

**PROBLEMAS 2.4**

En los problemas 1 a 22 determine si la matriz dada es invertible. De ser así, calcule la inversa.

1.  $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$

2.  $\begin{pmatrix} 4 & -7 \\ -8 & 14 \end{pmatrix}$

3.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

4.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

5.  $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 11 \end{pmatrix}$

6.  $\begin{pmatrix} a & b \\ -a & -b \end{pmatrix}$

7.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 5 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

8.  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & -2 \\ -1 & 5 & 8 \end{pmatrix}$

9.  $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

10.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

11.  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

12.  $\begin{pmatrix} 2 & 24 & 48 \\ 0 & -3 & 12 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

13.  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 8 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

14.  $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

15.  $\begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \delta & \epsilon & \zeta \\ 3\alpha - 2\delta & 3\beta - 2\epsilon & 3\gamma - 2\zeta \end{pmatrix}$

16.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

17.  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

18.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

19.  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$

20.  $\begin{pmatrix} -4 & -5 & -1 & -7 \\ 1 & 4 & -9 & 8 \\ -6 & -2 & -20 & 2 \\ 3 & 6 & 10 & 11 \end{pmatrix}$

21.  $\begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

22.  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

23. Muestre que si  $A$ ,  $B$  y  $C$  son matrices invertibles, entonces  $ABC$  es invertible y  $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$ .

24. Si  $A_1, A_2, \dots, A_m$  son matrices invertibles de  $n \times n$ , muestre que  $A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_m$  es invertible y calcule su inversa.

25. Muestre que la matriz  $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$  es su propia inversa.

26. Muestre que la matriz  $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$  es su propia inversa si  $A = \pm I$  o si  $a_{11} = -a_{22}$  y  $a_{21}a_{12} = 1 - a_{11}^2$ .

27. Encuentre el vector de producción  $\mathbf{x}$  en el modelo de insumo-producto de Leontief si

$$n = 3, \mathbf{e} = \begin{pmatrix} 40 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix} \text{ y } A = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & 0 \\ \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{10} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}.$$