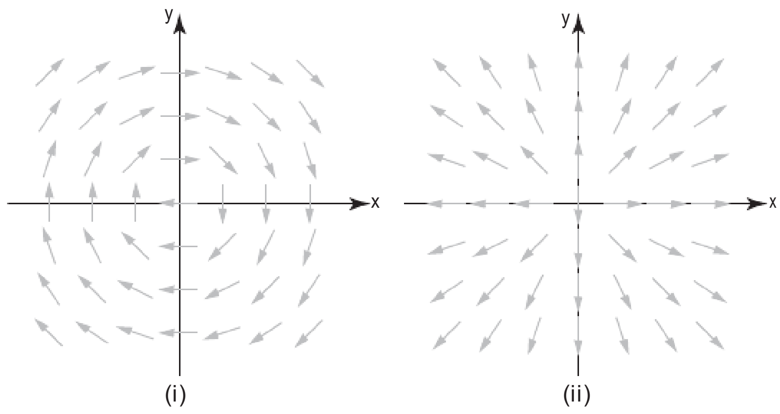

Figura 4.3.12 Ejercicio 10.

En los Ejercicios 11 a 14, dibujar algunas líneas de flujo del campo vectorial dado.

11. $\mathbf{F}(x, y) = (y, -x)$

12. $\mathbf{F}(x, y) = (x, -y)$

13. $\mathbf{F}(x, y) = (x, x^2)$

14. $\mathbf{F}(x, y, z) = (y, -x, 0)$

En los Ejercicios 15 a 18, demostrar que la curva dada $\mathbf{c}(t)$ *es una línea de flujo del campo vectorial de velocidades dado* $\mathbf{F}(x, y, z)$.

15. $\mathbf{c}(t) = (e^{2t}, \log|t|, 1/t)$, $t \neq 0$; $\mathbf{F}(x, y, z) = (2x, z, -z^2)$

16. $\mathbf{c}(t) = (t^2, 2t-1, \sqrt{t})$, $t > 0$; $\mathbf{F}(x, y, z) = (y+1, 2, 1/2z)$

17. $\mathbf{c}(t) = (\operatorname{sen} t, \cos t, e^t)$; $\mathbf{F}(x, y, z) = (y, -x, z)$

18. $\mathbf{c}(t) = (\frac{1}{t^3}, e^t, \frac{1}{t})$; $\mathbf{F}(x, y, z) = (-3z^4, y, -z^2)$

19. Sea $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2, yx^2, z + zx)$ y $\mathbf{c}(t) = (\frac{1}{1-t}, 0, \frac{e^t}{1-t})$. Demostrar que $\mathbf{c}(t)$ es una línea de flujo para $\mathbf{F}$.

20. Demostrar que $\mathbf{c}(t) = (a \cos t - b \operatorname{sen} t, a \operatorname{sen} t + b \cos t)$ es una línea de flujo para $\mathbf{F}(x, y) = (-y, x)$ para todos los valores reales de a y b.

21. (a) Sea $\mathbf{F}(x, y, z) = (yz, xz, xy)$. Determinar una función $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tal que $\mathbf{F} = \nabla f$.

(b) Sea $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z)$. Determinar una función $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ tal que $\mathbf{F} = \nabla f$.

22. Sea $f(x, y) = x^2 + y^2$. Dibujar el campo vectorial gradiente ∇f junto con algunos conjuntos de nivel de f. ¿Cómo se relacionan?

23. Demostrar que se necesita la mitad de energía para poner un satélite en una órbita justo encima de la Tierra que para hacerlo escapar de la órbita de la Tierra (ignorar el movimiento de rotación de la Tierra).

24. Sea $\mathbf{c}(t)$ una línea de flujo de un campo gradiente $\mathbf{F} = -\nabla V$. Demostrar que $V(\mathbf{c}(t))$ es una función decreciente de t.

25. Suponiendo que todas las isotermas de una región son esferas concéntricas centradas en el origen, demostrar que el campo vectorial que representa el flujo de energía apunta bien hacia el origen, bien saliendo de él.

26. Dibujar el campo gradiente $-\nabla V$ para $V(x, y) = (x + y)/(x^2 + y^2)$ y la superficie equipotencial $V = 1$.

27. Sea $\mathbf{F}(x, y, z) = (xe^y, y^2z^2, xyz)$ y sea $\mathbf{c}(t) = \big(x(t), y(t), z(t)\big)$ una línea de flujo para $\mathbf{F}$. Hallar el sistema de ecuaciones diferenciales que las funciones $x(t), y(t)$ y $z(t)$ deben satisfacer.