

- e) Elija su propio vector inicial para  $\mathbf{x}$ , en donde las componentes de  $\mathbf{x}$  sumen 30 000. Repita las instrucciones y haga una comparación con los resultados anteriores.
- f) Calcule  $P^n$  y  $30\,000P^n$  para los valores de  $n$  dados antes. ¿Qué observa sobre las columnas de  $P^n$ ? ¿Cuál es la relación de las columnas de  $30\,000P^n$  y los resultados anteriores de este problema?
- g) Tomemos el caso de una agencia de renta de automóviles que tiene tres oficinas. Un auto rentado en una oficina puede ser devuelto en cualquiera de ellas. Suponga que

$$P = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.05 & 0.75 & 0.1 \\ 0.15 & 0.15 & 0.8 \end{pmatrix}$$

es una matriz de transición tal que  $P_{ij}$  = porcentaje de autos rentados en la oficina  $j$  y devueltos en la oficina  $i$  después de un periodo. Suponga que se tiene un total de 1 000 automóviles. De acuerdo con sus observaciones en los incisos anteriores de este problema, encuentre la distribución a largo plazo de los autos, es decir, el número de autos que habrá a la larga en cada oficina. ¿Cómo puede usar esta información una oficina de renta de automóviles?

### 15. Matriz de población

Una población de peces está dividida en cinco grupos de edades distintas en donde el grupo 1 representa a los pequeños y el grupo 5 a los de mayor edad. La matriz siguiente representa las tasas de nacimiento y supervivencia:

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0.4 & 0.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.1 \end{pmatrix}$$

Problema  
proyecto

$s_{1j}$  = número de peces que nacen por cada pez en el grupo  $j$  en un año

$s_{ij}$  = número de peces en el grupo  $j$  que sobrevive y pasa al grupo  $i$ , donde  $i > 1$

Por ejemplo,  $s_{13} = 2$  dice que cada pez del grupo 3 tiene 2 crías en un año y  $s_{21} = 0.4$  dice que 40% de los peces en el grupo 1 sobrevive al grupo 2 un año después.

- a) (Lápiz y papel) Interprete los otros elementos de  $S$ .
- b) (Lápiz y papel) Sea  $\mathbf{x}$  la matriz de  $5 \times 1$  tal que  $x_k$  = número de peces en el grupo  $k$ . Explique por qué  $S^2\mathbf{x}$  representa el número de peces en cada grupo dos años más tarde.
- c) Sea

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 5\,000 \\ 10\,000 \\ 20\,000 \\ 20\,000 \\ 5\,000 \end{pmatrix}$$

Encuentre  $\text{floor}(S^n \mathbf{x})$  para  $n = 10, 20, 30, 40$  y  $50$  (el comando `floor` redondea al menor entero más cercano (`doc floor`)). ¿Qué sucede con la población de peces a través del tiempo? ¿Está creciendo o está perezando? Explique.

- d) Los cambios en las tasas de nacimiento y supervivencia pueden afectar el crecimiento de la población. Cambie  $s_{13}$  de 2 a 1 y repita los comandos del inciso c). Describa lo que ocurre con