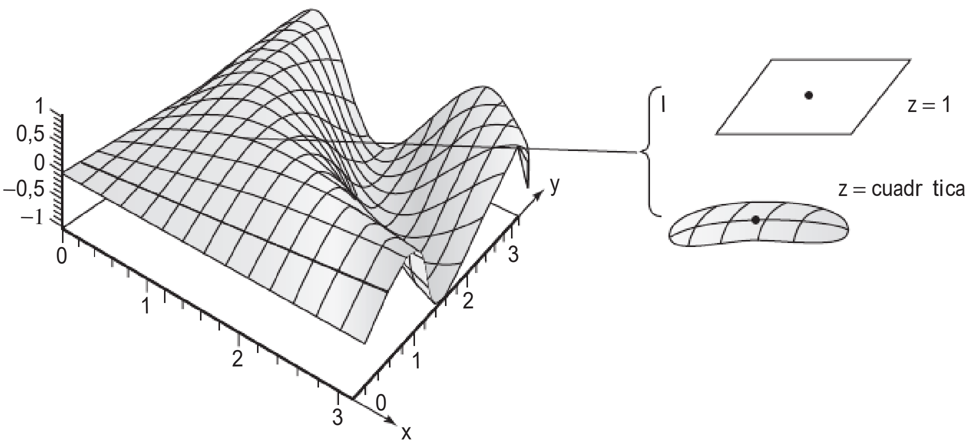

Figura 3.2.1 Aproximaciones lineal y cuadrática a $z = \operatorname{sen}(xy)$ cerca de $(1, \pi/2)$.

En el punto de aproximación, tenemos

$$f_x(4,6) = \frac{2}{3}, \qquad f_y = -\frac{2}{3}, \qquad f_{xy} = f_{yx} = -\frac{4}{9}, \qquad f_{xx} = \frac{2}{9}, \qquad f_{yy} = \frac{2}{3}.$$

La aproximación lineal es entonces

$$1 + \frac{2}{3}(-0{,}02) - \frac{2}{3}(-0{,}03) = 1{,}00666.$$

La aproximación cuadrática es

$$1 + \frac{2}{3}(-0{,}02) - \frac{2}{3}(-0{,}03) + \frac{2}{9}\frac{(-0{,}02)^2}{2} - \frac{4}{9}(-0{,}02)(-0{,}03) + \frac{2}{3}\frac{(-0{,}03)^2}{2}$$
$$= 1{,}00674.$$

El valor "exacto" utilizando una calculadora es 1,00675. ▲

Ejercicios

1. Sea $f(x, z) = e^{x+y}$.

(a) Determinar la fórmula de Taylor de primer orden de f en $(0, 0)$.

(b) Determinar la fórmula de Taylor de segundo orden de f en $(0, 0)$.

2. Supóngase que $L: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es lineal, por lo que L tiene la forma $L(x, y) = ax + by$.

(a) Determinar la aproximación de Taylor de primer orden para L.

(b) Determinar la aproximación de Taylor de segundo orden para L.

(c) ¿Cómo serán las aproximaciones de orden superior?

En los Ejercicios 3 a 8, determinar la fórmula de Taylor de segundo orden para la función dada alrededor del punto (x_0, y_0).