

- Dos vectores en  $\mathbb{R}^3$  son **paralelos** si el ángulo entre ellos es 0 o  $\pi$ . Son paralelos si uno es un múltiplo escalar del otro.
- Dos vectores  $\mathbb{R}^3$  son **ortogonales** si el ángulo entre ellos es  $\frac{\pi}{2}$ . Son ortogonales si y sólo si su producto escalar es cero.
- Sean  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$  dos vectores diferentes de cero en  $\mathbb{R}^3$ . La **proyección** de  $\mathbf{u}$  sobre  $\mathbf{v}$  es un vector, denotado por  $\text{proy}_{\mathbf{v}} \mathbf{u}$ , que está definido por

$$\text{proy}_{\mathbf{v}} \mathbf{u} = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{v}|^2} \mathbf{v}$$

El escalar  $\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$  se llama la **componente** de  $\mathbf{u}$  en la dirección de  $\mathbf{v}$ .

- $\text{proy}_{\mathbf{v}} \mathbf{u}$  es paralelo a  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{u} - \text{proy}_{\mathbf{v}} \mathbf{u}$  es ortogonal a  $\mathbf{v}$ .
- La **dirección** de un vector  $\mathbf{v}$  en  $\mathbb{R}^3$  es el vector unitario

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$$

- Si  $\mathbf{v} = (a, b, c)$ , entonces  $\cos \alpha = \frac{a}{|\mathbf{v}|}$ ,  $\cos \beta = \frac{b}{|\mathbf{v}|}$  y  $\cos \gamma = \frac{c}{|\mathbf{v}|}$  se llaman **cosenos directores** de  $\mathbf{v}$ .

### AUTOEVALUACIÓN 4.3

I) Responda si la afirmación siguiente es falsa o verdadera. La práctica común seguida en este libro es desplegar los ejes  $xyz$  para  $\mathbb{R}^3$  como un sistema derecho.

Respuesta: \_\_\_\_\_

II) La distancia entre los puntos  $(1, 2, 3)$  y  $(3, 5, -1)$  es \_\_\_\_\_.

- a)  $\sqrt{(1+2+3)^2 + (3+5-1)^2}$       b)  $\sqrt{2^2 + 3^2 + 2^2}$   
 c)  $\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}$       d)  $\sqrt{4^2 + 7^2 + 2^2}$

III) El punto  $(0.3, 0.5, 0.2)$  está \_\_\_\_\_ la esfera unitaria.

- a) en la tangente a      b) sobre  
 c) dentro de      d) fuera de

IV)  $(x-3)^2 + (y+5)^2 + z^2 = 81$  es la ecuación de la esfera con \_\_\_\_\_.

- a) centro 81 y radio  $(-3, 5, 0)$       b) radio 81 y centro  $(-3, 5, 0)$   
 c) radio  $-9$  y centro  $(3, -5, 0)$       d) radio 9 y centro  $(3, -5, 0)$

V)  $\mathbf{j} - (4\mathbf{k} - 3\mathbf{i}) =$  \_\_\_\_\_.

- a)  $(1, -4, -3)$       b)  $(1, -4, 3)$   
 c)  $(-3, 1, -4)$       d)  $(3, 1, -4)$

VI)  $(\mathbf{i} + 3\mathbf{k} - \mathbf{j}) \cdot (\mathbf{k} - 4\mathbf{j} + 2\mathbf{i}) =$  \_\_\_\_\_.

- a)  $2 + 4 + 3 = 9$       b)  $(1 + 3 - 1)(1 - 4 + 2) = -3$   
 c)  $1 + 12 - 2 = -13$       d)  $2 - 4 - 3 = -5$