$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Las submatrices diagonales son $[2]$ y $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ y la propia matriz hessiana, teniendo todas ellas determinantes positivos. Por tanto (Figura 3.3.5), $(0, 0, 0)$ es un punto de mínimo local estricto. Por otro lado, la matriz hessiana de f en $(-1, 1, 1)$ es

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial z \partial x} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial z^2} \end{bmatrix}$$

o

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}.$$

El determinante de la primera matriz diagonal es 2, el de la segunda matriz diagonal

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

es cero y el determinante de la matriz hessiana es -16. Por tanto, el punto crítico $(-1, 1, 1)$ es de tipo silla (es decir, no es ni un punto de máximo ni un punto de mínimo). ▲

Máximos y mínimos globales

Vamos a terminar esta sección con una exposición sobre la teoría de máximos y mínimos *absolutos* o *globales* de funciones de varias variables. Lamentablemente, la localización de los máximos y mínimos absolutos para funciones en $\mathbb{R}^n$ es, en general, un problema más difícil que para funciones de una variable.

> **Definición** Supongamos que $f \colon A \to \mathbb{R}$ es una función definida en un conjunto A en $\mathbb{R}^2$ o $\mathbb{R}^3$. Se dice que un punto $\mathbf{x}_0 \in A$ es un ***punto de máximo absoluto*** (o un punto de ***mínimo absoluto***) de f si $f(\mathbf{x}) \leq f(\mathbf{x}_0)$ [o $f(\mathbf{x}) \geq f(\mathbf{x}_0)$] para todo $\mathbf{x} \in A$.

En el cálculo de una variable, aprendemos—aunque a menudo no lo probamos—que toda función continua en un intervalo cerrado I alcanza