2. Consulte el problema 2 de MATLAB 2.4. Para cada matriz presentada, verifique si $A^{\top}$ es o no invertible y relacione este dato con la invertibilidad de A. Cuando tenga sentido para la matriz, compare `inv(A')` con `inv(A)'`.

3. Genere cuatro matrices cuadradas aleatorias de diferentes tamaños.

   a) Para cada matriz A, encuentre `B=A'+ A`. Describa los patrones observados en la forma de estas matrices B.
   b) Para cada matriz A, sea `C=A'- A`. Describa los patrones observados en estas matrices C.
   c) Genere cuatro matrices aleatorias de diferentes tamaños, algunas cuadradas y otras no cuadradas. Para cada matriz F generada, encuentre `G=F*F'`. Describa los patrones observados en la forma de estas matrices G.
   d) (*Lápiz y papel*) Pruebe sus observaciones en los incisos *a*), *b*) y *c*) usando las propiedades de la transpuesta.

4. *a*) (*Lápiz y papel*) Si A es una matriz con elementos reales, explique las razones por las cuales al resolver el sistema $A^{\top}\mathbf{x} = \mathbf{0}$ se obtienen todos los vectores reales $\mathbf{x}$ tales que $\mathbf{x}$ es perpendicular a todas las *columnas* de A.
   b) Para cada matriz A dada encuentre todos los vectores reales $\mathbf{x}$ tales que $\mathbf{x}$ es perpendicular a todas las *columnas* de A.

   i) $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **ii)** $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 5 & 7 \\ 7 & 8 & 0 \\ 7 & 0 & 4 \\ 9 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

5. Matrices ortogonales

   PROBLEMA PROYECTO

   Sea `A=2*rand(4)-1` y sea `Q=orth(A) (doc orth)`. Q es un ejemplo de matriz *ortogonal*. Las matrices ortogonales tienen propiedades especiales que se explorarán en este problema.

   a) Genere un par de vectores aleatorios de 4×1, $\mathbf{x}$ y $\mathbf{y}$. Calcule el producto escalar de $\mathbf{x}$ y $\mathbf{y}$, llámelo $\mathbf{s}$. Calcule el producto escalar de $Q\mathbf{x}$ y $Q\mathbf{y}$; llámelo $\mathbf{r}$. Encuentre $\mathbf{s} - \mathbf{r}$ y utilice `format short e` para el despliegue en pantalla. Repita para otros tres pares de $\mathbf{x}$ y $\mathbf{y}$. ¿Cuál es su conclusión al comparar el producto escalar de $\mathbf{x}$ y $\mathbf{y}$ con el producto escalar de $Q\mathbf{x}$ y $Q\mathbf{y}$?
   b) Pruebe su conclusión del inciso *a*). Genere tres matrices ortogonales Q de diferentes tamaños (usando el comando `orth`) y al menos dos pares de vectores $\mathbf{x}$ y $\mathbf{y}$ por cada Q. Genere cuando menos una matriz compleja Q. Para cada Q y par $\mathbf{x}$ y $\mathbf{y}$, compare el producto escalar de $Q\mathbf{x}$ y $Q\mathbf{y}$. Escriba una descripción de su proceso y sus respectivos resultados.
   c) Para cada Q generada demuestre que la longitud de cada columna de Q es igual a 1 y que cualesquiera dos columnas diferentes de Q son perpendiculares entre sí (la longitud de un vector está dada por la raíz cuadrada del producto escalar de un vector consigo mismo: longitud `=sqrt(x'*x)` puede utilizar el comando `norm` en MATLAB `(doc norm)`. Dos vectores son perpendiculares si su producto escalar es igual a cero.
   d) Para cada Q explore la relación entre `Q,Q'` e `inv(Q)`. Formule una conclusión sobre esta relación. Describa su investigación y su proceso de pensamiento. Genere otras dos matrices aleatorias ortogonales de tamaños más grandes y pruebe su conclusión.
   e) (*Lápiz y papel*) Utilice la conclusión resultante del inciso *d*) (y otras propiedades conocidas) para probar la conclusión del inciso *b*).