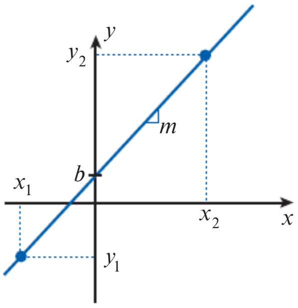

Figura 1.1
Descripción de una recta.

1.0 Preliminares sobre rectas

Este libro trata del álgebra lineal. Al buscar la palabra "lineal" en el diccionario se encuentra, entre otras definiciones, la siguiente: lineal: (del lat. *linealis*). **1.** adj. Perteneciente o relativo a la línea.[1] Sin embargo, en matemáticas la palabra "lineal" tiene un significado mucho más amplio. Una gran parte de la teoría del álgebra lineal elemental es, de hecho, una generalización de las propiedades de la línea recta. A manera de repaso se mencionan algunas propiedades fundamentales sobre las líneas rectas:

i) La **pendiente** m de una recta que pasa por los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) está dada por

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad \text{si } x_1 \neq x_2$$

ii) Si $x_2 - x_1 = 0$ y $y_2 \neq y_1$, entonces la recta es vertical y se dice que la pendiente es **indefinida**.[2]

iii) Cualquier recta (a excepción de aquella que tiene una pendiente indefinida) se puede describir con su ecuación en la forma pendiente-ordenada al origen $y = mx + b$, donde m es la pendiente de la recta y b es la ordenada al origen (el valor de y en el punto en el que la recta cruza el eje y).

iv) Dos rectas distintas son paralelas si y sólo si tienen la misma pendiente.

v) Si la ecuación de la recta se escribe en la forma $ax + by = c$, $(b \neq 0)$, entonces se puede calcular fácilmente la pendiente m, como $m = -a/b$.

vi) Si m_1 es la pendiente de la recta L_1, m_2 es la pendiente de la recta L_2, $m_1 \neq 0$ y L_1 y L_2 son perpendiculares, entonces $m_2 = -1/m_1$.

vii) Las rectas paralelas al eje x tienen pendiente cero.

viii) Las rectas paralelas al eje y tienen pendiente indefinida.

En la siguiente sección se ilustrará la relación que existe entre resolver sistemas de ecuaciones y encontrar los puntos de intersección entre pares de rectas.

1.1 Dos ecuaciones lineales con dos incógnitas

Considere el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas x y y:

$$\begin{aligned} a_{11}x + a_{12}y &= b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y &= b_2 \end{aligned} \qquad \textbf{(1.1.1)}$$

Nota

En forma breve también suele referirse al sistema (1.1.1) como un sistema de 2×2.

donde a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1 y b_2 son números dados. Cada una de estas ecuaciones corresponde a una línea recta. Cualquier par de números reales (x, y) que satisface el sistema (1.1.1) se denomina como **solución**. Las preguntas que surgen en forma natural son: ¿tiene este sistema varias soluciones y, de ser así, cuántas? Se responderán estas preguntas después de ver algunos ejemplos, en los cuales se usarán propiedades importantes del álgebra elemental:

Propiedad A Si $a = b$ y $c = d$, entonces $a + c = b + d$.
Propiedad B Si $a = b$ y c es cualquier número real, entonces $ca = cb$.

La propiedad A establece que si se suman dos ecuaciones se obtiene una tercera ecuación correcta. La propiedad B establece que si se multiplican ambos lados de una ecuación por una constante se

[1] *Diccionario de la Lengua Española*, vigesimasegunda edición, Real Academia Española. Madrid: Espasa Calpe, 2001.
[2] Indefinida o infinita, como también se le denomina en otros libros.