SOLUCIÓN ► Se tiene $A_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 12,\ A_{12} = -\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = -3,\ A_{13} = -3,\ A_{21} = -13,$

$A_{22} = 5, A_{23} = 2, A_{31} = -7, A_{32} = 2$ y $A_{33} = 2$. Así, $B = \begin{pmatrix} 12 & -3 & -3 \\ -13 & 5 & 2 \\ -7 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

y $\text{adj } A = B^{\top} = \begin{pmatrix} 12 & -13 & -7 \\ -3 & 5 & 2 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

EJEMPLO 3.3.2 Cálculo de la adjunta de una matriz de 4 × 4

Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 \\ 3 & -12 & -2 & -6 \\ -2 & 10 & 2 & 5 \\ -1 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$. Calcule adj A.

SOLUCIÓN ► Esto es más laborioso ya que se tienen que calcular dieciséis determinantes de 3×3. Por ejemplo, se tiene

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 3 & -2 & -6 \\ -2 & 2 & 5 \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -1, \quad A_{24} = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -2 & 10 & 2 \\ -1 & 6 & 1 \end{vmatrix} = -2 \quad \text{y} \quad A_{43} = -\begin{vmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 3 & -12 & -6 \\ -2 & 10 & 5 \end{vmatrix} = 3.$$

Al comparar estos cálculos se encuentra que

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 & -3 \\ -2 & -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

y

$$\text{adj } A = B^{\top} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & -3 & 3 \\ -2 & -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

EJEMPLO 3.3.3 La adjunta de una matriz de 2 × 2

Sea $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$. Entonces $\text{adj } A = \begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix}$.

Advertencia

Al calcular la adjunta de una matriz, no olvide transponer la matriz de cofactores.