Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 5

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 8 & 5 & -11 \\ 3 & -12 & 1 \\ -6 & -18 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -8 & 7 & -7 \\ -4 & -5 & 2 & 8 \\ -1 & -3 & -6 & -9 \\ -4 & -5 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 195 & -270 & 176 \\ -70 & 330 & -260 \\ -14 & 126 & -70 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -8 & -11 & -9 \\ 0 & 9 & 15 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 9 & 7 & 5 & 3 & 2 & 1 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-821} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 22 & -15 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 48 & 22 & -15 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 48 & 22 & -15 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 22 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| x | -4 | 4 | -3 | -2 | 2 |
|------|-----|-----|-----|----|---|
| f(x) | 849 | 561 | 274 | 57 | 9 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -6 \\ -3 \\ -10 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ 4 & -3 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$