

# Quiz 7

## Calculo Diferencial

Kevin Dávila

Mayo 2022

Arismendy Contreras Angel Abel

202020625

[a.arismendy@uniandes.edu.co](mailto:a.arismendy@uniandes.edu.co)

2. Use sumas de Riemann para aproximar el valor de la integral definida:

$$\int_0^3 x^2 + 2 \, dx$$

Usando 10,20, 30, ... ,100 rectángulos y calculando alturas usando el extremo derecho de los sub-intervalos. (Envíe únicamente un pantallazo del código y la impresión de los resultados).

### Solución

Una integral definida la podemos escribir como el límite cuando 'n' tiende a infinito de una sumatoria de Riemann, tal que:

$$\int_a^b f(x) \, dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x$$

Donde:

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}$$

$$x_i = a + i \Delta x$$

En nuestro caso particular conocemos los valores de a y b, tenemos nuestra 'n' acotada acorde al enunciado y nuestra función  $f(x) = x^2 + 2$ .

$$\int_0^3 x^2 + 2 \, dx$$

De este modo, la integral definida se puede aproximar para distintos valores de 'n'.

Usando el lenguaje de programación python y su librería 'matplotlib', programé un script que calcula y grafica la sumatoria de Riemann de la función  $f(x) = x^2 + 2$  para valores de 'n' que van desde 10 hasta 100 en incrementos de 10 unidades (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100). Todo esto usando el extremo derecho de los sub-intervalos. El script se ve de la siguiente manera:

```
from numpy import arange
from matplotlib import pyplot as plt
from matplotlib import patches
n = 10
incremento = 10
inicio = 0
fin = 3
f = r'$f(x)=x^2+2$'
delta = r'$\Delta{x}$'

def graficar_funcion():
    t = arange(0.01, 3, 0.01)
    y = (t**2)+2
    fig, ax = plt.subplots()
    ax.plot(t, y, label=f)
    texto = plt.annotate(f, xy = (2,6), xytext = (1.2, 7), fontsize=15,
        arrowprops=dict(arrowstyle="<-", connectionstyle="arc3,rad=0"))
    plt.grid()
    return ax

while n <= 100:
    diferencia = fin - inicio
    fragmento = diferencia/n
    i = 1
    x = inicio
    suma = 0
    sum_txt = r'$\sum_{i=1}^n f(x_{i}) \Delta{x}$'
    ax = graficar_funcion()
    red_patch = patches.Patch(edgecolor='red', facecolor='red', alpha=0.2,
        fill=True, label=sum_txt)
    sumatoria_leyenda = ax.legend(handles=[red_patch], loc='lower center')
    ax.add_artist(sumatoria_leyenda)
    while i <= n:
        x += fragmento
        f_de_x = ((x**2)+2)
        suma += f_de_x*fragmento
        ax.add_patch(patches.Rectangle(
            (x-fragmento, 0),
            fragmento,
            f_de_x,
```

```

        edgecolor = 'red',
        facecolor = 'red',
        alpha = 0.2,
        fill=True
    ))
    i += 1
plt.title(f'Función: {f}, n = {n}, {delta} = {fragmento}\nárea = {suma}')
plt.legend(loc='upper center')
plt.savefig(f'img/{n}.png', dpi = 200)
n += incremento

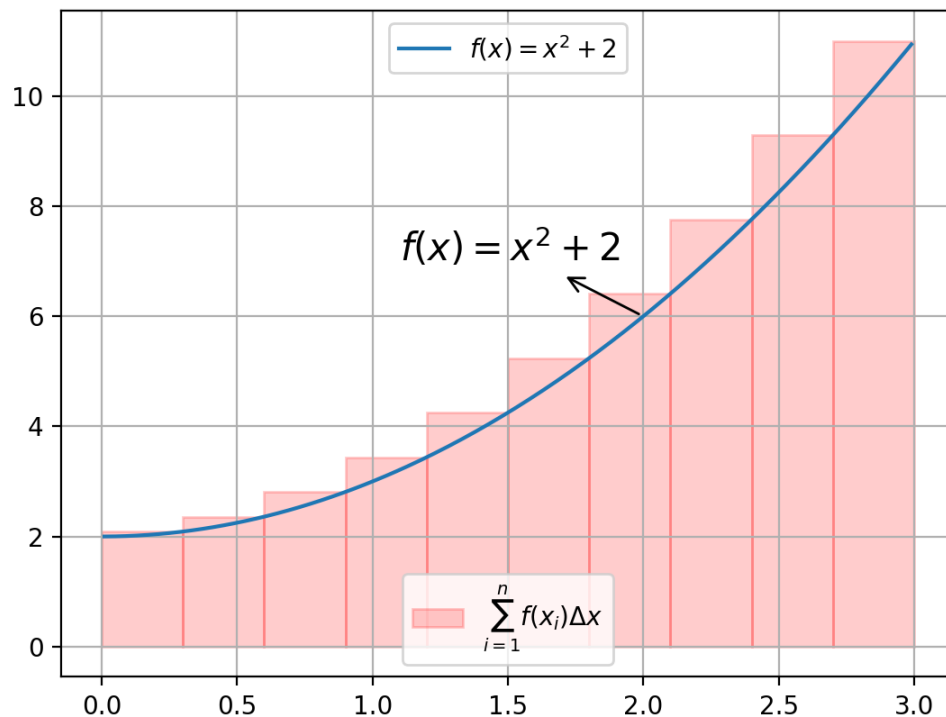
```

