1850 y fue utilizado por Stokes en los exámenes para el Premio Smith en 1854.

8.1 Teorema de Green

El teorema de Green relaciona una integral de línea a lo largo de una curva cerrada C en el plano $\mathbb{R}^2$ con una integral doble en la región encerrada por C. Este importante resultado se generalizará en las secciones siguientes a curvas y superficies en $\mathbb{R}^3$. Nos referiremos a integrales de línea a lo largo de curvas que son la frontera de regiones elementales (véase la Sección 5.3). Para entender las ideas de esta sección, puede ser necesario remitirse a la Sección 7.2.

Regiones simples y elementales, y sus fronteras

Una curva cerrada simple C que es la frontera de una región elemental tiene dos orientaciones —en sentido contrario a las agujas del reloj (positiva o antihoraria) y en el sentido de las agujas del reloj (negativa u horaria). Denotaremos C con la orientación antihoraria como C^+, mientras que si la orientación es horaria la denotaremos mediante C^- (Figura 8.1.1).

La frontera C de una región y-simple se puede descomponer en sus partes inferior y superior, C_1 y C_2, y (en su caso) en segmentos verticales a izquierda y derecha, B_1 y B_2. De acuerdo con la Figura 8.1.2, escribimos

$$C^+ = C_1^+ + B_2^+ + C_2^- + B_1^-,$$

donde el superíndice "+" indica que las curvas está orientadas de izquierda a derecha o de abajo a arriba, mientras que el superíndice "-" indica que las curvas está orientadas de derecha a izquierda o de arriba a abajo.

Podemos hacer una descomposición semejante de la frontera de una región x-simple en trozos izquierdo y derecho y (en su caso) segmentos horizontales superior e inferior (Figura 8.1.3).

Análogamente, la frontera de una región simple tiene *dos* descomposiciones: una en sendas mitades superior e inferior y otra en sendas mitades izquierda y derecha.

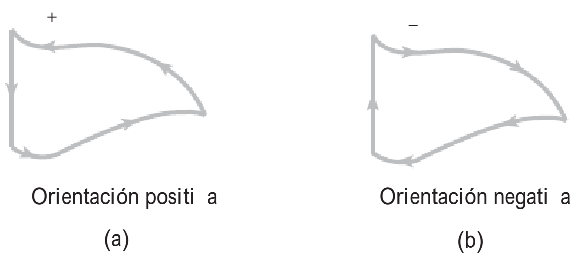

Figura 8.1.1 (a) Orientación positiva de C y (b) Orientación negativa de C.