sigue siendo válida. Sin embargo, al introducir los números imaginarios, Cauchy fue capaz de evaluar "integrales reales" que antes no habían podido ser calculadas. Por ejemplo, se puede demostrar que

$$\int_0^\infty \frac{\operatorname{sen} x}{x}\, dx = \frac{\pi}{2}$$

y que

$$\int_0^\pi \log \operatorname{sen} x\, dx = -\pi \log 2.$$

Estos resultados fueron sorprendentes.

En resumen, la solución de la ecuación cúbica, el teorema fundamental del álgebra y el cálculo de integrales reales demostraron la importancia de considerar números imaginarios $a + bi$, incluso aunque no estaban (al menos todavía) en *tierra firme*. ¿Existían realmente o eran simplemente fantasmas de nuestra *imaginación* y por tanto verdaderamente *imaginarios*?

**Figura 1.3.8** Sir William Rowan Hamilton (1805–1865).

Definición de Hamilton de los números complejos. Muchos matemáticos después de Cardano realizaron importantes contribuciones a los números imaginarios (o complejos), entre los que se incluyen Argand, Wessel y Gauss—todos los cuales los representaron geométricamente. Sin embargo, la definición moderna e intelectualmente rigurosa de número complejo se debe al gran matemático irlandés William Rowan Hamilton (véase la Figura 1.3.8). Después de Newton, que creó el concepto de vector gracias a su invención de la idea de fuerza, Hamilton fue, sin niguna duda, la figura más importante y singular en el desarrollo del cálculo vectorial. Fue Hamilton quien nos legó los términos *vector* y *magnitud escalar*.

William Rowan Hamilton nació en Dublín, Irlanda, la medianoche del 3 de agosto de 1805. En 1823, entró en el Trinity College de Dublín. Su carrera universitaria, bajo cualquier estándar, fue fenomenal. En su tercer curso, el Trinity le ofreció una plaza de profesor, la Cátedra Andrew de Astronomía, y el Estado le nombró Astrónomo Real de Irlanda. Estos honores le fueron otorgados por la predicción teórica (en 1824) de dos fenómenos ópticos inesperados, concretamente, la refracción cónica interna y externa.

Hacia 1827 se interesó por los números imaginarios. Escribió que "el símbolo $\sqrt{-1}$ es absurdo y denota una operación imposible . . ." Se propuso situar la idea de número complejo sobre un firme fundamento lógico. Su solución consistió en definir un número complejo $a + bi$ como un punto $(a, b)$ en el plano $\mathbb{R}^2$, como hacemos hoy día. Así, el número imaginario $bi$ para Hamilton era simplemente el punto $(0, b)$ sobre el eje $y$. La diferencia entre los números complejos y el plano cartesiano estaba en que Hamilton consideraba la multiplicación formal de números complejos:

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i,$$

y definió una nueva multiplicación en el plano complejo:

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac - bd, ad + bc).$$

Por tanto, $i = \sqrt{-1}$ simplemente desaparece al convertirse en el punto $(0, 1)$ y el misterio y la confusión acerca de los números complejos desaparecen también con él.

De los números complejos a los cuaterniones. De acuerdo con la interpretación de Hamilton, *los números complejos no son más que la extensión de los números reales a dos dimensiones.* Sin embargo, Hamilton también llevó a cabo un trabajo fundamental en mecánica y sabía bien que dos dimensiones limitaban