

## TRABAJO PRACTICO N° 2

### AUTOMATAS FINITOS

1) Para cada uno de los siguientes lenguajes definidos sobre el alfabeto  $A = \{a, b, d\}$ : a) Definalo por comprensión; b) Diseñe el autómata finito determinístico que lo reconozca.

$$i) L_1 = \{ d, ddd, ddddd, ddddddd, \dots \}$$

$$ii) L_2 = \{b, ab, aab, aaab, \dots, bb, abb, aabb, aaabb, \dots, bbb, abbb, aabbb, aaabbb, \dots, \}$$

$$iii) L_3 = \{ \epsilon, abab, abababab, abababababab, \dots \}$$

2) Para cada uno de los siguientes lenguajes definidos sobre el alfabeto  $A = \{a, b, c, d, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ , construya y defina formalmente un autómata finito determinístico que lo reconozca:

$$a) L_1 = \{ x / x \in \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}^* \text{ y } x \text{ es un número impar} \}$$

$$b) L_2 = \{ (ab)^n c (ba)^{2m+1} / n \geq 1, m \geq 0 \}$$

$$c) L_3 = \{ x / x \in \{a, b\}^* \text{ y } x \text{ contiene la subcadena } aba \}$$

$$d) L_4 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y } x \text{ termina en } ab \text{ y } x \text{ contiene cantidad par de } c \}$$

$$e) L_5 = L = \{ x / x \in \{0, 1, 2\}^* \text{ y } x \text{ contiene al menos una vez cada símbolo} \}$$

$$f) L_6 = \{ x / x \in \{a, b\}^* \text{ y } x \text{ contiene la subcadena } aba \text{ exactamente una vez} \}$$

$$g) L_7 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y } x \text{ contiene al menos 2 } b \text{ y } x \text{ contiene la subcadena } bc \}$$

$$h) L_8 = \{ L = \{ x / x \in \{a, b\}^* \text{ y } x \text{ contiene la subcadena } ab \text{ y } x \text{ contiene cantidad par de } a \}$$

$$i) L_9 = \{ x / x \in \{1, 2, 3\}^* \text{ y } |x| > 0 \text{ y la suma de los símbolos de } x \text{ es múltiplo de 3 y } x \text{ termina en } 2 \}$$

$$j) L_{10} = \{ x0^{2k+1} / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y } |x| \text{ es múltiplo de 4 y } x \text{ termina en } bb \text{ y } k \geq 0 \}$$

$$k) L_{11} = \{ x / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y } x \text{ no contiene más de dos } a \text{ consecutivas y } x \text{ no termina en } bc \}$$

3) Construya un autómata finito determinístico que, para el lenguaje  $L_9$  del ejercicio 2, cuente en unario la cantidad de ocurrencias del símbolo 2.

4) Diseñe un autómata finito que tome un texto y determine la cantidad de palabras que comienzan con el prefijo *in*. Considere como alfabeto de entrada las letras del alfabeto castellano, los signos de puntuación y los espacios en blanco, y como alfabeto de salida la notación unaria.

5) Construya un autómata finito que calcule la función  $f(x) = 2x - 1$  para una entrada  $x$  representada en notación unaria.

6) Considere el envío de mensajes de texto en un celular. Las teclas del celular están rotuladas con números y letras como se muestra en la figura. Se usarán dos dígitos para codificar cada letra: el primero es la tecla que contiene la letra y el segundo es el índice 1, 2, 3 ó 4 de la letra en la tecla. Por ejemplo, la secuencia 42635321 representa el mensaje "hola".

Modele un autómata finito que dada una secuencia de dígitos decodifique el mensaje correspondiente.

1	2 a b c	3 d e f
4 g h i	5 j k l	6 m n o
7 p q r s	8 t u v	9 w x y z
*	0	#

7) Se desea modelar el comportamiento de una máquina expendedora de boletos de colectivo. El precio de cada boleto es \$1. La máquina acepta monedas de \$0.25 y \$0.50; y devuelve el cambio necesario. Para comprar un boleto se deben introducir las monedas, y luego apretar el botón B para solicitarlo.

