• Propiedades de la transpuesta

Si todas las sumas y productos están definidos y A es invertible, entonces

$$(A^{\mathsf{T}})^{\mathsf{T}} = A \qquad (AB)^{\mathsf{T}} = B^{\mathsf{T}} A^{\mathsf{T}} \qquad (A+B)^{\mathsf{T}} = A^{\mathsf{T}} + B^{\mathsf{T}}.$$

- si A es invertible, entonces  $(A^{-1})^{\top} = (A^{-1})^{\top}$
- Una matriz cuadrada A es simétrica si  $A^{\top} = A$ .
- El producto interno ente dos vectores columna a y b se puede escribir como

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a}^{\mathsf{T}} \mathbf{b}$$

donde  $\mathbf{a}^{\mathsf{T}}$  es un vector renglón, y ahora la operación  $\mathbf{a}^{\mathsf{T}}\mathbf{b}$  es una multiplicación entre matrices.

## **AUTOEVALUACIÓN 2.5**

I) Si una matriz A es de  $3 \times 4$ , entonces  $A^{\top}$  es una matriz de \_\_\_\_

a) 
$$4 \times 3$$

$$c)$$
 3  $\times$  3

$$d)$$
 4  $\times$  4

- II) Falso-verdadero:  $A^{\top}$  está definida sólo si A es una matriz cuadrada.
- III) Falso-verdadero: Si A es una matriz de  $n \times n$ , entonces la diagonal principal de  $A^{\top}$  es la misma que la diagonal principal de A.
- **IV)** Falso-verdadero:  $[(A^{\top})^{\top}]^{\top} = A^{\top}$
- V) La transpuesta de  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  es \_\_\_\_\_.

$$a) \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \boldsymbol{b} \boldsymbol{)} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \textbf{c} \\ \textbf{c} \\ \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \\ 2 & 0 \\ \end{pmatrix}$$

a) 
$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$
 b)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$  c)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 

## Respuestas a la autoevaluación

- **I)** *a*)
- **II)** *F*)
- **III)** *V*)
- **IV)** *V*)
- **V)** *b*)

## **PROBLEMAS 2.5**

En los problemas 1 a 16 encuentre la transpuesta de la matriz dada.

1. 
$$\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$$

**2.** 
$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$$

3. 
$$\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$$

1. 
$$\begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$$
 2.  $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$  3.  $\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$  4.  $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$