d) Encuentre una base para el subespacio de todos los vectores perpendiculares a

$$\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\-3\\1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\5\\-1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\3\\1\\4\\0\end{pmatrix}\right\}$$

5. Aplicación del espacio nulo a sistemas de ecuaciones

$$\text{Sea } A = \begin{pmatrix}0 & 8 & -6 & -5 & 4 & -4\\9 & 2 & 4 & -10 & 9 & 8\\5 & 7 & -7 & -2 & -5 & 3\\1 & -7 & -8 & -9 & -6 & -7\end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix}46\\29\\0\\-15\end{pmatrix} \qquad \mathbf{x} = \begin{pmatrix}1\\2\\-1\\0\\4\\-2\end{pmatrix}$$

a) Demuestre que $\mathbf{x}$ es una solución al sistema $[A\ \mathbf{b}]$ (utilice la multiplicación de matrices).

b) Encuentre una base para el espacio nulo de A, formando una matriz cuyas columnas sean los vectores de la base.

c) Genere un vector $\mathbf{w}$ que sea una combinación lineal de los vectores de la base encontrados en el inciso *b*) (utilice la multiplicación de matrices). Demuestre que $\mathbf{z} = \mathbf{x} + \mathbf{w}$ es una solución al sistema $[A\ \mathbf{b}]$. Repita para otro vector $\mathbf{w}$.

6. Para los siguientes conjuntos de vectores:

a) Sea A la matriz cuyos *renglones* son los vectores. Encuentre `rref(A)`. Utilice el comando `":"` para encontrar la matriz C que consiste sólo de los renglones diferentes de cero de `rref(A)`. Sea `B = C'`. Explique por qué las columnas de B son una base para el espacio generado por los vectores (vea el ejemplo 5.7.6).

b) Verifique que la base encontrada es linealmente independiente.

c) Verifique que cada vector en el conjunto original es una combinación lineal única de los vectores de la base. Describa cualquier patrón que descubra en los coeficientes de las combinaciones lineales.

i) $\left\{\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\4\\-6\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$

ii) $\left\{\begin{pmatrix}1\\-1\\0\\3\\-1\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\0\\1\\7\\2\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\5\\1\\4\\1\\5\end{pmatrix}\right\}$

iii) $\left\{\begin{pmatrix}1\\2\\-1\\3\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\0\\1\\2\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5\\4\\-5\\0\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\2\\3\\-2\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}6\\8\\-2\\3\\3\end{pmatrix}\right\}$

7. *a*) (*Lápiz y papel*) Suponga que quiere encontrar la base para la imagen (espacio de las columnas) de una matriz real A. Explique cómo puede usar `rref(A')` para hacer esto.