- ***Teorema básico***

  Si A es una matriz de $n \times n$, entonces

$$\det A = a_{i1}\,\mathrm{A}_{i1} + a_{i2}\,\mathrm{A}_{i2} + \cdots + a_{in}\,\mathrm{A}_{in} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}\,b_{ik}$$

  y

$$\det A = a_{1j}\,\mathrm{A}_{1j} + a_{2j}\,\mathrm{A}_{2j} + \cdots + a_{nj}\,\mathrm{A}_{nj} = \sum_{k=1}^{n} a_{kj}\,b_{kj}$$

  para $i = 1, 2, \ldots, n$ y $j = 1, 2, \ldots, n$. Es decir, el determinante de A se puede obtener expandiendo en cualquier renglón o columna de A.

- Si cualquier renglón o columna de A es el vector cero, entonces $\det A = 0$.
- Si cualquier renglón (columna) de A se multiplica por un escalar, entonces $\det A$ se multiplica por c.
- Si A y B son dos matrices de $n \times n$ que son iguales excepto por la columna j (renglón i) y C es la matriz que es idéntica a A y B excepto que la columna j (renglón i) de C es la suma de la columna j de A y la columna j de B (renglón i de A y renglón i de B), entonces $\det C = \det A + \det B$.
- El intercambio de cualesquiera dos columnas o renglones distintos de A tiene el efecto de multiplicar $\det A$ por -1.
- Si cualquier renglón (columna) de A se multiplica por un escalar y se suma a cualquier otro renglón (columna) de A, entonces $\det A$ no cambia.
- Si un renglón (columna) de A es un múltiplo de otro renglón (columna) de A, entonces $\det A = 0$.
- $\det A = \det A^{\top}$.

AUTOEVALUACIÓN 3.2

I) ¿Cuáles de los siguientes determinantes son 0?

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 6 & 4 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 8 \\ -1 & -2 & -7 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}$

d) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$

II) ¿Cuáles de los siguientes determinantes son 0?

a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 3 & -1 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 4 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$