

## Feladat

Valósítsuk meg a diagonális mátrixtípust (amelynek négyzetes mátrixai csak a főátlójukban tartalmazhatnak nullától különböző számot)! Ilyenkor elegendő csak a főátló elemeit reprezentálni egy sorozatban. Implementáljuk a mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik elemét megváltoztató illetve azt lekérdező műveletet, valamint az összeadás és szorzás műveleteket! Ne feledkezzünk meg a megfelelő beolvasó és kiíró műveletekről sem!

## Diagonális mátrix típus

A feladat lényege egy felhasználói típusnak a diagonális mátrix típusnak a megvalósítása.

### Típusérték-halmaz<sup>1</sup>

Olyan számokat (ebben az esetben egész számokat:  $\mathbb{Z}$ ) tartalmazó  $n \times n$ -es ( $n \in \mathbb{N}$ ) négyzetes mátrixokkal akarunk dolgozni, amelyek csak a főátlójukban tartalmazhatnak nullától különböző elemeket. Az  $n \in \mathbb{N}$  ennek a típusnak egy paramétere, amely a típusérték-halmaz mátrixainak méretét határozza meg.

Formálisan:  $Diag(n) = \{ a \in \mathbb{Z}^{n \times n} \mid \forall i, j \in [1..n]: i \neq j \rightarrow a[i, j] = 0 \}$

### Típus-műveletek<sup>2</sup>

#### 1. Lekérdezés

A mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik pozícióján ( $i, j \in [1..n]$ ) álló érték kiolvasása:  $e := a[i, j]$ .

Formálisan:  $A : Diag(n) \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$   
 $\quad \quad \quad a \quad \quad i \quad j \quad e$   
 $Q : ( a = a' \wedge i = i' \wedge j = j' \wedge i, j \in [1..n] )$   
 $R : ( Q \wedge e = a[i, j] )$

Megjegyezzük, hogy ez a művelet csak  $i=j$  esetén igényel tényleges tevékenységet, hiszen egyébként a visszaadott elem nulla.

#### 2. Felülírás

A mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik pozíciójára ( $i, j \in [1..n]$ ) új érték beírása:  $a[i, j] := e$ . A főátlón kívüli elemeket nem szabad felülírni, azaz  $i=j$ .

Formálisan:  $A : Diag(n) \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$   
 $\quad \quad \quad a \quad \quad i \quad j \quad e$   
 $Q : ( e = e' \wedge a = a' \wedge i = i' \wedge j = j' \wedge i, j \in [1..n] \wedge i = j )$   
 $R : ( e = e' \wedge i = i' \wedge j = j' \wedge a[i, j] = e \wedge \forall k, l \in [1..n]: (k \neq i \vee l \neq j) \rightarrow a[k, l] = a'[k, l] )$

Megjegyezzük, hogy ez a művelet csak  $i=j$  esetén igényel tényleges tevékenységet;  $i \neq j$  esetén hibás, amennyiben egy nemnulla értéket akarunk a mátrixba tenni.

<sup>1</sup> A típusérték-halmazt kétféleképpen is le lehet írni: szövegesen és formálisan. Elég csak az egyik formát használni.

<sup>2</sup> A típusműveletek leírására is kétféle definíciót használunk: egy informálist és egy formálist. Elég csak az egyik formát használni.

### 3. Összeadás

Két mátrix összeadása:  $c := a + b$ . Az összeadásban szereplő mátrixok azonos méretűek.

Formálisan:  $A : \underset{a}{Diag(n)} \times \underset{b}{Diag(n)} \times \underset{c}{Diag(n)}$   
 $Q : (a = a' \wedge b = b')$   
 $R : (Q \wedge \forall i, j \in [1..n]: c[i, j] = a[i, j] + b[i, j])$

Diagonális mátrixok esetén a fenti művelet jóval egyszerűbben is megfogalmazható:

$$\forall i \in [1..n]: c[i, i] = a[i, i] + b[i, i] \text{ és } \forall i, j \in [1..n]: i \neq j \rightarrow c[i, j] = 0.$$

### 4. Szorzás

Két mátrix összeadása:  $c := a * b$ . Az összeadásban szereplő mátrixok azonos méretűek.

