SOLUCIÓN ► Det $A = 16$ y det $B = -8$. Se puede calcular

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -5 \\ 11 & -7 & 5 \\ 10 & 2 & -18 \end{pmatrix}$$

y det $AB = -128 = (16)(-8) =$ det A det B.

Advertencia

El determinante de la suma no siempre es igual a la suma de los determinantes. Es decir, para la mayoría de los pares de matrices, A y B,

$$\det(A + B) \neq \det A + \det B$$

Por ejemplo, sean $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$. Entonces $A + B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$:

$$\det A = -2 \quad \det B = 6 \quad \text{y} \quad \det(A + B) = 22 \neq \det A + \det B = -2 + 6 = 4$$

Utilizando la factorización LU de una matriz cuadrada A de $n \times n$ se tiene $A = LU$. Entonces, por el teorema 3.2.1,

$$\det A = \det LU = \det L \det U$$

Pero L es una matriz triangular inferior con unos en la diagonal, así

$$\det L = \text{producto de los elementos en la diagonal} = 1$$

De manera similar, como U es triangular superior,

$$\det U = \text{producto de los elementos en la diagonal}$$

Entonces se tiene el siguiente teorema:

Teorema 3.2.2

Si una matriz cuadrada A tiene la factorización LU, $A = LU$ donde L tiene unos en la diagonal, entonces

$$\det A = \det U = \text{producto de los elementos de la diagonal de } U$$

EJEMPLO 3.2.2 Uso de la factorización *LU* para calcular el determinante de una matriz de 4 × 4

Calcule det A, donde $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & 10 & -4 & 0 \\ -3 & -2 & -5 & -2 \\ -2 & 4 & 4 & -7 \end{pmatrix}$.