i) Resuelva el sistema con la matriz aumentada `[A b]` usando `rref`. Si existe un número infinito de soluciones, haga una elección para las variables arbitrarias y encuentre e introduzca el vector solución **x** correspondiente.

ii) Encuentre `A*x` y `y=x(1)*A(:,1)+x(2)*A(:,2)+x(3)*A(:,3)+ x(4)*A(:,4)` y compare $A\mathbf{x}$, **y** y **b**.

iii) Repita para otras dos variables arbitrarias.

iv) ¿Cuál es su conclusión acerca de la relación entre $A\mathbf{x}$, **y** y **b**?

2. ***a***) Suponga que los elementos de A y **x** son números reales. Haciendo uso de la definición de multiplicación de matrices, argumente por qué $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ significa que cada renglón de A es perpendicular a **x** (recuerde que dos vectores reales son perpendiculares si su producto escalar es cero).

b) Con el resultado del inciso *a*) encuentre todos los vectores **x** perpendiculares a los dos vectores:

$$(1, 2, -3, 0, 4) \quad \text{y} \quad (4, -5, 2, 0, 1)$$

3. ***a***) Recuerde el problema 3 de MATLAB 2.2 (vuelva a resolverlo). ¿Cómo se relaciona esto con el corolario del teorema 2.3.1?

b) Considere las matrices A y **b** del problema 1*b*) de MATLAB en esta sección.

i) Verifique que el sistema `[A b]` tiene un número infinito de soluciones.

ii) Sea `x=A\b`. Verifique, usando la multiplicación de matrices, que esto produce una solución al sistema con la matriz aumentada `[A b]` (observe que al ejecutar la instrucción, se hace una advertencia). Si no existe una solución única, el comando “\” (`doc mldivide`).

iii) Considerando `rref(A)`, encuentre cuatro soluciones al sistema homogéneo `[A 0]`. Introduzca uno a la vez, llamándolo `z` y verifique mediante la multiplicación de matrices que `x+z` es una solución al sistema con la matriz aumentada `[A b]`.

4. ***a***) Observe `rref(A)` para la A dada a continuación y argumente por qué el sistema `[A b]` tiene una solución independientemente del vector **b** de 4×1 que se elija.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 8 & 0 \\ 4 & 5 & 8 & 7 \\ 3 & 9 & 8 & 9 \\ 9 & 1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

b) Concluya que todo vector **b** es una combinación lineal de las columnas de A. Genere tres vectores aleatorios **b** de 4×1 y, para cada **b**, encuentre los coeficientes necesarios para escribir **b** como una combinación lineal de las columnas de A.

c) Observando `rref(A)` para la siguiente A, argumente las razones por las cuales existe un vector **b** de 4×1 para el que el sistema `[A b]` no tiene solución. Realice un experimento para encontrar un vector **b** para el que no exista una solución.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 5 & -5 & 0 \\ 4 & 5 & -6 & 7 \\ 3 & 9 & -15 & 9 \\ 9 & 1 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$