

Ejemplo 3

Interpretar la ecuación química $2\text{NH}_2 + \text{H}_2 = 2\text{NH}_3$ como una relación algebraica de pares ordenados.

Solución

Podemos pensar en la molécula N_xH_y (x átomos de nitrógeno, y átomos de hidrógeno) como el par ordenado (x, y) . Entonces la ecuación química dada es equivalente a $2(1, 2) + (0, 2) = 2(1, 3)$. Claramente, ambos lados de la ecuación son iguales a $(2, 6)$. ▲

Geometría de las operaciones vectoriales

Volvamos a la geometría de estas operaciones en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 . Por el momento, definimos un **vector** como un segmento recto que nace en el origen; es decir, un segmento recto con un tamaño y una dirección específicos que parte del origen. La Figura 1.1.4 muestra varios vectores, dibujados como flechas que parten del origen. En los textos, los vectores se suelen denotar mediante letras en negrita, como, por ejemplo, \mathbf{a} . Cuando se escribe a mano, suelen escribirse como \vec{a} o simplemente como a , a veces con una línea recta u ondulada debajo.

Usando esta definición de vector, asociamos con cada vector \mathbf{a} el punto (a_1, a_2, a_3) donde termina \mathbf{a} y, recíprocamente, podemos asociar un vector \mathbf{a} con cada punto (a_1, a_2, a_3) en el espacio. Por tanto, identificaremos \mathbf{a} con (a_1, a_2, a_3) y escribiremos $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$. Por esta razón, los elementos de \mathbb{R}^3 no son únicamente ternas ordenadas de números reales, sino también vectores. La terna $(0, 0, 0)$ se denota como $\mathbf{0}$. Decimos que a_1, a_2 y a_3 son las **componentes** de \mathbf{a} o, si pensamos en \mathbf{a} como en un punto, decimos que son sus **coordenadas**.

Dos vectores $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ y $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$ son iguales si y solo si $a_1 = b_1, a_2 = b_2$ y $a_3 = b_3$. Geométricamente, esto quiere decir que \mathbf{a} y \mathbf{b} tienen la misma dirección y sentido, y la misma longitud (o “tamaño”).

Geométricamente, definimos la suma de vectores de la siguiente forma. En el plano que contiene los vectores $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ y $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$ (véase la Figura 1.1.5), se forma el paralelogramo cuyos lados adyacentes

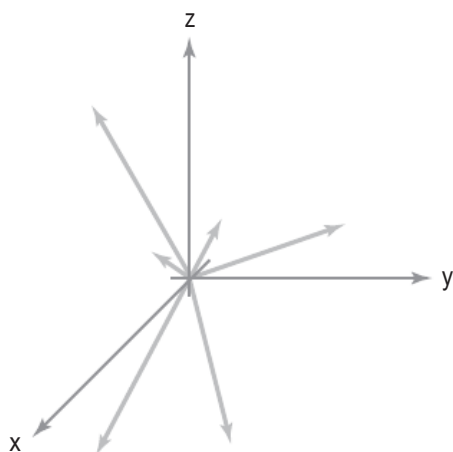


Figura 1.1.4 Geométricamente, los vectores se representan mediante flechas que parten del origen.

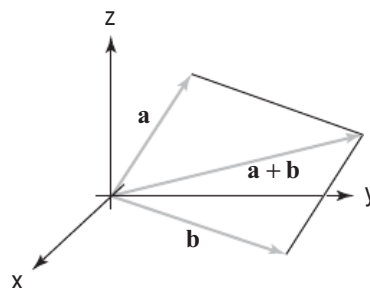


Figura 1.1.5 Geometría de la suma de vectores.