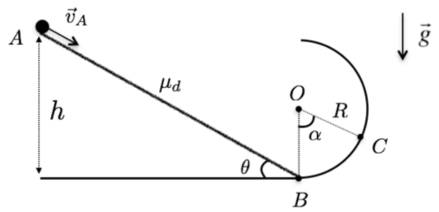
Esercizio 1
Un corpo, posto a una quota h da terra, viene lanciato con velocità iniziale v_A lungo un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale. Nel tratto AB è presente un coefficiente di attrito dinamico μ_d. Arrivato nel punto B, il corpo sale lungo una guida circolare di raggio R priva di attrito, passando per il punto C che si trova lungo la circonferenza ad un angolo α rispetto alla direzione verticale. Determinare:
a) il lavoro fatto dalla forza di attrito tra A e B (**2 punti)**
b) la velocità del corpo nel punto B (**2 punti)**
c) la velocità del corpo nel punto C (**2 punti)**
d) il valore minimo della quota iniziale h tale che il corpo raggiunga il punto C
(**2 punti)**
Risolvere in modo simbolico in funzione dei dati (h, v_A, μ_d, θ, R, α)



Soluzione:
a) $L_{AB} = -\mu_d N\, d$; $N=mg\cos\theta$; $d=h/\sin\theta$; $L_{AB}=-\mu_d mgh/\tan\theta$

b) $E_A=1/2\ m\ v_A^2 + mgh$
$E_B=1/2\ m\ v_B^2$
$E_A + L_{AB} = E_B$; $E_A- \mu_d mgh/\tan\theta= E_B$
$v_B=\text{sqrt}(v_A^2 +2gh(1- \mu_d/\tan\theta)$

c) $E_B=1/2\ m\ v_B^2$
$E_C=1/2\ m\ v_C^2+ mgR(1-\cos\alpha)$
$E_B=E_C$
$v_c = \text{sqrt}(v_B^2- 2gR(1-\cos\alpha))$

d) il valore minimo di h si ottiene quando $v_c=0$
$0=v_B^2- 2gR(1-\cos\alpha)= v_A^2 +2gh_{min}(1- \mu_d/\tan\theta) - 2gR(1-\cos\alpha)$
$h_{min}=(2gR(1-\cos\alpha)-v_A^2)/(2g\ (1- \mu_d/\tan\theta))$

Esercizio 2
Si apre un buco nella parete di un sottomarino. Il buco ha una sezione trasversa A e si trova a una distanza di X metri della superficie del mare (densità dell'acqua ρ).
a) Con quale velocità entra l'acqua nel sottomarino? (**3 punti)**
b) Un corpo di massa m con la stessa velocità, che tipo di moto descrive? (**1 punto)**
c) Assumendo che il sottomarino si mantenga alla stessa profondità mentre l'acqua entra e che il volume del sottomarino sia equivalente a quello di una sfera di raggio R, quanto tempo passa fino a che il sottomarino si riempie di acqua?
(**3 punti)**
Risolvere in modo simbolico in funzione dei dati (A,X,ρ)

Soluzione:

a) Applichiamo la legge di Bernoulli tra la superficie del mare e il buco:

$p_0+1/2\ \rho v_1^2=p_0+1/2\ \rho v_2^2-\rho gX$

dato che $v_1<<v_2$, possiamo assumere $v_1=0$

$\frac{1}{2}\ \rho v_2^2 = \rho gX$; $v_2=\mathrm{sqrt}(2gX)$

b) Un corpo di massa m in caduta libera ha la stessa velocita' v_2

c) $V=4/3\ \pi R^2$ portata=v_2 A (m^3/s); t=V/portata=$4/3\ \pi R^2/(v_2 A)$ (s)

Esercizio 3

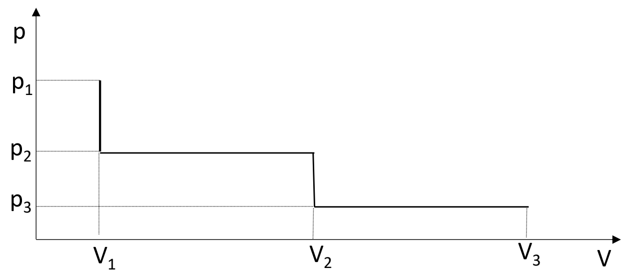
N moli di un gas perfetto, inizialmente a volume V_1 e pressione p_1, compiono nell'ordine le seguenti trasformazioni:

