

- b) Encuentre  $(\mathbf{w}_1)_B$ ,  $(\mathbf{w}_2)_B$ ,  $(\mathbf{w}_3)_B$  y  $(\mathbf{w}_4)_B$ . Forme  $C$ , la matriz cuya  $i$ -ésima columna es igual a  $(\mathbf{w}_i)_B$ . Verifique que  $C$  es igual a la inversa de  $A = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \mathbf{v}_3 \ \mathbf{v}_4]$ . Utilice las observaciones del inciso a) para explicar por qué.

c) Sea  $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ . Observe que  $\mathbf{w} = 1\mathbf{w}_1 + (-2\mathbf{w}_2) + 3\mathbf{w}_3 + 4\mathbf{w}_4$

i) Resuelva  $[A|\mathbf{w}] = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \mathbf{v}_3 \ \mathbf{v}_4 | \mathbf{w}]$  para encontrar  $(\mathbf{w})_B$

ii) Verifique que  $C\mathbf{w} = A^{-1}\mathbf{w} = (\mathbf{w})_B$  [aquí,  $C$  es la matriz del inciso b)].

iii) (Lápiz y papel)  $C$  se llama matriz de transición, ¿de dónde a dónde? Utilizando el subinciso ii) y recordando lo que son las columnas de  $C$ , explique por qué

$$(\mathbf{w})_B = 1(\mathbf{w}_1)_B - 2(\mathbf{w}_2)_B + 3(\mathbf{w}_3)_B + 4(\mathbf{w}_4)_B$$

d) Repita el inciso c) para  $B$  y  $\mathbf{w}$  en el problema 2d i) en esta sección de MATLAB.

4. a) Lea el problema 9 de MATLAB 5.3. Explique por qué ahí se encontraron las coordenadas de un polinomio en términos de la base canónica para polinomios.

b) Resuelva los problemas 21 a 23 de esta sección.

5. Sea  $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$

Sea  $C = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3\} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} \right\}$

a) Verifique que  $B$  y  $C$  son bases para  $\mathbb{R}^3$ . Haga  $W = [\mathbf{w}_1 \ \mathbf{w}_2 \ \mathbf{w}_3]$  y  $V = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \mathbf{v}_3]$ .

b) (Lápiz y papel) Escriba los tres sistemas de ecuaciones necesarios para expresar cada vector en  $B$  como una combinación lineal de vectores en  $C$ . Explique por qué las soluciones a estos sistemas se pueden encontrar resolviendo el (los) sistema(s) con la matriz aumentada  $[\mathbf{w}_1 \ \mathbf{w}_2 \ \mathbf{w}_3 | \mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \mathbf{v}_3]$ .

c) Resuelva el (los) sistema(s) para encontrar  $(\mathbf{v}_1)_C$ ,  $(\mathbf{v}_2)_C$  y  $(\mathbf{v}_3)_C$  y forme la matriz  $D = [(\mathbf{v}_1)_C \ (\mathbf{v}_2)_C \ (\mathbf{v}_3)_C]$ .

d) Sea  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$ . Encuentre  $(\mathbf{x})_B$  y  $(\mathbf{x})_C$ . Verifique que  $(\mathbf{x})_C = D(\mathbf{x})_B$ .

Repita para un vector aleatorio  $\mathbf{x}$  de  $3 \times 1$ .

e) Con  $W$  y  $V$  dados en el inciso a), encuentre  $W^{-1}V$  y compárelo con  $D$ .

f) Repita los incisos a) a e) con

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad C = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ .5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 1.5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 10 \\ 2.5 \end{pmatrix} \right\}$$

donde  $\mathbf{x}$  es un vector aleatorio de  $4 \times 1$ .