(b) $\int_{\mathbf{c}} x\,dx + y\,dy$, $\mathbf{c}(t) = (\cos \pi t, \operatorname{sen} \pi t)$, $0 \leq t \leq 2$

(c) $\int_{\mathbf{c}} yz\,dx + xz\,dy + xy\,dz$, donde $\mathbf{c}$ consta de los segmentos de línea recta que unen $(1,0,0)$ a $(0,1,0)$ y a $(0,0,1)$

(d) $\int_{\mathbf{c}} x^2\,dx - xy\,dy + dz$, donde $\mathbf{c}$ es la parábola $z = x^2, y = 0$ desde $(-1,0,1)$ hasta $(1,0,1)$.

5. Considérese el campo de fuerza $\mathbf{F}(x,y,z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$. Calcular el trabajo realizado al mover una partícula a lo largo de la parábola $y = x^2, z = 0$, desde $x = -1$ a $x = 2$.

6. Sea $\mathbf{c}$ una trayectoria suave.

(a) Supongamos que $\mathbf{F}$ es perpendicular a $\mathbf{c}'(t)$ en el punto $\mathbf{c}(t)$. Demostrar que

$$\int_{\mathbf{c}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = 0.$$

(b) Si $\mathbf{F}$ es paralela a $\mathbf{c}'(t)$ en $\mathbf{c}(t)$, demostrar que

$$\int_{\mathbf{c}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_{\mathbf{c}} \|\mathbf{F}\|\,ds.$$

[Por paralela a $\mathbf{c}'(t)$ queremos decir que $\mathbf{F}(\mathbf{c}(t)) = \lambda(t)\mathbf{c}'(t)$, donde $\lambda(t) > 0$.]

7. Supongamos que la trayectoria $\mathbf{c}$ tiene una longitud l y que $\|\mathbf{F}\| \leq M$. Probar que

$$\left| \int_{\mathbf{c}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} \right| \leq Ml.$$

8. Calcular $\int_{\mathbf{c}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$, donde $\mathbf{F}(x,y,z) = y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$ y la trayectoria $\mathbf{c}$ está definida por $\mathbf{c}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq 1$.

9. Calcular

$$\int_{\mathbf{c}} y\,dx + (3y^3 - x)\,dy + z\,dz$$

para cada una de las trayectorias $\mathbf{c}(t) = (t, t^n, 0), 0 \leq t \leq 1$, donde $n = 1, 2, 3, \ldots$.

10. Este ejercicio hace referencia al Ejemplo 12. Sea L un cable muy largo. En la Figura 7.2.14 se muestra una sección transversal del mismo (con el plano perpendicular al cable).
Supongamos que este plano es el plano xy. Los experimentos demuestran que $\mathbf{H}$ es tangente a

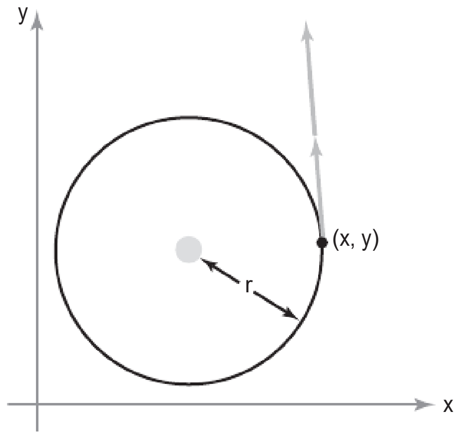

Figura 7.2.14 Una secci ón transversal de un cable largo y una curva C alrededor del mismo.

toda circunferencia del plano xy cuyo centro se encuentre en el eje de L y que la magnitud de $\mathbf{H}$ es constante en todas esas circunferencias C. Por tanto, $\mathbf{H} = H\mathbf{T}$, donde $\mathbf{T}$ es un vector tangente unitario a C y H es algún escalar. Utilizando esta información, demostrar que $H = I/2\pi r$, donde r es el radio de la circunferencia C e I es la corriente que circula por el cable.

11. La imagen de la trayectoria $t \mapsto (\cos^3 t, \operatorname{sen}^3 t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$ en el plano se muestra en la Figura 7.2.15. Calcular la integral del campo vectorial $\mathbf{F}(x,y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ alrededor de esta curva.

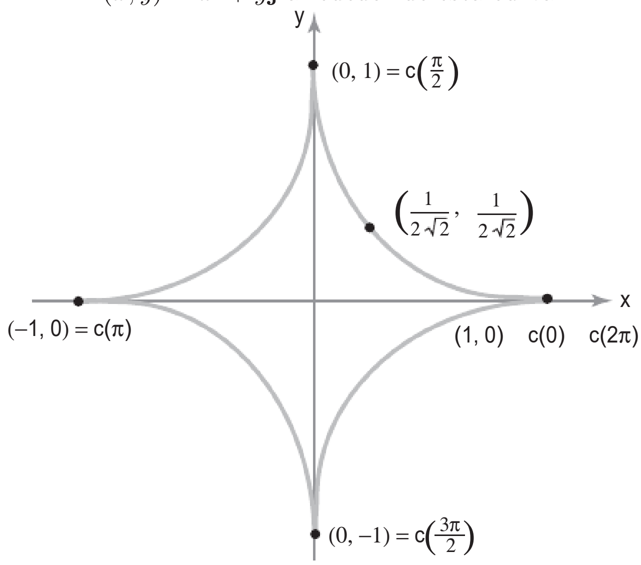

Figura 7.2.15 La hipocicloide $\mathbf{c}(t) = (\cos^3 t, \operatorname{sen}^3 t)$ (Ejercicio 11).

12. Supongamos que $\mathbf{c}_1$ y $\mathbf{c}_2$ son dos trayectorias con los mismos extremos y que $\mathbf{F}$ es un campo