Sea $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$ un polinomio con coeficientes reales. Entonces se puede demostrar (vea el problema 41) que las raíces complejas de la ecuación $p_n(x) = 0$ ocurren en pares conjugados complejos. Esto es, si z es una raíz de $p_n(x) = 0$, entonces también lo es $\bar{z}$. Este hecho se ilustró en el ejemplo B.1 para el caso de $n = 2$.

Magnitud

Para $z = \alpha + i\beta$ se define la **magnitud** de z, denotada por $|z|$, como

$$\boxed{\text{Magnitud de } z = |z| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \tag{B.10}$$

Nota

La magnitud de un número complejo con frecuencia recibe el nombre de **módulo**.

Argumento

y el **argumento** de z, denotado por arg z, se define como el ángulo θ entre la recta $0z$ y el lado positivo del eje x. Como convención se toma

$$-\pi < \arg z \le \pi$$

En la figura B.3 se puede ver que $r = |z|$ es la distancia de z al origen. Si $\alpha > 0$, entonces donde se observa la convención de que $\tan^{-1} x$ toma valores en el intervalo $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$. Si $\alpha = 0$ y $\beta > 0$, entonces $\theta = \arg z = \frac{\pi}{2}$. Si $\alpha = 0$ y $\beta < 0$, entonces $\theta = \arg z = -\frac{\pi}{2}$. Si $\alpha < 0$ y $\beta > 0$, entonces θ se encuentra en el segundo cuadrante y está dado por

$$\theta = \arg z = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{\beta}{\alpha}\right|$$

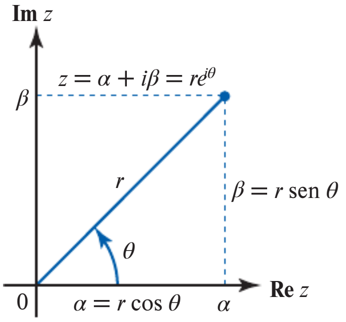

Figura B.3
Si $z = \alpha + i\beta$, entonces $\alpha = r\cos\theta$ y $\beta = r \text{ sen } \theta$.

Por último, si $\alpha < 0$ y $\beta < 0$ entonces θ está en el tercer cuadrante y

$$\theta = \arg z = -\pi + \tan^{-1}\frac{\beta}{\alpha}$$

En suma, se tiene

Argumento de z

Sea $z = \alpha + \beta i$. Entonces

$$\arg z = \tan\frac{\beta}{\alpha} \text{ si } \alpha > 0$$

$$\arg z = \frac{\pi}{2} \text{ si } \alpha = 0 \text{ y } \beta > 0$$

$$\arg z = -\frac{\pi}{2} \text{ si } \alpha = 0 \text{ y } \beta < 0 \tag{B.11}$$

$$\arg z = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{\beta}{\alpha}\right| \text{ si } \alpha < 0 \text{ y } \beta > 0$$

$$\arg z = -\pi + \tan^{-1}\frac{\beta}{\alpha} \text{ si } \alpha < 0 \text{ y } \beta < 0 \tag{B.12}$$

arg 0 no está definido

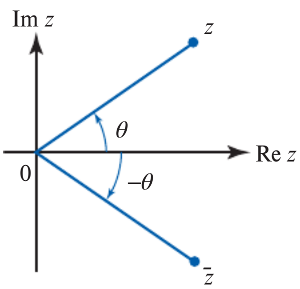

Figura B.4
Arg $\bar{z} = -\arg z$.

De la figura B.4 se ve que

$$\boxed{|\bar{z}| = |z|} \tag{B.13}$$