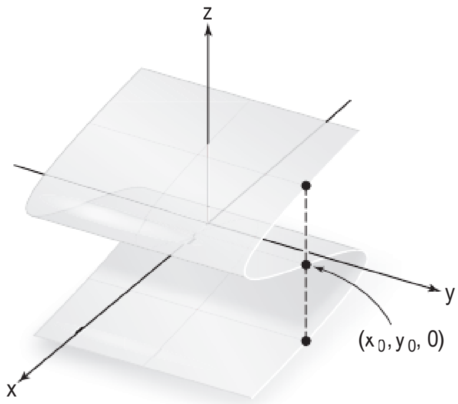

Figura 7.3.1 Una superficie que no es la gráfica de una función $z = f(x, y)$.

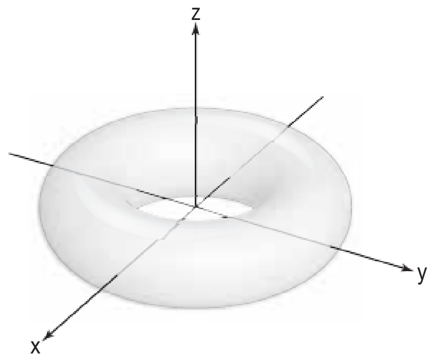

Figura 7.3.2 El toro no es la gráfica de una función de la forma $z = f(x, y)$.

gráfica de una función diferenciable de dos variables. Estas observaciones nos animan a extender nuestra definición de superficie.

La motivación de la siguiente definición ampliada es, en parte, que se puede pensar en una superficie como en algo que se obtiene a partir del plano "enrollando", "doblando" y "empujando". Por ejemplo, para obtener un toro, tomanos una parte del plano y lo enrollamos (véase la Figura 7.3.3), luego tomamos los dos "extremos" y los acercamos hasta juntarlos (Figura 7.3.4).

Superficies parametrizadas como aplicaciones

En nuestro estudio del cálculo diferencial tratamos aplicaciones $f : A \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$. Cuando $n = 2$ y $m = 3$ estamos ante el caso de una superficie bidimensional en el espacio tridimensional. Con las superficies, al igual que con las curvas, deseamos distinguir una aplicación (una parametrización) de su imagen (un objeto geométrico). Esto nos lleva a la siguiente definición.

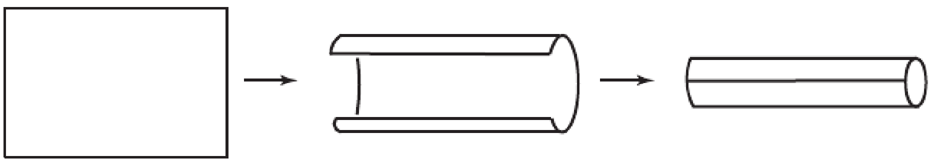

Figura 7.3.3 El primer paso para obtener un toro a partir de un rectángulo es formar un cilindro.

Figura 7.3.4 Doblando el cilindro y pegando los extremos se obtiene un toro.