- b) ¿Cuántas unidades de producción agrícola se requieren para obtener 200 000 unidades de productos de esta naturaleza?
- c) ¿Cuántas unidades de producción agrícola se requieren para obtener 50 000 unidades de energía?
- d) ¿Cuántas unidades de energía se requieren para obtener 50 000 unidades de productos agrícolas?
- **48.** Si se continúa con el problema 47, las exportaciones (en miles de libras israelíes) en 1958 fueron las siguientes:

Agricultura	13 213
Manufactura	17 597
Energía	1 786

- a) Calcule la matriz tecnológica y la de Leontief.
- b) Determine el valor en libras israelíes de los productos agrícolas, la energía y los artículos manufacturados necesarios para hacer funcionar este modelo y exportar el valor establecido de cada producto.

En los problemas 49 a 56 calcule la forma escalonada por renglones de la matriz dada y utilícela para determinar en forma directa si es invertible.

49. La matriz del problema 4.

**50.** La matriz del problema 1.

**51.** La matriz del problema 5.

**52.** La matriz del problema 10.

**53.** La matriz del problema 13.

54. La matriz del problema 16.

55. La matriz del problema 18.

- **56.** La matriz del problema 19.
- 57. Sea  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$  y suponga que  $a_{11}a_{22} a_{12}a_{21} \neq 0$ . Derive la fórmula (2.4.12) mediante reducción por renglones de la matriz aumentada  $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & | & 1 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & | & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- **58.** Demuestre los incisos i), ii) y iv) del teorema 2.4.6.
- **59.** Calcule la inversa de  $\begin{pmatrix} I & A \\ O & I \end{pmatrix}$  donde A es una matriz cuadrada. [Sugerencia: Revise la multiplicación de matrices por bloques en la página 71.]  $^8$
- **60.** Considere que  $A_{11}$  y  $A_{22}$  son invertibles y encuentre la inversa de  $\begin{pmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$ .
- **61.** Si *A* y *B* son matrices invertibles, resuelva para *X*:
  - a) BXA = B
  - **b)**  $A^{-1}X = A$

David Carlson presentó este problema y el siguiente en su artículo "Teaching Linear Álgebra: Must the Fog Always Roll in?" En The Collage Mathematics Journal, 24(1), enero de 1993, 29-40.