

Sumando  $(-1) \times$  primera columna a la tercera columna de este determinante  $3 \times 3$  obtenemos

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -2.$$

Por tanto,  $\det A = -2 \neq 0$ , por lo que  $A$  tiene inversa. ▲

Si tenemos tres matrices  $A, B$  y  $C$  tales que los productos  $AB$  y  $BC$  están definidos, entonces los productos  $(AB)C$  y  $A(BC)$  también están definidos y, de hecho, son iguales (es decir, la multiplicación de matrices es *asociativa*). Llamamos a esto *producto triple* de matrices y lo denotamos mediante  $ABC$ .

### Ejemplo 11

Sean

$$A = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad B = [1 \quad 1], \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Entonces

$$ABC = A(BC) = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} [3] = \begin{bmatrix} 9 \\ 15 \end{bmatrix}. \quad \blacktriangle$$

### Ejemplo 12

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \blacktriangle$$

### Nota histórica



**Figura 1.5.1** René Descartes (1596–1650).

El fundador de la geometría moderna (en coordenadas) fue René Descartes (véase la Figura 1.5.1), un gran físico, filósofo y matemático, además de fundador de la biología moderna.

Nació en Touraine, Francia, en 1596, Descartes tuvo una vida fascinante. Después de estudiar leyes, se asentó en París, donde desarrolló su interés por las matemáticas. En 1628, se trasladó a Holanda, donde escribió su único trabajo sobre matemáticas, *La Geometrie*, uno de los orígenes de la moderna geometría de coordenadas.

Descartes había sido muy crítico con las geometría de los antiguos griegos, con todos sus conceptos sin definir y con demostraciones que requerían cada vez métodos más nuevos e ingeniosos. Para Descartes, esta geometría estaba tan ligada a las figuras geométricas “que puede ejercitar el entendimiento solo a condición de fatigar enormemente la imaginación.” Se comprometió a explorar, en geometría, el uso del álgebra, lo que había sido desarrollado recientemente. El resultado fue *La Geometrie*, que hizo posible el uso de métodos analíticos y computacionales en geometría.

Recordemos que los griegos eran, como Descartes, filósofos además de matemáticos y físicos. Su respuesta a la cuestión del significado del espacio fue la “geometría euclídea”. Descartes tuvo éxito “algebrizando” el modelo griego del espacio.

Gottfried Wilhelm Leibniz, cofundador (con Isaac Newton) del cálculo, también estuvo interesado en el “análisis espacial”, pero no pensaba que el álgebra de Descartes llegara lo suficientemente lejos. Leibniz buscó un método directo de análisis espacial (*análisis situs*) que podría interpretarse como una llamada al desarrollo del análisis vectorial.