Teorema 1.4.1 **Sistemas homogéneos: condición para tener un número infinito de soluciones**

El sistema homogéneo (1.4.1) tiene un número infinito de soluciones si $n > m$, es decir, si el número de incógnitas es mayor que el número de ecuaciones.

RESUMEN 1.4

- Un sistema **homogéneo** de m ecuaciones con n incógnitas es un sistema lineal de la forma

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= 0 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \quad & \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &= 0 \end{aligned}$$

- Un sistema lineal homogéneo siempre tiene por solución a la **solución trivial** (o **solución cero**)

$$x_1 = x_2 = \cdots = x_n = 0$$

- Las soluciones para un sistema lineal homogéneo diferentes de la trivial se denominan **soluciones no triviales**.
- El sistema lineal homogéneo anterior tiene un número infinito de soluciones si tiene más incógnitas que ecuaciones ($n > m$)

AUTOEVALUACIÓN 1.4

I) ¿Cuáles de los siguientes sistemas deben tener soluciones no triviales?

a) $\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= 0 \end{aligned}$

b) $\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= 0 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 &= 0 \end{aligned}$

c) $\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= 0 \end{aligned}$

II) ¿Para qué valores de k tendrá soluciones no triviales el siguiente sistema?

$$\begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ 2x + 3y - 4z &= 0 \\ 3x + 4y + kz &= 0 \end{aligned}$$

a) 1 ***b)*** 2 ***c)*** 3 ***d)*** 4 ***e)*** –3 ***f)*** 0

Respuestas a la autoevaluación

I) *c)* **II)** *e)*