Eliminación gaussiana con pivoteo

Apéndice

D

No es difícil programar una computadora para que resuelva un sistema de ecuaciones lineales haciendo uso del método de eliminación gaussiana o de Gauss-Jordan estudiado en este libro. Existe, sin embargo, una variación al método que fue diseñada para reducir el error de redondeo acumulado al resolver un sistema de $n \times n$ ecuaciones. Dicho método, o alguna variación, se utiliza en diversos sistemas de software. Una vez que le resulte comprensible esta modificación sencilla de la eliminación gaussiana, entenderá por qué, por ejemplo, la descomposición LU o las formas escalonadas encontradas en una calculadora o en MATLAB a veces son diferentes que las calculadas a mano.

En el capítulo 1 se encontró que cualquier matriz se puede reducir a la forma escalonada por renglones mediante eliminación gaussiana. Sin embargo, existe un problema computacional con este método. Si se divide entre un número pequeño que se ha redondeado, el resultado puede contener un error de redondeo significativo. Por ejemplo, $\frac{1}{0.00074} \approx 1\,351$ mientras que $\frac{1}{0.0007} \approx 1\,429$. Para evitar este problema, se usa un método denominado **eliminación gaussiana con pivoteo parcial**. Se trata de dividir siempre entre el elemento más grande (en valor absoluto) de la columna, evitando así cuanto sea posible, el tipo de error que se acaba de ilustrar. Se describe el método con un ejemplo sencillo.

Eliminación gaussiana con pivoteo parcial

EJEMPLO D.1 **Solución de un sistema por eliminación gaussiana con pivoteo parcial**

Resuelva el siguiente sistema por eliminación gaussiana con pivoteo parcial:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 &= 1 \\ -3x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= -6 \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 &= 5 \end{aligned}$$