ESPECIFICACIÓN ALGEBRAICA DE TIPOS DE DATOS ABSTRACTOS:

EL LENGUAJE NEREUS

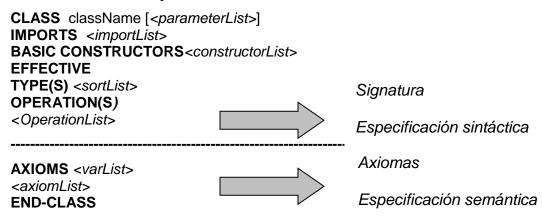
Se describen a continuación las construcciones del lenguaje algebraico *Nereus* utilizado en el curso para especificar tipos de datos abstractos.

1. ESPECIFICACIONES BÁSICAS

La especificación de un TDA se encapsula dentro de una clase en *Nereus*. A continuación se muestra en la sintaxis de una especificación básica en *Nereus*.

CLASS className [<parameterList>]
IMPORTS
<importList>
BASIC CONSTRUCTORS
<constructorList>
EFFECTIVE
TYPE (S)
<typeList>
OPERATION(S)
<operationList>
AXIOMS <varList>
<axiomList>
END-CLASS

Podemos distinguir en una clase una especificación sintáctica, dada por la signatura del tipo y una especificación semántica dada por la cláusula AXIOMS.



El encabezamiento de la clase declara el nombre de la clase y una lista de parámetros <parameterList>. Cada clase puede tener cualquier cantidad de parámetros, dándose el caso particular de las clases no parametrizadas, cuando esa cantidad es igual a cero. Nereus provee la posibilidad de restringir cada uno de estos parámetros a un determinado tipo. La lista de parámetros parameterList está compuesta por pares de la forma C1:C2 separados por comas, donde C1 es un parámetro formal genérico restringido por una clase existente C2. En particular, C1:ANY expresa una parametrización sin restricción de tipos. Este tipo de parametrización sin restricción puede abreviarse simplemente como C1. En las secciones 2 y 3 se ampliará la descripción de clases parametrizadas.

La cláusula IMPORTS lista a las especificaciones importadas, es decir expresa relaciones cliente ("usa-a"). La especificación de la nueva clase está basada en las especificaciones importadas declaradas en <importList>.

La cláusula BASIC CONSTRUCTORS lista las operaciones constructoras básicas.

La cláusula **EFFECTIVE** declara nuevos tipos y operaciones definidos en forma completa. Se ampliará la descripción de esta cláusula en la sección 2.

Una declaración de tipos tiene la forma **TYPES** s₁,s₂,...s_n o **TYPE** s, si se declara un único tipo.

En la cláusula **OPERATION** (**S**) se declaran las funcionalidades de las operaciones con la sintaxis **OPERATIONS** op₁;op₂;...op_n;. Si se declara una única operación la sintaxis es **OPERATION** op₁;.

Es posible definir operaciones en forma parcial. El dominio de definición de una función parcial puede hacerse explícito mediante el uso de aserciones, que deben suceder a la funcionalidad de la operación tras la palabra clave "**pre:**".

Se muestra a continuación la signatura de la clase Boolean:

```
CLASS Boolean
BASIC CONSTRUCTORS True, False
EFFECTIVE
TYPE
Boolean
OPERATIONS
True: -> Boolean;
False: -> Boolean;
not_: Boolean -> Boolean;
_and_: Boolean * Boolean -> Boolean;
_or_: Boolean * Boolean -> Boolean;
_xor_: Boolean * Boolean -> Boolean;
_signary =>_: Boolean * Boolean -> Boolean;
_ind_: Boolean * Boolean -> Boolean;
_signary =>_: Boolean * Boolean -> Boolean;
_ind_: Boolean * Boolean * Boolean * Boolean * Boolean -> Boolean;
_ind_: Boolean * Bool
```

Para facilitar el uso de formas condicionales la CLASS *Boolean* provee a la operación *if_then_else_endif* y las ecuaciones asociadas son:

```
if_then_else_ endif (true, x, y) = x
if_then_else_ endif (false, x, y) = y
```

Tras la palabra clave **AXIOMS** se declaran pares de la forma v1:C1 donde v1 es una variable universalmente cuantificada de tipo C1. Los axiomas incluidos a continuación de esta declaración expresan las propiedades requeridas por la especificación a partir de expresiones en lógica de primer orden construidas sobre términos y fórmulas. La lista de axiomas no puede ser vacía. Si no hubiera axiomas, porque las operaciones son totalmente diferidas, o porque no son necesarios, simplemente se omitirá la cláusula **AXIOMS** por completo.

