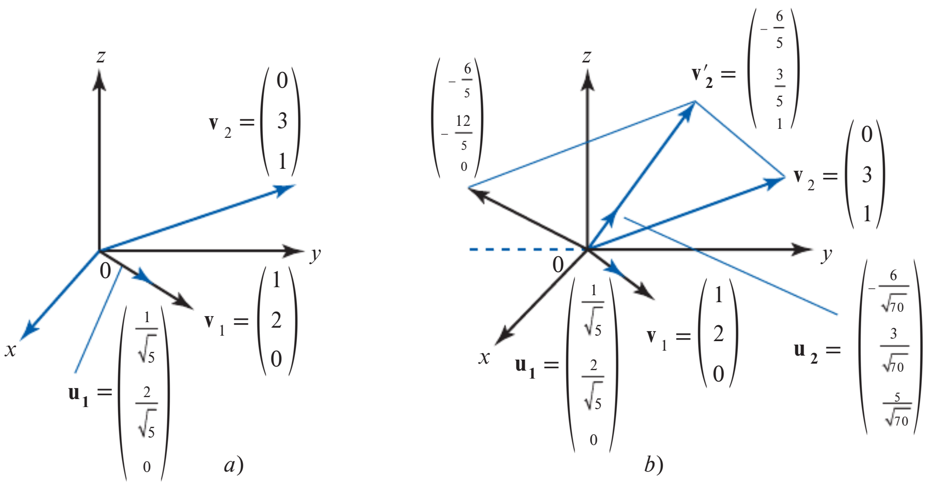

Figura 6.2

Los vectores $\mathbf{u}_1$ y $\mathbf{u}_2$ forman una base ortogonal para el plano generado por los vectores $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$.

De esta forma, una base ortonormal es $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{-6}{\sqrt{70}} \\ \frac{3}{\sqrt{70}} \\ \frac{5}{\sqrt{70}} \end{pmatrix} \right\}$. Para verificar esta respuesta, se observa que

1) los vectores son ortogonales,
2) cada uno tiene longitud 1 y
3) cada uno satisface $2x - y + 3z = 0$.

En la figura 6.2 *a*) se dibujaron los vectores $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ y $\mathbf{u}_1$. En la figura 6.2 *b*) se dibujaron los vectores $-\begin{pmatrix} \frac{6}{5} \\ \frac{12}{5} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{6}{5} \\ -\frac{12}{5} \\ 0 \end{pmatrix}$ y se sumó a $\mathbf{v}_2$ usando la regla del paralelogramo para obtener $\mathbf{v}'_2 = \begin{pmatrix} -\frac{6}{5} \\ \frac{3}{5} \\ 1 \end{pmatrix}$. Por último, $\mathbf{u}_2$ es un vector unitario a lo largo de $\mathbf{v}'_2$.

Ahora se definirá un nuevo tipo de matriz que será muy útil en los capítulos que siguen.

D Definición 6.1.3

Matriz ortogonal

Una matriz Q de $n \times n$ se llama **ortogonal** si Q es invertible y

$$\boxed{Q^{-1} = Q^{\top}} \qquad (6.1.16)$$

Observe que si $Q^{-1} = Q^{\top}$, entonces $Q^{\top}Q = I$.

No es difícil construir matrices ortogonales, de acuerdo con el siguiente teorema.

Teorema 6.1.3

La matriz Q de $n \times n$ es ortogonal si y sólo si las columnas de Q forman una base ortonormal para $\mathbb{R}^n$.