

- a) Encuentre el número de pájaros hembras adultos y jóvenes después de 2, 5, 10 y 20 años.
- b) Encuentre estas cantidades después de 21 años y calcule $\frac{P_{j,n}}{P_{a,n}}$ y de $\frac{T_n}{T_{n-1}}$ para $n = 21$.

[*Sugerencia:* Use el comando `sum` de MATLAB para encontrar T_n .] Repita para $n = 22, 23,$

24 y 25. ¿Cuál es su conclusión para $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_{j,n}}{P_{a,n}}$ y $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{T_{n-1}}$?

- c) Encuentre $[V, D] = \text{eig}(A)$. Verifique que el valor característico de mayor magnitud es positivo con multiplicidad algebraica 1, que existe un vector característico asociado cuyas componentes son todas positivas y que el otro valor característico es estrictamente menor en magnitud. Compare este valor característico mayor con $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{T_{n-1}}$. Explique por qué estos números indican que la población está creciendo.

Sea \mathbf{w} el vector característico asociado con este valor característico mayor. Compare $\frac{w_1}{w_2}$ con $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_{j,n}}{P_{a,n}}$ y con $\frac{k}{\lambda}$, donde $k = 3$ y λ es el valor característico de mayor magnitud. Escriba una conclusión sobre estas comparaciones.

2. Considere la población de pájaros dada por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 10.3 & 10.15 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{p}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \end{pmatrix}$$

- a) Calcule $[V, D] = \text{eig}(A)$ y use esta información para encontrar $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P_{j,n}}{P_{a,n}}$ y $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{T_{n-1}}$.

Explique qué propiedades de V y D justifican su procedimiento.

- b) Demuestre que las razones $\frac{P_{j,n}}{P_{a,n}}$ y $\frac{T_n}{T_{n-1}}$ todavía no se han estabilizado después de 25 años.

Calcule las razones para $n = 46$ a 50 y demuestre que después de 50 años se estabilizan.

- c) (*Lápiz y papel*) Verifique que para esta población el segundo valor característico (el de menor magnitud) esté más cercano al valor característico de mayor magnitud que en el problema 1 de esta sección de MATLAB. Describa de qué manera esto explica por qué las razones de población tardan más en estabilizarse.

3. Suponga que la información que sigue representa una población de venados hembras:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.6 & 0.8 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{p}_0 = \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \end{pmatrix}$$

- a) Demuestre que a la larga la población crecerá por un factor aproximado de 1.27. Justifique su procedimiento.

- b) (*Lápiz y papel*) Los granjeros y otras personas del área no quieren que la población crezca. Pueden controlar la población “cosechándola” (permitiendo la caza). Si h es la proporción de población cosechada en cada periodo, analice por qué la matriz de este modelo sería

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.6 & 0.8 - h \end{pmatrix}$$