Un término es una variable *tipada*, una constante o una aplicación de una operación en la que los argumentos satisfacen los tipos del dominio y el rango de la operación.

Las fórmulas son atómicas o compuestas. Una fórmula atómica es una ecuación entre dos términos del mismo tipo, separados por "=".

Las ecuaciones de la forma *término=True* pueden ser abreviadas escribiendo simplemente el término. Por ejemplo, *vaciaLista* (*inicLista*())=True puede escribirse como *vaciaLista*(*inicLista*()).

Una fórmula compuesta (o predicado) puede ser construida a partir de los conectivos lógicos not, and, or, \Rightarrow y \Leftrightarrow .

Se muestran a continuación algunos axiomas de la clase *Boolean*:

```
AXIOMS x,y,z: Bolean;

not True = False;

not False = True;

False and x = False;

x and False = False;

True and x = x;

...

if_then_else_ endif (true, x, y) = x;

if_then_else_ endif (false, x, y) = y;

END-CLASS
```

Todas las cláusulas son opcionales y no existe un orden entre ellas. La clase *Boolean* está implícitamente importada por todas las especificaciones y no es necesario incluirla en una cláusula **IMPORTS.**

Se presentan a continuación ejemplos de especificaciones básicas *Nereus*.

Ejemplo 1: La clase Pila

```
CLASS Pila [elem: ANY]
BASIC CONSTRUCTORS inicPila, agregarPila
EFFECTIVE
TYPE Pila
OPERATIONS
inicPila: -> Pila;
agregarPila: Pila * elem -> Pila;
vaciaPila: Pila -> Boolean;
tope: Pila(p) -> elem
       pre: not vaciaPila(p);
eliminarPila: Pila (p) -> Pila
       pre: not vaciaPila(p);
AXIOMS p: Pila; e:elem;
tope(agregarPila(p,e))= e;
vaciaPila(inicPila()) = True;
vaciaPila (agregarPila(p,e)) = False;
eliminarPila(agregarPila(p,e))=p;
END-CLASS
```

Ejemplo 2: La clase Fila

```
CLASS Fila [Elemento]
       BASIC CONSTRUCTORS inicFila, agregarFila
       EFFECTIVE
       TYPE Fila
       OPERATIONS
        inicFila: -> Fila;
        agregarFila: Fila * Elemento -> Fila;
        vaciaFila: Fila -> Boolean;
        recuperarFila: Fila(f) -> Elemento
               pre: not vaciaFila (f);
        eliminarFila: Fila(f) -> Fila
               pre: not vaciaFila(f);
       AXIOMS f: Fila; e: Elemento;
        vaciaFila (inicFila() ) =True;
        vaciaFila (agregarFila (f,e)) = False;
        eliminarFila (agregarFila(f, e)) = if vaciaFila(f)
                                            then inicFila()
                                            else agregarFila (eliminarFila (f), e)
                                         endif:
        recuperarFila (agregarFila (f, e)) = if vaciaFila (f)
                                               then e
                                               else recuperarFila (f)
                                             endif:
       END-CLASS
Otra especificación para la clase Fila:
       CLASS Fila [Elemento]
       BASIC CONSTRUCTORS inicFila, agregarFila
       EFFECTIVE
       TYPE Fila
       OPERATIONS
       inicFila: -> Fila;
       agregarFila: Fila * Elemento -> Fila:
       vaciaFila: Fila -> Boolean;
       recuperarFila: Fila(f) -> Elemento
               pre: not vaciaFila (f);
       eliminarFila: Fila(f) -> Fila
               pre: not vaciaFila(f);
       AXIOMS f: Fila; e: Elemento;
       vaciaFila (inicFila() ) =True;
       vaciaFila (agregarFila (f,e)) = False;
       vaciaFila (f) => eliminarFila (agregarFila(f, e)) = inicFila();
       not vaciaFila (f) => eliminarFila(agregarFila (f,e)) = agregarFila (eliminarFila (f), e);
       vaciaFila (f) => recuperarFila (agregarFila (f, e)) = e;
       not vaciaFila (f) => recuperarFila (agregarFila (f, e)) = recuperarFila (f);
       END-CLASS
```

