iv) $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & -4 & -4 & -4 \\ -4 & 3 & 3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 4 & 5 \\ 9 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 8 & 8 \end{pmatrix}$

b) Pruebe también su conclusión generando matrices aleatorias de $n \times n$ (genere cuando menos seis pares con diferentes valores de n. Incluya un par en el que una de las matrices sea no invertible. Incluya matrices con elementos complejos).

5. *a*) Para las siguientes matrices, formule una conclusión respecto a `det(A)` y `det(inv(A))`.

i) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ **ii)** $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ **iii)** $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ **iv)** $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 9 \end{pmatrix}$

b) Pruebe su conclusión con varias (cuando menos seis) matrices aleatorias invertibles de $n \times n$ para diferentes valores de n. Incluya matrices con elementos complejos.

c) (*Lápiz y papel*) Pruebe su conclusión utilizando la definición de la inversa (es decir, considere AA^{-1}) y la propiedad descubierta en el problema 4 de MATLAB de esta sección.

6. Sea `A=2*rand(6)-1`.

a) Elija i, j y c y sea B la matriz obtenida al realizar la operación con renglones $R_j \rightarrow cR_i + R_j$ sobre A. Compare det(A) y det(B). Repita para cuando menos otros cuatro valores de i, j y c. ¿A qué conclusión llega sobre la relación entre el determinante de A y el determinante de la matriz obtenida a partir de A realizando el tipo de operación con renglones dada?

b) Siga las instrucciones del inciso *a*) pero para la operación con renglones $R_i \rightarrow cR_i$.

c) Siga las instrucciones del inciso *a*) pero para la operación con renglones que intercambia R_i y R_j.

d) Para cada operación con renglones realizada en *a*), *b*) y *c*) encuentre la matriz elemental F tal que FA sea la matriz obtenida al realizar la operación sobre los renglones de A. Encuentre det(F). Explique los resultados obtenidos en los incisos *a*), *b*) y *c*) utilizando su observación sobre det(F) y su conclusión del problema 4 de MATLAB en esta sección.

7. Es sabido que si A es una matriz triangular superior, entonces det(A) es el producto de los elementos de la diagonal. Considere la siguiente matriz M, donde A, B y D son matrices aleatorias de $n \times n$ y 0 representa a la matriz que consiste sólo de ceros:

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & D \end{pmatrix}$$

¿Puede obtener una relación entre det(M) y los determinantes de A, B y D?

a) Introduzca matrices aleatorias de $n \times n$, A, B y D. Sea `C=zeros(n)`. A partir de la matriz bloque, $M = [A, B; C, D]$. Pruebe su conclusión (si todavía no ha formulado una conclusión, encuentre los determinantes de M, A, B y D y busque patrones). Repita para otros n, A, B y D.

b) Repita el proceso anterior para

$$M = \begin{pmatrix} A & B & C \\ 0 & D & E \\ 0 & 0 & F \end{pmatrix}$$

donde A, B, C, D, E y F son matrices aleatorias de $n \times n$ y 0 representa a la matriz de $n \times n$ cuyos elementos son todos cero (es decir `zeros(n)`).