9. $\begin{vmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 1 \\ 3 & 2 & \frac{1}{3} \\ \frac{10}{3} & 3 & \frac{7}{3} \end{vmatrix}$

10. $\begin{vmatrix} -2 & -10 & 7 & 0 \\ 0 & -5 & 4 & -1 \\ 0 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$

11. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix}$

12. $\begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 7 & 0 & 0 \\ 5 & 8 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 6 \end{vmatrix}$

13. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 & -4 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -2 & 5 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 7 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

14. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 & 5 \\ 0 & 1 & 7 & 8 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{vmatrix}$

15. $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ -9 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 0 & -2 & -7 \\ 9 & -9 & 0 & -5 & 0 \end{vmatrix}$

16. $\begin{vmatrix} -8 & 0 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & -8 & 0 & -7 & 1 \\ 0 & 9 & -3 & 0 & -4 \\ -5 & 0 & 7 & 5 & 5 \\ -2 & 0 & -10 & 3 & -7 \end{vmatrix}$

17. Demuestre que si A y B son matrices diagonales de $n \times n$, entonces $\det AB = \det A \det B$.

***18.** Demuestre que si A y B son matrices triangulares inferiores, entonces $AB = \det A \det B$.

19. Demuestre que, en general, no se cumple que $\det(A + B) = \det A + \det B$. (Use un contraejemplo.)

20. Muestre que si A es triangular, entonces $\det A \neq 0$ si y sólo si todos los elementos en la diagonal de A son diferentes de cero.

21. Pruebe el teorema 3.1.3 cuando A tiene coordenadas $(0, c)$ o $(a, 0)$.

****22.** Más sobre la interpretación geométrica del determinante: sean $\mathbf{u}_1$ y $\mathbf{u}_2$ dos vectores y sean $\mathbf{v}_1 = A\mathbf{u}_1$ y $\mathbf{v}_2 = A\mathbf{u}_2$. Demuestre que (área generada por $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$) = (área generada por $\mathbf{u}_1$ y $\mathbf{u}_2$) $|\det A|$.

En los problemas 23 a 25 discuta según el parámetro α cuando el determinante de las matrices indicadas es positivo, negativo y cero.

23. $\begin{pmatrix} 2 & a \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

24. $\begin{pmatrix} -5 & a & -1 \\ 5 & 4 & -1 \\ 0 & -a & 1 \end{pmatrix}$

25. $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -5 \\ -2 & -4 & a \\ 4 & -a & 0 \end{pmatrix}$

Ejercicios con MATLAB 3.1

Información de MATLAB

El comando `det(A)` encuentra el determinante de A (`doc det`). Al igual que antes se puede utilizar MATLAB para generar matrices aleatorias de $n \times n$. Por ejemplo,

`A=2*rand(n)-1`	(con elementos entre –1 y 1)
`A=2*rand(n)-1+i*(2*rand(n)-1)`	(con elementos reales e imaginarios entre –1 y 1)
`A=round(10*(2*rand(n)-1))`	(con elementos enteros entre –10 y 10)