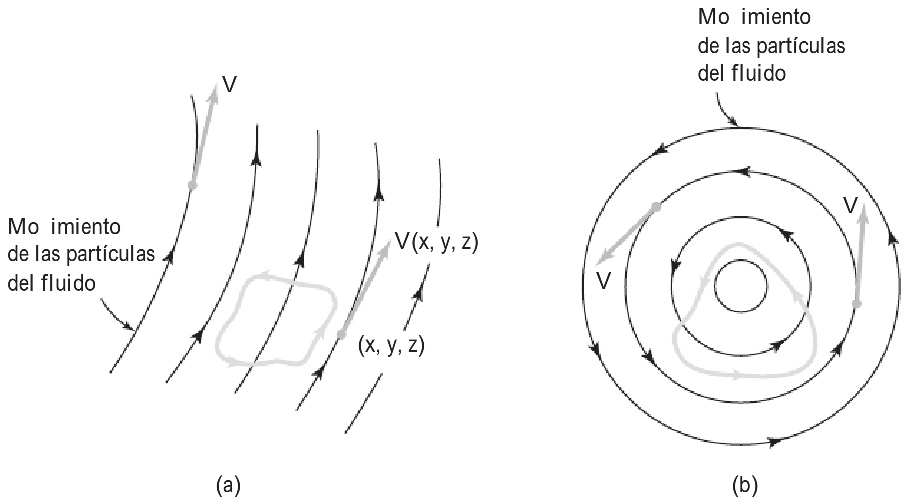

Figura 8.2.7 Circulación de un campo vectorial (campo de velocidades de un fluido): (a) la circulación alrededor de C es cero; (b) circulación no nula alrededor de C ("remolino").

> **Circulación y rotacional** El producto escalar de rot $\mathbf{V}(\mathrm{P})$ por un vector unitario $\mathbf{n}$, es decir, rot $\mathbf{V}(\mathrm{P}) \cdot \mathbf{n}$, es igual a la circulación de $\mathbf{V}$ por unidad de área en P sobre una superficie perpendicular a $\mathbf{n}$.

Obsérvese que la magnitud de rot $\mathbf{V}(\mathrm{P}) \cdot \mathbf{n}$ se maximiza cuando $\mathbf{n} =$ rot $\mathbf{V}/\|\text{rot } \mathbf{V}\|$ (evaluado en P). Por tanto, el efecto de rotación en P es mayor alrededor del eje que es paralelo a rot $\mathbf{V}/\|\text{rot } \mathbf{V}\|$. Por esto, rot $\mathbf{V}$ es adecuadamente denominado ***vector vorticidad***.

Podemos utilizar estas ideas para calcular el rotacional en coordenadas cilíndricas. .

Ejemplo 4 Sean $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z$ los vectores unitarios asociados a las coordenadas cilíndricas, como se muestra en la Figura 8.2.8. Sea $\mathbf{F} = F_r\mathbf{e}_r + F_\theta\mathbf{e}_\theta + F_z\mathbf{e}_z$. (Los subíndices en este caso denotan componentes de $\mathbf{F}$, no derivadas parciales.) Hallar una fórmula para la componente $\mathbf{e}_r$ de $\nabla \times \mathbf{F}$ en coordenadas cilíndricas.

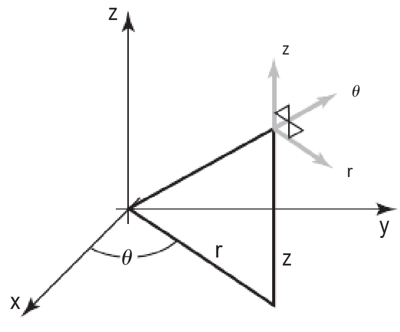

Figura 8.2.8 Vectores ortonormales $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\theta$ y $\mathbf{e}_z$ asociados a las coordenadas cilíndricas. El vector $\mathbf{e}_r$ es paralelo a la línea etiquetada con r.

Solución Sea S la superficie mostrada en la Figura 8.2.9. El área de S es $r\,d\theta\,dz$ y la normal unitaria es $\mathbf{e}_r$. La integral de $\mathbf{F}$ alrededor de los bordes de S es aproximadamente