ii) Repita para dos naves cuyas orientaciones se generaron en el inciso *c*) iii).

e) **Opcional.** Suponga que su nave tiene una matriz de posición dada por `A = orth(rand(3))`. Experimente con las maniobras de inclinación, desviación y giro para realinear la nave con el sistema de referencia fijo (base canónica).

PROBLEMA PROYECTO

11. Combine los problemas 9 y 10 de esta sección de MATLAB.

5.7 Rango, nulidad, espacio renglón y espacio columna

En la sección 5.4 se introdujo la noción de independencia lineal. Por otro lado, se demostró que si A es una matriz invertible de $n \times n$, entonces las columnas y los renglones de A forman conjuntos de vectores linealmente independientes. Sin embargo, si A no es invertible (de manera que $\det A = 0$), o si A no es una matriz cuadrada, entonces estos resultados no dicen nada sobre el número de renglones o columnas linealmente independientes de A. Eso es lo que se estudiará en esta sección. También se mostrará la forma en la cual se puede obtener una base para el espacio generado de un conjunto de vectores mediante la reducción por renglones.

Sea A una matriz de $m \times n$ y sea

El espacio nulo de una matriz
$$N_A = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : A\mathbf{x} = \mathbf{0}\} \tag{5.7.1}$$

Entonces, como se vio en el ejemplo 5.5.10, N_A es un subespacio de $\mathbb{R}^n$.

Nota

El espacio nulo de una matriz también se conoce como **kernel**.

Definición 5.7.1

Espacio nulo y nulidad de una matriz

N_A se denomina el **espacio nulo** de A y $\nu(A) = \dim N_A$ se denomina **nulidad** de A. Si N_A contiene sólo al vector cero, entonces $\nu(A) = 0$.

EJEMPLO 5.7.1 **Espacio nulo y nulidad de una matriz de 2 × 3**

Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$. Entonces, como se vio en el ejemplo 5.5.11, N_A está generado por $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, y $\nu(A) = 1$.

EJEMPLO 5.7.2 **Espacio nulo y nulidad de una matriz de 3 × 3**

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 6 \\ -6 & 3 & -9 \end{pmatrix}$. Entonces, por el ejemplo 5.5.12, $\left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}\right\}$ es una base para N_A, y $\nu(A) = 2$.