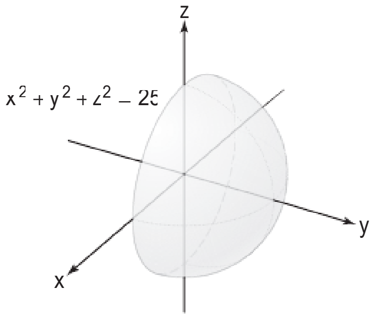


**Figura 8.4.9** La superficie del Ejercicio 30(b).

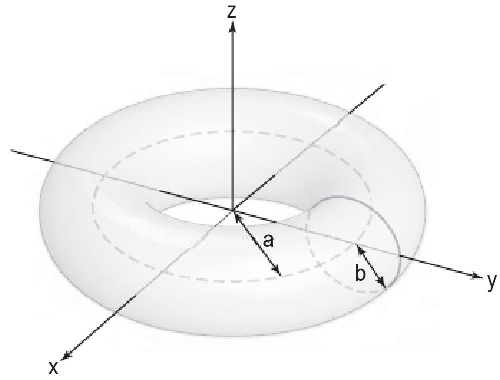


**Figura 8.4.10** La superficie del Ejercicio 30(c).

## 8.5 Formas diferenciales

La teoría de las formas diferenciales proporciona una forma elegante de formular los teoremas de Green, Stokes y Gauss como un resultado, el ***teorema fundamental del cálculo***. El nacimiento del concepto de una forma diferencial es otro claro ejemplo de cómo las matemáticas hablan a los matemáticos y dirigen su propio desarrollo. Estos tres teoremas son, en realidad, generalizaciones del teorema fundamental del cálculo de Newton y Leibniz para funciones de una variable,

$$\int_a^b f'(x)\ dx = f(b) - f(a)$$

a dos y tres dimensiones.

Recordemos que Bernhard Riemann creó el concepto de espacios $n$-dimensionales. Si el teorema fundamental del cálculo fuera realmente *fundamental,* entonces debería poder generalizarse a dimensiones arbitrarias. Pero, ¡un momento! El producto vectorial y, por tanto, el rotacional, no se extienden a dimensiones superiores, como hemos comentado en la nota a pie de página 3 en la Sección 1.3. Por tanto, necesitamos alguna idea nueva.

Recordemos también que Hamilton estuvo buscando durante casi 15 años sus cuaterniones, que finalmente le condujeron al descubrimiento del producto vectorial. ¿Qué es lo que nos está diciendo la no existencia de un producto vectorial en dimensiones superiores? Si el teorema fundamental del cálculo es el concepto clave, esto sugiere la existencia de un lenguaje matemático en el que pueda ser formulado para $n$-dimensiones. Con el fin de conseguir esto, los matemáticos se dieron cuenta de que estaban forzados a alejarse de los vectores y avanzar hacia el descubrimiento del espacio *dual* y de un objeto matemático completamente nuevo, las *formas diferenciales*. En este nuevo lenguaje, los teoremas de Green, Stokes y Gauss tienen la misma forma extraordinariamente simple y elegante.