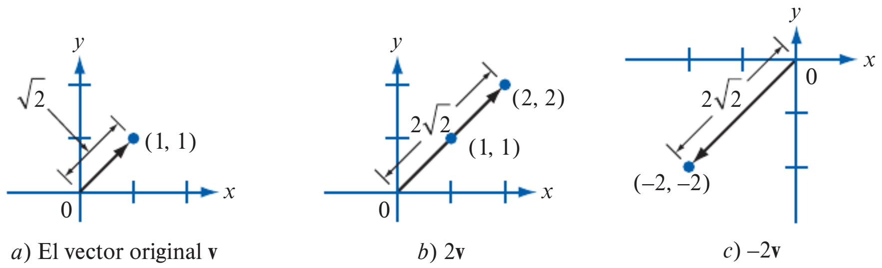

Figura 4.6

El vector **2v** tiene la misma dirección que **v** y el doble de su magnitud. El vector –**2v** tiene dirección opuesta a **v** y el doble de su magnitud.

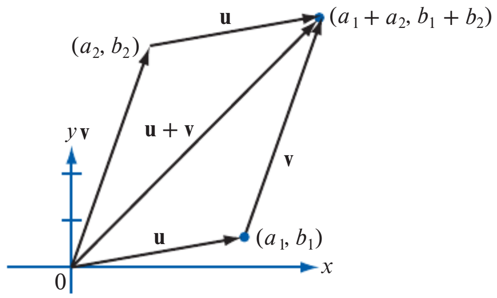

Figura 4.7

La regla del paralelogramo para sumar vectores.

EJEMPLO 4.1.3 Multiplicación de un vector por un escalar

Sea $\mathbf{v} = (1, 1)$. Entonces $|\mathbf{v}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ y $|2\mathbf{v}| = |(2, 2)| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} = 2|\mathbf{v}|$. Todavía más, $|-2\mathbf{v}| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{2} = 2|\mathbf{v}|$. Así, la dirección de $2\mathbf{v}$ es $\frac{\pi}{4}$, mientras que la dirección de $-2\mathbf{v}$ es $\frac{5\pi}{4}$ (vea la figura 4.6).

Ahora suponga que se suman dos vectores: $\mathbf{u} = (a_1, b_1)$ y $\mathbf{v} = (a_2, b_2)$ como en la figura 4.7. De la figura se puede apreciar que el vector $\mathbf{u} + \mathbf{v} = (a_1 + a_2, b_1 + b_2)$ se puede obtener trasladando la representación del vector **v** de manera que su punto inicial coincida con el punto terminal (a_1, b_1) del vector **u**. Por lo tanto, se puede obtener el vector **u** + **v** dibujando un paralelogramo con un vértice en el origen y lados **u** y **v**. Entonces **u** + **v** es el vector que va del origen a lo largo de la diagonal del paralelogramo.

Nota. Al igual que un segmento de recta es la distancia más corta entre dos puntos, se deduce de inmediato, de la figura 4.7, que

Desigualdad del triángulo

$$|\mathbf{u} + \mathbf{v}| \leq |\mathbf{u}| + |\mathbf{v}| \tag{4.1.5}$$

Desigualdad del triángulo

Por razones que resultan obvias en la figura 4.7, la desigualdad (4.1.5) se denomina **desigualdad del triángulo.**

También se puede utilizar la figura 4.7 para obtener una representación geométrica del vector **u** – **v**. Como **u** = **u** – **v** + **v**, el vector **u** – **v** es el que se debe sumar a **v** para obtener **u**. Este hecho se ilustra en la figura 4.8*a*. Un hecho similar se ilustra en la figura 4.8*b*.