TRABAJO PRACTICO Nº 8

AUTOMATAS Y GRAMATICAS

1) Para cada uno de los siguientes lenguajes definidos sobre el alfabeto A = {0, 1, a, b, c, d, e, g, h }, a) determine el tipo e indique con qué autómata lo reconocería y con qué gramática lo generaría; b) construya el autómata correspondiente

a) $L_1 = \{ a^{2s} d^k e^{k+1} h^n b^j \ / \ j, s, k \geq 0 \ \text{y} \ n > s \}$

b) $L_2 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^*$ y x contiene al menos 2 b y x contiene la subcadena bc}

c) $L_3 = \{ xw \ / \ x \in \{a, b, c\}^*$ y (x contiene ab o x contiene cac) y $w \in \{0,1\}^*$ y w contiene cantidad par de 1}

d) $L_4 = \{ a^m b^p c^k d^{m+p} \ / \ k, m, p \geq 0 \} \cup \{ a^{2m} b^m c^p d^{k+p} \ / \ k \geq 0 \ \text{y} \ m, p \geq 1 \}$

e) $L_5 = \{ x / x \in \{a, b, c\}^*$ y la longitud de x es par y x no termina en ba }

f) $L_6 = \{a^n h^{i+1} b^p c^k e^s \ / \ i, p, k \geq 0 \ \text{y} \ n > p \ \text{y} \ k < s\}$

g) $L_7 = \{ a^k b^n d^{p+n} g^j h^s \ / \ p, s, n \geq 0 \ \text{y} \ k > p \ \text{y} \ j > s\} \cup \{ a^k b^n d^{p+n} g^j h^s \ / \ p, j, n \geq 0 \ \text{y} \ k > p \ \text{y} \ j < s\}$

h) $L_8 = \{ a^{k+1} d^j e^{2k} b^n a^s \ / \ n, j, s \geq 0 \ \text{y} \ j < k\}$

i) $L_9 = \{(wc)^k \ / \ k > 0 \ \text{y} \ w \in \{a, b\}^* \}$

2) Para los lenguajes regulares y libres del contexto del ejercicio 1), diseñe la gramática correspondiente.

3) Dé ejemplos de los siguientes lenguajes:
a) un lenguaje no independiente del contexto;
b) un lenguaje independiente del contexto pero no determinístico;
c) un lenguaje independiente del contexto determinístico que es aceptado por un autómata de pila que no necesita vaciar su pila;
d) un lenguaje que es aceptado por un autómata de pila determinístico que tiene que vaciar su pila pero que no es un lenguaje regular.

4) Dados los siguientes lenguajes, definidos sobre el alfabeto A = {a, b, c }
$L_1 = \{a^{2n} b^j c^n / n, j \geq 0\}$ $L_2 = \{a^{2k} c^i / i > 0 \ \text{y} \ k \geq 0\}$ $L_3 = \{\varepsilon, aa, c\}$
a) Calcule el lenguaje resultante de las siguientes operaciones:
i) $L_3^2 - L_2$ ii) $L_2^R \cap L_3$ iii) $L_2 \cup L_3$ iv) $L_3^R \cdot L_3$

5) En cada caso dé, si es posible, un lenguaje L que satisfaga la condición correspondiente:
i) $\{a^k b^{2n} c^n / n, k > 0 \} \subset L$, para L regular;
ii) $L \subset \{a^n b^n c^k / k > 0 \ \text{y} \ n > k\}$, para L regular;
iii) $\{a^n b^{k+1} / n, k \geq 0 \} \subset L$, para L libre del contexto no determinístico;
iv) $L \subset \{a^n b^n c^k / k > 0 \ \text{y} \ n > k\}$ para L libre del contexto y no regular.

6) Dada la siguiente definición BNF:

<expr> ::= <expr> <expr> + / <expr> <expr> **.** / a / b / ε / ∅

Para cada una de las siguientes cadenas construya el árbol de derivación correspondiente y determine si son expresiones bien definidas o no, según el BNF dado:

i) a b + ε **.** ii) ε b a **.** + iii) a + b **.** a

7) Dada la siguiente definición BNF:

<integral> ::= ∫ <expresion> dx
<expresion> ::= <expresion> + <termino> |<expresion> - <termino> | <termino>
<termino>::= <termino> * <factor> | <termino> / <factor> | <factor>
<factor>::= <var> | <trig> | <const> | (<expresion>)
<var> ::= x
<trig> ::= seno (<var>) | coseno (<var>)
<const> ::= 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9

a) Para la siguiente integral ∫ seno (x) * (coseno (x) + 2) dx
   i) Construya un árbol de derivación;
   ii) ¿Es posible construir más de un árbol de derivación para esa integral? Si es posible, constrúyalos.

b) Determine si la gramática dada es ambigua o no ambigua. Justifique. c) Si al BNF dado se agrega la regla <trig> ::= seno (x) | coseno (x), la gramática es ambigua o no ambigua?. Justifique.

c) Defina formalmente la gramática más restrictiva según la jerarquía de Chomsky, para el lenguaje que genera la definición BNF dada.

8) Dado x codificado en unario, diseñe un autómata que calcule $x^2 + 2x + 1$.

9) Dada una lista de palabras con la siguiente organización p0$p1#p2#... #pn*, donde los caracteres $, # y * son delimitadores y no pueden aparecer en ninguna palabra, y cada pi es una cadena de símbolos del alfabeto {a, b}, diseñe una máquina de Turing que elimine de la lista p1#p2#...#pn* todas las ocurrencias de p0.

10) Dado el siguiente ALA = < $\{e_0, e_1, ..., e_9\}$, {a, b}, {a, b, B, X, #, $}, δ, e_0, B, $\{e_9\}$, #, $>, indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, justificando en cada caso:

a) es posible definir $\delta(e_0, \#) = (e_0, X, I)$; b) es posible definir $\delta(e_1, \$) = (e_9, \$, N)$

c) es posible definir $\delta(e_1, a) = (e_1, a, D)$

11) Para cada una de las siguientes gramáticas G = <N, T, P, S>, determine si la afirmación correspondiente es verdadera o falsa, justificando en cada caso. En todos los casos T es el conjunto de símbolos terminales, N es el conjunto de símbolos no terminales, P es el conjunto de reglas de producción y S es el símbolo distinguido.

i) G = <{A, B}, {a, b}, {S → A, A → Ba, B → a, B → Ba}, S > es una gramática de TIPO 3
ii) G = <{A, B}, {a, b}, {S → Aa, A → Ba, B → aa, B → Ba}, S > es una gramática de TIPO 3
iii) G = <{A}, {a, b}, {S → Aa, A → aA, A → a }, S > es una gramática de TIPO 3
iv) G = <{A}, {a, b}, {S → aAb, AA → aAb, A → ab}, S > es una gramática de TIPO 2
v) G = <{A}, {a, b}, {S → aAb, A → aAb, A → ab, A → ε}, S > es una gramática de TIPO 2