

$$Q = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}.$$

Verifique que Q es, entonces, una matriz de rotación.

- c) (*Lápiz y papel*) Combinando los resultados de los incisos a) y b) se puede concluir que una matriz A real simétrica de 2×2 se puede diagonalizar como $A = QDQ^T$, donde Q es una matriz de rotación. Esto permite dar una descripción de la geometría de la transformación lineal determinada por A , en términos de rotaciones de la base estándar y expansiones o compresiones si los valores característicos de A son positivos. Explique esta descripción interpretando primero la acción de Q^T , después la acción de D , seguida de la acción de Q .
- d) Para las siguientes matrices, describa la geometría de A como se hizo en el inciso c). Utilice la descripción para bosquejar la imagen del círculo unitario después de aplicarle la transformación determinada por A . Ajuste Q si es necesario para que $\det(Q) = 1$. [*Sugerencia:* Necesitará usar la Q ajustada para encontrar el ángulo θ . Observe que $\frac{Q(2, 1)}{Q(1, 1)} = \tan(\theta)$. Utilice el comando `atan` de MATLAB, ajuste la respuesta agregando π si los números en Q indican que el ángulo está en el segundo o tercer cuadrante, y multiplique por $\frac{180}{\pi}$.]

i) $A = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{7}{2} \end{pmatrix}$

ii) $A = \begin{pmatrix} 2.75 & -0.433 \\ -0.433 & 2.25 \end{pmatrix}$

8.5 Formas cuadráticas y secciones cónicas

En esta sección se utiliza el material de la sección 8.4 para extraer información sobre las gráficas de ecuaciones cuadráticas. Las ecuaciones y las formas cuadráticas que se definen a continuación surgen de muchas maneras. Por ejemplo, se pueden usar formas cuadráticas para obtener información sobre las secciones cónicas en \mathbb{R}^2 (círculos, parábolas, elipses, hipérbolas) y extender esta teoría para describir ciertas superficies, denominadas *superficies cuadráticas*, en \mathbb{R}^3 . Estos temas se estudiarán más adelante en esta sección, aunque en este texto no se analizarán. Las formas cuadráticas surgen en una gran variedad de aplicaciones que van de la descripción de las funciones de costo en economía al análisis del control del recorrido de un cohete en el espacio.



Definición 8.5.1

Ecuación cuadrática y forma cuadrática

- i) Una **ecuación cuadrática en dos variables sin términos lineales** es una ecuación de la forma

$$ax^2 + bxy + cy^2 = d \quad (8.5.1)$$

donde $|a| + |b| + |c| \neq 0$. Esto es, al menos uno de los números a , b y c es diferente de cero.