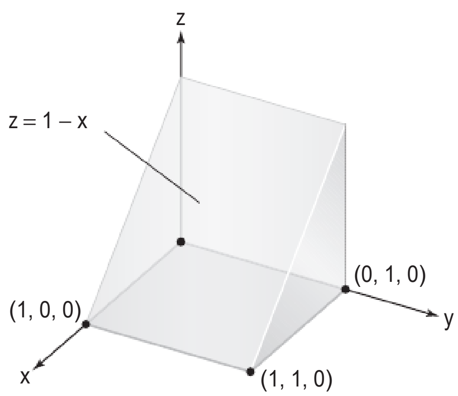

Figura 5.1.2 Volumen bajo la gráfica $z = 1 - x$ y sobre $R = [0, 1] \times [0, 1]$.

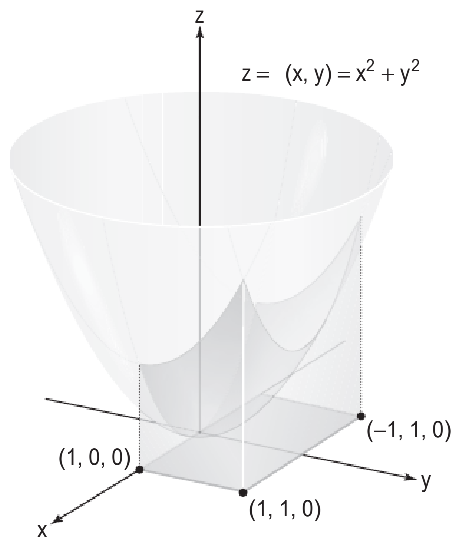

Figura 5.1.3 Volumen bajo $z = x^2 + y^2$ y sobre $R = [-1, 1] \times [0, 1]$.

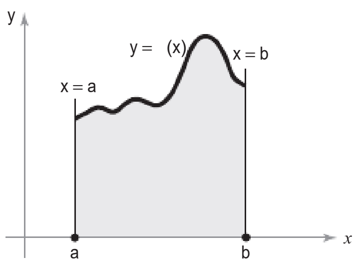

Figura 5.1.4 El área bajo la gráfica de una función continua no negativa f desde $x = a$ a $x = b$ es $\int_a^b f(x)\,dx$.

Estas ideas son similares a las de la integral simple $\int_a^b f(x)\,dx$, que representa el área bajo la gráfica de f si $f \geq 0$; véase la Figura 5.1.4.[1]

Las integrales simples $\int_a^b f(x)\,dx$ se pueden definir de forma rigurosa, sin recurrir al concepto de área, como el límite de sumas de Riemann. La idea es aproximar $\int_a^b f(x)\,dx$ eligiendo una partición $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$ de $[a, b]$, seleccionando puntos $c_i \in [x_i, x_{i+1}]$ y escribiendo la suma de Riemann

$$\sum_{i=0}^{n-1} f(c_i)(x_{i+1} - x_i) \approx \int_a^b f(x)\,dx$$

(véase la Figura 5.1.5). Vamos a examinar el proceso análogo para integrales dobles en la siguiente sección.

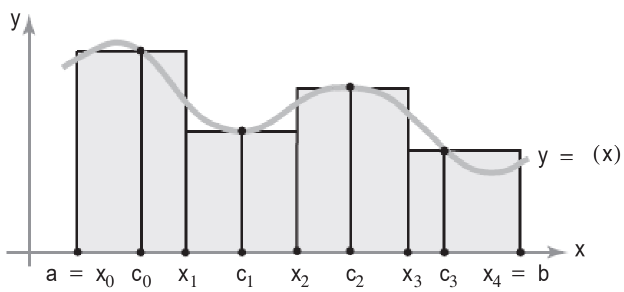

Figura 5.1.5 La suma de las áreas de los rectángulos sombreados es una suma de Riemann, que aproxima al área bajo f desde $x = a$ hasta $x = b$.

[1]Los lectores que no estén familiarizados con esta idea deberían repasar las secciones apropiadas de su libro de introducción al cálculo.