41. Sea T una transformación lineal de $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ y $T\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-4\\0\\5\end{pmatrix}$. Encuentre:

a) $T\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ y *b*) $T\begin{pmatrix}-3\\7\end{pmatrix}$

42. En el ejemplo 7.1.8:

a) Encuentre la matriz de rotación A_θ cuando $\theta = \frac{\pi}{6}$.

b) ¿Qué le ocurre al vector $\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}^{\top}$ si se rota un ángulo de $\frac{\pi}{6}$ en dirección contraria a la de las manecillas del reloj?

43. Sea $A_\theta = \begin{pmatrix}\cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0\\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$. Describa geométricamente la transformación lineal T: $\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por $T\mathbf{x} = A_\theta\mathbf{x}$.

44. Conteste las preguntas del problema 43 para $A_\theta = \begin{pmatrix}-\operatorname{sen}\theta & 0 & \cos\theta\\ 0 & 1 & 0\\ \cos\theta & 0 & -\operatorname{sen}\theta\end{pmatrix}$.

45. Suponga que en un espacio vectorial real V, T satisface $T(\mathbf{x}+\mathbf{y}) = T\mathbf{x} - T\mathbf{y}$ y $T(\alpha\mathbf{x}) = \alpha T\mathbf{x}$ para $\alpha \geq 0$. Demuestre que T es lineal.

46. Encuentre una transformación lineal T: $\mathbb{M}_{23} \to \mathbb{M}_{22}$.

47. Si T es una transformación lineal de V en W, demuestre que $T(\mathbf{x}-\mathbf{y}) = T\mathbf{x} - T\mathbf{y}$.

48. Si T es una transformación lineal de V en W, demuestre que $T\,\mathbf{0} = \mathbf{0}$. ¿Son estos dos vectores cero el mismo?

49. Sea V un espacio con producto interno y sea $\mathbf{u}_0 \in V$ fijo. Suponga que T: $V \to \mathbb{R}$ (o $\mathbb{C}$) está definido por $T\mathbf{v} = \langle \mathbf{v}, \mathbf{u}_0\rangle$. Demuestre que T es lineal.

***50.** Demuestre que si V es un espacio vectorial complejo con producto interno y T: $V \to \mathbb{C}$ está definido por $T\mathbf{v} = \langle \mathbf{u}_0, \mathbf{v}\rangle$ para un vector fijo $\mathbf{u}_0 \in V$, entonces T no es lineal.

51. Sea V un espacio con producto interno con el subespacio de dimensión finita H. Sea $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \ldots, \mathbf{u}_k\}$ una base para H. Demuestre que T: $V \to H$ definida por $T\mathbf{v} = \langle \mathbf{v}, \mathbf{u}_1\rangle\mathbf{u}_1 + \langle \mathbf{v}, \mathbf{u}_2\rangle\mathbf{u}_2 + \cdots + \langle \mathbf{v}, \mathbf{u}_k\rangle\mathbf{u}_k$ es una transformación lineal.

52. Sean V y W dos espacios vectoriales. Denote por $L(V, W)$ el conjunto de transformaciones lineales de V en W. Si T_1 y T_2 están en $L(V, W)$, defina αT_1 y $T_1 + T_2$ por $(\alpha T_1)\mathbf{v} = \alpha(T_1\mathbf{v})$ y $(T_1 + T_2)\mathbf{v} = T_1\mathbf{v} + T_2\mathbf{v}$. Pruebe que $L(V, W)$ es un espacio vectorial.

EJERCICIOS CON MATLAB 7.1

Información de MATLAB: impresión de gráficas

Para imprimir una gráfica en MATLAB es necesario seleccionar la ventana de la figura de interés y del menú se escoge

File –> Print.