29. (Se omite el dibujo).
Rectangular

(a) $(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, 1)$.
(b) $(3\sqrt{3}/2, 3/2, -4)$.
(c) $(0, 0, 1)$.
(d) $(0, -2, 1)$.
(e) $(0, 2, 1)$.

Esférica

(a) $(\sqrt{2}, \pi/4, \pi/4)$.
(b) $(5, \pi/6, \operatorname{arccos}(-4/5))$.
(c) $(1, \pi/4, 0)$.
(d) $(\sqrt{5}, 3\pi/2, \operatorname{arccos}(\sqrt{5}/5))$.
(e) $(\sqrt{5}, \pi/2, \operatorname{arccos}(\sqrt{5}/5))$.

31. $z = r^2 \cos 2\theta; \cos\phi = \rho \operatorname{sen}^2 \phi \cos 2\theta$.

33. $|\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}| = 6 < \sqrt{98} = \|\mathbf{x}\|\|\mathbf{y}\|; \|\mathbf{x}+\mathbf{y}\| = \sqrt{33} < \sqrt{14} + \sqrt{7} = \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|$.

35. (a) La ley asociativa para la multiplicación de matrices se puede comprobar como sigue:

$$[(AB)C]_{ij} = \sum_{k=1}^{n} (AB)_{ik} C_{kj} = \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n} A_{il} B_{lk} C_{kj}$$
$$= \sum_{l=1}^{n} A_i (BC)_{lj} = [A(BC)]_{ij}.$$

Utilizar este resultado con C siendo un vector columna.

(b) La matriz para la composición es la matriz producto.

37. $\mathbb{R}^n$ está generado por los vectores $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \ldots, \mathbf{e}_n$. Si $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n$, entonces

$$T\mathbf{v} = T\left[\sum_{i=1}^{n} (\mathbf{v}\cdot\mathbf{e}_i)\mathbf{e}_i\right] = \sum_{i=1}^{n} (\mathbf{v}\cdot\mathbf{e}_i) T\mathbf{e}_i.$$

Sea $a_{ij} = (T\mathbf{e}_j \cdot \mathbf{e}_i)$, de modo que

$$T\mathbf{e}_j = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\mathbf{e}_i.$$

Entonces

$$T\mathbf{v}\cdot\mathbf{e}_k = \sum_{i=1}^{n} (\mathbf{v}\cdot\mathbf{e}_i) a_{ki}.$$

Es decir, si

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}, \quad \text{entonces} \quad T\mathbf{v} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix},$$

como se quería.

39. (a) $70\cos\theta + 20\operatorname{sen}\theta$.
(b) $(21\sqrt{3} + 6)$ kg · m.

41. Cada lado es igual a $2xy - 7yz + 5z^2 - 48x + 54y - 5z - 96$. (O cambiar las dos primeras columnas y luego restar la primera fila de la segunda).

43. Sumar la última fila a la primera y restarla de la segunda.

45. (a) Escalar. (b) Vector. (c) Vector. (d) Escalar.

47. (a)
$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix},$$
$$(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

(b)
$$A^{-1}B^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \neq (AB)^{-1},$$
$$B^{-1}A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = (AB)^{-1}.$$

49. (a) $\dfrac{1}{6}\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$.
(b) $1/3$.

51. Utilizar el hecho de que $\|\mathbf{a}\|^2 = \mathbf{a}\cdot\mathbf{a}$, expandir ambos lados y usar la definición de $\mathbf{c}$.

53. $(1/\sqrt{38})\mathbf{i} - (6/\sqrt{38})\mathbf{j} + (1/\sqrt{38})\mathbf{k}$.

55. $(2/\sqrt{5})\mathbf{i} - (1/\sqrt{5})\mathbf{j}$.

57. $(\sqrt{3}/2)\mathbf{i} + (1/2\sqrt{2})\mathbf{j} + (1/2\sqrt{2})\mathbf{k}$.

Capítulo 2

Sección 2.1

1. (a) Valores escalares.
(b) Valores vectoriales.
(c) Valores vectoriales.