Por ejemplo, $|3| = 3, |-3| = 3, |0| = 0$ y $|-6| = 6$. La desigualdad $|a + b| \leq |a| + |b|$ siempre se cumple. La ***distancia de*** a ***a*** b es igual a $|a - b|$. Por tanto, la distancia de 6 a 10 es 4 y de -6 a 3 es 9.

Si escribimos $A \subset \mathbb{R}$, queremos decir que A es un ***subconjunto*** de $\mathbb{R}$. Por ejemplo, A podría ser el conjunto de enteros $\{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$. Otro ejemplo de subconjunto de $\mathbb{R}$ es el conjunto $\mathbb{Q}$ de los números racionales. Generalmente, para dos colecciones de objetos (es decir, conjuntos) A y B, $A \subset B$ quiere decir que A es un subconjunto de B; es decir, cada elemento de A es también un elemento de B.

El símbolo $A \cup B$ representa la ***unión*** de A y B, la colección cuyos elementos son elementos de A o de B (o de ambos). Por tanto,

$$\{\ldots, -3, -2, -1, 0\} \cup \{-1, 0, 1, 2, \ldots\} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}.$$

De forma análoga, $A \cap B$ es la ***intersección*** de A y B; es decir, este conjunto consta de aquellos elementos de A y B que están en A y en B. Por tanto, la intersección de los dos conjuntos anteriores es $\{-1, 0\}$.

Escribiremos $A \backslash B$ para designar a aquellos elementos de A que no están en B. Por tanto,

$$\{\ldots, -3, -2, -1, 0\} \backslash \{-1, 0, 1, 2, \ldots\} = \{\ldots, -3, -2\}.$$

También podemos especificar conjuntos como se muestra en los siguientes ejemplos:

$$\begin{aligned}
\{a \in \mathbb{R} \mid a \text{ es un entero}\} &= \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\} \\
\{a \in \mathbb{R} \mid a \text{ es un entero par}\} &= \{\ldots, -2, 0, 2, 4, \ldots\} \\
\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\} &= [a, b].
\end{aligned}$$

Una ***función*** $f\colon A \to B$ es una regla que asigna a cada $a \in A$ un elemento específico $f(a)$ de B. Decimos que A es el ***dominio*** de f y B es el ***espacio de llegada*** de f. El conjunto $\{f(x) \mid x \in A\}$ que consta de todos los valores de $f(x)$ se denomina ***recorrido*** de f. Se denota mediante $f(A)$, el recorrido es un subconjunto del espacio de llegada B. Puede ser todo B, en cuyo caso se dice que f es una función ***sobre*** B. El hecho de que la función f envíe a a $f(a)$ se denota mediante $a \mapsto f(a)$. Por ejemplo, la función $f(x) = x^3/(1-x)$ que asigna el número $x^3/(1-x)$ a cada $x \neq 1$ en $\mathbb{R}$ también se puede definir mediante la regla $x \mapsto x^3/(1-x)$. Las funciones también reciben el nombre de ***aplicaciones*** o ***transformaciones***. La notación $f\colon A \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ significa que A es un subconjunto de $\mathbb{R}$ y que f asigna un valor $f(x)$ en $\mathbb{R}$ a cada $x \in A$. La ***gráfica*** de f consta de todos los puntos del plano $(x, f(x))$ (Figura P.3).

La notación $\sum_{i=1}^{n} a_i$ significa $a_1 + \cdots + a_n$, donde $a_1, \ldots, a_n$ son números dados. La suma de los primeros n enteros es

$$1 + 2 + \cdots + n = \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}.$$