

29. Sea  $A$  una matriz de  $n \times n$ . Demuestre que la matriz  $\frac{1}{2}(A + A^T)$  es simétrica.
30. Sea  $A$  una matriz de  $n \times n$ . Demuestre que la matriz  $\frac{1}{2}(A - A^T)$  es antisimétrica.
- \*31. Demuestre que cualquier matriz cuadrada se puede escribir de una forma única como la suma de una matriz simétrica y una matriz antisimétrica.
- \*32. Sea  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$  una matriz con elementos reales no negativos que tiene las propiedades siguientes: i)  $a_{11}^2 + a_{12}^2 = 1$  y  $a_{12}^2 + a_{22}^2 = 1$  y ii)  $\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{12} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{22} \end{pmatrix} = 0$ . Demuestre que  $A$  es invertible y que  $A^{-1} = A^T$ .

De los problemas 33 a 38 calcule  $(A^T)^{-1}$  y  $(A^{-1})^T$  y demuestre que son iguales.

33.  $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$       34.  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$       35.  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$
36.  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$       37.  $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$       38.  $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 12 \\ 0 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & -5 \end{pmatrix}$

En los problemas 39 a 41 evalúe las expresiones indicadas si

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 10 \\ 10 & 9 & -7 \\ 2 & 3 & -4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 6 & 5 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & a \\ b & 0 \end{pmatrix}.$$

39.  $A^T - A$ .
40.  $(B^T + C)^T$ .
41.  $B^T B$ .

## EJERCICIOS CON MATLAB 2.5

**Información de MATLAB.** En la mayoría de las aplicaciones, para encontrar la transpuesta de  $A$ ,  $A^T$ , se da  $A'$ . Aquí ' es el apóstrofo. Si  $A$  tiene elementos complejos,  $A'$  ocasionará la transpuesta conjugada compleja; si desea encontrar la transpuesta de  $A$  (sin conjugación compleja), utilice  $A'$ .

Para generar matrices aleatorias, consulte los problemas que aparecen en la sección Ejercicios con MATLAB 2.2.

1. Genere cuatro pares,  $A$  y  $B$ , de matrices aleatorias tales que  $AB$  esté definido. Elija algunas matrices cuadradas y otras no cuadradas. Encuentre  $(AB)^T - A^T B^T$  y  $(AB)^T - B^T A^T$ . Concluya una fórmula para  $(AB)^T$  en términos de las transpuestas de  $A$  y  $B$ .