Para $m = 2$ se tiene $(A_1A_2)^{-1} = A_2^{-1}A_1^{-1}$ por el teorema 2.4.3, entonces la ecuación (A.6) se cumple para $m = 2$. Se supone que es cierta para $m = k$ y se demuestra para $m = k + 1$. Sea $B = A_1, A_2, \ldots, A_k$. Entonces

$$(A_1 A_2 \ldots A_k A_{k+1})^{-1} = (BA_{k+1})^{-1} = A_{k+1}^{-1}B^{-1} \tag{A.7}$$

Por la suposición de inducción

$$B^{-1} = (A_1 A_2 \ldots A_k)^{-1} = A_k^{-1}A_{k-1}^{-1} \ldots A_2^{-1} A_1^{-1} \tag{A.8}$$

Sustituyendo (A.8) en (A.7) la demostración queda completa.

PROBLEMAS

De los problemas 1 al 20 utilice inducción matemática para demostrar que la fórmula dada se cumple para toda $n = 1, 2, \ldots$ a menos que se especifique algún otro conjunto de valores.

1. $2 + 4 + 6 + \cdots + 2n = n(n + 1)$

2. $1 + 4 + 7 + \cdots + (3n - 2) = \dfrac{n(3n - 1)}{2}$

3. $2 + 5 + 8 + \cdots + (3n - 1) = \dfrac{n(3n + 1)}{2}$

4. $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$

5. $\left(\dfrac{1}{2}\right)^n < \dfrac{1}{n}$

6. $2^n < n!$ para $n = 4, 5, 6, \ldots$, donde

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n - 1) \cdot n$$

7. $1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2n^2 = 2n^{2+1} - 1$

8. $1 + 3 + 9 + 27 + \cdots + 3^n = \dfrac{3^{n+1} - 1}{2}$

9. $1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \cdots + \dfrac{1}{2^n} = 2 - \dfrac{1}{2^n}$

10. $1 - \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{9} + \cdots + \left(-\dfrac{1}{3}\right)^n = \dfrac{3}{4}\left[1 - \left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$

11. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \dfrac{n^2(n + 1)^2}{4}$

12. $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + n(n + 1) = \dfrac{n(n + 1)(n + 2)}{3}$

13. $1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 6 + \cdots + (2n - 1)(2n) = \dfrac{n(n + 1)(4n - 1)}{3}$

14. $\dfrac{1}{2^2 - 1} + \dfrac{1}{3^2 - 1} + \dfrac{1}{4^2 - 1} + \cdots + \dfrac{1}{(n - 1)^2 - 1} = \dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{2(n + 1)} - \dfrac{1}{2(n + 2)}$