Física

Abel Doñate

Contents

1 Cinemática

1.1 MRU

$$\bar{a} = \bar{0}, \quad \bar{x} = \bar{x_0} + \bar{v}t$$

1.2 MRUA

$$\bar{a}\ constante, \quad \bar{x} = \bar{x_0} + \bar{v_0}t + \frac{1}{2}\bar{a}t^2$$

1.3 a no constante, modulo de a constante

$$\bar{a} = \frac{d}{dt}(\frac{ds}{dt}\hat{\tau}) = \frac{d^2s}{dt^2}\hat{\tau} + \frac{ds}{dt}\frac{d\hat{\tau}}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}\hat{\tau} + \frac{v^2}{\rho}\hat{n} = a_t\hat{\tau} + a_n\hat{n}$$

$$\begin{aligned}\hat{\tau} &= \frac{\bar{v}}{v} \\ \bar{a_t} &= (\bar{a} \cdot \hat{\tau})\hat{\tau} \\ \bar{a_n} &= \bar{a} - \bar{a_t} \\ \hat{n} &= \frac{\bar{a_n}}{a_n}\end{aligned}$$

1.4 MCUA

Tenemos variables como $\phi = \dfrac{x}{R}$, $\omega = \dfrac{v}{R}$, $\alpha = \dfrac{a}{R}$ que cumplen las mismas relaciones que x, v, a.

En un MCUA $a_t = \alpha$ y $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

2 Fuerzas y ecuaciones del movimiento de una partícula

2.1 Leyes de Newton

- Toda partícula aislada tiene v constante.
- La a de un curpo es proporcional a la F que actúa sobre él.
- Toda F de acción conlleva una de reacción con el mismo módulo y sentido contrario.

2.2 Fuerzas de contacto

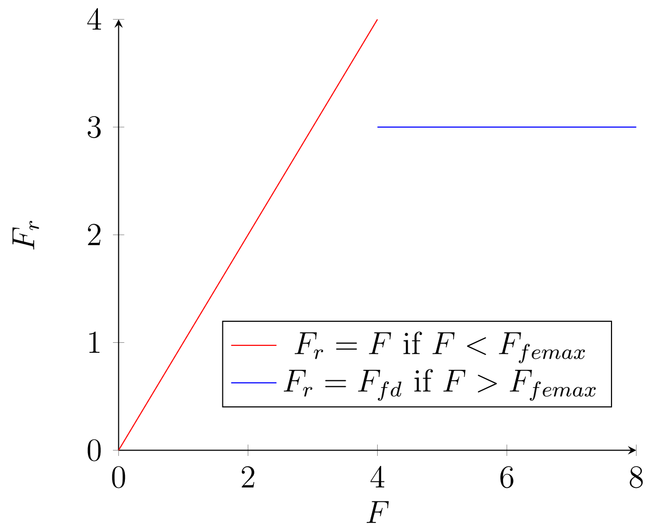
2.2.1 Reacción Normal

Causada por la interacción molecular. Siempre perpendicular a la superficie.

2.2.2 Tensiones en cuerdas

Suponiendo una curda sin masa, entonces la tensión a ambos lados de la cuerda es la misma.

2.2.3 Fricción en sólidos



$$
\begin{aligned}
F_{femax} &= \mu_e N \\
F_{fd} &= \mu_d N \\
\mu_d &< \mu_e
\end{aligned}
$$

2.2.4 Fricción en fluidos

$$\bar{F_D}(\bar{v}) = -(k_1 v + k_2 v^2)\hat{v} \quad \begin{cases} k_1 \text{ término viscoso} \\ k_2 \text{término de presión} \end{cases}$$

3 Teoremas de conservación y movimientos angulares

3.1 Comparación movimientos lineales y angulares

Lineales	Angulares
x	θ
v	ω
a	α
m	$I = mr^2$
F	$\tau = r \times F$
p	$L = r \times p$

3.2 Trabajo y Energía

Definimos el trabajo como

$$W = \int_{r_a}^{r_b} \bar{F} \cdot d\bar{r}$$

De aquí podemos deducir las Energías cinética y potencial gravitatoria y elástica

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2, \quad U = mgh, \quad U = \frac{1}{2}kx^2$$

Definiremos el impulso I como:

$$I = \int_{t_1}^{t_2} F dt = \Delta p$$

Tenemos también que en un campo conservativo:

$$\bar{F} = -\nabla U$$

Introducimos también la Potencia:

$$P = \frac{dW}{dt} = Fv$$

3.3 Conservación de variables

En un sistema cerrado se conservan:

- $E_m = E_c + U$ (Energía mecánica)
- p (Momento lineal)
- L (Momento angular)

Si el sistema no es conservativo podemos separar su energía mecánica:

$$E_{m_f} = E_{m_0} + W_{nc} \quad \Longrightarrow \quad W_{nc} = \Delta E_c + \Delta U$$

4 Oscilaciones

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F_0 cos(\omega t)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \gamma = \frac{b}{2m}, \quad \omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma_0^2}, \quad D = m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}$$

4.1 Tipos de osciladores

1) Oscilador débilmente amortiguado ($\omega_0 > \gamma$)

$$x = Ae^{-\gamma t} cos(\omega_1 t + \phi)$$

2) Oscilador críticamente amortiguado ($\omega_0 = \gamma$)

$$x = (A + Bt)e^{-\gamma t}$$

3) Oscilador fuertemente amortiguado ($\omega_0 < \gamma$)

$$x = Ae^{(-\gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t} + Be^{(-\gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2})t}$$

4) Oscilador forzado ($F_{ext} = F_0 cos(\omega t)$)

$x(t)$ se puede expresar como la suma de la homogénea mas la particular $x = x_h + x_p$

$$x_p = A_p cos(\omega t + \theta - \beta) \quad \text{donde} \quad tan\beta = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad A = \frac{F_0}{D}, \quad Z = \frac{D}{\omega}$$

4.2 Variables de calidad

Las valiables mas comunes para ver la calidad de un oscilador débilmente amortiguado oscilador son:

- $\tau_E = \frac{1}{2\gamma}$ el tiempo que pasa de tener E a E/e
- $n = \frac{\tau_E}{T}$ las oscilaciones antes de τ_E
- $Q = \frac{2\pi}{|\frac{\Delta E}{E}|_T} = \frac{\omega_1}{2\gamma} = 2\pi n$

5 Gravitación

Con un planeta en órbita tenemos:

$$F(\bar{r}) = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}, \quad U = -\frac{GMm}{r} \text{ es un campo conservativo}$$

En cuanto a las variables angulares:

$$\bar{\tau} = r \times F = 0 \quad \Longrightarrow \quad \bar{L} = const.$$

5.1 Órbitas elípticas

$$L_0 = mr^2\dot{\theta} \quad \alpha = \frac{L_0^2}{GMm^2} \quad \varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2\alpha E}{GMm}}$$

Entonces la función de la órbita es:

$$r(\theta) = \frac{\alpha}{1 + \varepsilon cos(\theta)}$$