2. Calcular la integral de f a lo largo de la trayectoria $\mathbf{c}$ en cada uno de los casos siguientes:

(a) $f(x,y,z) = x+y+yz; \mathbf{c}(t) = (\operatorname{sen} t, \cos t, t)$, $0 \le t \le 2\pi$

(b) $f(x,y,z) = x+\cos^2 z; \mathbf{c}(t) = (\operatorname{sen} t, \cos t, t)$, $0 \le t \le 2\pi$

(c) $f(x,y,z) = x+y+z; \mathbf{c}(t) = (t, t^2, \frac{2}{3}t^3)$, $0 \le t \le 1$

3. Calcular las siguientes integrales de línea:

(a) $\int_C (\operatorname{sen} \pi x)\, dy - (\cos \pi y)\, dz$, donde C es el triángulo cuyos vértices son $(1,0,0), (0,1,0)$ y $(0,0,1)$, en dicho orden.

(b) $\int_C (\operatorname{sen} z)\, dx + (\cos z)\, dy - (xy)^{1/3}\, dz$, donde C es la trayectoria $\mathbf{c}(\theta) = (\cos^3\theta, \operatorname{sen}^3\theta, \theta)$, $0 \le \theta \le 7\pi/2$

4. Si $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ es ortogonal a $\mathbf{c}'(t)$ en cada punto de la curva $\mathbf{x} = \mathbf{c}(t)$, ¿qué podemos decir acerca de $\int_{\mathbf{c}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$?

5. Hallar el trabajo realizado por la fuerza $\mathbf{F}(x,y) = (x^2 - y^2)\mathbf{i} + 2xy\mathbf{j}$ al mover una partícula en sentido antihorario alrededor del cuadrado de vértices $(0,0), (a,0), (a,a), (0,a)$, $a > 0$.

6. Un anillo con la forma de la curva $x^2+y^2 = a^2$ se construye con un fino alambre que pesa $|x|+|y|$ gramos por unidad de longitud en (x,y). Hallar la masa del anillo.

7. Hallar una parametrización para cada una de las siguientes superficies:

(a) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y = 12$

(b) $2x^2 + y^2 + z^2 - 8x = 1$

(c) $4x^2 + 9y^2 - 2z^2 = 8$

8. Hallar el área de la superficie definida por $\mathbf{\Phi}\colon (u,v) \mapsto (x,y,z)$, donde

$$x = h(u,v) = u+v,\ y = g(u,v) = u,$$
$$z = f(u,v) = v;$$

$0 \le u \le 1$, $0 \le v \le 1$. Dibujarla.

9. Escribir una fórmula para el área de la superficie de $\mathbf{\Phi}\colon (r,\theta) \mapsto (x,y,z)$, donde

$$x = r\cos\theta, \qquad y = 2r\operatorname{sen}\theta, \qquad z = r;$$

$0 \le r \le 1, 0 \le \theta \le 2\pi$. Describir la superficie.

10. Supongamos $z = f(x,y)$ y $(\partial f/\partial x)^2 + (\partial f/\partial y)^2 = c, c > 0$. Demostrar que el área de la gráfica de f sobre una región D en el plano xy es $\sqrt{1+c}$ por el área de D.

11. Calcular la integral de $f(x,y,z) = x^2+y^2+z^2$ sobre la superficie del Ejercicio de repaso 8.

12. Calcular $\iint_S f\, dS$ en cada uno de los casos siguientes:

(a) $f(x,y,z) = x$; S es la porción del plano $x+y+z = 1$ en el octante positivo definido por $x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0$.

(b) $f(x,y,z) = x^2$; S es la porción del plano $x = z$ contenida dentro del cilindro $x^2+y^2 = 1$

(c) $f(x,y,z) = x$; S es la porción del cilindro $x^2+y^2 = 2x$ con $0 \le z \le \sqrt{x^2+y^2}$

13. Calcular la integral de $f(x,y,z) = xyz$ sobre el rectángulo cuyos vértices son $(1,0,1), (2,0,0), (1,1,1)$ y $(2,1,0)$.

14. Calcular la integral de $x+y$ sobre la superficie de la esfera unidad.

15. Calcular la integral de superficie de x sobre el triángulo cuyos vértices son $(1,1,1), (2,1,1)$ y $(2,0,3)$.

16. Un paraboloide de revolución S está parametrizado por $\mathbf{\Phi}(u,v) = (u\cos v, u\operatorname{sen} v, u^2)$, $0 \le u \le 2, 0 \le v \le 2\pi$.

(a) Hallar una ecuación en x, y y z que describa la superficie.

(b) ¿Cuál es el significado geométrico de los parámetros u y v?

(c) Hallar un vector unitario ortogonal a la superficie en $\mathbf{\Phi}(u,v)$.

(d) Hallar la ecuación para el plano tangente en $\mathbf{\Phi}(u_0,v_0) = (1,1,2)$ y expresar la respuesta de las dos formas siguientes:

(i) Parametrizado en términos de u y v.

(ii) En función de x, y y z.

(e) Hallar el área de S.

17. Sea $f(x,y,z) = xe^y \cos \pi z$.

(a) Calcular $\mathbf{F} = \nabla f$.

(b) Calcular $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$, donde $\mathbf{c}(t) = (3\cos^4 t, 5\operatorname{sen}^7 t, 0)$, $0 \le t \le \pi$.

18. Sea $\mathbf{F}(x,y,z) = x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$. Calcular $\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$, donde S es la semiesfera superior de la esfera