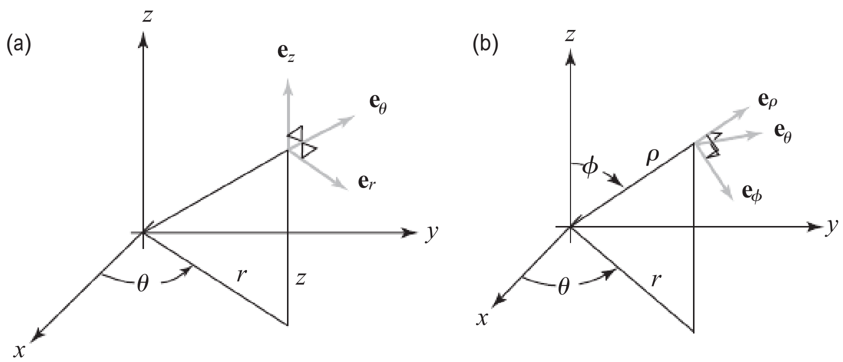


**Figura 1.4.8** (a) Vectores ortonormales $\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\theta$ y $\mathbf{e}_z$ asociados con las coordenadas cilíndricas. El vector $\mathbf{e}_r$ es paralelo a la recta $r$. (b) Vectores ortonormales $\mathbf{e}_\rho$, $\mathbf{e}_\theta$ y $\mathbf{e}_\phi$ asociados con las coordenadas esféricas.

rios más adelante cuando usemos coordenadas cilíndricas y esféricas en cálculos vectoriales.

## Ejercicios

**1.** Hallar las coordenadas esféricas del punto cartesiano $(\sqrt{2}, -\sqrt{6}, -2\sqrt{2})$.

**2.** Hallar las coordenadas esféricas del punto cartesiano $(\sqrt{6}, -\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$.

**3.** (a) Los siguientes puntos están dados en coordenadas cilíndricas; expresar cada uno de ellos en coordenadas rectangulares y coordenadas esféricas: $(1, 45°, 1)$, $(2, \pi/2, -4)$, $(0, 45°, 10)$, $(3, \pi/6, 4)$, $(1, \pi/6, 0)$ y $(2, 3\pi/4, -2)$.

(b) Expresar cada uno de los puntos siguientes dados en coordenadas rectangulares en coordenadas esféricas y cilíndricas: $(2, 1, -2), (0, 3, 4), (\sqrt{2}, 1, 1), (-2\sqrt{3}, -2, 3)$.

**4.** Describir el significado geométrico de las siguientes aplicaciones en coordenadas cilíndricas:

(a) $(r, \theta, z) \mapsto (r, \theta, -z)$

(b) $(r, \theta, z) \mapsto (r, \theta + \pi, -z)$

(c) $(r, \theta, z) \mapsto (-r, \theta - \pi/4, z)$

**5.** Describir el significado geométrico de las siguientes aplicaciones en coordenadas esféricas:

(a) $(\rho, \theta, \phi) \mapsto (\rho, \theta + \pi, \phi)$

(b) $(\rho, \theta, \phi) \mapsto (\rho, \theta, \pi - \phi)$

(c) $(\rho, \theta, \phi) \mapsto (2\rho, \theta + \pi/2, \phi)$

**6.** Dibujar los siguientes sólidos:

(a) $r \in [0, 1],\ \theta \in [0, \pi],\ z \in [-1, 1]$

(b) $r \in [0, 2],\ \theta \in [0, \pi/2],\ z \in [0, 4]$

(c) $\rho \in [0, 1],\ \theta \in [0, 2\pi],\ \phi \in [0, \pi/4]$

(d) $\rho \in [1, 2],\ \theta \in [0, 2\pi],\ \phi \in [0, \pi/2]$

**7.** Dibujar las siguientes superficies:

(a) $z = r^2$

(b) $\rho = 4 \csc\phi \sec\theta$

(c) $r = 4 \operatorname{sen}\theta$

(d) $\rho \operatorname{sen}\phi = 2$

**8.** (a) Describir las superficies $r =$ constante, $\theta =$ constante y $z =$ constante en el sistema de coordenadas cilíndricas.

(b) Describir las superficies $\rho =$ constante, $\theta =$ constante y $\phi =$ constante en el sistema de coordenadas esféricas.

**9.** Demostrar que para representar cualquier punto en $\mathbb{R}^3$ mediante coordenadas esféricas, basta con tomar valores de $\theta$ entre 0 y $2\pi$, valores de $\phi$ entre 0 y $\pi$ y valores de $\rho \geq 0$. ¿Son únicas estas coordenadas si admitimos que $\rho \leq 0$?

**10.** Describir los siguientes sólidos empleando desigualdades. Indicar el sistema de coordenadas utilizado.

(a) Un armazón cilíndrico de 8 unidades de longitud, un diámetro interno de 2 unidades y un diámetro externo de 3 unidades.

(b) Un armazón esférico con un radio interno de 4 unidades y un radio externo de 6 unidades.

(c) Una semiesfera con diámetro de 5 unidades.