que es necesario examinar una "base" para los ciclos cerrados, es decir, el mínimo número de ciclos que genera todos los demás.

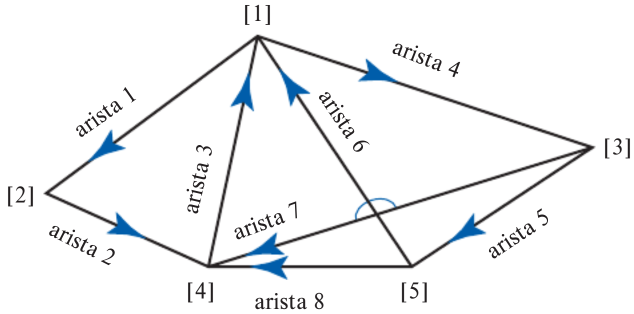
Los diagramas como el que se muestra a continuación reciben el nombre de gráficas dirigidas, o **digráficas**. Un ciclo cerrado en una gráfica dirigida se denomina **ciclo no dirigido**.

a) Cualquier digráfica tiene una matriz asociada denominada **matriz de incidencia nodo-arista**. Se define como

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la arista } j \text{ entra al nodo } i \\ -1 & \text{si la arista } j \text{ sale del nodo } i \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Es sencillo establecer (o introducir con MATLAB) una matriz de incidencia nodo-arista observando una arista a la vez (vea el problema 2 de MATLAB 2.1).

Introduzca la matriz de incidencia A para la digráfica siguiente. Observe que cada arista corresponde a una columna de A y que A será una matriz de $n \times m$, donde n es el número de nodos y m el número de aristas.



b) Un ciclo (ciclo cerrado) se puede representar por un vector de $m \times 1$ en donde cada elemento del vector corresponde al coeficiente de una arista. Por ejemplo, un ciclo en la digráfica anterior es: inicio en el nodo [3], luego arista 5, después por la arista 8 y por el opuesto de la arista 7. Esto se puede expresar como arista 5 + arista 8 – arista 7, que se puede representar por el vector $m \times 1$: $(0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ -1\ 1)^t$.

i) Verifique que este vector está en el espacio nulo de A, la matriz de incidencia nodo-arista.

ii) Forme el vector correspondiente al ciclo que va del nodo [1] al nodo [2] al nodo [4] al nodo [3] y de regreso al nodo [1]. Verifique que este vector se encuentra en el espacio nulo de A.

c) Verifique que $\mathbf{x} = (1\ 1\ 2\ 0\ 0\ -1\ 0\ 1)^t$ está en el espacio nulo de A. Demuestre que este vector corresponde al ciclo que comienza en el nodo [1] y sigue arista 1 + arista 2 + arista 3 – arista 6 + arista 8 + arista 3.

d) Encuentre una base para el espacio nulo de A.

e) Para cada vector en la base, identifique el ciclo que corresponde al vector escribiendo las aristas en el orden que siguen. Dibújelo etiquetando las aristas y nodos.

f) Forme una combinación lineal de estos vectores básicos (del espacio nulo de A) usando coeficientes de 1 y –1. Identifique el ciclo que describe esta combinación lineal escribiendo las aristas en el orden que siguen, como se hizo en el inciso *c*). (Dibuje el ciclo.)

Repita para otra combinación lineal.

g) Identifique un ciclo en la digráfica que no esté en la base del espacio nulo o uno de los ciclos descritos en el inciso *f*). Escriba el vector correspondiente en el espacio nulo de A. Encuentre los coeficientes necesarios para expresar el vector como una combinación lineal de los vectores de la base para el espacio nulo. Dibuje (o describa de alguna manera) su ciclo y los ciclos básicos incluidos en la combinación lineal y muestre que su ciclo está formado por estos ciclos básicos. Repita para otro ciclo.