5. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ **6.** $\begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ **7.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ **8.** $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 4 \\ 1 & 5 & 5 \end{pmatrix}$

9. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -5 \\ 3 & -5 & 7 \end{pmatrix}$ **10.** $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ -2 & 2 & 7 \\ -3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ **11.** $\begin{pmatrix} a & b & g & d \\ e & z & J & w \end{pmatrix}$ **12.** $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 4 \\ 1 & 6 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

13. $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & j \end{pmatrix}$ **14.** $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 8 \\ 0 & -4 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$ **15.** $(1 \quad -2 \quad -5)$ **16.** $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

17. Sean A y B matrices de $n \times m$. Demuestre, usando la definición 2.5.1, que $(A + B)^{\top} = A^{\top} + B^{\top}$.

18. Una matriz A de $n \times n$ es normal si $AA^{\top} = A^{\top}A$. Pruebe que la siguiente matriz es normal.

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

19. Encuentre los números α y β tales que $\begin{pmatrix} 2 & \alpha & 3 \\ 5 & -6 & 2 \\ \beta & 2 & 4 \end{pmatrix}$ es simétrica.

20. Si A y B son matrices simétricas de $n \times n$, demuestre que $A + B$ es simétrica.

21. Si A y B son matrices simétricas de $n \times n$, demuestre que $(AB)^{\top} = BA$.

22. Demuestre que para cualquier matriz A la matriz producto $AA^{\top}$ está definida y es una matriz simétrica.

23. Demuestre que toda matriz diagonal es simétrica (vea el problema 2.4.32).

24. Demuestre que la transpuesta de toda matriz triangular superior es triangular inferior (vea el problema 2.4.36).

Matriz antisimétrica

25. Una matriz cuadrada se denomina **antisimétrica** si $A^{\top} = -A$ (es decir $a_{ij} = -a_{ji}$). ¿Cuáles de las siguientes matrices son antisimétricas?

a) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ ***b)*** $\begin{pmatrix} 0 & -6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$ ***c)*** $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & -2 \\ -5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ***d)*** $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

26. Sean A y B dos matrices antisimétricas de $n \times n$. Demuestre que $A + B$ es antisimétrica.

27. Si A es una matriz real antisimétrica, demuestre que toda componente en la diagonal principal de A es cero.

28. Si A y B son matrices antisimétricas de $n \times n$, demuestre que $(AB)^{\top} = BA$ de manera que AB es simétrica si y sólo si A y B conmutan.