22.
$$V = \mathbb{P}_n$$
; $H = \{ p \in \mathbb{P}_n : p(0) = 0 \}$

23.
$$V = \mathbb{P}_n$$
; $H = \{ p \in \mathbb{P}_n : p(0) = 1 \}$

24.
$$V = C[0, 1]; H = \{ f \in C[0, 1] : f(0) = f(1) = 0 \}$$

25.
$$V = C[0, 1]; H = \{ f \in C[0, 1]; f(0) = 2 \}$$

26.
$$V = C^1[0, 1]; H = \{ f \in C^1[0, 1] : f'(0) = 0 \}$$

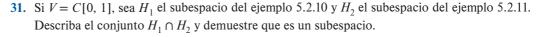
27.
$$V = C[a, b]$$
; donde a y b son números reales y $a < b$; $H = \{ f \in C[a, b] : \int_a^b f(x) dx = 0 \}$

28.
$$V = C[a, b]; H = \{ f \in C[a, b] : \int_a^b f(x) dx = 1 \}$$

29.
$$V = C[a, b]; H = \{ f \in C[a, b] : \int_a^b f^2(x) dx \le 1 \}$$

30. Sea
$$V = M_{22}$$
; $H_1 = \{A \in M_{22} : a_{11} = 0\}$ y $H = \left\{A \in M_{nn}; A = \begin{pmatrix} -b & a \\ a & b \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}\right\}$.

- a) Demuestre que H_1 y H_2 son subespacios.
- **b)** Describa el subconjunto de $H = H_1 \cap H_2$ y muestre que es un subespacio.



32. Sea *A* una matriz de $n \times m$ y sea $H = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m : A\mathbf{x} = 0 \}$. Demuestre que *H* es un subespacio de \mathbb{R}^m . *H* se llama **espacio nulo** de la matriz *A*.

- 33. En el problema 32 sea $H = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^m : A\mathbf{x} \neq \mathbf{0} \}$. Demuestre que H no es un subespacio de \mathbb{R}^m .
- **34.** Sea $H = \{(x, y, z, w): ax + by + cz + dw = 0\}$, donde a, b, c y d son números reales, no todos cero. Demuestre que H es un subespacio propio de \mathbb{R}^4 . H se llama un **hiperplano en** \mathbb{R}^4 que pasa por el origen.
- 35. Sea $H = \{(x_1, x_2, \dots, x_n): a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = 0\}$, donde a_1, a_2, \dots, a_n son números reales no todos cero. Demuestre que H es un subespacio propio de \mathbb{R}^n . H se llama un **hiperplano** en \mathbb{R}^n que pasa por el origen.
- **36.** Sean H_1 y H_2 subespacios de un espacio vectorial V. Sea $H_1 + H_2 = \{v: v = v_1 + v_2 \text{ con } v_1 \in H_1 \text{ y } v_2 \in H_2\}$. Demuestre que H_1 y H_2 es un subespacio de V.
- 37. Sean \mathbf{v}_1 y \mathbf{v}_2 dos vectores en \mathbb{R}^2 . Demuestre que $H = \{\mathbf{v}: \mathbf{v} = a\mathbf{v}_1 + b\mathbf{v}_2; a, b \text{ reales}\}$ es un subespacio de \mathbb{R}^2 .
- *38. En el problema 37 demuestre que si \mathbf{v}_1 y \mathbf{v}_2 son no colineales, entonces $H = \mathbb{R}^2$.
- *39. Sean $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$ vectores arbitrarios en un espacio vectorial V. Sea $H = {\mathbf{v} \in V: \mathbf{v} = a_1 \mathbf{v}_1 + a_2 \mathbf{v}_2 + \dots + a_n \mathbf{v}_n J}$, donde a_1, a_2, \dots, a_n son escalares. Demuestre que H es un subespacio de V. H se llama el **subespacio generado** por los vectores $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$.

Cálculo

Cálculo

Cálculo

Cálculo

Cálculo

Espacio nulo de una matriz

> Hiperplano en ℝ⁴

Hiperplano en \mathbb{R}^n

Subespacio generado

EJERCICIOS CON MATLAB 5.2

- 1. a) Genere una matriz aleatoria A de 4×4 y sea S = triu(A) + triu(A). Verifique que S es simétrica.
 - b) Usando el inciso a), genere dos matrices aleatorias de 4 x 4 reales simétricas, S y T, y un escalar aleatorio, a. Verifique que aS y S + T también son simétricas. Repita para otros cuatro juegos de S, T y a.