Script disponible en:

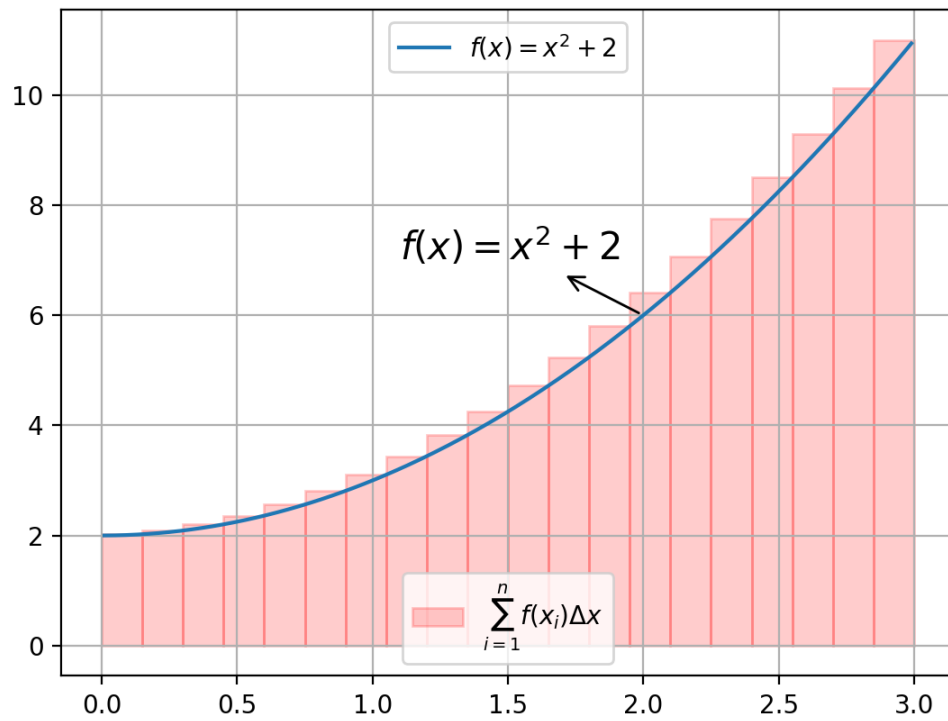
[https://github.com/abelarismendy/calc\\_diferencial/blob/master/calc.py](https://github.com/abelarismendy/calc_diferencial/blob/master/calc.py)

