

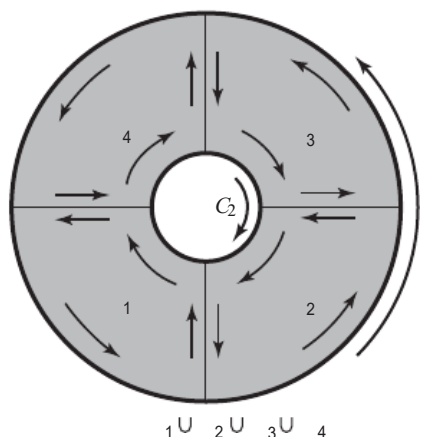
## Nota histórica

### George Green

George Green nació en Nottingham, Inglaterra, en 1793 y murió en 1841. No existe ningún retrato conocido de él. Es poco lo que se sabe sobre su vida anterior a los 30 años, excepto que era un autodidacta que desarrolló una pasión por las matemáticas a una temprana edad. En 1833, cuando tenía 40 años, Green se matriculó como estudiante en Cambridge. Sorprendentemente, cinco años antes había publicado (a sus propias expensas) su primera y más famosa obra, “Un ensayo sobre la aplicación del análisis matemático a las teorías de la electricidad y el magnetismo”. En ella, demostraba un teorema similar al teorema de Green presentado en esta sección e introducía también otros conceptos matemáticos de gran importancia, como las funciones de Green, que ahora son ubicuas en el análisis matemático. Fue la primera persona en desarrollar una teoría de la electricidad y el magnetismo, teoría que posteriormente formaría la base de los trabajos de Maxwell y otros.

### Generalización del teorema de Green

El teorema de Green se aplica, en la práctica, a cualquier región “decente” en  $\mathbb{R}^2$ . Por ejemplo, el teorema de Green para regiones que no sean simples, pero que puedan descomponerse en varios trozos, cada uno de los cuales sea simple. Se muestra un ejemplo en la Figura 8.1.5. La región  $D$  es un anillo; su frontera consiste en dos curvas  $C = C_1 + C_2$  con las orientaciones indicadas. (Obsérvese que, para la región interna, la orientación correcta para asegurar la validez del teorema de Green es *en el sentido de las agujas del reloj*; ¡el truco de la Figura 8.1.4 continúa sirviendo para recordar la orientación!) Si se aplica el Teorema 1 a cada una de las regiones  $D_1, D_2, D_3, D_4$  y se suman los resultados, se obtiene la identidad dada por el teorema de Green para  $D$  y su curva frontera  $C$ . El resultado es válido porque las integrales a lo largo de las líneas interiores que tienen direcciones opuestas se cancelan entre sí. Este truco, de hecho, muestra que el teorema de Green es cierto para prácticamente todas las regiones con fronteras razonables que uno puede esperar encontrarse (véase el Ejercicio 16).



**Figura 8.1.5** El teorema de Green es válido en  $D = D_1 \cup D_2 \cup D_3 \cup D_4$ .