

Inducción matemática

Apéndice

A

La **inducción matemática** es el nombre que recibe un principio fundamental de la lógica que se puede utilizar para probar cierto tipo de proposiciones matemáticas. Normalmente se utiliza la inducción matemática para probar que alguna afirmación o ecuación se cumple para todo entero positivo. Por ejemplo, se quiere demostrar que $2^n > n$ para todos los enteros $n \geq 1$. Para hacer esto se realizan dos pasos:

Inducción matemática

Paso 1. Se demuestra que la afirmación es cierta para algún entero N (por lo general $N = 1$).

Paso 2. Se supone que la afirmación es cierta para un entero k mayor o igual que N del paso 1 y después se *demuestra* que es cierta para el entero $k + 1$.

Si es posible completar estos dos pasos, entonces la validez de la afirmación queda demostrada para *todos* los enteros positivos mayores o iguales que N . Para convencerse de este hecho se razona como sigue: como la afirmación es cierta para N (por el paso 1), es cierta para el entero $N + 1$ (por el paso 2). Entonces también es cierta para el entero $(N + 1) + 1 = N + 2$ (de nuevo por el paso 2), y así sucesivamente. Ahora se ilustrará el procedimiento con algunos ejemplos.

EJEMPLO A.1 Demuestre que $2^n > n$ para todo entero $n \geq 1$.

SOLUCIÓN ► Paso 1. Si $n = 1$, entonces $2^1 = 2 > 1$, de manera que el resultado es cierto para $n = 1$.

Paso 2. Suponga que $2^k > k$. Entonces

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k = 2^k + \underline{2^k} > k + k > k + 1$$