Ejemplo 7 El vector (2, 3, 2) es igual a $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, y el vector $(0, -1, 4)$ es $-\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$. La Figura 1.1.15 muestra el vector $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$; dibujar el vector $-\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$.

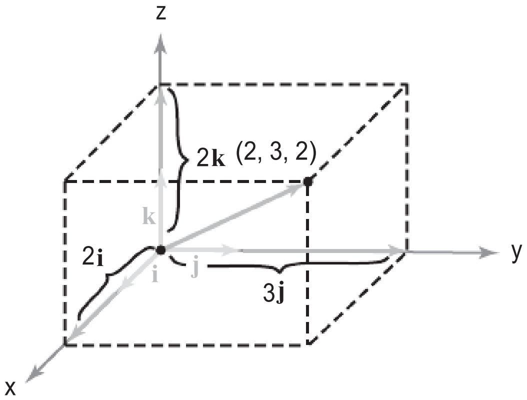

Figura 1.1.15 Representación de $(2, 3, 2)$ en función de los vectores de la base canónica $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ y $\mathbf{k}$.

▲

La suma y la multiplicación por un escalar se pueden expresar en función de los vectores de la base canónica como sigue:

$$(a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\mathbf{k}) + (b_1\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + b_3\mathbf{k}) = (a_1 + b_1)\mathbf{i} + (a_2 + b_2)\mathbf{j} + (a_3 + b_3)\mathbf{k}$$

y

$$\alpha(a_1\mathbf{i} + a_2\mathbf{j} + a_3\,\mathbf{k}) = (\alpha a_1)\mathbf{i} + (\alpha a_2)\mathbf{j} + \alpha(a_3)\mathbf{k}.$$

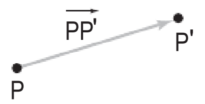

Figura 1.1.16 El vector que va de P a P′ se denota como $\overrightarrow{PP'}$.

El vector que une dos puntos

Para poder emplear vectores en los problemas geométricos, resulta útil asignar a cada vector un *par* de puntos en el plano o en el espacio de la forma siguiente. Dados dos puntos P y P′, podemos dibujar el vector $\mathbf{v}$ con su cola en P y su cabeza en P′, como se muestra en la Figura 1.1.16, donde escribimos $\overrightarrow{PP'}$ en lugar de $\mathbf{v}$.

Si $P = (x, y, z)$ y $P' = (x', y', z')$, entonces los vectores que parten del origen hacia P y P′ son $\mathbf{a} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ y $\mathbf{a}' = x'\mathbf{i} + y'\mathbf{j} + z'\mathbf{k}$, respectivamente, por lo que el vector $\overrightarrow{PP'}$ es la diferencia $\mathbf{a}' - \mathbf{a} = (x' - x)\mathbf{i} + (y' - y)\mathbf{j} + (z' - z)\mathbf{k}$. (Véase la Figura 1.1.17.)

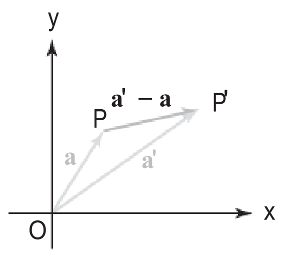

Figura 1.1.17 $\overrightarrow{PP'} = \overrightarrow{OP'} - \overrightarrow{OP}$.

> **Vector que une dos puntos** Si el punto P tiene las coordenadas (x, y, z) y P′ tiene las coordenadas (x', y', z'), entonces el vector $\overrightarrow{PP'}$ que va desde la punta de P hasta la punta de P′ tiene las componentes $(x' - x, y' - y, z' - z)$.

Ejemplo 8

(a) Determinar las componentes del vector que va de (3, 5) a (4, 7).

(b) Sumar el vector $\mathbf{v}$ que va de $(-1, 0)$ a $(2, -3)$ y el vector $\mathbf{w}$ que va de (2, 0) a (1, 1).