8) Sea el alfabeto { hola, chau, cómo, estás, bien, mal, ?, \_, bla }. Se desea modelar el automata que reconoce el lenguaje de los diálogos posibles. Los diálogos siguen las siguientes reglas:

- Un diálogo siempre comienza con "hola".
- Después de "hola" se contesta siempre "hola" o "cómo\_estás?"
- Después de "cómo\_estás?" siempre se responde "bien" o "mal"
- Luego de este saludo inicial, el cuerpo del diálogo es una sucesión de al menos un "bla"
- Al decir "chau" se contesta siempre "chau" y se termina el diálogo

9) Diseñe un autómata finito que modele el siguiente problema: Homero Simpson debe cruzar un río con Maggie, el Ayudante de Santa (el perro) y un veneno para ratas. Dispone de un bote en el que sólo hay lugar para dos y no puede dejar al perro con Maggie, ni a Maggie con el veneno.

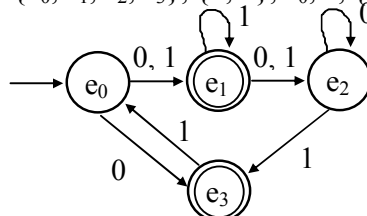
10) Para acceder a un sitio web, una persona debe generar un password para ingresar. La clave debe cumplir con las siguientes restricciones:

- 1) Debe tener como mínimo 6 caracteres de longitud y como máximo 12.
- 2) Debe empezar y terminar con una letra.
- 3) Debe contener al menos 4 números.

Diseñe un autómata finito que permita verificar que las claves estén bien definidas.

11) Construya el autómata finito determinístico correspondiente al siguiente autómata finito no determinístico utilizando el algoritmo estudiado en clase:

$$AFND = \langle \{e_0, e_1, e_2, e_3\}, \{0, 1\}, e_0, \delta, \{e_1, e_3\} \rangle$$



12) Minimice mostrando paso a paso el algoritmo estudiado en clase, los siguientes autómatas finitos:

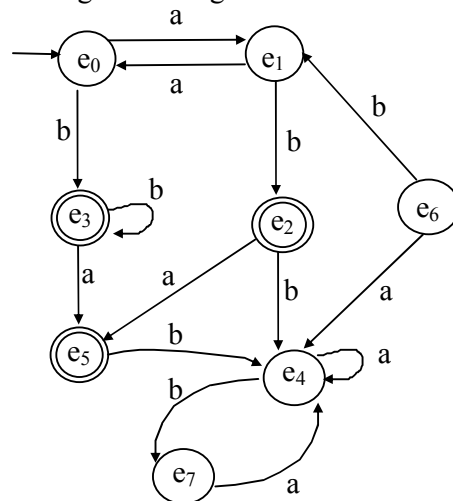
a)  $AFD_1 = \langle \{p, q, r, s, t, u\}, \{a, b\}, p, \delta_1, \{q, r\} \rangle$

$\delta_1$  está definida por la siguiente tabla

$\delta_1$	a	b
P	q	p
Q	r	s
R	q	t
S	t	u
T	s	u
U	q	u

b)  $AFD_2 = \langle \{e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}, \{a, b\}, e_0, \delta_2, \{e_2, e_3, e_5\} \rangle$

$\delta_2$  está definido por el siguiente diagrama de transición de estados



c)  $AFND_3 = \langle \{p, q, r, s\}, \{a, b\}, p, \delta_3, \{s\} \rangle$

$\delta_3$  está definida por la siguiente tabla

$\delta_3$	A	b
p	{q, r, s}	{p, q, r, s}
q	-	{p, q, r, s}
r	-	{p, q, r, s}
s	s	{q, r, s}

d)  $AFND_4 = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \{a, b, c\}, q_0, \delta_4, \{q_2, q_5\} \rangle$

