Análisis I - Final (marzo 2013) (2^o llamado)

1. a) Definir el valor de la función $g(x)$ de tal forma que la función $f(x)$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} g(x) sen \frac{1}{x} & si\ x \neq 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$$

sea derivable en el punto $x = 0$. Justificar

b) Demostrar que si una sucesión es convergente en el campo de los números reales entonces es acotada. Mediante un ejemplo mostrar que la recíproca no es válida,es decir si la sucesión es acotada no necesariamente es convergente. (1.50 puntos)

2. Probar por definición que $\lim_{x\to 0} \frac{x^2-2}{x+1} = -2$ (1.50)

3. Hallar dominio, máximos y mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, asíntotas, puntos de inflexión, puntos de concavidad y convexidad para la función: $f(x) = \frac{x-2}{x^2-1}$ (2 puntos)

4. a) Demostrar el teorema fundamental del cálculo diferencial e integral:

Si f es una función integrable en $[a, b]$, si $F : [a, b] \to R$ definida por $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ y si f es continua en $[a, b]$ entonces vale lo siguiente: $F'(x_o) = f(x_o)$.(1.50 puntos).

b) Resolver $\int \frac{x^5}{(1+x^2)^4} dx$ (1.50 puntos)

5. Demostar que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ es convergente y que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ es divergente. (1 punto)

Análisis I - Final (marzo 2013) (2^o llamado)

1. a) Definir el valor de la función $g(x)$ de tal forma que la función $f(x)$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} g(x) sen \frac{1}{x} & si\ x \neq 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$$

sea derivable en el punto $x = 0$. Justificar

b) Demostrar que si una sucesión es convergente en el campo de los números reales entonces es acotada. Mediante un ejemplo mostrar que la recíproca no es válida,es decir si la sucesión es acotada no necesariamente es convergente. (1.50 puntos)

2. Probar por definición que $\lim_{x\to 0} \frac{x^2-2}{x+1} = -2$ (1.50)

3. Hallar dominio, máximos y mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, asíntotas, puntos de inflexión, puntos de concavidad y convexidad para la función: $f(x) = \frac{x-2}{x^2-1}$ (2 puntos)

4. a) Demostrar el teorema fundamental del cálculo diferencial e integral:

Si f es una función integrable en $[a, b]$, si $F : [a, b] \to R$ definida por $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ y si f es continua en $[a, b]$ entonces vale lo siguiente: $F'(x_o) = f(x_o)$.(1.50 puntos).

b) Resolver $\int \frac{x^5}{(1+x^2)^4} dx$ (1.50 puntos)

5. Demostar que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ es convergente y que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ es divergente. (1 punto)

Análisis I - Final (marzo 2013) (2^o llamado)

1. a) Definir el valor de la función $g(x)$ de tal forma que la función $f(x)$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} g(x) sen \frac{1}{x} & si\ x \neq 0 \\ 0 & si\ x = 0 \end{cases}$$

sea derivable en el punto $x = 0$. Justificar

b) Demostrar que si una sucesión es convergente en el campo de los números reales entonces es acotada. Mediante un ejemplo mostrar que la recíproca no es válida,es decir si la sucesión es acotada no necesariamente es convergente. (1.50 puntos)

2. Probar por definición que $\lim_{x\to 0} \frac{x^2-2}{x+1} = -2$ (1.50)

3. Hallar dominio, máximos y mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento, asíntotas, puntos de inflexión, puntos de concavidad y convexidad para la función: $f(x) = \frac{x-2}{x^2-1}$ (2 puntos)

4. a) Demostrar el teorema fundamental del cálculo diferencial e integral:

Si f es una función integrable en $[a, b]$, si $F : [a, b] \to R$ definida por $F(x) = \int_a^x f(t)dt$ y si f es continua en $[a, b]$ entonces vale lo siguiente: $F'(x_o) = f(x_o)$.(1.50 puntos).

b) Resolver $\int \frac{x^5}{(1+x^2)^4} dx$ (1.50 puntos)

5. Demostar que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ es convergente y que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ es divergente. (1 punto)