Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 1

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -15 & -13 & 18 \\ -20 & 12 & -19 \\ -19 & 14 & -10 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 7 & -8 & 0 \\ 4 & 1 & 3 & 6 \\ -7 & 7 & 4 & -7 \\ 5 & 8 & 4 & -7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -211 & 13 & -202 \\ 58 & -34 & 34 \\ 144 & -112 & 136 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 & 13 & -6 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 8 & 6 & 1 & 7 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-751}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 1 & 7 & 3 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -11 & -14 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 15 & -11 & -14 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 15 & -11 & -14 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -11 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-1	-3	-2	2	0
f(x)	3	399	81	9	-3

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -10 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -8 \\ -9 \\ -5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -7 \\ -7 \\ 4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -5 \\ -4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & -4 \\ -5 & 1 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$