no está bien definida. Evidentemente, la dirección de la velocidad $\mathbf{c}'(t)$ puede cambiar abruptamente en los puntos en los que la partícula se detiene.

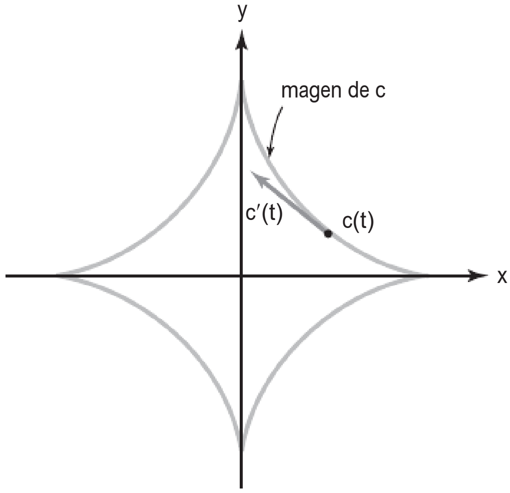

Figura 4.1.2 La imagen de la trayectoria suave $\mathbf{c}(t) = (\cos^3 t, \operatorname{sen}^3 t)$, una hipocicloide, no tiene un "aspecto suave".

Diremos que una trayectoria diferenciable $\mathbf{c}$ es ***regular*** en $t = t_0$ si $\mathbf{c}'(t_0) \neq \mathbf{0}$. Si se verifica que $\mathbf{c}'(t) \neq \mathbf{0}$ para todo t, diremos que c es una trayectoria regular. En este caso, la curva imagen tiene un aspecto suave.

Ejemplo 3 Una partícula se mueve sobre una hipocicloide, según las ecuaciones

$$x = \cos^3 t, \qquad y = \operatorname{sen}^3 t, \qquad a \leq t \leq b.$$

¿Cuáles son la velocidad y la rapidez de la partícula?

Solución El vector velocidad de la partícula es

$$\mathbf{v} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} = -(3 \operatorname{sen} t \cos^2 t)\mathbf{i} + (3 \cos t \operatorname{sen}^2 t)\mathbf{j},$$

y su rapidez es

$$s = \|\mathbf{v}\| = (9 \operatorname{sen}^2 t \cos^4 t + 9 \cos^2 t \operatorname{sen}^4 t)^{1/2} = 3\,|\operatorname{sen} t|\ |\cos t|. \quad \blacktriangle$$

La segunda ley de Newton

Si una partícula de masa m se mueve en $\mathbb{R}^3$, la fuerza $\mathbf{F}$ que actúa sobre ella en el punto $\mathbf{c}(t)$ está relacionada con la aceleración $\mathbf{a}(t)$ mediante la ***segunda ley de Newton***: [1]

$$\mathbf{F}(\mathbf{c}(t)) = m\mathbf{a}(t).$$

En particular, en caso de que no actúe ninguna fuerza sobre la partícula, entonces $\mathbf{a}(t) = \mathbf{0}$, de modo que $\mathbf{c}'(t)$ será constante y la partícula seguirá una línea recta.

[1] Muchos científicos consideran que $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ es la ecuación más importante en ciencia e ingeniería.