

- b) (Lápiz y papel)** A partir de sus observaciones escriba una conclusión acerca del producto de dos matrices triangulares superiores. Pruebe su conclusión usando la definición de multiplicación de matrices.
- c)** ¿Cuál sería su conclusión acerca del producto de dos matrices triangulares inferiores? Pruebe su conclusión para al menos tres pares de matrices triangulares inferiores. [*Sugerencia:* Use `tril(A)` y `tril(B)` para generar matrices triangulares inferiores a partir de las matrices aleatorias A y B (`doc tril`).]

10. Matrices nilpotentes

Se dice que una matriz A diferente de cero es **nilpotente** si existe un entero k tal que $A^k = 0$. El **índice de nilpotencia** se define como el entero más pequeño para el que $A^k = 0$.

- a)** Genere una matriz aleatoria de 5×5 . Sea $B = \text{triu}(A, 1)$, ¿qué forma tiene B ? Compare B^2 , B^3 , etc.; demuestre que B es nilpotente y encuentre su índice de nilpotencia.
- b)** Repita las instrucciones del inciso *a)* para $B = \text{triu}(A, 2)$.
- c)** Genere una matriz aleatoria A de 7×7 . Repita los incisos *a)* y *b)* usando esta A .
- d)** Con base en la experiencia adquirida en las partes *a)*, *b)* y *c)* (y más investigación sobre el comando $B = \text{triu}(A, j)$, donde j es un entero), genere una matriz C de 6×6 que sea nilpotente con un índice de nilpotencia igual a 3.

11. Matrices por bloques

$$\text{Si } A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}, \text{ entonces } AB = \begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix}.$$

Explique cuándo este patrón es cierto si a, b, \dots, h , son matrices en lugar de números.

Genere ocho matrices de 2×2 , A, B, C, D, E, F, G y H . Encuentre $AA = [A \ B; C \ D]$ y $BB = [E \ F; G \ H]$. Encuentre $AA*BB$ y compárela con $K = [A*E+B*G \ A*F+B*H; C*E+D*G \ C*F+D*H]$ (es decir, encuentre $AA*BB-K$). Repita para otros dos conjuntos de matrices, A, B, \dots, H .

12. Producto exterior

Genere una matriz aleatoria A de 3×4 y una matriz aleatoria B de 4×5 . Calcule

$$(\text{col } 1 \ A)(\text{row } 1 \ B) + (\text{col } 2 \ A)(\text{row } 2 \ B) + \dots + (\text{col } 4 \ A)(\text{row } 4 \ B)$$

y etiquete esta expresión como D . Encuentre $D - AB$. Describa la relación entre D y AB . Repita esto para una matriz aleatoria A de tamaño 5×5 y una matriz aleatoria B de tamaño 5×6 (en este caso la suma para calcular D implica la suma de cinco productos).

13. Matrices de contacto

Considere cuatro grupos de personas: el grupo 1 está compuesto de $A1, A2$ y $A3$, el grupo 2 está compuesto de 5 personas, de $B1$ a $B5$; el grupo 3 consta de 8 personas, de $C1$ a $C8$, y el grupo 4 de 10 personas, $D1$ a $D10$.

- a)** Dada la siguiente información introduzca las tres matrices de contacto directo (vea en el problema 2 de MATLAB de la sección 2.1 una manera eficiente de introducir estas matrices).

Contactos:

($A1$ con $B1, B2$) ($A2$ con $B2, B3$) ($A3$ con $B1, B4, B5$)

($B1$ con $C1, C3, C5$) ($B2$ con $C3, C4, C7$)

($B3$ con $C1, C5, C6, C8$) ($B4$ con $C8$) ($B5$ con $C5, C6, C7$)

**Matriz
nilpotente**

**Índice de
nilpotencia**