Ejemplo 3: La clase Lista

```
CLASS Lista [Elemento]
IMPORTS Nat
BASIC CONSTRUCTORS inicLista, agregarLista
EFFECTIVE
TYPE Lista
OPERATIONS
inicLista: -> Lista;
longLista: Lista-> Nat;
agregarLista: Lista (I) * Nat (i) * Elemento -> Lista
        pre: (i \ge 1) and (i \le longLista(l) + 1);
eliminarLista: Lista (I) * Nat (i) -> Lista
        pre: (i \ge 1) and (i \le longLista(l));
recuperarLista: Lista (I) * Integer (i) -> Elemento
        pre: (i \ge 1) and (i \le longLista(l));
AXIOMS I:Lista; e: Elemento; i,j:Nat;
longLista(inicLista())= 0;
longLista (agregarLista (l,i,e)) = 1 + longLista (l);
(i == j) => (eliminarLista(agregarLista(l,i,e), j) = l);
(i > j) => (eliminarLista (agregarLista(l, i,e), j) = agregarLista (eliminarLista(l,j), i-1, e));
(i < j) => (eliminarLista(agregarLista(l,e,i), j) = agregarLista(eliminarLista(l,j-1), e,i));
(i == j) => (recuperarLista (agregarLista(l,i, e), j) = e);
(i > j) => (recuperarLista(agregarLista(l, i, e),j) = recuperarLista (l, j));
(i < i) => (recuperarLista(agregarLista(l, i, e), j) = recuperarLista(l, j-1));
END-CLASS
```

Ejemplo 4: La clase árbol binario

La clase *Arbin* define una especificación de árboles binarios. Sus operaciones constructoras básicas son las operaciones *inicArbin* y *crearArbin*. Las operaciones observadoras son *raiz*, *vacioArbin* y las transformadoras (modificadoras) *subIzquierdo* y *subDerecho*.

```
CLASS Arbin [Elemento]
BASIC CONSTRUCTORS inicArbin, crearArbin
EFFECTIVE
TYPE Arbin
OPERATIONS
inicArbin: -> Arbin;
crearArbin: Arbin * Arbin * Elemento -> Arbin;
vacioArbin: Arbin -> Boolean;
raiz: Arbin(t) -> Elemento
    pre: not vacioArbin(t);
subIzquierdo: Arbin (t)->Arbin
    pre: not vacioArbin(t);
```

```
subDerecho: Arbin (t) -> Arbin

pre: not vacioArbin(t);

AXIOMS t1,t2: Arbin; e: Elemento;
vacioArbin (inicArbin ()) = True;
vacioArbin (crearArbin(t1,t2,e)) = False;
raiz(crearArbin(t1,t2,e)) = e;
subIzquierdo(crearArbin(t1,t2,e)) = t1;
subDerecho(crearArbin(t1,t2,e)) = t2;
END-CLASS
```

Ejemplo 5. La clase Heap de Nat

```
CLASS Heap
IMPORTS Nat
BASIC CONSTRUCTORS inicHeap, agregarHeap
EFFECTIVE
TYPE Heap
OPERATIONS
inicHeap: -> Heap;
agregarHeap: Heap * Nat -> Heap;
vacioHeap: Heap -> Boolean;
raizHeap: Heap(h) -> Nat
       pre: not vacioHeap(h);
eliminarHeap: Heap (h) -> Heap
       pre: not vacioHeap(h);
AXIOMS h:Heap; e: Nat;
vacioHeap(inicHeap()) = True;
vacioHeap(agregarHeap(h,e)) = False;
vacioHeap(h) => (raizHeap(agregarHeap(h,e)) = e);
not vacioHeap(h) =>
       (raizHeap(agregarHeap(h,e)) =
       if (e <raizHeap(h))</pre>
         then e
         else raizHeap(h)
       endif);
vacioHeap(h) => (eliminarHeap(agregarHeap(h,e)) = inicHeap());
not vacioHeap(h) =>
       (eliminarHeap(agregarHeap(h,e)) =
      if (e < raizHeap(h))</pre>
         then h
         else agregarHeap(eliminarHeap(h),e)
       endif);
END-CLASS
```