Formálisan:  $A : \underset{a}{Diag(n)} \times \underset{b}{Diag(n)} \times \underset{c}{Diag(n)}$   
 $Q : (a = a' \wedge b = b')$   
 $R : (Q \wedge \forall i, j \in [1..n]: c[i, j] = \sum_{k=1..n} a[i, k] * b[k, j])$

Diagonális mátrixok esetén a fenti művelet jóval egyszerűbben is megfogalmazható:

$$\forall i \in [1..n]: c[i, i] = a[i, i] * b[i, i] \text{ és } \forall i, j \in [1..n]: i \neq j \rightarrow c[i, j] = 0.$$

## Reprezentáció

Egy  $n \times n$ -es diagonális mátrixnak csak a főátlóját kell ábrázolni.

$$\begin{matrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{matrix} \leftrightarrow \begin{matrix} a_{11} & a_{22} & a_{33} & a_{nn} \end{matrix}$$

Ehhez egy 0-tól  $n-1$ -ig indexelt egydimenziós tömbre ( $v$ ) van szükségünk. Ennek segítségével a diagonális mátrix bármelyik elemét meghatározhatjuk az alábbi képlet alapján:

**Implementáció<sup>3</sup>****1. Lekérdezés**

A  $v$  tömbbel ábrázolt  $a$  mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik elemét visszaadó  $e:=a[i,j]$  értékadás az alábbi programmal implementálható feltéve, hogy  $1 \leq i \leq n$ , ahol  $n$  a mátrix mérete:

$i=j$	
$e:=v[i-1]$	$e:=0$

**2. Felülírás**

A  $v$  tömbbel ábrázolt  $a$  mátrix  $i$ -edik sorának  $j$ -edik elemét megváltoztató  $a[i,j]:=e$  értékadás az alábbi programmal implementálható feltéve, hogy  $1 \leq i \leq n$ , ahol  $n$  a mátrix mérete.

$i=j$	
$v[i-1]:=e$	SKIP

**3. Összeadás**

A  $v$  tömbbel ábrázolt  $a$  mátrix és a  $t$  tömbbel ábrázolt  $b$  mátrix összege az  $u$  tömbbel ábrázolt  $c$  mátrixba kerül, ha az alábbi programot végrehajtjuk. A végrehajtás előtt ellenőrizni kell, hogy mindhárom mátrix, pontosabban az őket reprezentáló tömb azonos méretű-e.

$$\forall i \in [0..n-1]: u[i] := v[i] + t[i]$$

**4. Szorzás**

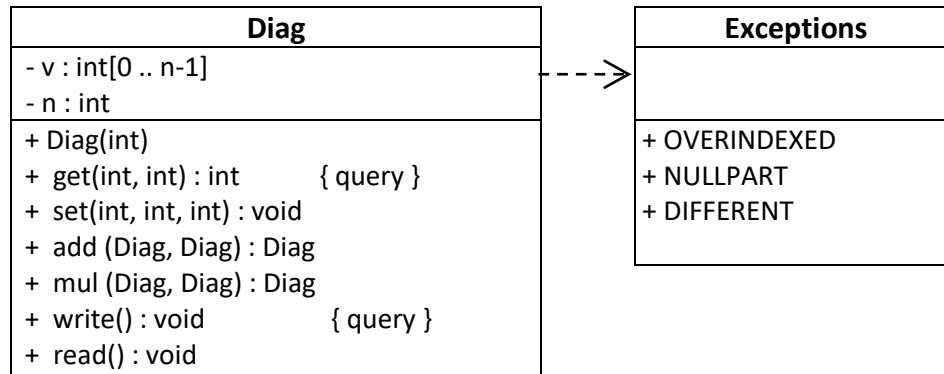
A  $v$  tömbbel ábrázolt  $a$  mátrix és a  $t$  tömbbel ábrázolt  $b$  mátrix szorzata az  $u$  tömbbel ábrázolt  $c$  mátrixba kerül, ha az alábbi programot végrehajtjuk. A végrehajtás előtt ellenőrizni kell, hogy mindhárom mátrix, pontosabban az őket reprezentáló tömb azonos méretű-e.

$$\forall i \in [0..n-1]: u[i] := v[i] * t[i]$$

<sup>3</sup> A műveletek implementálásához mindig egy programot kell megadni (de nem feltétlenül struktogram alakban).

## Osztály

A diagonális mátrixok típusát egy osztály segítségével valósítjuk. A konstruktoron keresztül állítható be a mátrix mérete. A műveleteknél majd ellenőrizni kell, hogy csak azonos méretű mátrixokat lehet összeadni, szorozni, egyébként dobjunk kivételt.



