70. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ **71.** $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & 0 \\ -3 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **72.** $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ **73.** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 5 & 1 & 0 & -10 \\ -4 & 2 & 1 & 8 \\ 3 & 6 & 0 & -5 \end{pmatrix}$

74. Sea $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$ donde $ac \neq 0$. Escriba A como un producto de tres matrices elementales y concluya que A es invertible.

75. Sea $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{pmatrix}$ donde $adf \neq 0$. Escriba A como un producto de seis matrices elementales y concluya que A es invertible.

76.** Sea A una matriz triangular superior de $n \times n$. Pruebe que si toda componente en la diagonal de A es diferente de cero, entonces A es invertible. [Sugerencia:*** Remítase a los problemas 74 y 75.]

***77.** Demuestre que si A es una matriz triangular superior de $n \times n$ con componentes diferentes de cero en la diagonal, entonces A^{-1} es triangular superior.

***78.** Utilice el teorema 2.5.1, inciso iv), y el resultado del problema 2.6.77 para demostrar que si A es una matriz triangular inferior con componentes diferentes de cero en la diagonal, entonces A es invertible y A^{-1} es triangular inferior.

79. Demuestre que si P_{ij} es la matriz de $n \times n$ obtenida permutando los renglones i y j de I_n, entonces $P_{ij}A$ es la matriz obtenida al permutar los renglones i y j de A.

80. Sea A_{ij} la matriz con c en la posición ji, unos en la diagonal y ceros en otro lado. Demuestre que $A_{ij}A$ es la matriz obtenida al multiplicar el renglón i de A por c y sumarlo al renglón de j.

81. Sea M_i la matriz con c en la posición ii, unos en las otras posiciones de la diagonal, y ceros en otro lado. Demuestre que M_iA es la matriz obtenida al multiplicar el renglón i de A por c.

De los problemas 82 a 91 escriba cada matriz cuadrada como un producto de matrices elementales y de una matriz triangular superior.

82. $\begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$ **83.** $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$ **84.** $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ **85.** $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

86. $\begin{pmatrix} 9 & 3 & 9 \\ -9 & -13 & -5 \\ 18 & 6 & 23 \end{pmatrix}$ **87.** $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -4 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ **88.** $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

89. $\begin{pmatrix} 5 & -7 & -5 \\ 0 & 4 & -10 \\ -10 & 30 & -38 \end{pmatrix}$ **90.** $\begin{pmatrix} -5 & 9 & -5 \\ 5 & -12 & 7 \\ -10 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ **91.** $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$