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

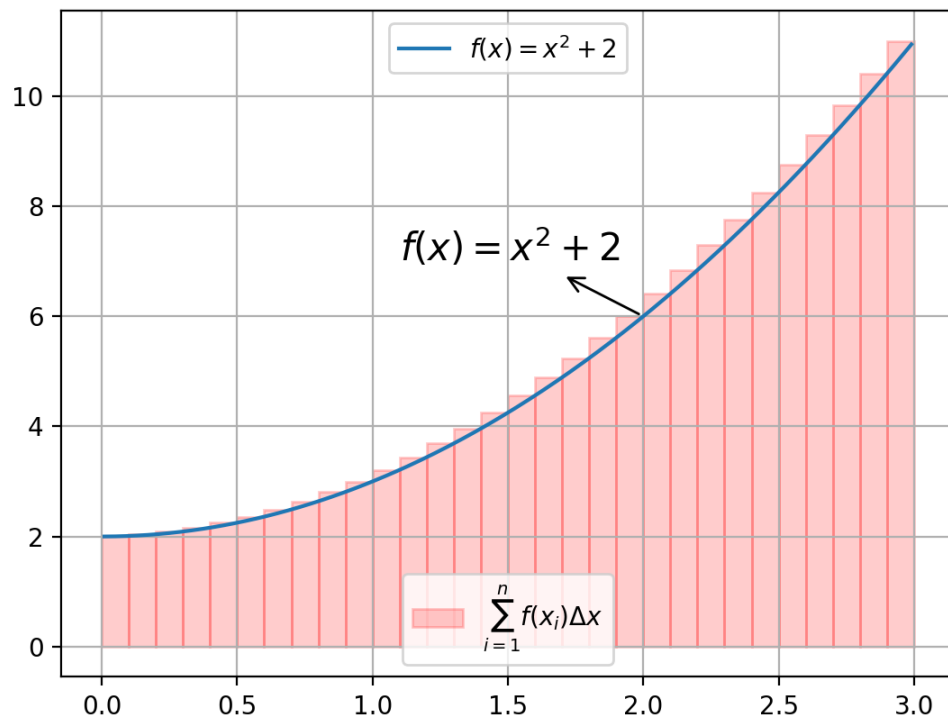
Función:  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $n = 10$ ,  $\Delta x = 0.3$   
 área = 16.395



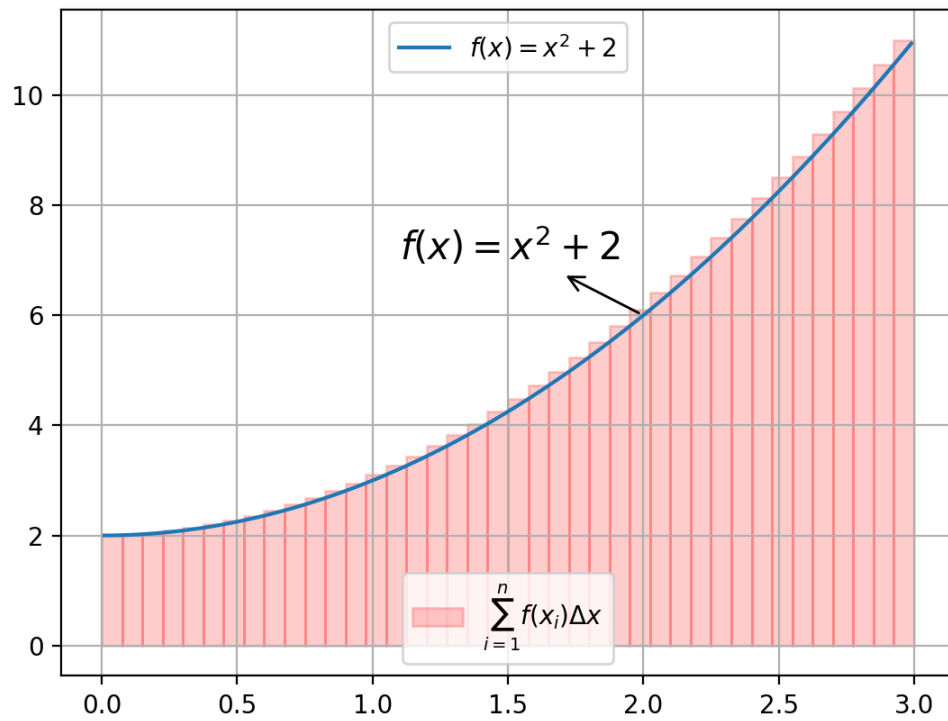
Función:  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $n = 20$ ,  $\Delta x = 0.15$   
área = 15.686249999999996



