3. Introduzca las matrices A, $\mathbf{b}$, $\mathbf{x}$ y $\mathbf{z}$ siguientes.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 9 & -23 & 0 \\ 0 & 4 & -12 & 4 \\ 7 & 5 & -1 & 1 \\ 7 & 8 & -10 & 4 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 34 \\ 24 \\ 15 \\ 33 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{z} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) Muestre que $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ y $A\mathbf{z} = \mathbf{0}$.

b) Con base en sus conocimientos de la manipulación algebraica normal y usando los resultados del inciso *a*), ¿qué podría decir que sería igual $A(\mathbf{x} + s\mathbf{z})$, donde s es cualquier escalar? Pruebe calculando $A(\mathbf{x} + s\mathbf{z})$ para al menos cinco escalares s diferentes.

4. *a*) Genere dos matrices aleatorias con elementos enteros A y B tales que el producto AB esté definido. Modifique B de manera que tenga dos columnas iguales. (Por ejemplo, `B(:,2) = B(:,3).`)

b) Encuentre AB y vea sus columnas. ¿Qué puede decir sobre las columnas de AB si B tiene dos columnas iguales?

c) Pruebe su conclusión repitiendo las instrucciones anteriores para otros tres pares de matrices A y B (no elija sólo matrices cuadradas).

d) (*Lápiz y papel*) Pruebe su conclusión haciendo uso de la definición de multiplicación de matrices.

5. Genere una matriz aleatoria A de 5×6 con elementos entre –10 y 10 y genere un vector aleatorio $\mathbf{x}$ de 6×1 con elementos entre –10 y 10. Encuentre

```
A*x-(x(1)*A(:,1)+ · · · +x(6)*A(:,6)).
```

Repita el proceso para otros pares de A y $\mathbf{x}$. ¿Qué relación tiene esto con la expresión (2.2.10) de esta sección?

6. *a*) Sea $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. Suponga que $B = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix}$.

Establezca el sistema de ecuaciones, con incógnitas x_1 a x_4, que surge al hacer $AB = BA$. Verifique que el sistema sea homogéneo con matriz de coeficientes

$$R = \begin{pmatrix} 0 & -c & b & 0 \\ -b & a-d & 0 & b \\ c & 0 & d-a & -c \\ 0 & c & -b & 1 \end{pmatrix}$$

b) Para $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$ es necesario encontrar una matriz B tal que $AB = BA$.

i) Introduzca la matriz R anterior y obtenga x_1, x_2, x_3 y x_4 del sistema homogéneo con matriz de coeficientes R. Explique por qué hay un número infinito de soluciones con un valor arbitrario para una variable.

ii) Encuentre `rat(rref(R))` y utilice esto para elegir un valor para la variable arbitraria de manera que x_i sea un entero. Puede utilizar el comando `format rat` en la ventana de comandos de MATLAB seguido de `rref(R)`.