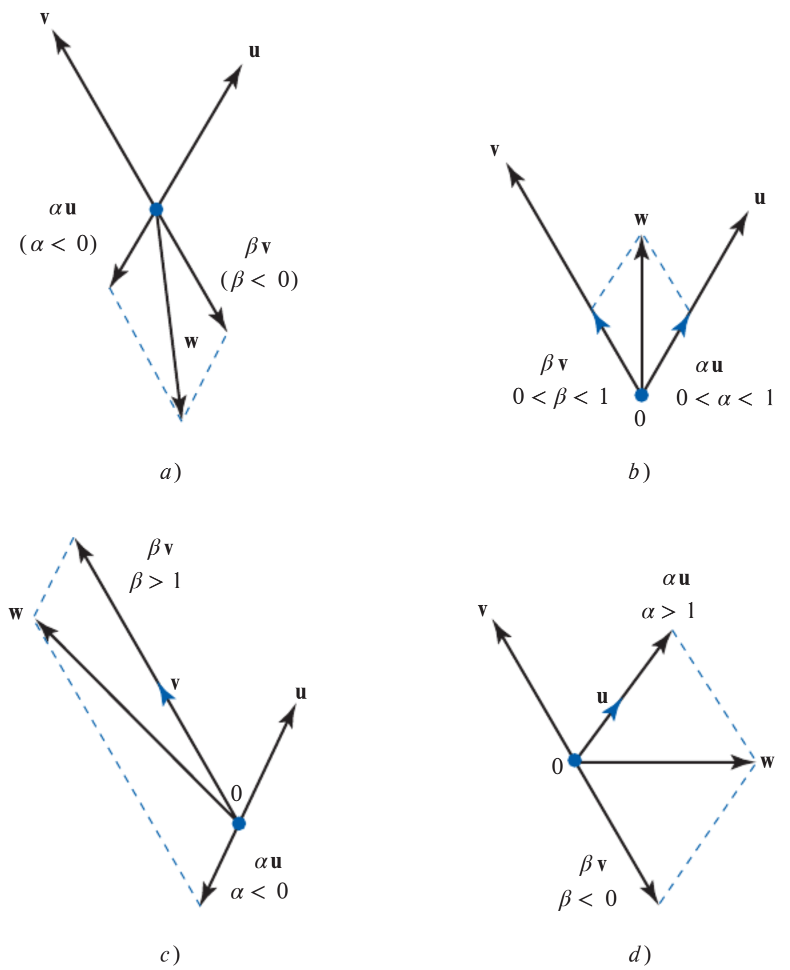

Figura 5.2

En cada caso $\mathbf{w} = \alpha\mathbf{u} + \beta\mathbf{v}$ para valores adecuados de α y β.

Observación. En las definiciones 5.3.2 y 5.3.3 se utilizaron dos términos diferentes: "genera" y "espacio generado". Se hace hincapié en que

verbo
↓
Un conjunto de vectores $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ *genera* a V si todo vector en V se puede escribir como una combinación lineal de $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$; pero

sustantivo
↓
El *espacio generado* por los n vectores $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_k$ es el conjunto de combinaciones lineales de estos vectores.

Estos dos conceptos son diferentes —aun cuando los términos se parezcan—.

Se cierra esta sección con la mención de un resultado útil. Su demostración no es difícil y se deja como ejercicio (vea el problema 5.3.24).

Teorema 5.3.2

Sean $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n, \mathbf{v}_{n+1}$, $n + 1$ vectores que están en un espacio vectorial V. Si $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ genera a V, entonces $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n, \mathbf{v}_{n+1}$ también genera a V. Es decir, si se agregan uno o más vectores a un conjunto generador se obtiene otro conjunto generador.