Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 45

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -10 & 6 & 17 \\ 8 & -20 & 5 \\ 6 & -20 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -10 & 7 & -8 \\ -4 & -7 & 2 & 2 \\ -3 & -5 & -8 & -7 \\ -10 & 3 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -40 & 143 & 182 \\ -15 & -4 & 4 \\ -20 & 70 & -20 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -21 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 8 & 7 & 9 & 3 & 1 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 5 & -4 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 5 & -4 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 5 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	3	4	-1	-3	1
f(x)	-172	-528	-8	-178	-6

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 9 \\ -2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ -7 \\ 8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -9 \\ 7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -2 & -4 \\ 1 & 3 & -1 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 4 \\ -4 & 4 & 2 & \lambda \end{bmatrix}$$