y sea

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Entonces C es invertible ya que sus columnas son linealmente independientes. Ahora bien

$$AC = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

y se ve que la columna i de AC es $A\begin{pmatrix} c_{1i} \\ c_{2i} \\ \vdots \\ c_{ni} \end{pmatrix} = A\mathbf{v}_i = \lambda_i \mathbf{v}_i$. Así, AC es la matriz cuya columna i es $\lambda_i \mathbf{v}_i$ y

$$AC = \begin{pmatrix} \lambda_1 c_{11} & \lambda_2 c_{12} & \cdots & \lambda_n c_{1n} \\ \lambda_1 c_{21} & \lambda_2 c_{22} & \cdots & \lambda_n c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \lambda_1 c_{n1} & \lambda_2 c_{n2} & \cdots & \lambda_n c_{nn} \end{pmatrix}$$

Pero

$$CD = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \lambda_1 c_{11} & \lambda_2 c_{12} & \cdots & \lambda_n c_{1n} \\ \lambda_1 c_{21} & \lambda_2 c_{22} & \cdots & \lambda_n c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \lambda_1 c_{n1} & \lambda_2 c_{n2} & \cdots & \lambda_n c_{nn} \end{pmatrix}$$

Entonces

$$AC = CD \tag{8.3.4}$$

y como C es invertible, se pueden multiplicar ambos lados de (8.3.4) por la izquierda por C^{-1} para obtener

$$D = C^{-1}AC \tag{8.3.5}$$

Esto prueba que si A tiene n vectores característicos linealmente independientes, entonces A es diagonalizable. Inversamente, suponga que A es diagonalizable; esto es, suponga que (8.3.5) se cumple para alguna matriz invertible C. Sean $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ las columnas de C. Entonces $AC = CD$, e invirtiendo los argumentos anteriores, se ve de inmediato que $A\mathbf{v}_i = \lambda_i \mathbf{v}_i$ para $i = 1, 2, \ldots, n$. Entonces $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ son los vectores característicos de A y son linealmente independientes porque C es invertible.