

Figura 2.1.3 Las curvas de nivel de una función se definen de la misma forma que las curvas de nivel de un mapa topográfico.

en la recta y=-x-2 y al eje z en el punto (0,0,2). Para cualquier valor $c \in \mathbb{R}$, la curva de nivel del valor c es la recta y=-x+(c-2); o en símbolos, el conjunto

$$L_c = \{(x,y) \mid y = -x + (c-2)\} \subset \mathbb{R}^2.$$

En la Figura 2.1.4 indicamos algunas de las curvas de nivel de la función. Esto es un mapa topográfico de la función f.

A partir de las curvas de nivel etiquetadas con el valor o "altura" de la función, la forma de la gráfica se puede inferir mentalmente elevando cada curva de nivel a la altura apropiada, sin estirarla, inclinarla ni deslizarla. Si se visualiza este procedimiento para todas las curvas de nivel L_c —es decir, para todos los valores $c \in \mathbb{R}$, estas se ensamblarán para formar la gráfica completa de f, como indica el plano sombreado de la Figura 2.1.5. Si se visualiza la gráfica utilizando un número finito de curvas de nivel se construye un modelo topográfico. Si f es una función suave, su gráfica será una superficie suave y, por tanto, el modelo topográfico suavizado mentalmente proporciona una buena idea de la gráfica.

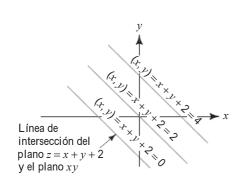


Figura 2.1.4 Las curvas de nivel de f(x, y) = x + y + 2 muestran los conjuntos sobre los que f toma un valor dado.

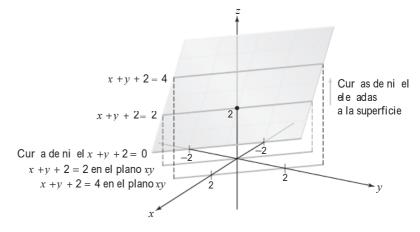


Figura 2.1.5 La relación de las curvas de nivel de la Figura 2.1.4 con la gráfica de la función f(x, y) = x+y+2, que es el plano z = x+y+2.