

7

Integrales sobre trayectorias y superficies

Mantengo como cierto que: (1) las partes pequeñas del espacio son de naturaleza análoga a pequeñas colinas en una superficie que en promedio es plana, (2) esta propiedad de estar curvado o distorsionado se transmite continuamente de una parte del espacio a otra como si fuera una onda, (3) esta variación de la curvatura del espacio es realmente lo que ocurre en dicho fenómeno que llamamos movimiento de la materia ya sea ponderable o etérea, (4) en este mundo físico no ocurre sino esta variación, sujeta, posiblemente, a la ley de la continuidad.

—W. K. Clifford (1870)

Todo el que esté seriamente implicado en la búsqueda de la ciencia llega a convencerse de que hay un espíritu que se manifiesta en las leyes del Universo, uno inmensamente superior al espíritu humano.

—Albert Einstein

En el Capítulo 5 hemos estudiado la integración sobre regiones de \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 . En este capítulo vamos a estudiar la integración sobre trayectorias y superficies. Esto será fundamental para entender el Capítulo 8, en el que expondremos la relación básica entre el cálculo diferencial vectorial (Capítulo 4) y el cálculo integral vectorial (este capítulo), una relación que generaliza el teorema fundamental del cálculo a varias variables. Esta generalización se resume en los teoremas de Green, Gauss y Stokes.

7.1 Integral a lo largo de una trayectoria

En esta sección se presenta el concepto de integral sobre una trayectoria; esta es una de las diversas formas en las que se puede generalizar la integral de funciones de una variable a funciones de varias variables.