

De la sección 1.2 se sabe que si el sistema (2.4.7) (con las variables x y z) tiene una solución única, la eliminación de Gauss-Jordan en (2.4.7) dará como resultado

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & x \\ 0 & 1 & z \end{array} \right)$$

en donde (x, z) es el único par de números que satisface $2x - 3z = 1$ y $-4x + 5z = 0$. De igual manera, la reducción por renglones de (2.4.8) dará como resultado

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & y \\ 0 & 1 & w \end{array} \right)$$

donde (y, w) es el único par de números que satisface $2y - 3w = 0$ y $-4y + 5w = 1$.

Como las matrices de coeficientes en (2.4.7) y (2.4.8) son iguales se puede realizar la reducción por renglones sobre las dos matrices aumentadas al mismo tiempo, considerando la nueva matriz aumentada.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & 0 & 1 \end{array} \right) \quad (2.4.9)$$

Si A es invertible, entonces el sistema definido por (2.4.3), (2.4.4), (2.4.5) y (2.4.6) tiene una solución única y, por lo que acaba de decirse, la reducción de renglones da

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & x & y \\ 0 & 1 & z & w \end{array} \right)$$

Ahora se llevan a cabo los cálculos, observando que la matriz de la izquierda en (2.4.9) es A y la matriz de la derecha es I :

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{cc|cc} 2 & -3 & 1 & 0 \\ -4 & 5 & 0 & 1 \end{array} \right) &\xrightarrow{R_1 \rightarrow \frac{1}{2}R_1} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -4 & 5 & 0 & 1 \end{array} \right) \\ &\xrightarrow{R_2 \rightarrow R_2 + 4R_1} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right) \\ &\xrightarrow{R_2 \rightarrow -R_2} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{array} \right) \\ &\xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 + \frac{3}{2}R_2} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{array} \right) \end{aligned}$$

Así, $x = -\frac{5}{2}$, $y = -\frac{3}{2}$, $z = -2$, $w = -1$ y $\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$. Verificando se tiene

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

y

$$\begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & -\frac{3}{2} \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$