Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 3

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 3 \\ 5 & 16 & 4 \\ 17 & -7 & 14 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -2 & -3 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 8 \\ 2 & -2 & 4 & 6 \\ -2 & 8 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 323 & -532 & -38 \\ -18 & -22 & 60 \\ 168 & -154 & 224 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 18 & 19 & 19 \\ 0 & -8 & 2 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 4 & 5 & 3 & 7 & 2 & 1 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-827} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 1 & 7 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 106 & -60 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -10 & 106 & -60 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -10 & 106 & -60 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 106 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	0	-4	-3	3	-1
f(x)	0	-960	-315	-99	-3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ -10 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ -9 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -7 \\ -5 \\ 9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -3 \\ -10 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -4 & -5 \\ -1 & -4 & -1 & -4 \\ -1 & -3 & 5 & 4 \\ -5 & -2 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$