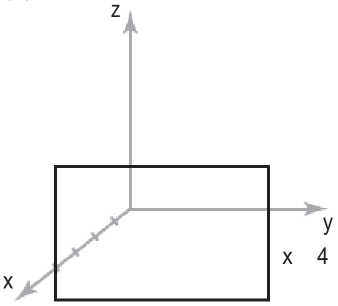
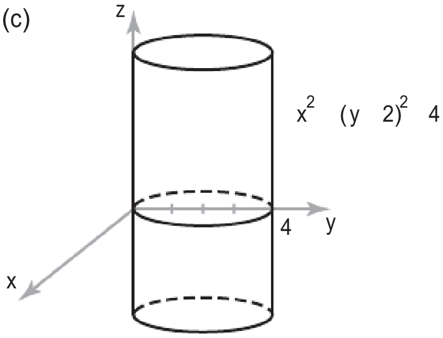
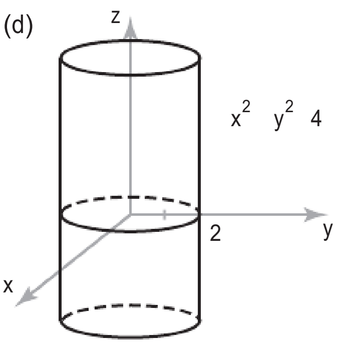
(b)



(c)



(d)



9. No; (ρ, θ, ϕ) y $(-\rho, \theta + \pi, \pi - \phi)$ representan el mismo punto.

11. $r^2 + z^2 = R^2$.

13. (a) $\mathbf{e}_\rho = (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
$= (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})/\rho$
$\mathbf{e}_\theta = (-y\mathbf{i} + x\mathbf{j})/\sqrt{x^2 + y^2} = (-y\mathbf{i} + x\mathbf{j})/r$
$\mathbf{e}_\phi = (xz\mathbf{i} + yz\mathbf{j} - (x^2 + y^2)\mathbf{k})/r\rho$.

(b) $\mathbf{e}_\theta \times \mathbf{j} = -y\mathbf{k}/\sqrt{x^2 + y^2}, \mathbf{e}_\phi \times \mathbf{j}$
$= (xz/r\rho)\mathbf{k} + (r/\rho)\mathbf{i}$.

15. (a) La longitud de $x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ es $(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} = \rho$.

(b) $\cos\phi = z/(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$.

(c) $\cos\theta = x/(x^2 + y^2)^{1/2}$.

17. $0 \le r \le a, 0 \le \theta \le 2\pi$ significa que (r, θ, z) está dentro del cilindro de radio a centrado en el eje z, y $|z| \le b$ significa que la distancia al plano xy es como máximo b.

19. $-d/(6\cos\phi) \le \rho \le d/2, 0 \le \theta \le 2\pi$, y $\pi - \cos^{-1}(\frac{1}{3}) \le \phi \le \pi$.

21. Esta es una superficie cuya sección transversal con cada superficie $z = c$ es una rosa de cuatro pétalos. Los pétalos se contraen hacia cero cuando $|c|$ varía de 0 a 1.

Sección 1.5

1. 7.

3. $|\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}| = 10 = \sqrt{5}\sqrt{20} = \|\mathbf{x}\|\|\mathbf{y}\|$, luego $|\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}| \le \|\mathbf{x}\|\|\mathbf{y}\|$ es cierto.
$\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| = 3\sqrt{5} = \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|$, luego $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| \le \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|$ es cierto.

5. $|\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}| = 5 < \sqrt{65} = \|\mathbf{x}\|\|\mathbf{y}\|$, luego $|\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}| \le \|\mathbf{x}\|\|\mathbf{y}\|$ es cierto.
$\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| = \sqrt{28} < \sqrt{5} + \sqrt{13} = \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|$, luego $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| \le \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|$ es cierto.

7. Suponemos que $\|\mathbf{v}\| = \|\mathbf{w}\|$. Entonces $\|\mathbf{v}\|^2 = \|\mathbf{w}\|^2$, so $(\mathbf{v} + \mathbf{w}) \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{w}) = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} - \mathbf{w} \cdot \mathbf{w} = \|\mathbf{v}\|^2 - \|\mathbf{w}\|^2 = 0$.

9. $AB = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 3 \\ -1 & 11 & 3 \\ -6 & 5 & 8 \end{bmatrix}, \det A = -5$,
$\det B = -24$,
$\det AB = 120 (= \det A \det B), \det (A + B) = -61 (\neq \det A + \det B)$.

11. B.

13. SUGERENCIA: para $k = 2$ utilizar la desigualdad triangular para demostrar que $\|\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2\| \le \|\mathbf{x}_1\| + \|\mathbf{x}_2\|$; entonces para $k = i + 1$ observar que $\|\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{x}_{i+1}\| \le \|\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 + \cdots + \mathbf{x}_i\| + \|\mathbf{x}_{i+1}\|$.

15. (a) Comprobar directamente $n = 1$ y $n = 2$. A continuación, reducir un determinante $n \times n$ a una suma de $(n - 1) \times (n - 1)$ determinantes y usar inducción.

(b) El argumento es similar al del apartado (a). Suponemos que la primera fila está multiplicada por λ. El primer término de la suma será λa_{11} veces un determinante $(n - 1) \times (n - 1)$ sin factores de λ. Los otros términos obtenidos (al desarrollar por la primera fila) son similares.