

2

Diferenciación

Me alejo con pánico y terror de las malditas funciones que no tienen derivadas.

—Charles Hermite

en una carta a Thomas Jan Stieltjes

Este capítulo extiende los principios del cálculo diferencial para funciones de una variable a funciones de varias variables. Comenzamos en la Sección 2.1 con la geometría de las funciones con valores reales y estudiamos las gráficas de estas funciones como ayuda para visualizarlas. En la Sección 2.2 proporcionamos algunas definiciones básicas relativas a los límites y la continuidad. Este tema se trata de forma breve, porque desarrollarlo completamente requiere tiempo y madurez matemática y, por tanto, es mejor dejarlo para un curso más avanzado. Afortunadamente, no es necesario conocer todas las sutilezas del concepto de límite para nuestros propósitos; el estudiante que tenga dificultades con esta sección debe tener esto en cuenta. Sin embargo, debemos añadir que la noción de límite es básica en la definición de derivada, pero no en el cálculo de la mayor parte de las derivadas en problemas específicos, como ya sabemos del cálculo de una variable. Las Secciones 2.3 y 2.5 abordan la definición de derivada y establecen algunas reglas básicas de cálculo: cómo diferenciar una suma, producto, cociente o composición. En la Sección 2.6, estudiaremos las derivadas direccionales y planos tangentes, relacionando estas ideas con las proporcionadas en la Sección 2.1.

Al generalizar el cálculo de una dimensión a varias, suele ser conveniente utilizar el lenguaje del álgebra de matrices. Todo lo que vamos a necesitar se ha resumido en la Sección 1.5.