Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 32

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
18 & 15 & -20 \\
7 & -7 & 6 \\
-7 & -17 & 2
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 9 & 5 & -1 \\ 3 & 6 & 8 & 2 \\ 0 & 3 & 8 & -6 \\ 9 & -4 & 9 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -394 & 192 & 36 \\ -330 & -169 & -207 \\ -126 & 35 & 21 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 13 & -2 & -20 \\ 0 & -13 & -7 \\ 0 & 0 & -8 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 5 & 7 & 6 & 2 & 3 & 1 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-787}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 7 & 2 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-12 & -4 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
-8 & -12 & -4 & 0 & \dots & 0 \\
0 & -8 & -12 & -4 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -12
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	3	-1	-3	-4	0
f(x)	129	5	147	479	3

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -8 \\ 1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -10 \\ 7 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \\ -10 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ 8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -5 \\ -3 & 3 & -1 & -5 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$