A főátlóbeli elemek tárolására szolgál tömböt ábrázolhatjuk `vector<int>`-ként (C, D, és E szakirány), de dinamikusan lefoglalt tömbként is (A és B szakirány). Az utóbbi esetben a konstruktor foglalja le a diagonális elemek számára a dinamikus tömböt, a destruktork végzi a felszabadítást, és szükség lesz az értékadás operátor és a másoló konstruktor felüldefiniálására.

A mátrix adott koordinátájú elemének kiolvasására illetve felülírására a `()` operátor kétféle felüldefiniálását használjuk. Az összeadás, a szorzás műveleteket külső barát függvényként felüldefiniált változataival valósítjuk meg.

Kiegészítjük még az osztályt a mátrix kiírását és a beolvasását végző metódusokkal, amelyek a kiíró és beolvasó operátorok külső barát függvényként felüldefiniált változataival valósítunk meg.

A hibakezelésre az első esetben három, a második esetben kettő kivételt definiálunk. Az `OVERINDEXED` a helytelenül megadott sor és oszlopindexek esetén váltódik ki a mátrix elemeit lekérdező és felülíró műveletekben. A `NULLPART` kivétel a főátlón kívüli elemek felülírásakor aktivizálódik. A `DIFFERENT` kivétel a különböző méretű mátrixok esetén váltódik ki az értékadás, az összeadás és a szorzás műveletekben.

## Tesztelési terv

### Megvalósított műveletek tesztelése (fekete doboz tesztelés)

- 1) Különféle méretű mátrixok létrehozása, feltöltése és kiírása.
  - a) 0, 1, 2, 5 dimenziójú mátrix
- 2) Mátrix adott pozíciójú értékének lekérdezése és megváltoztatása.
  - a) Diagonálisra eső elem lekérdezése és megváltoztatása
  - b) Diagonálison kívüli elem lekérdezése és megváltoztatása
  - c) Illegális index megadása, 0 dimenziós mátrix indexelése
- 3) A másoló konstruktor kipróbálása.
  - a) A  $b$  mátrix létrehozása az  $a$  mátrix mintájára, majd a két mátrix tartalmának összehasonlítása, majd az egyik mátrix megváltoztatása és a két mátrix tartalmának összehasonlítása.
- 4) Az értékadás operátor kipróbálása.
  - a) A  $b=a$  értékadás végrehajtása az  $a$  és  $b$  mátrixokra (az  $a$  és  $b$  mérete azonos illetve különbözik: egyiknek illetve másik a nagyobb), majd a két mátrix tartalmának összehasonlítása, majd az egyik mátrix megváltoztatása és a két mátrix tartalmának összehasonlítása.
  - b) A  $c=b=a$  értékadás végrehajtása az  $a$ ,  $b$  és  $c$  mátrixokra (ezek mérete lehet különböző), majd a két mátrix tartalmának összehasonlítása, majd az egyik mátrix megváltoztatása és a mátrixok tartalmának összehasonlítása.
  - c) Az  $a=a$  értékadás végrehajtása az  $a$  mátrixra, majd az  $a$  mátrix kiírása.
- 5) A  $c:=a+b$  mátrixösszeadás kipróbálása.
  - a) Eltérő méretű mátrixokkal (az  $a$  és  $b$  mérete különbözik, a  $c$  és  $a$  mérete különbözik)
  - b) Kommutativitás ellenőrzése ( $a + b == b + a$ )
  - c) Asszociativitás ellenőrzése ( $a + b + c == (a + b) + c == a + (b + c)$ )
  - d) Null elem vizsgálata ( $a + 0 == a$ , ahol  $0$  a null mátrix)
- 6) A  $c:=a*b$  mátrixszorzás kipróbálása.
  - a) Eltérő méretű mátrixokkal. (az  $a$  és  $b$  mérete különbözik, a  $c$  és  $a$  mérete különbözik)
  - b) Kommutativitás ellenőrzése ( $a * b == b * a$ )
  - c) Asszociativitás ellenőrzése ( $a * b * c == (a * b) * c == a * (b * c)$ )
  - d) Null elem vizsgálata ( $a * 0 == 0$ , ahol  $0$  a null mátrix)
  - e) Egység elem vizsgálata ( $a * 1 == a$ , ahol  $1$  az egység mátrix)

Megj: A beolvasó és kiíró operátorok teszteléséhez elég, hogy ezeket a fenti esetek tesztelésénél intenzíven használjuk.

### Tesztesetek a kód alapján (fehér doboz tesztelés)

1. Extrém méretű (-1, 0, 1, 1000) mátrix létrehozása.
2. Kivételek generálása és elkapása.