

c) (Lápiz y papel) Considerando el proceso de reducción a la forma escalonada reducida por renglones, demuestre que una matriz B no es invertible si un renglón es una combinación lineal de otros renglones.

4. Sea $A = \text{round}(10 * (2 * \text{rand}(7) - 1))$.

Sea $B = A$ pero $B(:, 3) = 2 * B(:, 1) - B(:, 2)$.

Sea $C = A$ pero $C(:, 4) = C(:, 1) + C(:, 2) - C(:, 3)$ y $C(:, 6) = 3 * C(:, 2)$.

Sea $D = A$ pero $D(:, 2) = 3 * D(:, 1)$, $D(:, 4) = 2 * D(:, 1) - D(:, 2) + 4 * D(:, 3)$,
 $D(:, 5) = D(:, 2) - 5 * D(:, 3)$.

- a)* Encuentre `rref` de B , C y D . ¿Qué puede concluir acerca de la invertibilidad de una matriz en la que algunas columnas son combinaciones lineales de otras columnas?
- b)* Pruebe su conclusión con otra matriz aleatoria generada E y modificada cambiando algunas columnas a una combinación lineal de otras.
- c)* Para B , C , D y E , busque patrones en los números de `rref` que reflejen los coeficientes de las combinaciones lineales. Describa dichos patrones.
- d)* ¿De qué forma se relaciona este problema con el problema 5 de MATLAB 2.3?

5. Tipos especiales de matrices

- a)* Genere cinco matrices aleatorias triangulares superiores con elementos enteros entre -10 y 10 . Utilice el comando `triu`. Para dos de las matrices generadas cambie un elemento de la diagonal a 0 (por ejemplo, si la matriz se llama A , modifíquela con el comando $A(2, 2) = 0$).
 - i)* Pruebe si cada una es invertible. Describa una conclusión que relacione los términos de la diagonal de la matriz triangular superior con la propiedad de ser o no invertible. Pruebe su conclusión con tres o más matrices triangulares superiores.
 - ii)* Para cada matriz invertible encontrada en i) encuentre la inversa utilizando el comando `inv`. ¿Cuál es su conclusión acerca de la forma de la inversa de una matriz triangular superior? ¿Cómo son los elementos de la diagonal de la inversa en relación con los elementos de la diagonal de la matriz original? ¿De qué forma se relaciona esta observación con i)?

iii) (Lápiz y papel) Suponga que A es una matriz triangular superior de 3×3

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix}.$$

Describa los pasos necesarios para reducir la matriz aumentada $[A \ I]$ (I es la matriz identidad) a la forma escalonada reducida por renglones y utilice la descripción para verificar las conclusiones sobre las inversas de matrices triangulares superiores a las que llegó en i) y ii).

- b)* Pruebe si las siguientes matrices y otras con el mismo patrón general son o no invertibles. Describa sus resultados:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$$

- c)* En el problema 11 de MATLAB 1.3 se aseguró que el sistema obtenido al ajustar un polinomio de grado n a $n + 1$ puntos con coordenadas distintas llevara a una solución única. ¿Qué