

**Desigualdad
del triángulo**

29. Demuestre que no existe un vector unitario cuyos ángulos directores sean $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$ y $\frac{\pi}{4}$.
30. Sea $P = (-2, 1, 4)$ y $Q = (3, 5, -8)$. Encuentre un vector unitario en la misma dirección de \vec{PQ} .
31. Sea $P = (3, 1, -3)$ y $Q = (2, 4, 6)$. Encuentre un vector unitario cuya dirección es opuesta a la de \vec{PQ} .
32. Utilizando P y Q del problema 31, encuentre todos los puntos R tales que $\vec{PR} \perp \vec{PQ}$.
- *33. Demuestre que el conjunto de puntos que satisfacen la condición del problema 32 y la condición $|\vec{P}| = 1$ forman un círculo.
34. **Desigualdad del triángulo** Si \mathbf{u} y \mathbf{v} están en \mathbb{R}^3 , demuestre que $|\mathbf{u} + \mathbf{v}| \leq |\mathbf{u}| + |\mathbf{v}|$.
35. ¿Bajo qué circunstancias puede sustituirse la desigualdad en el problema 34 por un signo de igualdad?

En los problemas 36 al 51, sea $\mathbf{u} = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{v} = -4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$, $\mathbf{w} = \mathbf{i} - 7\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$, $\mathbf{t} = -4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 5\mathbf{k}$.

- | | |
|---|--|
| 36. Calcule $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ | 37. Calcule $2\mathbf{u} - 3\mathbf{v}$ |
| 38. Calcule $3\mathbf{u} - 2\mathbf{v}$ | 39. Calcule $\mathbf{t} + 3\mathbf{w} - \mathbf{v}$ |
| 40. Calcule $2\mathbf{u} + 7\mathbf{w} + 5\mathbf{v}$ | 41. Calcule $\mathbf{w} \cdot (\mathbf{u} + \mathbf{v})$ |
| 42. Calcule $2\mathbf{v} + 7\mathbf{t} - \mathbf{w}$ | 43. Calcule $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ |
| 44. Calcule $(3\mathbf{t} - 2\mathbf{u}) \cdot (5\mathbf{v} + 2\mathbf{w})$ | 45. Calcule $ \mathbf{w} $ |
| 46. Calcule $\mathbf{u} \cdot \mathbf{w} - \mathbf{w} \cdot \mathbf{t}$ | 47. Calcule el ángulo entre \mathbf{u} y \mathbf{w} |
| 48. Calcule el ángulo entre \mathbf{t} y \mathbf{w} | 49. Calcule $\text{proy}_{\mathbf{u}} \mathbf{v}$ |
| 50. Calcule $\text{proy}_{\mathbf{t}} \mathbf{w}$ | 51. Calcule $\mathbf{w} \cdot \text{proy}_{\mathbf{t}} \mathbf{v}$ |
52. Pruebe el teorema 4.3.1. [*Sugerencia:* Utilice el teorema de Pitágoras dos veces en la figura 4.26.]

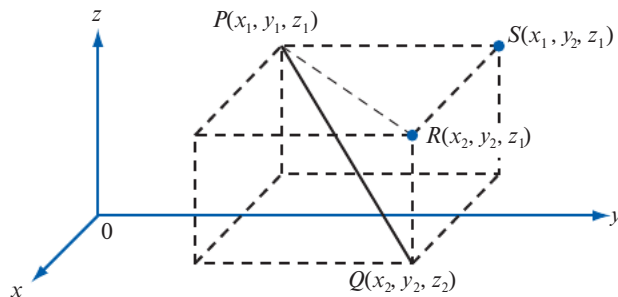


Figura 4.26

53. Pruebe el teorema 4.3.2.
54. Pruebe el teorema 4.3.3.
55. Pruebe el teorema 4.3.4.