$$\begin{aligned}\iint_D e^{x+y}\,dx\,dy &= \int_0^1 \int_0^1 e^{x+y}\,dx\,dy\\ &= \int_0^1 \left(e^{x+y}\big|_{x=0}^1\right) dy = \int_0^1 (e^{1+y} - e^y)\,dy\\ &= (e^{1+y} - e^y)\big|_{y=0}^1 = e^2 - e - (e-1) = e^2 - 2e + 1.\end{aligned}$$

El numerador de $\overline{x}$ en la Fórmula (4) es

$$\int_0^1\int_0^1 xe^{x+y}\,dx\,dy = \int_0^1 (xe^{x+y} - e^{x+y})\big|_{x=0}^1 dy$$
$$= \int_0^1 [e^{1+y} - e^{1+y} - (0e^y - e^y)]\,dy = \int_0^1 e^y\,dy = e^y\Big|_{y=0}^1 = e-1,$$

por tanto

$$\overline{x} = \frac{e-1}{e^2-2e+1} = \frac{e-1}{(e-1)^2} = \frac{1}{e-1} \approx 0{,}582.$$

Los papeles de x e y pueden intercambiarse en estos cálculos, por lo que también $\overline{y} = 1/(e-1) \approx 0{,}582$. ▲

Para una región W en el espacio con densidad de masa $\delta(x,y,z)$, sabemos que

$$\text{volumen} = \iiint_W dx\,dy\,dz, \tag{5}$$

$$\text{masa} = \iiint_W \delta(x,y,z)\,dx\,dy\,dz. \tag{6}$$

Si las coordenadas del centro de masa se denotan mediante $(\overline{x}, \overline{y}, \overline{z})$, entonces las fórmulas del recuadro precedente se generalizan como sigue.

Coordenadas del centro de masa de regiones tridimensionales

$$\begin{aligned}\overline{x} &= \frac{\iiint_W x\delta(x,y,z)\,dx\,dy\,dz}{\text{masa}}\\ \overline{y} &= \frac{\iiint_W y\delta(x,y,z)\,dx\,dy\,dz}{\text{masa}}\\ \overline{z} &= \frac{\iiint_W z\delta(x,y,z)\,dx\,dy\,dz}{\text{masa}}\end{aligned} \tag{7}$$