$$\int_C \kappa\, ds \geq 2\pi$$

y es igual a $2\pi$ solo si $C$ es una curva convexa. Si $C$ es una curva cerrada en el espacio con

$$\int_C \kappa\, ds \leq 4\pi,$$

entonces $C$ "no tiene nudos"; es decir, $C$ se puede deformar de manera continua (sin cortarse nunca a sí misma) en una circunferencia plana. Por tanto, para las curvas con nudos,

$$\int_C \kappa\, ds > 4\pi.$$

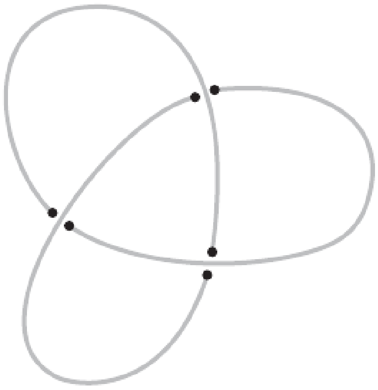

**Figura 7.1.4** Una curva con nudos en $\mathbb{R}^3$.

Véase la Figura 7.1.4.

El enunciado formal de este hecho se conoce como teorema de *Fary–Milnor*. Cuenta la leyenda que John Milnor, contemporáneo de John Nash[1] en la Universidad de Princeton, estaba dormido en una clase de matemáticas mientras el profesor escribía en la pizarra tres problemas de la teoría de nudos *no resueltos*. Al terminar la clase, Milnor (todavía estudiante) se despertó y pensó que los problemas escritos en la pizarra eran ejercicios para casa y los anotó rápidamente. A la semana siguiente volvió con la solución de los tres problemas—¡uno de ellos era una demostración del teorema de Fary–Milnor! Algunos años después, consiguió una plaza de profesor en Princeton y en 1962 recibió (aunque por otro trabajo) la Medalla Fields, el mayor reconocimiento en matemáticas, considerado generalmente como el Premio Nobel de matemáticas.

## Ejercicios

*En los Ejercicios 1 a 4, hallar una parametrización apropiada para el segmento de curva suave a trozos en $\mathbb{R}^2$ dado, que implique la orientación.*

**1.** La curva $C$, que recorre la circunferencia de radio 3, desde el punto $(3, 0)$ al punto $(-3, 0)$, y luego sigue en línea recta a lo largo del eje $x$ para volver al punto $(3, 0)$

**2.** La curva $C$, que va a lo largo de $y = x^2$ desde el punto $(0, 0)$ al punto $(2, 4)$, luego sigue en línea recta desde $(2, 4)$ a $(0, 4)$, y luego sigue por el eje $y$ para volver al punto $(0, 0)$

**3.** La curva $C$, que recorre $y = \operatorname{sen} x$ desde el punto $(0, 0)$ al punto $(\pi, 0)$, y luego sigue a lo largo del eje $x$ para volver a $(0, 0)$

**4.** La curva cerrada $C$ descrita por la elipse

$$\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$$

orientada en sentido antihorario.

*En los Ejercicios 5 a 8, determinar una parametrización apropiada para la curva suave a trozos en $\mathbb{R}^3$ especificada.*

[1] John Nash es el protagonista de la biografía best-seller *Una mente maravillosa*, de Sylvia Nasar. En 2001 se llevó al cine una versión adaptada de la misma.