



Figura 7.6.10 El campo \mathbf{E} debido a una carga puntual Q es $\mathbf{E} = Q \mathbf{n}/4\pi R^2$.

a una distancia R de Q . La fuerza \mathbf{F} que actúa sobre esta segunda carga, Q_0 , está dada por

$$\mathbf{F} = \mathbf{E}Q_0 = EQ_0\mathbf{n} = \frac{QQ_0}{4\pi R^2}\mathbf{n}.$$

Si F es la magnitud de \mathbf{F} , tenemos

$$F = \frac{QQ_0}{4\pi R^2},$$

que es la *ley de Coulomb* para la fuerza entre dos cargas puntuales.¹⁴



Integrales de superficie sobre gráficas

Por último, vamos a deducir las fórmulas de las integrales de superficie para campos vectoriales \mathbf{F} sobre superficies S que son gráficas de funciones. Consideremos la superficie S descrita por $z = g(x, y)$, donde $(x, y) \in D$, y S está orientada con la normal unitaria que apunta hacia arriba:

$$\mathbf{n} = \frac{-\frac{\partial g}{\partial x}\mathbf{i} - \frac{\partial g}{\partial y}\mathbf{j} + \mathbf{k}}{\sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)^2 + 1}}.$$

Hemos visto que podemos parametrizar S por $\Phi: D \rightarrow \mathbb{R}^3$ dado por $\Phi(x, y) = (x, y, g(x, y))$. En este caso, $\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ se puede escribir de una forma particularmente simple. Tenemos:

$$\mathbf{T}_x = \mathbf{i} + \frac{\partial g}{\partial x}\mathbf{k}, \quad \mathbf{T}_y = \mathbf{j} + \frac{\partial g}{\partial y}\mathbf{k}.$$

¹⁴En ocasiones, se usa la fórmula $F = (1/4\pi\epsilon_0)QQ_0/R^2$. La constante adicional ϵ_0 aparece cuando se utilizan las unidades MKS para medir la carga. Estamos utilizando unidades CGS o gaussianas.