Ejercicios

1. Hallar $\partial f/\partial x, \partial f/\partial y$ si

(a) $f(x, y) = xy$
(b) $f(x, y) = e^{xy}$
(c) $f(x, y) = x \cos x \cos y$
(d) $f(x, y) = (x^2 + y^2) \log (x^2 + y^2)$

2. Evaluar las derivadas parciales $\partial z/\partial x, \partial z/\partial y$ de las funciones dadas en los puntos indicados.

(a) $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$; $(0, 0), (a/2, a/2)$
(b) $z = \log \sqrt{1 + xy}$; $(1, 2), (0, 0)$
(c) $z = e^{ax} \cos (bx + y)$; $(2\pi/b, 0)$

3. En cada uno de los casos siguientes, hallar las derivadas parciales $\partial w/\partial x, \partial w/\partial y$.

(a) $w = xe^{x^2+y^2}$
(b) $w = \dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$
(c) $w = e^{xy} \log (x^2 + y^2)$
(d) $w = x/y$
(e) $w = \cos (ye^{xy}) \operatorname{sen} x$

4. Decidir cuál de las funciones siguientes son C^1 si $f(0, 0)$ está definida como 0.

(a) $f(x, y) = \dfrac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$
(b) $f(x, y) = \dfrac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
(c) $f(x, y) = \dfrac{x^2 y}{x^4 + y^2}$

5. Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie $z = x^2 + y^3$ en $(3, 1, 10)$.

6. Sea $f(x, y) = e^{x+y}$. Hallar la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $(0,\ 0)$.

7. Sea $f(x, y) = e^{x-y}$. Hallar la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en el punto $(1,\ 1)$.

8. Para cada una de las funciones del Ejercicio 1, calcular el plano tangente a las gráficas en los puntos indicados.

(a) $(0, 0)$ (c) $(0, \pi)$
(b) $(0, 1)$ (d) $(0, 1)$

9. Calcular la matriz de derivadas parciales de las siguientes funciones:

(a) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, f(x, y) = (x, y)$
(b) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, f(x, y) = (xe^y + \cos y, x, x + e^y)$
(c) $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2, f(x, y, z) = (x + e^z + y, yx^2)$
(d) $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3, f(x, y) = (xye^{xy}, x \operatorname{sen} y, 5xy^2)$

10. Calcular la matriz de derivadas parciales de

(a) $f(x, y) = (e^x, \operatorname{sen} xy)$
(b) $f(x, y, z) = (x - y, y + z)$
(c) $f(x, y) = (x + y, x - y, xy)$
(d) $f(x, y, z) = (x + z, y - 5z, x - y)$

11. Hallar la ecuación del plano tangente a $f(x, y) = x^2 - 2xy + 2y^2$ que tiene pendiente 2 en la dirección positiva del eje x y pendiente 4 en la dirección positiva del eje y.

12. Sea $f(x, y) = e^{(2x+3y)}$.

(a) Hallar el plano tangente a f en $(0,\ 0)$.
(b) Usar esto para aproximar $f(0{,}1; 0)$ y $f(0; 0{,}1)$.
(c) Haciendo uso de una calculadora, hallar los valores exactos de $f(0{,}1; 0)$ y $f(0; 0{,}1)$.

13. ¿Dónde corta al eje z el plano tangente a $z = e^{x-y}$ en $(1, 1, 1)$?

14. ¿Por qué las gráficas de $f(x, y) = x^2 + y^2$ y $g(x, y) = -x^2 - y^2 + xy^3$ deben llamarse “tangentes” en $(0, 0)$?

15. Sea $f(x, y) = e^{xy}$. Demostrar que $x(\partial f/\partial x) = y(\partial f/\partial y)$.

16. Utilizar la aproximación lineal para aproximar una función adecuada $f(x, y)$ y a partir de ella estimar:

(a) $(0{,}99e^{0{,}02})^8$
(b) $(0{,}99)^3 + (2{,}01)^3 - 6(0{,}99)(2{,}01)$
(c) $\sqrt{(4{,}01)^2 + (3{,}98)^2 + (2{,}02)^2}$

17. Sea P el plano tangente a la gráfica de $g(x, y) = 8 - 2x^2 - 3y^2$ en el punto $(1, 2, -6)$. Sea $f(x, y) = 4 - x^2 - y^2$. Hallar el punto de la gráfica de f que tiene un plano tangente paralelo a P.