Prerrequisitos y notación

Suponemos que los estudiantes han estudiado el cálculo de funciones de una variable real, incluyendo la geometría analítica en el plano. Algunos estudiantes también pueden haber tenido alguna experiencia con las matrices, aunque lo que necesitaremos de ellas lo veremos en las Secciones 1.3 y 1.5.

También suponemos que los estudiantes estarán familiarizados con funciones de cálculo elemental, tales como $\operatorname{sen} x$, $\cos x$, e^x y $\log x$ (escribimos $\log x$ o $\ln x$ para el logaritmo natural, que en ocasiones se denota como $\log_e x$). Los estudiantes deben conocer, o repasar a medida que el curso avance, las reglas básicas de diferenciación e integración de funciones de una variable, tales como la regla de la cadena, la regla del cociente, la integración por partes, etc.

Ahora vamos a resumir las notaciones que vamos a utilizar más adelante. Los estudiantes pueden repasarlas ahora de forma rápida y volver a ellas posteriormente si les surge la necesidad.

El conjunto de los números reales se denota mediante $\mathbb{R}$. Así, $\mathbb{R}$ incluye los ***enteros***, $\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$; los ***números racionales***, p/q, donde p y q son enteros ($q \neq 0$) y los ***números irracionales***, como $\sqrt{2}, \pi$ y e. Los elementos de $\mathbb{R}$ se pueden visualizar como puntos de la recta real numérica, como se muestra en la Figura P.1.

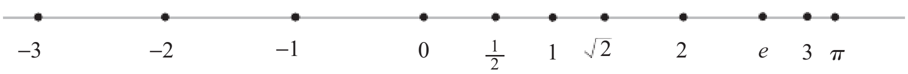

Figura P.1 Representación geométrica de puntos en la recta real numérica.

Cuando escribimos $a \in \mathbb{R}$ queremos decir que a es un elemento del conjunto $\mathbb{R}$, en otras palabras, que a es un número real. Dados dos números reales a y b con $a < b$ (esto es, con a menor que b), podemos crear el ***intervalo cerrado*** $[a, b]$, que consta de todos los x tales que $a \leq x \leq b$, y el ***intervalo abierto*** (a, b), que consta de todos los x tales que $a < x < b$. De forma similar, podemos construir los intervalos semiabiertos $(a, b]$ y $[a, b)$ (Figura P.2).

Figura P.2 Representación geométrica de los intervalos (a, b), (c, d) y (e, f).

El ***valor absoluto*** de un número $a \in \mathbb{R}$ se escribe $|a|$ y se define como

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0. \end{cases}$$