

Usando los datos, estime:

- a) La altura a la que se dejó caer la pelota.
- b) La velocidad inicial.
- c) g (en pies/seg²).

EJERCICIOS CON MATLAB 6.2

1. Considere el conjunto de datos (1, 2), (2, 0.5), (-1, 4), (3.5, -1), (2.2, 0.4) y (4, -2). Sea \mathbf{x} un vector de 6×1 que contiene las coordenadas x y sea \mathbf{y} un vector de 6×1 con las coordenadas y .
 - a) Dé $A = [\text{ones}(6, 1), \mathbf{x}]$ y explique por qué A es la matriz utilizada para encontrar el ajuste a estos datos con la recta de mínimos cuadrados.
 - b) Encuentre la solución de mínimos cuadrados $\mathbf{u} = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{y}$. Encuentre $\mathbf{v} = A \backslash \mathbf{y}$ y compare con \mathbf{u} (el comando diagonal invertida “\” en MATLAB encuentra la solución de mínimos cuadrados para un sistema de rango completo sobredeterminado).
 - c) Encuentre $\|\mathbf{y} - A\mathbf{u}\|$. Elija $\mathbf{w} = \mathbf{u} + [0.1; -0.5]$, encuentre $\|\mathbf{y} - A\mathbf{w}\|$ y compare con $\|\mathbf{y} - A\mathbf{u}\|$. Repita para otros dos vectores \mathbf{w} . Explique qué parte de la teoría de aproximación por mínimos cuadrados ilustra esto.
 - d) La teoría de aproximación por *mínimos cuadrados* asegura que $A\mathbf{u} = \text{proy}_H \mathbf{y}$, donde H es la imagen de A y \mathbf{u} es la solución de mínimos cuadrados. Encuentre $\text{proy}_H \mathbf{y}$ usando $B = \text{orth}(A)$ como en el problema 7 a) de MATLAB 6.1. Verifique que $A\mathbf{u} = \text{proy}_H \mathbf{y}$.
 - e) La visualización de los datos y del ajuste con la recta de mínimos cuadrados puede ser de utilidad. El siguiente programa de MATLAB encuentra los coeficientes para el ajuste con la recta, genera varios valores de la coordenada x (el vector s), evalúa la ecuación de la recta para estos valores, grafica el conjunto de datos originales con signos de * en blanco, y grafica la recta de mínimos cuadrados.

Nota. Por supuesto, para graficar una recta no se requiere evaluar la ecuación para varios valores, por lo que en realidad no es necesario encontrar el vector s . Sin embargo, para graficar ajustes con polinomios de grado más alto (o exponenciales) se necesita evaluar la función para varios valores de x . La generación de s se incluye aquí para proporcionar el modelo de MATLAB que necesitará sólo pequeñas modificaciones para otro tipo de ajustes.

```
u = A \ y
s = min(x) : (max(x) - min(x)) / 100 : max(x);
fit = u(1) + u(2) * s
plot(x, y, 'w*', 's', fit)
u = A \ y; % Resuelve el problema de mínimos cuadrados
s = linspace(min(x) - 0.5, max(x) + 0.5, 100); % puntos a graficar
ajuste_a_recta = u(1) + u(2) * s; % evaluación de la recta
clf % borrar la ventana de gráficas
plot(s, ajuste_a_recta, 'r', 'LineWidth', 2); % graficar la
% recta ajustada
hold on % Mantener fija la gráfica
plot(x, y, 'bx', 'MarkerSize', 10, 'LineWidth', 2); % graficar
% los datos originales
grid % desplegar cuadrícula
legend('Recta de ajuste', 'Datos') % desplegar rótulo
Title(['Recta: ', num2str(u(2)), 'x + ', num2str(u(1))])
%desplegar
%título
```

¿Parece un ajuste razonable la recta de mínimos cuadrados para estos datos?

- f) Utilice la ecuación de mínimos cuadrados para aproximar un valor de y para $x = 2.9$.