5. Si Q es una matriz de $n \times n$ con elementos complejos, entonces Q es una matriz `unitaria` si `Q'*Q = eye(n)`. Se puede generar una matriz unitaria aleatoria Q generando una matriz aleatoria compleja A y después haciendo `Q = orth(A)`.

a) Genere dos matrices aleatorias unitarias de 4×4 como se acaba de describir. Verifique que satisfacen la propiedad de ser unitarias y que las columnas forman una base ortonormal para $\mathbb{C}^4$.
b) Verifique que la inversa de cada matriz es unitaria.
c) Verifique que el producto de las matrices es unitario.
d) Genere un vector aleatorio **v** en $\mathbb{C}^4$. Verifique que cada matriz unitaria conserva la longitud, es decir, $|Q\mathbf{v}| = |\mathbf{v}|$.
e) Repita los incisos *a*) a *d*) para dos matrices aleatorias unitarias de 6×6.

Ejercicios de repaso

De los ejercicios 1 al 5 encuentre una base ortonormal para el espacio vectorial dado.

1. En $\mathbb{R}^2$, $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

2. $\mathbb{R}^2$ comenzando con la base $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$.

3. $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x - y - 3z = 0\}$

4. $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 3x = 2y = 5z\}$

5. $H = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 : x + y - z = 0,\ 3z + w = 0\}$

De los ejercicios 6 al 8:

a) Calcule $\text{proy}_H\, \mathbf{v}$.
b) Encuentre una base ortonormal para $H^{\perp}$.
c) Exprese **v** como **h** + **p**, donde $\mathbf{h} \in H$ y $\mathbf{p} \in H^{\perp}$.

6. H es el subespacio del problema 3; $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

7. H es el subespacio del problema 4; $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

8. H es el subespacio del problema 5; $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

9. Encuentre una base ortonormal para $\mathbb{P}_2[0, 2]$. Cálculo

10. Utilice el resultado del ejercicio 9 para encontrar un polinomio que sea la mejor aproximación por mínimos cuadrados a e^x sobre el intervalo $[0, 2]$. Cálculo