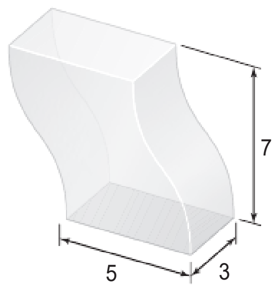


Figura 5.1.11 Calcular este volumen.

7. Un leñador corta una pieza W en forma de cuña de un árbol cilíndrico de radio r haciendo dos cortes de sierra hacia el centro del árbol, uno horizontalmente y el otro formando un ángulo θ. Calcular el volumen de W usando el principio de Cavalieri (véase la Figura 5.1.12.)

8. (a) Demostrar que el volumen del sólido de revolución mostrado en la Figura 5.1.13(a) es

$$\pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx.$$

(b) Demostrar que el volumen de la región obtenida girando la región bajo la gráfica de la parábola $y = -x^2 + 2x + 3$, $-1 \leq x \leq 3$, alrededor del eje x es $512\pi/15$ [véase la Figura 5.1.13(b)].

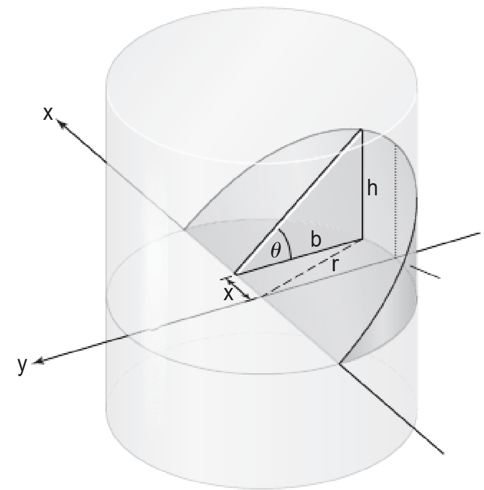


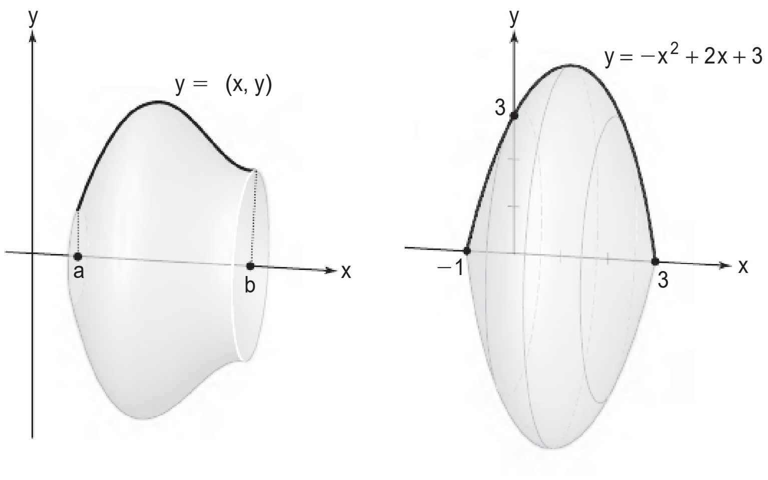
Figura 5.1.12 Determinar el volumen de W.

Calcular las integrales dobles de los Ejercicios 9 a 11, donde R es el rectángulo $[0, 2] \times [-1, 0]$.

9. $\displaystyle\iint_R (x^2y^2 + x) \, dy \, dx$

10. $\displaystyle\iint_R \left(|y| \cos \frac{1}{4}\pi x\right) dy \, dx$

11. $\displaystyle\iint_R \left(-xe^x \operatorname{sen} \frac{1}{2}\pi y\right) dy \, dx$



(a) (b)

Figura 5.1.13 El sólido de revolución (a) tiene un volumen de $\pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$. La parte (b) muestra el s ólido de revoluci ón que se obtiene al girar alrededor del eje x la región entre la gráfica de $y = -x^2 + 2x + 3$ y el eje x.