EJEMPLO 2.2.14 **Cómo escribir el producto escalar haciendo uso de la notación de sumatoria**

La ecuación (2.2.1) para el producto escalar se puede escribir de manera compacta usando la notación de sumatoria:

SOLUCIÓN ► $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n = \sum_{i=1}^{n} a_ib_i$

La fórmula (2.2.4) para la componente ij del producto AB se puede escribir

$$\boxed{c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \cdots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj}} \qquad \textbf{(2.2.12)}$$

La notación de sumatoria permite describir propiedades de sumas de un número finito de elementos de forma simplificada. Por ejemplo,

$$\sum_{k=1}^{n} ca_k = ca_1 + ca_2 + ca_3 + \cdots + ca_n$$

$$= c(a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n) = c\sum_{k=1}^{n} a_k$$

A continuación se resumen ésta y otras propiedades.

Teorema 2.2.4 **Propiedades de la notación de sumatoria**

Sean $\{a_n\}$ y $\{b_n\}$ dos sucesiones reales y c un número real. Entonces

$$\sum_{k=M}^{N} ca_k = c\sum_{k=M}^{N} a_k \qquad \textbf{(2.2.13)}$$

$$\sum_{k=M}^{N} (a_k + b_k) = \sum_{k=M}^{N} a_k + \sum_{k=M}^{N} b_k \qquad \textbf{(2.2.14)}$$

$$\sum_{k=M}^{N} (a_k - b_k) = \sum_{k=M}^{N} a_k - \sum_{k=M}^{N} b_k \qquad \textbf{(2.2.15)}$$

$$\sum_{k=M}^{N} a_k = \sum_{k=M}^{m} a_k + \sum_{k=m+1}^{N} a_k \qquad \text{si } M < m < N \qquad \textbf{(2.2.16)}$$

Las demostraciones de estas propiedades se dejan como ejercicios al lector (vea los problemas 107 a 109).

Ahora se usará la notación de sumatoria para probar la ley asociativa y la ley distributiva.