$$\operatorname{rot} \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ -\omega y & \omega x & 0 \end{vmatrix} = 2\,\omega\mathbf{k} = 2\boldsymbol{\omega}.$$

Así, para la rotación de un cuerpo rígido, el rotacional del campo vectorial de velocidades es un campo vectorial cuyo valor es el mismo en todos los puntos. Su dirección es la del eje de rotación y su magnitud es el *doble* de la velocidad angular.

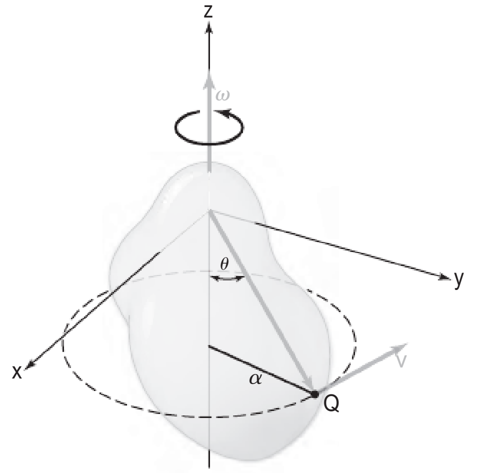

Figura 4.4.7 La velocidad $\mathbf{v}$ y la velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$ de un cuerpo girando están relacionadas por $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$.

▲

El rotacional y rotaciones en un flujo

Si un campo vectorial representa el flujo de un *fluido*, entonces el valor de $\nabla \times \mathbf{F}$ en un punto es dos veces el vector velocidad angular de un cuerpo *rígido* que gira como lo hace el fluido cerca de dicho punto. En particular, $\nabla \times \mathbf{F} = \mathbf{0}$ en un punto P significa que el fluido está libre de rotaciones rígidas en P; es decir, no tiene remolinos. Otra justificación de esta idea depende del teorema de Stokes que se estudia en el Capítulo 8. No obstante, informalmente, podemos decir que rot $\mathbf{F} = \mathbf{0}$ quiere decir que si una rueda rígida *pequeña* con paletas se coloca en el fluido, esta se moverá con el fluido pero no rotará alrededor de su propio eje. Un campo vectorial así se dice que es ***irrotacional***. Por ejemplo, se ha determinado a partir de experimentos que el movimiento de un fluido contenido en una cuba, al vaciarse esta, normalmente es irrotacional, excepto en el centro, aunque el fluido esté "girando" alrededor del desagüe (véase la

Figura 4.4.8 Vista superior de una rueda con paletas en un fluido en movimiento. El campo de velocidades $\mathbf{V}(x, y, z) = (y\,\mathbf{i} - x\,\mathbf{j})/(x^2 + y^2)$ es irrotacional; la rueda con paletas no gira alrededor de su eje $\boldsymbol{\omega}$.