**Demostración**

Suponga que $A$ es invertible. Por el teorema del resumen (punto de vista 4) de la sección 2.7, si $A$ es invertible es equivalente a decir que existe una descomposición $LUP$ de $A$ tal que $\det A = \pm\det U$ (teorema 3.2.3) con $U$ es triangular superior e invertible, lo que implica que $U$ tiene $n$ pivotes, por lo que $\det U \neq 0$; por tanto, $\det A \neq 0$. Del teorema 3.2.1,

$$1 = \det I = \det AA^{-1} = \det A \det A^{-1} \tag{3.3.2}$$

lo que implica que

$$\det A^{-1} = \frac{1}{\det A}$$

Antes de utilizar determinantes para calcular las inversas es necesario definir la *adjunta* de una matriz $A = (a_{ij})$. Sea $B = (\mathrm{A}_{ij})$ la matriz de cofactores de $A$ (recuerde que un cofactor, definido en la página 173, es un número). Entonces

$$B = \begin{pmatrix} \mathrm{A}_{11} & \mathrm{A}_{12} & \cdots & \mathrm{A}_{1n} \\ \mathrm{A}_{21} & \mathrm{A}_{22} & \cdots & \mathrm{A}_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathrm{A}_{n1} & \mathrm{A}_{n2} & \cdots & \mathrm{A}_{nn} \end{pmatrix} \tag{3.3.3}$$

**Definición 3.3.1**

**La adjunta**

Sea $A$ una matriz de $n \times n$ y sea $B$, dada por (3.3.3), la matriz de sus cofactores. Entonces, la **adjunta** de $A$, escrito adj $A$, es la transpuesta de la matriz $B$ de $n \times n$; es decir,

$$\boxed{\operatorname{adj} A = B^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} \mathrm{A}_{11} & \mathrm{A}_{21} & \cdots & \mathrm{A}_{n1} \\ \mathrm{A}_{12} & \mathrm{A}_{22} & \cdots & \mathrm{A}_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathrm{A}_{1n} & \mathrm{A}_{2n} & \cdots & \mathrm{A}_{nn} \end{pmatrix}} \tag{3.3.4}$$

**Observación**

En algunos libros se usa el término adjugada de $A$ en lugar de adjunta, ya que adjunta tiene un segundo significado en matemáticas. En este libro se usará la palabra adjunta.

**EJEMPLO 3.3.1** **Cálculo de la adjunta de una matriz de 3 × 3**

Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$. Calcule adj $A$.