Para verificar estas ecuaciones se comprueba que (2, –1, 6) y (3, 1, –2) estén en realidad en la recta. Se tiene [después de insertar estos puntos en (4.5.7)]

$$\frac{2-2}{1}=\frac{-1+1}{2}=\frac{6-6}{-8}=0$$

$$\frac{3-2}{1}=\frac{1+1}{2}=\frac{-2-6}{-8}=1$$

Se pueden encontrar otros puntos en la recta. Por ejemplo, si $t = 3$, se obtiene

$$3=\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-6}{-8}$$

lo que lleva al punto (5, 5, –18).

### EJEMPLO 4.5.2 Obtención de las ecuaciones simétricas de una recta

Encuentre las ecuaciones simétricas de la recta que pasa por los puntos (1, –2, 4) y es paralela al vector $\mathbf{v} = \mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$.

**SOLUCIÓN ►** Se usa la fórmula (4.5.6) con $P = (x_1, y_1, z_1) = (1, -2, 4)$ y $\mathbf{v}$ como se dio, de manera que $a = 1$, $b = 1$ y $c = -1$. Esto lleva a

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-4}{1}$$

¿Qué pasa si uno de los números directores $a$, $b$ y $c$ es cero?

### EJEMPLO 4.5.3 Determinación de las ecuaciones simétricas de una recta cuando un número director es cero

Encuentre las ecuaciones simétricas de la recta que contiene los puntos $P = (3, 4, -1)$ y $Q = (-2, 4, 6)$.

**SOLUCIÓN ►** Aquí $\mathbf{v} = -5\mathbf{i} + 7\mathbf{k}$ y $a = -5$, $b = 0$, $c = 7$. Entonces una representación paramétrica de la recta es $x = 3 - 5t$, $y = 4$ y $z = -1 + 7t$. Despejando $t$ se encuentra que

$$\frac{x+3}{-5}=\frac{z+1}{7} \quad \text{y} \quad y=4$$

La ecuación $y = 4$ es la ecuación de un plano paralelo al plano $xz$, así que se obtuvo una ecuación de una recta en ese plano.

### EJEMPLO 4.5.4 Determinación de las ecuaciones simétricas de una recta cuando dos números directores son cero

Encuentre las ecuaciones simétricas de la recta que pasa por los puntos $P = (2, 3, -2)$ y $Q = (2, -1, -2)$.

**Advertencia**

Las ecuaciones paramétricas o simétricas de una recta no son únicas. Para ver esto, simplemente comience con otros dos puntos arbitrarios sobre la recta.

**SOLUCIÓN ►** Aquí $\mathbf{v} = -4\mathbf{j}$ de manera que $a = 0$, $b = -4$ y $c = 0$. Una representación paramétrica de la recta es, por la ecuación (4.5.5), dada por $x = 2$, $y = 3 - 4t$, $z = -2$. Ahora $x = 2$ es la ecuación de un plano paralelo al plano $yz$, mientras que $z = -2$ es la ecuación de un plano paralelo al plano $xy$. Su intersección es la recta $x = 2$,