(I.) Demostrar que $(0, 0)$ es el único punto crítico de f y que es un punto de mínimo local.

(II.) Argumentar de manera informal que f no tiene mínimo absoluto.

52. Supóngase que un pentágono está construido mediante un rectángulo y un triángulo isósceles colocado encima (véase la Figura 3.3.8). Si la longitud del perímetro es fija, determinar la máxima área posible.

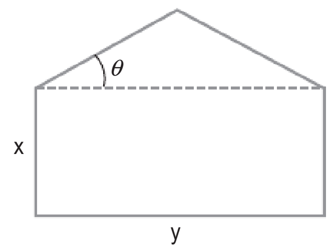

Figura 3.3.8 Maximizar el área para un perímetro dado.

3.4 Extremos condicionados y multiplicadores de Lagrange

A menudo se necesita maximizar o minimizar una función sujeta a ciertas *restricciones* o *condiciones adicionales*. Por ejemplo, podríamos necesitar maximizar $f(x, y)$ sujeta a la condición de que $x^2 + y^2 = 1$; es decir, que (x, y) esté en la circunferencia unidad. De forma más general, podríamos necesitar maximizar o minimizar $f(x, y)$ sujeta a la condición adicional de que (x, y) también satisfaga una ecuación $g(x, y) = c$, donde g es una función y c es una constante [en el ejemplo anterior, $g(x, y) = x^2 + y^2$ y $c = 1$]. El conjunto de dichos (x, y) es una curva de nivel de g.

El propósito de esta sección es desarrollar algunos métodos para abordar este tipo de problemas. En la Figura 3.4.1 mostramos la gráfica de una función $f(x, y)$. En ella, vemos que el máximo de f puede estar en (0, 0). Sin embargo, supongamos que no estamos interesados en ese máximo, sino únicamente en el máximo de $f(x, y)$ cuando (x, y) pertenece a la circunferencia unidad; es decir, cuando $x^2 + y^2 = 1$. El cilindro sobre

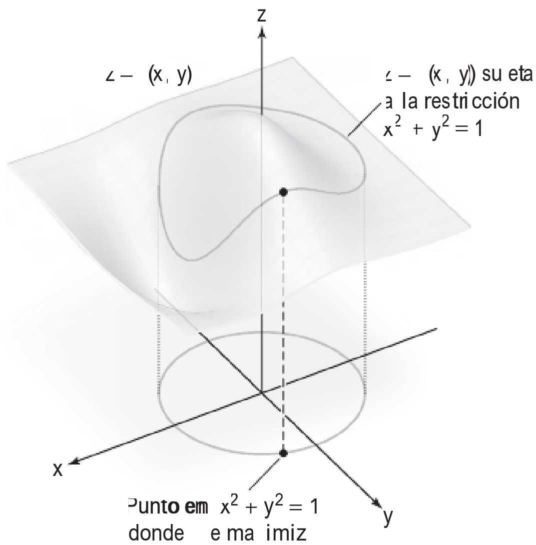

Figura 3.4.1 Significado geométrico de maximizar f sujeta a la restricción $x^2 + y^2 = 1$.