

Ahora que se han comprendido estas dos características de  $T$ , puede encontrarse fácilmente una potencia para la matriz de Leslie  $L$  donde

$$L^p = \sum_{k=1}^{\omega} \lambda_k^p T_k$$

Para una matriz de Leslie, hay uno y sólo uno, y real, valor propio positivo, que es el valor propio dominante (esto es, el valor propio de mayor magnitud). Esto se demuestra considerando la característica polinomial  $p = \det(L - \lambda I)$ . Si se define la matriz  $A = L - \lambda I$ , entonces se observa que

$$\det(A) = \begin{vmatrix} f_1 - \lambda & f_2 & f_3 & \cdots & f_{\omega-1} & f_{\omega} \\ p_1 & -\lambda & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & -\lambda & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & p_{\omega-1} & -\lambda \end{vmatrix}$$

Cuando se expande hacia el primer renglón, se encuentra

$$\det(A) = [A_{11}]|A_{11}| - [A_{12}]|A_{12}| + \cdots \pm [A_{1\omega}]|A_{1\omega}|$$

Cada menor se ve como

$$|A_{12}| = \begin{vmatrix} p_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & p_3 & -\lambda & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_4 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & p_{\omega-1} & -\lambda \end{vmatrix}$$

y puede fácilmente convertirse a una matriz diagonal usando operaciones de renglón tipo 3. Por ejemplo,  $(\lambda/p_3) \times r_3 + r_2$ ,  $(\lambda/p_4) \times r_4 + r_3$ , etc. Estos tipos de operaciones de renglón no modifican el determinante, de modo que cada menor es simplemente el producto de sus elementos diagonales. Por lo tanto se observa que

$$\det(A) = (f_1 - \lambda)(-\lambda)^{\omega-1} - p_1 f_2 (-\lambda)^{\omega-2} + p_1 p_2 f_3 (-\lambda)^{\omega-3} - \cdots \pm p_1 p_2 \cdots p_{\omega-1} f_{\omega}$$

Si se deja  $l_x = p_1 p_2 \cdots p_{x-1}$ , entonces puede anotarse

$$\begin{aligned} \det(A) &= (f_1 - \lambda)(-\lambda)^{\omega-1} - p_1 f_2 (-\lambda)^{\omega-2} + p_1 p_2 f_3 (-\lambda)^{\omega-3} - \cdots \pm p_1 p_2 \cdots p_{\omega-1} f_{\omega} \\ &= (-1)^{\omega} (\lambda^{\omega} - l_1 f_1 \lambda^{\omega-1} - l_2 f_2 \lambda^{\omega-2} - \cdots - l_{\omega} f_{\omega}) \end{aligned}$$

Si se establece la característica polinomial igual a cero y se divide entre  $\lambda$ , se encuentra que los valores propios son las raíces de la ecuación

$$0 = \sum_{x=1}^{\omega} \lambda^{-x} l_x f_x - 1$$

Si se llama a esta ecuación  $g(\lambda)$ , entonces cuando  $\lambda > 0$ ,  $g(\lambda)$  es una función decreciente de  $\lambda$ . Por lo tanto, ahí tiene una única raíz positiva real (denotada  $\lambda_1$ ) y todas las otras son negativas o complejas.