tridimensional (el pez en estado de reposo) a otra (el pez en su forma actual).

En la primera sección del capítulo describimos los conceptos clave en las aplicaciones entre regiones del plano. También desarrollaremos la técnica del cambio de variables para las integrales dobles y triples. El capítulo también incluye algunas de las aplicaciones físicas importantes de la integral.

6.1 Geometría de las aplicaciones de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^2$

En esta sección, vamos a ocuparnos de aplicaciones de subconjuntos de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^2$. La comprensión geométrica resultará útil en la siguiente sección, al estudiar la fórmula del cambio de variables para integrales múltiples.

Aplicaciones de una región en otra

Sea D^* un subconjunto de $\mathbb{R}^2$; supóngase que consideramos una aplicación continuamente diferenciable $T\colon D^* \to \mathbb{R}^2$, de modo que T lleva puntos de D^* a puntos de $\mathbb{R}^2$. Denotamos el conjunto de puntos de la imagen mediante D o mediante $T(D^*)$; por tanto, $D = T(D^*)$ es el conjunto de todos los puntos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tales que

$$(x, y) = T(x^*, y^*) \qquad \text{para algún} \qquad (x^*, y^*) \in D^*.$$

Una forma de comprender la geometría de una aplicación T es ver cómo *deforma* o cambia D^*. Por ejemplo, la Figura 6.1.1 ilustra una aplicación T que transforma una región ligeramente retorcida en un disco.

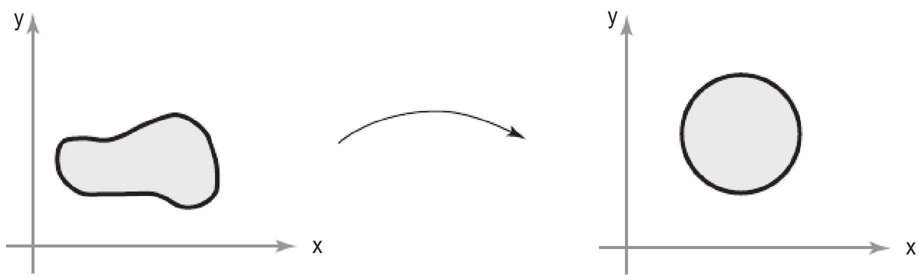

Figura 6.1.1 Una función T de una región D^* en un disco D.

Ejemplo 1 Sea $D^* \subset \mathbb{R}^2$ el rectángulo $D^* = [0, 1] \times [0, 2\pi]$. Entonces todos los puntos de D^* son de la forma (r, θ), donde $0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi$. Sea T el "cambio de variables" a coordenadas polares definido por $T(r, \theta) = (r \cos\theta, r \operatorname{sen}\theta)$. Hallar el conjunto imagen de D.