Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 30

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
17 & -1 & -15 \\
-5 & 16 & -2 \\
-11 & 13 & -18
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 6 & 8 & -1 \\ 9 & -6 & -8 & -1 \\ -7 & 8 & -10 & 2 \\ 4 & 9 & -6 & -10 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -322 & 421 & -267 \\ -4 & 57 & -60 \\ 112 & -96 & 40 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 14 & -17 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 1 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 9 & 4 & 8 & 6 & 5 & 1 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-811} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 7 & 3 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 65 & -24 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -21 & 65 & -24 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -21 & 65 & -24 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 65 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	0	4	-1	2	-3
f(x)	-4	584	-6	66	-4

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ -9 \\ 7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -3 & -5 \\ -4 & -5 & 5 & 2 \\ -5 & -1 & 3 & 1 \\ 5 & -4 & 2 & \lambda \end{bmatrix}$$