

36. Encuentre la distancia entre la recta paralela a  $-3x + 4y = -5$  y que pasa por el punto  $(-1, -1)$ , y el punto de intersección de las rectas  $-7x + 2y = 4$  y  $2x - 8y = -1$ .
- \*37. Pruebe que la distancia entre el punto  $(x_1, y_1)$  y la recta  $ax + by = c$  está dada por

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

38. Suponga que  $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0$ . Demuestre que las rectas dadas en el sistema de ecuaciones (1.1.1) son paralelas. Suponga que  $a_{11} \neq 0$  o  $a_{12} \neq 0$  y  $a_{21} \neq 0$  o  $a_{22} \neq 0$ .
39. Si existe una solución única al sistema (1.1.1) muestre que  $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ .
40. Si  $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$  demuestre que el sistema (1.1.1) tiene una solución única.
41. En un zoológico hay aves (de dos patas) y bestias (de cuatro patas). Si el zoológico contiene 60 cabezas y 200 patas, ¿cuántas aves y bestias viven en él?
42. Una tienda de helados vende sólo helados con soda y malteadas. Se pone 1 onza de jarabe y 4 onzas de helado en un helado con soda, y 1 onza de jarabe y 3 onzas de helado en una malteada. Si la tienda usa 4 galones de helado y 5 cuartos de jarabe en un día, ¿cuántos helados con soda y cuántas malteadas vende? [*Sugerencia:* 1 cuarto = 32 onzas, 1 galón = 4 cuartos.]
43. La compañía Sunrise Porcelain fabrica tazas y platos de cerámica. Para cada taza o plato un trabajador mide una cantidad fija de material y la pone en la máquina que los forma, de donde pasa al vidriado y secado automático. En promedio, un trabajador necesita tres minutos para iniciar el proceso de una taza y dos minutos para el de un plato. El material para una taza cuesta ¢25 y el material para un plato cuesta ¢20. Si se asignan \$44 diarios para la producción de tazas y platos, ¿cuántos deben fabricarse de cada uno en un día de trabajo de 8 horas, si un trabajador se encuentra trabajando cada minuto y se gastan exactamente \$44 en materiales?
44. Conteste la pregunta del problema 43 si los materiales para una taza y un plato cuestan ¢15 y ¢10, respectivamente, y se gastan \$24 en 8 horas de trabajo.
45. Conteste la pregunta del problema 44 si se gastan \$25 en 8 horas de trabajo.

## 1.2 $m$ ecuaciones con $n$ incógnitas: eliminación de Gauss-Jordan y gaussiana

En esta sección se describe un método para encontrar todas las soluciones (si es que existen) de un sistema de  $m$  ecuaciones lineales con  $n$  incógnitas. Al hacerlo se verá que, igual que en el caso de  $2 \times 2$ , estos sistemas o bien no tienen solución, tienen una solución única o tienen un número infinito de soluciones. Antes de llegar al método general se verán algunos ejemplos sencillos. Como variables, se usarán  $x_1, x_2, x_3$ , etc., en lugar de  $x, y, z, \dots$  porque la generalización es más sencilla si se usa la notación con subíndices.



### EJEMPLO 1.2.1

**Solución de un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas: solución única**

Resuelva el sistema

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 &= 18 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 &= 24 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 &= 4 \end{aligned} \tag{1.2.1}$$