Semblanza de...

Breve historia de los determinantes

Gottfried Wilhelm Leibniz
(*Colección de David Eugene Smith, Rare Book and Manuscript Library, Columbia University*)

Los determinantes aparecieron en la literatura matemática más de un siglo antes que las matrices. El término *matriz* fue utilizado por primera vez por James Joseph Sylvester, cuya intención era que su significado fuera "madre de los determinantes".

Algunos grandes matemáticos de los siglos XVIII y XIX participaron en el desarrollo de las propiedades de los determinantes. La mayoría de los historiadores cree que la teoría de los determinantes encuentra su origen en el matemático alemán Gottfried Willhelm Leibniz (1646-1716), quien junto con Newton, fue co-inventor del cálculo. Leibniz utilizó los determinantes en 1693 en referencia a los sistemas de ecuaciones lineales simultáneas. Sin embargo, algunos piensan que un matemático japonés, Seki Kowa, hizo lo mismo casi 10 años antes.

Quien contribuyó de manera más importante en la teoría de los determinantes fue el matemático francés Augustin-Louis Cauchy (1789-1857). Cauchy redactó una memoria de 84 páginas, en 1812, que contenía la primera prueba del teorema det AB = det A det B. En 1840 definió la ecuación característica de la matriz A como la ecuación polinomial det $(A - \lambda I) = 0$. Dicha ecuación se estudiará con detalle en el capítulo 8.

Cauchy escribió en forma extensa, tanto sobre matemáticas puras como sobre matemáticas aplicadas. Sólo Euler contribuyó en mayor medida. Cauchy participó en muchas áreas que incluyen teoría de funciones reales y complejas, teoría de la probabilidad, la geometría, la teoría de propagación de ondas y series infinitas.

Se otorga a Cauchy el crédito de establecer un nuevo estándar de rigor en las publicaciones matemáticas. Después de Cauchy, se tornó más difícil publicar un artículo basado en la intuición; se pedía adhesión estricta a las demostraciones formales.

Augustin-Louis Cauchy
(*Colección de David Eugene Smith, Rare Book and Manuscript Library, Columbia University*)

El vasto volumen de las publicaciones de Cauchy era una inspiración. Cuando la Academia Francesa de las Ciencias inició sus publicaciones periódicas *Comptes Rendu* en 1835, Cauchy les envió su trabajo para que lo publicaran. Pronto la cuenta de impresión de sólo el trabajo de Cauchy creció tanto que la Academia puso un límite de cuatro páginas por artículo publicado. Esta regla todavía está en vigor.

Vale la pena mencionar aquí algunos matemáticos. La expansión de un determinante por cofactores fue utilizada por primera vez por un matemático francés, Pierre-Simon Laplace (1749-1827). Laplace es más conocido por la transformada de Laplace que se estudia en cursos de matemáticas aplicadas.

Una aportación importante a la teoría de determinantes (después de Cauchy) fue la del matemático alemán Carl Gustav Jacobi (1804-1851). Fue con él que la palabra "determinante" ganó su aceptación final. Jacobi usó primero un determinante aplicado a las funciones para establecer la teoría de funciones de diversas variables. Más tarde, Sylvester bautizó a este determinante el *jacobiano*. Los estudiantes actuales estudian los jacobianos en los cursos de cálculo de distintas variables.

Por último, ninguna historia de determinantes estaría completa sin el libro *An Elementary Theory of Determinants*, escrito en 1867 por Charles Dogdson (1832-1898). En dicho libro Dogdson da las condiciones bajo las cuales los sistemas de ecuaciones tienen soluciones no triviales. Estas condiciones están escritas en términos de los determinantes de los menores de las matrices de coeficientes. Charles Dogdson es más conocido por su seudónimo de escritor, Lewis Carroll. Con ese nombre publicó su famoso libro *Alicia en el país de las maravillas*.

Teorema 3.5.3

Sean A y B matrices de $n \times n$. Entonces

$$\det AB = \det A \det B \tag{3.5.21}$$

Demostración

Caso 1: $\det A = \det B = 0$. Entonces por el teorema 3.5.2, B no es invertible, así por el teorema 2.4.7, existe un vector de dimensión n $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ tal que $B\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Entonces $(AB)\mathbf{x} = A(B\mathbf{x}) = A\mathbf{0} = \mathbf{0}$. Por tanto, de nuevo por el teorema 2.4.7, AB no es invertible. Por el teorema 3.5.2,

$$0 = \det AB = 0 \cdot 0 = \det A \det B$$