

3. Calcular los límites siguientes:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} x^3 y \quad (c) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$$

4. Calcular los límites siguientes:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} e^x y \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x}$$

5. Calcular los límites siguientes:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 3x + 5)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \sin x$$

$$(c) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

6. Sea

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2+y^6} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- (a) Calcular el límite de f cuando $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ a lo largo de la trayectoria $x = 0$.
- (b) Calcular el límite de f cuando $(x, y) \rightarrow (0, 0)$ a lo largo de la trayectoria $x = y^3$.
- (c) Demostrar que f no es continua en $(0, 0)$.

7. Sea $f(x, y, z) = \frac{e^{x+y}}{1+z^2}$.

$$\text{Calcular } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1, 2+h, 3) - f(1, 2, 3)}{h}.$$

8. Calcular los siguientes límites, si existen:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{xy}$$

$$(b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin xy}{y}$$

$$(c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2}$$

9. Calcular los siguientes límites, si existen:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{xy} - 1}{y}$$

$$(b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos(xy) - 1}{x^2 y^2}$$

$$(c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2 + 2}$$

10. Calcular los siguientes límites, si existen:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{xy}}{x+1}$$

$$(b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\cos x - 1 - (x^2/2)}{x^4 + y^4}$$

$$(c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x-y)^2}{x^2 + y^2}$$

11. Calcular los siguientes límites, si existen:

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin xy}{xy}$$

$$(b) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{\sin(xyz)}{xyz}$$

$$(c) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} f(x, y, z),$$

donde $f(x, y, z) = (x^2 + 3y^2)/(x+1)$

12. Calcular los siguientes límites, si existen:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2x}{x^3}$$

$$(b) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin 2x - 2x + y}{x^3 + y}$$

$$(c) \lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{2x^2 y \cos z}{x^2 + y^2}$$

13. Calcular $\lim_{\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}_0} f(\mathbf{x})$, si existe, para los casos siguientes:

- (a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |x|, x_0 = 1$
- (b) $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \mathbf{x} \mapsto \|\mathbf{x}\|, \mathbf{x}_0$ arbitrario
- (c) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, x \mapsto (x^2, e^x), x_0 = 1$
- (d) $f: \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto (\sin(x-y), e^{x(y+1)} - x - 1)/\|(x, y)\|, \mathbf{x}_0 = (0, 0)$

14. Sea $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2 - 1}$. Describir geométricamente el conjunto en \mathbb{R}^3 donde f no es continua.

15. ¿Dónde es continua la función $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + y^2}$?

16. Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$.

- (a) Considerando $A: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ como una aplicación lineal, escribir explícitamente las funciones componentes de A .
- (b) Demostrar que A es continua en todo \mathbb{R}^2 .

17. Hallar $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (3x^2 + 3y^2) \log(x^2 + y^2)$.

(SUGERENCIA: utilizar coordenadas polares.)