Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 3

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -18 & 1 & 9 \\ -16 & 0 & -11 \\ 10 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 8 & 0 & -7 \\ 6 & 6 & 4 & 2 \\ 6 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & 6 & -2 & -8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -135 & -54 & 396 \\ -76 & 8 & 152 \\ 20 & -16 & 32 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & -6 & 12 \\ 0 & -9 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 4 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 5 & 8 & 6 & 9 & 7 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-751} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 5 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-9 & -6 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
81 & -9 & -6 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 81 & -9 & -6 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -9
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	-2	0	2	-3
f(x)	728	56	0	48	273

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \\ -2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -7 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 8 \\ 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 4 & -4 \\ -3 & -2 & -1 & 4 \\ 0 & -2 & -3 & -2 \\ -3 & 3 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$