*28. Asuma que A es de $n \times m$ y B es de $m \times n$, de manera que AB es de $n \times n$. Demuestre que AB no es invertible si $n > m$. [*Sugerencia:* Muestre que existe un vector $\mathbf{x}$ diferente de cero tal que $AB\mathbf{x} = \mathbf{0}$ y luego aplique el teorema 2.4.7.]

*29. Utilice los métodos de esta sección para encontrar las inversas de las siguientes matrices con elementos complejos:

a) $\begin{pmatrix} i & 2 \\ 1 & -i \end{pmatrix}$ *b)* $\begin{pmatrix} 1-i & 0 \\ 0 & 1+i \end{pmatrix}$ *c)* $\begin{pmatrix} i & 1 & 0 \\ -1 & i & 1 \\ 1-i & 1+i & 0 \end{pmatrix}$

30. Demuestre que para todo número real θ la matriz $\begin{pmatrix} \operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ es invertible y encuentre su inversa.

31. Calcule la inversa de $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

Matriz diagonal

32. Una matriz cuadrada $A = (a_{ij})$ se llama **diagonal** si todos sus elementos fuera de la diagonal principal son cero. Esto es, $a_{ij} = 0$ si $i \neq j$ (la matriz del problema 2.4.31 es diagonal). Demuestre que una matriz diagonal es invertible si y sólo si cada uno de los elementos de la diagonal es diferente de cero.

33. Sea

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Una matriz diagonal tal que sus componentes en la diagonal principal son todas diferentes de cero. Calcule A^{-1}.

34. Calcule la inversa de $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

35. Demuestre que la matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ no es invertible.

Matriz triangular superior

Matriz triangular inferior

*36. Una matriz cuadrada se llama **triangular superior (inferior)** si todos sus elementos abajo (arriba) de la diagonal principal son cero (la matriz en el problema 2.4.34 es triangular superior y la matriz en el problema 2.4.35 es triangular inferior). Demuestre que una matriz triangular superior o triangular inferior es invertible si y sólo si cada uno de los elementos de la diagonal es diferente de cero.

37. Demuestre que la inversa de una matriz triangular superior invertible es triangular superior. [*Sugerencia:* Primero demuestre el resultado para una matriz de 3×3.]