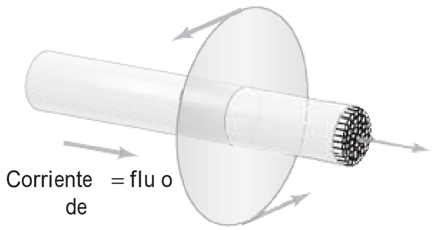

Figura 8.2.15 Ley de Amp ère.

35. La ley de Faraday relaciona la integral de línea del campo eléctrico a lo largo de una espira C con la integral de superficie de la tasa de variación del campo magnético sobre una superficie S con frontera C. Tomando la ecuación $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial\mathbf{H}/\partial t$ como ecuación básica, la ley de Faraday es una consecuencia del teorema de Stokes, como hemos visto en el Ejemplo 4.

Supongamos que tenemos campos eléctrico y magnético dados en el espacio que satisfacen $\nabla\times\mathbf{E} = -\partial\mathbf{H}/\partial t$. Supongamos que C es la frontera de la banda de Möbius mostrada en las Figuras 7.6.3 y 7.6.4. Dado que la banda de Möbius no se puede orientar, el teorema de Stokes no es aplicable. ¿En qué se transforma la ley de Faraday? ¿A qué es igual $\int_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$?

36. (a) Si escribimos en coordenadas esféricas $\mathbf{e}_r = \alpha\mathbf{i} + \beta\mathbf{j} + \gamma\mathbf{k}$, hallar $\alpha, \beta,$ y γ.

(b) Hallar fórmulas similares para $\mathbf{e}_\phi$ y $\mathbf{e}_\theta$.

8.3 Campos conservativos

En la Sección 7.2 hemos visto que para un campo de fuerza gradiente $\mathbf{F} = \nabla f$, las integrales de línea de $\mathbf{F}$ se evaluaban como sigue:

$$\int_{\mathbf{c}} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{s} = f(\mathbf{c}(b)) - f(\mathbf{c}(a)).$$

El valor de la integral solo depende de los puntos extremos $\mathbf{c}(b)$ y $\mathbf{c}(a)$ de la trayectoria. En otras palabras, si usáramos otra trayectoria con los mismos extremos, obtendríamos la misma respuesta. Esto nos lleva a decir que la integral es *independiente de la trayectoria.*

Los campos gradientes son importantes en muchos problemas de la física. Por ejemplo, si $V = -f$ representa una energía potencial (gravitatoria, eléctrica, etc.), entonces $\mathbf{F}$ representa una fuerza.[5] Consideremos el ejemplo de una partícula de masa m en el campo gravitatorio de la Tierra; en este caso, f viene dada por GmM/r o $V = -GmM/r$, donde G es la constante gravitatoria, M es la masa de la Tierra y r es la distancia desde el centro de la Tierra. La fuerza correspondiente es $\mathbf{F} = -(GmM/r^3)\mathbf{r} = -(GmM/r^2)\mathbf{n}$, donde $\mathbf{n}$ es el vector unitario radial. Obsérvese que $\mathbf{F}$ no está definida en el punto $r = 0$.

¿Cuándo son gradientes los campos vectoriales?

Deseamos caracterizar aquellos campos vectoriales que se pueden escribir como un gradiente. El teorema de Stokes simplifica considerablemente esta tarea.

[5] Si se utiliza el signo menos, entonces V es *decreciente* en la dirección de $\mathbf{F}$.