

TRABAJO PRACTICO N° 2

LOGICA PROPOSICIONAL

ÁRBOLES DE REFUTACIÓN

1. Sean $A, B, C \in F_m$ Usando árboles de refutación, pruebe las siguientes tautologías.
 - (a) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow (A \wedge B)))$
 - (b) $\models (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$
 - (c) $\models \neg A \wedge \neg B \rightarrow \neg(A \vee B)$
 - (d) $\models \neg A \vee \neg B \rightarrow \neg(A \wedge B)$
 - (e) $\models \neg(\neg A \wedge \neg B) \rightarrow (A \vee B)$
2. Sean $A, B, C \in F_m$. Usando árboles de refutación determine cuáles de las siguientes consecuencias semánticas son válidas.
 - (a) $\{A \vee B\} \models A \rightarrow B$
 - (b) $\{A \wedge \neg A\} \models C \longleftrightarrow C \vee B$
 - (c) $\{(A \rightarrow B, \neg C \rightarrow \neg B)\} \models A \rightarrow C$
 - (d) $\{A \rightarrow B, B \rightarrow A \wedge C\} \models (A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow C$
3. Resuelva el Ejercicio 2 de Consecuencia Semántica del Trabajo Práctico 1 mediante árboles de refutación.

RESOLUCIÓN PROPOSICIONAL

4. Indicar en cuáles de los siguientes ejemplos se ha aplicado correctamente la regla de resolución proposicional y en cuáles no. En este último caso, escribir las resolventes correctas.
 - (a) $p \vee q \vee r \vee s$ es una resolvente de $p \vee q \vee r$ y $p \vee q \vee s$
 - (b) p es una resolvente de $p \vee q$ y $p \vee \neg q$
 - (c) \perp es una resolvente de $p \vee \neg q$ y $\neg p \vee q$
 - (d) $r \vee \neg r$ es una resolvente de $r \vee \neg r$ y $r \vee \neg r$
 - (e) T es una resolvente de $r \vee \neg r$ y $r \vee \neg r$
5. Usando deducción por resolución (pero NO deducción por refutación), determine si las siguientes consecuencias semánticas son válidas o no.
 - (a) $p \rightarrow (q \wedge r), \neg(s \vee t), q \leftrightarrow (s \vee t) \models \neg p$
 - (b) $p \rightarrow q, q \rightarrow r, s \rightarrow k, s \vee p \models r \vee p$
 - (c) $p \vee q \vee r, \neg q \vee s, \neg p \vee s, \neg r \vee s \models s$
 - (d) $a \rightarrow (b \rightarrow x), d \rightarrow (e \rightarrow f), b \rightarrow d \wedge e, \neg(b \wedge f) \models a \rightarrow x$

