quiere decir que A es invertible. Todavía debe demostrarse que $B = A^{-1}$. Sea $A^{-1} = C$. Entonces, $AC = I$. Así

$$BAC = B(AC) = BI = B \quad \text{y} \quad BAC = (BA)C = IC = C$$

Por lo tanto, $B = C$, y el inciso i) queda demostrado.

ii) Sea $AB = I$. Entonces del inciso i), $A = B^{-1}$. De la definición 2.4.2 esto significa que $AB = BA = I$, lo que prueba que A es invertible y que $B = A^{-1}$. Esto completa la demostración.

RESUMEN 2.4

- La **matriz identidad $n \times n$, I_n**, es la matriz de $n \times n$ con unos en la **diagonal principal** y ceros en otra parte. I_n se denota generalmente por I.
- Si A es una matriz cuadrada, entonces $AI = IA = A$.
- La matriz A de $n \times n$ es **invertible** si existe una matriz A^{-1} de $n \times n$ tal que

$$AA^{-1} = A^{-1}A = 1$$

  En este caso la matriz A^{-1} se llama la **inversa** de A.
- Si A es invertible, su inversa es única.
- Si A y B son matrices invertibles de $n \times n$, entonces AB es invertible y

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

- Para determinar si una matriz A de $n \times n$ es invertible:

  i) Se escribe la matriz cuadrada aumentada $(A \mid I)$.

  ii) Se reduce A por renglones a la forma escalonada reducida por renglones.

  iii) ***a)*** Si la forma escalonada reducida por renglones de A es I, entonces A^{-1} será la matriz a la derecha de la raya vertical punteada.

  b) Si la forma escalonada reducida por renglones de A contiene un renglón de ceros, entonces A no es invertible.

- La matriz de 2×2, $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ es invertible si y sólo si el determinante de A, $\det A = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$.

  En cuyo caso

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$$

- Dos matrices A y B son **equivalentes por renglón** si A se puede transformar en B reduciendo por renglones.
- Sea A una matriz de $n \times n$. Si $AB = I$ o $BA = I$, entonces A es invertible y $B = A^{-1}$.