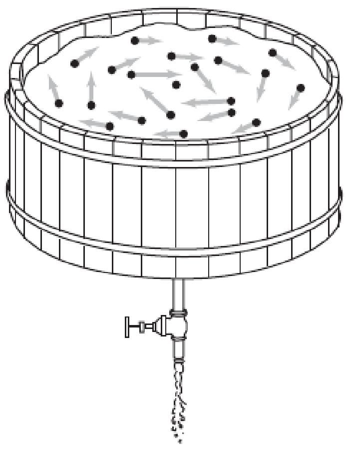

Figura 4.3.4 Campo vectorial que describe un flujo circular en una cuba.

▲

Campo vectorial gradiente

En la Sección 2.6 hemos definido el gradiente de una función como

$$\nabla f(x,y,z) = \frac{\partial f}{\partial x}(x,y,z)\mathbf{i} + \frac{\partial f}{\partial y}(x,y,z)\mathbf{j} + \frac{\partial f}{\partial z}(x,y,z)\mathbf{k}.$$

Ahora vamos a pensar en él como en un ejemplo de campo vectorial—asigna un vector a cada punto (x, y, z). Por tanto, nos referiremos a ∇f como ***campo vectorial gradiente***. Los campos gradiente aparecen en una amplia variedad de situaciones, como podemos ver en los dos ejemplos siguientes.

Ejemplo 4 Un trozo de un material se calienta por un lado y se enfría por el otro. La temperatura en cada punto del interior del cuerpo se describe en un instante determinado mediante un campo escalar $T(x, y, z)$. El flujo de calor se puede representar mediante un campo vectorial en el que las flechas indican la dirección y la magnitud del flujo (Figura 4.3.5). Este ***campo vectorial de flujo de calor*** o ***de energía*** está definido por $\mathbf{J} = -k\nabla T$, donde $k > 0$ es una constante denominada ***conductividad*** y ∇T es el gradiente de la función con valores reales T. Los conjuntos de nivel de T se llaman ***isotermas***. Está claro que el calor fluye de las regiones calientes hacia las frías, ya que $-\nabla T$ apunta en la dirección en que T disminuye.

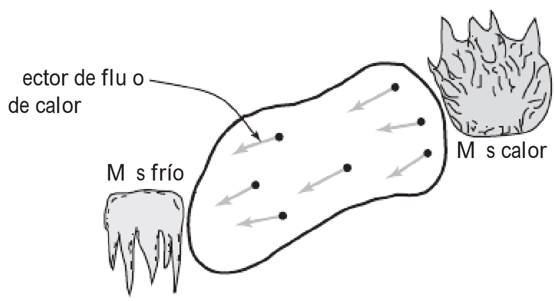

Figura 4.3.5 Un campo vectorial que describe la direcci ón y magnitud del flujo de calor.

▲