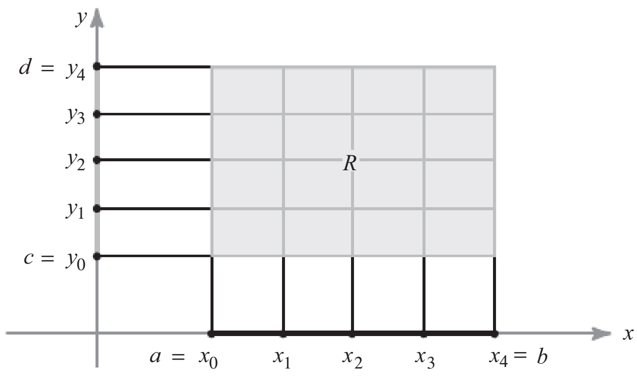

Figura 5.2.1 Una partición regular de un rectángulo R, con $n = 4$.

$$S_n = \sum_{j,k=0}^{n-1} f(\mathbf{c}_{jk})\ \Delta x\ \Delta y = \sum_{j,k=0}^{n-1} f(\mathbf{c}_{jk})\ \Delta A, \tag{1}$$

donde

$$\Delta x = x_{j+1} - x_j = \frac{b-a}{n}, \qquad \Delta y = y_{k+1} - y_k = \frac{d-c}{n},$$

y

$$\Delta A = \Delta x\ \Delta y.$$

En esta suma, tanto j como k toman todos los valores entre 0 y $n-1$, por lo que hay n^2 términos. Una suma de este tipo es una ***suma de Riemann*** para f.

Definición Integral doble Si la sucesión $\{S_n\}$ converge a un límite S cuando $n \to \infty$ y si el límite S es el mismo para cualquier elección de puntos $\mathbf{c}_{jk}$ en los rectángulos R_{jk}, entonces decimos que f es ***integrable*** sobre R y escribimos

$$\iint_R f(x,y)\, dA, \qquad \iint_R f(x,y)\, dx\, dy \qquad \text{o} \qquad \iint_R f\ dx\ dy$$

para designar el límite S.

Así, podemos escribir de nuevo la integrabilidad de la forma siguiente:

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{j,k=0}^{n-1} f(\mathbf{c}_{jk})\ \Delta x\ \Delta y = \iint_R f\, dx\, dy$$

para cualquier elección de $\mathbf{c}_{jk} \in R_{jk}$.