TRABAJO PRACTICO Nº 1

LENGUAJES

1) Sean las cadenas x = cd y z = ab definidas sobre el alfabeto {a,b,c,d} . Calcular

a) x^1	c) x^0	e) $x^R z$	g) $x^R z^2$
b) x^2	d) x^R	f) $z^R x^R$	h) $x^2 z^3$

2) Sean $L_1 = \{ a^n b^{2k} /\ n \geq 0 \text{ y } k \geq n \}$ $L_2 = \{ 0^m 1^n /$ m impar y n par, ó m par y n par $\}$

Determine para cada una de las siguientes cadenas si $\in$ o $\notin$ al lenguaje indicado.

a) $a\,b^4$ .... L_1	e) $0^3\ 1^3$.........L_2	i) 1^4…….............. L_2
b) a b ....L_1	f) $0^4\ 1^8$..........L_2^R	j) $0^3\ 1^6\ a^3\ b^8$ ……$L_1 \bullet L_2$
c) ε ....L_1	g) $0^3\ 1^2.0^2\ 1^4\ 0^1\ 1^2$........$L_2^*$	k) $a^6\ b^8\ 0^4$…….... $L_1 \bullet L_2$
d) a^5 …….......L_1	h) 0^9 .... L_2	l) $1\ a\ b^4$.............. $L_2 \bullet L_1$

3) Para cada uno de los siguientes lenguajes, dé la cadena de menor longitud y otras 2 cadenas de distinta longitud:

a) $L_1 = \{ x / x \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}^*$ y x es un número par}

b) $L_2 = \{ a^n b^m d^{n+m} / n, m \geq 0\}$

c) $L_3 = \{ x / x \in \{a, b, c, d\}^*$ y x contiene la subcadena ab y x no contiene la subcadena bc}

d) $L_4 = \{ x0^{2k+1} / x \in \{a, b, c\}^*$ y la longitud de x es múltiplo de 4 y x termina en bb y $k \geq 0\}$

e) $L_5 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^*$ y x contiene al menos 2 b y x contiene la subcadena bc}

4) Sean A y B alfabetos, A = {a, b} y B = { a, b, c}, y L_1, L_2 y L_3 lenguajes

$L_1 = \{ a^i b^j / i \geq 1, j \geq 1 \}$ $L_2 = \{ b^i c^j / i \geq j \geq 1 \}$ $L_3 = \{ a^i b^j c^i / i \geq 1, j \geq 1 \}$

Determine si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa.

a) L_1 es un lenguaje sobre A.	e) L_3 es un lenguaje sobre $A \cap B$.
b) L_2 es un lenguaje sobre $A \cup B$.	f) L_1 es un lenguaje sobre A - B.
c) L_2 es un lenguaje sobre $A \cap B$.	g) $L_1 \cup L_2$ es un lenguaje sobre A.
d) L_3 es un lenguaje sobre $A \cup B$.	h) $L_1 \cup L_2$ es un lenguaje sobre $A \cap B$.

5) En cada caso dé, si es posible, un lenguaje L (que sea no vacío) que satisfaga la condición correspondiente:

a) $L \subset$ {ab, aabb, aaabbb} para L infinito

b) $L \subset \{a^n b^n c^k / k, n > 0\}$ para L infinito.

c) $L \subset \{a^n b^k / n > 0 \text{ y } k > n\}$ para L infinito.

d) $\{a^k b^{2n} c^n / n, k > 0 \} \subset L$, para L lenguaje finito

e) $\{a^k b^{2n} c^n / n, k > 0 \} \subset L$, para L lenguaje infinito

f) $L \subset \{a^n b^n c^k / k > 0 \text{ y } n > k\}$, para L lenguaje finito

g) $L \subset \{a^n b^n c^k / k > 0 \text{ y } n > k\}$, para L lenguaje infinito

6) Sean $L_1 = \{\varepsilon\}$, $L_2 = \{b, aa, ab, bb\}$, $L_3 = \{\varepsilon, a, b, aa, bb\}$ y $L_4 = \emptyset$, definidos sobre $A = \{a, b\}$. Obtener a) $L_1 \cup L_2$, b) $L_1 \cup L_3$, c) $L_1 \cup L_4$, d) $L_1 \cap L_2$, e) $L_2 \cap L_3$, f) $L_3 \cap L_4$, g) $L_1 \cap L_4$

