

• **Teorema de resumen**

Sea A una matriz de $n \times n$. Entonces las siguientes afirmaciones son equivalentes:

- i) A es invertible.
- ii) La única solución al sistema homogéneo $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ es la solución trivial ($\mathbf{x} = \mathbf{0}$).
- iii) El sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ tiene una solución única para cada vector de dimensión n \mathbf{b} .
- iv) A es equivalente por renglones a la matriz identidad, I_n , de $n \times n$.
- v) A se puede expresar como el producto de matrices elementales.
- vi) La forma escalonada por renglones de A tiene n pivotes.
- vii) Las columnas (y renglones) de A son linealmente independientes.
- viii) $\det A \neq 0$.
- ix) $\nu(A) = 0$.
- x) $\rho(A) = n$.

AUTOEVALUACIÓN 5.7

Elija la opción que complete correctamente los siguientes enunciados.

I) El rango de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ es _____.

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

II) La nulidad de la matriz en el problema I es _____.

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

III) Si una matriz de 5×7 tiene nulidad 2, entonces su rango es _____.

- a) 5 b) 3 c) 2 d) 7
e) No se puede determinar sin más información.

IV) El rango de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ es _____.

- a) 1 b) 2 c) 3

V) La nulidad de la matriz en el problema IV es _____.

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3

VI) Si A es una matriz de 4×4 y $\det A = 0$, entonces el valor máximo posible para $\rho(A)$ es _____.

- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

VII) En el problema IV, $\dim C_A =$ _____.

- a) 1 b) 2 c) 3