Es posible generalizar el método que se acaba de describir para obtener la forma canónica de Jordan de cualquier matriz. No se hará aquí, pero se sugiere una generalización en el problema 8.6.22. Aunque no se demostrará este hecho, siempre es posible determinar el número de unos arriba de la diagonal en la forma canónica de Jordan de una matriz A de $n \times n$. Sea λ_i un valor característico de A con multiplicidad algebraica r_i y multiplicidad geométrica s_i. Si $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ son los valores característicos de A, entonces

Número de unos arriba de la diagonal de la forma canónica de Jordan de A

$$= (r_1 - s_1) + (r_2 - s_2) + \cdots + (r_k - s_k) = \sum_{i=1}^{k} r_i - \sum_{i=1}^{k} s_i = n - \sum_{i=1}^{k} s_i \qquad \textbf{(8.6.15)}$$

Si se conoce la ecuación característica de una matriz A, entonces se pueden determinar las posibles formas canónicas de Jordan de A.

EJEMPLO 8.6.6 Determinación de las posibles formas canónicas de Jordan de una matriz de 4 × 4 con ecuación característica dada

Si el polinomio característico de A es $(\lambda - 2)^3 (\lambda + 3)$, entonces las posibles formas canónicas de Jordan de A son

$$J = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

o cualquier matriz obtenida reacomodando los bloques de Jordan en J. La primera matriz corresponde a una multiplicidad geométrica de 3 (para $\lambda = 2$); la segunda corresponde a una multiplicidad geométrica de 2, y la tercera a una multiplicidad geométrica de 1.

RESUMEN 8.6

- La matriz N_k es la matriz de $k \times k$

$$N_k = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

- La **matriz de bloques de Jordan** $k \times k$, $B(\lambda)$ está dada por

$$B(\lambda) = \lambda I + N_k = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & & \cdots & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & & \cdots & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$