Tablas Semánticas - Árboles de Refutación

- > Método para determinar satisfacibilidad de fórmulas.
- >Su uso se basa en la estrategia de refutación.
 - √ deducción por refutación

A \models B sí y sólo sí {A, ¬B} es insatisfacible (A = {A₁, A₂, ..., A_n})

≻<u>Tabla semántica</u>:

Secuencia de fórmulas de la lógica de predicados de primer orden construidas de acuerdo a ciertas reglas, usualmente representada gráficamente como un árbol.

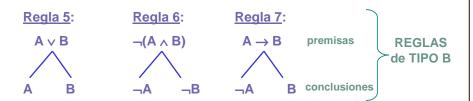


Ciencias de la Computación II - Filminas de Clase – Facultad Cs. Exactas – UNCPBA - 2016

Árboles de Refutación

> Dadas A, B fórmulas de la lógica de predicados de primer orden:

Regla 1:Regla 2:Regla 3:Regla 4: $\neg \neg A$ $A \land B$ $\neg (A \lor B)$ $\neg (A \to B)$ AA $\neg A$ AB $\neg B$ $\neg B$



Árboles de Refutación

> Reglas que involucran cuantificadores (todas son de tipo A):

 Regla 8:
 Regla 10:

 ∀xA(x)
 ∃xA(x)

 A(t)
 A(c)

t es un término cerrado c constante (nueva en el árbol)

Regla 9:Regla 11: $\neg \exists x A(x)$ $\neg \forall x A(x)$ $\forall x \neg A(x)$ $\exists x \neg A(x)$

Ciencias de la Computación II - Filminas de Clase – Facultad Cs. Exactas – UNCPBA - 2016

Árboles de Refutación

- Las reglas de tipo **A** son las que tienen una o dos conclusiones en la misma rama.

Un modelo M satisface a la premisa sí y sólo sí M satisface a **todas** las conclusiones.

- Las reglas de tipo ${\it B}$ son las que tienen dos conclusiones separadas en distintas ramas.

Un modelo M satisface a la premisa sí y solo sí M satisface al menos una de las conclusiones.

Heurística para aplicar reglas:

Aplicar las reglas de tipo A antes que las de tipo B.



Árboles de Refutación

Definiciones:

- Un **árbol de refutación** de una **fórmula F** se obtiene haciendo un número finito de **aplicaciones inmediatas de las reglas**, partiendo del **árbol** cuyo único nodo es **F**.
- Un árbol de refutación de un conjunto finito C de fórmulas es un árbol de refutación de la conjunción de todas las fórmulas de C.
- Una **rama** de un árbol de fórmulas se dice **cerrada** si **contiene** a la vez una **fórmula y su negación**. En **caso contrario**, se dice **abierta**.
- Un árbol se dice cerrado si todas sus ramas son cerradas.



Ciencias de la Computación II - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2016

Árboles de Refutación

- Un **árbol de refutación** se dice **completo** si cada una de sus ramas es **cerrada o saturada**.

(Una rama es saturada si no es cerrada y no se puede expandir aplicando las reglas)

- Toda fórmula F tiene por lo menos un árbol de refutación completo.
- Si F es una **fórmula satisfacible**, entonces **todo árbol de refutación de F** tiene **al menos una rama abierta**.



Árboles de Refutación

Sean H_1 , H_2 , ..., H_n , F, C fórmulas de la lógica de predicados de primer orden:

- Si un conjunto finito $S = \{H_1, H_2, ..., H_n\}$, tiene un árbol de refutación cerrado, entonces S es insatisfacible.
- Si ¬F tiene un árbol de refutación cerrado, entonces F es lógicamente válida.
- Si $\{H_1, H_2, ..., H_n, \neg C\}$ tiene un árbol de refutación cerrado, entonces $H_1, H_2, ..., H_n \models C$



Ciencias de la Computación II - Filminas de Clase – Facultad Cs. Exactas – UNCPBA - 2016

Árboles de Refutación

Método para determinar si una sentencia A es válida:

- 1) Negar la fórmula A
- 2) Obtener un árbol de refutación para ¬A
 - √ Si el árbol de refutación para ¬A
 es cerrado, ¬A es insatisfacible

A es lógicamente válida

★ Si el árbol de refutación para ¬A tiene al menos una rama abierta, ¬A es satisfacible



Método para determinar si un razonamiento H1, H2, ..., Hn | C es válido:

Obtener un árbol de refutación para H1 ∧ H2 ∧ ... ∧ Hn ∧ ¬C

- ✓ Si el árbol de refutación es cerrado,
 H1 ∧ H2 ∧ ... ∧ Hn ∧ ¬C es insatisfacible
- ★ Si el árbol de refutación tiene al menos una rama abierta, H1 ∧ H2 ∧ ... ∧ Hn ∧ ¬C es satisfacible

