

Solución

Tenemos que comprobar que $\mathbf{c}'(t) = \mathbf{F}(\mathbf{c}(t))$. El lado izquierdo es $(-\sin t)\mathbf{i} + (\cos t)\mathbf{j}$, mientras que el lado derecho es $\mathbf{F}(\cos t, \sin t) = (-\sin t)\mathbf{i} + (\cos t)\mathbf{j}$, por lo que tenemos una línea de flujo. Como sugiere la Figura 4.3.3, las restantes líneas de flujo también son circunferencias y tienen la forma

$$\mathbf{c}(t) = (r \cos(t - t_0), r \sin(t - t_0))$$

para r y t_0 constantes. ▲

En muchos casos, no es posible obtener las fórmulas explícitas para las líneas de flujo, por lo que es necesario recurrir a métodos numéricos. La Figura 4.3.10 muestra la gráfica obtenida mediante un programa que calcula numéricamente las líneas de flujo y las muestra en pantalla.

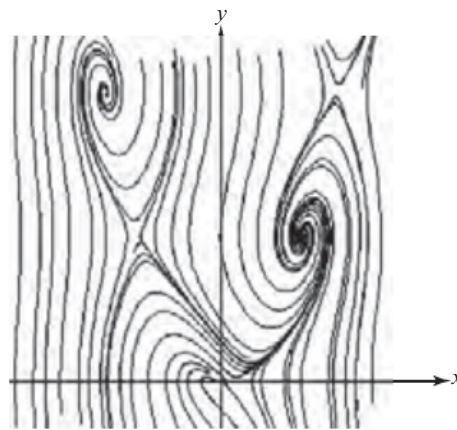


Figura 4.3.10 Curvas integrales generadas por computadora del campo vectorial $\mathbf{F}(x, y) = (\sin y)\mathbf{i} + (x^2 - y)\mathbf{j}$. Esta imagen se ha creado con 3D-XplorMath, disponible en el sitio web de Richard Palais en <http://3D-XplorMath.org>.

Nota histórica

Concepto de campo

El concepto de “campo”, entendido como campo vectorial, ha tenido un enorme impacto sobre el desarrollo de las bases conceptuales para la física y la ingeniería. Esta es realmente una de las ideas que supusieron un gran avance en la historia del pensamiento humano. Se trata de un concepto que nos permite describir, de una forma sistemática, las influencias sobre objetos y entre objetos espacialmente separados.

La idea de campo comenzó con el concepto de campo gravitatorio de Newton. En este caso, el campo gravitatorio describe la atracción de un grupo de cuerpos entre sí. De forma similar, el campo eléctrico generado por un objeto o grupo de objetos cargado crea, de acuerdo con la ley de Coulomb, una fuerza sobre otro objeto cargado. El uso de campos vectoriales para describir estas fuerzas ha conducido a una mejor comprensión de las fuerzas de atracción y repulsión existentes en la naturaleza.

Sin embargo, fue el monumental descubrimiento de las ecuaciones de Maxwell, que describen la propagación de la energía electromagnética, lo que cimentó el concepto de “campo” en el pensamiento científico. Este ejemplo es particularmente interesante porque estos campos se pueden *propagar*. El contraste entre el campo electromagnético que se puede propagar y el campo gravitatorio que implica una *acción instantánea a distancia* originó un gran interés entre los filósofos de la ciencia.

La idea de Einstein es que la gravitación se puede describir en términos de las propiedades métricas del espacio-tiempo y que en esta teoría los campos asociados