EJEMPLO 2.5.2 **Cuatro matrices simétricas**

Las siguientes cuatro matrices son simétricas:

$$I \qquad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -4 & 7 & 5 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 & 6 \\ 2 & 7 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 8 & 0 \\ 6 & 5 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

En los capítulos 6 y 8 se verá la importancia de las matrices simétricas reales.

Otra forma de escribir el producto escalar

Sean $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$ y $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$ dos vectores columna con n componentes. Entonces, de la ecuación (2.2.1),

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_2 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

Ahora bien, **a** es una matriz de $n \times 1$ de manera que $a^\top$ es una matriz de $1 \times n$ y

$$\mathbf{a}^\top = (a_1, a_2 \ldots a_n)$$

Entonces $\mathbf{a}^\top\mathbf{b}$ es una matriz de 1×1 (o escalar), y por la definición de la multiplicación de matriz

$$\mathbf{a}^\top \mathbf{b} = (a_1 a_2 \ \ldots \ a_n) \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = a_1 b_2 + a_2 b_2 + \cdots + a_n b_n$$

De ese modo, si **a** y **b** son vectores columna de n componentes, entonces

$$\boxed{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a}^\top \mathbf{b}} \qquad \textbf{(2.5.6)}$$

La fórmula (2.5.6) será de utilidad más adelante en este libro.

RESUMEN 2.5

- Si $A = (a_{ij})$, entonces la **transpuesta de A**, denotada por $A^\top$, está dada por $A^\top = (a_{ij})$.

  Esto es, $A^\top$ se obtiene intercambiando los renglones y las columnas de A.