

mas:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

e:

$$X = \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ -4 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

logo:

$$x = 11$$

$$y = -4$$

$$z = 0$$

A.46.1 Problemas Propostos

Nos problemas de 1 a 23, classificar e resolver os sistemas.

Se possível, resolva os sistemas lineares pela regra de Cramer e método de Gauss.

$$1) \begin{cases} 5x + 8y = 34 \\ 10x + 16y = 50 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4x - y - 3z = 15 \\ 3x - 2y + 5z = -7 \\ 2x + 3y + 4z = 7 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 2 \\ 3x - 5y + 4z = 5 \\ x - 2y - 7z = -24 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + 4y + 6z = 0 \\ -\frac{3}{2} - 6y - 9z = 0 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x + 2y + 3z = 10 \\ 3x + 4y + 6z = 23 \\ 3x + 2y + 3z = 10 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 5x - 3y - 7z = -5 \\ 4x - y - z = 2 \\ -2x + 4y + 8z = 10 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} 3x - 8y - 9z = 14 \\ 7x + 3y + 2z = -12 \\ -8x - 9y + 6z = 11 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 4x - 3y = -18 \\ 2y + 5z = -8 \\ x - 2y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} 2x - 5y - z = -8 \\ 3x - 2y - 4z = -11 \\ -5x + y + z = -9 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 3x + 9y + 12z = 24 \\ 4x + 16y + 26z = 46 \\ x + 7y + 14z = 20 \end{cases}$$

$$11) \begin{cases} 5x + y + z = 7 \\ 6x - y - z = 4 \\ 7x + 2y + 2z = 14 \end{cases}$$

$$12) \begin{cases} 6x + 2y + 4z = 0 \\ -9x - 3y - 6z = 0 \end{cases}$$

$$13) \begin{cases} -8x + 3y + 2z = 16 \\ 4x - 2z = 0 \\ 3y + 4z = -32 \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} 3x + 2y - 3z = 18 \\ 2x - 4y + 4z = 12 \\ -4x + 3y - 5z = -24 \end{cases}$$

$$15) \begin{cases} x + 4y + 6z = 11 \\ 2x + 3y + 4z = 9 \\ 3x + 2y + 2z = 7 \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} 2x + 2y + 4z = 0 \\ 3x + 5y + 8z = 0 \\ 5x + 25y + 20z = 0 \end{cases}$$

$$17) \begin{cases} x - 3y - 7z = 1 \\ -x - 2y - 4z = -2 \\ -2x - 4y - 5z = -1 \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} 10x + 8y - 7z = 1 \\ 5x + 3y - 8z = 19 \\ 7x - 9y + 4z = -15 \end{cases}$$

$$19) \begin{cases} x - y = 0 \\ 2y + 4z = 6 \\ x + y + 4z = 6 \end{cases}$$

$$20) \begin{cases} 6x - 9y - 5z = -35 \\ 2x + 3y + 4z = 29 \\ 5x - 2y - 1z = 0 \end{cases}$$

$$21) \begin{cases} 4x + 8y + 12z = 24 \\ x - z = 0 \\ -5x - 8y - 11z = -24 \end{cases}$$

$$22) \begin{cases} 7x - 2y + 4z = -15 \\ 9x + 3y - 3z = 0 \\ x - 4y - z = -8 \end{cases}$$

$$23) \begin{cases} 2x + 3y + 4z = 53 \\ 3x + 5y - 4z = 2 \\ 4x + 7y - 2z = 31 \end{cases}$$

Nos problemas de 24 a 27, estabelecer a condição que deve ser satisfeita pelos termos independentes para que sejam compatíveis os sistemas.

$$24) \begin{cases} 4x + 12y + 8z = a \\ 2x + 5y + 3z = b \\ -4y - 4z = c \end{cases}$$

$$25) \begin{cases} 2x + 4y + 2z = a \\ 3x + 8y + 5z = b \\ -3x - 4y - 1z = c \end{cases}$$

$$26) \begin{cases} 2x + 2y + 4z = a \\ 6x + 11y + 8z = b \\ 2x + 7y = c \end{cases}$$

$$27) \begin{cases} x + y - z = a \\ -x + 2z = b \\ y + z = c \end{cases}$$

28) Calcular o valor de k para que admita solução não-trivial o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 2x + 6y = 0 \\ 4x + ky = 0 \end{cases}$$

Nos problemas de 29 a 33, resolver os sistemas pelo método matricial.

$$\begin{cases} -2x + 3y - z = b_1 \\ x - 3y + z = b_2 \\ -x + 2y - z = b_3 \end{cases}$$

29) Para $b_1 = 2$, $b_2 = 5$ e $b_3 = 7$.

