de manera que $i^2 = -1$. Entonces para $b^2 - 4c < 0$

$$\sqrt{b^2 - 4c} = \sqrt{(4c - b^2)(-1)} = \sqrt{4c - b^2 t}$$

y las dos raíces de (B.1) están dadas por

$$\lambda_1 = -\frac{b}{2} + \frac{\sqrt{4c - b^2}}{2} i \qquad \text{y} \qquad \lambda_2 = -\frac{b}{2} - \frac{\sqrt{4c - b^2}}{2} i \, \lambda$$

EJEMPLO B.1 Encuentre las raíces de la ecuación cuadrática $\lambda^2 + 2\lambda + 5 = 0$.

SOLUCIÓN ► Se tiene $b = 2$, $c = 5$ y $b^2 - 4c = -16$. Entonces $\sqrt{b^2 - 4c} = \sqrt{-16} = \sqrt{16}\sqrt{-1}$ $= 4i$ y las raíces son

$$\lambda_1 = \frac{-2 + 4i}{2} = -1 + 2i \qquad \text{y} \qquad \lambda^2 = -1 - 2i$$

Definición B.1

Un **número complejo** es una expresión de la forma

$$\boxed{z = \alpha + i\beta} \tag{B.4}$$

donde α y β son números reales, α se denomina la **parte real** de z y se denota por Re z; β se denomina la **parte imaginaria** de z y se denota por Im z. En ocasiones la representación (B.4) recibe el nombre de **forma cartesiana** o **rectangular** del número complejo z.

Observación. Si $\beta = 0$ en la ecuación (B.4), entonces $z = \alpha$ es un número real. En este contexto se puede ver el conjunto de números reales como un subconjunto del conjunto de números complejos.

EJEMPLO B.2 En el ejemplo B.1, Re $\lambda_1 = -1$ e Im $\lambda_1 = 2$.

Definición B.2

Sean los números complejos $z_1 = \alpha_1 + i\beta_1$ y $z_2 = \alpha_2 + i\beta_2$; se definen las operaciones de suma y multiplicación de la siguiente manera:

$$z_1 + z_2 = (\alpha_1 + \alpha_2) + i(\beta_1 + \beta_2) \tag{B.5}$$

$$z_1 z_2 = (\alpha_1\alpha_2 - \beta_1\beta_2) + i(\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1) \tag{B.6}$$

EJEMPLO B.3 Sean $z = 2 + 3i$ y $w = 5 - 4i$. Calcule **i)** $z + w$, **ii)** $3w - 5z$ y **iii)** zw.

SOLUCIÓN ► **i)** $z + w = (2 + 3i) + (5 - 4i) = (2 + 5) + (3 - 4)i = 7 - i$.

ii) $3w = 3(5 - 4i) = 15 - 12i$; $5z = 10 + 15i$, y $3w - 5z = (15 - 12i) - (10 + 15i) =$ $(15 - 10) + i(-12 - 15) = 15 - 27i$.