CM 202B - Gabarito

Prova 1A

	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8
GRR:	9	9	9	9	3	4	5	6

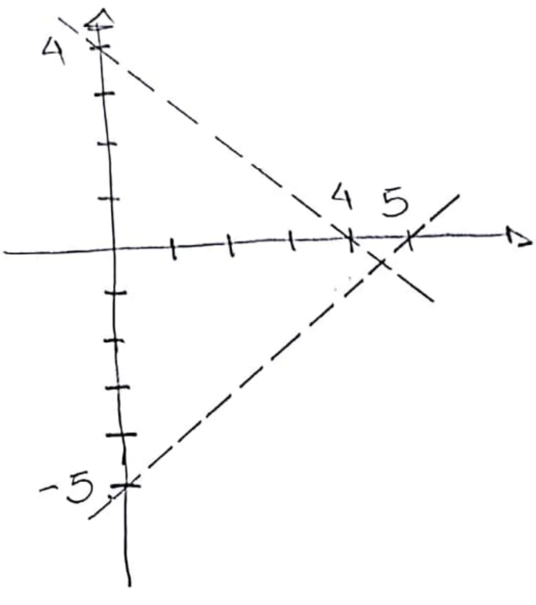
Questão 1

a) $f(x,y) = \dfrac{1}{x+y-4} - \dfrac{1}{x-y-5}$

$\text{Dom}(f) = \{x+y-4 \neq 0 \ \text{ e } \ x-y-5 \neq 0\}$

$\underline{\text{Dom}(f)} = \{y \neq -x+4 \ \text{ e } \ y \neq x-5\}$ $\frac{1}{2}$

gráfico do Domínio $\frac{1}{2}$

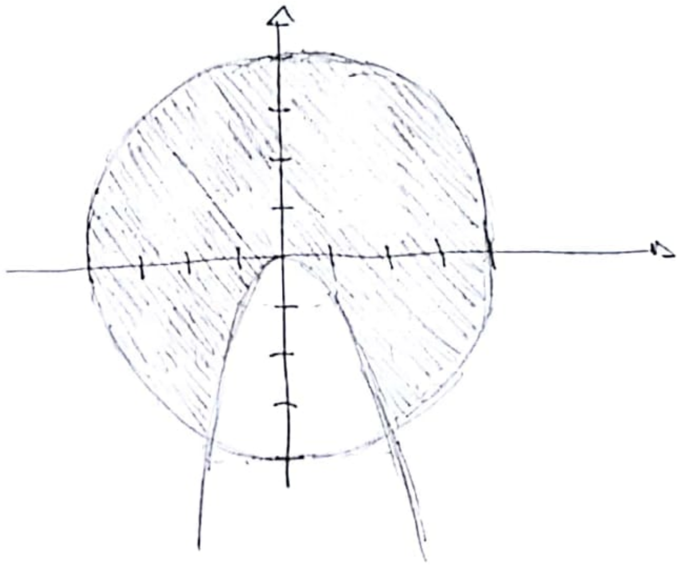


b) $f(x,y) = \dfrac{\ln(y+x^2)}{\sqrt{16-x^2-y^2}}$

$\text{Dom}(f) = \{ y + x^2 > 0 \quad e \quad 16 - x^2 - y^2 > 0 \}$

$\text{Dom}(f) = \{ y > -x^2 \quad e \quad x^2 + y^2 < 16 \}$

gráfico do domínio



Questão 2

$f(x,y) = \sqrt[4]{x+y}$

$\text{Dom}(f) = \{ x + y \geq 0 \}$

$\text{Im}(f) = \{ f(x,y) \geq 0 \}$

Curva de Nível: $k = -6, 0, 1, 2$:

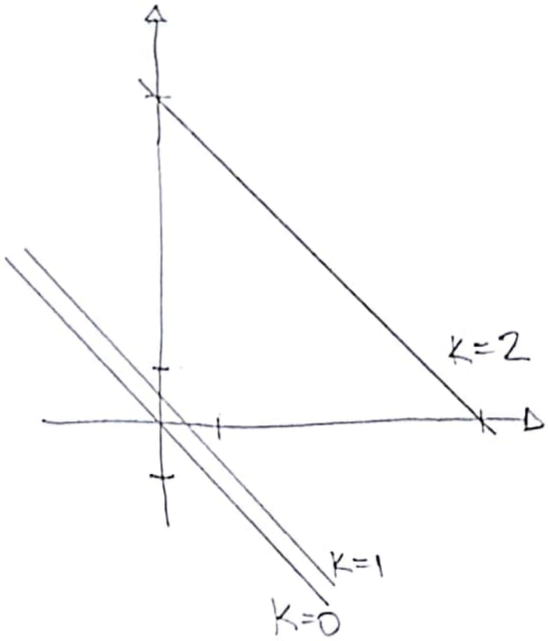
$\boxed{k=-6}$ Como $f(x,y) \geq 0$, então não há curva de nível para $k=-6$, pois não há $x, y \in \mathbb{R}$ tal que $\sqrt[4]{x+y} = -6$

