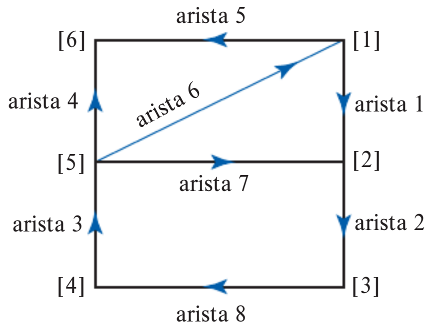
$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la arista } j \text{ entra al nodo } i \\ -1 & \text{si la arista } j \text{ sale del nodo } i \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Por lo tanto, cada columna corresponde a una arista de la digráfica.

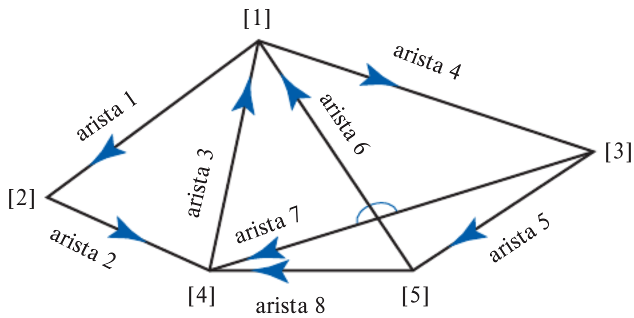
a) Para la digráfica siguiente, establezca la matriz de incidencia nodo-arista A (para introducir A de manera eficiente, vea el problema 2 de MATLAB 2.1).



b) Encuentre un ciclo cerrado (*ciclo no dirigido*) en la digráfica y observe qué aristas incluye. Verifique la dependencia o independencia de las columnas de A que corresponden a estas aristas (por ejemplo, siguiendo la arista 1, después el opuesto de la arista 7, luego la arista 4 y después el opuesto de la arista 5, se forma un ciclo. Forme la matriz `[A(:,1) A(:,7) A(:,4) A(:,5)]` y verifique la independencia). Encuentre tantos ciclos cerrados como pueda reconocer y pruebe la dependencia o independencia de las columnas correspondientes de A.

c) Considere un subconjunto de aristas que no contengan ciclos cerrados. Pruebe la dependencia o independencia de las columnas correspondientes de A.

d) Repita los incisos *a*) a *c*) para la siguiente gráfica:



e) Escriba una conclusión sobre la relación entre ciclos no dirigidos en una digráfica y la dependencia o independencia lineal de las columnas de la matriz de incidencia nodo-arista de la digráfica.

Nota

Este problema fue inspirado por una conferencia dada por Gilbert Strang en la *University of New Hampshire*, en junio de 1991.

5.5 Bases y dimensión

Se ha visto que en $\mathbb{R}^2$ conviene escribir vectores como una combinación lineal de los vectores $\mathbf{i} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $\mathbf{j} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. En $\mathbb{R}^3$ se escribieron los vectores en términos de $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Ahora se generalizará esta idea.