***c*)** Sea **w** un vector aleatorio de 7×1. Encuentre **h**, la proyección de **w** sobre H y **p**, la proyección de **w** sobre $H^{\perp}$ (vea el problema 7 de esta sección de MATLAB). Verifique que $\mathbf{w} = \mathbf{p} + \mathbf{h}$. Repita para otros tres vectores **w**.

***d*)** Verifique que $BB^{\top} + CC^{\top} = I$, donde I es la matriz identidad.

***e*)** (*Lápiz y papel*) Pruebe la relación en el inciso *d*).

9. ***a*)** (*Lápiz y papel*) Suponga que $\{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ es una base ortonormal para $\mathbb{R}^n$ y B es la matriz $[\mathbf{u}_1 \ldots \mathbf{u}_n]$. Sea **v** un vector en $\mathbb{R}^n$. Haciendo uso del teorema 6.1.4, explique por qué se pueden encontrar las coordenadas de **v** respecto a la base $\{\mathbf{u}_1, \ldots, \mathbf{u}_n\}$ mediante $B^{\top}\mathbf{v}$.

***b*)** (*Lápiz y papel*) Recuerde que si θ es el ángulo entre **u** y **w**, entonces $\cos(\theta) = \dfrac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}}{|\mathbf{u}||\mathbf{w}|}$. Suponga que $|\mathbf{w}| = 1$. Usando el teorema 6.1.4, pruebe que las coordenadas de **w** respecto a una base ortonormal se pueden interpretar como los cosenos de los ángulos que forma **w** con cada uno de los vectores de la base; es decir, la coordenada de **w** que corresponde al coeficiente del *i*-ésimo vector de la base es igual al coseno del ángulo entre **w** y ese vector.

***c*)** Verifique esta interpretación encontrando los ángulos entre el vector dado **w** y la base ortonormal $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ para $\mathbb{R}^2$. Primero, haga un bosquejo a mano para decidir qué ángulos espera (utilice el comando `acos` de MATLAB. Con `doc acos` se obtiene una descripción. Para cambiar el ángulo de radianes a grados, multiplique por $\dfrac{180}{\pi}$).

i) $\mathbf{w}$ = vector de longitud 1 en la dirección de $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ii) $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\mathbf{v}_1$ = vector de longitud 1 en la dirección de $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\mathbf{v}_2$ = vector de longitud 1 en la dirección de $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

***d*)** Verifique que $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix} \right\}$ es una base ortonormal para $\mathbb{R}^3$. Sea $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Encuentre los ángulos entre **s** y cada vector de la base. Primero construya $\mathbf{w} = \dfrac{\mathbf{s}}{|\mathbf{s}|}$. Los ángulos entre **w** y los vectores de la base serán iguales a los ángulos entre **s** y estos vectores. Repita para otro vector **s**.

10. Verifique que las siguientes matrices son ortogonales.

***a*)** $\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = B$

***b*)** $\left(\dfrac{1}{14}\right)\begin{pmatrix} -4 & -6 & 12 \\ 6 & -12 & -4 \\ 12 & 4 & 6 \end{pmatrix} = B_1$

***c*)** $\left(\dfrac{1}{39}\right)\begin{pmatrix} -13 & 14 & -34 \\ -26 & -29 & -2 \\ -26 & 22 & 19 \end{pmatrix} = B_2$

***d*)** `orth(rand(3))` $= B_3$