1) a) Para cada uno de los siguientes lenguajes, diseñe el **autómata** más restrictivo que lo reconozca; b) Si alguno de los lenguajes dados es estrictamente libre del contexto, dé la **gramática** correspondiente; c) Si alguno de los lenguajes dados es estrictamente sensible al contexto, dé la **gramática** correspondiente.

$$L_1 = \{ a^s b^{j+1} d^k e^{n+1} h^{2n} / k, s, n \ge 0 \ y \ j \ge k+s \} \quad \text{sobre el alfabeto } A = \{ a, b, d, e, h \}$$

$$L_2 = \{ x / x \in \{ a, b, c \}^* \ y \ x \ contiene \ cantidad \ par \ de \ c \ y \ x \ no \ empieza \ con \ ba \}$$

$$L_3 = \{ a^{2n} b^{p+1} d^k e^n / n, p \ge 0 \ y \ k > n \} \quad definido \ sobre \ el \ alfabeto \ A = \{ a, b, d, e \}$$

2) Dados los siguientes lenguajes, definidos sobre el alfabeto A = {a, b, c }

$$L_1 = \{ x \mid x \in \{a, b\}^* \ y \ x \text{ contiene al menos una b y x contiene cantidad impar de a} \}$$

 $L_2 = \{ \epsilon, ab, aa \}$

$$L_3 = \{ b^{2n+1} a^p / n, p \ge 0 \}$$

Calcule el lenguaje resultante de las siguientes operaciones

i)
$$L_2^2 \cup L_1$$

iii)
$$L_3^R \cap L_1$$

NOTA: i) Si tiene que diseñar Máquinas de Turing, éstas deberán ser determinísticas y deberá explicar su funcionamiento. ii) Autómatas y gramáticas deben definirse formalmente. iii) Todas las hojas que se entreguen deben tener nombre y apellido y deben estar numeradas. En la primera hoja, indicar tema y cantidad de hojas entregadas.

PARCIAL CS. de la COMPUTACION I

TEMA 2

08/11/12

1) a) Para cada uno de los siguientes lenguajes, diseñe el **autómata** más restrictivo que lo reconozca; b) Si alguno de los lenguajes dados es estrictamente libre del contexto, dé la **gramática** correspondiente; c) Si alguno de los lenguajes dados es estrictamente sensible al contexto, dé la **gramática** correspondiente.

$$L_1 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^* \ y \ x \ no \ empieza \ con \ cb \ y \ x \ contiene \ cantidad \ par \ de \ a \}$$

$$L_2 = \{ b^{2n} e^{p+1} a^k d^n / n, p \ge 0 \text{ y } k > n \}$$
 definido sobre el alfabeto $A = \{ a, b, d, e \}$

$$L_3 = \{ \ b^s \ a^{j+1} \ d^k \ h^{n+1} \ e^{2n} \ / \ k, \ s, \ n \geq 0 \ \ y \ \ j \geq k+s \ \} \qquad \text{sobre el alfabeto} \ A = \{ \ a, \ b, \ d, \ e, \ h \ \}$$

2) Dados los siguientes lenguajes, definidos sobre el alfabeto A = {a, b, c }

 $L_1 = \{ x / x \in \{b, c\}^* \ y \ x \text{ contiene al menos una } c \ y \ x \text{ contiene cantidad impar de } b \}$

$$L_2 = \{\epsilon, bc, bb\}$$

$$L_3 = \{ c^{2n+1} b^p / n, p \ge 0 \}$$

Calcule el lenguaje resultante de las siguientes operaciones

ii)
$$L_1 \cap L_3^R$$

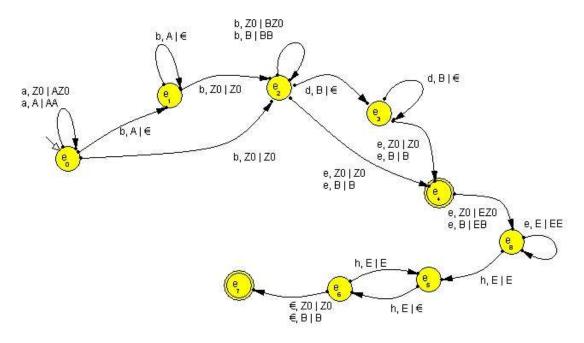
iii)
$$L_1 \cup L_2^2$$

NOTA: i) Si tiene que diseñar Máquinas de Turing, éstas deberán ser determinísticas y deberá explicar su funcionamiento. ii) Autómatas y gramáticas deben definirse formalmente. iii) Todas las hojas que se entreguen deben tener nombre y apellido y deben estar numeradas. En la primera hoja, indicar tema y cantidad de hojas entregadas.

