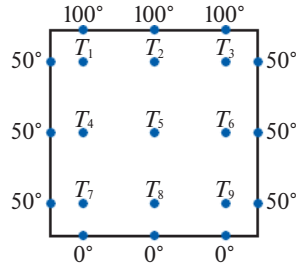


8. **Distribución de calor.** Se tiene una placa rectangular cuyas orillas se mantienen a cierta temperatura. Nos interesa encontrar la temperatura en los puntos interiores. Considere el siguiente diagrama. Hay que hallar aproximaciones para los puntos T_1 a T_9 , o sea, la temperatura de los puntos intermedios. Suponga que la temperatura en un punto interior es el promedio de la temperatura de los cuatro puntos que lo rodean: arriba, a la derecha, abajo y a la izquierda.



- a) Con esta suposición, establezca un sistema de ecuaciones, considerando primero el punto T_1 , después el punto T_2 , etc. Reescriba el sistema de manera que todas las variables se encuentren a un lado de la ecuación. Por ejemplo, para T_1 se tiene

$$T_1 = \frac{(100 + T_2 + T_4 + 50)}{4}$$

que se puede reescribir como $4T_1 - T_2 - T_4 = 150$.

Encuentre la matriz de coeficientes y la matriz aumentada. Describa el patrón que observe en la forma de la matriz de coeficientes. Dicha matriz se llama **matriz de banda**. ¿Puede ver de dónde viene el nombre?

- b) Resuelva el sistema usando el comando `rref`. Observe que se obtiene una solución única. Use la notación “:” para asignar la solución a la variable x .
- c) Suponga que A es la matriz de coeficientes y b es el lado derecho del sistema anterior. Dé el comando $y = A \backslash b$. (La diagonal aquí se llama **diagonal invertida**. No es la diagonal de división.) Compare y y x .

9. Modelo de insumo-producto de Leontief

- a) Haga referencia al ejemplo 1.2.10. Resuelva el sistema dado usando el comando `rref` y el comando “\”. Observe nuevamente que existe una solución única.
- b) Suponga que se tienen tres industrias independientes. La demanda externa para el producto 1 es 300 000; para el producto 2, 200 000, y para el producto 3, 200 000. Suponga que las demandas internas están dadas por

$$a_{11} = .2, \quad a_{12} = .1, \quad a_{13} = .3, \quad a_{21} = .15, \quad a_{22} = .25, \quad a_{23} = .25, \\ a_{31} = .1, \quad a_{32} = .05, \quad a_{33} = 0$$

- i) ¿Qué le dice $a_{32} = 0.5$? ¿qué le dice $a_{33} = 0$?
- ii) Establezca la matriz aumentada para que el sistema de ecuaciones encuentre que x_i es la producción del artículo i para $i = 1, 2, 3$. PRIMERO VUELVA A LEER EL EJEMPLO 1.2.10.
- iii) Resuelva el sistema usando MATLAB. Interprete la solución, es decir, ¿cuánto de cada artículo debe producirse para tener una oferta igual a la demanda?
- iv) Suponga que x_1 se midió en \$ (dólares de producción) y que está interesado en interpretar la solución en centavos. Serán necesarios más dígitos en la respuesta desplegada que los cuatro dígitos normales después del punto decimal. Suponga que ha asignado la varia-