Ejercicios con MATLAB 3.2

1. ***a)*** Sea `A=round(10*(2*rand(n)-1))` para $n = 2$. Encuentre `det(A)`. Ahora encuentre `det(2*A)`. Repita para $n = 3$ y $n = 4$.

b) (*Papel y lápiz*) Concluya una fórmula para det($2A$) en términos de n y det(A). Concluya una fórmula para det(kA) para k general.

c) Use MATLAB para probar su fórmula para det ($3A$).

d) (*Papel y lápiz*) Pruebe la fórmula utilizando las propiedades aprendidas en esta sección.

2. Para las siguientes matrices, primero encuentre det (A). Después reduzca A a la forma triangular superior U, utilizando operaciones con renglones de la forma $R_j \to R_j + cR_i$, o intercambiando R_i y R_j Encuentre det (U) y verifique que det (A) = $(-1)^k$ det (U), donde k es el número de intercambios de renglones realizado en el proceso de reducción.

a) $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ ***b)*** $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

c) Para esta matriz, antes de cada operación con renglones, intercambie los renglones de manera que el elemento en la posición pivote sea el de mayor valor absoluto de los elementos posibles a usar como ese pivote:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

d) Elija una matriz aleatoria A de $n \times n$ y redúzcala a la forma triangular superior encontrando la descomposición LU de A mediante el comando `[L,U,P]=lu(A)`. Use P para determinar el número de intercambios de renglones realizados y verifique que det (A) = $(-1)^k$ det (U), donde k es el número de intercambios de renglones. Describa el papel de det(P). Repita para otras dos matrices A.

3.3 Determinantes e inversas

En esta sección se analiza la forma en que se pueden calcular las inversas de las matrices haciendo uso de los determinantes. Más aún, se completa la tarea iniciada en el capítulo 2, de probar el importante teorema de resumen (vea los teoremas 2.4.7 y 2.6.4), que muestra la equivalencia de varias propiedades de las matrices. Se comienza con un resultado sencillo.

Teorema 3.3.1

Si A es invertible, entonces det $A \neq 0$ y

$$\boxed{\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}} \tag{3.3.1}$$