

Sección 5.4

1. (a) $\int_0^4 \int_0^{2x} dy dx$.
 (b) $\int_0^3 \int_{y^2}^9 dy dx$.
 (c) $\int_{-4}^4 \int_0^{\sqrt{16-x^2}} dy dx$.
 (d) $\int_0^1 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\arcsen y} dx dy$.
3. (a) $1/8$. (b) $\pi/4$. (c) $17/12$.
 (d) $G(b) - G(a)$, donde $dG/dy = F(y, y) - F(a, y)$ y $\partial F/\partial x = f(x, y)$.

5. $\frac{1}{3}(e-1)$.

7. Observar que el valor máximo de f en D es e y el valor mínimo de f en D es $1/e$. Utilizar las ideas de la demostración del Teorema 4 para demostrar que

$$\frac{1}{e} \leq \frac{1}{4\pi^2} \iint f(x, y) dA \leq e.$$

9. El menor valor de $f(x, y) = 1/(x^2 + y^2 + 1)$ en D es $\frac{1}{6}$, en $(1, 2)$, y por tanto

$$\iint_D f(x, y) dx dy \geq \frac{1}{6} \cdot \text{área } D = 1.$$

El mayor valor es 1 en $(0, 0)$, y por tanto

$$\iint_D f(x, y) dx dy \leq 1 \cdot \text{área } D = 6.$$

11. $\frac{4}{3}\pi abc$.

13. $\pi(20\sqrt{10} - 52)/3$.

15. $\sqrt{3}/4$.

17. D se parece a un trozo de tarta.

$$\int_0^1 \left[\int_0^x f(x, y) dy \right] dx + \int_1^{\sqrt{2}} \left[\int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy \right] dx.$$

19. Utilizar la regla de la cadena y el teorema fundamental del cálculo.

Sección 5.5

1. (a) (II). (b) (I). (c) (III). (d) (IV).
3. $1/3$.

5. 10.

7. $x^2 + y^2 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}$,
 $-\sqrt{1-y^2} \leq x \leq \sqrt{1-y^2}, -1 \leq y \leq 1$.

9. $0 \leq z \leq \sqrt{1-x^2-y^2}$,
 $-\sqrt{1-y^2} \leq x \leq \sqrt{1-y^2}, -1 \leq y \leq 1$.

11. $50\pi/\sqrt{6}$.

13. $1/2$.

15. 0.

17. $a^5/20$.

19. 0.

21. $3/10$.

23. $1/6$.

25. $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^1 f(x, y, z) dz dy dx$.

27. $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} f(x, y, z) dz dy dx$.

29. $\iint_D \int_0^{f(x,y)} dz dx dy = \iint_D f(x, y) dx dy$.

31. Sean M_ϵ y m_ϵ el máximo y el mínimo de f en B_ϵ . Tenemos entonces la desigualdad $m_\epsilon \text{ vol}(B_\epsilon) \leq \iiint_{B_\epsilon} f dV \leq M_\epsilon \text{ vol}(B_\epsilon)$. Dividir entre $\text{vol}(B_\epsilon)$, hacer $\epsilon \rightarrow 0$ y utilizar la continuidad de f .

Ejercicios de repaso del Capítulo 5

1. $81/2$.

3. $\frac{1}{4}e^2 - e + \frac{9}{4}$.

5. $81/2$.

7. $\frac{1}{4}e^2 - e + \frac{9}{4}$.

9. $7/60$.

11. $1/2$.