1

Geometría del espacio euclídeo

Los cuaterniones vienen de Hamilton . . . y han sido una verdadera maldición para aquellos que de una manera u otra han tenido relación con ellos. El vector es un superviviente inútil . . . y nunca ha sido de mínima utilidad para criatura alguna. —Lord Kelvin

En este capítulo vamos a considerar las operaciones básicas con vectores en los espacios de dos y tres dimensiones: suma de vectores, multiplicación por un escalar y los productos escalar y vectorial. En la Sección 1.5 generalizaremos algunos de estos conceptos al espacio de n dimensiones y repasaremos las propiedades de las matrices que se necesitarán en los Capítulos 2 y 3.

1.1 Vectores en los espacios de dos y tres dimensiones

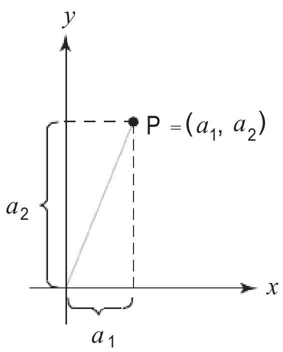

Figura 1.1.1 Coordenadas cartesianas en el plano.

Los puntos P del plano se representan mediante pares ordenados de números reales (a_1, a_2); los números a_1 y a_2 se denominan ***coordenadas cartesianas*** de P. Vamos a dibujar dos rectas perpendiculares, que denominaremos ejes x e y, y a continuación trazamos perpendiculares desde P a dichos ejes, como se muestra en la Figura 1.1.1. Después de designar a la intersección de los ejes x e y como el origen y seleccionar las unidades en dichos ejes, definimos dos distancias con signo a_1 y a_2 como se puede ver en la figura; a_1 es la ***coordenada*** x de P y a_2 es la ***coordenada*** y.

De forma similar, los puntos del espacio se pueden representar como ternas ordenadas de números reales. Para ello, elegimos tres rectas perpendiculares entre sí que se corten en un punto del espacio. Estas rectas se denominan ***eje*** x, ***eje*** y y ***eje*** z, y el punto en el que se cortan es el ***origen*** (este es nuestro punto de referencia). Elegimos una escala en estos ejes, como se muestra en la Figura 1.1.2.

La terna $(0, 0, 0)$ corresponde al origen del sistema de coordenadas y las flechas de los ejes indican las direcciones positivas. Por ejemplo, la terna $(2, 4, 4)$ representa un punto que se encuentra a 2 unidades