Continuando, se busca una **x** tal que $U\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \\ 21 \end{pmatrix}$; es decir,

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \\ 21 \end{pmatrix}$$

por lo que

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 5x_3 &= -6 \\ 2x_2 + 3x_3 &= 9 \\ -3x_3 &= 21 \end{aligned}$$

Por último,

$$\begin{aligned} x_3 &= -7 \\ 2x_2 + 3(-7) = 7, &\text{ de manera que } x_2 = 14 \\ x_1 - 2(14) + 5(-7) = -6, &\text{ por lo que } x_1 = 57 \end{aligned}$$

La solución es

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 57 \\ 14 \\ -7 \end{pmatrix}$$

En este momento podemos renunciar al teorema del resumen, incluyendo la factorización *LUP* de la matriz.

Teorema 2.7.4 Teorema de resumen (punto de vista 4)

Sea A una matriz de $n \times n$. Entonces las siguientes ocho afirmaciones son equivalentes. Es decir, cada una implica a las otras seis (de manera que si una afirmación es cierta, todas son ciertas, y si una es falsa, todas son falsas).

1. A es invertible.
2. La única solución al sistema homogéneo $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ es la solución trivial ($\mathbf{x} = \mathbf{0}$).
3. El sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ tiene una solución única para cada vector de dimensión n $\mathbf{b}$.
4. A es equivalente por renglones a la matriz identidad de $n \times n$, I_n; es decir, la forma escalonada reducida por renglones de A es I_n.
5. A se puede escribir como el producto de matrices elementales.
6. La forma escalonada por renglones de A tiene n pivotes.
7. $\det A \neq 0$ (por ahora, $\det A$ está definido sólo si A es una matriz de 2×2).
8. Existen una matriz de permutación P, una matriz triangular inferior L con unos en la diagonal principal y una matriz triangular superior invertible U, tales que $PA = LU$.

Una forma sencilla para encontrar la factorización *LU* de una matriz

Suponga que A es una matriz cuadrada que se puede reducir a una matriz triangular superior sin llevar a cabo permutaciones. Por ende existe un camino más sencillo para encontrar la factorización *LU* de A sin hacer uso de la reducción por renglones. Este método se ilustrará en el siguiente ejemplo.