1.4 Coordenadas cilíndricas y esféricas

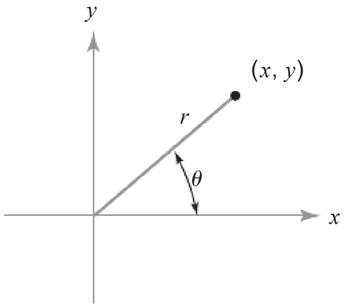

Figura 1.4.1 Las coordenadas polares de (x,y) son (r, θ).

La forma habitual de representar un punto en el plano $\mathbb{R}^2$ es mediante coordenadas rectangulares (x, y). Sin embargo, como ya probablemente se sabe por el cálculo elemental, las coordenadas polares en el plano pueden ser extremadamente útiles. Como se muestra en la Figura 1.4.1, las coordenadas (r, θ) están relacionadas con (x, y) mediante las fórmulas

$$x = r\cos\theta \qquad \text{y} \qquad y = r\,\mathrm{sen}\,\theta,$$

donde normalmente tomamos $r \geq 0$ y $0 \leq \theta < 2\pi$.

Si no se está familiarizado con las coordenadas polares, recomendamos estudiar la sección correspondiente en cualquier libro de texto de cálculo. Ahora vamos a explicar dos formas de representar puntos en el espacio distintas de las coordenadas cartesianas (x, y, z). Estos sistemas de coordenadas alternativos se adaptan particularmente bien a ciertos tipos de problemas, tales como el cálculo de integrales usando un cambio de variables.

Nota histórica

En 1671, Isaac Newton escribió un manuscrito titulado *The Method of Fluxions and Infinite Series*, que contiene muchos usos de la geometría de coordenadas para esbozar soluciones de ecuaciones. En particular, presenta el sistema de coordenadas polares, además de otros diversos sistemas de coordenadas.

En 1691, Jacob Bernoulli publicó un artículo que también contenía coordenadas polares. Dado que el manuscrito de Newton no fue publicado hasta después de su muerte en 1727, el mérito del descubrimiento de las coordenadas polares normalmente se atribuye a Bernoulli.

Coordenadas cilíndricas

Definición Las ***coordenadas cilíndricas*** (r, θ, z) de un punto (x, y, z) están definidas por (véase la Figura 1.4.2)

$$x = r\cos\theta, \qquad y = r\,\mathrm{sen}\,\theta, \qquad z = z. \tag{1}$$

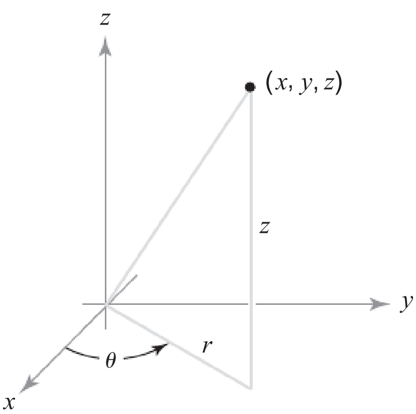

Figura 1.4.2 Representación de un punto (x, y, z) en función de sus coordenadas cilíndricas r, θ y z.