2. ESPECIFICACIONES INCOMPLETAS

A continuación se muestra la sintaxis de una especificación incompleta en Nereus

CLASS className [<parameterList>] **IMPORTS**

<importList>

BASIC CONSTRUCTORS

<constructorList>

DEFERRED

TYPE(S)

<typeList>

OPERATION(S)

<operationList>

EFFECTIVE

TYPE(S)

<typeList>

OPERATION(S)

<OperationList>

AXIOMS <varList>

<axiomList>

END-CLASS

Las especificaciones incompletas agregan la cláusula **DEFERRED**. La misma declara tipos y operaciones que no están completamente definidos debido a que, o bien no hay suficientes ecuaciones para definir el comportamiento de las nuevas operaciones o, no hay suficientes operaciones para generar todos los valores de un tipo.

La cláusula EFFECTIVE agrega tipos y operaciones completamente definidos o completa la definición de algún tipo u operación definido en forma incompleta en alguna superclase. Una operación preexistente cuya definición se completa puede ser declarada en la cláusula EFFECTIVE dando sólo su nombre.

Se presentan a continuación ejemplos de especificaciones incompletas.

Ejemplo 6: La clase ConOrden

La clase ConOrden especifica cualquier conjunto de valores ordenados.

CLASS ConOrden **IMPORTS** Boolean **DEFERRED** TYPE ConOrden **OPERATIONS**

==: ConOrden * ConOrden -> Boolean;

<=: ConOrden * ConOrden -> Boolean;

EFFECTIVE

OPERATIONS

```
_>=_: ConOrden * ConOrden -> Boolean;

_<_: ConOrden * ConOrden -> Boolean;

_>_: ConOrden * ConOrden -> Boolean;

AXIOMS a,b,c: ConOrden;

a == a;

a <= a;

(a==b) or not (a==b);

(a==b) => (b==a);

(a <=b) or (b<= a);

(a <=b) and (b<=c) => (a<=c);

(a <=b) and (b<=a) = (a==b);

(a > b) = not(a <= b);

(a > b) = not(a <= b);
```

Ejemplo 7: La clase Recorrible

La clase *Recorrible* especifica en forma incompleta el comportamiento de estructuras que pueden ser recorridas. Independientemente del tipo de estructura que se trate y cualquiera sea la forma de recorrerla, necesitaremos operaciones para acceder a un elemento (*primero*), a la estructura restante (*resto*), y reconocer el final (*fin*). Estas operaciones no pueden definirse en forma completa hasta no saber el tipo de estructura por ejemplo, un árbol o una lista.

```
CLASS Recorrible [Elemento]

DEFERRED

TYPE Recorrible

OPERATIONS

fin: Recorrible -> Boolean;

primero: Recorrible (t) -> Elemento

pre: not fin (t);

resto: Recorrible (t) -> Recorrible

pre: not fin(t);

END-CLASS
```

3. HERENCIA DE ESPECIFICACIONES

La cláusula **INHERITS** permite especificar relaciones de herencia entre especificaciones. Se muestra a continuación la sintaxis de una clase *Nereus* que incluye a la claúsula **INHERITS**.

```
CLASS className [cparameterList>]
IMPORTS <importList>
INHERITS <inheritList>
BASIC CONSTRUCTORS
<constructorList>
```

DEFERRED TYPE (S) <typeList> OPERATION(S) <OperationList> **EFFECTIVE** TYPE(S) <typeList> OPERATION(S) <OperationsList> AXIOMS <varList> <axiomList> **END-CLASS**

Nereus soporta herencia múltiple. La cláusula INHERITS expresa que la clase es construida a partir de la unión de las clases que aparecen en *<inheritList>*. Los componentes de cada una de ellas serán componentes de la nueva clase, y sus propios tipos y operaciones serán tipos y operaciones de la nueva clase.