Tema 1

 $L_1 = \{ \ a^s \ b^{j+1} \ d^k \ e^{n+1} \ h^{2n} \ / \ k, \ s, \ n \geq 0 \ \ y \ \ j \geq k+s \, \} \qquad \text{sobre el alfabeto A} = \{ \ a, \ b, \ d, \ e, \ h \ \}$

 $\mathsf{APD} = <\{e_0,\,e_1,\,e_2,\,e_3,\,e_4,\,e_5,\,e_6,\,e_7,\,e_8\},\,\{a,\,b,\,d,\,e,\,h\},\,\{Z_0,A,\,B,\,E\},\,e_0,\,\delta,\,Z_0,\,\{e_4,\,e_7\,\}>$



 $L_1 = \{ \ a^s \ b^{j+1} \ d^k \ e^{n+1} \ h^{2n} \ / \ k, \ s, \ n \geq 0 \ \ y \ \ j \geq k+s \, \} \qquad \text{sobre el alfabeto A} = \{ \ a, \ b, \ d, \ e, \ h \ \}$

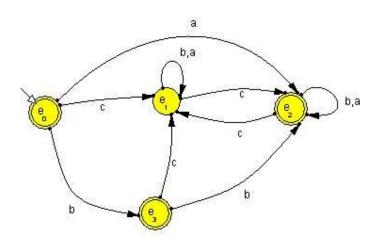
$$\frac{\underline{a^s} \ b^s}{A} \frac{\underline{b^{p+1}}}{B} \ \frac{\underline{b^k} \ d^k}{D} \ \frac{\underline{e^{n+1}} \ h^{2n}}{E} \qquad \qquad p \geq 0$$

 $S \rightarrow BDE$ $B \rightarrow bB$ $E \rightarrow eEhh$

 $S \rightarrow BE$ $B \rightarrow b$ $E \rightarrow e$

 $G = \{A, B, D, E\}, \{a, b, d, e, h\}, P, S >$

 $L_2 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^* \ y \ x \ contiene \ cantidad \ par \ de \ c \ y \ x \ no \ empieza \ con \ ba \}$



 $L_3 = \{ a^{2n} b^{p+1} d^k e^n / n, p \ge 0 \text{ y k} > n \}$ definido sobre el alfabeto $A = \{ a, b, d, e \}$

$$\underbrace{\frac{a^{2n}}{B} \frac{b^{p+1}}{C} \frac{d^{s}}{C} \frac{d^{n}}{d^{s}}}_{A} e^{n} \qquad \qquad s > 0$$

$$S \rightarrow A$$

 $A \rightarrow aaADE$

 $A \rightarrow BC$

 $B \rightarrow bB$

 $B \rightarrow b$

 $C \rightarrow dC$

 $C \rightarrow d$

 $ED \rightarrow DE$

 $dD \rightarrow dd$

 $dE \rightarrow de$

eE →ee

$$G = \{A, B, C, D, E\}, \{a, b, d, e\}, P, S > A$$

En esta solución falta el autómata asociado al lenguaje sensible al contexto (L₃)

2) Dados los siguientes lenguajes, definidos sobre el alfabeto A = {a, b, c } $L_1 = \left\{ \begin{array}{l} x \, / \, x \in \left\{a, \, b\right\}^* \, y \, \, x \, \text{contiene al menos una b } y \, x \, \text{contiene cantidad impar de a} \right. \\ L_2 = \left\{\epsilon, \, ab, \, aa\right\} \\ L_3 = \left\{ \begin{array}{l} b^{2n+1} \, a^p \, / \, n, \, p \geq 0 \, \right\} \end{array} \right.$

Calcule el lenguaje resultante de las siguientes operaciones

i)
$$L_2^2 \cup L_1$$

ii)
$$L_2 - L_1$$

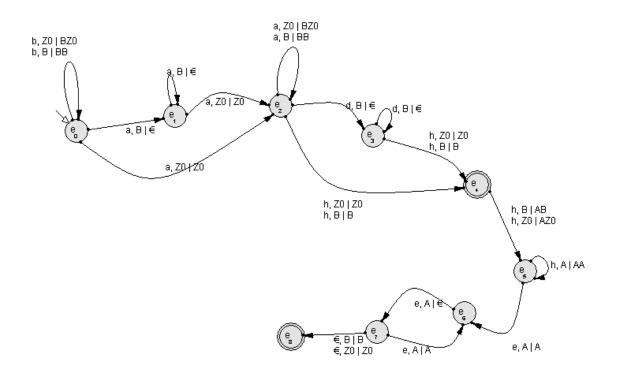
iii)
$$L_3^R \cap L_1$$

i)L $_2^2 = \{\epsilon, \text{ ab, aa, abab, abaa, aaab, aaaa}\}$ L $_2^2 \cup L_1 = \{\epsilon, \text{ aa, abab, aaaa}\} \cup \{\text{ x / x} \in \{\text{a, b}\}^* \text{ y x contiene al menos una b y x contiene cantidad impar de a}\}$

$$\begin{split} ⅈ)L_2-L_1=\{\epsilon,\,aa\}\\ &iii)\;L_3^R=\{\,a^p\,b^{2n+1}\,/\,n,\,p\geq 0\,\,\}\\ &L_3^R\cap L_1=\{\,a^{2s+1}\,b^{2n+1}\,/\,n,\,s\geq 0\,\,\} \end{split}$$