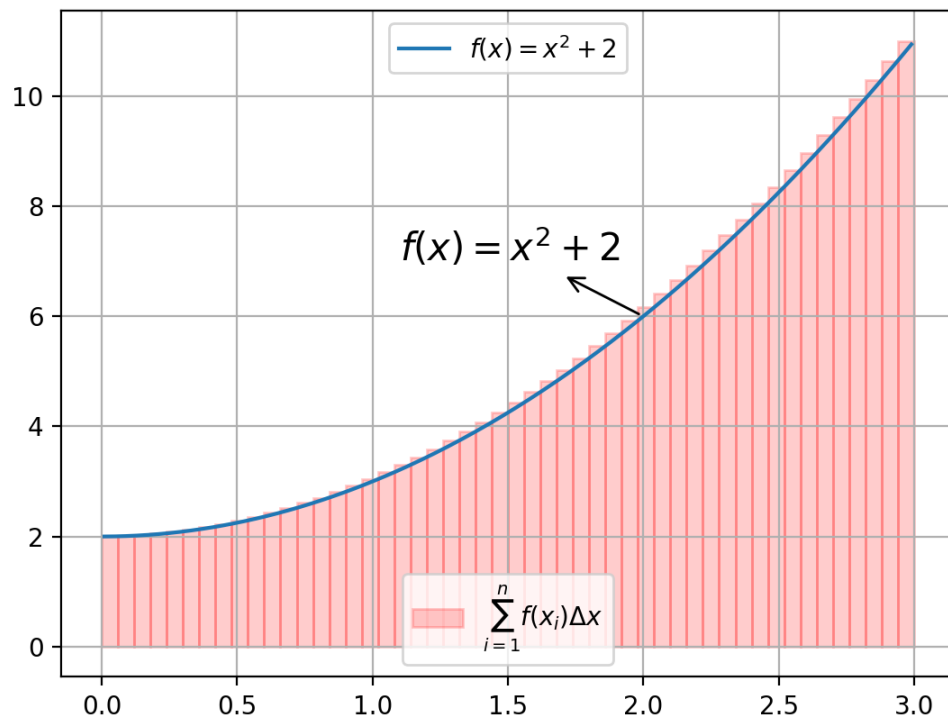
Función:  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $n = 30$ ,  $\Delta x = 0.1$   
área = 15.455000000000007



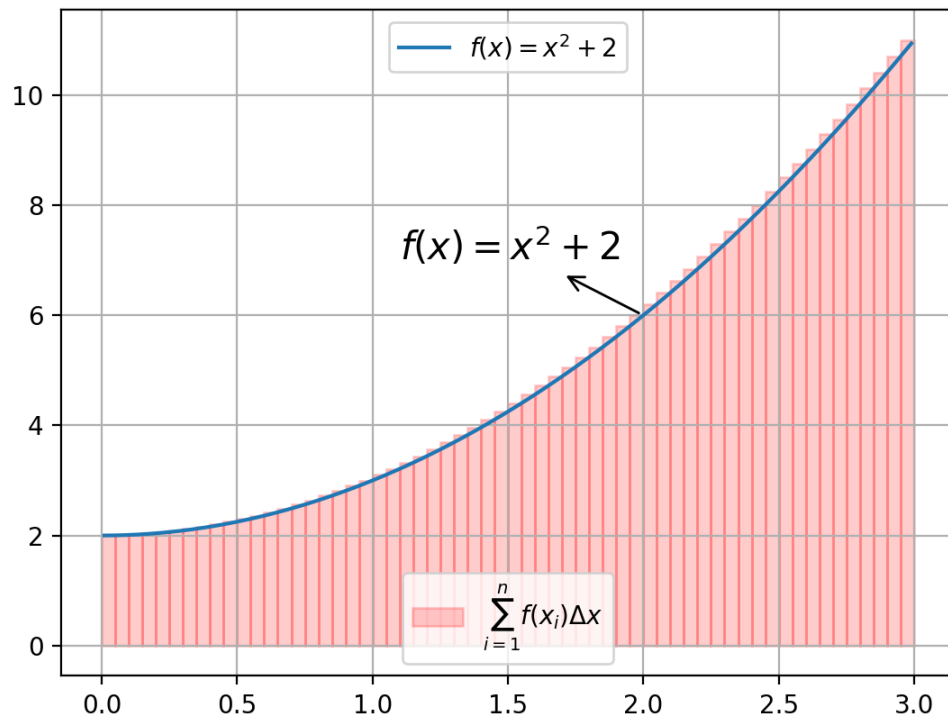
Función:  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $n = 40$ ,  $\Delta x = 0.075$   
área = 15.340312500000003



