d) Si $a \leq 0$ y $c < 0$, entonces $\theta = 2\pi - \cos^{-1} a$ $\left(\pi < \theta \leq \frac{3\pi}{2}\right)$.

e) Si $a = 1$ y $c = 0$, entonces $\theta = 0$.

f) Si $a = -1$ y $c = 0$, entonces $\theta = \pi$.

(Aquí $\cos^{-1} x \in [0, \pi]$ para $x \in [-1, 1]$.) Si se elige θ como se describió, demuestre que

$$Q = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}.$$

46. Demuestre, utilizando la fórmula (8.5.22), que la ecuación (8.5.21) es la ecuación de dos rectas en el plano xy cuando $d = 0$ y $\det A \neq 0$. Si $\det A = d = 0$, demuestre que la ecuación (8.5.21) es la ecuación de una sola recta.

47. Sea A la representación matricial simétrica de la ecuación cuadrática (8.5.1) con $d \neq 0$. Sean λ_1 y λ_2 los valores característicos de A. Demuestre que (8.5.1) es la ecuación de

a) una hipérbola si $\lambda_1\lambda_2 < 0$ y

b) un círculo, elipse o sección cónica degenerada si λ_1 y $\lambda_2 > 0$.

EJERCICIOS CON MATLAB 8.5

Para cada ecuación cuadrática dada en los siguientes problemas:

a) Encuentre una matriz simétrica A tal que la ecuación se pueda escribir como $A\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} = d$.

b) Encuentre los valores y vectores característicos de A formando `[Q,D] = eig(A)`.

c) Si $\det(Q) = -1$, ajuste Q de manera adecuada para que $\det(Q) = 1$ [consulte la presentación en los ejemplos 8.5.2 y 8.5.3 o la presentación en el problema 3*a*) de MATLAB 8.4]. Utilizando la Q ajustada, encuentre el ángulo de rotación θ (recuerde que el comando `acos` de MATLAB encuentra el coseno inverso y el comando `atan` encuentra la tangente inversa de un ángulo. Se pueden convertir medidas en radianes a grados multiplicando por $\frac{180}{\pi}$. La variable **pi** es parte de las definiciones de MATLAB y tiene el valor π).

d) Reescriba la ecuación en la forma $a'x'^2 + b'y'^2 = d$ e identifique el tipo de sección cónica descrita por la ecuación. Verifique el resultado del teorema 8.5.2.

e) (*Lápiz y papel*) Usando el ángulo de rotación θ y reescribiendo la ecuación del inciso *d*), bosqueje la sección cónica descrita por la ecuación original. En el bosquejo indique la parte de la geometría del dibujo que se obtiene con el conocimiento de los valores característicos.

1. Trabaje el problema 12.

2. Trabaje el problema 10.

3. Trabaje el problema 5.

4. Trabaje el problema 15.

8.6 Forma canónica de Jordan

Ya se ha visto que las matrices de $n \times n$ con n vectores característicos linealmente independientes se pueden expresar en una forma especialmente sencilla por medio de una transformación de semejanza. Por suerte, como "la mayor parte" de los polinomios tienen raíces diferentes, "la mayor parte" de las matrices tendrán valores característicos distintos. Sin embargo, como se verá en la sección 8.7, las