Por lo que $A = (A^{-1})^{-1}$ = producto de las inversas de las nueve matrices en orden opuesto:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \underset{R_2-2R_3}{\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} \underset{R_1+R_3}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} \underset{-R_3}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}} \underset{R_3+5R_2}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} \underset{R_2-2R_2}{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

$$\times \underset{-\frac{1}{3}R_3}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 1 \end{pmatrix}} \underset{R_3-3R_1}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}} \underset{R_2-4R_1}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}} \underset{-\frac{1}{2}R_1}{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}$$

Se puede hacer uso del teorema 2.6.3 para extender el teorema de resumen.

Teorema 2.6.4 Teorema de resumen (punto de vista 3)

Sea A una matriz de $n \times n$. Entonces las siguientes siete afirmaciones son equivalentes. Es decir, cada una implica a las otras seis (de manera que si una afirmación es cierta, todas son ciertas, y si una es falsa, todas son falsas).

i) A es invertible.

ii) La única solución al sistema homogéneo $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ es la solución trivial ($\mathbf{x} = \mathbf{0}$).

iii) El sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ tiene una solución única para cada vector de dimensión n $\mathbf{b}$.

iv) A es equivalente por renglones a la matriz identidad de $n \times n$, I_n; es decir, la forma escalonada reducida por renglones de A es I_n.

v) A se puede escribir como el producto de matrices elementales.

vi) La forma escalonada por renglones de A tiene n pivotes.

vii) $\det A \neq 0$ (por ahora, $\det A$ está definido sólo si A es una matriz de 2×2).

Existe un resultado adicional que será útil en la sección 3.5. En primera instancia se necesita una definición (dada antes en el problema 2.4.35.

Definición 2.6.2

Matriz triangular superior y matriz triangular inferior

Una matriz cuadrada se denomina **triangular superior** (**inferior**) si todas sus componentes abajo (arriba) de la diagonal principal son cero.

EJEMPLO 2.6.4 Dos matrices triangulares superiores y dos matrices triangulares inferiores

Nota

a_{ij} está debajo de la diagonal principal si $i > j$.

Las matrices U y V son triangulares superiores mientras que las matrices L y M son triangulares inferiores: