71. $(3, 0, -2)$; $x + 2y + z = 1$

72. Pruebe que la distancia entre el plano $ax + by + cz = d$ y el punto (x_0, y_0, z_0) está dado por

$$D = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 - d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Ángulo entre dos planos

El **ángulo entre dos planos** está definido como el ángulo agudo* entre sus vectores normales. De los problemas 73 al 75 encuentre el ángulo entre los dos planos.

73. Los planos del problema 63

74. Los planos del problema 64

75. Los planos del problema 66

Representación paramétrica de un plano

***76.** Sean **u** y **v** dos vectores no paralelos diferentes de cero en un plano π. Demuestre que si **w** es cualquier otro vector en π, entonces existen escalares α y β tales que $\mathbf{w} = \alpha\mathbf{u} + \beta\mathbf{v}$. Esto se denomina **representación paramétrica** del plano π. [*Sugerencia:* Dibuje un paralelogramo en el que $\alpha\mathbf{u}$ y $\beta\mathbf{v}$ formen lados adyacentes y el vector diagonal sea **w**.]

Vectores coplanares

***77.** Tres vectores **u**, **v** y **w** se llaman **coplanares** si están todos en el mismo plano π. Demuestre que si **u**, **v** y **w** pasan todos a través del origen, entonces son coplanares si y sólo si el triple producto escalar es igual a cero: $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = 0$.

De los problemas 78 al 84 determine si los tres vectores de posición dados (es decir, con punto inicial en el origen) son coplanares. Si lo son, encuentre la ecuación del plano que los contiene.

78. $\mathbf{u} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 7\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$, $\mathbf{w} = 9\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 7\mathbf{k}$

79. $\mathbf{u} = 4\mathbf{i} - \mathbf{j} - 7\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{w} = 8\mathbf{i} - 5\mathbf{j} - 9\mathbf{k}$

80. $\mathbf{u} = -2\mathbf{i} - 9\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = -8\mathbf{i} - 7\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$, $\mathbf{w} = -2\mathbf{i} - 9\mathbf{j} + 8\mathbf{k}$

81. $\mathbf{u} = 3\mathbf{i} - 9\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$, $\mathbf{w} = -\mathbf{i} - \mathbf{j} + 6\mathbf{k}$

82. $\mathbf{u} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - 5\mathbf{k}$, $\mathbf{w} = -\mathbf{i} + 5\mathbf{j} - 16\mathbf{k}$

83. $\mathbf{u} = 9\mathbf{i}$, $\mathbf{v} = -3\mathbf{i} + 8\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$, $\mathbf{w} = -8\mathbf{i} + 6\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$

84. $\mathbf{u} = -5\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{v} = 7\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$, $\mathbf{w} = 8\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$

E Ejercicios de repaso

En los ejercicios 1 al 9 encuentre la magnitud y dirección del vector dado.

1. $\mathbf{v} = -3\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$

2. $\mathbf{v} = (8, 10)$

3. $\mathbf{v} = (-1, -6)$

4. $\mathbf{v} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$

5. $\mathbf{v} = \left(2, -2\sqrt{3}\right)$

6. $\mathbf{v} = (3, -10)$

7. $\mathbf{v} = \left(3, -\sqrt{5}\right)$

8. $\mathbf{v} = 5\pi\mathbf{i} + 2\pi\mathbf{j}$

9. $\mathbf{v} = (-6, 1)$

En los ejercicios 10 al 14 escriba el vector **v**, representado por $\overrightarrow{PQ}$, en la forma $a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$. Bosqueje $\overrightarrow{PQ}$ y **v**.

10. $P = (1, 2)$; $Q = (-2, -3)$

11. $P = (1, -2)$; $Q = (7, 12)$

12. $P = (10, 10)$; $Q = (-7, 10)$

13. $P = (-3, 4)$; $Q = (-2, -4)$

14. $P = (-1, 3)$; $Q = (3, -1)$

* Recuerde que un ángulo agudo α es un ángulo entre 0 y 90°; es decir, entre 0° y $\frac{\pi}{2}$ radianes.