

## Superficies de curvatura constante

Las superficies con curvatura de Gauss y curvatura media constantes tienen un gran interés para los matemáticos. En el siglo XIX se sabía que las únicas superficies suaves cerradas y acotadas “sin frontera” y con curvatura de Gauss constante eran las esferas. En el siglo XX, el matemático ruso Alexandrov demostró que las únicas superficies suaves cerradas y acotadas sin frontera que no se cortan consigo mismas y que tienen curvatura media constante también debían ser esferas. Los matemáticos pensaban que el resultado de Alexandrov debía ser cierto incluso si se *permitían* autointersecciones de la superficie, pero nadie encontró una prueba. En 1984, el profesor Henry Wente (Toledo, Ohio) sorprendió al mundo al hallar un toro con auto-intersecciones y curvatura media constante.

Las superficies de curvatura media constante son importantes en la física y se encuentran en la Naturaleza. Las pompas de jabón tienen curvatura media constante distinta de cero (véase la Figura 7.7.1) y las películas de jabón (que no contienen aire) tienen curvatura media constante igual a cero (véanse las Figuras 7.7.2 y 7.7.3).

A principios del siglo XIX, el matemático francés Delaunay descubrió todas las superficies de revolución que tienen curvatura media constante: el cilindro, la esfera, la catenoide, la unduloide y la nodoide. La catenoide se puede formar mediante una película de jabón extendida entre dos contornos circulares.



**Figura 7.7.1** Pompas de jabón;  $H = \text{constante}$ .



**Figura 7.7.2**  
Un helicoide,  $H = 0$ .

## Formas óptimas en la Naturaleza

En todas las épocas, la humanidad ha especulado acerca del por qué las cosas tienen la forma que tienen. ¿Por qué la Tierra y las estrellas son “redondas” y no cúbicas? ¿Por qué los seres vivos tienen la forma que tienen?

En 1917, el filósofo naturalista británico D’Arcy Thompson publicó un provocativo trabajo titulado *Sobre el crecimiento y la forma*, en el que investigaba las fuerzas que hay detrás de la creación de las formas vivas en la Naturaleza. Escribió:

**Figura 7.7.3** Una película de jabón,  $H = 0$ , extendida entre dos alambres circulares; es la catenoide.

