III) Si A es semejante a la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, entonces sus valores característicos son 1, 2 y 3.

Respuestas a la autoevaluación

I) V **II)** F **III)** V

PROBLEMAS 8.3

De los problemas 1 al 21 determine si la matriz dada A es diagonalizable. De ser así, encuentre una matriz C tal que $C^{-1}AC = D$. Verifique que $AC = CD$ y que los elementos distintos de cero de D sean los valores característicos de A.

1. $\begin{pmatrix} -3 & 10 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} -11 & -16 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 24 & 4 \\ -105 & -17 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} 5 & 20 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} -76 & 15 \\ -400 & 79 \end{pmatrix}$

8. $\begin{pmatrix} -\frac{5}{7} & \frac{24}{7} \\ \frac{8}{7} & -\frac{9}{7} \end{pmatrix}$

9. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

10. $\begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

11. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

12. $\begin{pmatrix} -1 & \frac{4}{5} & \frac{12}{5} \\ 1 & -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ 1 & \frac{2}{5} & -\frac{9}{5} \end{pmatrix}$

13. $\begin{pmatrix} -10 & 19 & -3 \\ -8 & 17 & -3 \\ -24 & 42 & -6 \end{pmatrix}$

14. $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

15. $\begin{pmatrix} 1 & -32 & -40 \\ 0 & -9 & -12 \\ 0 & 8 & 11 \end{pmatrix}$

16. $\begin{pmatrix} -5 & -1 & -3 \\ 3 & -1 & 3 \\ 8 & 0 & 6 \end{pmatrix}$

17. $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & -5 & -2 \end{pmatrix}$

18. $\begin{pmatrix} 0 & -15 & -6 \\ -1 & -2 & -2 \\ 3 & 15 & 9 \end{pmatrix}$

19. $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 & 0 \\ -\frac{25}{3} & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 9 & -1 \end{pmatrix}$

20. $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 5 & -2 \end{pmatrix}$

21. $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

22. Demuestre que si A es semejante a B y B es semejante a C, entonces A es semejante a C.

23. Si A es semejante a B, demuestre que A^n es semejante a B^n para cualquier entero positivo n.

24.** Si A es semejante a B, demuestre que $\rho(A) = \rho(B)$ y $\nu(A) = \nu(B)$. [Sugerencia:*** Primero demuestre que si C es invertible, entonces $\nu(CA) = \nu(A)$ probando que $\mathbf{x} \in N_A$ si y sólo si $\mathbf{x} \in$