$\boxed{k=0}$ $\sqrt[4]{x+y}=0 \Rightarrow x+y=0 \Rightarrow y=-x$

$\boxed{k=1}$ $\sqrt[4]{x+y}=1 \Rightarrow x+y=1 \Rightarrow y=-x+1$

$\boxed{k=2}$ $\sqrt[4]{x+y}=2 \Rightarrow x+y=16 \Rightarrow y=-x+16$

Curvas de Nível



Questão 3

a) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^4+7x^2y^2+2x^3y}{(x^2+y^2)^2}$

Caminho 1: $x=0$

$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{0}{y^4}=0$

Caminho 2: $y=x$

$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{y^4+7y^4+2y^4}{(2y^2)^2}=$

$=\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{10y^4}{4y^4}=\dfrac{5}{2}$

Considerando caminho 1, o resultado é 0.
Considerando caminho 2, o resultado é $5/2$.
Como os resultados são diferentes, limite ñ existe.

b) $\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{x^2-y+1}{3x^2+y-1}$

Caminho 1: $x=0$

$\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{-y+1}{y-1} = \lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{-(y-1)}{y-1} = -1$

Caminho 2: $y=1$

$\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{x^2-\cancel{1}+\cancel{1}}{3x^2+\cancel{1}-\cancel{1}} = \lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{x^2}{3x^2} = \frac{1}{3}$

Considerando caminho 1, o resultado é -1.
Considerando caminho 2, o resultado é $1/3$.
Como os resultados são diferentes, o limite n̄ existe.

Questão 4

a) $z = 2xy + \sqrt{xy} = 2xy + \sqrt{x}\sqrt{y}$

$\frac{\partial z}{\partial x} = 2y + \frac{1}{2}\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = 2y + \frac{\sqrt{y}}{2\sqrt{x}}$

$\frac{\partial z}{\partial y} = 2x + \frac{1}{2}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = 2x + \frac{\sqrt{x}}{2\sqrt{y}}$

b) $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{5xy^2}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0) \\ 0, & (x,y)=(0,0) \end{cases}$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{5y^2(x^2+y^2)-5xy^2(2x)}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{5x^2y^2+5y^4-10x^2y^2}{(x^2+y^2)^2}=\frac{5y^4-5x^2y^2}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{10xy(x^2+y^2)-5xy^2(2y)}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{10x^3y+10xy^3-10xy^3}{(x^2+y^2)^2}=\frac{10x^3y}{(x^2+y^2)^2}$$

$$f(1,2)=\frac{5\cdot1\cdot4}{1+4}=\frac{5\cdot4}{5}=4$$

$$\frac{\partial f(1,2)}{\partial x}=\frac{5\cdot16-5\cdot1\cdot4}{(1+4)^2}=\frac{80-20}{25}=\frac{60}{25}=\frac{12}{5}$$

$$\frac{\partial f(1,2)}{\partial y}=\frac{10\cdot1\cdot2}{(1+4)^2}=\frac{20}{25}=\frac{4}{5}$$

Calculando

$$f(1,2)-\frac{\partial f(1,2)}{\partial x}-\frac{\partial f(1,2)}{\partial y}=4-\frac{12}{5}-\frac{4}{5}=4-\frac{16}{5}=\frac{4}{5}$$

Questão 5

$$f(x,y)=\sqrt{9+x^2y^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{9+x^2y^2}}2xy^2=\frac{xy^2}{\sqrt{9+x^2y^2}}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}=\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{9+x^2y^2}}2x^2y=\frac{x^2y}{\sqrt{9+x^2y^2}}$$

Plano Tangente:

$$z-z_0=\frac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial x}(x-x_0)+\frac{\partial f(x_0,y_0)}{\partial y}(y-y_0)$$

onde $x_0=2$, $y_0=2$ e $z_0=5$

Assim,

$$z-5=\frac{2\cdot 4}{\underbrace{\sqrt{9+4\cdot 4}}_{25}}(x-2)+\frac{4\cdot 2}{\sqrt{9+4\cdot 4}}(y-2)$$

$$z-5=\frac{8}{5}(x-2)+\frac{8}{5}(y-2)$$

$$z=\frac{8x}{5}+\frac{8y}{5}-\frac{16}{5}-\frac{16}{5}+5$$

$$z=\frac{8x}{5}+\frac{8y}{5}-\frac{32}{5}+\frac{25}{5}$$

$$z=\frac{8x}{5}+\frac{8y}{5}-\frac{7}{5}\Rightarrow L(x,y)\cong\frac{8x}{5}+\frac{8y}{5}-\frac{7}{5}$$