PROBLEMAS 6.1

De los problemas 1 al 18 construya una base ortonormal para el espacio o subespacio vectorial dado.

1. $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$.

2. En $\mathbb{R}^2$, comenzando con los vectores básicos $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

3. $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 0\}$.

4. $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x - 2y = 0\}$.

5. $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : ax + by = 0\}$.

6. En $\mathbb{R}^2$, comenzando con $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ donde $ad - bc \neq 0$.

7. $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\}$

8. $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x + y = 0\}$

9. $\pi = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + 2y + 3z = 0\}$

10. $L = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

11. $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 3t,\ y = 4t,\ z = 0;\ t \in \mathbb{R}\}$

12. $L = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = t,\ y = 2t,\ z = -2t;\ t \in \mathbb{R}\}$

13. $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0,\ 2x - y + 3z = 0\}$

14. $\pi = \{(x, y, z) : ax + by + cz = 0\}$, donde $abc \neq 0$

15. $L = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$, $abc \neq 0$

16. $H = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5 : 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 - x_5 = 0\}$

17. $H = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^3 : x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0,\ 2x_2 + 3x_4 = 0\}$

18. H es el espacio de soluciones de

$$\begin{aligned} x - 3y + z &= 0 \\ -2x + 2y - 3z &= 0 \\ 4x - 8y + 5z &= 0 \end{aligned}$$

19. Encuentre una base ortonormal en $\mathbb{R}^2$ que incluya al vector $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

20. Encuentre una base ortonormal en $\mathbb{R}^3$ que incluya al vector $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

***21.** Encuentre una base ortonormal en $\mathbb{R}^4$ que incluya los vectores

$$\mathbf{u}_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{u}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

[*Sugerencia:* Primero encuentre dos vectores $\mathbf{v}_3$ y $\mathbf{v}_4$ para completar la base.]