El valor absoluto de este determinante es igual al volumen del paralelepípedo determinado por los tres vectores

$$\mathbf{T}_u = \frac{\partial x}{\partial u}\mathbf{i} + \frac{\partial y}{\partial u}\mathbf{j} + \frac{\partial z}{\partial u}\mathbf{k},$$
$$\mathbf{T}_v = \frac{\partial x}{\partial v}\mathbf{i} + \frac{\partial y}{\partial v}\mathbf{j} + \frac{\partial z}{\partial v}\mathbf{k},$$
$$\mathbf{T}_w = \frac{\partial x}{\partial w}\mathbf{i} + \frac{\partial y}{\partial w}\mathbf{j} + \frac{\partial z}{\partial w}\mathbf{k}.$$

Igual que en el caso de dos variables, el jacobiano mide cómo la transformación T distorsiona el volumen de su dominio. Por tanto, para las integrales de volumen (triples), la fórmula del cambio de variables toma la forma siguiente:

Fórmula de cambio de variables: integrales triples

$$\iiint_W f(x,y,z)\,dx\,dy\,dz$$
$$= \iiint_{W^*} f(x(u,v,w), y(u,v,w), z(u,v,w)) \left|\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(u,v,w)}\right| du\,dv\,dw, \qquad (8)$$

donde W^* es una región elemental en el espacio uvw que se corresponde con W en el espacio xyz por una aplicación $T\colon (u,v,w) \mapsto (x(u,v,w), y(u,v,w), z(u,v,w))$, supuesto que T es de clase C^1 y que es inyectiva, excepto posiblemente en un conjunto que es unión de gráficas de funciones de dos variables.

Coordenadas cilíndricas

Vamos a aplicar la Fórmula (8) primero a coordenadas cilíndricas y después a coordenadas esféricas. Primero calculamos el jacobiano de la aplicación que define el cambio a coordenadas cilíndricas. Dado que

$$x = r\cos\theta, \qquad y = r\,\mathrm{sen}\,\theta, \qquad z = z,$$

tenemos

$$\frac{\partial(x,y,z)}{\partial(r,\theta,z)} = \begin{vmatrix} \cos\theta & -r\,\mathrm{sen}\,\theta & 0 \\ \mathrm{sen}\,\theta & r\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = r.$$

Por tanto, obtenemos la fórmula

Cambio de variables—Coordenadas cilíndricas

$$\iiint_W f(x,y,z)\,dx\,dy\,dz = \iiint_{W^*} f(r\cos\theta, r\,\mathrm{sen}\,\theta, z)\,r\,dr\,d\theta\,dz. \qquad (9)$$