$D_2 = 0$ son paralelos cuando $\mathbf{n}_1 = A_1\mathbf{i}+B_1\mathbf{j}+C_1\mathbf{k}$ y $\mathbf{n}_2 = A_2\mathbf{i}+B_2\mathbf{j}+C_2\mathbf{k}$ son paralelos; es decir, $\mathbf{n}_1 = \sigma\mathbf{n}_2$ para una constante σ. Por ejemplo, los planos

$$x - 2y + z = 0 \qquad \text{y} \qquad -2x + 4y - 2z = 10$$

son paralelos, pero los planos

$$x - 2y + z = 0 \qquad \text{y} \qquad 2x - 2y + z = 10$$

no son paralelos.

Distancia de un punto a un plano

Ahora vamos a calcular la distancia de un punto E$= (x_1, y_1, z_1)$ al plano $\mathcal{P}$ descrito por la ecuación $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = Ax + By + Cz + D = 0$. Para ello, consideramos el vector normal unitario

$$\mathbf{n} = \frac{A\mathbf{i} + B\mathbf{j} + C\mathbf{k}}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}},$$

que es un vector normal al plano. Trazamos una perpendicular desde E al plano y construimos el triángulo REQ mostrado en la Figura 1.3.7. La distancia $d = \|\overrightarrow{\mathrm{EQ}}\|$ es la longitud de la proyección de $\mathbf{v} = \overrightarrow{\mathrm{RE}}$ (el vector de R a E) sobre $\mathbf{n}$; por tanto,

$$\begin{aligned}\text{Distancia} = |\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}| &= |[(x_1 - x_0)\mathbf{i} + (y_1 - y_0)\mathbf{j} + (z_1 - z_0)\mathbf{k}]\cdot\mathbf{n}|\\ &= \frac{|A(x_1 - x_0) + B(y_1 - y_0) + C(z_1 - z_0)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.\end{aligned}$$

Si el plano viene dado de la forma $Ax+By+Cz+D = 0$, entonces para cualquier punto (x_0, y_0, z_0) que esté en él, $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$. Sustituyendo en la fórmula anterior se tiene lo siguiente:

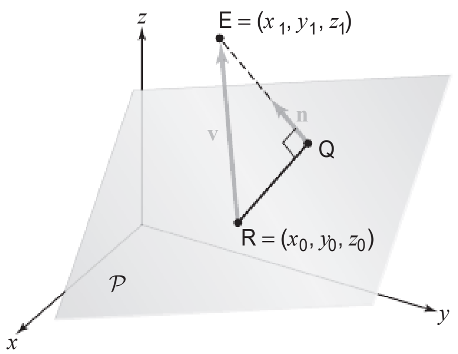

Figura 1.3.7 Geometría para determinar la distancia desde el punto E al plano $\mathcal{P}$.