cero. Esto implica que tanto h_1 como h_2 tienen que ser cero, de modo que $H(\mathbf{h})$ es definitiva positiva. ■

De la misma manera podemos ver que $H(\mathbf{h})$ es definida negativa si y solo si $a < 0$ y $ac - b^2 > 0$. Fíjese en que una formulación alternativa es que $H(\mathbf{h})$ es definida positiva si $a + c =$ traza $B > 0$ y det $B > 0$. $H(\mathbf{h})$ es definida negativa si $a + c < 0$ y det $B > 0$.

Criterio del determinante para ver si una forma cuadrática es definida positiva

Existen criterios similares para comprobar si una matriz simétrica $n \times n$ B es definida positiva (o negativa), proporcionando así un criterio para hallar los puntos de máximo y de mínimo de funciones de n variables. Consideremos las n submatrices cuadradas a lo largo de la diagonal (véase la Figura 3.3.5). B es definida positiva (es decir, la forma cuadrática asociada con B es definida positiva) si y solo si los determinantes de estas submatrices diagonales son todos ellos mayores que cero. Para B definida negativa, los signos deben ser alternativamente < 0 y > 0. No vamos a demostrar aquí el caso general.[7] Cuando los determinantes de las submatrices diagonales son todos distintos de cero, pero la matriz hessiana no es definida positiva ni negativa, el punto crítico es de ***tipo silla***; en este caso, podemos demostrar que el punto no es de máximo ni de mínimo, como en el Ejemplo 2.

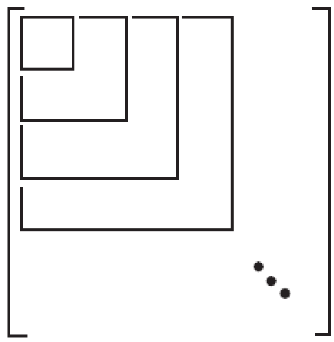

Figura 3.3.5 Las submatrices "diagonales" se usan en el criterio para ver si una forma cuadrática es definida positiva; todos los determinantes tienen que ser > 0.

Criterio general de la derivada segunda (*n* variables)

Supóngase que $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ es un punto crítico para una función de clase C^2 $f : U \to \mathbb{R}$, y U es un conjunto abierto que contiene $\mathbf{x}_0$; es decir, $\frac{\partial f}{\partial x_i}(\mathbf{x}_0) = 0$, $i = 1, \cdots, n$. Supóngase que la matriz hessiana $\{\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}(\mathbf{x}_0)\}$ es definida positiva; entonces $\mathbf{x}_0$ es un punto de mínimo local estricto para f. Si la matriz hessiana es definida negativa, $\mathbf{x}_0$ es un punto de máximo local estricto. Si la matriz hessiana no es ni definida positiva ni

[7]Esto se demuestra, por ejemplo, en el libro de K. Hoffman y R. Kunze, *Linear Algebra*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1961, pp. 249–251. Aquellos estudiantes con los conocimientos suficientes de álgebra lineal, se darán cuenta de que B es definida positiva cuando todos sus autovalores (que son necesariamente reales, porque B es simétrica) son positivos.