

Tablas Semánticas - Árboles de Refutación

➤ Método para determinar satisfacibilidad de fórmulas.

➤ Su uso se basa en la estrategia de refutación.

✓ deducción por refutación

$\models B$ sí y sólo sí $\neg B$ es contradicción

$A \models B$ sí y sólo sí $\{A, \neg B\}$ es insatisfacible ($A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$)

➤ Tabla semántica:

Secuencia de fórmulas de la lógica de predicados de primer orden construidas de acuerdo a ciertas reglas, usualmente representada gráficamente como un árbol.

Ciencias de la Computación II - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2016



Árboles de Refutación

➤ Dadas A, B fórmulas de la lógica de predicados de primer orden:

Regla 1:

$\neg \neg A$
A

Regla 2:

$A \wedge B$
A
B

Regla 3:

$\neg(A \vee B)$
 $\neg A$
 $\neg B$

Regla 4:

$\neg(A \rightarrow B)$
A
 $\neg B$

REGLAS
de TIPO A

Regla 5:

$A \vee B$
A B

Regla 6:

$\neg(A \wedge B)$
 $\neg A$ $\neg B$

Regla 7:

$A \rightarrow B$
 $\neg A$ B

premisas

conclusiones

REGLAS
de TIPO B

Ciencias de la Computación II - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2016



Árboles de Refutación

➤ Reglas que involucran cuantificadores (todas son de **tipo A**):

Regla 8:

$\forall x A(x)$

$A(t)$

t es un término cerrado

Regla 10:

$\exists x A(x)$

$A(c)$

c constante (nueva en el árbol)

Regla 9:

$\neg \exists x A(x)$

$\forall x \neg A(x)$

Regla 11:

$\neg \forall x A(x)$

$\exists x \neg A(x)$

Ciencias de la Computación II - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2016



Árboles de Refutación

- Las reglas de tipo **A** son las que tienen una o dos conclusiones en la misma rama.

Un modelo M satisface a la premisa sí y sólo sí M satisface a **todas** las conclusiones.

- Las reglas de tipo **B** son las que tienen dos conclusiones separadas en distintas ramas.

Un modelo M satisface a la premisa sí y solo sí M satisface **al menos una** de las conclusiones.

Heurística para aplicar reglas:

Aplicar las reglas de tipo A antes que las de tipo B.

Ciencias de la Computación II - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2016



Árboles de Refutación

Definiciones:

- Un **árbol de refutación** de una **fórmula F** se obtiene haciendo un número finito de **aplicaciones inmediatas de las reglas**, partiendo del **árbol** cuyo único nodo es **F**.
- Un **árbol de refutación** de un **conjunto finito C de fórmulas** es un **árbol de refutación** de la **conjunción** de todas las **fórmulas de C**.
- Una **rama** de un árbol de fórmulas se dice **cerrada** si **contiene** a la vez una **fórmula y su negación**.
En **caso contrario**, se dice **abierta**.
- Un **árbol** se dice **cerrado** si **todas** sus **ramas** son **cerradas**.

Ciencias de la Computación II - Filminas de Clase – Facultad Cs. Exactas – UNCPBA - 2016



Árboles de Refutación

- Un **árbol de refutación** se dice **completo** si cada una de sus ramas es **cerrada o saturada**.

(Una rama es saturada si no es cerrada y no se puede expandir aplicando las reglas)

- **Toda fórmula F** tiene por lo menos un **árbol de refutación completo**.
- Si **F** es una **fórmula satisfacible**, entonces **todo árbol de refutación de F** tiene **al menos una rama abierta**.

Ciencias de la Computación II - Filminas de Clase – Facultad Cs. Exactas – UNCPBA - 2016



Árboles de Refutación

Sean $H_1, H_2, \dots, H_n, F, C$ fórmulas de la lógica de predicados de primer orden:

- Si un conjunto finito $S = \{H_1, H_2, \dots, H_n\}$, tiene un árbol de refutación cerrado, entonces S es insatisfacible.
- Si $\neg F$ tiene un árbol de refutación cerrado, entonces F es lógicamente válida.
- Si $\{H_1, H_2, \dots, H_n, \neg C\}$ tiene un árbol de refutación cerrado, entonces $H_1, H_2, \dots, H_n \models C$

Ciencias de la Computación II - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2016



Árboles de Refutación

Método para determinar si una sentencia A es válida:

1) Negar la fórmula A

2) Obtener un árbol de refutación para $\neg A$

- ✓ Si el árbol de refutación para $\neg A$ es cerrado, $\neg A$ es insatisfacible $\Rightarrow A$ es lógicamente válida
- ✗ Si el árbol de refutación para $\neg A$ tiene al menos una rama abierta, $\neg A$ es satisfacible $\Rightarrow A$ NO es lógicamente válida

Método para determinar si un razonamiento $H_1, H_2, \dots, H_n \models C$ es válido:

Obtener un árbol de refutación para $H_1 \wedge H_2 \wedge \dots \wedge H_n \wedge \neg C$

- ✓ Si el árbol de refutación es cerrado, $H_1 \wedge H_2 \wedge \dots \wedge H_n \wedge \neg C$ es insatisfacible $\Rightarrow H_1, H_2, \dots, H_n \models C$ es válido
- ✗ Si el árbol de refutación tiene al menos una rama abierta, $H_1 \wedge H_2 \wedge \dots \wedge H_n \wedge \neg C$ es satisfacible $\Rightarrow H_1, H_2, \dots, H_n \models C$ no es válido

Ciencias de la Computación II - Filminas de Clase - Facultad Cs. Exactas - UNCPBA - 2016

