SOLUCIÓN ► En este caso $\frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|^2} = -\frac{1}{2}$; así, $\text{proy}_{\mathbf{v}}\,\mathbf{u} = -\frac{1}{2}\mathbf{i} - \frac{1}{2}\mathbf{j}$ (vea la figura 4.17).

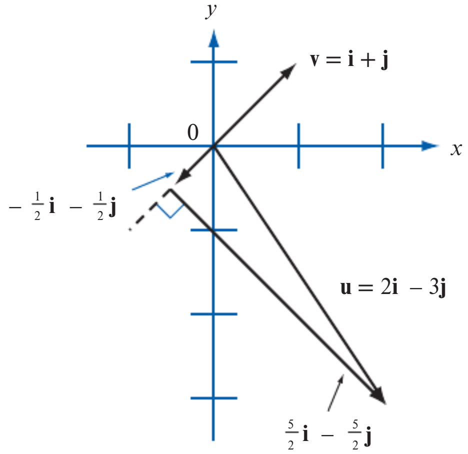

Figura 4.17

La proyección de **2i** – **3j** sobre **i** + **j** es $-\frac{1}{2}\mathbf{i} - \frac{1}{2}\mathbf{j}$.

RESUMEN 4.2

- Sean $\mathbf{u} = (a_1, b_1)$ y $\mathbf{v} = (a_2, b_2)$; entonces el **producto escalar** o **producto punto** de **u** y **v**, denotado por $\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}$, está dado por

$$\mathbf{u}\cdot\mathbf{v} = a_1a_2 + b_1b_2$$

Si $\mathbf{u} = (a_1, b_1, c_1)$ y $\mathbf{v} = (a_2, b_2, c_2)$, entonces

$$\mathbf{u}\cdot\mathbf{v} = a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2$$

- El **ángulo** ϕ entre dos vectores **u** y **v** en $\mathbb{R}^2$ es el único número en $[0, \pi]$ que satisface

$$\cos\varphi = \frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{u}|\,|\mathbf{v}|}$$

- Dos vectores en $\mathbb{R}^2$ son **paralelos** si el ángulo entre ellos es 0 o π. Son paralelos si uno es un múltiplo escalar del otro.

- Dos vectores $\mathbb{R}^2$ son **ortogonales** si el ángulo entre ellos es $\frac{\pi}{2}$. Son ortogonales si y sólo si su producto escalar es cero.

- Sean **u** y **v** dos vectores diferentes de cero en $\mathbb{R}^2$. La **proyección** de **u** sobre **v** es un vector, denotado por $\text{proy}_{\mathbf{v}}\,\mathbf{u}$, que está definido por

$$\text{proy}_{\mathbf{v}}\,\mathbf{u} = \frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|^2}\mathbf{v}$$

El escalar $\frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}$ se llama la **componente** de **u** en la dirección de **v**.

- $\text{proy}_{\mathbf{v}}\,\mathbf{u}$ es paralelo a **v** y $\mathbf{u} - \text{proy}_{\mathbf{v}}\,\mathbf{u}$ es ortogonal a **v**.