Nereus permite definir instancias locales de una clase en las cláusulas IMPORTS y INHERITS mediante la siguiente sintaxis:

```
ClassName [<parameterList>] [<bindingList>]
```

donde los elementos de *parameterList>* pueden ser pares de nombres de clases C1:C2, donde C2 es una subespecificación importada de ClassName.

 rename de la forma siguiente: rename nombreOrigen as nombreDestino, que indica los renombres de miembros de ClassName para ser utilizados dentro de la clase donde se está instanciando className. Es decir, nombreOrigen corresponde a la parte propia de la clase ClassName, y será referenciado con nombreDestino dentro de la clase que se está definiendo.

El tipo de interés de la clase es también implícitamente renombrado cada vez que la clase es sustituida o renombrada.

Durante el proceso de construcción de una especificación de una clase puede suceder que dos o más tipos o funciones provenientes de especificaciones diferentes tengan el mismo nombre. En Nereus, dentro de una misma especificación, dos tipos (u operationes con la misma aridad) se identifican. Si esto no es lo que se busca, Nereus ofrece el mecanismo de renombre de tipos y operaciones.

Ejemplo 8: La clase Nat

CLASS ConOrdenNatural **INHERITS** ConOrden BASIC CONSTRUCTORS 0, suc; **EFFECTIVE TYPE** ConOrdenNatural **OPERATIONS** _==_, _<=_;

0: -> ConOrdenNatural;

suc: ConOrdenNatural -> ConOrdenNatural;

```
AXIOMS a,b: ConOrdenNatural;
not (0 == suc(a));
(suc(a) == suc(b)) = (a == b);
0 \le suc(a);
not (suc(a) \le 0);
(suc (a) \le suc (b)) = (a \le b);
END-CLASS
CLASS Nat
INHERITS ConOrdenNatural
EFFECTIVE
TYPE Nat
OPERATIONS
_+_: Nat * Nat -> Nat,;
_*_: Nat * Nat -> Nat;
1: -> Nat;
AXIOMS x,y, z: Nat;
x + 0 = x;
x + suc(y) = suc(x + y);
x + y = y + x;
(x + y) + z = x + (y + z);
1 * x = x;
x * 0 = 0;
suc(x) * y = y + (x * y);
x * y = y * x;
(x * y) * z = x * (y * z);
1 = suc(0)
END-CLASS
```

Ejemplo 9: La clase Heap[Elemento:ConOrden]

Nereus provee la posibilidad de restringir cada uno de los parámetros a un determinado tipo además instanciarse con cualquiera de sus subtipos.

El parámetro *Elemento* de la clase *Heap* restringe la instanciación a la clase *ConOrden* o sus subclases (por ejemplo Nat).

```
CLASS Heap [Elemento: ConOrden]
BASIC CONSTRUCTORS inicHeap, agregarHeap
EFFECTIVE
TYPE Heap
OPERATIONS
inicHeap: -> Heap;
agregarHeap: Heap * Elemento -> Heap;
vacioHeap: Heap -> Boolean;
raizHeap: Heap(h) -> Elemento
pre: not vacioHeap(h);
```

```
eliminarHeap: Heap (h) -> Heap
       pre: not vacioHeap(h);
AXIOMS h:Heap; e: Elemento;
vacioHeap(inicHeap()) = True;
vacioHeap(agregarHeap(h,e)) = False;
vacioHeap(h) => (raizHeap(agregarHeap(h,e)) = e);
not vacioHeap(h) => (raizHeap(agregarHeap(h,e)) =
       if (e <raizHeap(h))</pre>
       then e
       else raizHeap(h)
       endif);
vacioHeap(h) => (eliminarHeap(agregarHeap(h,e)) = inicHeap()):
not vacioHeap(h) => (eliminarHeap(agregarHeap(h,e)) =
       if (e < raizHeap(h))</pre>
       then h
       else agregarHeap(eliminarHeap(h),e)
       endif);
END-CLASS
```

Ejemplo 10: La clase PostArbin

La clase *PostArbin* refina *Arbin* (Ej. 4) especificando árboles binarios que se recorren en postorden. Nótese que hereda las operaciones y axiomas de *Arbin* y *Recorrible* (Ej. 7). Las operaciones *primero* y *resto* heredadas de *Recorrible* se definen ahora en forma completa a partir de un conjunto de axiomas. La operación *fin* se define también en forma completa renombrándola por *vacioArbin* que proviene de *Arbin*.

