Una 2-***forma*** η sobre K es una expresión formal

$$\eta = F\,dx\,dy + G\,dy\,dz + H\,dz\,dx,$$

donde F, G y H son funciones con valores reales sobre K. El orden de $F\,dx\,dy, G\,dy\,dz$ y $H\,dz\,dx$ es indiferente; por ejemplo,

$$F\,dx\,dy + G\,dy\,dz + H\,dz\,dx = H\,dz\,dx + F\,dx\,dy + G\,dy\,dz, \text{etc.}$$

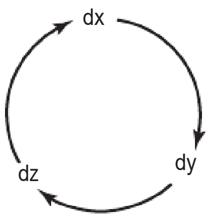

Figura 8.5.1 El orden cíclico de dx, dy y dz.

En este punto resulta útil observar que en una 2-forma las 1-formas básicas dx, dy y dz aparecen siempre en pares cíclicos (véase la Figura 8.5.1), es decir, $dx\,dy$, $dy\,dz$ y $dz\,dx$.

Por analogía con las 0-formas y 1-formas, podemos sumas dos 2-formas

$$\eta_i = F_i\,dx\,dy + G_i\,dy\,dz + H_i\,dz\,dx,$$

$i = 1$ y 2, para obtener una nueva 2-forma,

$$\eta_1 + \eta_2 = (F_1 + F_2)\,dx\,dy + (G_1 + G_2)\,dy\,dz + (H_1 + H_2)\,dz\,dx.$$

De manera similar, si f es una 0-forma y η es una 2-forma, podemos tomar el producto

$$f\eta = (fF)\,dx\,dy + (fG)\,dy\,dz + (fH)\,dz\,dx.$$

Finalmente, con la expresión $F\,dx\,dy$ denotaremos la 2-forma $F\,dx\,dy + 0 \cdot dy\,dz + 0 \cdot dz\,dx$.

Ejemplo 3 Las expresiones

$$\eta_1 = x^2\,dx\,dy + y^3x\,dy\,dz + \sin zy\,dz\,dx$$

y

$$\eta_2 = y\,dy\,dz$$

son 2-formas. Su suma es

$$\eta_1 + \eta_2 = x^2\,dx\,dy + (y^3x + y)\,dy\,dz + \operatorname{sen} zy\,dz\,dx.$$

Si $f(x, y, z) = xy$, entonces

$$f\eta_2 = xy^2\,dy\,dz. \qquad \blacktriangle$$

3-Formas

Una 3-***forma básica*** es una expresión formal $dx\,dy\,dz$ (en este orden cíclico específico, como en la Figura 8.5.1). Una 3-***forma*** ν sobre un conjunto abierto $K \subset \mathbb{R}^3$ es una expresión de la forma $\nu = f(x, y, z)\,dx\,dy\,dz$, donde f es una función con valores reales sobre K.

Podemos sumar dos 3-formas y podemos multiplicarlas por 0-formas de la manera obvia. Aparentemente, hay poca diferencia entre una 0-forma y una 3-forma, porque ambas implican una única función con