para estas caras. Del mismo modo, la contribución de las caras ortogonales a la dirección ϕ es

$$\frac{1}{\rho \operatorname{sen}\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}(\operatorname{sen}\phi F_\phi), \qquad \text{y para la dirección } \theta, \qquad \frac{1}{\rho \operatorname{sen}\phi}\frac{\partial F_\theta}{\partial\theta}.$$

Sustituyendo (11) y estas expresiones en la Ecuación (9) y tomando el límite se obtiene la Ecuación (8).

Ecuaciones de Maxwell y la predicción de las ondas de radio: el inicio de la revolución en las comunicaciones

Ahora vamos a abordar las *ecuaciones de Maxwell*, que gobiernan la propagación de los campos electromagnéticos. La forma de estas ecuaciones depende de las unidades físicas que se estén empleando y el cambio de unidades introduce factores como 4π y la velocidad de la luz. Elegiremos el sistema en el que las ecuaciones de Maxwell son más sencillas.

Sean $\mathbf{E}$ y $\mathbf{H}$ funciones de clase C^1 de (t, x, y, z) que son campos vectoriales para cada t. Por definición, satisfacen la ***ecuación de Maxwell con densidad de carga*** $\rho(t, x, y, z)$ y ***densidad de corriente*** $\mathbf{J}(t, x, y, z)$ cuando se cumplen las siguientes condiciones:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho \text{ (ley de Gauss)}, \tag{12}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \text{ (sin fuentes negativas)}, \tag{13}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \mathbf{0} \text{ (ley de Faraday)}, \tag{14}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{J} \text{ (ley de Ampère)}. \tag{15}$$

En las Secciones 8.2 y 8.4 hemos descrito en forma integral las Ecuaciones (4) y (6) de estas leyes; históricamente, surgen en estas formas como leyes observadas físicamente. Hemos mencionado la ley de Ampère como un caso especial en la Sección 7.2, Ejemplo 12.

Físicamente, interpretamos $\mathbf{E}$ como el ***campo eléctrico*** y $\mathbf{H}$ como el ***campo magnético***. De acuerdo con las ecuaciones anteriores, a medida que transcurre el tiempo t, estos campos interactúan entre sí y con cualesquiera cargas y corrientes que estén presentes. Por ejemplo, la propagación de las ondas electromagnéticas (señales de TV, ondas de radio, la luz procedente del Sol, etc.) en el vacío está gobernada por estas ecuaciones con $\mathbf{J} = 0$ y $\rho = 0$.

Dado que $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$, podemos aplicar el Teorema 8 (de la Sección 8.3) para concluir que $\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A}$ para algún campo vectorial $\mathbf{A}$. (Estamos suponiendo que $\mathbf{H}$ está definido en todo $\mathbb{R}^3$ para cada instante t). El campo vectorial $\mathbf{A}$ no es único y podemos emplear $\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla f$ igualmente para cualquier función de $f(t, x, y, z)$, dado que $\nabla \times \nabla f = 0$. (Esta libertad de elección de $\mathbf{A}$ se denomina *libertad de recalibración, gauge freedom*). Para cualquier elección de $\mathbf{A}$, tenemos, por la Ecuación (6),

$$\mathbf{0} = \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t}\nabla \times \mathbf{A}$$