

Sea  $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$  una transformación lineal. Entonces el punto terminal de  $T\mathbf{x}$  será el punto en la imagen transformada que viene de  $P_1$  y el punto terminal de  $T\mathbf{y}$  será el correspondiente a la imagen transformada que viene de  $P_2$ . Así,  $T\mathbf{x} - T\mathbf{y}$  será paralelo al segmento que une las imágenes transformadas de  $P_1$  y  $P_2$ . Explique por qué, a partir de la linealidad de T, es posible concluir que el segmento entre  $P_1$  y  $P_2$ , representado por  $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ , se transforma en el segmento entre las imágenes transformadas de  $P_1$  y  $P_2$ , representado por  $T\mathbf{x} - T\mathbf{y}$ .

El inciso a) implica que para graficar la imagen de una figura después de aplicar una transformación lineal T sólo es necesario aplicar la transformación a la matriz de puntos; la matriz de líneas de la imagen transformada será la misma. Cualquier transformación lineal T:  $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$  se puede representar por la multiplicación con una matriz A de  $2 \times 2$ . Así, la matriz de puntos de la imagen transformada será A \* pts, donde pts es la matriz de puntos de la figura original.

b) Se desea graficar, sobre el mismo conjunto de ejes, la figura dada por las matrices de puntos y líneas dadas en el problema 1a) de esta sección de MATLAB y su imagen transformada después de aplicar una transformación de rotación. Recuerde que la matriz de la transformación lineal que rota en el sentido contrario al de las manecillas del reloj respecto al origen, un ángulo θ, está dada por

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

Los siguientes comandos grafican la figura original (en rojo) y su rotación *positiva* un ángulo de  $\frac{\pi}{2}$  respecto al origen (en azul):

```
th =-pi/2;A = [cos(th) -sen(th);sen(th) cos(th)]
graphics(pts,lns,'r','*',20)
hold on
graphics(A*pts,lns,'b','*',20)
hold off
```

Observe que se utiliza el comando hold on para que ambas figuras aparezcan en el mismo conjunto de ejes. El comando hold off libera la figura para que cuando se ejecute el siguiente comando de graficación se borre la figura.

Interpretación. En la gráfica, identifique los cuatro puntos de la figura original que se encuentran en la parte inferior (sobre el eje x). Identifique los puntos en los que se transformaron. Identifique algunos segmentos entre los puntos de la figura original y los segmentos correspondientes en la figura transformada. Verifique que estos segmentos de la figura transformada sean en realidad rotaciones de  $\frac{\pi}{2}$  en sentido de las manecillas del reloj de los segmentos de la figura original. Haga lo mismo para los dos puntos de la figura original que se encuentran en el eje y.