21. Muestre que el sistema homogéneo de ecuaciones

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = 0$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = 0$$

tiene un número infinito de soluciones si y sólo si $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0$.

22. Considere el sistema

$$2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 0$$

$$-x_1 + 7x_2 - x_3 = 0$$

$$4x_1 - 11x_2 + kx_3 = 0$$

¿Para qué valor de k tendrá soluciones no triviales?

*23. Considere el sistema homogéneo de 3 × 3

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = 0$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = 0$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = 0$$

Encuentre condiciones sobre los coeficientes a_{ij} tales que la solución trivial sea la única solución.

EJERCICIOS CON MATLAB 1.4

- 1. a) Genere cuatro matrices aleatorias con más columnas (incógnitas) que renglones (ecuaciones).
 - b) Use el comando rref para encontrar la forma escalonada reducida por renglones de cada una de las matrices aleatorias.
 - c) Para cada matriz aleatoria use la fórmula escalonada reducida por renglones para escribir la solución a los sistemas homogéneos asociados. Verifique el teorema 1.4.1, es decir, que en este caso siempre hay un número infinito de soluciones.

(Para usar MATLAB para la generación de matrices aleatorias, remítase a la sección anterior a los problemas de MATLAB de la sección 1.2.)

2. ¿Cuál es su conclusión acerca de la solución de un sistema homogéneo cuya matriz de coeficiente tiene más renglones (ecuaciones) que columnas (incógnitas)? Resuelva los sistemas homogéneos cuyas matrices de coeficientes se dan en seguida. ¿Los resultados conforman su conclusión?

 Balanceo de reacciones químicas. Al balancear reacciones químicas tales como la de la fotosíntesis

$$CO_2 + H_2O \rightarrow C_6H_{12}O_6 + O_2$$