En 1879, Gibbs impartió un curso en Yale sobre análisis vectorial con aplicaciones a la electricidad y el magnetismo. Su contenido estaba claramente motivado por la aparición de las ecuaciones de Maxwell, que estudiaremos en el Capítulo 8. En 1884, publicó *Elements of Vector Analysis*, un libro en el que se desarrollaron completamente todas las propiedades de los productos escalar y vectorial. Sabiendo que mucho de lo que Gibbs escribió se debe en realidad a Tait, los contemporáneos de Gibbs no vieron este libro como excesivamente original. Sin embargo, es una de las fuentes gracias a la cual el moderno análisis vectorial ha llegado a existir.

Heaviside se vio enormemente motivado por el brillante trabajo de Maxwell. Su gran *Electromagnetic Theory* se publicó en tres volúmenes. El Volumen I (1893) contenía el primer tratamiento exhaustivo del análisis vectorial moderno.

También tenemos una gran deuda con el libro de E. B. Wilson de 1901 *Vector Analysis: A Textbook for the Use of Students of Mathematics and Physics Founded upon the Lectures of J. Willard Gibbs*. Wilson era reticente a seguir el curso de Gibbs, porque había terminado un curso de un año completo sobre cuaterniones en Harvard impartido por J. M. Pierce, un maestro de los métodos cuaterniónicos; pero fue obligado por un decano a añadir el curso a su programa y así lo hizo en 1899. Más tarde, el editor de Yale Bicentennial Series le pidió a Wilson que escribiera un libro basado en las lecciones de Gibbs. Véase la Nota histórica de la Sección 4.4, para ver una fotografía de Gibbs y algunos comentarios históricos adicionales sobre la divergencia y el rotacional.

Ejercicios

1. Verificar que al intercambiar las primeras dos filas del determinante 3×3

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

cambia el signo del determinante.

2. Calcular los determinantes

(a) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ (b) $\begin{vmatrix} 36 & 18 & 17 \\ 45 & 24 & 20 \\ 3 & 5 & -2 \end{vmatrix}$

(c) $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 4 & 9 & 16 \\ 9 & 16 & 25 \end{vmatrix}$ (d) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 11 & 13 \\ 17 & 19 & 23 \end{vmatrix}$

3. Calcular $\mathbf{a}\times\mathbf{b}$, donde $\mathbf{a} = \mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k}, \mathbf{b} = 2\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}$.

4. Calcular $\mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}\times\mathbf{c})$, donde $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ son como en el Ejercicio 3 y $\mathbf{c} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$.

5. Hallar el área del paralelogramo cuyos lados son los vectores $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ dados en el Ejercicio 3.

6. Un triángulo tiene vértices $(0, 0, 0), (1, 1, 1)$ y $(0, -2, 3)$. Hallar su área.

7. ¿Cuál es el volumen del paralelepípedo con lados $2\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}, 5\mathbf{i} - 3\mathbf{k}$ y $\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$?

8. ¿Cuál es el volumen del paralelepípedo con lados $\mathbf{i}, 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$, and $4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$?

En los Ejercicios 9 a 12, describir todos los vectores unitarios ortogonales a los vectores dados.

9. $\mathbf{i}, \mathbf{j}$

10. $-5\mathbf{i} + 9\mathbf{j} - 4\mathbf{k}, 7\mathbf{i} + 8\mathbf{j} + 9\mathbf{k}$

11. $-5\mathbf{i} + 9\mathbf{j} - 4\mathbf{k}, 7\mathbf{i} + 8\mathbf{j} + 9\mathbf{k}, \mathbf{0}$

12. $2\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 3\mathbf{k}, -4\mathbf{i} + 8\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$

13. Calcular $\mathbf{u} + \mathbf{v}, \mathbf{u}\cdot\mathbf{v}, \|\mathbf{u}\|, \|\mathbf{v}\|$, y $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$, donde $\mathbf{u} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}, \mathbf{v} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$.