

Por lo tanto,

$$x_3 = 4.00$$

$$x_2 = -0.532 + (0.382)(4.00) = 0.996$$

$$x_1 = 0.25 - 0.75(0.996) - (0.375)(4.00) = -2.00$$

Así, con el pivoteo y un redondeo a tres dígitos significativos, x_1 y x_3 se obtienen de manera exacta y x_2 se obtiene con un error relativo de $\frac{0.004}{1} = 0.4\%$.

Antes de dar por terminada esta sección, podemos observar que existen algunas matrices para las cuales un pequeño cambio en los elementos puede llevar a un cambio grande en la solución. Tales matrices se denominan **mal condicionadas**.

**Matrices mal
condicionadas**

EJEMPLO D.4 Un sistema mal condicionado

Considere el sistema

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= 1 \\x_1 + 1.005x_2 &= 0\end{aligned}$$

Se ve fácilmente que la solución exacta es $x_1 = 201$, $x_2 = -200$. Si los coeficientes se redondean a tres dígitos significativos se obtiene el sistema

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= 1 \\x_1 + 1.01x_2 &= 0\end{aligned}$$

con solución exacta $x_1 = 101$, $x_2 = -100$. Al cambiar uno de los elementos de la matriz de coeficientes por $\frac{0.005}{1.005} \approx 0.5\%$, ¡la matriz sufre un cambio de alrededor de 50% en la solución final!

Existen técnicas para reconocer y manejar las matrices mal condicionadas. Una de ellas, la función `cond(A)` de MATLAB (`doc cond`), da una medida de la sensibilidad de la solución de un sistema de ecuaciones lineales a los cambios en los datos.

PROBLEMAS

De los problemas 1 al 4 resuelva el sistema de ecuaciones dado por eliminación gaussiana con pivoteo parcial. Utilice una calculadora manual y redondee a seis dígitos significativos en cada paso.

1.
$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 + x_3 &= 0.3 \\-4x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= -1.4 \\3x_1 - 8x_2 + 3x_3 &= 0.1\end{aligned}$$
2.
$$\begin{aligned}4.7x_1 + 1.81x_2 + 2.6x_3 &= -5.047 \\-3.4x_1 - 0.25x_2 + 1.1x_3 &= 11.495 \\12.3x_1 + 0.06x_2 + 0.77x_3 &= 7.9684\end{aligned}$$
3.
$$\begin{aligned}-7.4x_1 + 3.61x_2 + 8.04x_3 &= 25.1499 \\12.16x_1 - 2.7x_2 - 0.891x_3 &= 3.2157 \\-4.12x_1 + 6.63x_2 - 4.38x_3 &= -36.1383\end{aligned}$$
4.
$$\begin{aligned}4.1x_1 - 0.7x_2 + 8.3x_3 + 3.9x_4 &= -4.22 \\2.6x_1 + 8.1x_2 + 0.64x_3 - 0.8x_4 &= 37.452 \\-5.3x_1 - 0.2x_2 + 7.4x_3 - 0.55x_4 &= 25.73 \\0.8x_1 - 1.3x_2 + 3.6x_3 + 1.6x_4 &= -7.7\end{aligned}$$