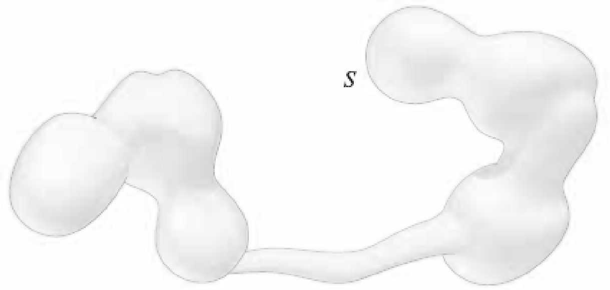

Figura 7.7.8 Una esfera deformada. $1/2\pi \iint_S K\ dA = 2$.

Por tanto, la integral

$$\frac{1}{2\pi}\iint_S K\ dA$$

siempre es igual al entero 2, y por tanto es un *invariante topológico* de la superficie. El que la integral de la curvatura debería ser una cantidad interesante debería estar ya claro, después de la exposición al final de la Sección 7.1.

Ahora vamos a considerar un toro, o dónut. El toro se puede considerar como una esfera a la que se le cortan dos discos y se le pega un asa (véase la Figura 7.7.9).

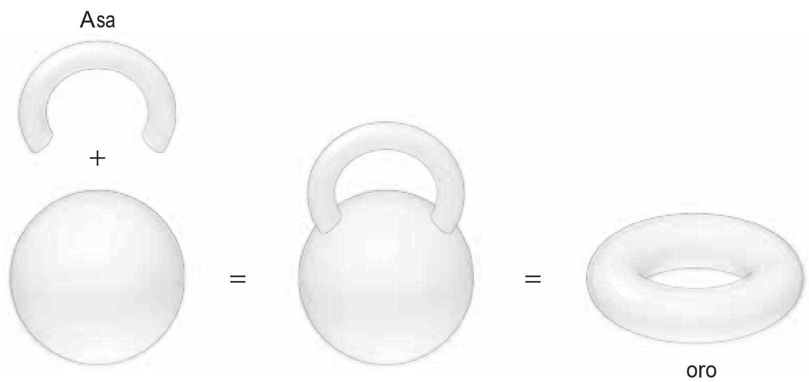

Figura 7.7.9 Pegando un asa a una esfera obtenemos un toro.

Además, podemos continuar este proceso añadiendo 1, 2, 3, ..., g asas a la esfera. Si se pegan g asas, diremos que la superficie resultante tiene género g, como la mostrada en la Figura 7.7.10. Obsérvese que el toro tiene género 1.

Si dos superficies tienen un género diferente, son topológicamente distintas, y no se puede por tanto obtener una a partir de otra mediante dobleces y estiramientos. Dos superficies con el mismo género se pueden colocar en el espacio de formas muy diferentes y complejas, como en la Figura 7.7.11. Sorprendentemente, incluso aunque la integral (o curvatura total) dada por $(1/2\pi)\iint_S K\ dA$ dependa del género, no depende de cómo la superficie se sitúa en el espacio (y por tanto no depende de K).