

$$6. a) \text{ Sea } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & -1 & 0 \\ -3 & -6 & 12 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & -4 \end{pmatrix} \quad b) = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -12 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Muestre que el sistema con la matriz aumentada  $[A \ b]$  no tiene solución.

- b) Sea  $b = 2 * A(:, 1) + A(:, 2) + 3 * A(:, 3) - 4 * A(:, 4)$ . Recuerde que  $A(:, 1)$  es la primera columna de  $A$ . Así se están sumando múltiplos de columnas de  $A$ . Use `rref [A b]` para resolver este sistema.
- c) Utilice la flecha hacia arriba para regresar a la línea de  $b = 2 * A(:, 1) + \text{etc.}$  y edítela para obtener un nuevo conjunto de coeficientes. Una vez más, resuelva el sistema con la matriz aumentada  $[A \ b]$  para esta nueva  $b$ . Repita dos nuevas elecciones de coeficientes.
- d) ¿Sería posible poner coeficientes para los que no tengan una solución? La pregunta se refiere a si la siguiente conjetura es cierta: un sistema  $[A \ b]$  tiene solución si  $b$  es una suma de múltiplos de las columnas de  $A$ . ¿Por qué?
- e) Pruebe esta conjetura para  $A$  formada por:

$$A = 2 * \text{rand}(5) - 1$$

$$A(:, 3) = 2 * A(:, 1) - A(:, 2)$$

7. Suponga que se quieren resolver varios sistemas de ecuaciones en los que las matrices de coeficientes (los coeficientes de las variables) son los mismos pero tienen lados derechos diferentes. Formando una matriz aumentada más grande se podrán resolver varios lados derechos. Suponga que  $A$  es la matriz de coeficientes y que  $b$  y  $c$  son dos lados derechos diferentes; asigne  $\text{Aug} = [A \ b \ c]$  y encuentre `rref(Aug)`.

- a) Resuelva los dos sistemas siguientes.

$$\begin{array}{rcl} x_1 + x_2 + x_3 & = & 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 & = & 9 \\ -2x_1 & + & 3x_3 = -7 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} x_1 + x_2 + x_3 & = & 4 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 & = & 16 \\ -2x_1 & + & 3x_3 = 11 \end{array}$$

- b) Resuelva los tres sistemas siguientes.

$$\begin{array}{rcl} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 & = & 1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 & = & 0 \\ -x_1 + 5x_2 - 11x_3 & = & -7 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 & = & -1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 & = & -1 \\ -x_1 + 5x_2 - 11x_3 & = & -6 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 & = & 1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 & = & 2 \\ -x_1 + 5x_2 - 11x_3 & = & -7 \end{array}$$

- c) Sea  $A$  la matriz de coeficientes del inciso a). Elija cualesquiera tres lados derechos de su preferencia. Resuelva.
- d) Es necesario hacer una observación sobre las soluciones de sistemas *cuadrados*, es decir, sistemas con tantas ecuaciones como variables. Conteste las siguientes preguntas basando sus conclusiones en los incisos a) a c). (Ponga especial atención a la forma de la parte de los coeficientes de `rref`.)
- ¿Es posible que un sistema cuadrado tenga una solución única con un lado derecho y un número infinito de soluciones con otro lado derecho? ¿Por qué?
  - ¿Es posible que un sistema cuadrado tenga una solución única con un lado derecho y no tenga solución con otro?
  - ¿Es posible que un sistema cuadrado tenga un número infinito de soluciones para un lado derecho y no tenga solución para otro? ¿Por qué?