Repita para otras combinaciones lineales. ¿Qué columnas de `rref(B)` no tienen pivotes? ¿Cómo se relaciona esto con su combinación lineal?

***b*)** Repita el inciso *a*) para otros cuatro juegos de n, m y A.

***c*)** Escriba una conclusión a lo siguiente: si una columna A es una combinación lineal de otras columnas entonces...

***d*)** Vuelva a hacer el problema 5 de MATLAB 2.3. Verifique que para cada matriz A en ese problema que las columnas son dependientes.

***e*)** Escriba una conclusión a lo siguiente: si las columnas de A son linealmente dependientes, entonces...

***f*)** (*Lápiz y papel*) Pruebe su conclusión.

8. ***a*)** Del problema 7 de esta sección y del problema 5 de MATLAB 2.3, se puede concluir que si las columnas de A son dependientes, entonces las columnas de A correspondientes a las columnas sin pivotes en `rref(A)` se pueden escribir como combinaciones lineales de las columnas de A correspondientes a las columnas con pivotes en `rref(A)`. Siguiendo el proceso descrito en el problema 5 de MATLAB 2.3, determine cuáles columnas de las matrices dadas son combinaciones lineales de otras columnas; escriba estas columnas como combinaciones lineales y verifique, utilizando MATLAB, que estas combinaciones lineales son correctas.

i) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ **ii)** $\begin{pmatrix} 10 & 0 & -10 & -6 & 32 \\ 8 & 2 & -4 & -7 & 32 \\ -5 & 7 & 19 & 1 & -5 \end{pmatrix}$

iii) $\begin{pmatrix} 7 & 6 & 11 & 3 & 5 \\ 8 & 1 & -5 & -20 & 9 \\ 7 & 6 & 11 & 3 & 8 \\ 8 & 2 & -2 & -16 & 6 \\ 7 & 3 & 2 & -9 & 7 \end{pmatrix}$ **iv)** $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -3 & 1 & 9 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

***b*)** (*Lápiz y papel*) Realice el problema 61 de la sección 5.4.

9. ***a*)** Demuestre que los siguientes conjuntos de vectores son independientes pero que existe un vector en su $\mathbb{R}^n$ respectivo que no se encuentra en el espacio generado por el conjunto.

i) $\mathbb{R}^2$ $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

ii) $\mathbb{R}^4$ vea el inciso *b*) ii) del problema 5 de esta sección de MATLAB.

iii) $\mathbb{R}^4$ vea el inciso *b*) iii) del problema 5 de esta sección de MATLAB.

***b*)** Demuestre que los siguientes conjuntos de vectores generan todo su $\mathbb{R}^n$ respectivo, pero que no son linealmente independientes.

i) $\mathbb{R}^2$ $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$ **ii)** $\mathbb{R}^3$ $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$

iii) $\mathbb{R}^4$ $\left\{ \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$