52. $|\mathbf{v}| = 1, \theta = \frac{\pi}{4}$ **53.** $|\mathbf{v}| = \frac{1}{2}, \theta = \frac{7\pi}{4}$ **54.** $|\mathbf{v}| = \pi, \theta = \frac{\pi}{2}$

55. $|\mathbf{v}| = \varepsilon, \theta = -\frac{\pi}{2}$ **56.** $|\mathbf{v}| = 3, \theta = -\frac{5\pi}{4}$

***57.** Demuestre de manera algebraica (es decir, estrictamente de las definiciones de suma y magnitud de vectores) que para cualesquiera dos vectores **u** y **v**, $|\mathbf{u} + \mathbf{v}| \leq |\mathbf{u}| + |\mathbf{v}|$.

58. Demuestre que si **u** y **v** son diferentes del vector cero, entonces $|\mathbf{u} + \mathbf{v}| = |\mathbf{u}| + |\mathbf{v}|$ si y sólo si **u** es un múltiplo escalar positivo de **v**.

EJERCICIOS CON MATLAB 4.1

Información de MATLAB

Introduzca un vector como una matriz de 2×1 o de 3×1. La suma y multiplicación por un escalar es la misma que para las matrices.

Producto escalar de `u` y `v`: `u'*v`

Magnitud (*longitud*) de `v`: `sqrt(v'*v)` o `norm(v)`

Dirección de *v:* vea el ejemplo 4.1.2 y use el hecho de que $\tan^{-1}(c)$ se encuentra con `atan(c)`. También se puede utilizar el comando `atan2(x,y)` (ver `doc atan2`)

Gráficas: varios problemas utilizan gráficas. Se proporcionan instrucciones específicas en cada problema.

1. ***a)*** Utilice MATLAB para verificar los resultados obtenidos con lápiz y papel para la magnitud y dirección de los vectores de los problemas impares 1 al 12 de esta sección.

Nota. $\sqrt{3}$ se encuentra con `sqrt(3)`.

b) Utilice MATLAB para encontrar la magnitud y dirección de los vectores en los problemas pares 38 al 48 en esta sección.

2. Las combinaciones lineales de vectores serán importantes en el trabajo futuro. Este problema describe una manera de visualizar las combinaciones lineales de vectores en el plano (vea también el problema 3 siguiente).

a) Se quieren graficar varias combinaciones lineales de dos vectores dados en el mismo conjunto de ejes. Cada vector será representado por una recta de (0, 0) al punto terminal del vector. Sean **u** y **v** dos matrices (vectores) de 2×1 dadas. Se quieren graficar varios vectores **z**, donde $\mathbf{z} = a\mathbf{u} + b\mathbf{v}$ con $-1 \leq a, b \leq 1$ para ayudar a la comprensión de la geometría de una combinación lineal. Lea la nota sobre *gráficas* que se presentó antes de estos problemas de MATLAB.

Introduzca el siguiente código de MATLAB que grafica tres vectores, los vectores **u** (en verde) y **v** (en azul) y la combinación lineal $a\mathbf{u} + b\mathbf{v}$ (en color especificado por `cc`)

```
comlin=@(a,b,u,v,cc)plot([0 v(1)],[0,v(2)],'b',[0,u(1)],[0,u(2)],'g',...
        [0,a*u(1)+b*v(1)],[0,a*u(2)+b*v(2)],cc,'linewidth',5);
```

Elija los vectores columna **u** y **v**, por ejemplo

```
u = [1,2]; v = [-2,3];
```

al ejecutar la función se grafican los tres vectores con el vector de la combinación lineal en cyan, por ejemplo