por lo que la integral es

$$\int_{\mathbf{c}} \operatorname{sen} z\, dx + \cos z\, dy - (xy)^{1/3}\, dz$$
$$= \int_0^{7\pi/2} (-3\cos^2\theta \operatorname{sen}^2\theta + 3\operatorname{sen}^2\theta\cos^2\theta - \cos\theta \operatorname{sen}\theta)\, d\theta.$$

Los dos primeros términos se cancelan, y por tanto tenemos

$$-\int_0^{7\pi/2} \cos\theta \operatorname{sen}\,\theta\, d\theta = -\left[\frac{1}{2}\operatorname{sen}^2\theta\right]_0^{7\pi/2} = -\frac{1}{2}.$$

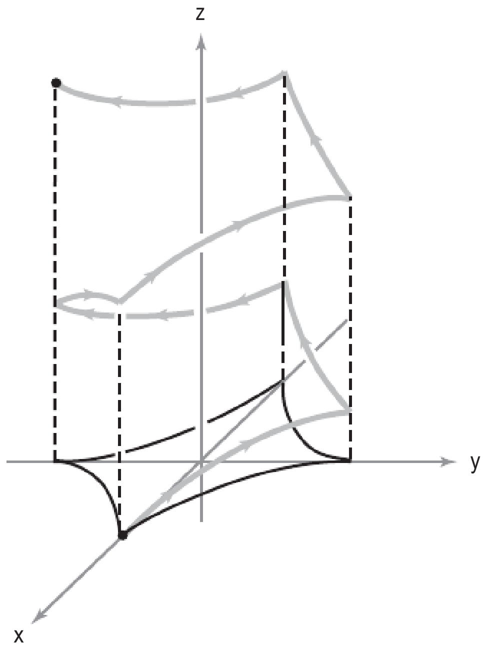

Figura 7.2.2 Imagen de la trayectoria $x = \cos^3\theta$, $y = \operatorname{sen}^3\theta$, $z = \theta$; $0 \le \theta \le 7\pi/2$.

▲

Ejemplo 5 Supongamos que **F** es el campo vectorial de fuerza $\mathbf{F}(x, y, z) = x^3\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$. Parametrizar la circunferencia de radio a en el plano yz haciendo que $\mathbf{c}(\theta)$ tenga componentes

$$x = 0, \qquad y = a\cos\theta, \qquad z = a\operatorname{sen}\theta, \qquad 0 \le \theta \le 2\pi.$$

Como $\mathbf{F}(\mathbf{c}(\theta)) \cdot \mathbf{c}'(\theta) = 0$, el campo de fuerza **F** es normal a la circunferencia en todo punto de la misma, por lo que **F** no realizará ningún trabajo sobre una partícula en movimiento a lo largo de la circunferencia (Figura 7.2.3). Podemos verificar mediante un cálculo directo que el trabajo realizado por **F** es cero:

$$W = \int_{\mathbf{c}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int_{\mathbf{c}} x^3\, dx + y\, dy + z\, dz$$
$$= \int_0^{2\pi} (0 - a^2\cos\theta \operatorname{sen}\theta + a^2\cos\theta\ \operatorname{sen}\theta)\, d\theta = 0.$$