RESUMEN 8.7

- Sea A una matriz de $n \times n$. Entonces e^A está definido por

$$e^A = I + A + \frac{A^2}{2!} + \frac{A^3}{3!} + \cdots + \frac{A_k}{k!}$$

- La **matriz solución principal** a la ecuación diferencial vectorial $\mathbf{x}'(t) = A\mathbf{x}$ es e^{At}.
- La solución única a la ecuación diferencial $\mathbf{x}'(t) = A\mathbf{x}(t)$ que satisface $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ es $\mathbf{x}(t) = e^{At}\mathbf{x}_0$.
- Si J es la forma canónica de Jordan de la matriz A y si $J = C^{-1}AC$, entonces

$$e^{At} = Ce^{Jt}C^{-1}$$

AUTOEVALUACIÓN 8.7

I) Si $C^{-1}AC = D$, entonces $e^{At} =$ ______.

a) $1e^{Dt}$ ***b)*** $C^{-1}e^{Dt}C$ ***c)*** $Ce^{Dt}C^{-1}$ ***d)*** $e^{Ct}e^{Dt}e^{C-1t}$

II) Si $D = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$, entonces $e^{Dt} =$ ______.

a) $\begin{pmatrix} e^{3t} & 0 \\ 0 & e^{-4t} \end{pmatrix}$ ***b)*** $\begin{pmatrix} e^{-3t} & 0 \\ 0 & e^{4t} \end{pmatrix}$ ***c)*** $\begin{pmatrix} e^{t} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{1}{1}t} \end{pmatrix}$ ***d)*** $\begin{pmatrix} e^{-4t} & 0 \\ 0 & e^{3t} \end{pmatrix}$

III) Si $J = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, entonces $e^{Jt} =$ ______.

a) $\begin{pmatrix} e^{2t} & 0 \\ 0 & e^{2t} \end{pmatrix}$ ***b)*** $\begin{pmatrix} e^{2t} & e^{t} \\ 0 & e^{2t} \end{pmatrix}$ ***c)*** $\begin{pmatrix} e^{2t} & te^{2t} \\ 0 & e^{2t} \end{pmatrix}$ ***d)*** $\begin{pmatrix} e^{2t} & te^{2t} \\ te^{2t} & e^{2t} \end{pmatrix}$

IV) Suponga que

$$\begin{aligned} x' &= ax + by, & x(0) &= x_0 \\ y' &= cx + dy, & y(0) &= y_0 \end{aligned}$$

que $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ y que A es similar a una matriz diagonal D. Entonces existe una matriz invertible C tal que $\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} =$ ______.

a) $C^{-1}e^{Dt}C\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ ***b)*** $Ce^{Dt}C^{-1}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ ***c)*** $e^{Dt}\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$

Respuestas a la autoevaluación

I) *c)* **II)** *a)* **III)** *c)* **IV)** *b)*