

En los problemas 38 a 41 se da una matriz. En cada caso demuestre que la matriz no es invertible encontrando un vector \mathbf{x} diferente de cero tal que $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$.

$$38. \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \quad 39. \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ -1 & i & 1 \\ 1-2a & -2+a & 1 \end{pmatrix} \quad 40. \begin{pmatrix} 7 & -21 & 9 \\ 9 & -27 & 3 \\ -8 & 24 & -8 \end{pmatrix} \quad 41. \begin{pmatrix} 9 & 3 & 5 \\ -3 & 7 & -1 \\ 3 & 17 & 3 \end{pmatrix}$$

42. Sean A , B , F y M matrices invertibles de $m \times n$. Si $M = I + F(\lambda I - A_F)^{-1}B$ y $A_F = A + BF$.

Demuestre que $M^{-1} = B^{-1}(\lambda I - A_F)(\lambda I - A)^{-1}B$.

43. Sean A , B , C , D , F y N matrices invertibles de $m \times n$. Si $N = D + C_F(\lambda I - A_F)^{-1}B$, $M^{-1} = B^{-1}(\lambda I - A_F)(\lambda I - A)^{-1}B$, $CF = C + DF$ y $A_F = A + BF$.

Demuestre que $NM^{-1} = D + C(\lambda I - A)^{-1}B$.

44. Una fábrica de muebles de calidad tiene dos divisiones: un taller de máquinas herramienta donde se fabrican las partes de los muebles, y una división de ensamble y terminado en la que se unen las partes para obtener el producto final. Suponga que se tienen 12 empleados en el taller y 20 en la división y que cada empleado trabaja 8 horas. Suponga también que se producen únicamente dos artículos: sillas y mesas. Una silla requiere $\frac{384}{17}$ horas de maquinado y $\frac{480}{17}$ horas de ensamble y terminado. Una mesa requiere $\frac{240}{17}$ horas de maquinado y $\frac{640}{17}$ horas de ensamble y terminado. Suponiendo que se tiene una demanda ilimitada de estos productos y que el fabricante desea mantener ocupados a todos sus empleados, ¿cuántas sillas y cuántas mesas puede producir esta fábrica al día?
45. La alacena de ingredientes mágicos de una hechicera contiene 10 onzas de tréboles de cuatro hojas molidos y 14 onzas de raíz de mandrágora en polvo. La alacena se resurte en forma automática siempre y cuando ella termine con todo lo que tiene. Una poción de amor requiere $\frac{1}{13}$ onzas de tréboles y $2\frac{2}{13}$ onzas de mandrágora. Una receta de un conocido tratamiento para el resfriado común requiere $5\frac{5}{13}$ onzas de tréboles y $10\frac{10}{13}$ onzas de mandrágora. ¿Qué cantidad de la poción de amor y del remedio para resfriado debe combinar la hechicera para usar toda la reserva en su alacena?
46. Un granjero nutre a su ganado con una mezcla de dos tipos de alimento. Una unidad estándar del alimento A proporciona a un novillo 10% del requerimiento diario de proteína y 15% del de carbohidratos. Si el granjero quiere alimentar a su ganado con 100% de los requerimientos mínimos diarios de proteínas y carbohidratos, ¿cuántas unidades de cada tipo de alimento debe recibir un novillo al día?
47. Una versión muy simplificada de una tabla de insumo-producto para la economía de Israel en 1958 divide dicha economía en tres sectores —agricultura, manufactura y energía— con los siguientes resultados.⁷

	Agricultura	Manufactura	Energía
Agricultura	0.293	0	0
Manufactura	0.014	0.207	0.017
Energía	0.044	0.010	0.216

- a) ¿Cuántas unidades de producción agrícola se requieren para obtener una unidad de producto agrícola?

⁷ Wassily Leontief, *Input-output Economics* (Nueva York: Oxford University Press, 1966), 54-57.