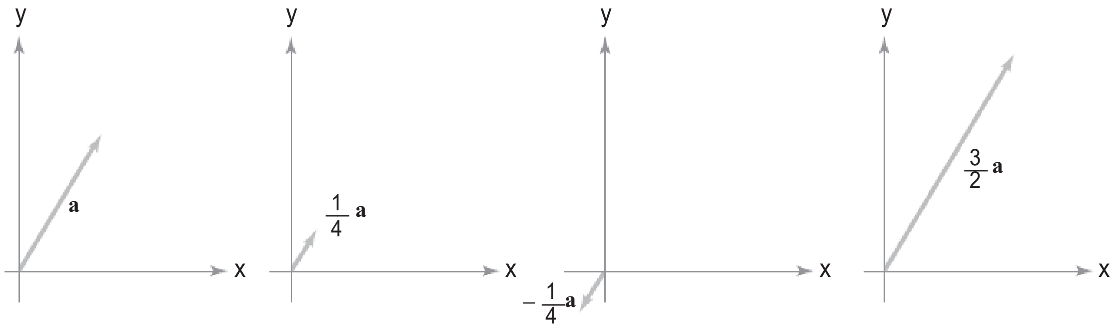

Figura 1.1.9 Múltiplos escalares de un vector a.

vamos a considerar que dos vectores son *iguales* si tienen igual tamaño, dirección y sentido. Cuando el extremo inicial de los vectores se encuentra en el origen, hablamos de ***vectores fijos***. Cuando el extremo inicial de los vectores se encuentra en cualquier otro punto, entonces diremos que tenemos ***vectores libres*** o simplemente ***vectores***.

La multiplicación de vectores por un escalar también tiene una interpretación geométrica. Si α es un escalar y $\mathbf{a}$ un vector, definimos $\alpha\mathbf{a}$ como un vector cuya longitud es $|\alpha|$ veces la longitud de $\mathbf{a}$ y que tiene el mismo sentido que $\mathbf{a}$ si $\alpha > 0$ y sentido opuesto si $\alpha < 0$. La Figura 1.1.9 muestra varios ejemplos.

Basándonos en los triángulos semejantes, determinamos que si $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ y α es un escalar, entonces

$$\alpha\mathbf{a} = (\alpha a_1, \alpha a_2, \alpha a_3).$$

Es decir, la definición geométrica coincide con la algebraica.

Dados dos vectores $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$, ¿cómo representamos el vector $\mathbf{b} - \mathbf{a}$ geométricamente?, es decir, ¿cuál es la geometría de la resta de vectores? Puesto que $\mathbf{a} + (\mathbf{b} - \mathbf{a}) = \mathbf{b}$, vemos que $\mathbf{b} - \mathbf{a}$ es el vector que hay que sumar a $\mathbf{a}$ para obtener $\mathbf{b}$. En vista de esto, podemos concluir que $\mathbf{b} - \mathbf{a}$ es un vector con el mismo tamaño y paralelo al segmento dirigido que comienza en el punto final de $\mathbf{a}$ y termina en el punto final de $\mathbf{b}$ cuando $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ parten del mismo punto (véase la Figura 1.1.10).

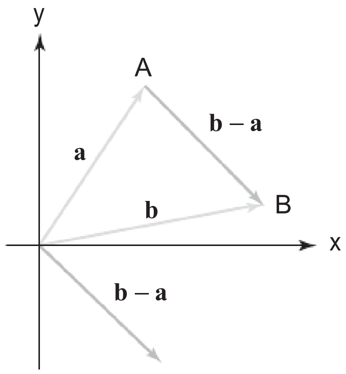

Figura 1.1.10 Geometría de la resta de vectores.

Ejemplo 4 Sean $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ los vectores mostrados en la Figura 1.1.11. Dibujar los vectores $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ y $-2\mathbf{u}$. ¿Cuáles son sus componentes?

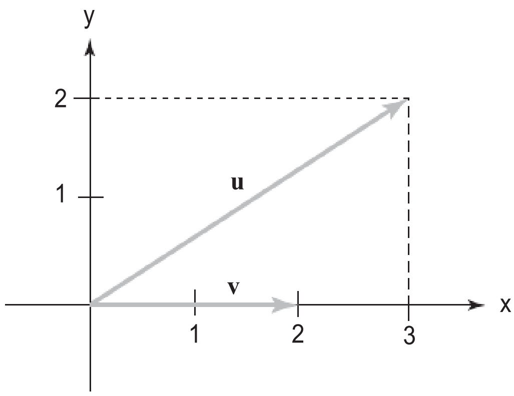

Figura 1.1.11 Determinar $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ y $-2\mathbf{u}$.