indica este hecho acerca de la matriz de coeficientes? Pruebe su conclusión: primero dé un vector `x` con coordenadas distintas y encuentre `V = vander(x)`; después pruebe V. Repita el mismo procedimiento para otros tres vectores `x`.

6. Considere las siguientes matrices.

$$A1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \qquad A2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 7 & 5 \\ 0 & -1 & 2 & -3 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A3 = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 5 & 5 & 1 \\ 4 & 9 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 5 & 9 & 10 & 9 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} \qquad A4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 & 5 \\ -2 & -5 & 8 & -8 & -9 \\ 1 & 2 & -2 & 7 & 9 \\ 1 & 1 & 0 & 6 & 12 \\ 2 & 4 & -6 & 8 & 11 \end{pmatrix}$$

$$A5 = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 4 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 5 & 1 & -9 \\ 7 & -14 & 8 & 7 & -2 \\ 7 & -14 & 0 & 4 & 11 \\ 9 & -18 & 1 & 7 & 14 \end{pmatrix}$$

***a*)** Haciendo uso de comando `rref`, pruebe si las matrices `A1` a `A5` son o no invertibles. Pruebe la invertibilidad de `A1*A2`, `A1*A3`, `A1*A4`, `A1*A5`, `A2*A3`, `A2*A4`, `A2*A5`, `A3*A4`, `A3*A5` y `A4*A5`. Obtenga una conclusión sobre la relación entre la invertibilidad de dos matrices y la invertibilidad de su producto. Explique la forma en la cual la evidencia soporta su conclusión.

***b*)** Para cada par de matrices A y B del problema anterior tales que AB es invertible, encuentre

`inv(A*B)-inv(A)*inv(B)` e `inv(A*B)-inv(B)*inv(A`

Obtenga una fórmula para $(AB)^{-1}$ en términos de A^{-1} y B^{-1}. Explique.

7. Perturbaciones: matrices cercanas a una matriz no invertible

Introduzca la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Verifique que A no es invertible. En lo que sigue A se cambia a una matriz invertible C que es cercana a A, modificando uno de los elementos de A:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9+f \end{pmatrix}$$

donde f es un número pequeño.