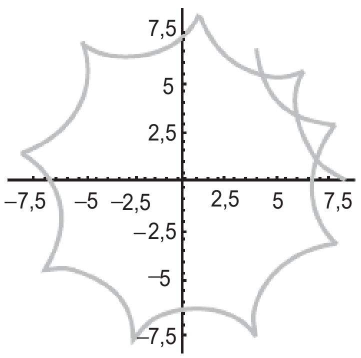

Figura 2.4.7 Ejemplo de una hipocicloide.

El ejemplo anterior consideraba la trayectoria de un punto que no necesariamente se encuentra en el borde de una rueda que gira a lo largo de una recta. Cuando la rueda gira sobre una circunferencia, la curva resultante se denomina ***epiciclo***. Estos son los epiciclos de los que hablábamos en la introducción al abordar la teoría tolemaica. Si la rueda está por fuera de la circunferencia y el punto está sobre el borde, la curva es una ***epicicloide***, y cuando la rueda está por dentro de la circunferencia, es una ***hipocicloide***. En la Figura 2.4.7 se muestra un ejemplo de esta última.

Nota histórica

El matemático francés Blaise Pascal estudió la cicloide en 1649 para distraerse mientras sufría una afección dental. Al desaparecer el dolor, pensó que era una señal de que a Dios no le desagradaban sus pensamientos. Los resultados de Pascal indujeron a otros matemáticos a investigar esta curva y, en consecuencia, se encontraron numerosas propiedades relevantes. El holandés Christian Huygens descubrió una de ellas y la empleó para construir un péndulo de reloj "perfecto".

Velocidad y tangente a una trayectoria

Si pensamos en $\mathbf{c}(t)$ como en la curva trazada por una partícula siendo t el tiempo, es razonable definir el vector velocidad como sigue.

Definición Vector velocidad Si $\mathbf{c}$ es una trayectoria y es diferenciable, decimos que $\mathbf{c}$ es una ***trayectoria diferenciable***. La ***velocidad*** de $\mathbf{c}$ en el instante t se define como[3]

$$\mathbf{c}'(t) = \lim_{h\to 0} \frac{\mathbf{c}(t+h) - \mathbf{c}(t)}{h}.$$

Normalmente dibujamos el vector $\mathbf{c}'(t)$ con su origen en el punto $\mathbf{c}(t)$. La ***rapidez*** de la trayectoria $\mathbf{c}(t)$ es $s = \|\mathbf{c}'(t)\|$, la longitud del vector velocidad. Si $\mathbf{c}(t) = (x(t), y(t))$ está en $\mathbb{R}^2$, entonces

$$\mathbf{c}'(t) = (x'(t), y'(t)) = x'(t)\mathbf{i} + y'(t)\mathbf{j}$$

y si $\mathbf{c}(t) = (x(t), y(t), z(t))$ está en $\mathbb{R}^3$, entonces

$$\mathbf{c}'(t) = (x'(t), y'(t), z'(t)) = x'(t)\mathbf{i} + y'(t)\mathbf{j} + z'(t)\mathbf{k}.$$

Aquí, $x'(t)$ es la derivada de una variable dx/dt. Si interpretamos los límites de vectores como límites componente a componente, las fórmulas

[3]Si t es el extremo de un intervalo, se deben tomar, como en el cálculo de una variable, límites por la derecha o por la izquierda.