

## RESUMEN 4.4

- Sea  $\mathbf{u} = a_1\mathbf{i} + b_1\mathbf{j} + c_1\mathbf{k}$  y  $\mathbf{v} = a_2\mathbf{i} + b_2\mathbf{j} + c_2\mathbf{k}$ . Entonces el **producto cruz** o **producto vectorial** de  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$ , denotado por  $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ , está dado por

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

- Propiedades del producto cruz**

- i)  $\mathbf{u} \times \mathbf{0} = \mathbf{0} \times \mathbf{u} = \mathbf{0}$ .
  - ii)  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = -\mathbf{v} \times \mathbf{u}$ .
  - iii)  $(\alpha\mathbf{u}) \times \mathbf{v} = \alpha(\mathbf{u} \times \mathbf{v})$ .
  - iv)  $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) + (\mathbf{u} \times \mathbf{w})$ .
  - v)  $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w} = \mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$  (el **triple producto escalar**).
  - vi)  $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$  es ortogonal tanto a  $\mathbf{u}$  como a  $\mathbf{v}$ .
  - vii) Si tanto  $\mathbf{u}$  como  $\mathbf{v}$  no son el vector cero, entonces  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$  son paralelos si y sólo si  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{0}$ .
- Si  $\varphi$  es el ángulo entre  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$ , entonces  $|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = |\mathbf{u}| |\mathbf{v}| \sin \varphi$  = área del paralelogramo con lados  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$ .

## AUTOEVALUACIÓN 4.4

I)  $\mathbf{i} \times \mathbf{k} - \mathbf{k} \times \mathbf{i} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

- a) 0                      b)  $\mathbf{j}$                       c)  $2\mathbf{j}$                       d)  $-2\mathbf{j}$

II)  $\mathbf{i} \cdot (\mathbf{j} \times \mathbf{k}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

- a) 0                      b) 0                      c) 1                      d)  $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$

III)  $\mathbf{i} \times \mathbf{j} \times \mathbf{k} \underline{\hspace{2cm}}$ .

- a) 0                      b) 0                      c) 1                      d) no está definido

IV)  $(\mathbf{i} + \mathbf{j}) \times (\mathbf{j} + \mathbf{k}) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

- a) 0                      b) 0                      c) 1                      d)  $\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$

V) El seno del ángulo entre los vectores  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{w}$  es  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

- a)  $\frac{|\mathbf{u} \times \mathbf{w}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w}|}$                       b)  $\frac{|\mathbf{u} \times \mathbf{w}|}{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}|}$
- c)  $\frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}|}{|\mathbf{u}| |\mathbf{w}|}$                       d)  $|\mathbf{u} \times \mathbf{w}| - |\mathbf{u} \cdot \mathbf{w}|$

VI)  $\mathbf{u} \times \mathbf{u} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

- a)  $|\mathbf{u}|^2$                       b) 1                      c) 0                      d) 0