**Ejemplo 2** Consideremos el campo vectorial en el plano dado por $\mathbf{V}(x, y) = x\mathbf{i}$. Relacionar el signo de la convergencia de $\mathbf{V}$ con la tasa de cambio de las áreas bajo el flujo.

**Solución** Interpretamos $\mathbf{V}$ como el campo de velocidades de un fluido en el plano. El campo vectorial $\mathbf{V}$ apunta hacia la derecha para $x > 0$ y hacia la izquierda si $x < 0$, como podemos ver en la Figura 4.4.2. La longitud de $\mathbf{V}$ es más corta al acercarse al origen. Cuando el fluido se mueve, se expande (el área del rectángulo sombreado aumenta), por lo que es de esperar que div $\mathbf{V} > 0$. En efecto, div $\mathbf{V} = 1$.

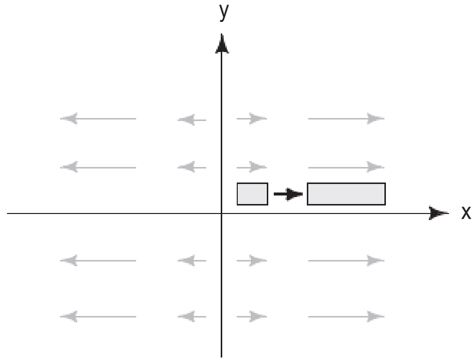


**Figura 4.4.2** El fluido se está expandiendo.

▲

**Ejemplo 3** Las líneas de flujo del campo vectorial $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ son líneas rectas que salen del origen (Figura 4.4.3).

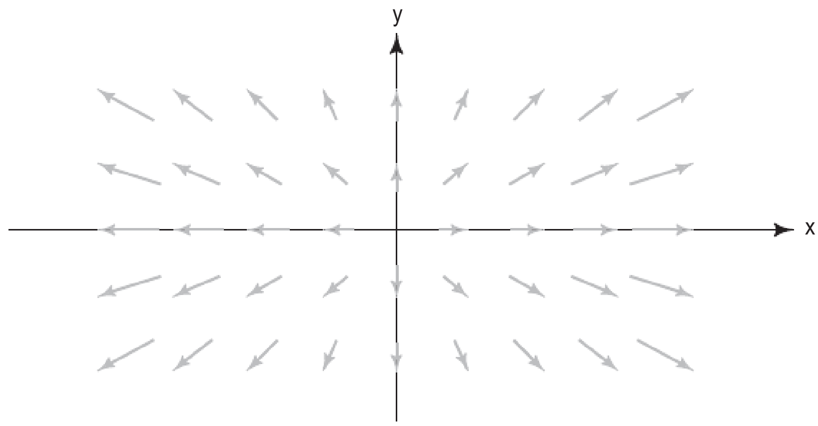


**Figura 4.4.3** El campo vectorial $\mathbf{F}(x, y) = x\mathbf{i} + y\,\mathbf{j}$.

Si estas líneas de flujo corresponden a las de un fluido, quiere decir que el fluido se está expandiendo a medida que se aleja del origen, por lo que div $\mathbf{F}$ debe ser positiva. De hecho,

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial x}x + \frac{\partial}{\partial y}y = 2 > 0.$$

▲

**Ejemplo 4** Consideremos el campo vectorial $\mathbf{F} = -x\mathbf{i} - y\mathbf{j}$. En este caso, las líneas de flujo apuntan hacia el origen en lugar de partir del mismo (véase la Figura 4.4.4). Por tanto, el fluido se está comprimiendo, por lo que es de esperar que (div $\mathbf{F}$) $< 0$. Realizando los cálculos, vemos que