primero.
Distributivas		
$a(b + c) = ab + ac$ $(b + c)a = ab + ac$	$2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$ $(3 + 5) \cdot 2 = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$	Cuando multiplicamos un número por una suma de dos números, obtenemos el mismo resultado si multiplicamos el número por cada uno de los términos y luego sumamos los resultados.

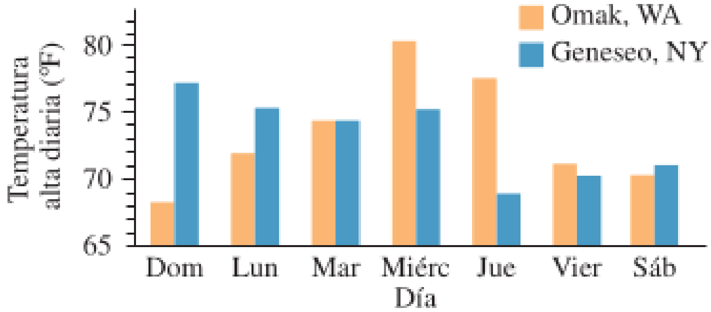
Notación	Descripción de conjunto	Gráfica
(a, b)	$\{x \mid a < x < b\}$	
$[a, b]$	$\{x \mid a \leq x \leq b\}$	
$[a, b)$	$\{x \mid a \leq x < b\}$	
$(a, b]$	$\{x \mid a < x \leq b\}$	
(a, ∞)	$\{x \mid a < x\}$	
$[a, \infty)$	$\{x \mid a \leq x\}$	
$(-\infty, b)$	$\{x \mid x < b\}$	
$(-\infty, b]$	$\{x \mid x \leq b\}$	
$(-\infty, \infty)$	$\mathbb{R}$ (conjunto de todos los números reales)	



Área de un jardín El jardín de legumbres de Mary mide 20 pies por 30 pies, de modo que su área es de $20 \times 30 = 600$ pies^2. Ella decide agrandarlo, como se ve en la figura, para que el área aumente a $A = 20(30 + x)$. ¿Cuál propiedad de los números reales nos dice que la nueva área también se puede escribir como $A = 600 + 20x$?



Variación de temperatura La gráfica de barras muestra las altas temperaturas diarias para Omak, Washington, y Geneseo, Nueva York, durante cierta semana en junio. Represente con T_O la temperatura en Omak y T_G la temperatura en Geneseo. Calcule $T_O - T_G$ y $|T_O - T_G|$ para cada día que se muestra. ¿Cuál de estos dos valores da más información?



---

79. Envío de un paquete por correo La oficina de correos sólo aceptará paquetes para los cuales la longitud más la circunferencia no sea de más de 108 pulgadas. Así, para el paquete de la figura, debemos tener

$$L + 2(x + y) \leq 108$$

(a) ¿La oficina de correos aceptará un paquete de 6 pulgadas de ancho, 8 pulgadas de profundidad y 5 pies de largo? ¿Y un paquete que mida 2 pies por 2 pies por 4 pies?

(b) ¿Cuál es la máxima longitud aceptable para un paquete que tiene una base cuadrada que mide 9 pulgadas por 9 pulgadas?