Definición 2.2.1

Producto escalar

Sean $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$ y $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$ dos vectores. Entonces el **producto escalar** de **a** y **b** denotado por $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, está dado por

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n \tag{2.2.1}$$

Producto punto

Producto interno

Debido a la notación en (2.2.1), el producto escalar se llama con frecuencia **producto punto** o **producto interno** de los vectores. Observe que el producto escalar de dos vectores de dimensión n es un escalar (es decir, es un número).

Advertencia

Al tomar el producto escalar de a y b es necesario que a y b tengan el mismo número de componentes.

A menudo se tomará el producto escalar de un vector renglón y un vector columna. En este caso se tiene

Producto escalar representado como vector renglón por vector columna

vector renglón $1 \times n$

$$(a_1, a_2 \ldots, a_n) \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n \tag{2.2.2}$$

Éste es un número real (un escalar)

vector columna $n \times 1$

EJEMPLO 2.2.2 Producto escalar de dos vectores

Sea $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix}$. Calcule $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$.

SOLUCIÓN ► $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = (-4)(3) + (-2)(-2) + (3)(-5) = -12 + 4 - 15 = -23$.

EJEMPLO 2.2.3 Producto escalar de dos vectores

Sea $\mathbf{a} = (2, -5, 4, -6)$ y $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix}$. Calcule $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$.

SOLUCIÓN ► Aquí $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = (2)(1) + (-5)(0) + (4)(-7) + (-6)(3) = 2 + 0 - 28 - 18 = -44$.