1) una isocora reversibile che porta la pressione al valore p_2;
2) una isobara reversibile che porta il volume al volume V_2;
3) una isocora reversibile che porta la pressione a p_3;
4) una isobara reversibile che porta il volume a V_3;

a) Disegnare le trasformazioni sul piano pV **(1 punto)**
Calcolare:
b) il lavoro totale compiuto dal gas (**2 punti)**
c) la temperatura iniziale e quella finale del gas **(2 punti)**
d) la variazione totale dell'energia interna del gas **(2 punti)**
e) la variazione totale della sua entropia **(2 punti)**
Dati: N = 0.5, V_1 = 10 l, p_1 = 4 atm, p_2 = 2.5 atm, V_2 = 25 l, p_3 = 1.0 atm, V_3 = 40 l, 1 atm = 1.013 · 10^5 Pa, R = 0.082 l*atm.

Soluzione (figura non in scala):

a)



b) Il lavoro totale si calcola come somma dei lavori delle singole trasformazioni per cui (le isocore sono a lavoro nullo):
L = 0 + p_2*(V_2-V_1)+0+p_3*(V_3-V_2) = 2.5*(25-10)+1*(40-25) = 52.5 l*atm = 5318.2 J

c) La temperatura iniziale T_i è:

$T_i = p_1V_1/NR$ = 4*10/(0.5*0.082) = 976 K

La temperatura finale T_f è:

$T_f = p_3V_3/NR$ =1*40/(0.5*0.082) = 976 K

Il punto iniziale e finale si trovano su un'isoterma

d) La variazione di energia interna è zero perché non c' è variazione di temperatura

e) Possiamo calcolare la variazione di entropia lungo la trasformazione reversibile (isoterma) che connette lo stato iniziale e finale:

$\Delta S = \int \delta Q/T = Q/T$

Q può essere calcolato dal primo principio della termodinamica:

$Q= \Delta U + L$ (o $\Delta U - W$)

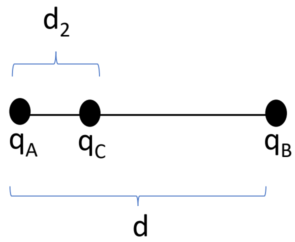
con $\Delta U = 0$ e $L = NRT\ln(V_f/V_i) = NRT\ln(V_3/V_1)$

Per cui:
$\Delta S = NR\ln(V_3/V_1) = 0.5*8.314*\ln(40/10) = 5.76$ J/K

Esercizio 4
Due cariche $q_A = q_B$ si trovano ferme ad una distanza d. Una terza carica $q_C = q_A$ viene posta ferma a una distanza d_2 da q_A sul segmento che unisce q_A e q_B ed è soggetta a una forza elettrostatica **F** di modulo F.

a) Specificare direzione e verso di **F** (**2 punti**)
Calcolare:
b) il valore (comune) delle tre cariche **(2 punti**)
c) il potenziale elettrostatico nel punto che divide a metà il segmento d (**2 punti**)

Dati: F = 24 N, d = 15 cm, d_2 = 5 cm, $k_0 = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2



Soluzione:

a) la forza elettrostatica su q_C è diretta lungo il segmento d e risulta come somma vettoriale delle due forze esercitate da q_A e q_B. Essendo le tre cariche uguali, le due forze saranno di tipo repulsivo e di verso opposto. Scegliendo come verso positivo dell' asse x quello che va da q_C verso q_B e indicando come **î** il versore corrispondente abbiamo:

$\mathbf{F_{AC}} = k_0(q/d_2)^2 \cdot \hat{\mathbf{i}}$
$\mathbf{F_{BC}} = -k_0(q/(d-d_2))^2 \cdot \hat{\mathbf{i}}$

poiché $d_2<(d-d_2)$ la risultante è sicuramente diretta nel verso scelto come positivo delle x

b) Proiettando le forze lungo l'asse x:

$k_0(q/d_2)^2-k_0(q/(d-d_2))^2 = F$

$\Rightarrow q = \sqrt{(F/(k_0/d_2^2- k_0/(d-d_2)^2)} = 3.0 \cdot 10^{-6}$ C

c) Il potenziale elettrostatico nell'origine si calcola come:

$V = qk_0(1/0.5d+1/0.5d+1/(0.5d-d_2)) = 1788$ kV