EJERCICIOS CON MATLAB 2.7

1. Si se siguen los pasos descritos en el problema 3 de MATLAB 2.6, encuentre la descomposición LU para A; es decir, encuentre L y U y verifique que $LU = A$. Aquí U no es triangular superior sino que se encuentra en la forma escalonada reducida por renglones (excepto que los pivotes no necesariamente son iguales a 1):

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -4 & 6 \\ 10 & 1 & -8 & 9 \\ 4 & 7 & 10 & 3 \end{pmatrix}$$

2. El uso de la descomposición LU para resolver sistemas (con soluciones únicas) es más eficiente que los métodos presentados anteriormente.

Información de MATLAB. El comando `x=A\b` resuelve el sistema $[A\ \mathbf{b}]$ encontrando la factorizacion LU de la matriz A y haciendo sustituciones hacia delante y hacia atrás. Se puede comparar la eficiencia del algoritmo utilizado para resolver un problema, si medimos el tiempo que requirió para llegar al resultado. En MATLAB, con los comandos `tic, toc (doc tic, doc toc)`, se puede medir el tiempo transcurrido desde que se inició un comando hasta su fin. Con el objetivo de poder comparar la eficiencia de los diferentes algoritmos introduzca los siguientes comandos de MATLAB en la ventana de comando

***a*)** Elija `A=rand(50)` y `b=rand(50,1)`. Introduzca

```
tic;A\b;toc
tic;A\b;t_lu=toc
```

Es necesario llevar a cabo este proceso ya que la primera vez que se llama a un algoritmo la computadora tiene que cargar en memoria el programa adecuado. Con el segundo comando, únicamente se mide el tiempo de ejecución del programa sin incluir el tiempo de carga en memoria del algoritmo.

Repita ahora con

```
rref([A,b]);
tic;rref([A,b]);t_rref=toc
```

***b*)** Repita para otros tres pares A y $\mathbf{b}$ (utilice tamaños diferentes y mayores que 50).

***c*)** Comente la comparación de los dos tiempos de ejecución `t_lu` y `t_rref`.

3. MATLAB puede encontrar una descomposición LU, pero puede no ser lo que usted espera. Casi siempre existe una matriz de permutación P implícita.

***a*)** Sea `A=2*rand(3)-1`. Introduzca `[L,U,P]=lu(A) (doc lu)` y verifique que $LU = PA$. Repita para dos o más matrices cuadradas aleatorias de diferentes tamaños.

***b*)** La razón por la que casi siempre existe una P es que para minimizar los errores de redondeo, se intercambian los renglones con el objeto de que el elemento mayor (en valor absoluto) de una columna (entre los renglones que no se han usado) esté en la posición pivote.

Sea `A=round(10*(2*rand(4)-1))`. Para esta A, encuentre L, U y P usando el comando `lu`. Sea `C=P*A`.

i) Reduzca a la forma triangular utilizando operaciones con renglones de la forma $R_j \to R_j + c*R_i$ (calcule sus multiplicadores haciendo uso de la notación matricial y realizando las operaciones con renglones mediante la multiplicación por matrices elementales) (vea el problema 3 de MATLAB 2.6).