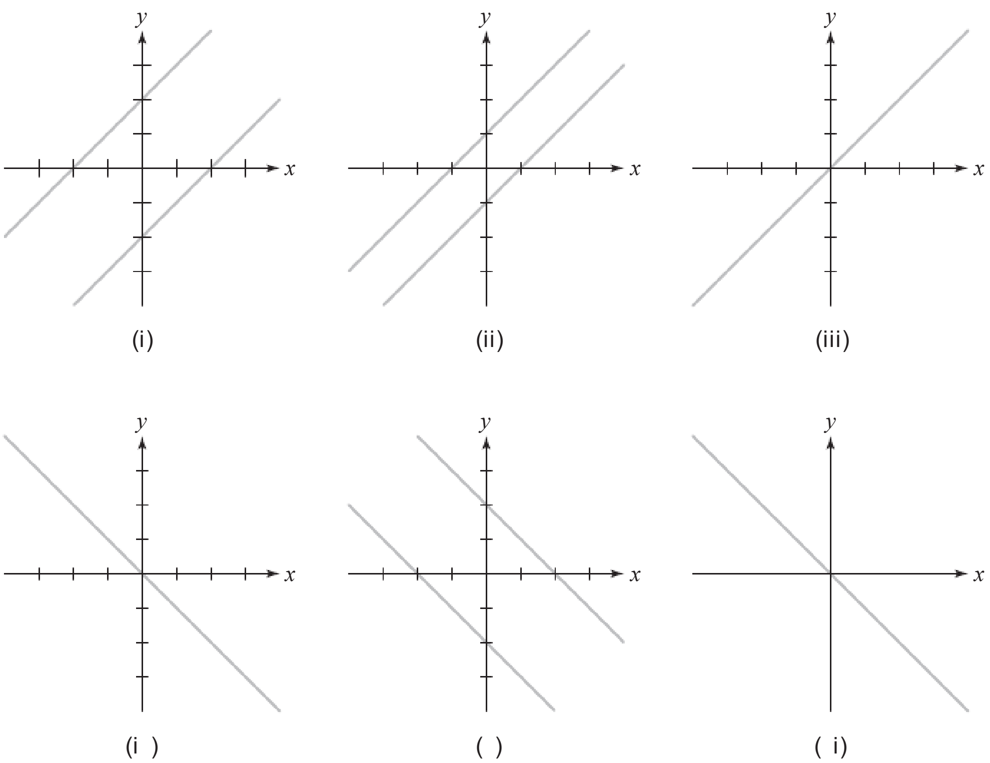

Figura 2.1.17 Ejercicio 4.

9. Sea S la superficie en $\mathbb{R}^3$ definida por la ecuación $x^2y^6 - 2z = 3$.

(a) Determinar una función $f(x, y, z)$ de tres variables con valores reales y una constante c tal que S sea el conjunto de nivel de f de valor c.

(b) Determinar una función $g(x, y)$ de dos variables con valores reales tal que S sea la gráfica de g.

10. Describir el comportamiento, según varía c, de la curva de nivel $f(x, y) = c$ para cada una de las funciones siguientes:

(a) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 1$

(b) $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$

(c) $f(x, y) = x^3 - x$

11. Para las funciones de los Ejemplos 2, 3 y 4, calcular la sección de la gráfica definida por el plano

$$S_\theta = \{(x, y, z) \mid y = x \tan\theta\}$$

para una *constante* dada θ. Para ello, expresar z como una función de r, donde $x = r\cos\theta$, $y = r\,\mathrm{sen}\,\theta$. Determinar cuál de estas funciones f tiene la propiedad de que la forma de la sección $S_\theta \cap$ gráfica de f es independiente de θ.

En los Ejercicios 12 a 18, dibujar las curvas de nivel (en el plano xy) para la función f dada y los valores de c especificados. Dibujar la gráfica de $z = f(x, y)$.

12. $f(x, y) = 4 - 3x + 2y, c = 0, 1, 2, 3, -1, -2, -3$

13. $f(x, y) = (100 - x^2 - y^2)^{1/2}, c = 0, 2, 4, 6, 8, 10$

14. $f(x, y) = (x^2 + y^2)^{1/2}, c = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

15. $f(x, y) = x^2 + y^2, c = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

16. $f(x, y) = 3x - 7y, c = 0, 1, 2, 3, -1, -2, -3$

17. $f(x, y) = x^2 + xy, c = 0, 1, 2, 3, -1, -2, -3$

18. $f(x, y) = x/y, c = 0, 1, 2, 3, -1, -2, -3$