1. En este problema deberá investigar la relación entre det(A) y la invertibilidad de A.

***a*)** Para cada matriz, determine si A es o no invertible (utilizando `rref`) y encontrando det(A). ¿De qué forma puede usar `det(A)` para determinar si A es o no invertible?

i) $\begin{pmatrix} -6 & 4 & 0 \\ -9 & 9 & 7 \\ 4 & -2 & -9 \end{pmatrix}$ **ii)** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & 0 & 6 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **iii)** $\begin{pmatrix} 23 & 19 & 11 \\ 5 & 1 & 5 \\ 9 & 9 & 3 \end{pmatrix}$

iv) $\begin{pmatrix} 8 & -3 & 5 & -9 & 5 \\ 5 & 3 & 8 & 3 & 0 \\ -5 & 5 & 0 & 8 & -5 \\ -9 & 10 & 1 & -5 & -5 \\ 5 & -3 & 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ **v)** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 & 5 \\ -2 & -5 & 8 & -8 & -9 \\ 1 & 2 & -2 & 7 & 9 \\ 1 & 1 & 0 & 6 & 12 \\ 2 & 4 & -6 & 8 & 11 \end{pmatrix}$

***b*)** Los incisos i) y ii) que se muestran a continuación prueban su conclusión del inciso *a*) con varias matrices aleatorias (elija por lo menos cuatro matrices en i) de distintos tamaños y al menos cuatro matrices en ii). Incluya cuando menos una matriz con elementos complejos para cada inciso.

i) Sea A una matriz aleatoria de $n \times n$. Encuentre det(A). Utilice los conocimientos anteriores para determinar si A es o no es invertible. ¿De qué forma apoya su conclusión esta evidencia?

ii) Sea B una matriz aleatoria de $n \times n$, pero para alguna j arbitraria, sea `B(:, j)` igual a una combinación lineal de algunas columnas de B (de su elección). Por ejemplo, `B(:,3)=B(:,1)+2*B(:,2)`. Determine si B es o no invertible y encuentre det(B). ¿De qué forma apoya su conclusión esta evidencia?

2. Para seis matrices aleatorias A con elementos reales (para valores diferentes de n), compare `det(A)` con `det(A')` donde `A'` denota (en MATLAB) la transpuesta de A. Incluya por lo menos dos matrices no invertibles (vea la descripción en el problema 1 *b*) ii) de MATLAB en esta sección). ¿Qué le indica su comparación? Repita el mismo procedimiento para matrices con elementos complejos.

3. Construya seis pares de matrices aleatorias, A y B, de $n \times n$ (use valores de n). Para cada par, sea $C = A + B$. Compare det(C) y det(A) + det(B). Obtenga una conclusión sobre la afirmación

$$\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$$

4. ***a*)** Haciendo uso de los pares de matrices (A y B) dados, formule una conclusión respecto a `det(A*B)` en términos de los determinantes de A y B.

i) $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 5 \\ 0 & 9 & 8 \\ 7 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 6 & 6 \end{pmatrix}$ **ii)** $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -5 \\ -1 & 3 & 2 \\ 3 & -5 & -2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & 11 \end{pmatrix}$

iii) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & 11 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 6 & 6 \end{pmatrix}$