Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 45

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-19 & -12 & 2 \\
9 & 1 & 5 \\
-15 & 11 & 10
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -7 & 6 & -10 \\ 6 & 0 & 2 & 9 \\ -5 & 5 & 8 & 2 \\ -2 & 0 & 4 & -6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -67 & -29 & 30 \\ -73 & 166 & 246 \\ 14 & 12 & -20 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 15 \\ 0 & 15 & 15 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 7 & 5 & 9 & 8 & 1 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-827} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 6 & 7 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-55 & -24 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
24 & -55 & -24 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 24 & -55 & -24 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -55
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	0	-2	3	-3	2
f(x)	-4	70	290	350	50

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -4 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -3 \\ 8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 1 & -4 \\ 0 & 5 & -3 & -5 \\ -5 & 5 & -3 & -4 \\ -1 & 0 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$