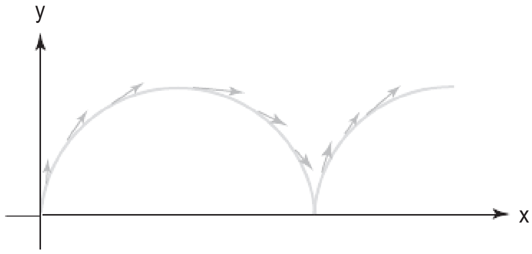

Figura 2.4.10 Vectores velocidad para la curva trazada por un punto en el borde de un disco que rueda.

Recta tangente a una trayectoria Si $\mathbf{c}(t)$ es una trayectoria y si $\mathbf{c}'(t_0) \neq \mathbf{0}$, la ecuación de su ***recta tangente*** en el punto $\mathbf{c}(t_0)$ es

$$\boldsymbol{l}(t) = \mathbf{c}(t_0) + (t - t_0)\mathbf{c}'(t_0).$$

Si C es la curva que traza $\mathbf{c}$, entonces la línea que traza $\boldsymbol{l}$ es la recta tangente a la curva C en $\mathbf{c}(t_0)$.

Obsérvese que hemos escrito la ecuación de tal forma que $\boldsymbol{l}$ pasa por el punto $\mathbf{c}(t_0)$ en $t = t_0$ (en lugar de en $t = 0$). Véase la Figura 2.4.11.

Ejemplo 8 Una trayectoria en $\mathbb{R}^3$ pasa por el punto (3, 6, 5) en $t = 0$ con vector tangente $\mathbf{i} - \mathbf{j}$. Hallar la ecuación de la recta tangente.

Solución La ecuación de la recta tangente es

$$\boldsymbol{l}(t) = (3, 6, 5) + t(\mathbf{i} - \mathbf{j}) = (3, 6, 5) + t(1, -1, 0) = (3 + t, 6 - t, 5).$$

En coordenadas (x, y, z), la recta tangente es $x = 3 + t, y = 6 - t$, $z = 5$. ▲

Desde el punto de vista de la física, podemos interpretar el movimiento a lo largo de la recta tangente como la trayectoria que seguiría una partícula sobre la curva si se la liberase en un determinado instante.

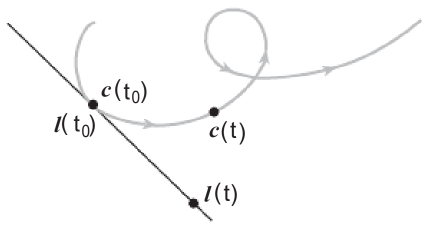

Figura 2.4.11 Recta tangente a una trayectoria.