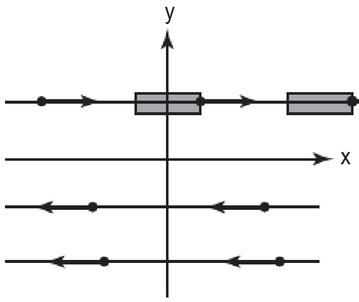
Sección 4.4

1. $ye^{xy} - xe^{xy} + ye^{yz}$.

3. 3.

5. div $\mathbf{V} > 0$ en el primer y el tercer cuadrantes, div $\mathbf{V} < 0$ en el segundo y cuarto cuadrantes.

7. $\nabla \cdot \mathbf{F} = 0$; si $\mathbf{F}$ representa un fluido, no se produce ni expansión ni compresión; el área de un rectángulo pequeño sigue siendo la misma.



9. $3x^2 - x^2 \cos(xy)$.

11. $y \cos(xy) + x^2 \operatorname{sen}(x^2 y)$.

13. $\mathbf{0}$.

15. $(10y - 8z)\mathbf{i} + (6z - 10x)\mathbf{j} + (8x - 6y)\mathbf{k}$.

17. $-\operatorname{sen} x$.

19. x.

21. (a) $\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{F}) = \nabla \cdot (0, -z, 2xy) = 0$.
(b) No, puesto que $\nabla \times \mathbf{F} \neq \mathbf{0}$.

23. (a) $ze^{xz} + x\cos(xy) + 2x^5y^3z$.
(b) $(3x^5y^2z^2, xe^{xz} - 5x^4y^3z^2, y\cos(xy))$.

25. (a) No tiene sentido. (b) No tiene sentido.
(c) No tiene sentido. (d) Campo vectorial.
(e) No tiene sentido. (d) Función escalar.

27. $\nabla \cdot \mathbf{F} = \dfrac{\partial f}{\partial x} + \dfrac{\partial g}{\partial y} + \dfrac{\partial h}{\partial z} = 0$ dado que f, g y h no dependen de x, y y z, respectivamente.

29. $\nabla \times \nabla f = \mathbf{0}$.

31. $\nabla \times \nabla f = \mathbf{0}$.

33. $\nabla \times \mathbf{F} \neq \mathbf{0}$.

35. Sea $\mathbf{F} = F_1\mathbf{i} + F_2\mathbf{j} + F_3\mathbf{k}$, calcular ambos lados de la identidad.

37. (a) $2xy\mathbf{i} + x^2\,\mathbf{j}$.
(b) $(3y^2xz, 4xz - y^3z, 0)$.
(c) $(-y^3zx^3, 2x^2y^4z, 2x^3z^2 - 2xy)$.
(d) $4x^2yz^2 + x^2$.

39. No.

41. Separar cada expresión en sus partes real e imaginaria y después tratar la cantidad resultante como un campo vectorial en $\mathbb{R}^2$. Calcular directamente su rotacional y divergencia. En (a), $\mathbf{F} = (x^2 - y^2)\mathbf{i} - 2xy\mathbf{j}$; en (b), $\mathbf{F} = (x^3 - 3xy^2)\mathbf{i} + (y^3 - 3x^2y)\mathbf{j}$; y en (c), $\mathbf{F} = (e^x \cos y)\mathbf{i} - (e^x \operatorname{sen} y)\mathbf{j}$. Demostrar que $\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{F} = 0$ y $\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{F} = 0$ en cada caso.

Ejercicios de repaso del Capítulo 4

1. $\mathbf{v}(1) = (3, -e^{-1}, -\pi/2)$; $\mathbf{a}(1) = (6, e^{-1}, 0)$;

$$s(1) = \sqrt{9 + e^{-2} + \frac{\pi^2}{4}}; \mathbf{l}(t) = (2, e^{-1}, 0) + (t-1)(3, -e^{-1}, -\pi/2).$$

3. $\mathbf{v}(0) = (1, 1, 0)$; $\mathbf{a}(0) = (1, 0, -1)$;

$s = \sqrt{2}$; $l(t) = (1, 0, 1) + t(1, 1, 0)$.

5. Vector tangente: $\mathbf{v} = -(1/\sqrt{2})\mathbf{i} + (1/\sqrt{2})\mathbf{j} + \mathbf{k}$.
Vector aceleración: $\mathbf{a} = -(1/\sqrt{2})(\mathbf{i} + \mathbf{j})$.

7. $m(2, 0, -1)$.

9. (a) $\mathbf{v} = (-\operatorname{sen} t, \cos t, \sqrt{3})$, $\mathbf{a} = (-\cos t, -\operatorname{sen} t, 0)$.
(b) $\mathbf{l}(t) = (1, 0, 0) + t(0, 1, \sqrt{3})$. (c) 4π.

11.
$$\nabla \times \mathbf{F} = \left(\frac{4Ayz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} - \frac{4Ayz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{4Axz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} - \frac{4Axz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{4Axy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} - \frac{4Axy}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \right) = (0, 0, 0).$$

13. $\displaystyle\int_1^4 \sqrt{1 + \tfrac{4}{9}t^{-2/3} + \tfrac{4}{25}t^{-6/5}}\, dt$.

15. (a) $\mathbf{v} = (-2t\operatorname{sen}(t^2), 2t\cos(t^2), 0)$; $s = 2t$.
(b) $\left(\dfrac{1}{2}, -\dfrac{\sqrt{3}}{2}, 0\right)$.
(c) $\sqrt{5\pi/3}$.