y

Suma de vectores y multiplicación por un escalar en $\mathbb{R}^3$

$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$$
$$\alpha\mathbf{u} = (\alpha x_1, \alpha y_1, \alpha z_1)$$

Ésta es la misma definición de suma de vectores y multiplicación por un escalar que se tenía; se ilustra en la figura 4.20.

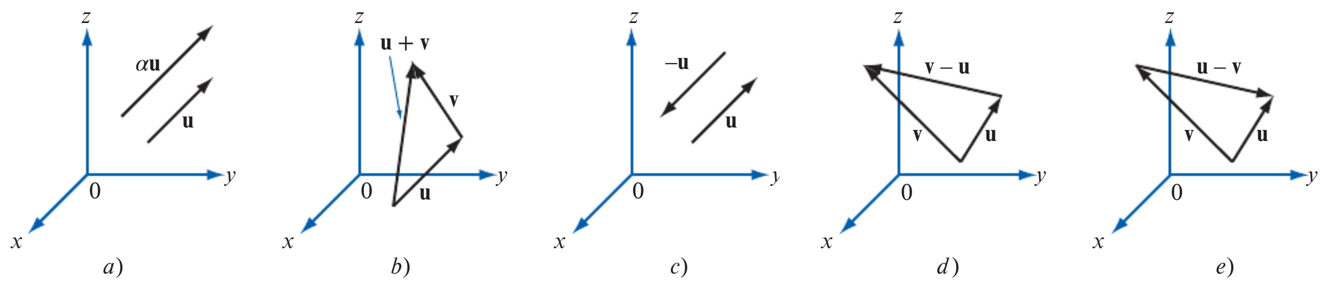

Figura 4.20
Ilustración de la suma de vectores y la multiplicación por un escalar en $\mathbb{R}^3$.

Vector unitario

Un **vector unitario** $\mathbf{u}$ es un vector con magnitud 1. Si $\mathbf{v}$ es un vector diferente de cero, entonces $\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$ es un vector unitario que tiene la misma dirección que $\mathbf{v}$.

EJEMPLO 4.3.3 Cálculo de un vector unitario en $\mathbb{R}^3$

Encuentre un vector unitario que tenga la misma dirección que $\mathbf{v} = (2, 4, -3)$.

SOLUCIÓN ► Como $\mathbf{v} = \sqrt{2^2 + 4^2 + (-3)^2} = \sqrt{29}$ se tiene

$$\mathbf{u} = \left(\frac{2}{\sqrt{29}}, \frac{4}{\sqrt{29}}, -\frac{3}{\sqrt{29}}\right)$$

Ahora se puede definir formalmente la dirección de un vector en $\mathbb{R}^3$. No se puede definir como el ángulo θ que forma el vector con el eje x positivo ya que, por ejemplo, si $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, por lo que existe un número infinito de vectores que forman un ángulo θ con el lado positivo del eje x, y estos vectores juntos forman un cono (vea la figura 4.21).

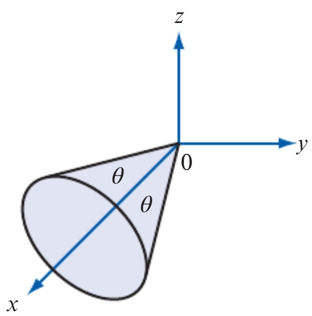

Figura 4.21
Todos los vectores que están en este cono forman un ángulo θ con la parte positiva del eje x.

Definición 4.3.2

Dirección en $\mathbb{R}^3$

La **dirección** de un vector $\mathbf{v}$ en $\mathbb{R}^3$ se define como el vector unitario $\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$.