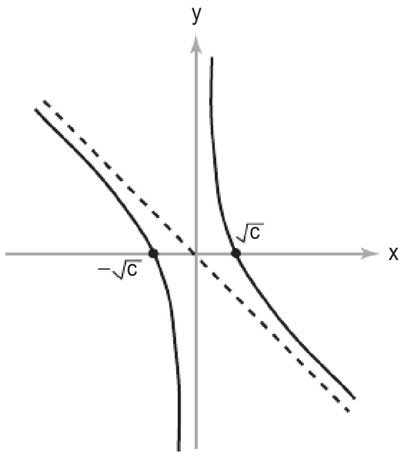
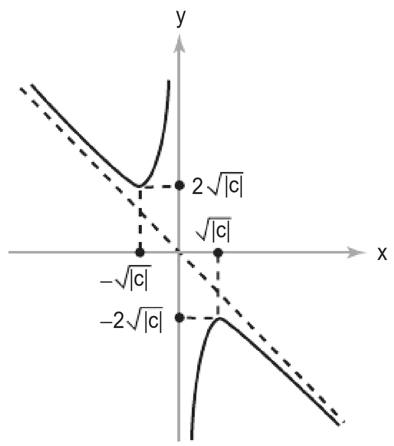
15. Las curvas de nivel son circunferencias y la gráfica es un paraboloide de revolución. Véase el Ejemplo 3 de esta sección.

17. Si $c = 0$, la curva de nivel es la recta $y = -x$ junto con la recta $x = 0$. Si $c \neq 0$, entonces $y = -x+(c/x)$. La curva de nivel es una hipérbola con el eje y y la recta $y = -x$ como asíntotas. La gráfica es un paraboloide hiperbólico. Las secciones a lo largo de la recta $y = ax$ son las parábolas $z = (1 + a)x^2$.

19. Si $c > 0$, la superficie de nivel $f(x, y, z) = c$ es vacía. Si $c = 0$, la superficie de nivel es el punto $(0, 0, 0)$. Si $c < 0$, la superficie de nivel es la esfera de radio $\sqrt{-c}$ centrada en $(0, 0, 0)$. Una sección de la gráfica determinada por $z = a$ está dada por $t = -x^2 - y^2 - a^2$, que es un paraboloide de revolución abierto hacia abajo en el espacio xyt.

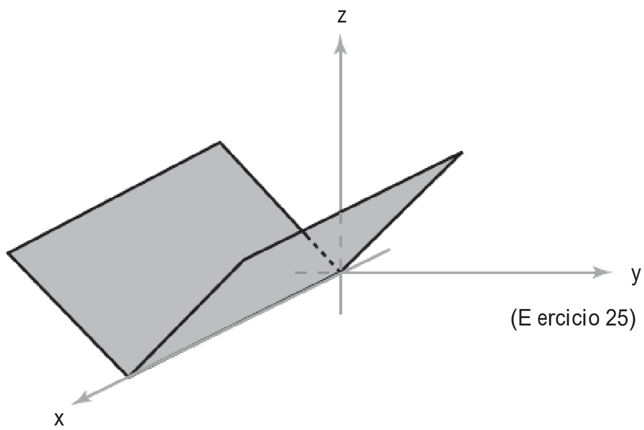




21. Si $c < 0$, la superficie de nivel es vacía. Si $c = 0$, la superficie de nivel es el eje z. Si $c > 0$, es el cilindro circular recto $x^2 + y^2 = c$ de radio $\sqrt{c}$, cuyo eje es el eje z. Una sección de la gráfica determinada por $z = a$ es el paraboloide de revolución $t = x^2 + y^2$. Una sección determinada por $x = b$ es una "depresión" con sección transversal parabólica $t(y, z) = y^2 + b^2$.

23. Haciendo $u = (x - z)/\sqrt{2}$ e $v = (x + z)/\sqrt{2}$ obtenemos los ejes u y v rotando 45° alrededor del eje y los ejes x y z. Puesto que $f = vy\sqrt{2}$, las superficies de nivel $f = c$ son "cilindros"perpendiculares al plano vy $(z = -x)$ cuyas secciones transversales son las hipérbolas $vy = c/\sqrt{2}$, por lo que la sección $S_{x=a} \cap$ gráfica de f es el paraboloide hiperbólico $t = (z + a)y$ en el espacio yzt [véase el Ejercicio 7(c)]. La sección $S_{y=b} \cap$ gráfica de f es el plano $t = bx + bz$ en el espacio xzt. La sección $S_{z=b} \cap$ gráfica de f es el paraboloide hiperbólico $t = y(x + b)$ en el espacio xyt.

25. Si $c < 0$, la curva de nivel está vacía. Si If $c = 0$, la curva de nivel es el eje x. Si $c > 0$, es el par de rectas paralelas $|y| = c$. Las secciones de la gráfica con x constante son las curvas en forma de $z = |y|$ en el espacio yz. La gráfica se muestra a continuación.



(E ercicio 25)

27. El valor de z no importa, por lo que tenemos un "cilindro" de sección transversal elíptica paralela al eje z y que corta al plano xy en la elipse $4x^2 + y^2 = 16$. (Véase la figura en la página siguiente).

29. El valor de x no importa, por lo que tenemos un "cilindro" paralelo al eje x de sección transversal hiperbólica que corta al eje yz en la hipérbola $z^2 - y^2 = 4$.

31. Un paraboloide elíptico con eje a lo largo del eje x. (Véase la figura en la página siguiente).