

Ecuaciones paramétricas de una recta que pasa por dos puntos Las ecuaciones paramétricas de la recta l que pasa por los puntos $P = (x_1, y_1, z_1)$ y $Q = (x_2, y_2, z_2)$ son

$$x = x_1 + (x_2 - x_1)t,$$

$$y = y_1 + (y_2 - y_1)t,$$

$$z = z_1 + (z_2 - z_1)t,$$

donde (x, y, z) es un punto genérico de l y el parámetro t recorre todos los números reales.

Ejemplo 14

Determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(2, 1, -3)$ y $(6, -1, -5)$.

Solución

Utilizando la información del recuadro anterior, elegimos $(x_1, y_1, z_1) = (2, 1, -3)$ y $(x_2, y_2, z_2) = (6, -1, -5)$, de modo que las ecuaciones son

$$x = 2 + (6 - 2)t = 2 + 4t,$$

$$y = 1 + (-1 - 1)t = 1 - 2t,$$

$$z = -3 + (-5 - (-3))t = -3 - 2t.$$



Ejemplo 15

Determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(-1, 1, 0)$ y $(0, 0, 1)$ (véase la Figura 1.1.23).

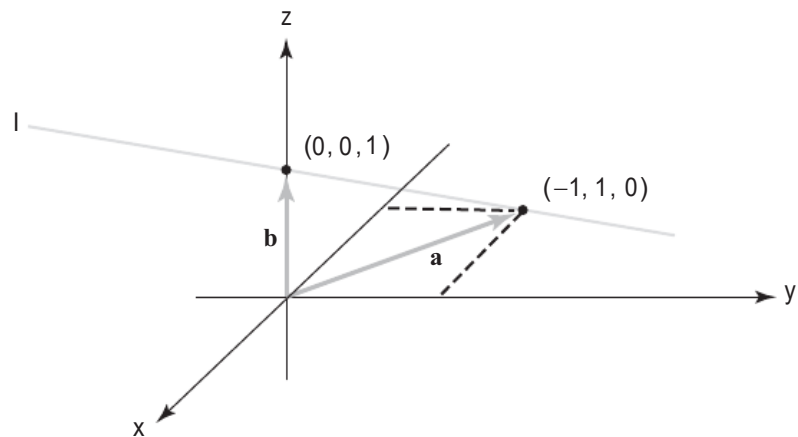


Figura 1.1.23 Determinación de la ecuación de una recta que pasa por dos puntos.

Solución

Representando los puntos dados como $\mathbf{a} = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$ y $\mathbf{b} = \mathbf{k}$, tenemos

$$\mathbf{l}(t) = (1 - t)(-\mathbf{i} + \mathbf{j}) + t\mathbf{k} = -(1 - t)\mathbf{i} + (1 - t)\mathbf{j} + t\mathbf{k}.$$

La ecuación de esta recta se puede entonces expresar como sigue

$$\mathbf{l}(t) = (t - 1)\mathbf{i} + (1 - t)\mathbf{j} + t\mathbf{k},$$