Advertencia

Dos matrices se pueden multiplicar únicamente si el número de columnas de la primera matriz es igual al número de renglones de la segunda. De otro modo, los vectores que forman el renglón i en A y la columna j de B no tendrán el mismo número de componentes y el producto punto en la ecuación (2.2.3) no estará definido. Dicho de otro modo, las matrices A y B serán incompatibles bajo la multiplicación. Para ilustrar esto se consideran las siguientes matrices de A y B:

$$\begin{array}{c}\\ \\ \\ \text{renglón } i \text{ de } A \longrightarrow \\ \\ \\ \end{array}\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} & & & \text{columna } j \text{ de } B & & & \\ & & & \downarrow & & & \end{array} \\ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1j} & \cdots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2j} & \cdots & b_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nj} & \cdots & b_{np} \end{pmatrix}\end{array}$$

Los vectores renglón y columna sombreados deben tener el mismo número de componentes.

EJEMPLO 2.2.4 Producto de dos matrices de 2 × 2

Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, calcule AB y BA.

SOLUCIÓN ► A es una matriz de 2×2 y B es una matriz de 2×2, entonces $C = AB = (2 \times 2) \times (2 \times 2)$ también es una matriz de 2×2. Si $C = (c_{ij})$, ¿cuál es el valor de c_{11}? Se sabe que

$$c_{11} = (\text{1er. renglón de } A) \cdot (\text{1a. columna de } B)$$

Reescribiendo las matrices se tiene

$$\text{1er. renglón de } A \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{c} \text{1a. columna de } B \\ \downarrow \\ \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \end{array}$$

Así,

$$c_{11} = (1 \quad 3)\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} = 3 + 15 = 18$$

De manera similar, para calcular c_{12} se tiene

$$\text{1er. renglón de } A \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{c} \text{2a. columna de } B \\ \downarrow \\ \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \end{array}$$

y

$$c_{12} = (1 \quad 3)\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix} = -2 + 18 = 16$$