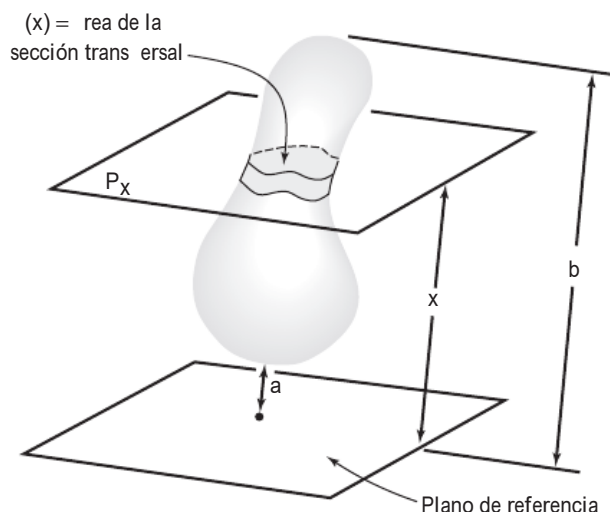
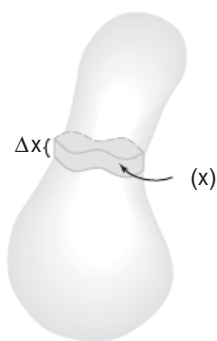


## Principio de Cavalieri

Existe un método útil para el cálculo de volúmenes, conocido como *principio de Cavalieri*. Supongamos que tenemos un cuerpo sólido y sea  $A(x)$  el área de la sección transversal en un plano  $P_x$  que está a una distancia  $x$  de un plano de referencia (Figura 5.1.6).



**Figura 5.1.6** Un cuerpo sólido con área de sección transversal  $A(x)$  a distancia  $x$  de un plano de referencia.



**Figura 5.1.7** El volumen de una placa con un área de sección transversal  $A(x)$  y espesor  $\Delta x$  es igual a  $A(x) \Delta x$ . El volumen total del cuerpo es  $\int_a^b A(x) dx$ .

Según el principio de Cavalieri, el volumen del cuerpo está dado por

$$\text{volumen} = \int_a^b A(x) dx,$$

donde  $a$  y  $b$  son las distancias mínima y máxima al plano de referencia. Esto se puede entender de forma intuitiva. Si dividimos  $[a, b]$  en  $n$  partes iguales haciendo  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ , entonces si  $\Delta x = x_{i+1} - x_i$  una suma de Riemann aproximante para la integral anterior es

$$\sum_{i=0}^{n-1} A(c_i)(x_{i+1} - x_i) = \sum_{i=0}^{n-1} A(c_i) \Delta x.$$

Pero esta suma también aproxima el volumen del cuerpo, porque  $A(x) \Delta x$  es el volumen de una placa con un área de la sección transversal  $A(x)$  y espesor  $\Delta x$  (Figura 5.1.7). Por tanto, es razonable aceptar la fórmula anterior para el volumen.

Bonaventura Cavalieri (1598–1647) fue discípulo de Galileo y profesor en Bolonia. Sus investigaciones sobre el área y el volumen fueron importantes en la construcción de las bases del cálculo. Aunque sus métodos fueron criticados por sus contemporáneos, Arquímedes había utilizado ideas similares en la antigüedad y fueron retomadas después por los “padres” del cálculo, Newton y Leibniz.

## Nota histórica