- ***Teorema de resumen***

Sea A una matriz de $n \times n$, entonces las siguientes afirmaciones son equivalentes:

i) A es invertible.

ii) La única solución al sistema homogéneo $A\mathbf{x} = 0$ es la solución trivial ($\mathbf{x} = 0$).

iii) El sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ tiene una solución única para cada vector de dimensión n $\mathbf{b}$.

iv) A es equivalente por renglones a la matriz identidad de $n \times n$, I_n.

v) A se puede escribir como un producto de matrices elementales.

vi) $\det A \neq 0$ (por ahora, $\det A$ está definido sólo si A es una matriz de 2×2).

vii) La forma escalonada por renglones de A tiene n pivotes.

viii) Existen una matriz permutación P, una matriz triangular inferior L con unos en la diagonal, y una matriz triangular superior invertible U, tales que $PA = LU$.

AUTOEVALUACIÓN 2.7

De las aseveraciones siguientes, indique cuál es verdadera y cuál es falsa:

I) Para toda matriz cuadrada A existen matrices invertibles L y U tales que $A = LU$, donde L es triangular inferior con unos en la diagonal y U es triangular superior.

II) Para toda matriz invertible A, existen L y U como en el problema 2.7.1.

III) Para toda matriz invertible A existe una matriz de permutación P tal que $PA = LU$, donde L y U son como en el problema 2.7.1.

IV) El producto de matrices de permutación es una matriz de permutación.

Respuestas a la autoevaluación

I) *F*) **II)** *F*) **III)** *V*) **IV)** *V*)

PROBLEMAS 2.7

De los problemas 1 a 14 encuentre la matriz triangular inferior L con unos en la diagonal y una matriz triangular superior U tal que $A = LU$.

1. $\begin{pmatrix} 7 & -8 \\ -56 & 73 \end{pmatrix}$ **2.** $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$ **3.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ **4.** $\begin{pmatrix} 10 & 10 & 6 \\ 60 & 70 & 28 \\ 100 & 170 & 2 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 8 \\ 2 & -4 & 6 \\ 5 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ **6.** $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ **7.** $\begin{pmatrix} 5 & -7 & -5 \\ 20 & 24 & -30 \\ -20 & -24 & 22 \end{pmatrix}$

8. $\begin{pmatrix} 3 & 9 & -2 \\ 6 & -3 & 8 \\ 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}$ **9.** $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ **10.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 5 & 8 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$