Teorema 2 Fórmula de Taylor de primer orden Sea $f\colon U \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ diferenciable en $\mathbf{x}_0 \in U$. Entonces

$$f(\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}) = f(\mathbf{x}_0) + \sum_{i=1}^{n} h_i \frac{\partial f}{\partial x_i}(\mathbf{x}_0) + R_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{h}),$$

donde $R_1(\mathbf{x}_0, \mathbf{h})/\|\mathbf{h}\| \to 0$ cuando $\mathbf{h} \to \mathbf{0}$ en $\mathbb{R}^n$.

La versión del teorema para segundo orden es como sigue:

Teorema 3 Fórmula de Taylor de segundo orden Sea $f\colon U \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ con derivadas parciales continuas de tercer orden.[2] Entonces podemos escribir

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}) &= \\ f(\mathbf{x}_0) &+ \sum_{i=1}^{n} h_i \frac{\partial f}{\partial x_i}(\mathbf{x}_0) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{n} h_i h_j \frac{\partial^2 f}{\partial x_i\, \partial x_j}(\mathbf{x}_0) + R_2(\mathbf{x}_0, \mathbf{h}), \end{aligned}$$

donde $R_2(\mathbf{x}_0, \mathbf{h})/\|\mathbf{h}\|^2 \to 0$ cuando $\mathbf{h} \to \mathbf{0}$ y la segunda suma es sobre todos los i y j comprendidos entre 1 y n (de modo que hay n^2 términos).

Obsérvese que este resultado se puede escribir en forma matricial como

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}_0 + \mathbf{h}) = f(\mathbf{x}_0) &+ \left[\frac{\partial f}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial f}{\partial x_n}\right] \begin{bmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} \\ &+ \frac{1}{2}[h_1, \ldots, h_n] \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1\, \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1\, \partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_1\, \partial x_n} \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2\, \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2\, \partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_2\, \partial x_n} \\ \vdots & & & \\ \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_n\, \partial x_1} & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_n\, \partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial^2 f}{\partial x_n\, \partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix}, \\ &+ R_2(\mathbf{x}_0, \mathbf{h}), \end{aligned}$$

donde las derivadas de f se evalúan en $\mathbf{x}_0$.

[2]Para el enunciado del teorema tal como lo hemos dado aquí, basta con que f sea de clase C^2, pero para tener una forma conveniente del resto, de aquí en adelante supondremos que f es de clase C^3.