

el fin de intentar resolver este misterio.³ Recientemente, se han descubierto nuevas e interesantes ideas utilizando métodos geométricos que, en efecto, están relacionados con la curvatura (véase la Sección 7.7).⁴

La forma en que la curvatura y la geometría están relacionadas con el fenómeno de la caída de los gatos no es fácil de explicar de forma detallada, pero podemos explicar un fenómeno similar que es fácil de comprender. Diremos que es interesante el que el *teorema de Stokes es la clave para entender este tipo de fenómenos*.

Ejercicios

1. Sea S la parte del plano $2x + 3y + z = 5$ que está entre los puntos $(-1, 1, 4)$, $(2, 1, -2)$, $(2, 3, -8)$ y $(-1, 3, -2)$. Hallar parametrizaciones tanto para la superficie S como para su frontera ∂S . Asegurarse de que sus respectivas orientaciones son compatibles con el teorema de Stokes.
2. Sea S la porción de la superficie $z = x^2 + y^2$ que está entre los puntos $(0, 0, 0)$, $(2, 0, 4)$, $(0, 2, 4)$ y $(2, 2, 8)$. Hallar parametrizaciones tanto para la superficie S como para su frontera ∂S . Asegurarse de que sus respectivas orientaciones son compatibles con el teorema de Stokes.

En los Ejercicios 3 a 6, verificar el teorema de Stokes para las superficies S , las fronteras ∂S y los campos vectoriales \mathbf{F} dados.

3. $S = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad z \geq 0\}$
(orientada como una gráfica)
 $\partial S = \{(x, y, 0) : x^2 + y^2 = 1\}$
 $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$
4. S como en el Ejercicio 1 y $\mathbf{F} = y\mathbf{i} + z\mathbf{j} + x\mathbf{k}$
5. $S = \{(x, y, z) : z = 1 - x^2 - y^2, \quad z \geq 0\}$
(orientada como una gráfica)
6. S como en el Ejercicio 3 y $\mathbf{F} = z^2\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y^2\mathbf{k}$.
7. Sea C la curva suave a trozos cerrada que se forma al moverse por las rectas entre los puntos $(0, 0, 0)$, $(2, 0, 4)$, $(3, 2, 6)$, $(1, 2, 2)$ y vuelta al

³Otro popular argumento falaz, que demuestra que un gato *no puede* girar sobre sí mismo durante la caída es el siguiente: “Aceptamos de la física que el momento angular es el momento de inercia por la velocidad angular [en la Sección 6.3 hemos estudiado los momentos de inercia]. Pero el momento angular del gato es cero, por lo que la velocidad también tiene que ser igual a cero. Dado que la velocidad angular es la tasa de variación de la posición angular, la posición angular es constante. Por tanto, el gato no puede girar sobre sí mismo.” ¿Qué es erróneo en este razonamiento? Este argumento ignora el hecho de que el gato cambia su *forma* y por tanto su momento de inercia durante la caída.

⁴Véase T. R. Kane y M. Scher, “A Dynamical Explanation of the Falling Cat Phenomenon”, *Int. J. Solids Struct.*, 5 (1969): 663–670. Véase también R. Montgomery, “Isoholonomic Problems and Some Applications”, *Commun. Math. Phys.*, 128 (1990): 565–592; R. Montgomery, “How Much Does a Rigid Body Rotate? A Berry’s Phase from the 18th Century”, *Am. J. Phys.*, 59 (1991b): 394–398. Véase también J. E. Marsden y J. Ostrowski, “Symmetries in Motion: Geometric Foundations of Motion Control”, *Nonlinear Science Today* (1998), <http://link.springer-ny.com>; R. Batterman, “Falling Cats, Parallel Parking, and Polarized Light”, *Philos. Soc. Arch.* (2002); <http://philsci-archive.pitt.edu/documents/disk0/00/00/05/83>, http://www.its.caltech.edu/~mleok/falling_cats.htm, and references therein.