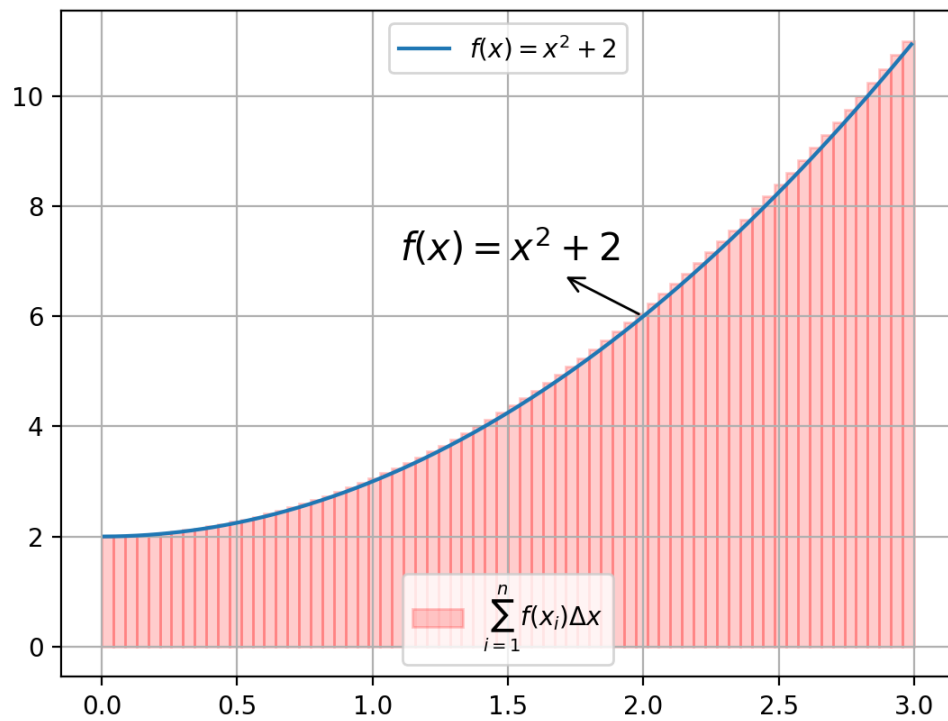
Función:  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $n = 50$ ,  $\Delta x = 0.06$   
área = 15.271800000000011



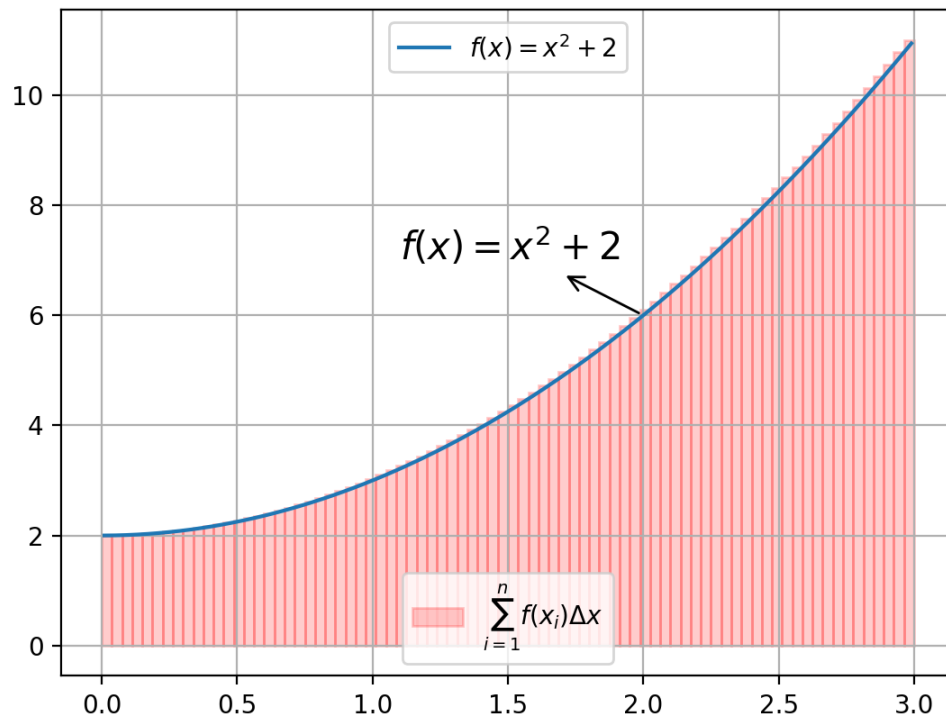
Función:  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $n = 60$ ,  $\Delta x = 0.05$   
área = 15.226249999999993



