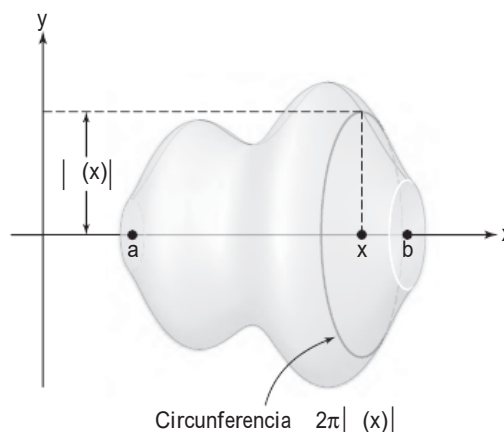


**Figura 7.4.3** La curva  $y = f(x)$  girada alrededor del eje  $x$ .



Si  $S$  es la superficie de revolución, entonces  $2\pi|f(x)|$  es la circunferencia de la sección vertical a  $S$  en el punto  $x$  (Figura 7.4.3). Entonces podemos escribir

$$2\pi \int_a^b |f(x)| \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx = \int_c 2\pi|f(x)| ds,$$

donde la expresión de la derecha es la integral de  $2\pi|f(x)|$  a lo largo de la trayectoria dada por  $\mathbf{c}: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto (t, f(t))$ . Por tanto, *la superficie lateral de un sólido de revolución se obtiene integrando las longitudes de las circunferencias que limitan las secciones a lo largo de la trayectoria que es la gráfica de la función dada.*

### Nota histórica

El matemático más famoso de la antigüedad fue Arquímedes. Además de ser un matemático extraordinariamente dotado, era también un genio de la ingeniería a un nivel nunca visto antes y fue enormemente admirado por sus contemporáneos y por los escritores posteriores a causa de su perspicacia para la mecánica. Fueron esas habilidades las que ayudaron a las gentes de la ciudad de Siracusa en el año 214 a.C. a defender su ciudad frente al ataque de las legiones romanas comandadas por Marcelo.

Cuando los romanos sitiaron la ciudad, se encontraron con un enemigo al que Arquímedes había suministrado—de forma totalmente inesperada—poderosas armas, incluyendo artillería y espejos, que, según la leyenda, sirvieron para incendiar la flota romana.

El sitio de Siracusa duró dos años y la ciudad finalmente cayó como resultado de una traición. Durante el asalto, el anciano científico fue asesinado por un soldado romano, a pesar de que el comandante había pedido a sus hombres que respetaran la vida de Arquímedes. Según cuenta la historia, Arquímedes estaba sentado delante de su casa estudiando algunas figuras geométricas que había dibujado en la arena. Cuando un soldado romano se aproximó, Arquímedes le gritó, “¡No estropees mis figuras!”. El rufián, al sentirse insultado, mató a Arquímedes.

En honor a este gran hombre, Marcelo erigió una tumba para Arquímedes en la que, de acuerdo con los deseos de Arquímedes, se dibujaron un cono, una esfera y un cilindro (Figura 7.4.4).