

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -\frac{2}{3} & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -\frac{6}{11} & -\frac{3}{11} \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{array} \right) \quad \text{(se divide el primer renglón actual entre el pivote)}$$

Paso 7. Utilice la **sustitución hacia atrás** para encontrar (si la hay) la solución al sistema. Es evidente

que se tiene $x_3 = 6$. Entonces $x_2 - \frac{6}{11}x_3 = \frac{3}{11}$ o

$$x_2 = -\frac{3}{11} + \frac{6}{11}x_3 = -\frac{3}{11} + \frac{6}{11}(6) = 3$$

Por último, $x_1 = -\frac{2}{3}x_2 + x_3 = 2$ o lo que es lo mismo

$$x_1 = 2 + \frac{2}{3}x_2 - x_3 = 2 + \frac{2}{3}(3) - 6 = -2$$

La solución única está dada por el vector $(-2, 3, 6)$.

Observación. El **pivoteo completo** implica encontrar la componente en A que tiene mayor valor absoluto, no sólo la componente en la primera columna que no sea cero. El problema con este método es que casi siempre incluye el volver a etiquetar las variables cuando se intercambian las columnas para colocar el pivote en la primera. En la mayor parte de los problemas el pivoteo completo no es mucho más exacto que el pivoteo parcial, al menos no lo suficiente para justificar el trabajo adicional que implica. Por esta razón el método de pivoteo parcial descrito se utiliza con más frecuencia.

Ahora se examinará el método de pivoteo parcial aplicado a un sistema más complicado en el sentido computacional. Los cálculos se hicieron en una calculadora manual y se redondearon a seis dígitos significativos.

Pivoteo completo

EJEMPLO D.2

Solución de un sistema por eliminación gaussiana con pivoteo parcial

Resuelva el sistema

$$\begin{aligned} 2x_1 - 3.5x_2 + x_3 &= 22.35 \\ -5x_1 + 3x_2 + 3.3x_3 &= -9.08 \\ 12x_1 + 7.8x_2 + 4.6x_3 &= 21.38 \end{aligned}$$

SOLUCIÓN ► Utilizando los pasos descritos se obtiene sucesivamente

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3.5 & 1 & 22.35 \\ -5 & 3 & 3.3 & -9.08 \\ 12 & 7.8 & 4.6 & 21.38 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \rightarrow R_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 12 & 7.8 & 4.6 & 21.38 \\ -5 & 3 & 3.3 & -9.08 \\ 2 & -3.5 & 1 & 22.35 \end{array} \right)$$

pivote

$$\xrightarrow{R_1 \rightarrow \frac{1}{12}R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0.65 & 0.383333 & 1.78167 \\ -5 & 3 & 3.3 & -9.08 \\ 2 & -3.5 & 1 & 22.35 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{\begin{array}{l} R_2 \rightarrow R_2 + 5R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - 2R_1 \end{array}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0.65 & 0.383333 & 1.78167 \\ 0 & 6.25 & 5.21667 & -0.17165 \\ 0 & -4.8 & 0.233334 & 18.7867 \end{array} \right)$$

nuevo pivote