7) Dados los siguientes lenguajes, definidos sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$
$L_1 = \{a^{2n} b^j c^n / n, j \geq 0\}$ $L_2 = \{a^{2k} c^i / i > 0 \text{ y } k \geq 0\}$ $L_3 = \{\varepsilon, aa, c\}$
a) Calcule el lenguaje resultante de las siguientes operaciones:
i) $L_3^2 - L_2$ ii) $L_2^R \cap L_3$ iii) $L_2 \cup L_3$ iv) $L_3^R . L_3$

8) Dados los siguientes lenguajes, definidos sobre el alfabeto $A = \{a, b, c, d, e, g\}$
$L_1 = \{\varepsilon, ab, a\}$ $L_2 = \{\varepsilon, d, c\}$ $L_3 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^* \text{ y } x \text{ termina en ab}\}$
$L_4 = \{ a^{j+1} b^p d^{2n} e^k g^s / p, k, s \geq 0 \text{ y } n > s \text{ y } j > p\}$
Calcule el lenguaje resultante de las siguientes operaciones:
a) $L_1^2 - L_3$ b) $L_1 . L_2^*$ c) L_4^R d) $L_1^2 \cap L_3$ e) $L_1 \cup L_2^2$

9) Determine si las siguientes igualdades sobre lenguajes definidos sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$ son verdaderas o falsas, justificando en cada caso. Para las falsas, dé un contraejemplo.

a) $\{ a^{2i} b^i / i \geq 0 \} = (\{a\}.\{a\})^* . \{b\}^*$
b) $\{ a^{2i} b^n / i, n \geq 0 \} = (\{a\}.\{a\})^* . \{b\}^*$
c) $\{w / w \in \{a, b, c\}^* \text{ y w termina con a } \} = (\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\})^*$
d) $\{w / w \in \{a, b\}^* \text{ y w tiene al menos dos a}\} = (\{a\} \cup \{b\})^* . \{a\} . \{a\} . (\{a\} \cup \{b\})^*$
e) $\{w / w \in \{a, b, c\}^* \text{ y w no comienza con a } \} = (\{\varepsilon\} \cup \{b\} \cup \{c\}) . (\{a\} \cup \{b\} \cup \{c\})^*$

10) Sean L_1 y L_2 los siguientes lenguajes: $L_1 = \{ a \}$ $L_2 = \{ b \}$
Determine los conjuntos de cadenas que pertenecen a los siguientes lenguajes:
a) L_1^*
b) $(L_1 \bullet L_2)^*$
c) $(L_1 \cap L_2)^*$
d) $L_1^* \bullet L_2^*$
e) $(L_1 \cup L_2)^*$

11) Describa si es posible, mediante un único conjunto las siguientes operaciones:

a) $\{ a^k d^k g^i h^s / k, s \geq 0 \text{ y } i \geq s\} \cup \{ a^k d^k g^i h^s / k, s \geq 0 \text{ y } i > s\}$
b) $\{ a^k d^k g^i h^s / k, s \geq 0 \text{ y } i \geq s\} \cap \{ a^k d^k g^i h^s / k, s \geq 0 \text{ y } i > s\}$
c) $\{ a^n b^{2k} / n, k \geq 0\} \cap \{a^{2n+1} b^k / n, k \geq 0\}$
d) $\{ a^n b^{2k} / n, k \geq 0\} \cup \{a^{2n+1} b^k / n, k \geq 0\}$
e) $\{ a^n b^{2k} / n, k \geq 0\} - \{a^{2n+1} b^k / n, k \geq 0\}$

12) Sean L_1, L_2 lenguajes arbitrarios sobre un alfabeto A. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas ? Para las que sean falsas, dé un contraejemplo.

a) $L_1 . L_2 = L_2 . L_1$
b) $\emptyset^* . L_1 = \{\varepsilon\}. L_1 = L_1$
c) $(L_1 \bullet L_2)^* = L_1^* \bullet L_2^*$
d) $\emptyset . L_1 = L_1. \emptyset = L_1$
e) $L_1 . \emptyset = \{\varepsilon\}$
f) $L_1 . \{\varepsilon\} = \emptyset$