Distancia de un punto a un plano La distancia desde (x_1, y_1, z_1) al plano $Ax + By + Cz + D = 0$ es

$$\text{Distancia} = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Ejemplo 12 Hallar la distancia desde $Q = (2, 0, -1)$ al plano $3x - 2y + 8z + 1 = 0$.

Solución Sustituimos en la fórmula del recuadro anterior los valores $x_1 = 2$, $y_1 = 0, z_1 = -1$ (el punto) y $A = 3, B = -2, C = 8, D = 1$ (el plano) para obtener

$$\text{Distancia} = \frac{|3 \cdot 2 + (-2) \cdot 0 + 8(-1) + 1|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 8^2}} = \frac{|-1|}{\sqrt{77}} = \frac{1}{\sqrt{77}}.$$

▲

Nota histórica

Los orígenes de los productos escalar y vectorial

Ecuaciones cuadráticas, ecuaciones cúbicas y números imaginarios. Sabemos por las tablillas de arcilla de los babilonios que esta extraordinaria civilización conocía la fórmula cuadrática, que les permitía resolver (verbalmente) las ecuaciones de segundo grado. Dado que el concepto de número negativo tuvo que esperar hasta el siglo XVI para ver la luz, los babilonios no tenían en cuenta soluciones negativas (o imaginarias).

Con el Renacimiento y el redescubrimiento de la ciencia antigua, los matemáticos italianos comenzaron a preguntarse acerca de las soluciones de las ecuaciones cúbicas, $\boldsymbol{x^3 + a x^2 + b x + c = 0}$, donde a, b y c son números positivos.

Hacia el año 1500, Scipione del Ferro, profesor en Bolonia (la universidad europea más antigua), fue capaz de resolver ecuaciones cúbicas de la forma $\boldsymbol{x^3 + b x = c}$, pero mantuvo su descubrimiento en secreto. Antes de morir, pasó su fórmula a su sucesor, Antonio Fior, quien durante un tiempo también la guardó para sí. Y continuó siendo un secreto hasta que un brillante y autodidacta matemático llamado Nicolo Fontana, también conocido como Tartaglia (el tartamudo), apareció en escena. Tartaglia proclamó que podía resolver la cúbica y Fior se vio en la necesidad de proteger la primacía de del Ferro, por lo que en respuesta desafió a Tartaglia a una competición pública.

Tartaglia fue capaz de resolver las treintas ecuaciones cúbicas que Fior le planteó. Sorprendentemente, algunos estudiosos creen que Tartaglia descubrió la fórmula para las soluciones de $\boldsymbol{x^3 + c x = d}$ solo unos días antes de que el concurso tuviera lugar.

El matemático más grande del siglo dieciséis, Gerolamo Cardano (1501–1576)—un sabio renacentista, matemático, físico y adivino—publicó la primera solución de la ecuación general de la cúbica. Aunque de orígenes humildes, alcanzó gran fama (como Tartaglia) gracias al esfuerzo y a su talento natural. Cardano es el autor del primer libro sobre juegos de azar (marcando el comienzo de la moderna teoría de la probabilidad) y también del *Ars Magna* (el Gran Arte), que señala el comienzo del álgebra moderna. Fue en este libro donde Cardano publicó la solución *general* de la cúbica $\boldsymbol{x^3 + a x^2 + b x + c = 0}$. ¿Cómo lo consiguió?