Ahora bien, $i^2 = -1$, $i^3 = -i^4 = 1$, $i^5 = i$, etc. Por lo tanto, (B.25) se puede escribir como

$$\begin{aligned} e^{i\theta} &= 1 + i\theta - \frac{\theta^2}{2!} - \frac{i\theta^3}{3!} + \frac{\theta^4}{4!} + \frac{i\theta^5}{5!} - \cdots \\ &= \left(1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \cdots\right) + \left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \cdots\right) \\ &= \cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta \end{aligned}$$

Con lo cual se completa la demostración.

PROBLEMAS

De los problemas 1 al 7 realice las operaciones indicadas.

1. $(2 - 3i) + (7 - 4i)$

2. $3(4 + i) - 5(-3 + 6i)$

3. $5i(2 + 3i) + 4(6 - 2i)$

4. $(1 + i)(1 - i)$

5. $(2 - 3i)(4 + 7i)$

6. $(6 + 7i)(3 - 7i)$

7. $(-3 + 2i)(7 + 3i)$

De los problemas 8 al 20 convierta el número complejo a su forma polar.

8. $5i$

9. $-2i$

10. $5 + 5i$

11. $-2 - 2i$

12. $-1 - i$

13. $3 - 3i$

14. $2 + 2\sqrt{3}i$

15. $3\sqrt{3} + 3i$

16. $1 - \sqrt{3}i$

17. $\sqrt{3} - i$

18. $4\sqrt{3} - 4i$

19. $-1 + i\sqrt{3}$

20. $6\sqrt{3} - 6i$

De los problemas 21 al 33 convierta de la forma polar a la forma cartesiana.

21. $e^{3\pi i}$

22. $2e^{-7\pi i}$

23. $e^{2\pi i}$

24. $\frac{1}{2}e^{\frac{3\pi i}{4}}$

25. $\frac{1}{2}e^{\frac{-3\pi i}{4}}$

26. $5e^{\frac{\pi i}{4}}$

27. $6e^{\frac{\pi i}{6}}$

28. $4e^{\frac{-5\pi i}{6}}$

29. $4e^{\frac{-5\pi i}{6}}$

30. $3e^{\frac{-3\pi i}{4}}$

31. $3e^{\frac{-2\pi i}{3}}$

32. $\sqrt{3}e^{\frac{23\pi i}{4}}$

33. $\sqrt{2}e^{\frac{\pi i}{4}}$

En los problemas 34 al 45 calcule el conjugado del número dado.

34. $5 + 2i$

35. $3 - 4i$

36. $-3 + 8i$

37. $4 + 6i$

38. $-4 - 2i$

39. $-7i$

40. 16

41. $7e^{\frac{2\pi i}{7}}$

42. $2e^{\frac{\pi i}{7}}$

43. $7e^{\frac{-3\pi i}{5}}$

44. $3e^{\frac{-4\pi i}{11}}$

45. $e^{0.012i}$

46. Demuestre que $z = \alpha + i\beta$ es real si y sólo si $z = \bar{z}$. [***Sugerencia:*** Si $z = \bar{z}$ demuestre que $\beta = 0$.]

47. Demuestre que $z = \alpha + i\beta$ es imaginario si y sólo si $z = -\bar{z}$. [***Sugerencia:*** Si $z = -\bar{z}$ demuestre que $\alpha = 0$.]

48. Demuestre que para cualquier número complejo z, $z\bar{z} = |z|^2$.