3

Derivadas de orden superior: máximos y mínimos

Todo lo superfluo disgusta a Dios y a la Naturaleza.

Todo lo que disgusta a Dios y a la Naturaleza es perverso. —**Dante Alighieri, circa 1300**

. . . a saber, puesto que la forma de todo el universo es la más perfecta, y, de hecho, está diseñada por el creador más sabio, nada ocurrirá en el mundo sin que salga a relucir, de alguna manera, una regla máxima o mínima. —**Leonhard Euler**

Leonhard Euler
(por Emanuel Handman)
(1707–1783).

En el cálculo de una variable, para saber si una función $f(x)$ tiene un máximo o un mínimo local se suele emplear la segunda derivada. Buscamos puntos críticos x_0—es decir, puntos x_0 para los que $f'(x_0) = 0$, y estudiamos el signo de la segunda derivada $f''(x_0)$ en dichos puntos. Si $f''(x_0) < 0$, $f(x_0)$ es un máximo local de f, si $f''(x_0) > 0$, $f(x_0)$ es un mínimo local de f, si $f''(x_0) = 0$, el criterio falla.

Este capítulo extiende estos métodos a las funciones con valores reales de varias variables. Comenzamos en la Sección 3.1 con el estudio de las derivadas parciales iteradas y de orden superior, y en la Sección 3.2 abordamos el teorema de Taylor para funciones de varias variables; esto lo utilizaremos en la Sección 3.3 para deducir criterios que permiten detectar máximos, mínimos y puntos de silla. Al igual que con las funciones de una variable, estos métodos ayudan a visualizar la forma de una gráfica.