

la población. Cambie  $s_{13}$  otra vez a 2 y  $s_{32}$  a 0.3 y repita los comandos del inciso c). Describa lo que parece estar sucediendo con la población.

- e) (Lápiz y papel) Suponga que se tiene interés en criar esta población de peces. Sea  $\mathbf{h}$  el vector de  $5 \times 1$ , en donde  $h_j =$  número de peces criados del grupo  $j$  al final del año. Argumente por qué  $\mathbf{u} = \mathbf{S} * \mathbf{x} - \mathbf{h}$  proporciona el número de peces que se tienen al final del año después de la cosecha y luego por qué el número de peces al final de dos años después de la cosecha está dado por  $\mathbf{w} = \mathbf{S} * \mathbf{u} - \mathbf{h}$ .
- f) Cambie  $s_{13}$  otra vez a 2 y  $s_{32}$  otra vez a 5. Suponga que se decide criar sólo peces maduros, es decir, peces del grupo 5. Se examinarán las posibilidades de cosecha a través de un periodo de 15 años. Sea  $\mathbf{h} = [0; 0; 0; 0; 2000]$ . Para demostrar que ésta no es una cosecha que se pueda seguir utilice los comandos

$$\mathbf{u} = \mathbf{S} * \mathbf{x} - \mathbf{h}$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{S} * \mathbf{u} - \mathbf{h}$$

Repita el último comando (con la flecha hacia arriba) hasta que obtenga un número negativo de peces después de una cosecha. ¿Durante cuántos años se puede recoger esta cantidad?

- g) Experimente con otras cosechas del grupo 5 para encontrar la cantidad máxima de peces que se pueden obtener en un año dado con el fin de sostener este nivel de cosecha durante 15 años (introduzca  $\mathbf{h} = [0; 0; 0; 0; n]$  para un número  $n$  y repita los comandos del inciso f) según sea necesario para representar 15 años de cosecha). Escriba una descripción de su experimento y de sus resultados.
- h) Siga con el experimento hasta ver si se puede encontrar un vector  $\mathbf{h}$  que represente las cosechas de los grupos 4 y 5 que permitirían que cada año se cosecharan más peces (y que se sostuviera la cosecha durante 15 años). Escriba una descripción de su experimento y de sus resultados.

## 2.3 Matrices y sistemas de ecuaciones lineales

En la sección 1.2 se estudiaron los sistemas de  $m$  ecuaciones lineales con  $n$  incógnitas:

$$\begin{array}{cccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \cdots & + & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \cdots & + & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \vdots & & \vdots & & & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \cdots & + & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array} \quad (2.3.1)$$

Sea  $A$  la matriz de coeficientes

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix},$$

$\mathbf{x}$  el vector  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$  y  $\mathbf{b}$  el vector  $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$ . Como  $A$  es una matriz de  $m \times n$  y  $\mathbf{x}$  es una matriz de

$n \times 1$  el producto matricial  $A\mathbf{x}$  es una matriz de  $m \times 1$ . No es difícil ver que el sistema (2.3.1) se puede escribir como