30) Para $b_1 = 1$, $b_2 = 6$ e $b_3 = 0$.

31) Para $b_1 = 2$, $b_2 = -8$ e $b_3 = 9$.

32) Para $b_1 = -4$, $b_2 = -3$ e $b_3 = -2$.

33) Para $b_1 = 4$, $b_2 = 7$ e $b_3 = 9$.

Nos problemas de 34 a 37, resolver os sistemas pelo método matricial.

$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 + 2x_4 = b_1 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 = b_2 \\ -4x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = b_3 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = b_4 \end{cases}$$

34) Para $b_1 = 5$, $b_2 = 3$, $b_3 = 12$ e $b_4 = 10$

35) Para $b_1 = -8$, $b_2 = -4$, $b_3 = -9$ e $b_4 = 8$

36) Para $b_1 = 4$, $b_2 = 0$, $b_3 = -2$ e $b_4 = 3$

37) Para $b_1 = -9$, $b_2 = 6$, $b_3 = 3$ e $b_4 = 1$

A.46.2 Respostas dos Problemas Propostos

1. Incompatível.
2. Compatível e determinado:
 $x = 3, y = 3 \text{ e } z = -2$
3. Compatível e determinado:
 $x = 1, y = 2 \text{ e } z = 3$
4. Compatível e indeterminado:
a) Grau de liberdade: $g = 2$.
b) Solução trivial: $x = y = z = 0$.
c) Soluções próprias:
 $x = -4y - 6z$
5. Incompatível.
6. Compatível e determinado:
 $x = y = z = 1$
7. Compatível e determinado:
 $x = y = z = -1$

Compatível e determinado:
 $x = 0, y = 6 \text{ e } z = -4$
9. Compatível e determinado:
 $x = 3, y = 2 \text{ e } z = 4$

10. Incompatível.
11. Compatível e determinado:
 $x = 1, y = 7 \text{ e } z = -5$.
12. Compatível e indeterminado
a) Grau de liberdade: $g = 2$.
b) Solução trivial: $x = y = z = 0$.
c) Soluções próprias:
 $x = -\frac{y}{3} - \frac{2z}{3} = \frac{-y - 2z}{3}$
13. Compatível e determinado:
 $x = -4, y = 0 \text{ e } z = -8$
14. Compatível e determinado:
 $x = 6, y = z = 0$
15. Compatível e indeterminado:
a) $x = \frac{3 + 2z}{5}$
 $y = \frac{13 - 8z}{5}$
b) Grau de liberdade: $g = 1$.
16. Compatível e determinado. O sistema admite somente a solução trivial:
 $x = y = z = 0$

17. Compatível e determinado:
 $x = 2, y = -2 \text{ e } z = 1$
18. Compatível e determinado:
 $x = 1, y = 2 \text{ e } z = -1$
19. Compatível e indeterminado:
a) $x = y = 3 - 2z$
b) Grau de liberdade: $g = 1$.
20. Compatível e determinado:
 $x = 2, y = 3 \text{ e } z = 4$
21. Compatível e indeterminado:
a) $x = z$
 $y = 3 - 2z$
b) Grau de liberdade: $g = 1$.
22. Compatível e determinado:
 $x = -1, y = 2 \text{ e } z = -1$
23. Compatível e determinado:
 $x = 3, y = 5 \text{ e } z = 8$
24. $2a - 4b + c = 0$
25. $3a - b + c = 0$

26. $2a - b + c = 0$
27. $a + b - c = 0$
28. $k = 12$
29. $x = -7, y = -12 \text{ e } z = -24$
30. $x = -7, y = -6 \text{ e } z = -5$
31. $x = 6, y = -1 \text{ e } z = -17$
32. $x = 7, y = 5 \text{ e } z = 5$
33. $x = -11, y = -16 \text{ e } z = -30$
34. $x_1 = 22, x_2 = 25, x_3 = 7 \text{ e } x_4 = 37$
35. $x_1 = 12, x_2 = -18, x_3 = 12 \text{ e } x_4 = -1$
36. $x_1 = 10, x_2 = -8, x_3 = 3 \text{ e } x_4 = 8$
37. $x_1 = -13, x_2 = 27, x_3 = -5 \text{ e } x_4 = -4$