6. Para demostrar si el razonamiento $\{p \rightarrow q \wedge r, p \vee q \rightarrow s\} \models p \rightarrow s$ es correcto mediante el algoritmo de resolución, determine cuál sería el conjunto de cláusulas que habría que introducir.
- $\{\neg p \vee q, \neg p \vee r, \neg p \vee \neg q \vee s, p, \neg s\}$
 - $\{\neg p \vee q, \neg p \vee r, \neg p \vee s, \neg q \vee s, p, \neg s\}$
 - $\{\neg p \vee q \wedge r, \neg p \wedge \neg q \vee s, \neg p \vee s\}$
 - $\{\neg p \vee q, \neg p \vee r, \neg p \vee r, \neg q \vee s, \neg p \vee s\}$
7. Usando resolución pruebe las tautologías / consecuencias semánticas de los ejercicios 1 y 2 respectivamente.
8. Use el Algoritmo de Davis-Putnam para determinar si cada uno de los siguientes conjuntos de cláusulas es o no es satisfacible. Para cada conjunto que sea satisfacible, dé una valuación que lo satisfaga.
- $\{P \vee \neg R, Q \vee \neg R, Q \vee \neg S, \neg P \vee T, \neg Q \vee \neg T, \neg Q \vee R \vee T, P \vee S \vee \neg T, \neg P \vee Q \vee R, Q \vee R \vee S \vee T\}$
 - $\{R \vee \neg S, \neg P \vee Q \vee \neg S, P \vee \neg R \vee \neg T, \neg Q \vee \neg S, \neg P \vee \neg Q \vee \neg S \vee T, P, S, \neg P \vee Q \vee \neg R \vee \neg T, P \vee \neg R \vee \neg T\}$
 - $\{P \vee \neg R, Q \vee \neg R, \neg P \vee S, \neg P \vee T, \neg Q \vee \neg T, \neg Q \vee R \vee T, P \vee S \vee \neg T, P \vee R \vee \neg S, Q \vee R \vee S \vee T, R \vee \neg S \vee \neg T\}$
 - $\{\neg P \vee R \vee \neg T, \neg P \vee \neg R \vee \neg T, Q, \neg Q \vee \neg R, P, R \vee \neg T, \neg P \vee Q, \neg P \vee Q \vee \neg R \vee \neg S, P \vee \neg S, \neg P \vee \neg R, \neg R \vee \neg T, P \vee \neg R \vee \neg S\}$
9. Usando resolución determine en cada caso si la conclusión se sigue de las premisas:
- Si el Presidente quebrantó las leyes, la gente no estuvo alerta o los ministros fueron cómplices. Si los ministros no fueron cómplices, la gente estuvo alerta. Los ministros fueron cómplices. Por lo tanto, el presidente no quebrantó las leyes.
 - Si Isabel se retrasa, entonces María es puntual. Si María es puntual, entonces llegaremos al cine. Si que Isabel se retrase implica que lleguemos al cine, entonces el cine no empieza puntual. El cine empieza puntual o nos trasladamos en coche. Luego, nos trasladamos en coche.
 - Si Juan toma un taxi, entonces Juan pierde su entrevista si el taxi llega tarde. Juan no vuelve a su casa, si pierde su entrevista y se siente deprimido. Si Juan no consigue el trabajo, entonces él se siente deprimido y no vuelve a su casa.
Por lo tanto, si Juan vuelve a su casa y toma el taxi, entonces no se siente deprimido si el taxi llega tarde.
 - No llueve y sin embargo no hay sol. Si no llueve, hay sol sólo si el partido es el viernes y, o Juan es amigo de Pepe o Pepe no llega tarde. Juan es amigo de Pepe y Pepe llega tarde, o hay sol. No ocurre que el partido sea el viernes habiendo sol, a menos que llueva o Juan sea amigo de Pepe. Por lo tanto, Juan es amigo de Pepe.
 - Si el barco entra en el puerto, habrá una gran fiesta. El barco entra en el puerto sólo si necesita reponer combustible. El barco no necesita combustible a menos que venga de muy lejos. Es imposible que no necesite combustible si la comida ya se les ha terminado. Sabemos que, se les ha terminado la comida o necesita combustible. Por lo tanto habrá una gran fiesta.

10. Aplique resolución unitaria a los siguientes conjuntos de cláusulas de Horn para determinar si son o no satisfacibles.

- (a) $\{R \vee \neg S, \neg P \vee \neg Q \vee \neg S \vee T, \neg P \vee Q \vee \neg S, P, S, P \vee \neg R \vee \neg T, \neg Q \vee \neg S, \neg P \vee Q \vee \neg R \vee \neg T\}$
- (b) $\{\neg P \vee R \vee \neg T, \neg P \vee \neg R \vee \neg T, Q, P, R \vee \neg T, \neg P \vee Q, \neg P \vee Q \vee \neg R \vee \neg S, P \vee \neg R \vee \neg S, P \vee \neg S, \neg Q \vee \neg R, \neg P \vee \neg R, \neg R \vee \neg T\}$
- (c) $\{P \vee \neg T, \neg P \vee R, R, \neg P, \neg T, S, P \vee \neg R \vee \neg S \vee \neg T, Q \vee \neg R \vee \neg S \vee \neg T, \neg Q \vee \neg R \vee T\}$
- (d) $\{P \vee \neg S, \neg R \vee \neg T, \neg P \vee Q \vee \neg R \vee \neg S, \neg P \vee Q \vee \neg S, \neg R \vee T, \neg R \vee S, P \vee \neg Q, \neg Q, \neg P\}$

EJERCICIOS ADICIONALES

1. Sean $A, B, C \in F_m$ Usando árboles de refutación, pruebe las siguientes tautologías.

- (a) $\models (A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- (b) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C))$
- (c) $\models (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
- (d) $\models (A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (\neg C \rightarrow \neg A))$
- (e) $\models (\neg A \rightarrow B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow A)$

2. Usando deducción por resolución (pero NO deducción por refutación), determine si las siguientes consecuencias semánticas son válidas o no.

- (a) $p \rightarrow q, r \vee s, s \rightarrow \neg q, \neg r \models \neg p$
- (b) $p \wedge q \rightarrow r, \neg(p \vee r) \rightarrow s, p \rightarrow q \models \neg s \rightarrow r$
- (c) $r \rightarrow p, \neg q \rightarrow \neg r, s \rightarrow q, p \wedge q \rightarrow t, \neg s \vee p \models r \vee s \rightarrow t$
- (d) $p \rightarrow \neg q, \neg q \rightarrow \neg r \vee \neg s, r \wedge s \rightarrow t, t \rightarrow q \models p \rightarrow \neg r \wedge \neg s$