$x = \alpha(y, z), y = \beta(x, z)$ o $z = \gamma(x, y)]$ son integrables. Las otras propiedades básicas (tales como el hecho de que la integral de una suma es la suma de las integrales) para integrales dobles también se cumplen para las integrales triples. Especialmente importante es la reducción a integrales iteradas:

> **Reducción a integrales iteradas** Sea $f(x, y, z)$ una función integrable en la caja $B = [a, b] \times [c, d] \times [p, q]$. Entonces cualquier integral iterada, si existe, es igual a la integral triple; es decir,
>
> $$\begin{aligned} \iiint_B f(x, y, z)\, dx\, dy\, dz &= \int_p^q \int_c^d \int_a^b f(x, y, z)\, dx\, dy\, dz \\ &= \int_p^q \int_a^b \int_c^d f(x, y, z)\, dy\, dx\, dz \\ &= \int_a^b \int_p^q \int_c^d f(x, y, z)\, dy\, dz\, dx, \end{aligned}$$
>
> y así sucesivamente (existen seis posibles órdenes de integración.)

Ejemplo 1 (a) Sea B la caja $[0, 1] \times \left[-\frac{1}{2}, 0\right] \times \left[0, \frac{1}{3}\right]$. Calcular

$$\iiint_B (x + 2y + 3z)^2 dx\, dy\, dz.$$

(b) Verificar que se obtiene la misma respuesta si la integración se hace primero con respecto a y, después con respecto a z y luego con respecto a x.

Solución (a) De acuerdo con el principio de reducción a integrales iteradas, esta integral se puede calcular como sigue

$$\begin{aligned} &\int_0^{1/3} \int_{-1/2}^0 \int_0^1 (x + 2y + 3z)^2 dx\, dy\, dz \\ &= \int_0^{1/3} \int_{-1/2}^0 \left[\frac{(x + 2y + 3z)^3}{3} \Bigg|_{x=0}^1 \right] dy\, dz \\ &= \int_0^{1/3} \int_{-1/2}^0 \frac{1}{3}\left[(1 + 2y + 3z)^3 - (2y + 3z)^3\right] dy\, dz \\ &= \int_0^{1/3} \frac{1}{24}\left[(1 + 2y + 3z)^4 - (2y + 3z)^4\right]\Bigg|_{y=-1/2}^0 dz \\ &= \int_0^{1/3} \frac{1}{24}\left[(3z + 1)^4 - 2(3z)^4 + (3z - 1)^4\right] dz \end{aligned}$$