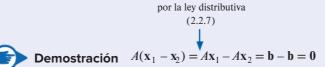
#### Teorema 2.3.1

Sean  $\mathbf{x}_1$  y  $\mathbf{x}_2$  soluciones al sistema no homogéneo (2.3.4). Entonces su diferencia  $\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$  es una solución al sistema homogéneo asociado (2.3.5).



# **C**

## Corolario

Sea x una solución particular al sistema no homogéneo (2.3.4) y sea y otra solución a (2.3.4). Entonces existe una solución h al sistema homogéneo (2.3.5) tal que

$$y = x + h$$
 (2.3.6)



## Demostración

Si  $\mathbf{h}$  está definida por  $\mathbf{h} = \mathbf{y} - \mathbf{x}$ , entonces  $\mathbf{h}$  es una solución de (2.3.5) por el teorema 2.3.1 y  $\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{h}$ .



#### Observación

Un resultado muy similar se cumple para las soluciones de las ecuaciones diferenciales lineales homogéneas (vea los problemas 30 y 31). Una de las bondades de las matemáticas es que temas en apariencia muy diferentes pueden tener una fuerte interrelación.

El teorema 2.3.1 y su corolario son muy útiles. Establecen que

Con objeto de encontrar todas las soluciones al sistema no homogéneo (2.3.4), basta con encontrar una solución a (2.3.4), que llamaremos solución particular ( $x_p$ ), y todas las soluciones al sistema homogéneo asociado (2.3.5), que llamaremos solución homogénea ( $x_p$ ).

## EJEMPLO 2.3.2

Cómo escribir un número infinito de soluciones como una solución particular a un sistema no homogéneo más las soluciones al sistema homogéneo

Encuentre todas las soluciones al sistema no homogéneo

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$$
  
 $2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 1$   
 $-x_1 - 3x_2 + 8x_3 = 0$ 

usando el resultado anterior.

**SOLUCIÓN** > Primero, se encuentra una solución mediante la reducción por renglones:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & | & 2 \\ 2 & 3 & 5 & | & 6 \\ -1 & -3 & 8 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2 \to R_2 - 2R_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & | & 2 \\ R_3 \to R_3 + R_1 & & & \\ & & & & & \\ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & | & 2 \\ 0 & -1 & 7 & | & 2 \\ 0 & -1 & 7 & | & 2 \end{pmatrix}$$