Respuestas a la autoevaluación

I) F II) V III) F IV) F V) V VI) V VII) V

PROBLEMAS 5.5

De los problemas 1 al 14 determine si el conjunto dado es una base para el espacio vectorial a que se refiere.

1. En P_2: $-6 -2x + 3x^2, -8 - x + 6x^2, -4 - x + 5x^2, 1 - x + x^2$
2. En P_2: $1 - x^2, x$
3. En P_2: $5 - x + 8x^2, 1 + x, 1 + 2x^2$
4. En P_2: $1 + 3x + 7x^2, 5 + 12x + 35x^2, 8 + 5\text{x} - 12x^2$
5. En P_2: $x^2 - 1, x^2 - 2, x^2 - 3$
6. En P_3: $x, 1 + x, x + 2x^2, x + 3x^3$
7. En P_2: $10 - x - 10x^2, -23 + 14x + 53x^2, -1 + 4x + 11x^2$
8. En P_3: $3, x^3 - 4x + 6, x^2$
9. En M_{22}: $\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 1 & -10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 & 11 \\ -7 & 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -9 & 8 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 8 & -20 \end{pmatrix}$
10. En M_{22}: $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$, donde $abcd \neq 0$
11. En M_{22}: $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
12. $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x - y = 0\}$; $(1, 1), (4, 4)$
13. En $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 2x + 3y = 0\}$; $(6, -4)$
14. $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x + y = 0\}$; $(1, -1), (-3, 3)$
15. Encuentre una base en $\mathbb{R}^3$ para el conjunto de vectores en el plano $3x - 2y + 5z = 0$.
16. Encuentre una base en $\mathbb{R}^3$ para el conjunto de vectores perpendiculares a la recta $x = 2y = 3z$.
17. Encuentre una base en $\mathbb{R}^3$ para el conjunto de vectores en la recta $x = 2, y =-2t, z = 3t$.
18. Encuentre una base en $\mathbb{R}^3$ para el conjunto de vectores en la recta $x = 2y = 3z$.
19. Demuestre que los únicos subespacios propios en $\mathbb{R}^2$ son rectas que pasan por el origen.
20. En $\mathbb{R}^4$ sea $H = \{(x, y, z, w): ax + by + cz + dw = 0\}$, donde $a, b, c, d \neq 0$.
    a) Demuestre que H es un subespacio de $\mathbb{R}^4$.
    b) Encuentre una base para H.
    c) ¿Cuánto vale dim H?

Hiperplano

21. En $\mathbb{R}^n$ un **hiperplano** que contiene a $\mathbf{0}$ es un subespacio de dimensión $n - 1$. Si H es un hiperplano en $\mathbb{R}^n$ que contiene a $\mathbf{0}$, demuestre que