Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 20

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-12 & -3 & -6 \\
3 & -17 & -17 \\
5 & -4 & 3
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -9 & 6 & 9 \\ 3 & -1 & 5 & -2 \\ 1 & -4 & 6 & -6 \\ -4 & -10 & 0 & -6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 378 & 244 & -149 \\ -225 & -381 & 123 \\ 25 & -70 & 35 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -18 & 11 & -15 \\ 0 & -16 & 9 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 5 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 9 & 4 & 7 & 2 & 3 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-773}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 2 & 1 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-6 & 3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
3 & -6 & 3 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 3 & -6 & 3 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -6
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	2	-4	4	-2
f(x)	-1	35	959	671	83

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ 7 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -7 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \\ 9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 5 & -5 \\ 1 & 0 & -3 & 2 \\ -1 & -4 & -4 & -3 \\ 0 & 5 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$