Observe que éste es el único lugar en la expansión de $|A|$ en el cual aparece el término a_{1k} ya que otro término general sería $a_{1m}A_{1m} = (-1)^{i+m}a_{1m}|M_{1m}|$, con $k \neq m$ y M_{1m} se obtiene eliminando el primer renglón y la m-ésima columna de A (y a_{1k} está en el primer renglón de A). Como M_{1k} es una matriz de $(n-1) \times (n-1)$, por la hipótesis de inducción se puede calcular $|M_{1k}|$ expandiendo en el renglón i de A [que es el renglón $(i-1)$ de M_{1k}]. Un término general de esta expansión es

$$a_{il}\,(\text{cofactor de } a_{il} \text{ en } M_{1k}) \quad (k \neq l) \tag{3.5.4}$$

Por las razones descritas, éste es el único término en la expansión de $|M_{1k}|$ en el i-ésimo renglón de A que contiene el término a_{il}. Sustituyendo (3.5.4) en la ecuación (3.5.3) se encuentra que

$$(-1)^{1+k}a_{1k}a_{il}\,(\text{cofactor de } a_{il} \text{ en } M_{1k})\ (k \neq l) \tag{3.5.5}$$

es la única ocurrencia del término $a_{1k}a_{il}$ en la expansión por cofactores de det A en el primer renglón.

Ahora, si se expande por cofactores en el renglón i de A (donde $i \neq 1$), el término general es

$$(-1)^{1+l}a_{il}|M_{il}| \tag{3.5.6}$$

y el término general en la expansión de $|M_{il}|$ en el primer renglón de M_{il} es

$$a_{1k}\,(\text{cofactor de } a_{1k} \text{ en } M_{il})\ \ (k \neq l) \tag{3.5.7}$$

Si se inserta (3.5.7) en el término (3.5.6) se encuentra que la única ocurrencia del término $a_{il}a_{1k}$ en la expansión del renglón i de det A es

$$(-1)^{i+l}a_{1k}a_{il}(\text{cofactor de } a_{1k} \text{ en } M_{il})\ (k \neq l) \tag{3.5.8}$$

Si se puede demostrar que las expansiones (3.5.5) y (3.5.8) son la misma, entonces (3.5.1) quedará demostrada, ya que el término en (3.5.5) es la única ocurrencia de $a_{1k}a_{il}$ en la expansión del primer renglón, el término en (3.5.8) es la única ocurrencia de $a_{1k}a_{il}$ en la expansión del i-ésimo renglón, y k, i y l, son arbitrarios. Lo que demostrará que las sumas de términos en las expansiones en los renglones 1 e i son iguales.

Ahora, sea $M_{1i,kl}$ la matriz de $(n-2) \times (n-2)$ obtenida al eliminar los renglones 1 e i y las columnas k y l de A (esto se llama **menor de segundo orden** de A). Primero se supone que $k < l$. Después

$$M_{1k} = \begin{pmatrix} a_{21} & \cdots & a_{2,k-1} & a_{2,k+1} & \cdots & a_{2l} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{1,k-1} & a_{1,k+1} & \cdots & a_{il} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,k-1} & a_{n,k+1} & \cdots & a_{nl} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \tag{3.5.9}$$

$$M_{il} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1k} & \cdots & a_{1,j-1} & a_{1,j+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i-1,1} & \cdots & a_{i-1,k} & \cdots & a_{i-1,j-1} & a_{i-1,j+1} & \cdots & a_{i-1,n} \\ a_{i+1,1} & \cdots & a_{i+1,k} & \cdots & a_{i+1,j-1} & a_{i+1,j+1} & \cdots & a_{i+1,n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nk} & \cdots & a_{n,j-1} & a_{n,j+1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \tag{3.5.10}$$