

## Exercícios

- 2.49. Escreva as equações da reta que
- contém o ponto  $(-1, 1)$  e tem a direção do vetor  $(2, 3)$ ;
  - contém os pontos  $A(3, 2)$  e  $B(-3, 1)$ .
- 2.50. Dados os vetores  $u = (1, 5)$  e  $v = (4, 1)$ , escreva as equações paramétricas e cartesianas das retas que contêm as diagonais do paralelogramo definido por  $u$  e  $v$ .
- 2.51. a) Mostre que

$$x = 3 + 2t$$

$$y = 7 - 5t$$

são equações paramétricas da reta definida pelos pontos  $A(3, 7)$  e  $B(5, 2)$ .

- Que valores devem ser atribuídos a  $t$  para se obter os pontos  $A$  e  $B$ ?
  - Que valores de  $t$  dão os pontos entre  $A$  e  $B$ ?
  - Localize na reta os pontos para os quais  $t > 1$  e  $t < 0$ .
- 2.52. Escreva as equações paramétricas da reta que contém o ponto  $(1, 2)$  e faz com a reta  $y = -2x + 4$  um ângulo de  $60^\circ$ .
- 2.53. Determine a projeção ortogonal do ponto  $P(2, 4)$  sobre a reta

$$x = 1 + 2t$$

$$y = -1 + 3t.$$

- 2.54. Dado o ponto  $A(2, 3)$ , ache o vetor  $\vec{AP}$ , onde  $P$  é o pé da perpendicular baixada de  $A$  à reta  $y = 5x + 3$ .
- 2.55. Determine a interseção da reta  $y = 2x - 1$  com a reta definida pelos pontos  $(2, 1)$  e  $(0, 0)$ .
- 2.56. Dados o ponto  $P(2, -1)$  e a reta  $r$  de equação  $y = 3x - 5$ , escreva uma equação da reta que contém o ponto  $P$  e
- seja paralela à reta  $r$ ;
  - seja perpendicular à reta  $r$ .
- 2.57. Determine o ângulo menor entre as retas
- $2x + 3y = 1$  e  $y = -5x + 8$ ;
  - $x + y + 1 = 0$  e  $x = 1 - 2t, y = 2 + 5t$ .
- 2.58. Mostre que a distância do ponto  $P(x_0, y_0)$  à reta  $Ax + By + C = 0$  é dada por

$$\frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

- 2.59. Mostre que, se a distância entre  $P(a, b)$  e a origem é  $c$ , então a reta definida por  $P$  e  $A(-c, 0)$  é perpendicular à reta definida por  $P$  e  $B(c, 0)$ .
- 2.60. Determine o comprimento do segmento  $OP$  da Figura 2.29, sabendo que  $OADB$  é um retângulo.
- 2.61. Determine a distância entre as retas  $2x - y = 6$  e  $2x - y = -1$ .

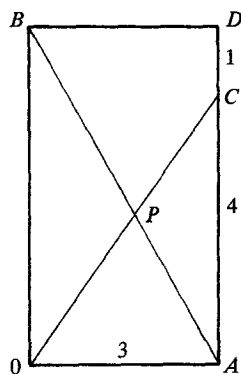


Fig. 2.29

- 2.62. Escreva uma equação da circunferência que contém os pontos de interseção das retas  $y = x + 1$ ,  $y = 2x + 2$  e  $y = -2x + 3$ .
- 2.63. Escreva as equações paramétricas das seguintes circunferências:
- $x^2 + y^2 - 11 = 0$ ;
  - $x^2 + y^2 - x + 3y - 2 = 0$ ;
  - $x^2 + y^2 - 6y = 0$ ;
  - $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ .
- 2.64. Deduza uma equação da circunferência de centro na origem e tangente à reta  $3x - 4y + 20 = 0$ .
- 2.65. Determine uma equação da circunferência tangente às retas  $y = x$  e  $y = -x$  nos pontos  $(3, 3)$  e  $(-3, 3)$ .
- 2.66. Sejam  $C$  a circunferência de centro  $(1, 2)$  e raio 3 e  $r$  a reta definida pelos pontos  $A(6, 6)$  e  $B(2, 10)$ . Determine:
- em  $C$  um ponto equidistante de  $A$  e  $B$ ;
  - em  $r$  o ponto mais próximo de  $C$ .
- 2.67. a) Determine a interseção das circunferências

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 &= 0 \\x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 &= 0.\end{aligned}$$

- Escreva uma equação cartesiana da reta que contém a corda comum às circunferências do item (a).
- 2.68. a) Uma partícula percorre a reta definida pelos pontos  $A(1, 2)$  e  $B(3, -1)$  com velocidade constante. Sabendo que no instante  $t = 0$  a partícula se encontra em  $A$  e que em  $t = 2$  se encontra em  $B$ , determine sua posição no instante  $t$ .
- Em que instante a partícula se encontra mais próxima do ponto  $C(4, -2)$ ?
- 2.69. Num determinado instante  $t$  as posições de duas partículas  $P$  e  $Q$  são dadas, respectivamente, por

$$(1 + 2t, 1 + t) \text{ e } (4 + t, -3 + 6t).$$

Elas se chocam?

- 2.70. Um móvel  $M_1$  parte do ponto  $A(0, 4)$  com velocidade  $v = (1, -1)$  no mesmo instante em que um móvel  $M_2$  parte de  $O(0, 0)$ , também com velocidade constante. Qual deve ser a velocidade de  $M_2$  para que  $M_1$  e  $M_2$  se choquem uma unidade de tempo depois?

2.71. Uma partícula está animada de um movimento tal que, no instante  $t$ , ela se encontra no ponto

$$(x, y) = (1 + 2 \cos t, 2 + 2 \sin t).$$

- Descreva sua trajetória.
- Verifique que sua velocidade no instante  $t$  é

$$v(t) = (-2 \sin t, 2 \cos t).$$

2.72. Escreva as equações paramétricas da tangente à circunferência

$$x = x_0 + r \cos t$$

$$y = y_0 + r \sin t,$$

no ponto  $(x_1, y_1)$ .

2.73. A trajetória de uma partícula é dada por

$$x = 2 + 2 \cos t$$

$$y = 1 + 2 \sin t, \quad \frac{\pi}{8} \leq t \leq 2\pi.$$

Determine o menor valor de  $t$  para o qual a partícula se encontra a igual distância dos pontos  $A(0, 4)$  e  $B(1, 5)$ .

2.74. Sejam  $r$  e  $s$  duas retas cujas equações são  $Ax + By + C = 0$  e  $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ .

- Mostre que, qualquer que seja  $\lambda$ ,

$$Ax + By + C + \lambda(A_1x + B_1y + C_1) = 0 \quad (\text{I})$$

é a equação de uma reta que contém a interseção de  $r$  e  $s$ .

- Se  $A^2 + B^2 = A_1^2 + B_1^2$ , mostre que, para  $\lambda = \pm 1$ , as retas dadas por (I) são as bissetrizes dos ângulos entre  $r$  e  $s$ .