SOLUCIÓN ► Si se escribe $\left|\begin{matrix} 3 & 5 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{matrix}$ y se multiplica como lo indican las flechas se obtiene

$$\begin{aligned}|A| &= (3)(2)(4) + (5)(3)(-1) + (2)(4)(2) - (-1)(2)(2) - (2)(3)(3) - (4)(4)(5) \\ &= 24 - 15 + 16 + 4 - 18 - 80 = -69\end{aligned}$$

Advertencia

Este método *no* funciona para determinantes de $n \times n$ si $n > 3$. Si intenta algo similar para determinantes de 4×4 o de orden mayor, obtendrá una respuesta equivocada.

Antes de definir los determinantes de $n \times n$ debe observarse que la ecuación (3.1.3) está formada por tres determinantes de 2×2, si definimos las siguientes matrices: $M_{11} = \begin{pmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ (es la matriz formada al eliminar el primer renglón y la primera columna de la matriz A); $M_{12} = \begin{pmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{pmatrix}$ (es la matriz formada al eliminar el primer renglón y la segunda columna de la matriz A), y $M_{13} = \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}$ (es la matriz formada al eliminar el primer renglón y la tercera columna de la matriz A). Si ahora definimos a $\text{A}_{11} = \det M_{11}$, $\text{A}_{12} = -\det M_{12}$, $\text{A}_{13} = \det M_{13}$, podemos escribir la ecuación (3.1.3) como

$$\boxed{\det A = |A| = a_{11}\text{A}_{11} + a_{12}\text{A}_{12} + a_{13}\text{A}_{13}} \qquad \textbf{(3.1.5)}$$

Utilizando las observaciones del párrafo anterior podemos definir ahora el caso general de estas matrices, resultado de eliminar algún renglón o columna de una matriz.

Definición 3.1.2

Menor

Menor *ij* de *A*

Sea A una matriz de $n \times n$ y sea M_{ij} la matriz de $(n-1) \times (n-1)$ que se obtiene de A eliminando el renglón i y la columna j. M_{ij} se llama el **menor *ij*** de A.

EJEMPLO 3.1.4 **Cálculo de dos menores de una matriz de 3 × 3**

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ 6 & 3 & -4 \end{pmatrix}$. Encuentre M_{13} y M_{32}.

SOLUCIÓN ► Eliminando el primer renglón y la tercera columna de A se obtiene $M_{13} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$. De manera similar, si se elimina el tercer renglón y la segunda columna se obtiene $M_{32} = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$.