Ejemplo 5 La fuerza de atracción de la Tierra sobre una masa m se puede describir mediante un campo vectorial denominado ***campo gravitatorio***. Colocamos el origen de un sistema de coordenadas en el centro de la Tierra (que suponemos esférica). De acuerdo con la ley de la gravitación de Newton, este campo está dado por

$$\mathbf{F} = -\frac{mMG}{r^3}\mathbf{r},$$

donde $\mathbf{r}(x, y, z) = (x, y, z)$ y $r = \|\mathbf{r}\|$ (véase la Figura 4.3.6). El dominio de este campo vectorial consta de aquellos $\mathbf{r}$ para los que $\|\mathbf{r}\|$ es mayor que el radio de la Tierra. Como hemos visto en el Ejemplo 6 de la Sección 2.6, $\mathbf{F}$ es un campo gradiente, $\mathbf{F} = -\nabla V$, donde

$$V = -\frac{mMG}{r}$$

es el ***potencial gravitatorio***. Obsérvese de nuevo que $\mathbf{F}$ apunta en la dirección de V *decreciente*. Expresando $\mathbf{F}$ en función de sus componentes, vemos que

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\frac{-mMG}{r^3}x, \frac{-mMG}{r^3}y, \frac{-mMG}{r^3}z\right).$$

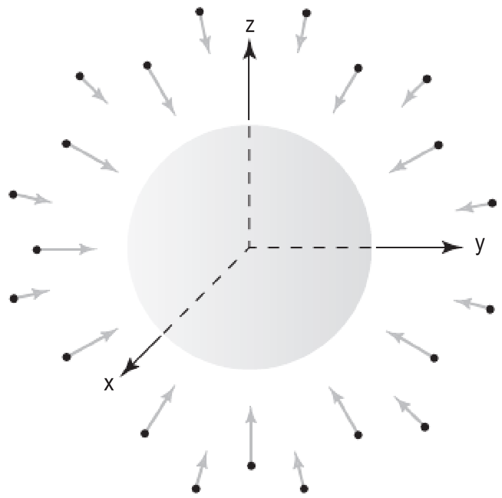

Figura 4.3.6 Campo vectorial $\mathbf{F}$ dado por la ley de la gravitación de Newton.

▲

Ejemplo 6 De acuerdo con la ***ley de Coulomb***, la fuerza que actúa sobre una carga e que se encuentra en la posición $\mathbf{r}$ debida a una carga Q situada en el origen es

$$\mathbf{F} = \frac{\varepsilon Qe}{r^3}\mathbf{r} = -\nabla V,$$

donde $V = \varepsilon Qe/r$ y ε es una constante que depende de las unidades utilizadas. Para $Qe > 0$ (cargas del mismo signo) la fuerza es repulsiva [Figura 4.3.7(a)] y para $Qe < 0$ (cargas de distinto signo) la fuerza es de atracción [Figura 4.3.7(b)]. Puesto que el potencial V es constante en las superficies de nivel de V, estas se denominan ***superficies equipotenciales***. Obsérvese que la fuerza es ortogonal a las superficies