($C1$ con $D1$, $D2$, $D3$) ($C2$ con $D3$, $D4$, $D6$) ($C3$ con $D8$, $D9$, $D10$)

($C4$ con $D4$, $D5$, $D7$) ($C5$ con $D1$, $D4$, $D6$, $D8$) ($C6$ con $D2$, $D4$)

($C7$ con $D1$, $D5$, $D9$) ($C8$ con $D1$, $D2$, $D4$, $D6$, $D7$, $D9$, $D10$)

b) Encuentre la matriz de contacto indirecto para los contactos del grupo 1 con el grupo 4. ¿Cuáles elementos son cero? ¿Qué significa esto? Interprete el elemento (1, 5) y el (2, 4) de esta matriz de contacto indirecto.

c) ¿Cuál de las personas del grupo 4 tiene más contactos indirectos con el grupo 1? ¿Qué persona tiene menos contactos? ¿Qué persona del grupo 1 es la "más peligrosa" (por contagiar la enfermedad) para las personas del grupo 4? ¿Por qué?

[***Sugerencia:*** Existe una manera de usar la multiplicación de matrices para calcular las sumas de renglón y columna. Utilice los vectores `d=ones(10,1)` y `e=ones(1,3)`. Aquí el comando `ones(n,m)` produce una matriz de tamaño $n \times m$, en donde todos los elementos son iguales a 1 `(doc ones)`.]

14. Cadena de Markov

Una empresa que realiza estudios de mercado está estudiando los patrones de compra para tres productos que son competidores entre sí. La empresa ha determinado el porcentaje de residentes de casas que cambiarían de un producto a otro después de un mes (suponga que cada residente compra uno de los tres productos y que los porcentajes no cambian de un mes a otro). Esta información se presenta en forma de matriz:

$$p_{ij} = \text{porcentaje que cambia } \textit{del} \text{ producto } j \textit{ al} \text{ producto } i$$

Matriz de transición

$$P = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 & 0.05 \\ 0.05 & 0.75 & 0.05 \\ 0.15 & 0.05 & 0.9 \end{pmatrix}$$ P se llama **matriz de transición**.

Por ejemplo, $P_{12} = 0.2$ significa que 20% de los residentes que compran el producto 2 cambia al producto 1 después de un mes y $P_{22} = 0.75$ significa que 75% de los residentes que compraban el producto 2 continúa comprándolo después de un mes. Suponga que existe un total de 30 000 residentes.

a) (*Lápiz y papel*) Interprete los otros elementos de P.

b) Sea $\mathbf{x}$ una matriz de 3×1, donde x_k= el número de residentes que compran el producto k. ¿Cuál es la interpretación de $P\mathbf{x}$? ¿Y de $P^2\mathbf{x} = P(P\mathbf{x})$?

c) Suponga inicialmente que

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 10\,000 \\ 10\,000 \\ 10\,000 \end{pmatrix}$$

Encuentre $P^n\mathbf{x}$ para n = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 y 50. Describa el comportamiento de los vectores $P^n\mathbf{x}$ conforme n crece. ¿Qué interpretación se le puede dar a esto?

d) Suponga inicialmente que

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 30\,000 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Repita las instrucciones anteriores. Compare los resultados de *c*) y *d*).