(b) Si la fuerza **F** tiene una magnitud de 6 kg y forma un ángulo de $\pi/6$ rad con la horizontal, apuntando hacia la derecha, hallar W en kg-metros.

40. Si una partícula de masa m se mueve con velocidad $\mathbf{v}$, su *momento* es $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$. En un juego de canicas, una canica con una masa de 2 gramos (g) se tira con una velocidad de 2 metros por segundo (m/s), choca con dos canicas de masa 1 g cada una y queda inmóvil. Una de las canicas sale con una velocidad de 3 m/s formando un ángulo de 45° con la dirección incidente de la canica grande, como se muestra en la Figura 1.R.1. Suponiendo que el momento total antes y después de la colisión es el mismo (de acuerdo con la ley de conservación del momento), ¿con qué ángulo y velocidad se ha movido la segunda canica?

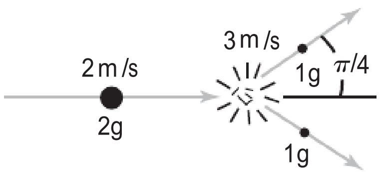

Figura 1.R.1 Momento y canicas.

41. Demostrar que para todo x, y, z,

$$\begin{vmatrix} x+2 & y & z \\ z & y+1 & 10 \\ 5 & 5 & 2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} y & x+2 & z \\ 1 & z-x-2 & 10-z \\ 5 & 5 & 2 \end{vmatrix}.$$

42. Demostrar que

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix} \neq 0$$

si x, y y z son distintos.

43. Demostrar que

$$\begin{vmatrix} 66 & 628 & 246 \\ 88 & 435 & 24 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 68 & 627 & 247 \\ 86 & 436 & 23 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}.$$

44. Demostrar que

$$\begin{vmatrix} n & n+1 & n+2 \\ n+3 & n+4 & n+5 \\ n+6 & n+7 & n+8 \end{vmatrix}$$

tiene el mismo valor independientemente del valor de n. ¿Cuál es ese valor?

45. Indicar si las siguientes cantidades son vectores o escalares.

(a) La población actual de Santa Cruz, California

(b) El par que un ciclista ejerce sobre su bicicleta.

(c) La velocidad del viento que mueve una veleta.

(d) La temperatura de una pizza metida en un horno.

46. Hallar una matriz 4×4, C, tal que para toda matriz 4×4, A, se cumpla que $CA = 3A$.

47. Sean

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) Hallar A^{-1}, B^{-1} y $(AB)^{-1}$.

(b) Demostrar que $(AB)^{-1} \neq A^{-1}B^{-1}$ but $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

48. Si se supone que $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ es invertible y sus elementos son enteros. ¿Qué condiciones se deben satisfacer para que $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1}$ tenga elementos enteros?

49. El volumen de un tetraedro con aristas concurrentes **a**, **b**, **c** está dado por $V = \frac{1}{6}\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$.

(a) Expresar el volumen como un determinante.

(b) Evaluar V cuando $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}, \mathbf{b} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}, \mathbf{c} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$.

Utilizar la siguiente definición para los Ejercicios 50 y 51: Sean $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n$ vectores en $\mathbb{R}^3$ desde 0 a las masas $m_1, \dots, m_n$. El ***centro de masas*** *es el vector*

$$\mathbf{c} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}.$$