Reduciendo renglones se obtiene, sucesivamente,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & -1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Así, $x_1 = -x_3$, $x_2 = 4x_3$, un vector característico es $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $E_1 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$. Para $\lambda_2 = -2$ se tiene $[A-(-2I)]\mathbf{v} = (A + 2I)\mathbf{v} = \mathbf{0}$, o sea

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 4 \\ 3 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Esto lleva a

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 4 & 0 \\ 15 & 0 & 15 & 0 \\ 5 & 0 & 5 & 0 \end{array}\right)$$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 5 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Entonces $x_2 = -x_1$, $x_3 = -x_1$ y un vector característico es $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Entonces $E_2 = \text{gen}\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}\right\}$. Por último, para $\lambda_3 = 3$ se tiene

$$(A - 3I)\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 4 \\ 3 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

y

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & -1 & 4 & 0 \\ 3 & -1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & -4 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & -1 & 4 & 0 \\ 5 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -2 & -1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$