

$$\begin{aligned}
 & \xrightarrow{R_2 \rightarrow \frac{1}{6.25}R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0.65 & 0.383333 & 1.78167 \\ 0 & 1 & 0.834667 & -0.027464 \\ 0 & -4.8 & 0.233334 & 18.7867 \end{array} \right) \\
 & \xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 - 4.8R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0.65 & 0.383333 & 1.78167 \\ 0 & 1 & 0.834667 & -0.027464 \\ 0 & 0 & 4.23974 & 18.6549 \end{array} \right) \\
 & \text{nuevo pivote} \rightarrow 4.23974 \\
 & \xrightarrow{R_3 \rightarrow \frac{1}{4.23974}R_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0.65 & 0.383333 & 1.78167 \\ 0 & 1 & 0.834667 & -0.027464 \\ 0 & 0 & 1 & 4.4001 \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

La matriz se encuentra ahora en la forma escalonada por renglones. Usando la sustitución regresiva se obtiene

$$\begin{aligned}
 x_3 &\approx 4.40001 \\
 x_2 &\approx -0.027464 - 0.834667x_3 = -0.027464 - (0.834667)(4.40001) = -3.70001 \\
 x_1 &\approx 1.78167 - (0.65)(x_2) - (0.383333)x_3 = 1.78167 - (0.65)(-3.70001) \\
 &\quad - (0.383333)(4.40001) = 2.50001
 \end{aligned}$$

La solución exacta es $x_1 = 2.5$, $x_2 = -3.7$ y $x_3 = 4.4$. Nuestras respuestas sin duda son bastante exactas.

Observación. El ejemplo D.2 ilustra lo laborioso que resulta utilizar este método sin calculadora, en especial si se requieren varios dígitos significativos.

El siguiente ejemplo muestra la manera en la cual el pivoteo puede reducir significativamente los errores. En este caso se redondea sólo a tres decimales, con lo cual se introducen errores más grandes.

EJEMPLO D.3 El pivoteo parcial puede dar mejores resultados

Considere el sistema

$$\begin{aligned}
 0.0002x_1 - 0.00031x_2 + 0.0017x_3 &= 0.00609 \\
 5x_1 - 7x_2 + 6x_3 &= 7 \\
 8x_1 + 6x_2 + 3x_3 &= 2
 \end{aligned}$$

La solución exacta es $x_1 = -2$, $x_2 = 1$, $x_3 = 4$. Primero se procede a resolver el sistema por eliminación gaussiana sin pivoteo, redondeando a tres cifras significativas.

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{array}{ccc|c} 0.0002 & -0.00031 & 0.0017 & 0.00609 \\ 5 & -7 & 6 & 7 \\ 8 & 6 & 3 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \rightarrow \frac{1}{0.0002}R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1.55 & 8.5 & 30.5 \\ 5 & -7 & 6 & 7 \\ 8 & 6 & 3 & 2 \end{array} \right) \\
 & \xrightarrow{\begin{array}{l} R_2 \rightarrow R_2 - 5R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - 8R_1 \end{array}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1.55 & 8.5 & 30.5 \\ 5 & 0.75 & -36.5 & -146 \\ 8 & 18.4 & -65 & -242 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 \rightarrow \frac{1}{0.75}R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1.55 & 8.5 & 30.5 \\ 0 & 1 & -48.7 & -195 \\ 8 & 18.4 & -65 & -242 \end{array} \right)
 \end{aligned}$$