Tarea_sitemas_general

October 11, 2021

1 Taller de sistemas de ecuaciones

1.1 Ejercicio 1

Verifique que las funciones vectoriales
$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} e^{3t} \\ 0 \\ e^{3t} \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} -e^{3t} \\ e^{3t} \\ 0 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} -e^{-3t} \\ -e^{-3t} \\ e^{-3t} \end{bmatrix}$ son solución del sistema de ecuaciones homogéneo

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x},$$
$$\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix},$$

en R y que

$$\mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} 5t+1 \\ 2t \\ 4t+2 \end{bmatrix},$$

es una solución particular de

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}(t),$$
$$\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -9t \\ 0 \\ -18t \end{bmatrix}.$$

Determine la solución general del sistema

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{f}(t)$$

1.2 Ejercicio 2

Para ilustrar la ecución de orden superior y un sistema de primer orden considere la siguiente ecuación

$$y'''(t) - 6y''(t) + 11y(t) - 6y(t) = 0, \qquad (1)$$

- Muestre que $\{e^t, e^{2t}, e^{3t}\}$ es un conjunto fundamental de solucones para (1)

- Haga $x_1 = y$, $x_2 = y'$ y $x_3 = y''$ y escriba la ecuación (1) como un sistema de ecuaciones de primer orden, de la forma
$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}. \qquad (2)$$

- Sea el conjunto
$$S := \left\{ \begin{bmatrix} e^t \\ e^t \\ e^t \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} e^{2t} \\ 2e^{2t} \\ 4e^{2t} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} e^{3t} \\ 3e^{3t} \\ 9e^{3t} \end{bmatrix} \right\}$$
muestre que es un conjunto fundamental de (2)

- Se puede definir el Wronskiano de un conjunto de funciones de la forma
$$W(f_1(t), f_2(t), f_3(t)) = \begin{vmatrix} f_1 & f_2 & f_3 \\ f_1' & f_2' & f_3' \\ f_1'' & f_2'' & f_3'' \end{vmatrix}.$$
Cálcule el $W(e^t, e^{2t}, e^{3t})$ y comparelo con el Wronskiano que uso en el punto anterior.