Semblanza de...

Inducción matemática

El primer matemático que ofreció una demostración formal mediante el uso explícito de la inducción matemática fue el clérigo italiano Franciscus Maurolicus (1494-1575), quien era el abad de Messina en Sicilia y era considerado el más grande geómetra del siglo XVI. En su libro *Aritmética*, publicado en 1575, Maurolicus utilizó la inducción matemática para demostrar, entre otras cosas, que para todo entero positivo n

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

Se pide al lector que demuestre esto en el problema 4 de esta sección.

Las demostraciones por inducción de Maurolicus tienen una forma de bosquejo que es difícil seguir. El matemático francés Blaise Pascal (1623-1662), proporcionó una exposición más clara del método. En su *Traité du Triangle Arithmétique*, publicado en 1662, Pascal demostró la fórmula para la suma de coeficientes binomiales. Utilizó su fórmula para desarrollar lo que hoy se conoce como el Triángulo de Pascal.

Aunque el método de inducción matemática se usó formalmente en 1575, el término *inducción matemática* no lo hizo sino hasta 1838. En ese año, uno de los originadores de la teoría de conjuntos, Augustus de Morgan (1806-1871), publicó un artículo en la *Penny Cyclopedia* (Londres) titulado "Induction (Mathematics)". Al final del artículo usó el término que se usa hoy; sin embargo, no tuvo una amplia aceptación hasta el siglo XX.

EJEMPLO A.5 Utilice inducción matemática para demostrar que $2n + n^3$ es divisible entre 3 para todo entero positivo n.

SOLUCIÓN ► **Paso 1.** Si $n = 1$, entonces $2n + n^3 = 2 \cdot 1 + 1^3 = 2 + 1 = 3$ que es divisible entre 3. Así, la afirmación $2n + n^3$ es divisible entre 3 es cierta para $n = 1$.

Paso 2. Suponga que $2k + k^3$ es divisible entre 3.

Esto significa que $\dfrac{2k + k^3}{3} = m$ es un entero. Entonces, al expandir $(k + 1)^3$ se obtiene

$$\begin{aligned} 2(k+1) + (k+1)^3 &= 2k + 2 + (k^3 + 3k^2 + 3k + 1) \\ &= k^3 + 2k + 3k^2 + 3k + 3 \\ &= k^3 + 2k + 3(k^2 + k + 1) \end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned} \frac{2(k+1) + (k+1)^3}{3} &= \frac{k^3 + 2k}{3} + \frac{3(k^2 + k + 1)}{3} \\ &= m + k^2 + k + 1 = \text{un entero} \end{aligned}$$

Por lo tanto, $2(k + 1) + (k + 1)^3$ es divisible entre 3. Esto muestra que la afirmación es cierta para $n = k + 1$.

EJEMPLO A.6 Sean $A_1, A_2, \ldots, A_m$, m matrices invertibles de $n \times n$. Demuestre que

$$(A_1 A_2 \ldots A_m)^{-1} = A_m^{-1} A_{m-1}^{-1} \ldots A_2^{-1} A_1^{-1} \tag{A.6}$$