El campo vectorial gradiente tiene un importante significado geométrico. Muestra la dirección en la que f crece más rápidamente y la dirección que es ortogonal a las superficies de nivel (o curvas en el plano) de f. Es posible mostrar ambas cosas al tiempo. Para ello, imagínese una montaña como la mostrada en la Figura 2.6.5(a). Sea h la función altitud, una función de dos variables. Si trazamos las curvas de nivel de h, estas son simplemente las curvas de nivel topográficas de la montaña. Podemos imaginarlas como trayectorias de nivel sobre la montaña [véase la Figura 2.6.5(b)]. Hay una cuestión obvia para cualquiera que haya hecho senderismo: para alcanzar la cima de la montaña lo más rápidamente posible debemos caminar perpendicularmente a las curvas de nivel. [5] Esto es coherente con los Teoremas 13 y 14, que establecen que la dirección de máximo crecimiento (el gradiente) es ortogonal a las curvas de nivel.

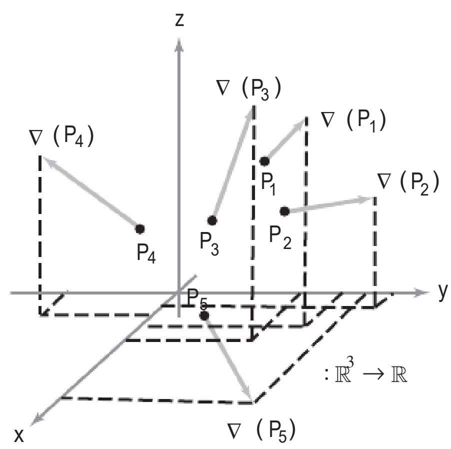

Figura 2.6.4 El gradiente ∇f de una función $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ es un campo vectorial en $\mathbb{R}^3$; en cada punto P_i, $\nabla f(\mathrm{P}_i)$ es un vector que parte de P_i.

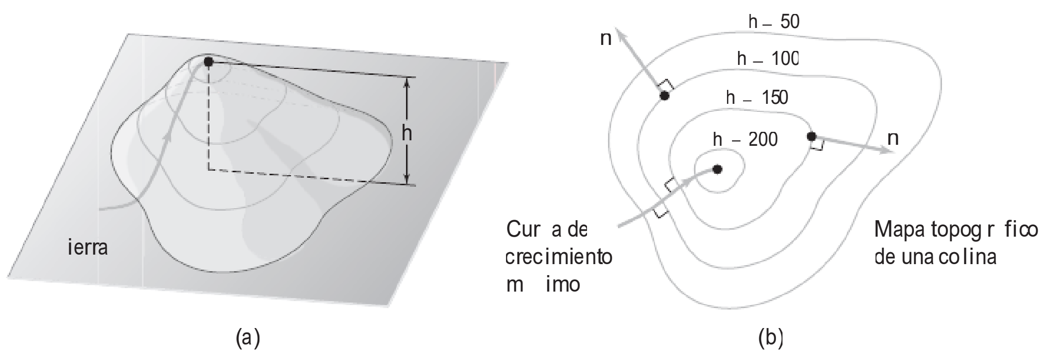

Figura 2.6.5 Ilustración física de los dos hechos (a) ∇f es la dirección de máximo crecimiento de f y (b) ∇f es ortogonal a las curvas de nivel.

[5]Esta exposición supone que se camina a la misma velocidad en todas las direcciones. Por supuesto, los montañeros saben que esto no es necesariamente realista.