EJERCICIOS CON MATLAB 5.6

1. Sea $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$, donde $\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Observe que B es una base para $\mathbb{R}^2$. Para $\mathbf{w}$ en $\mathbb{R}^2$, $(\mathbf{w})_B = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ significa que $\mathbf{w} = a\mathbf{v}_1 + b\mathbf{v}_2$.

M

a) Para los vectores $\mathbf{w}$ dados, escriba el sistema de ecuaciones para encontrar $(\mathbf{w})_B$, es decir, encuentre a y b y resuelva a mano. Verifique dando `lincomb(v1 v2, w)` (use el archivo `lincomb.m` de la sección MATLAB 4.1).

i) $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ **ii)** $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

b) (*Lápiz y papel*) En general, explique por qué $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ es una solución al sistema cuya matriz aumentada es `[v1 v2|w]`.

2. Sea $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 9 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$, y $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Nos referimos al vector i en B como $\mathbf{v}_i$.

a) Verifique que B es una base para $\mathbb{R}^4$.

b) (*Lápiz y papel*) Escriba el sistema de ecuaciones para encontrar $(\mathbf{w})_B = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$, las coordenadas de $\mathbf{w}$ con respecto a B. Demuestre que `[v1 v2 v3 v4|w]` es la matriz aumentada para el sistema.

c) Resuelva el sistema para $(\mathbf{w})_B$. Verifique que $\mathbf{w} = A(\mathbf{w})_B$, donde `A = [v1 v2 v3 v4]`.

d) Para las bases $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ y los vectores $\mathbf{w}$ dados, encuentre $(\mathbf{w})_B$ y verifique que $\mathbf{w} = A(\mathbf{w})_B$, donde `A = [v1 v2 v3 v4]`.

i) $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ .5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 1.5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 10 \\ 2.5 \end{pmatrix} \right\}$

`w = round(10*(2*rand(4,1)-1))`

ii) Para B, genere cuatro vectores aleatorios de 4×1 (verifique que forman una base). Para $\mathbf{w}$ genere un vector aleatorio de 4×1.

3. Sea $B = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4\}$ como en el problema 2*a*) de esta sección de MATLAB. Sea

$$\mathbf{w}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{w}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{w}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{w}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) (*Lápiz y papel*) Argumente las razones por las cuales si encuentra `rref` de la matriz $[\mathbf{v}_1\, \mathbf{v}_2\, \mathbf{v}_3\, \mathbf{v}_4\, \mathbf{w}_1\, \mathbf{w}_2\, \mathbf{w}_3\, \mathbf{w}_4]$ = `[v1 v2 v3 v4 eye(4)]`, entonces la 5a. columna de `rref` es $(\mathbf{w}_1)_B$, la 6a. columna es $(\mathbf{w}_2)_B$ y así sucesivamente.