Tema 2

 $L_3 = \{ \ b^s \ a^{j+1} \ d^k \ h^{n+1} \ e^{2n} \ / \ k, \ s, \ n \geq 0 \ \ y \ \ j \geq k+s \ \} \qquad \text{sobre el alfabeto A} = \{ \ a, \ b, \ d, \ e, \ h \ \} \\ APD = <\{ e_0, \ e_1, \ e_2, \ e_3, \ e_4, \ e_5, \ e_6, \ e_7, \ e_8 \ \}, \ \{ a, \ b, \ d, \ e, \ h \}, \ \{ Z_0, A, B \}, \ e_0, \ \delta, \ Z_0, \ \{ e_4, \ e_8 \ \} > \} \}$



 $L_3 = \{ \ b^s \ a^{j+1} \ d^k \ h^{n+1} \ e^{2n} \ / \ k, \ s, \ n \ge 0 \ \ y \ \ j \ge k+s \ \} \qquad \text{sobre el alfabeto} \ A = \{ \ a, \ b, \ d, \ e, \ h \ \}$

 $S \rightarrow MDAC$ $A \rightarrow aAd$

 $S \rightarrow DAC$ $A \rightarrow ad$

 $S \rightarrow DC$ $C \rightarrow hDee$

 $S \rightarrow MDC$ $C \rightarrow h$

 $M \rightarrow bMa$

 $M \rightarrow ba$

 $D\rightarrow aD$

 $D{
ightarrow}a$

 $L_2 = \{ b^{2n} e^{p+1} a^k d^n / n, p \ge 0 \text{ y } k > n \}$ definido sobre el alfabeto $A = \{ a, b, d, e \}$

$$\begin{array}{c|c} b^{2n} & \underline{e}^{p+1} \, \underline{a}^m \, \underline{a}^n \, \underline{d}^n \\ \underline{ & E & M \, \underline{ } & \underline{ } \\ R & & \\ \end{array} \qquad \qquad m > 0$$

 $S \rightarrow R$

 $R \rightarrow bbRAD$

 $R \rightarrow EM$

 $E \rightarrow eE$

 $E \rightarrow e$

 $M \rightarrow aM$

 $M \rightarrow a$

 $DA \rightarrow AD$

 $aA \rightarrow aa$

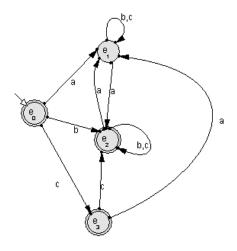
 $aD \rightarrow ad$

 $dD \rightarrow dd$

$$G = \{R, E, A, M, D\}, \{a, b, d, e\}, P, S >$$

En esta solución falta el autómata asociado al lenguaje sensible al contexto (L₂)

 $L_1 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^* \ y \ x \ no \ empieza \ con \ cb \ y \ x \ contiene \ cantidad \ par \ de \ a \}$



AFD = $\{e_0, e_1, e_2, e_3\}, \{a, b, c\}, e_0, \delta, \{e_0, e_2, e_3\} >$

2) Dados los siguientes lenguajes, definidos sobre el alfabeto A = {a, b, c }

 $L_1 = \{ x / x \in \{b, c\}^* \}$ x contiene al menos una c y x contiene cantidad impar de b

$$\begin{split} L_2 &= \{\epsilon,\, bc,\, bb\} \\ L_3 &= \{\, c^{2n+1} \,\, b^p \, / \, n,\, p \geq 0 \,\, \} \end{split}$$

Calcule el lenguaje resultante de las siguientes operaciones

i)
$$L_2 - L_1 = \{\epsilon, bb\}$$

ii)
$$L_1 \cap L_3^R = \{b^{2p+1}c^{2n+1} / n, p \ge 0\}$$

 $\begin{array}{ll} \text{i)} & L_2-L_1=\{\epsilon,\,bb\}\\ \text{ii)} & L_1\cap L_3^R{}_{=}\!\{\;b^{2p+1}c^{2n+1}\,/\,n,\,p\!\!\geq\!\!0\}\\ \text{iii)} & L_1\cup L_2^2=& L_1\cup\{\epsilon,\,bb,\,bcbc,\,bbbb\} \end{array}$