c) Con la representación matricial correcta y el archivo `grafics/grafics1`, en los mimos ejes coordenados, grafique el rectángulo original y la imagen después de aplicar una transformación de corte a lo largo del eje y con $c = -2$.

2. La representación matricial de una composición de transformaciones lineales es el producto de las representaciones matriciales de las transformaciones individuales *en el orden adecuado.* Si T: $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ con representación matricial A y S: $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ con representación matricial B, entonces $T(S(\mathbf{x})) = AB\mathbf{x}$.

a) (*Lápiz y papel*) Encuentre la matriz R que representa la rotación positiva (sentido contrario a las manecillas del reloj) alrededor del origen, un ángulo $\frac{\pi}{2}$ y la matriz E que representa la expansión a lo largo del eje x por un factor de 2.

b) Introduzca las matrices de puntos y líneas para la figura dada en el problema 1*a*) de MATLAB 7.1. Haciendo uso del archivo `grafics/grafics1`, en los mismos ejes grafique la figura, la imagen de la figura después de rotar primero y luego expandir, y la imagen de la figura después de expandir primero y luego rotar. Utilice un color diferente y (símbolo para el punto) para cada gráfica. Necesitará la instrucción `hold on` después de cada llamada a `grafics/grafics1`. Tendrá que ajustar el parámetro `M` al llamar `grafics` hasta que las tres figuras se ajusten correctamente en la pantalla. No guarde esta gráfica. Lo que importa es encontrar la `M` adecuada (si utiliza la función `grafics1` no es necesario el procedimiento para ajustar el valor de `M`, la función selecciona un valor de `M` adecuado).

Con esa `M` encontrada, en el mismo conjunto de ejes, grafique la figura y la imagen de la rotación primero y después la expansión. Etiquete esta gráfica, asegurándose de decir qué imágenes se graficaron [utilice la ayuda para explorar los comandos `title(título)`, `xlabel(etiqueta x)` y `ylabel(etiqueta y)`]. Repita para la figura y la imagen con la expansión primero y la rotación después.

Describa la comparación entre las dos gráficas. Explique cuando menos una característica de la geometría de las gráficas que permita conocer qué tipo de transformación se realizó primero.

3. Proyecciones

Sea $\mathbf{v}$ un vector en $\mathbb{R}^n$ con longitud 1. Sea T: $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ dada por

$$T(\mathbf{x}) = \text{proy}_{\mathbf{v}}\,\mathbf{x} = (\mathbf{v} \cdot \mathbf{x})\mathbf{v}$$

a) (*Lápiz y papel*) Demuestre que T es lineal. Demuestre que la representación matricial, P, de T (respecto a la base canónica), está dada por

$$P = (\nu_1\mathbf{v} \quad \nu_2\mathbf{v} \quad \cdots \quad \nu_n\mathbf{v})$$

Aquí ν_i se refiere a la componente i de $\mathbf{v}$. Recuerde que se ha supuesto que $\mathbf{v}$ tiene longitud 1.

b) Suponga que $\mathbf{v}$ es un vector de longitud 1 en $\mathbb{R}^2$ dado por $\mathbf{v} = (1 \;\; 0)^{\top}$.

i) Utilice el archivo `grafics/grafics1` para encontrar la matriz P que representa la proyección sobre $\mathbf{v}$. Introduzca las matrices de puntos y líneas del problema 1*a*) de MATLAB 7.1. Sobre el mismo conjunto de ejes, grafique la figura original y la imagen de la figura después de aplicar la transformación P. Use colores y/o símbolos distintos. Para cada punto clave en la figura original, identifique el punto de su imagen después de aplicar la transformación. Haga lo mismo para dos de los segmentos de recta de la figura original.