g) (*Lápiz y papel*) Explique por qué $W^{-1}V = D$ en dos formas:

i) Con base en los procesos de solución de $[W|V]$ para encontrar D.

ii) Interpretando W^{-1} y V como matrices de transición que incluyen las bases canónicas.

6. Empleando lo aprendido en el problema 5 de esta sección de MATLAB:

a) Trabaje los problemas 22 al 24.

b) Genere una base aleatoria B para $\mathbb{R}^5$ y una base aleatoria C para $\mathbb{R}^5$. Encuentre la matriz de transición, T, de B a C. Verifique su respuesta generando un vector aleatorio $\mathbf{x}$ en $\mathbb{R}^5$, encontrando $(\mathbf{x})_B$ y $(\mathbf{x})_C$ y mostrando que $T(\mathbf{x})_B = (\mathbf{x})_C$.

7. Sean B y C como se dieron en el problema 5*a*) de esta sección de MATLAB. Sea D la base

$$\left\{\begin{pmatrix}2\\8\\5\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4\\7\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}.5\\1\\.5\end{pmatrix}\right\}$$

a) Encuentre T, la matriz de transición de B a C. Encuentre S, la matriz de transición de C a D. Encuentre K, la matriz de transición de B a D.

b) Dé una conclusión sobre la manera de encontrar K a partir de T y S. Pruebe su conclusión. Explique su razonamiento.

c) Repita los incisos *a*) y *b*) para tres bases aleatorias (B, C y D) para $\mathbb{R}^4$.

8. Sea $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\} = \left\{\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\3\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-3\\2\\3\end{pmatrix}\right\}$. Sea $A = \left\{\begin{pmatrix}5\\3\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-6\\-19\\-24\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}4\\19\\24\end{pmatrix}\right\}$.

a) Verifique que $A\mathbf{v}_1 = 3\mathbf{v}_1$, $A\mathbf{v}_2 = 2\mathbf{v}_2$ y $A\mathbf{v}_3 = 5\mathbf{v}_3$.

b) Suponga que $\mathbf{x} = -1\mathbf{v}_1 + 2\mathbf{v}_2 + 4\mathbf{v}_3$. Observe que $(\mathbf{x})_B = \begin{pmatrix}-1\\2\\4\end{pmatrix}$. Encuentre $\mathbf{z} = A\mathbf{x}$, después encuentre $(\mathbf{z})_B$ y verifique $(\mathbf{z})_B = D(\mathbf{x})_B$, donde $D = \begin{pmatrix}3&0&0\\0&2&0\\0&0&5\end{pmatrix}$.

c) Sea $\mathbf{x} = a\mathbf{v}_1 + b\mathbf{v}_2 + c\mathbf{v}_3$. Repita el inciso *b*) para otros tres juegos de a, b y c.

d) Sea $V = [\mathbf{v}_1\ \mathbf{v}_2\ \mathbf{v}_3]$. Demuestre que $A = VDV^{-1}$.

e) Repita los incisos *a*) a *d*) para

$$B = \left\{\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\-1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\9\\8\end{pmatrix}\right\}, \qquad A = \begin{pmatrix}37 & -33 & 28\\48.5 & -44.5 & 38.5\\12 & -12 & 11\end{pmatrix}$$

Verifique que $A\mathbf{v}_1 = -\mathbf{v}_1$, $A\mathbf{v}_2 = 4\mathbf{v}_2$ y $A\mathbf{v}_3 = 0.5\ \mathbf{v}_3$ y utilice

$$D = \begin{pmatrix}-1&0&0\\0&4&0\\0&0&.5\end{pmatrix}$$

f) (*Lápiz y papel*) Suponga que $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$ es una base y $A\mathbf{v}_1 = r\mathbf{v}_1$, $A\mathbf{v}_2 = s\mathbf{v}_2$ y $A\mathbf{v}_3 = t\mathbf{v}_3$. Suponga que $\mathbf{x} = a\mathbf{v}_1 + b\mathbf{v}_2 + c\mathbf{v}_3$. Pruebe que $(\mathbf{z})_B = D(\mathbf{x})_B$, donde $\mathbf{z} = A\mathbf{x}$ y