

M

8. (Este problema usa el archivo con extensión *m*, *ornt.m*) Una aplicación geométrica de los determinantes de 2×2 hace referencia a la orientación. Si se viaja por las aristas de un paralelogramo, se va en el sentido (orientación) de las manecillas del reloj o en sentido contrario. La multiplicación por una matriz de 2×2 puede afectar dicha orientación.

Dados dos vectores \mathbf{u} y \mathbf{v} , suponga que se traza el paralelogramo formado al comenzar en $(0, 0)$, recorrer hasta el final de \mathbf{u} , después hasta el final de $\mathbf{u} + \mathbf{v}$, luego hasta el final de \mathbf{v} y después de regreso a $(0, 0)$; se lleva a cabo esto mismo para el paralelogramo formado por $A\mathbf{u}$ y $A\mathbf{v}$, donde A es una matriz de 2×2 (el cual se recorre primero a lo largo de $A\mathbf{u}$).

¿Cuándo se invertirá la orientación (en el sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario) del paralelogramo formado por $A\mathbf{u}$ y $A\mathbf{v}$ respecto a la orientación del paralelogramo formado por \mathbf{u} y \mathbf{v} ?

La siguiente función de MATLAB, de nombre *ornt.m*, se puede utilizar para investigar esta pregunta. Una vez que haya escrito la función en el archivo de nombre *ornt.m*, dé `doc ornt` para obtener una descripción de lo que hace este archivo.

```
function ornt(u,v,A)

% ORNT grafica paralelogramos formados por u,v y Au, Av con
%      la orientacion descrita en la pantalla.
%
%      u: vector de 2x1
%      v: vector de 2x1
%      A: Matriz 2x2

% paralelogramo del origen->u->u+v->v->origen
PP=[ [0;0], u,u+v,v, [0;0] ];
PP1=PP(:,1:4);
% datos originales
subplot(121)
pplot(PP,PP1)
axis square
title('Orientacion Inicial')
xlabel('De 1\rightarrow 2\rightarrow 3\rightarrow 4\rightarrow 1')

% datos despues de la multiplicacion por A
subplot(122)
pplot(A*PP,A*PP1)
axis square
title(['Despues de la mult por A=[',...
      num2str(A(1,:))',';',num2str(A(2,:))',''])
xlabel('De 1\rightarrow 2\rightarrow 3\rightarrow 4\rightarrow 1')

% funcion auxiliar unicamente visible dentro de ornt
function pplot(PP,PP1)
plot(PP(1,:),PP(2,:), 'b', PP1(1,:),PP1(2,:), '*');
text(PP1(1,:),PP1(2,:), num2str((1:4)'));
grid

%Fin de funcion ORNT
```

Para cada uno de los siguientes problemas, introduzca \mathbf{u} , \mathbf{v} y A (aquí \mathbf{u} y \mathbf{v} son vectores de 2×1 y A es una matriz de 2×2). Encuentre $\det A$. Escriba en la ventana de comando `ornt(u, v, A)`. En una pantalla de gráficas aparecerán los paralelogramos formados por \mathbf{u} y \mathbf{v} y por $A\mathbf{u}$ y $A\mathbf{v}$ con la orientación descrita en la misma. ¿Se modificó la orientación? Después de resolver el siguiente problema, formule una conclusión respecto a la forma en la cual se puede utilizar $\det(A)$ para determinar si cambiará o no la orientación. Pruebe su conclusión con más ejemplos (cambie A y/o \mathbf{u} y \mathbf{v}).

Para cada A utilice $\mathbf{u} = [1; 0]$ y $\mathbf{v} = [0; 1]$, y después $\mathbf{u} = [-2; 1]$ y $\mathbf{v} = [1; 3]$.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$