(III) Los valores de f en los puntos críticos son: $f(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$ del paso (I) y del paso (II),

$$f\left(\mathbf{c}\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2 - \sqrt{2},$$

$$f\left(\mathbf{c}\left(\frac{5\pi}{4}\right)\right) = f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2 + \sqrt{2},$$

y

$$f(\mathbf{c}(0)) = f(\mathbf{c}(2\pi)) = f(0,1) = 1.$$

(IV) Comparando todos los valores $\frac{1}{2}, 2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}, 1$, está claro que el mínimo absoluto es $\frac{1}{2}$ y el máximo absoluto es $2 + \sqrt{2}$. ▲

En la Sección 3.4 vamos a considerar una generalización de la estrategia para determinar los puntos de máximo y de mínimo absolutos en regiones U en $\mathbb{R}^n$.

Ejercicios

En los Ejercicios 1 a 16 hallar los puntos críticos de la función dada y determinar después si se trata de puntos de máximo local, de mínimo local o de silla.

1. $f(x,y) = x^2 - y^2 + xy$

2. $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy$

3. $f(x,y) = x^2 + y^2 + 2xy$

4. $f(x,y) = x^2 + y^2 + 3xy$

5. $f(x,y) = e^{1+x^2-y^2}$

6. $f(x,y) = x^2 - 3xy + 5x - 2y + 6y^2 + 8$

7. $f(x,y) = 3x^2 + 2xy + 2x + y^2 + y + 4$

8. $f(x,y) = \operatorname{sen}(x^2 + y^2)$ [considerar únicamente el punto crítico $(0,0)$]

9. $f(x,y) = \cos(x^2 + y^2)$ [considerar únicamente los tres puntos críticos $(0,0), (\sqrt{\pi/2}, \sqrt{\pi/2})$ y $(0, \sqrt{\pi})$]

10. $f(x,y) = y + x \operatorname{sen} y$

11. $f(x,y) = e^x \cos y$

12. $f(x,y) = (x - y)(xy - 1)$

13. $f(x,y) = xy + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y}$

14. $f(x,y) = \log(2 + \operatorname{sen} xy)$

15. $f(x,y) = x \operatorname{sen} y$

16. $f(x,y) = (x + y)(xy + 1)$

17. Hallar todos los puntos de extremo local de $f(x,y) = 8y^3 + 12x^2 - 24xy$.

18. Sea $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + kyz$.

(a) Verificar que (0, 0, 0) es un punto crítico para f.

(b) Hallar todos los valores de k tales que f tiene un punto de mínimo local en (0, 0, 0).

19. Determinar y clasificar todos los puntos críticos de $f(x,y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}y^2 + 6y + 10$.

20. Supongamos que (4, 2) es un punto crítico para la función $f(x,y)$ de clase C^2. En cada caso, determinar si (4, 2) es un punto de máximo local, de mínimo local o de silla.