locidad está cambiando continuamente, por lo que la aceleración (que mide la tasa de variación de la rapidez, de la dirección o de ambas) es distinta de cero.

La ley de Newton nos ayuda a descubrir una relación entre el radio de la órbita de un cuerpo con movimiento circular y su periodo, es decir, el tiempo que dicho cuerpo tarda en dar una vuelta completa. Consideremos un satélite de masa m que se mueve con rapidez s alrededor de un cuerpo central de masa M, siguiendo una órbita *circular* de radio r_0 (distancia desde el *centro* del cuerpo esférico central). Por la segunda ley de Newton, $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, obtenemos

$$-\frac{s^2 m}{r_0^2}\mathbf{r}(t) = -\frac{GmM}{r_0^3}\mathbf{r}(t).$$

Las longitudes de los vectores de ambos lados de esta ecuación deben ser iguales. Por tanto,

$$s^2 = \frac{GM}{r_0}.$$

Si T denota el periodo, entonces $s = 2\pi r_0/T$; sustituyendo este valor de s en la ecuación precedente y despejando T, obtenemos lo siguiente:

Ley de Kepler

$$T^2 = r_0^3 \frac{(2\pi)^2}{GM}.$$

Por tanto, *el cuadrado del periodo es proporcional al cubo del radio.*

Hemos definido dos conceptos básicos asociados con una trayectoria: su velocidad y su aceleración. Ambos requieren del cálculo *diferencial*. El concepto básico de la longitud de una trayectoria, que requiere del cálculo *integral*, será considerado en la siguiente sección.

Ejemplo 4 Supongamos que un satélite debe seguir una órbita circular en torno a la Tierra, de modo que permanezca fijo en el cielo sobre un punto del ecuador. ¿Cuál será el radio de dicha órbita *geoestacionaria*? (La masa de la Tierra es de $5{,}98 \times 10^{24}$ kilogramos y $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ en el sistema unidades metro-kilogramo-segundo [kgs].)

Solución El periodo del satélite debe ser de 1 día, por lo que $T = 60 \times 60 \times 24 =$ 86.400 segundos. A partir de la fórmula $T^2 = r_0^3(2\pi)^2/GM$, obtenemos $r_0^3 = T^2 GM/(2\pi)^2$, de modo que

$$r_0^3 = \frac{T^2 GM}{(2\pi)^2} = \frac{(86.400)^2 \times (6{,}67 \times 10^{-11}) \times (5{,}98 \times 10^{24})}{(2\pi)^2}$$
$$\approx 7{,}54 \times 10^{22}\,\mathrm{m}^3.$$

Por tanto, $r_0 = 4{,}23 \times 10^7\,\mathrm{m} = 42.300\,\mathrm{km}$ ▲