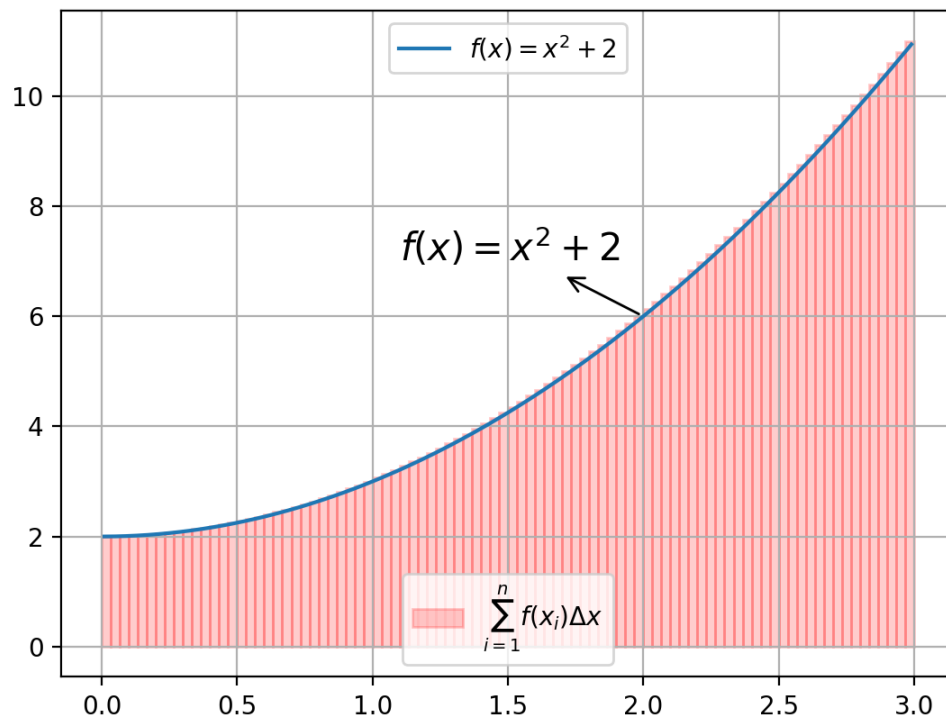
Función:  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $n = 70$ ,  $\Delta x = 0.04285714285714286$   
área = 15.19377551020408

