c) Demuestre que $h = 0.6$ es una cosecha demasiado grande; es decir, la población de venados se extinguiría. (Las personas del área no quieren que se extinga.) Ofrezca dos argumentos sobre esto: analizando $A^n\mathbf{p}_0$ cuando n crece y analizando los valores característicos.

d) Es posible seleccionar h de manera que la población no crezca ni desaparezca. Experimente con varios valores de h: examine $A^n\mathbf{p}_0$ cuando n crece y examine los valores característicos de A. ¿Qué se puede decir sobre los valores característicos de A cuando se encuentra la h deseada?

e) (*Lápiz y papel*) Explique los resultados observados en el inciso *d*) en términos de la teoría presentada en esta sección.

4. Considere una población de pájaros (hembras) agrupados en tres clases de edad: jóvenes, 1 a 5 años y más de 5 años. Suponga que la matriz A siguiente es un modelo para el crecimiento de la población y que $\mathbf{p}_0$ es el vector de población inicial, donde el primer renglón representa a los jóvenes; el segundo al grupo de edad entre 1 y 5 años, y el tercero al de más de 5 años.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6 & 0.4 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{p}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 50 \\ 50 \end{pmatrix}$$

a) (*Lápiz y papel*) Explique lo que representa cada elemento de la matriz A.

b) Calcule cuántos pájaros (hembras) de cada grupo habrá en la población después de 30 años.

Para $n = 31$ a 35 encuentre, usando el comando `sum` de MATLAB, $\dfrac{T_n}{T_{n-1}}$ y $\mathtt{w}_n = \dfrac{\mathtt{v}_n}{\mathtt{sumv}_n}$, donde $\mathbf{v}_n = A^n\mathbf{p}_0$. Explique cómo $\mathbf{w}_n$ da la proporción de la población total en cada grupo después de n años.

¿Cuál parece ser el valor de $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{T_n}{T_{n-1}}$? ¿Cuál es la interpretación de este límite? ¿Cuál parece ser el valor de $\lim_{n\to\infty}\mathbf{w}_n$? ¿Cuál es la interpretación de este límite?

c) Encuentre `[V,D] = eig(A)`. Verifique que existe un valor característico positivo de mayor magnitud y con multiplicidad 1 (y que los otros valores característicos son estrictamente menores en magnitud) y que este valor característico “mayor” tiene un vector característico asociado cuyas componentes son todas positivas. Encuentre $\mathtt{zz} = \dfrac{\mathtt{z}}{\mathtt{sum(z)}}$, donde $\mathbf{z}$ es el vector característico asociado con el valor característico más grande. Compare el valor característico con el límite proyectado de $\dfrac{T_n}{T_{n-1}}$ del inciso *b*) y compare `zz` con el límite de $\mathtt{w}_n$. Describa las conclusiones que pueda obtener de esta comparación.

d) (*Lápiz y papel*) Extienda la teoría presentada en esta sección y dé un argumento para explicar sus observaciones sobre los incisos anteriores de este problema.

5. *a*) Vuelva a trabajar en el problema 14, incisos *a*) a *c*) de MATLAB 2.2. Por construcción, la matriz P en este problema es **estocástica**; es decir, los elementos en cada columna de P suman 1.

b) Encuentre `[V,D] = eig(P)`. Verifique que existe un valor característico positivo de mayor magnitud con multiplicidad 1 (y que los otros valores característicos son estrictamente menores en magnitud) y que este valor característico “mayor” tiene un vector característico asociado cuyas componentes son todas positivas. ¿Cuál es el mayor valor característico? ¿Cómo explica el comportamiento observado en el inciso *a*), es decir, el hecho de que parezca que $P^n\mathbf{x}$ converge a un vector fijo $\mathbf{y}$?

Encuentre $\mathtt{3000}*\dfrac{\mathtt{z}}{\mathtt{sum(z)}}$, donde `z` es el vector característico asociado con el valor