RESUMEN 5.5

- ***Base***

  Un conjunto de vectores $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n$ es una base para un espacio vectorial V si

  i) $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$ es linealmente independiente.

  ii) $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$ genera a V.

- Todo conjunto de n vectores linealmente independiente en $\mathbb{R}^n$ es una base en $\mathbb{R}^n$.

- La **base canónica** en $\mathbb{R}^n$ consiste en n vectores

$$\mathbf{e}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{e}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{e}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \ldots, \mathbf{e}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

- ***Dimensión***

  Si el espacio vectorial V tiene una base finita, entonces la **dimensión** de V es el número de vectores en cada base y V se denomina un **espacio vectorial de dimensión finita**. De otra manera, V se denomina **espacio vectorial de dimensión infinita**. Si $V = \{\mathbf{0}\}$, entonces se dice que V tiene **dimensión cero**.

  La dimensión de V se denota por dim V.

- Si H es un subespacio del espacio de dimensión finita V, entonces dim $H \leq$ dim V.

- Los únicos subespacios propios de $\mathbb{R}^3$ son los conjuntos de vectores que están en una recta o en un plano que pasa por el origen.

AUTOEVALUACIÓN 5.5

Indique cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos.

I) Cualesquiera tres vectores en $\mathbb{R}^3$ forman una base para $\mathbb{R}^3$.

II) Cualesquiera tres vectores linealmente independientes en $\mathbb{R}^3$ forman una base para $\mathbb{R}^3$.

III) Una base en un espacio vectorial es única.

IV) Sea H un subespacio propio de $\mathbb{R}^4$. Es posible encontrar cuatro vectores linealmente independientes en H.

V) Sea $H = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : 2x + 11y - 17z = 0 \right\}$. Entonces dim $H = 2$.

VI) Sea $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$ una base para el espacio vectorial V. Entonces *no* es posible encontrar un vector $\mathbf{v} \in V$ tal que $\mathbf{u} \notin$ gen $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \ldots, \mathbf{v}_n\}$.

VII) $\left\{ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -7 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} \right\}$ es una base para $\mathbb{M}_{22}$.