*En los Ejercicios del 19 al 21, dibujar o describir las superficies de nivel y una sección de la gráfica de cada función.*

**19.** $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, (x,y,z) \mapsto -x^2 - y^2 - z^2$

**20.** $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, (x,y,z) \mapsto 4x^2 + y^2 + 9z^2$

**21.** $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, (x,y,z) \mapsto x^2 + y^2$

*En los Ejercicios del 22 al 26, describir la gráfica de cada función calculando algunos de sus conjuntos de nivel y algunas de sus secciones.*

**22.** $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, (x,y,z) \mapsto xy$

**23.** $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, (x,y,z) \mapsto xy + yz$

**24.** $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}, (x,y,z) \mapsto xy + z^2$

**25.** $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, (x,y) \mapsto |y|$

**26.** $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, (x,y) \mapsto \text{máx}\,(|x|,|y|)$

*Dibujar o describir las superficies en $\mathbb{R}^3$ de las ecuaciones presentadas en los Ejercicios 27 a 39.*

**27.** $4x^2 + y^2 = 16$

**28.** $x + 2z = 4$

**29.** $z^2 = y^2 + 4$

**30.** $x^2 + y^2 - 2x = 0$

**31.** $\dfrac{x}{4} = \dfrac{y^2}{4} + \dfrac{z^2}{9}$

**32.** $\dfrac{y^2}{9} + \dfrac{z^2}{4} = 1 + \dfrac{x^2}{16}$

**33.** $z = x^2$

**34.** $y^2 + z^2 = 4$

**35.** $z = \dfrac{y^2}{4} - \dfrac{x^2}{9}$

**36.** $y^2 = x^2 + z^2$

**37.** $4x^2 - 3y^2 + 2z^2 = 0$

**38.** $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{12} + \dfrac{z^2}{9} = 1$

**39.** $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - by + 9z - b = 0$, donde $b$ es una constante.

**40.** Utilizando coordenadas polares, describir las curvas de nivel de la función definida por

$$f(x,y) = 2xy/(x^2+y^2) \text{ si } (x,y) \neq (0,0) \text{ y } f(0,0) = 0.$$

**41.** Sea $f\colon \mathbb{R}^2\backslash\{\mathbf{0}\} \to \mathbb{R}$ la función dada en coordenadas polares por $f(r,\theta) = (\cos 2\theta)/r^2$. Dibujar algunas curvas de nivel en el plano $xy$. Aquí, $\mathbb{R}^2\backslash\{\mathbf{0}\} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \mathbf{x} \neq \mathbf{0}\}$.

**42.** Demostrar que en la Figura 2.1.15, la "curva" de nivel $z = 3$ consta de dos puntos.

## 2.2 Límites y continuidad

En esta sección desarrollamos los conceptos de conjunto abierto, límites y continuidad; los conjuntos abiertos son necesarios para comprender los límites y, a su vez, los límites se necesitan para comprender la continuidad y la diferenciabilidad.

Como en el cálculo elemental, no es preciso dominar completamente el concepto de límite para resolver los problemas de diferenciación. Por esta razón, los profesores pueden tratar el material que proporcionamos