



El error numérico en los cálculos y la complejidad computacional

En todos los capítulos de este libro se han realizado cálculos numéricos. Entre otras cosas, se resolvieron ecuaciones lineales, se multiplicaron e invirtieron matrices, se encontraron bases y se calcularon valores y vectores propios. Salvo contadas excepciones, los ejemplos incluyeron matrices de 2×2 y de 3×3 , no porque la mayor parte de las aplicaciones tengan sólo dos o tres variables, sino porque de otra manera los cálculos hubieran sido demasiado laboriosos.

El uso creciente de calculadoras y computadoras han marcado cambios muy importantes en la manera de resolver los problemas. Los avances tan importantes que se han logrado en los últimos años en el campo de la teoría de métodos numéricos para resolver algunos problemas computacionales han hecho posible realizar, con rapidez y exactitud, los cálculos mencionados con matrices de orden más alto.

Sin embargo, el uso de la computadora presenta otras dificultades. Las computadoras no almacenan números como $\frac{2}{3}$, $7\frac{3}{7}$, $\sqrt{2}$ y π . En su lugar, todas las computadoras digitales utilizan lo que se conoce como *aritmética de punto flotante*. En este sistema, todos los números se representan en la forma

$$x = \pm 0.d_1d_2 \dots d_k \times 10^n \quad (\text{C.1})$$

donde d_1, d_2, \dots, d_k son dígitos enteros positivos y n es un entero. Cualquier número escrito en esta forma se denomina *número de punto flotante*. En la ecuación (C.1) el número: $\pm 0.d_1d_2 \dots d_k$ se denomina la *mantisa* y el número n se denomina *exponente*. El número k es el *número de cifras significativas* en la expresión.

Las computadoras tienen diferentes aptitudes en el rango de los números que se pueden expresar en la forma de la ecuación (C.1). Los dígitos normalmente se representan en binario en lugar de en forma decimal. Supongamos que una computadora común guarda 28 dígitos binarios. Como $2^{28} = 268\,435\,456$, es posible usar los 28 dígitos binarios para representar un número de ocho dígitos. Entonces $k = 8$.