b) Repita las instrucciones del inciso *a*) para la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9.5 & -2 & -10.5 \\ -10 & -42.5 & 10 & 44.5 \\ 6 & 23.5 & -5 & -24.5 \\ -10 & -43 & 10 & 45 \end{pmatrix}$$

c) (*Lápiz y papel*) Trabaje en el problema 27 anterior.

5. **Geometría** Una matriz A de $n \times n$ define una transformación lineal T de $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}^n$ por $T(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$. Nos interesa describir la geometría de esas transformaciones lineales.

a) (*Lápiz y papel*) Si $\mathbf{x}$ es un vector característico de A con valor característico λ entonces $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$. Si $\lambda > 0$, ¿cuál es la interpretación geométrica del efecto de la transformación lineal sobre $\mathbf{x}$?

b) (*Lápiz y papel*) Explique por qué y cómo es cierta la siguiente afirmación. Si A es diagonalizable con valores característicos positivos, entonces la geometría de la transformación lineal dada por A se puede describir por completo en términos de expansiones y compresiones a lo largo de los vectores de una base.

c) Verifique que la siguiente matriz es diagonalizable con valores característicos positivos. Describa la geometría [en el sentido del inciso *b*)] de esta matriz. Usando esta información, bosqueje la imagen (después de aplicar la transformación determinada por la matriz) del rectángulo con vértices en (1, 1), (1, –1), (–1, 1) y (–1, –1). Describa su razonamiento (si desea una descripción, quizá mejor, de los vectores característicos que la dada por `eig`, encuentre la forma reducida por renglones de $A - \lambda I$, donde λ es un valor característico).

$$A = \begin{pmatrix} \frac{5}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

d) Para cada matriz A dada, verifique que A es diagonalizable con valores característicos positivos. Escriba una descripción de la geometría igual que en el inciso *b*).

i) $A = \begin{pmatrix} 15 & -31 & 17 \\ 20.5 & -44 & 24.5 \\ 26.5 & -58 & 32.5 \end{pmatrix}$

ii) Sea B una matriz aleatoria real de 3×3 y sea $A = B^{\top}B$.

6. Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 22 & -10 \\ 50 & -23 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ .5 & 5.5 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 5 & -11 & 7 \\ -2 & 1 & 2 \\ -6 & 7 & 0 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 26 & -68 & 40 \\ 19 & -56 & 35 \\ 15 & -50 & 33 \end{pmatrix}$$

a) Para cada matriz A, encuentre `e = eig(A)` y `d = det(A)`. Explique por qué A es diagonalizable. Obtenga una conclusión sobre la relación entre los valores característicos de A y el determinante de A.

b) Pruebe su conclusión con las matrices dadas en los problemas 1 y 2 de MATLAB 8.1.

c) (*Lápiz y papel*) Complete la siguiente afirmación con su conclusión y después demuéstrela: si A es diagonalizable, entonces det(A) es ________.