Después, al trabajar hacia atrás, se ve que

$$U=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&-5\\0&0&0\end{pmatrix}=\underset{R_3+R_2}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}}\underset{R_3\to R_3-R_1}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\-1&0&1\end{pmatrix}}$$

$$\times\underset{R_2\to R_2-2R_1}{\begin{pmatrix}1&0&0\\-2&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}}\underset{R_1\to\frac{1}{3}R_1}{\begin{pmatrix}\frac{1}{3}&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}}\underset{A}{\begin{pmatrix}3&6&9\\2&5&1\\1&1&8\end{pmatrix}}$$

y tomando las inversas de las cuatro matrices elementales se obtiene

$$U=\begin{pmatrix}3&6&9\\2&5&1\\1&1&8\end{pmatrix}=\underset{R_1\to 3R_1}{\begin{pmatrix}3&0&0\\0&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}}\underset{R_2\to R_2+2R_1}{\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&0\\0&1&1\end{pmatrix}}$$

$$\times\underset{R_3\to R_3+R_1}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}}\underset{R_3\to R_3-R_2}{\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&-1&1\end{pmatrix}}\underset{U}{\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&-5\\0&0&0\end{pmatrix}}$$

RESUMEN 2.6

- Una **matriz elemental** es una matriz cuadrada que se obtiene llevando a cabo exactamente una operación con renglones sobre la matriz identidad. Los tres tipos de matrices elementales son:

  cR_i se multiplica el renglón i de I por c: $c \neq 0$.

  $R_j + cR_i$ se multiplica el renglón i de I por c y se suma al renglón j: $c \neq 0$.

  P_{ij} se permutan los renglones i y j.

- Una matriz cuadrada es invertible si y sólo si es el producto de matrices elementales.
- Cualquier matriz cuadrada se puede escribir como el producto de matrices elementales y una matriz triangular superior.)