

Figura 4.3.8 El vector velocidad de un fluido es tangente a las líneas de flujo.

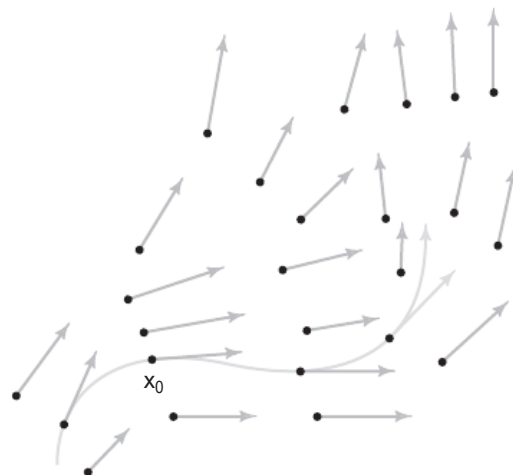


Figura 4.3.9 Una línea de flujo a través de un campo vectorial en el plano.

Líneas de flujo Si \mathbf{F} es un campo vectorial, una *línea de flujo* para \mathbf{F} es una trayectoria $\mathbf{c}(t)$ tal que

$$\mathbf{c}'(t) = \mathbf{F}(\mathbf{c}(t)).$$

En el contexto del Ejemplo 1, una línea de flujo es la trayectoria seguida por una partícula pequeña suspendida en el fluido (Figura 4.3.8). Las líneas de flujo también se denominan apropiadamente *líneas de corriente* o *curvas integrales*.

Geométricamente, una línea de flujo para un campo vectorial dado \mathbf{F} es una curva que describe su trayectoria a través del dominio del campo vectorial de tal forma que el vector tangente a la curva coincide con el campo vectorial, como se muestra en la Figura 4.3.9.

Una línea de flujo puede interpretarse como una solución a un sistema de ecuaciones diferenciales. En efecto, podemos escribir la definición $\mathbf{c}'(t) = \mathbf{F}(\mathbf{c}(t))$ como

$$\begin{aligned} x'(t) &= P(x(t), y(t), z(t)), \\ y'(t) &= Q(x(t), y(t), z(t)), \\ z'(t) &= R(x(t), y(t), z(t)), \end{aligned}$$

donde $\mathbf{c}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$, y donde

$$\mathbf{F} = P\mathbf{i} + Q\mathbf{j} + R\mathbf{k}.$$

Estos sistemas se estudian en cursos sobre ecuaciones diferenciales, y suponemos que el lector aún no ha asistido a ninguno de estos cursos.

Ejemplo 8

Demostrar que la trayectoria $\mathbf{c}(t) = (\cos t, \sin t)$ es una línea de flujo del campo vectorial $\mathbf{F}(x, y) = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j}$. ¿Es posible determinar otras líneas de flujo?