39. Sea $F_1 = 2xu^3v - yv - 1$, $F_2 = y^3v + x^5u^2 - 2$. Calcular $(\partial F_1/\partial u)(1,1,1,1) = 6$, $(\partial F_1/\partial v)(1,1,1,1) = 1$, $(\partial F_2/\partial u)(1,1,1,1) = 2$, $(\partial F_2/\partial v)(1,1,1,1) = 1$. Luego $\Delta = 4 \neq 0$, luego por el teorema de la función implícita podemos resolver para u y v como funciones de x e y cerca de (1, 1, 1, 1).
$$Df(1,1) = \begin{bmatrix} -7/4 & 1 \\ 17/2 & -5 \end{bmatrix}.$$

41. Las ecuaciones para un punto crítico, $\partial s/\partial m = \partial s/\partial b = 0$ resueltas dan para m y b $m = (y_1-y_2)/(x_1-x_2)$ y $b = (y_2x_1-y_1x_2)/(x_1-x_2)$. La recta $y = mx+b$ pasa entonces por (x_1,y_1) y (x_2,y_2).

43. En un punto de mínimo de s, tenemos $0 = \partial s/\partial b = -2\sum_{i=1}^{n}(y_i - mx_i - b)$.

45. $y = \frac{9}{10}x + \frac{6}{5}$.

47. Sea $\alpha = (ax - 4a^3t)$. Calcular $u_t = 8a^3 \tanh\alpha$ y $u_x = -2au\tanh\alpha$ de modo que $u_t + 4a^2u_x = 0$. Después calcular $u_{xx} = 4a^2u - u^2/2$. Luego $u_{xxx} = 4a^2u_x - uu_x$, así obtenemos $u_t + u_{xxx} + uu_x = u_t + 4a^2u_x = 0$.

49. $T' + kc_1T = 0$, $\Theta'' + c_2\Theta = 0$, $r^2R'' + rR' - c_3R = 0$ para las constantes c_1, c_2 y c_3.

Capítulo 4

Sección 4.1

1. $\mathbf{r}'(t) = -(\operatorname{sen} t)\mathbf{i} + 2(\cos 2t)\mathbf{j}, r'(0) = 2\mathbf{j}$,
$\mathbf{a}(t) = -(\cos t)\mathbf{i} - 4(\operatorname{sen} 2t)\mathbf{j}, \mathbf{a}(0) = -\mathbf{i}$,
$\mathbf{l}(t) = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$.

3. $\mathbf{r}'(t) = \sqrt{2}\mathbf{i} + e^t\mathbf{j} - e^{-t}\mathbf{k}, \mathbf{r}'(0) = \sqrt{2}\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$,
$\mathbf{a}(t) = e^t\mathbf{j} + e^{-t}\mathbf{k}$,
$\mathbf{a}(0) = \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{l}(t) = \sqrt{2}t\mathbf{i} + (1+t)\mathbf{j} + (1-t)\mathbf{k}$.

5. $(e^t - e^{-t}, \cos t - \operatorname{sen} t, -3t^2)$.

7. $[-3t^2(2\operatorname{sen} t + \cos t) - t^3(2\cos t - \operatorname{sen} t)]\mathbf{i} + [3t^2(2e^t + e^{-t}) + t^3(2e^t - e^{-t})]\mathbf{j} + [e^t(\cos t - \operatorname{sen} t) - e^{-t}(-\operatorname{sen} t + \cos t)]\mathbf{k}$.

9. Calcular $\mathbf{v} = (-a\operatorname{sen} t, a\cos t, b)$, luego $\mathbf{a} = (-a\cos t, -a\operatorname{sen} t, 0)$. Puesto que la componente z de $\mathbf{a}$ es idénticamente cero, $\mathbf{a}$ siempre es paralelo al plano xy.

11. Las trayectorias en (a) y (c) son regulares, mientras que la trayectoria de (b) no lo es.

13. $(0,-12,-1)$ y $(0,-26,-8)$.

15. $m(0,6,0)$.

17. $-24\pi^2(\cos(2\pi t/5), \operatorname{sen}(2\pi t/5))/25$.

19. $\dfrac{d}{dt}(\|\mathbf{v}\|^2) = \dfrac{d}{dt}(\mathbf{v}\cdot\mathbf{v}) = 2\mathbf{v}\cdot\dfrac{d\mathbf{v}}{dt} = 2\mathbf{v}\cdot\mathbf{a} = 0.$

21. 6 129 segundos.

23. $\mathbf{c}(t) = \left(\dfrac{t^2}{2}, e^t - 6, \dfrac{t^3}{3} + 1\right).$

25. (a) $\mathbf{c}(t) = (t, e^t), -\infty < t < \infty$. La imagen de esta trayectoria es la gráfica $y = e^x$.
(b) $\mathbf{c}(t) = (\frac{1}{2}\cos t, \operatorname{sen} t), 0 \le t \le 2\pi$, una elipse.
(c) $\mathbf{c}(t) = (at, bt, ct)$.
(d) $\mathbf{c}(t) = (\frac{2}{3}\cos t, \frac{1}{2}\operatorname{sen} t), 0 \le t \le 2\pi$, una elipse.

27. $\mathbf{c}(t) \times \mathbf{c}'(t)$ es normal al plano de la órbita en el instante t. Como en el Ejercicio 26, su derivada es 0 y por tanto el plano orbital es constante.

Sección 4.2

1. $2\sqrt{5}\pi$.

3. $2(2\sqrt{2} - 1)$.

5. $\dfrac{6-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + \dfrac{1}{2}\log\left[\dfrac{2\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right].$

7. $2\sqrt{2}$.

9. (a) $\mathbf{c}(t) = (1-t, 2-t, -t),\ t \in [0,1]$.
(b) $\sqrt{3}$ (c) $\sqrt{3}$.

11. $2\pi(\sqrt{5} + \sqrt{2})$.

13. $3 + \log 2$.

15. (a) Dado que α es estrictamente creciente, es biyectiva de $[a,b]$ en $[\alpha(a), \alpha(b)]$. Por definición, $\mathbf{v}$ es la imagen de $\mathbf{c}$ si y solo si existe un t en $[a,b]$ tal que $\mathbf{c}(t) = \mathbf{v}$. Existe un punto s en $[\alpha(a), \alpha(b)]$ tal que $s = \alpha(t)$, de modo que $\mathbf{d}(s) = \mathbf{c}(t) = \mathbf{v}$. Por tanto, la imagen de $\mathbf{c}$ está contenida en la imagen de $\mathbf{d}$. Utilizar α^{-1} de forma similar para la probar la inclusión contraria.