

SOLUCIÓN ► En este caso se buscan tres números x_1, x_2, x_3 , tales que las tres ecuaciones en (1.2.1) se satisfagan. El método de solución que se estudiará será el de simplificar las ecuaciones como se hizo en la sección 1.1, de manera que las soluciones se puedan identificar de inmediato. Se comienza por dividir la primera ecuación entre 2. Esto da

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9 \quad (1.2.2a)$$

$$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 24 \quad (1.2.2b)$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \quad (1.2.2c)$$

Como se vio en la sección 1.1, al sumar dos ecuaciones se obtiene una tercera ecuación equivalente. Esta nueva ecuación puede sustituir a cualquiera de las dos ecuaciones del sistema que se usaron para obtenerla. Primero se simplifica el sistema (1.2.2) multiplicando ambos lados de la ecuación (1.2.2a) por -4 y sumando esta nueva ecuación a la ecuación (1.2.2b). Esto da

$$\begin{array}{r} -4x_1 - 8x_2 - 12x_3 = -36 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 24 \\ \hline -3x_2 - 6x_3 = -12 \end{array}$$

La ecuación $-3x_2 - 6x_3 = -12$ es la nueva ecuación (1.2.2b) y el sistema ahora es

$$\begin{array}{r} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9 \\ -3x_2 - 6x_3 = -12 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \end{array}$$

Nota

Como se puede ver por el desarrollo anterior, se ha *sustituido* la ecuación $4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 24$ por la ecuación $-3x_2 - 6x_3 = -12$. En este ejemplo y otros posteriores se sustituirán ecuaciones con otras más sencillas hasta obtener un sistema cuya solución se pueda identificar de inmediato.

Entonces, la ecuación (1.2.2a) se multiplica por -3 y se suma a la ecuación (1.2.2c), lo que da por resultado:

$$\begin{array}{r} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9 \\ -3x_2 - 6x_3 = -12 \\ -5x_2 - 11x_3 = -23 \end{array} \quad \begin{array}{l} (1.2.3a) \\ (1.2.3b) \\ (1.2.3c) \end{array}$$

Observe que en el sistema (1.2.3) se ha eliminado la variable x_1 de las ecuaciones (1.2.3b) y (1.2.3c). Después se divide la ecuación (1.2.3b) por -3 :

$$\begin{array}{r} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 9 \\ x_2 + 2x_3 = 4 \\ -5x_2 - 11x_3 = -23 \end{array} \quad \begin{array}{l} (1.2.4a) \\ (1.2.4b) \\ (1.2.4c) \end{array}$$

Se multiplica la ecuación (1.2.4b) por -2 y se suma a la ecuación (1.2.4a); después se multiplica la ecuación (1.2.4b) por 5 y se suma a la ecuación (1.2.4c):

$$\begin{array}{r} x_1 - x_3 = 1 \\ x_2 + 2x_3 = 4 \\ -x_3 = -3 \end{array} \quad \begin{array}{l} (1.2.5a) \\ (1.2.5b) \\ (1.2.5c) \end{array}$$

Ahora se multiplica la ecuación (1.2.5c) por -1 :

$$\begin{array}{r} x_1 - x_3 = 1 \\ x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_3 = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} (1.2.6a) \\ (1.2.6b) \\ (1.2.6c) \end{array}$$