origen, en dicho orden (así la superficie S que descansa en el interior de C está contenida en el plano $z = 2x$). Utilizar el teorema de Stokes para calcular la integral:

$$\int_C (z \cos x)\, dx + (x^2 yz)\, dy + (yz)\, dz$$

8. Sea C la curva suave a trozos cerrada que se forma al moverse por las rectas entre los puntos $(0, 0, 0)$, $(2, 1, 5)$, $(1, 1, 3)$, y vuelta al origen, en dicho orden. Utilizar el teorema de Stokes para calcular la integral:

$$\int_C (xyz)\, dx + (xy)\, dy + (x)\, dz$$

9. Rehacer el Ejercicio 9 de la Sección 7.6 utilizando el teorema de Stokes.

10. Rehacer el Ejercicio 10 de la Sección 7.6 utilizando el teorema de Stokes.

11. Verificar el teorema de Stokes para la semiesfera superior $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}, z \geq 0$ y el campo vectorial radial $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$.

12. Sea S una superficie con frontera ∂S y supongamos que $\mathbf{E}$ es un campo eléctrico perpendicular a ∂S. Demostrar que el flujo magnético inducido a través de S es constante en el tiempo. (SUGERENCIA: utilizar la ley de Faraday).

13. Sea S la superficie cilíndrica con tapa mostrada en la Figura 8.2.13. S es la unión de dos superficies, S_1 y S_2, donde S_1 es el conjunto de puntos (x, y, z) tales que $x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq 1$, y S_2 es el conjunto de puntos (x, y, z) tales que $x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 1, z \geq 1$. Set $\mathbf{F}(x, y, z) = (zx + z^2 y + x)\mathbf{i} + (z^3 yx + y)\mathbf{j} + z^4 x^2 \mathbf{k}$. Calcular $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{S}$. (SUGERENCIA: el teorema de Stokes se cumple para esta superficie).

14. Sea $\mathbf{c}$ la trayectoria formada por las rectas que unen los puntos $(1, 0, 0), (0, 1, 0)$ y $(0, 0, 1)$, y sea S el triángulo con estos vértices. Verificar el teorema de Stokes directamente con $\mathbf{F} = yz\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + xy\mathbf{k}$.

15. Calcular la integral $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{S}$, donde S es la porción de la superficie de una esfera definida por $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ y $x + y + z \geq 1$, y donde $\mathbf{F} = \mathbf{r} \times (\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}), \mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$.

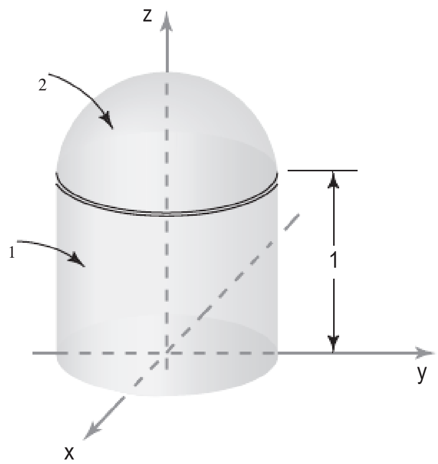

Figura 8.2.13 El cilindro con tapa es la uni ón de S_1 y S_2.

16. Demostrar que el cálculo del Ejercicio 15 se puede simplificar observando que $\int_{\partial S} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{\partial \Sigma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ para cualquier otra superficie Σ. Eligiendo Σ de forma apropiada, $\iint_\Sigma (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{S}$ puede calcularse fácilmente. Demostrar que este es el caso si tomamos Σ como la porción del plano $x + y + z = 1$ acotado por la circunferencia ∂S.

17. Calcular la integral de superficie $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{S}$, donde S es la semiesfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0$, y $\mathbf{F} = x^3 \mathbf{i} - y^3 \mathbf{j}$.

18. Hallar $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{S}$, donde S es el elipsoide $x^2 + y^2 + 2z^2 = 10$ y $\mathbf{F}$ es el campo vectorial $\mathbf{F} = (\operatorname{sen} xy)\mathbf{i} + e^x \mathbf{j} - yz\mathbf{k}$.

19. Sea $\mathbf{F} = y\mathbf{i} - x\mathbf{j} + zx^3 y^2 \mathbf{k}$. Calcular $\iint_S (\nabla \times \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n}\, dA$, donde S es la superficie definida por $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \leq 0$.

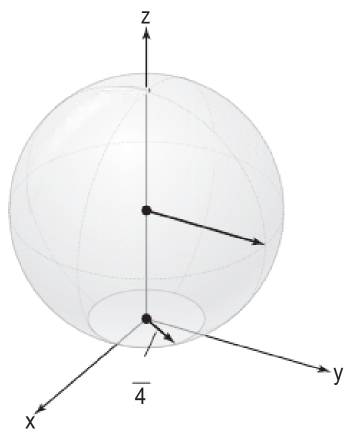

Figura 8.2.14 Globo de aire caliente.