Vectores i y j

Existen dos vectores especiales en $\mathbb{R}^2$ que nos permiten representar a cualquier otro vector en el plano de una forma conveniente. Se denota el vector (1, 0) por el símbolo **i** y el vector (0, 1) por el símbolo **j** (vea la figura 4.9). Si $\mathbf{v} = (a, b)$ es cualquier vector en el plano, entonces como $(a, b) = a(1, 0) + b(0, 1)$, se puede escribir

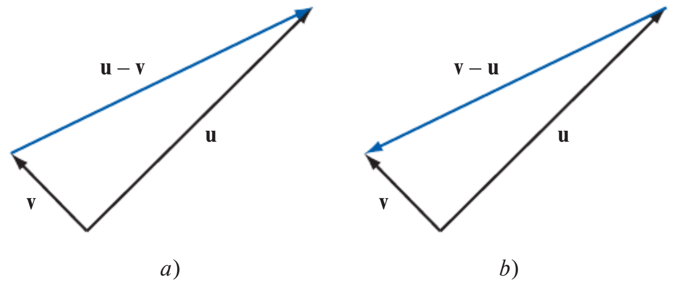

Figura 4.8

Los vectores **u** – **v** y **v** – **u** tienen la misma magnitud pero direcciones opuestas.

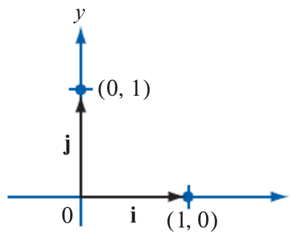

Figura 4.9

Los vectores **i** y **j**.

$$\boxed{\mathbf{v} = (a, b) = a\mathbf{i} + b\mathbf{j}} \qquad (4.1.6)$$

Con esta representación se dice que **v** está *expresado en sus componentes horizontal y vertical.* Los vectores **i** y **j** tienen dos propiedades:

i) Ninguno de ellos es múltiplo del otro. (En la terminología del capítulo 5, son *linealmente independientes*.)

ii) Cualquier vector **v** se puede escribir en términos de **i** y **j** como en la ecuación (4.1.6).*

Nota histórica

Hamilton utilizó por primera vez los símbolos **i** y **j**. Definió su cuaternión como una cantidad de la forma $a + b\mathbf{i} + c\mathbf{j} + d\mathbf{k}$, donde a es la "parte escalar" y $b\mathbf{i} + c\mathbf{j} + d\mathbf{k}$ es la "parte vectorial". En la sección 4.3 se escribirán los vectores en el espacio en la forma $b\mathbf{i} + c\mathbf{j} + d\mathbf{k}$.

Base

Bajo estas dos condiciones se dice que **i** y **j** forman una **base** en $\mathbb{R}^2$. En el capítulo 5 se estudiarán las bases en espacios vectoriales arbitrarios.

Ahora se definirá un tipo de vector que es muy útil en ciertas aplicaciones.

D Definición 4.1.3

Vector unitario

Un **vector unitario** es un vector con longitud 1.

EJEMPLO 4.1.4 Un vector unitario

El vector $\mathbf{u} = \left(\frac{1}{2}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\mathbf{j}$ es un vector unitario ya que

$$|\mathbf{u}| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 1$$

* En la ecuación (4.1.6) se dice que **v** se puede escribir como una *combinación lineal* de **i** y **j**. Se estudiará el concepto de combinación lineal en la sección 5.5.