no una solución. Pruebe su conclusión con algún *otro* sistema en estos problemas. Demuestre su conclusión.

16. Exploración del rango de matrices especiales

a) **Matrices cuadradas mágicas** El comando `magic(n) (doc magic)` genera un cuadrado mágico de $n \times n$ (un cuadrado mágico tiene la propiedad de que la suma de las columnas es igual a la suma de los renglones). Genere tres matrices cuadradas mágicas para cada valor de $n = 3, \ldots, 9$ y encuentre sus rangos. ¿Cómo afecta al rango el tamaño de la matriz? Describa los patrones descubiertos.

Nota. Este problema está inspirado en una conferencia dada por Cleve Moler en la *University of New Hampshire* en 1991.

b) Examine el rango de $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$ y de las siguientes dos matrices con este patrón. Describa el comportamiento del rango de dichas matrices. Pruebe su conclusión. [***Sugerencia:*** Observe el renglón $j + 1$ – renglón j.]

c) Genere un vector aleatorio $\mathbf{u}$ de $n \times 1$ y un vector aleatorio $\mathbf{v}$ de $n \times 1$. Forme `A = u*v'`, una matriz aleatoria de $n \times n$. Encuentre el rango de A. Repita para otros tres juegos de $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$. Describa el rango de las matrices formadas de esta manera.

17. Rango y productos de matrices

a) Elija un valor para n y sea A una matriz invertible de $n \times n$. [***Sugerencia:*** Vea las matrices invertibles encontradas en problemas anteriores o genere una matriz aleatoria utilizando el comando `rand`. Verifique su invertibilidad.] Genere cuatro matrices de $n \times m$, algunas cuadradas y otras no, con diferentes rangos (vea el problema 13 de esta sección de MATLAB para crear matrices con ciertos rangos). Lleve un registro de cada rango. Para cada B (una de estas matrices), sea `C = A*B`. Encuentre `rank(C)`. Relacione rango (C) con rango (B). Complete la siguiente afirmación: si A es invertible y B tiene rango k, entonces AB tiene rango _______. Describa la relación entre este problema y el problema 10 de MATLAB 5.4.

b) Genere una matriz A de 6×6 con rango 4. Genere matrices aleatorias de $6 \times m$ con diferentes rangos, algunos mayores y otros menores que 4. Para cada B (una de estas cuatro matrices), encuentre `rank(A*B)` y relaciónelo con los rangos de A y B.

c) Repita el inciso *b*) con A, una matriz de 5×7 con rango 3 y matrices B de $7 \times m$.

d) Formule una conclusión relacionando rango (AB) con rango (A) y rango (B).

e) Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Encuentre rango (A), rango (B) y rango (AB). Modifique la conclusión del inciso *d*). [***Sugerencia:*** Piense en desigualdades.]

PROBLEMA PROYECTO

18. **Ciclos en digráficas** Las gráficas dirigidas, como las que siguen, se usan para describir situaciones físicas. Una de dichas situaciones se refiere a circuitos eléctricos en donde la corriente fluye por las aristas. Al aplicar las leyes de Kirchhoff para determinar la corriente que pasa por cada arista, se pueden examinar las caídas de voltaje en los ciclos del diagrama. Sin embargo, no es necesario examinar todos los ciclos, ya que algunos se pueden formar a partir de otros. Por lo