29. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

30. $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

31. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 9 \\ 0 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

32. $A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -8 \\ 1 & -2 & 4 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

33. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 0 & 3 & -1 \\ 3 & -6 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ 4 \\ -10 \end{pmatrix}$

34. $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

35. $A = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & -7 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$

36. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & -4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

37. $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 & 3 \\ -1 & -2 & -6 & -4 \\ 3 & 3 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$

38. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 0 & -5 & -1 \\ 5 & -1 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

39. $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 & 2 \\ -2 & -4 & 5 & -10 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

40. Suponga que L y M son triangulares inferiores con unos en la diagonal. Demuestre que LM es triangular inferior con unos en la diagonal. [***Sugerencia:*** Si $B = LM$, demuestre que

$$b_{ii} = \sum_{k=1}^{n} l_{ik}\, m_{ki} = 1 \quad \text{y} \quad b_{ij} = \sum_{k=1}^{n} l_{ik}\, m_{kj} = 0 \qquad \text{si } j > i.]$$

41. Demuestre que el producto de dos matrices triangulares superiores es triangular superior.

42. Demuestre que $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & -2 \\ 4 & -8 & -4 \end{pmatrix}$ tiene más de una factorización LU.

43. Realice el mismo procedimiento con la matriz $\begin{pmatrix} 3 & -3 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & -6 & 0 \\ 5 & -2 & -4 & 5 \\ 1 & -4 & 8 & 5 \end{pmatrix}$