$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Encuentre los ángulos entre los ejes coordenados de la nave y el eje y estándar, y los ángulos entre cada eje coordenado de la nave y el eje z estándar (vea el problema 9 de esta sección de MATLAB). Explique su procedimiento.

16. ***a*)** Sea $\mathbf{x}$ un vector aleatorio de 3×1. Sea $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|}$. Encuentre la matriz $H = I - 2\mathbf{v}\mathbf{v}^{\mathrm{T}}$, donde I es la matriz identidad de 3×3. Verifique que H es ortogonal. Repita para otros dos vectores $\mathbf{x}$ (recuerde que el comando `eye` crea una matriz identidad).

***b*)** Repita el inciso *a*) para $\mathbf{x}$, un vector aleatorio de $n \times 1$ con dos valores diferentes de n (aquí I será la matriz identidad de $n \times n$).

***c*)** (*Lápiz y papel*) Si $\mathbf{v}$ es un vector de longitud 1 en $\mathbb{R}^n$, pruebe que $H = I - 2\mathbf{v}\mathbf{v}^{\mathrm{T}}$ es una matriz ortogonal.

***d*) Geometría** Las matrices que se acaban de construir se denominan **reflectores elementales**. Sea $\mathbf{v}$ un vector unitario en $\mathbb{R}^2$ y construya H como antes. Sea $\mathbf{x}$ cualquier vector en $\mathbb{R}^2$. Entonces $H\mathbf{x}$ es la reflexión de $\mathbf{x}$ a través de la recta perpendicular a $\mathbf{v}$.

El siguiente programa de MATLAB ilustra esta geometría. El vector $\mathbf{z}$ calculado es $\mathbf{x}$ – $\text{proy}_{\mathbf{v}}\, \mathbf{x}$; por tanto, será un vector perpendicular a $\mathbf{v}$. Así, $\mathbf{z}$ representa la recta perpendicular a $\mathbf{v}$. Esta recta está dibujada con una línea punteada en color magenta. La recta determinada por $\mathbf{v}$ se representa con una línea azul discontinua. El vector $\mathbf{x}$ original está trazado en negro y el vector reflejado $\mathbf{h}$ está dibujado en rojo. Los renglones del programa que preceden a la instrucción de graficar se necesitan para establecer la perspectiva de los ejes de manera adecuada para que las longitudes iguales se vean iguales y los ángulos rectos se vean como tales. Cuando termine esta parte, borre la ventana de gráficos con el comando `clf`.

Introduzca los vectores $\mathbf{vv}$ y $\mathbf{x}$ de 2×1:

```
v=vv/norm(vv); % Vector unitario con la dirección de vv
z=x-(x'*v)*v; % Proyección perpendicular de x
% con respecto a vv
H=eye(2)-2*v*v'; % Operador de reflexión
h=H*x; % Imagen del vector x a través de la reflexión
aa=[x',z',h',-z',v',-v’];
m=min(aa);M=max(aa);
plot([0 z(1)],[0,z(2)],'m:',[0,-z(1)],[0,-z(2)],'m:',...
   [0 v(1)],[0,v(2)],'b--',[0,-v(1)],[0,-v(2)],'b--',...
   [0 x(1)],[0,x(2)],'k--',[0,h(1)],[0,h(2)],'r')
axis([m M m M]);
axis('square');
grid
title('Magenta z, Azul v, Negra x, Roja h')
```

Los vectores sugeridos son

```
vv =[0;1]     x =[3;3]
vv =[1;1]     x =[-1;2]
vv =[1;1]     x =[4;2]
```

***e*)** Observando la geometría, dé una conclusión de la relación entre H y H^{-1}. Pruebe su conclusión para cuatro matrices H generadas igual que en los incisos *a*) y *b*).

PROBLEMA PROYECTO

17. Trabaje los problemas 9 y 10 de MATLAB 5.8 y el problema 15 de esta sección (de MATLAB).