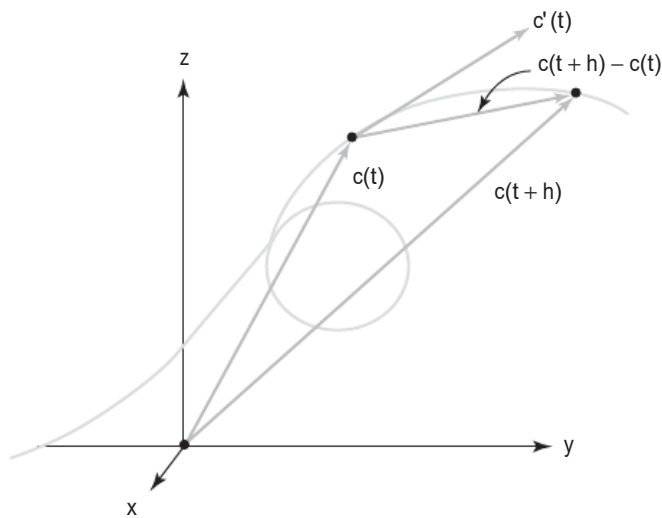


para el vector velocidad se obtienen de la definición de derivada. Sin embargo, el límite se puede interpretar también en el sentido vectorial. En la Figura 2.4.8, vemos que  $[\mathbf{c}(t+h) - \mathbf{c}(t)]/h$  aproxima la tangente a la trayectoria cuando  $h \rightarrow 0$ .

**Vector tangente** La velocidad  $\mathbf{c}'(t)$  es un vector *tangente* a la trayectoria  $\mathbf{c}(t)$  en el instante  $t$ . Si  $C$  es la curva trazada por  $\mathbf{c}$  y si  $\mathbf{c}'(t)$  no es igual a  $\mathbf{0}$ , entonces  $\mathbf{c}'(t)$  es un vector tangente a la curva  $C$  en el punto  $\mathbf{c}(t)$ .



**Figura 2.4.8** El vector  $\mathbf{c}'(t)$  es tangente a la trayectoria  $\mathbf{c}(t)$ .

Si pensamos en la derivada  $D\mathbf{c}(t)$  como en una matriz, esta será un vector columna con los elementos  $x'(t)$ ,  $y'(t)$  y  $z'(t)$ . Por tanto, la derivada aquí es coherente con nuestra noción anterior.

### Ejemplo 5

Calcular el vector tangente a la trayectoria  $\mathbf{c}(t) = (t, t^2, e^t)$  en  $t = 0$ .

### Solución

Aquí  $\mathbf{c}'(t) = (1, 2t, e^t)$  y en  $t = 0$  obtenemos el vector tangente  $(1, 0, 1)$ . ▲

### Ejemplo 6

Describir la trayectoria  $\mathbf{c}(t) = (\cos t, \sin t, t)$ . Determinar el vector velocidad en el punto de la curva imagen cuando  $t = \pi/2$ .

### Solución

Para un  $t$  dado, el punto  $(\cos t, \sin t, 0)$  está sobre la circunferencia  $x^2 + y^2 = 1$  en el plano  $xy$ . Por tanto, el punto  $(\cos t, \sin t, t)$  está  $t$  unidades por encima del punto  $(\cos t, \sin t, 0)$  si  $t$  es positivo y  $-t$  unidades por debajo  $(\cos t, \sin t, 0)$  si  $t$  es negativo. A medida que  $t$  crece,  $(\cos t, \sin t, t)$  se enrolla alrededor del cilindro  $x^2 + y^2 = 1$  con la coordenada  $z$  creciente. La curva que traza se llama *hélice* y se muestra en la Figura 2.4.9. En  $t = \pi/2$ ,  $\mathbf{c}'(\pi/2) = (-\sin \pi/2, \cos \pi/2, 1) = (-1, 0, 1) = -\mathbf{i} + \mathbf{k}$ .