50. Un tetraedro dado en coordenadas xyz tiene un vértice en $(0,0,0)$ y las tres aristas concurrentes en $(0,0,0)$ coinciden con los vectores $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$.

(a) Dibujar una figura e indicar los extremos de los vectores $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$.

(b) Hallar el centro de masas de cada una de las caras triangulares del tetraedro si se coloca una masa unidad en cada uno de los vértices.

51. Demostrar que para cualquier $\mathbf{r}$, el centro de masas de un sistema satisface

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i\|^2 = \sum_{i=1}^{n} m_i \|\mathbf{r}_i-\mathbf{c}\|^2 + m\|\mathbf{r}-\mathbf{c}\|^2,$$

donde $m = \sum_{i=1}^{n} m_i$ es la masa total del sistema.

En los Ejercicios 52 a 57, hallar un vector unitario que tenga la propiedad dada.

52. Paralelo a la recta $x = 3t+1$, $y = 16t-2$, $z = -(t+2)$.

53. Ortogonal al plano $x - 6y + z = 12$.

54. Paralelo a los planos $8x+y+z = 1$ y $x-y-z = 0$.

55. Ortogonal a $\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ y a $\mathbf{k}$.

56. Ortogonal a la recta $x = 2t-1, y = -t-1, z = t+2$, y al vector $\mathbf{i} - \mathbf{j}$.

57. Formando un ángulo de $30°$ con $\mathbf{i}$ y ángulos iguales con $\mathbf{j}$ y $\mathbf{k}$.