$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a),$$

donde F es una primtiva de f; es decir, $F' = f$.

Esta técnica no funciona tal como se ha enunciado para funciones $f(x, y)$ de dos variables. Sin embargo, como indicamos en la Sección 5.1, normalmente podemos reducir una integral doble sobre un rectángulo a integrales simples iteradas; el teorema fundamental se puede aplicar entonces a cada una de estas integrales simples. El teorema de Fubini, que hemos mencionado en la última sección, establece rigurosamente esta reducción a integrales iteradas utilizando las sumas de Riemann. Como hemos visto en la Sección 5.1, la reducción,

$$\iint_R f(x,y)\,dA = \int_a^b \left[\int_c^d f(x,y)\,dy\right] dx = \int_c^d \left[\int_a^b f(x,y)\,dx\right] dy,$$

es una consecuencia del principio de Cavalieri, al menos cuando $f(x, y) \geq 0$. En términos de sumas de Riemann, esto se corresponde con la siguiente igualdad:

$$\sum_{j,k=0}^{n-1} f(\mathbf{c}_{jk})\,\Delta x\,\Delta y = \sum_{j=0}^{n-1}\left(\sum_{k=0}^{n-1} f(\mathbf{c}_{jk})\,\Delta y\right)\Delta x = \sum_{k=0}^{n-1}\left(\sum_{j=0}^{n-1} f(\mathbf{c}_{jk})\,\Delta x\right)\Delta y,$$

que se puede probar de forma más general de la forma siguiente: *sea $[a_{jk}]$ una matriz $n \times n$, donde $0 \leq j \leq n-1$ y $0 \leq k \leq n-1$. Sea $\sum_{j,k=0}^{n-1} a_{jk}$ la suma de los n^2 elementos de la matriz. Entonces*

$$\sum_{j,k=0}^{n-1} a_{jk} = \sum_{j=0}^{n-1}\left(\sum_{k=0}^{n-1} a_{jk}\right) = \sum_{k=0}^{n-1}\left(\sum_{j=0}^{n-1} a_{jk}\right). \tag{3}$$

En la primera igualdad, el lado derecho representa la suma de los elementos de la matriz primero por filas y después sumando los resultados:

$$\begin{array}{cl}
\left[\begin{array}{cccccc}
a_{00} & a_{01} & a_{02} & \cdots & \overrightarrow{a_{0k} \quad \cdots \quad a_{0(n-1)}} \\
\vdots & & & & \vdots \\
a_{j0} & a_{j1} & & \cdots & \overrightarrow{a_{jk} \quad \cdots \quad a_{j(n-1)}} \\
\vdots & & & & \vdots \\
a_{(n-1)0} & a_{(n-1)1} & & \cdots & \overrightarrow{a_{(n-1)k} \quad \cdots \quad a_{(n-1)(n-1)}}
\end{array}\right]
&
\begin{array}{l}
\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} a_{0k} \\
\vdots \\
\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} a_{jk} \\
\vdots \\
\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} a_{(n-1)k}\downarrow \\
\hline
\displaystyle\sum_{j=0}^{n-1}\left(\sum_{k=0}^{n-1} a_{jk}\right).
\end{array}
\end{array}$$

Evidentemente, esto es igual a $\sum_{j,k=0}^{n-1} a_{jk}$; es decir, la suma de todos los a_{jk}. De forma similar, la suma $\sum_{k=0}^{n-1}\left(\sum_{j=0}^{n-1} a_{jk}\right)$ representa una suma de los elementos de la matriz por columnas. Esto prueba la Ecuación (3) y hace más plausible la reducción a integrales iteradas si recordamos que