Tabla 3.1 Los puntos críticos A, B, . . . , J, K de *h* y los valores correspondientes de *f*.

	x	y	z	λ	$f(x,y,z)$
±A	± 1	0	0	0	0
±B	0	± 1	0	0	0
±C	0	0	± 1	0	0
D	$\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}/6$	$\sqrt{3}/9$
E	$-\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}/6$	$-\sqrt{3}/9$
F	$\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}/6$	$-\sqrt{3}/9$
G	$\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}/6$	$-\sqrt{3}/9$
H	$\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}/6$	$\sqrt{3}/9$
I	$-\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}/6$	$\sqrt{3}/9$
J	$-\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}/3$	$\sqrt{3}/6$	$\sqrt{3}/9$
K	$-\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}/3$	$-\sqrt{3}/6$	$-\sqrt{3}/9$

Ejercicios

1. Sea $f(x,y) = x^2 + 3y^2$. Hallar los valores máximo y mínimo de f sujeta a la restricción dada.

(a) $x^2 + y^2 = 1$

(b) $x^2 + y^2 \leq 1$

2. Considérense todos los rectángulos con un perímetro fijo p. Utilizando los multiplicadores de Lagrange demostrar que el rectángulo con el área máxima es un cuadrado.

En los Ejercicios 3 a 7, hallar los extremos de f sujeta a las restricciones enunciadas.

3. $f(x,y,z) = x - y + z$, sujeta a $x^2 + y^2 + z^2 = 2$

4. $f(x,y) = x - y$, sujeta a $x^2 - y^2 = 2$

5. $f(x,y) = x$, sujeta a $x^2 + 2y^2 = 3$

6. $f(x,y,z) = x + y + z$, sujeta a $x^2 - y^2 = 1, 2x + z = 1$

7. $f(x,y) = 3x + 2y$, sujeta a $2x^2 + 3y^2 = 3$

En los Ejercicios 8 a 11, hallar los extremos relativos de $f|S$.

8. $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, (x,y) \mapsto x^2 + y^2, S = \{(x,2) \mid x \in \mathbb{R}\}$

9. $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, (x,y) \mapsto x^2 + y^2, S = \{(x,y) \mid y \geq 2\}$

10. $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, (x,y) \mapsto x^2 - y^2, S = \{(x, \cos x) \mid x \in \mathbb{R}\}$

11. $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, (x,y,z) \mapsto x^2 + y^2 + z^2, S = \{(x,y,z) \mid z \geq 2 + x^2 + y^2\}$

12. Utilizar el método de los multiplicadores de Lagrange para hallar los valores máximo y mínimo absolutos de $f(x,y) = x^2 + y^2 - x - y + 1$ en el disco unidad (véase el Ejemplo 11 de la Sección 3.3).

13. Considérese la función $f(x,y) = x^2 + xy + y^2$ definida en el disco unidad, a saber, $D = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$. Utilizar el método de los multiplicadores de Lagrange para localizar los puntos de máximo y de mínimo para f en la circunferencia unidad. Usar esto para determinar los valores máximo y mínimo para f en D.

14. Hallar los valores máximo y mínimo absolutos de $f(x,y,z) = 2x + y$, sujeta a la restricción $x + y + z = 1$.