ción (A.1) se cumple para $n = k + 1$. Quizá esto quedará más claro si se ve un valor específico de k, digamos, $k = 10$. Entonces se tiene

Suposición

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$= \frac{10(10 + 1)}{2} = \frac{10(11)}{2} = 55 \qquad \textbf{(A.2)}$$

Para demostrar

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11$$

$$= \frac{11(11 + 1)}{2} = \frac{11(12)}{2} = 66 \qquad \textbf{(A.3)}$$

La demostración en sí

$$(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) + 11$$

Por la hipótesis de inducción (2)

$$= \frac{10(11)}{2} = 11 = \frac{10(11)}{2} = \frac{2(11)}{2}$$

$$= \frac{11(10 + 2)}{2} = \frac{11(12)}{2}$$

que es la ecuación (A.3). Así, *si* (A.2) es cierta, entonces (A.3) es cierta.

La ventaja del método de inducción matemática es que no es necesario demostrar cada caso por separado como se hizo con este ejemplo. En lugar de eso, se *demuestra* para un primer caso, se *supone* para un caso general y después se *demuestra* para el caso general más 1. Con sólo dos pasos basta para tomar en cuenta un número infinito de casos. Realmente es una magnífica idea.

EJEMPLO A.3 Demuestre que la suma de los cuadrados de los primeros n enteros positivos es $\frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$.

SOLUCIÓN ► Debe demostrarse que

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6} \qquad \textbf{(A.4)}$$

Paso 1. Como $\frac{1(1 + 1)(2 \cdot 1 + 1)}{6} = 1 + 1^2$, la ecuación (A.4) es válida para $n = 1$.

Paso 2. Suponga que la ecuación (A.4) se cumple para $n = k$; es decir

Hipótesis de inducción
$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2 = \frac{k(k + 1)(2k + 1)}{6}$$

Entonces para demostrar que (A.4) es cierta para $n = k + 1$ se tiene

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2 + (k + 1)^2 = (1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2) + (k + 1)^2$$