- Una **matriz de Jordan** J tiene la forma

$$J = \begin{pmatrix} B_1(\lambda_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & B_2(\lambda_2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & B_r(\lambda_r) \end{pmatrix}$$

donde cada $B_j(\lambda_j)$ es una matriz de bloques de Jordan.

- ***Forma canónica de Jordan***

Sea A una matriz de $n \times n$. Entonces existe una matriz invertible C de $n \times n$ tal que

$$C^{-1}AC = J$$

donde J es una matriz de Jordan cuyos elementos en la diagonal son los valores característicos de A. Más aún, J es única excepto por el orden en el que aparecen los bloques de Jordan.

La matriz J se denomina la **forma canónica de Jordan** de A.

- Suponga que A es una matriz de 2×2 con un valor característico λ de multiplicidad geométrica 1. Entonces la forma canónica de Jordan de A es

$$J = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

La matriz C consiste en las columnas $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$, donde $\mathbf{v}_1$ es un **vector característico** y $\mathbf{v}_2$ es un **vector característico generalizado** de A; esto es, $\mathbf{v}_2$ satisface

$$(A - \lambda I)\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1$$

AUTOEVALUACIÓN 8.6

I) ¿Cuál de las siguientes no es matriz de Jordan?

a) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ ***b)*** $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ ***c)*** $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ***d)*** $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

De los siguientes enunciados, indique en cada caso si es verdadero o falso.

II) Toda matriz es similar a una matriz de Jordan.

III) Suponga que A es una matriz de 2×2 que tiene el valor característico correspondiente $\mathbf{v}_1$. Entonces existe un vector $\mathbf{v}_2$ que satisface la ecuación $(A - 2I)\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1$.

IV) Suponga que A es una matriz de 2×2 cuyo polinomio característico es $(\lambda - 2I)^2$ tal que la multiplicidad geométrica de 2 es 1. Entonces, si $\mathbf{v}_1$ es un vector característico de A, existe un vector $\mathbf{v}_2$ que satisface la ecuación $(A - 2I)\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1$.

Respuestas a la autoevaluación

I) *b*) **II)** V **III)** F **IV)** V