obtiene una segunda ecuación válida. Los casos más interesantes de la propiedad B se presentan cuando $c \neq 0$, ya que aunque la ecuación $0 = 0$ es correcta, no es muy útil.

EJEMPLO 1.1.1 Sistema con una solución única

Considere el sistema

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 4 \\ 5x + 2y &= 12 \end{aligned} \tag{1.1.2}$$

Si se suman las dos ecuaciones se tiene, por la propiedad A, la siguiente ecuación: $8x = 16$ (es decir, $x = 2$). Entonces, si se despeja de la segunda ecuación, $2y = 12 - 5x = 12 - 10 = 2$, entonces $y = 1$. Así, el par (2, 1) satisface el sistema, es decir, al sustituir $x = 2$ y $y = 1$ en (1.1.2) se obtiene

$$\begin{aligned} 3(2) - 2(1) &= 6 - 2 = 4 \\ 5(2) - 2(1) &= 10 + 2 = 12 \end{aligned}$$

y la forma en que se encontró la solución muestra que es el único par de números que lo hace. Es decir, el sistema (1.1.2) tiene una **solución única**.

Solución única

EJEMPLO 1.1.2 Sistema con un número infinito de soluciones

Considere el sistema

$$\begin{aligned} x - y &= 7 \\ 2x - 2y &= 14 \end{aligned} \tag{1.1.3}$$

Se puede ver que estas dos ecuaciones son equivalentes. Esto es, cualesquiera dos números, x y y, que satisfacen la primera ecuación también satisfacen la segunda, y viceversa. Para comprobar esto se multiplica la primera ecuación por 2, esto está permitido por la propiedad B. Al ser ambas ecuaciones equivalentes, lo único que podemos hacer es despejar una incógnita en términos de cualquiera otra de las dos ecuaciones. Entonces $x - y = 7$ o $y = x - 7$. Así, el par $(x, x - 7)$ es una solución al sistema (1.1.3) para cualquier número real x. Es decir, el sistema (1.1.3) tiene un **número infinito de soluciones**. Para este ejemplo, los siguientes pares son soluciones: (7, 0), (0, –7), (8, 1), (1, –6), $(\frac{1}{2}, -\frac{13}{2})$ y $(\sqrt{2}, \sqrt{2} - 7)$.

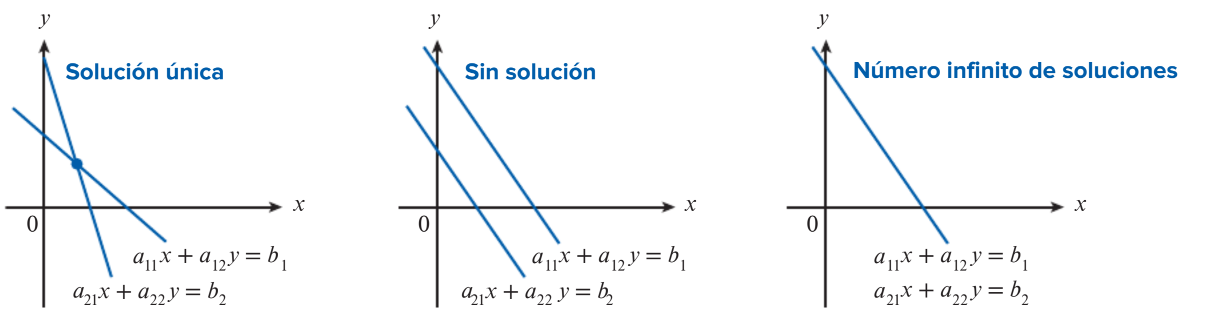
Número infinito de soluciones

EJEMPLO 1.1.3 Sistema sin solución

Considere el sistema

$$\begin{aligned} x - y &= 7 \\ 2x - 2y &= 13 \end{aligned} \tag{1.1.4}$$

Si se multiplica la primera ecuación por 2 (que de nuevo está permitido por la propiedad B) se obtiene $2x - 2y = 14$. Esto contradice la segunda ecuación. Por lo tanto, el sistema (1.1.4) **no tiene solución**.



a) Rectas no paralelas; un punto de intersección

b) Rectas paralelas; sin puntos de intersección

c) Rectas que coinciden; número infinito de puntos de intersección

Figura 1.2

Dos rectas se intersecan en un punto, en ninguno o (si coinciden) en un número infinito de puntos.