- Una forma cuadrática se puede escribir como

$$F(x, y) = A\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$$

donde $A = \begin{pmatrix} a & \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} & c \end{pmatrix}$ es una matriz simétrica.

- Si los valores característicos de A son a' y c', entonces la forma cuadrática se puede escribir como

$$\bar{F}(x', y') = a'x'^2 + c'y'^2$$

donde $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = Q^\top \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ y Q es la matriz ortogonal que diagonaliza A.

- ***Teorema de los ejes principales en $\mathbb{R}^2$***

Sea $ax^2 + bxy + cy^2 = d$ (*)

una ecuación cuadrática en las variables x y y; entonces existe un número único θ en $[0, 2\pi]$ tal que la ecuación (*) se puede escribir en la forma

$$a'x'^2 + c'y'^2 = d$$

donde x', y' son los ejes obtenidos al rotar los ejes x y y un ángulo θ en el sentido contrario a las manecillas del reloj. Más aún, los números a' y c' son los valores característicos de la matriz $A = \begin{pmatrix} a & \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} & c \end{pmatrix}$. Los ejes x' y y' se denominan **ejes principales** de la gráfica de la ecuación cuadrática.

- Si $A = \begin{pmatrix} a & \frac{b}{2} \\ \frac{b}{2} & c \end{pmatrix}$, entonces la ecuación cuadrática (*) es la ecuación de:

  i) Una hipérbola si $d \neq 0$ y $\det A < 0$.

  ii) Una elipse, un círculo o una sección cónica degenerada si $d \neq 0$ y $\det A > 0$.

  iii) Un par de rectas o una sección cónica degenerada si $d \neq 0$ y $\det A = 0$.

  iv) Si $d = 0$, entonces (*) es la ecuación de dos rectas si $\det A \neq 0$ y la ecuación de una sola recta si $\det A = 0$.

- ***Forma cuadrática en $\mathbb{R}^n$***

Sea $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ y sea A una matriz simétrica de $n \times n$. Entonces la **forma cuadrática** en $x_1, x_2, \ldots, x_n$, es una expresión de la forma

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = A\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$$