(b) $21\sqrt{2}$.

7. $9/\sqrt{29}$.

9. (a) $z + 9x = 6y - 6$.
(b) $z + y = \pi/2$.
(c) $z = 1$.

11. (a) $-\dfrac{1}{3\sqrt{3}}(\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k})$.
(b) $2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$.
(c) $-\frac{2}{9}(\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k})$.

13. $\mathbf{k}$.

15. La gráfica de f es la superficie de nivel $0 = F(x, y, z) = f(x, y) - z$. Por tanto, el plano tangente está dado por

$$\begin{aligned} 0 &= \nabla F(x_0, y_0, z_0)\cdot(x - x_0, y - y_0, z - z_0) \\ &= \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0), \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0), -1\right) \\ &\quad \cdot\ (x - x_0, y - y_0, z - z_0). \end{aligned}$$

Puesto que $z_0 = f(x_0, y_0)$, esto es $z = f(x_0, y_0) + (\partial f/\partial x)(x_0, y_0)(x - x_0) + (\partial f/\partial y)(x_0, y_0)(y - y_0)$.

17. (a) $\nabla f = (z + y, z + x, x + y)$,

$\mathbf{g}'(t) = (e^t, -\operatorname{sen} t, \cos t)$,

$(f\circ\mathbf{g})'(1) = 2e\cos 1 + \cos^2 1 - \operatorname{sen}^2 1$.

(b) $\nabla f = (yze^{xyz}, xze^{xyz}, xye^{xyz})$,

$\mathbf{g}'(t) = (6, 6t, 3t^2)$, $(f\circ\mathbf{g})'(1) = 108e^{18}$.

(c) $\nabla f = [1 + \log(x^2 + y^2 + z^2)](x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}), \mathbf{g}' = (e^t, -e^{-t}, 1), (f\circ\mathbf{g})'(1) = [1 + \log(e^2 + e^{-2} + 1)](e^2 - e^{-2} + 1)$.

19. (a) $(0, 0)$.
(b) $\nabla f(0, 0) = (-4x, -6y)|_{(0,0)} = (0, 0)$.

21. Sea $f(x, y, z) = 1/r = (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2}$; $\mathbf{r} = (x, y, z)$. Entonces calculamos

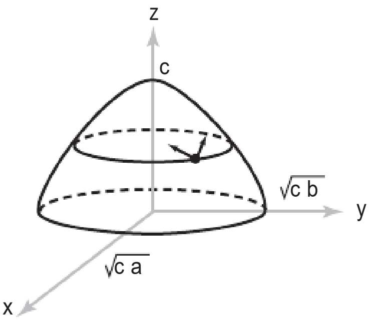
$$\nabla f = (x^2 + y^2 + z^2)^{-3/2}(x, y, z) = -(1/r^3)\mathbf{r}.$$

23. $\nabla f = (g'(x), 0)$.

25. $\mathbf{D}f(0, 0, \ldots, 0) = [0, \ldots, 0]$.

27. $\mathbf{d}_1 = [-(0{,}03 + 2by_1)/2a]\mathbf{i} + y_1\mathbf{j}$,
$\mathbf{d}_2 = [-(0{,}03 + 2by_2)/2a]\mathbf{i} + y_2\mathbf{j}$,
donde y_1 e y_2 son las soluciones de

$$(a^2 + b^2)y^2 + 0{,}03by + \left(\frac{0{,}03^2}{4} - a^2\right) = 0.$$



29. $\nabla V = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}$

$$\left[\left(\frac{x + x_0}{r_2^2} - \frac{x - x_0}{r_1^2}\right)\mathbf{i} + 2y\left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r_1^2}\right)\mathbf{j}\right].$$

31. Se cruza en el punto $(2, 2, 0), \sqrt{5}/10$ segundos después.

Ejercicios de repaso del Capítulo 2

1. (a) Paraboloide elíptico.
(b) Sea $y' = y + 3$ y escribir $z = xy'$. Es un paraboloide hiperbólico (desplazado).

3. (a) $\mathbf{D}f(x, y) = \begin{bmatrix} 2xy & x^2 \\ -ye^{-xy} & -xe^{-xy} \end{bmatrix}$.

(b) $\mathbf{D}f(x) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

(c) $\mathbf{D}f(x, y, z)] = [e^x \quad e^y \quad e^z]$.

(d) $\mathbf{D}f(x, y, z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

5. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2\pi & 0 \end{bmatrix}$.

7. $\begin{bmatrix} -12 & 28 \\ -5 & 17 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$.

9. $(0, 25\pi, 0)$.

11. El plano tangente a una esfera en (x_0, y_0, z_0) es normal a la recta que pasa por el centro y por (x_0, y_0, z_0).