

## PROBLEMAS 5.1

De los problemas 1 al 27 determine si el conjunto dado es un espacio vectorial. De no ser así proporcione una lista de los axiomas que no se cumplen.

1. El conjunto de números naturales  $\mathbb{N}$  como vectores, el conjunto de números naturales  $\mathbb{N}$  como escalares y la operación de multiplicación para números naturales.
2. El conjunto de números naturales  $\mathbb{N}$  como vectores, el conjunto de números naturales  $\mathbb{N}$  como escalares, la operación de suma para números naturales y la multiplicación entre números naturales para la operación de multiplicación de escalar y vector.
3. El conjunto de números enteros  $\mathbb{Z}$  como vectores, el conjunto de números naturales  $\mathbb{Z}$  como escalares, la operación de suma para números enteros y la multiplicación entre números enteros para la operación de multiplicación de escalar y vector.
4. El conjunto de matrices diagonales de  $n \times n$  bajo la suma de matrices y multiplicación por un escalar usuales.
5. El conjunto de matrices diagonales de  $n \times n$  bajo la multiplicación (es decir,  $A \oplus B = AB$ ).
6.  $\{(x, y): y \leq 0; x, y \text{ reales}\}$  con la suma de vectores y multiplicación por un escalar usuales.
7. Los vectores en el plano que está en el primer cuadrante.
8. El conjunto de vectores en  $\mathbb{R}^3$  de la forma  $(x, x, x)$ .
9. El conjunto de polinomios de grado 4 bajo las operaciones del ejemplo 5.1.7.
10. El conjunto de polinomios de grado 5 bajo las operaciones del ejemplo 5.1.7.
11. El conjunto de matrices simétricas de  $n \times n$  (vea la sección 2.5) bajo la suma y multiplicación por un escalar usuales.
12. El conjunto de matrices de  $2 \times 2$  que tienen la forma  $\begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix}$  bajo la suma y multiplicación por un escalar usuales.
13. El conjunto de matrices  $\begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \beta & 1 \end{pmatrix}$  con las operaciones de suma de matrices y multiplicación por un escalar usuales.
14. El conjunto de matrices  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  donde  $a, b, c, d$  son números reales diferentes de cero con la operación de suma entre vectores  $\mathbb{Q}$  definida por  $\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 a_2 & b_1 b_2 \\ c_1 c_2 & d_1 d_2 \end{pmatrix}$ , el conjunto de escalares de los reales positivos y la multiplicación usual de escalar y matriz.
15. El conjunto de vectores de los números racionales  $\mathbb{Q}$  con la operación de suma, el conjunto de escalares los números enteros  $\mathbb{Z}$  y la operación de multiplicación de escalar y vector la multiplicación usual.
16. El conjunto que consiste en un solo vector  $(0, 0)$  bajo las operaciones usuales en  $\mathbb{R}^2$ .
17. El conjunto de polinomios de grado  $\leq n$  con término constante cero.
18. El conjunto de polinomios de grado  $\leq n$  con término constante  $a_0$  positivo.
19. El conjunto de polinomios de grado  $\leq n$  con término constante  $a_0$  negativo.
20. El conjunto de funciones continuas de valores reales definidas en  $[0, 1]$  con  $f(0) = 0$  y  $f(1) = 0$  bajo las operaciones del ejemplo 5.1.8.