Como (8.3.12) se cumple para toda $\mathbf{x} \in V$, se concluye que

$$A_T = M^{-1}C_T M$$

Es decir, A_T y C_T son semejantes.

RESUMEN 8.3

- ***Matrices semejantes***

  Se dice que dos matrices A y B de $n \times n$ son **semejantes** si existe una matriz invertible C de $n \times n$ tal que

  $$B = C^{-1}AC$$

  La función que se acaba de definir y que lleva a la matriz A en la matriz B se denomina **transformación de semejanza**.

- A y B son semejantes si existe una matriz invertible C tal que $CB = AC$.
- Las matrices semejantes tienen los mismos valores característicos.
- ***Matriz diagonalizable***

  Una matriz A de $n \times n$ es **diagonalizable** si existe una matriz diagonal D tal que A sea semejante a D.

- Una matriz A de $n \times n$ es diagonalizable si y sólo si tiene n vectores característicos linealmente independientes. En tal caso, la matriz diagonal D semejante está dada por

  $$D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{pmatrix}$$

  donde $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ son los valores característicos de A. Si C es una matriz cuyas columnas son vectores característicos linealmente independientes de A, entonces.

  $$D = C^{-1}AC$$

- Si la matriz A de $n \times n$ tiene n valores característicos diferentes, entonces A es diagonalizable.

AUTOEVALUACIÓN 8.3

Para los siguientes enunciados, diga si son falsos o verdaderos.

I) Si una matriz de $n \times n$ tiene n valores característicos diferentes se puede diagonalizar.

II) Si la matriz A de 5×5 tiene tres valores característicos diferentes, entonces A no puede ser semejante a la matriz diagonal.