Siguiendo el procedimiento se encuentra que

$$c_{21} = (-2 \quad 4)\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} = -6 + 20 = 14$$

y

$$c_{22} = (-2 \quad 4)\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix} = 4 + 24 = 28$$

Entonces

$$C = AB = \begin{pmatrix} 18 & 16 \\ 14 & 28 \end{pmatrix}$$

De manera similar, sin escribir los pasos intermedios, se ve que

$$C' = BA = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+4 & 9-8 \\ 5-12 & 15+24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -7 & 39 \end{pmatrix}$$

Observación

El ejemplo 2.2.4 ilustra un hecho sumamente importante: *en términos generales, el producto de matrices no es conmutativo*. Es decir, $AB \neq BA$. En ocasiones ocurre que $AB = BA$, pero se trata de una excepción, no de una regla. Si $AB = BA$ se dice que A y B **conmutan**. De hecho, como lo ilustra el siguiente ejemplo, puede ocurrir que AB esté definida y BA no lo esté. Así, debe tenerse cuidado en el *orden* de la multiplicación de dos matrices.

EJEMPLO 2.2.5 El producto de una matriz de 2 × 3 y una de 3 × 4 está definido pero el producto de una matriz 3 × 4 y una de 2 × 3 no lo está

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 0 & -4 \\ -3 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$. Calcule AB.

SOLUCIÓN ► Primero observe que A es una matriz de 2×3 y B es una matriz de 3×4. Por lo que el número de columnas de A es igual al número de renglones de B. Por tanto, el producto AB está definido y es una matriz de 2×4. Sea $AB = C = (c_{ij})$. Entonces

$$c_{11} = (2 \quad 0 \quad -3)\cdot\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = 23 \qquad c_{12} = (2 \quad 0 \quad -3)\cdot\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = -5$$

$$c_{13} = (2 \quad 0 \quad -3)\cdot\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 \qquad c_{14} = (2 \quad 0 \quad -3)\cdot\begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = 5$$

$$c_{21} = (4 \quad 1 \quad 5)\cdot\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = 15 \qquad c_{22} = (4 \quad 1 \quad 5)\cdot\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} = 6$$

$$c_{23} = (4 \quad 1 \quad 5)\cdot\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 26 \qquad c_{24} = (4 \quad 1 \quad 5)\cdot\begin{pmatrix} 7 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} = 39$$

Así, $AB = \begin{pmatrix} 23 & -5 & 2 & 5 \\ 15 & 6 & 26 & 39 \end{pmatrix}$. Esto completa el problema. Observe que el producto BA no está definido ya que el número de columnas de B (cuatro) no es igual al número de renglones de A (dos).