$\delta_4$  se define como

$\delta_4(q_0, a) = \{q_0, q_3\}$	$\delta_4(q_2, c) = \{q_4\}$
$\delta_4(q_0, b) = \{q_2\}$	$\delta_4(q_3, a) = \{q_0\}$
$\delta_4(q_0, c) = \{q_5\}$	$\delta_4(q_3, b) = \{q_5\}$
$\delta_4(q_1, a) = \{q_3\}$	$\delta_4(q_3, c) = \{q_2, q_5\}$
$\delta_4(q_1, b) = \{q_2, q_5\}$	$\delta_4(q_4, c) = \{q_5\}$
$\delta_4(q_1, c) = \{q_2\}$	$\delta_4(q_5, a) = \{q_2\}$
$\delta_4(q_2, a) = \{q_2\}$	$\delta_4(q_5, b) = \{q_4\}$
$\delta_4(q_2, b) = \{q_1, q_4\}$	$\delta_4(q_5, c) = \{q_1, q_4\}$

e) Autómatas construidos en el ejercicio 2.

**EJERCICIOS ADICIONALES**

- Construya el autómata finito determinístico mínimo que reconoce los siguientes lenguajes:

a)  $L_1 = \{ x / x \in \{a, b\}^* \text{ y los dos últimos símbolos de } x \text{ coinciden con el primer símbolo y } x \text{ contiene la subcadena } ba \}$

b)  $L_2 = \{ wax / w \in \{c, d\}^* \text{ y los dos últimos símbolos de } w \text{ son distintos y } x \in \{0, 1\}^* \text{ y } x \text{ termina en } 00 \text{ y } |x| \text{ es par} \}$

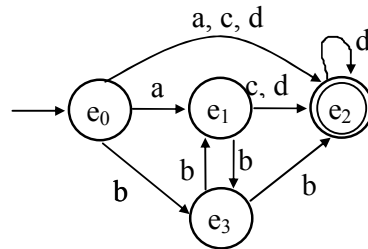
c)  $L_3 = \{ z.u / z \in \{7, 8, 9\}^* \text{ y dos posiciones consecutivas en } z \text{ no contienen el mismo símbolo y } u \in \{d\}^* \text{ y } |u| \bmod 2 = 0 \}$

d)  $L_4 = \{ x.z / x \in \{a, b\}^* \text{ y } x \text{ contiene la subcadena } aaa \text{ y } x \text{ no contiene la subcadena } bb \text{ y } z \in \{0\}^* \text{ y } |z| \bmod 2 = 0 \}$

e)  $L_5 = L_1^*$

- Utilice el algoritmo estudiado para construir el autómata finito determinístico correspondiente al siguiente autómata finito no determinístico:

AFND =  $\langle \{e_0, e_1, e_2, e_3\}, \{a, b, c, d\}, e_0, \delta, \{e_2\} \rangle$



- Minimice los siguientes autómatas finitos mostrando paso a paso el algoritmo estudiado en clase.

a) AFD =  $\langle \{e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}, \{a, b\}, e_0, \delta, \{e_4, e_5\} \rangle$ ,

donde  $\delta$  está definida por la siguiente tabla:

$\delta$	a	b
e0	e1	e2
e1	e5	e3
e2	e1	e2
e3	e1	e4
e4	e1	e2
e5	e2	e1
e6	e2	e5

b) AFD del ejercicio 8.

- Diseñe un autómata finito que modele el siguiente problema:

A la orilla de un río se encuentran 2 niños, 2 niñas, el padre y la madre de los niños, un policía y un ladrón.

- Todo el mundo tiene que cruzar el río utilizando para ello la balsa.

- La balsa sólo tiene capacidad para dos personas.

- Sólo saben manejar la balsa 3 personas: la madre, el padre y el policía. Sin uno de ellos a bordo, la balsa no se mueve.

- El padre no puede permanecer con ninguna de sus hijas sin que esté presente la madre.

- La madre no puede permanecer con ninguno de sus hijos sin que esté presente el padre.

- El ladrón no puede permanecer con ningún miembro de la familia sin la presencia del policía.