Los tipos *Arbin* y *Recorrible* se renombran por *PostArbin*. Las funciones *primero*, *resto* y *fin* se declaran efectivas como *PostArbin*. Nótese que sólo basta listar sus nombres y no repetir sus funcionalidades. *Arbin* se instancia con *Elem* y las operaciones *inicArbin* y *crearArbin* son renombradas.

```
CLASS PostArbin [Elem]
INHERITS Arbin [Elem] rename inicArbin as inicPostArbin, crearArbin as
crearPostArbin, Recorrible [Elem] rename fin as vacioArbin
EFFECTIVE
TYPE PostArbin
OPERATIONS primero, resto, vacioArbin;
AXIOMS t1,t2: PostArbin; x : Elem;
vacioArbin(t1) and vacioArbin(t2) => primero (crearPostArbin (t1,t2,x)) = x;
vacioArbin(t1) and (not vacioArbin(t2)) =>
              primero (crearPostArbin (t1,t2,x)) = primero (t2);
not vacioArbin(t1) => primero (crearPostArbin(t1,t2,x)) = primero (t1);
vacioArbin(t1) and vacioArbin(t2) => resto(crearPostArbin(t1,t2,x)) = inicPostArbin();
vacioArbin(t1) and (not vacioArbin(t2)) =>
              resto (crearPostArbin (t1, t2, x)) = crearPostArbin(t1,resto(t2),x);
not vacioArbin(t1) => resto(crearPostArbin(t1,t2,x)) = crearPostArbin (resto(t1), t2,x);
END-CLASS
```

Se muestra a continuación la expansión de la clase PostArbin:

```
CLASS PostArbin [Elem]
BASIC CONSTRUCTORS inicPostArbin, crearPostArbin
EFFECTIVE
TYPE PostArbin
OPERATIONS
vacioArbin: PostArbin -> Boolean;
primero: PostArbin (t) -> Elem
       pre: not vacioArbin(t);
resto: PostArbin (t) -> PostArbin
       pre: not vacioArbin(t);
inicPostArbin: -> PostArbin;
crearPostArbin: PostArbin * PostArbin * Elem -> PostArbin;
raiz: PostArbin (t) -> Elem
       pre: not vacioArbin(t);
subIzquierdo: PostArbin (t) -> PostArbin
       pre: not vacioArbin(t);
subDerecho: PostArbin (t) -> PostArbin
       pre: not vacioArbin(t);
AXIOMS t1,t2: PostArbin; e: Elem;
vacioArbin(inicPostArbin()) = True;
vacioArbin(createPostArbin(t1,t2,e)) = False;
raiz(crearPostArbin(t1,t2,e)) = e;
subIzquierdo(crearPostArbin(t1,t2,e)) = t1;
subDerecho(crearPostArbin(t1,t2,e)) = t2;
vacioArbin(t1) and vacioArbin(t2) => primero (crearPostArbin(t1,t2,x)) = x;
vacioArbin(t1) and (not vacioArbin(t2)) => primero (crearPostArbin(t1,t2,x)) = primero (t2);
not vacioArbin(t1) => primero (crearPostArbin(t1,t2,x)) = primero (t1);
vacioArbin(t1) and vacioArbin(t2) => resto(crearPostArbin(t1,t2,x)) = inicPostArbin();
vacioArbin(t1) and (not vacioArbin(t2)) =>
       resto (crearPostArbin (t1, t2, x)) = crearPostArbin(t1,resto(t2),x);
not vacioArbin(t1) => resto(crearPostArbin(t1,t2,x)) = crearPostArbin (resto(t1), t2,x);
END-CLASS
```

Ejercicio propuesto: Especificar la clase PreArbin