

EJEMPLO 6.2.1 La recta que mejor se ajusta para cuatro datos

Encuentre la recta que da el mejor ajuste para los datos $(1, 4)$, $(-2, 5)$, $(3, -1)$ y $(4, 1)$.

SOLUCIÓN ► En este caso

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad y \quad y = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Entonces

$$\begin{aligned} A^T A &= \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 30 \end{pmatrix}, \quad (A^T A)^{-1} = \frac{1}{84} \begin{pmatrix} 30 & -6 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} \quad y \\ \bar{u} &= (A^T A)^{-1} A^T y = \begin{pmatrix} 30 & -6 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{84} \begin{pmatrix} 30 & -6 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \end{pmatrix} = \frac{1}{84} \begin{pmatrix} 300 \\ -74 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 3.57 \\ -0.88 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Por tanto, la recta que mejor se ajusta está dada por

$$y = 3.57 - 0.88x$$

Esta recta y los cuatros datos se bosquejan en la figura 6.6.

Aproximación cuadrática

Ahora se desea ajustar una curva cuadrática a los n datos. Recuerde que una curva cuadrática en x es cualquier expresión de la forma

$$y = a + bx + cx^2 \quad (6.2.9)$$

La ecuación (6.2.9) es la ecuación de una parábola en el plano. Si los n datos estuvieran sobre la parábola, se tendría

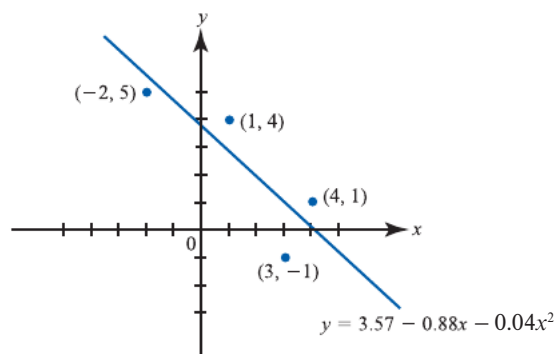


Figura 6.6

La recta que mejor se ajusta a los cuatro puntos es $y = 3.57 - 0.88x$.