que la matriz de transformación respecto a B^* es una matriz diagonal. Es muy sencillo trabajar con matrices diagonales, como se verá en el capítulo 8, y existen muchas ventajas al escribir una matriz en forma diagonal.

EJEMPLO 7.3.9 La representación matricial de una transformación lineal respecto a dos bases no estándar en $\mathbb{R}^2$ puede ser diagonal

Sea la transformación lineal $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por $T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12x + 10y \\ -15x - 13y \end{pmatrix}$. Calcule A_T con respecto a las bases $B_1 = B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \right\}$.

SOLUCIÓN ► Utilizando el procedimiento del problema anterior, encontramos la imagen de la base B_1 bajo T y la expresamos en términos de la base B_2 para construir la representación matricial A_T con respecto a las bases B_1 y B_2.

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + 0\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}_{B_2}$$

$$T\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix} = 0\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}_{B_2}$$

Por tanto, $A_T = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

Una forma alternativa de resolver este problema consiste en encontrar la representación de T con respecto de la base estándar $S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ y encontrar las matrices de transición de B_1 y B_2 a S. Esquemáticamente se puede ver en la figura 7.5 que, partiendo de la base B_1 y utilizando la matriz de transición A, se llega a la prepresentación de la base S, se aplica la transformación lineal utilizando C y, finalmente, en este caso como $B_1 = B_2$, la matriz de transición de S a B_2 es A^{-1}. Es decir, $A_T = A^{-1}CA$.

Encontrando las matrices involucradas (A se calcula con el procedimiento de la sección 5.6).

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 12 & 10 \\ -15 & -13 \end{pmatrix}$$

$$A_T = A^{-1}CA = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 12 & 10 \\ -15 & -13 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A_T = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

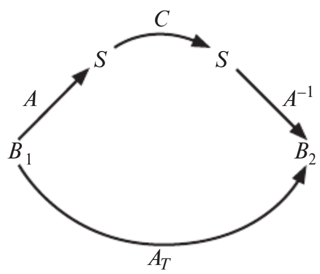

Figura 7.5
Esquema de procedimiento alternativo para encontrar la representación matricial de la transformación T con respecto a las bases B_1 y B_2 del ejemplo 7.3.9.