Para un gas de van der Waals, tenemos

$$P(V,T) = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}, \qquad J\Lambda_V = \frac{RT}{V-b},$$

y $\qquad K_V =$ constante,

donde R, b, a y J son constantes conocidas. Inicialmente, el gas está a una temperatura T_0 y tiene un volumen V_0.

(a) Un proceso ***adiabático*** es un movimiento termodinámico $(V(t), T(t), P(t))$ para el que

$$\frac{dT}{dV} = \frac{dT/dt}{dV/dt} = -\frac{\Lambda_V}{K_V}.$$

Si el gas de van der Waals se somete a un proceso adiabático en el que el volumen se duplica a $2V_0$, calcular
(1) El calor ganado.
(2) El trabajo realizado.
(3) El volumen, la temperatura y la presión finales.

(b) Después del proceso indicado en el apartado (a), el gas se enfría (o se calienta) a volumen constante hasta alcanzar la temperatura T_0. Calcular
(1) El calor ganado.
(2) El trabajo realizado.
(3) El volumen, la temperatura y la presión finales.

(c) Después del proceso indicado en el apartado (b), el gas se comprime hasta que vuelve a tener su volumen original V_0. La temperatura se mantiene constante a lo largo del proceso. Calcular
(1) El calor ganado.
(2) El trabajo realizado.
(3) El volumen, la temperatura y la presión finales.

(d) Para el proceso cíclico descrito en los apartados (a), (b) y (c), calcular
(1) El calor ganado total.
(2) El trabajo realizado total.

7.3 Superficies parametrizadas

En las Secciones 7.1 y 7.2, hemos estudiado las integrales de funciones escalares y vectoriales a lo largo de curvas. Ahora vamos a ocuparnos de las integrales sobre superficies y comenzaremos estudiando la geometría de las propias superficies.

Las gráficas son muy restrictivas

Ya hemos empleado un tipo de superficie, concretamente, la gráfica de una función $f(x, y)$. En el Capítulo 2 se han estudiado las gráficas de forma exhaustiva y ya sabemos cómo calcular sus planos tangentes. Sin embargo, nos estaríamos limitando indebidamente si nos restringiésemos a este caso. Por ejemplo, muchas superficies surgen como superficies de nivel de funciones. Supongamos que nuestra superficie S es el conjunto de puntos (x, y, z), donde $x - z + z^3 = 0$. Aquí S es una hoja que se dobla (respecto al plano xy) sobre sí misma (véase la Figura 7.3.1). Obviamente, podemos llamar superficie a S, porque es solo un plano con un pliegue. Sin embargo, S *no* es la gráfica de una función $z = f(x, y)$, porque esto significa que para cada $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ tiene que existir *un* z_0 tal que $(x_0, y_0, z_0) \in S$. Como se muestra en la Figura 7.3.1, esta condición se viola.

Otro ejemplo sería el toro, una superficie como un dónut, la cual se muestra en la Figura 7.3.2. Todo el mundo diría que un toro es una superficie; pero, razonando como antes, un toro no puede ser la