PROBLEMAS 8.6

De los problemas 1 al 18 determine si la matriz dada es una matriz de Jordan.

1. $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ **2.** $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$ **3.** $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ **4.** $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ **5.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ **7.** $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ **8.** $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ **9.** $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

10. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **11.** $\begin{pmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & e & 1 \\ 0 & 0 & e \end{pmatrix}$ **12.** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ **13.** $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$

14. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ **15.** $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ **16.** $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

17. $\begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e \end{pmatrix}$ **18.** $\begin{pmatrix} a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}$

De los problemas 19 al 22 encuentre una matriz invertible C que transforme la matriz de 2×2 a su forma canónica de Jordan.

19. $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ **20.** $\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -9 & 8 \end{pmatrix}$ **21.** $\begin{pmatrix} -10 & -7 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ **22.** $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

***23.** Sea A una matriz de 3×3. Suponga que λ es un valor característico de A con multiplicidad algebraica 3 y multiplicidad geométrica 1 y sea $\mathbf{v}_1$ el vector característico correspondiente.

a) Demuestre que existe una solución, $\mathbf{v}_2$, al sistema $(A - \lambda I)\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1$ tal que $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$ son linealmente independientes.

b) Con $\mathbf{v}_2$ definido en el inciso *a*), demuestre que existe una solución, $\mathbf{v}_3$, al sistema $(A - \lambda I)\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}_2$ tal que $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ y $\mathbf{v}_3$ son linealmente independientes.

c) Demuestre que si C es una matriz cuyas columnas son $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ y $\mathbf{v}_3$, entonces

$$C^{-1}AC = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}.$$