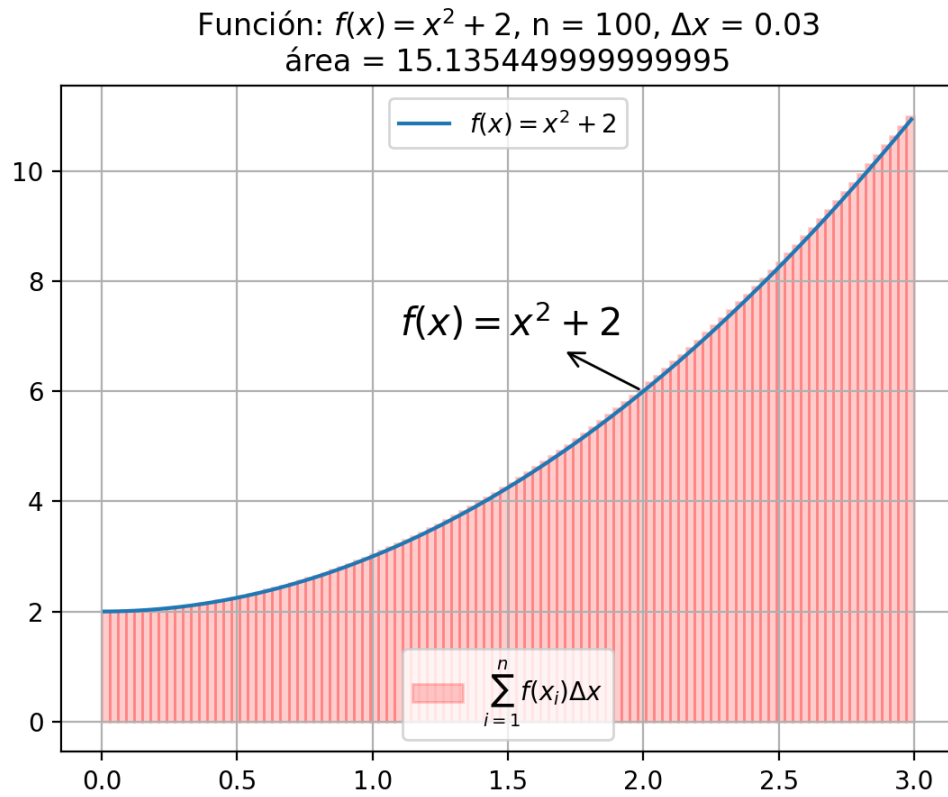


Función:  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $n = 80$ ,  $\Delta x = 0.0375$   
área = 15.169453125000022



Función:  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $n = 90$ ,  $\Delta x = 0.03333333333333333$   
área = 15.150555555555563





Outputs disponibles en alta resolución en:

[https://github.com/abelarismendy/calc\\_diferencial/tree/master/img](https://github.com/abelarismendy/calc_diferencial/tree/master/img)

## Bonus

Outputs calculados para:

$$n = 100000 \text{ (cien mil)}$$

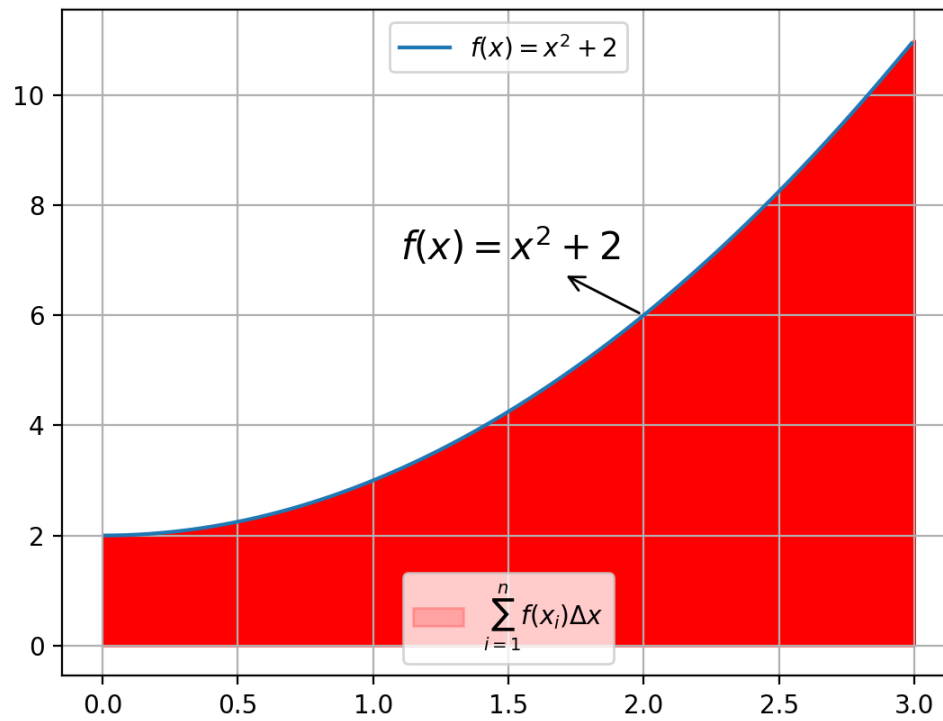
y

$$n = 1000000 \text{ (un millón)}$$

Como podemos observar a medida que el número de rectángulos aumenta, el valor de la sumatoria tiende a 15.



Función:  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $n = 100000$ ,  $\Delta x = 3\text{e-}05$   
área = 15.000135000456371



Función:  $f(x) = x^2 + 2$ ,  $n = 1000000$ ,  $\Delta x = 3\text{e-}06$   
área = 15.00001349987469

