b) Para las matrices siguientes, encuentre una base para la imagen, formando una matriz cuyas columnas sean los vectores básicos. Verifique que cada columna de la matriz original es una combinación lineal única de los vectores de la base.

i)-iv) Las matrices de los problemas 9 y 15 a 17 de esta sección.

v) `A = round(10*(2*rand(5)-1));A(:,2) = .5*A(:,1); A(:,4) = A(:,1)-1/3*A(:,3)`

8. *a*) Para cada matriz del problema 7 de esta sección de MATLAB, encuentre `rref(A)` y `rref(A')`.

b) Encuentre una base para el espacio de las columnas de A y por lo tanto la dimensión de ese espacio.

c) Encuentre una base para el espacio de los renglones de A y por lo tanto la dimensión de ese espacio.

d) Escriba una conclusión relacionando la dimensión del espacio de las columnas de A con la dimensión del espacio de los renglones de A.

e) ¿Qué tienen en común `rref(A)` y `rref(A')` y cómo se relaciona esto con el inciso *d*)?

9. Este problema explica otra forma de encontrar una base para un espacio generado por vectores de manera que la base consista en un subconjunto del conjunto original de vectores.

a) Recuerde (o resuelva) los problemas 3 y 7 de MATLAB 5.3. Si A es la matriz cuyas columnas son los vectores de un conjunto dado, concluya que las columnas de A correspondientes a las columnas sin pivote, en la forma escalonada reducida por *renglones*, no se necesitan para formar el espacio generado por el conjunto original de vectores.

b) Para los conjuntos de vectores en el problema 6 de esta sección de MATLAB, sea A la matriz cuyas *columnas* son los vectores en el conjunto dado.

i) Usando `rref(A)` para decidir qué vectores del conjunto original se pueden eliminar (no son necesarios), forme una matriz B que sea una submatriz de la A original que consista en el número mínimo de vectores del conjunto original necesarios para formar el espacio generado.

ii) Verifique que el subconjunto elegido (las columnas de la submatriz) sea linealmente independiente.

iii) Verifique que el número de vectores es el mismo que el número de vectores en la base determinada en el problema 6 de esta sección de MATLAB.

iv) Verifique que cada vector en la base encontrada en el problema 6 es una combinación lineal única de la base encontrada en este problema y que cada vector de esta base es una combinación lineal única de la base del problema 6. [***Sugerencia:*** Si C es la matriz cuyas columnas son los vectores de la base encontrados en el problema 6, observe `rref([B C])` y `rref([C B])`.]

c) Siga las instrucciones del inciso *b*) para el espacio de las columnas de las matrices en el problema 7 de esta sección de MATLAB.

10. Suponga que $\{\mathbf{v}_1, \ldots, \mathbf{v}_k\}$ es un conjunto de vectores linealmente independientes en $\mathbb{R}^n$. Suponga que se quiere agregar algunos vectores al conjunto para crear una base para todo $\mathbb{R}^n$ que contenga al conjunto original. Para cada conjunto de vectores dado:

a) Sea A la matriz tal que la columna i de A es igual a $\mathbf{v}_i$. Forma la matriz $B = [A\ I]$, donde I es la matriz identidad de $n \times n$. Verifique que las columnas de B generan a todo $\mathbb{R}^n$.

b) Siga el procedimiento descrito en el problema 9 de esta sección de MATLAB para encontrar una base para el espacio de las columnas de B. Verifique que la base obtenida es una base para $\mathbb{R}^n$ y contiene al conjunto original de vectores.