Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 5

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -15 & 2 & -3 \\ 18 & 12 & -12 \\ -4 & -8 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 7 & 8 & -5 \\ 6 & 9 & -5 & 7 \\ -5 & -8 & 6 & 9 \\ 7 & 5 & 1 & -10 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 70 & -136 & 245 \\ -126 & -126 & 21 \\ -252 & -108 & -126 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 13 & -15 & -19 \\ 0 & -13 & -3 \\ 0 & 0 & 17 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 6 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 4 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 2 & 8 & 1 & 5 & 4 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 1 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-1 & -3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
14 & -1 & -3 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 14 & -1 & -3 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-1	3	1	-4	-3
f(x)	6	-246	-8	-288	-60

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -9\\2\\3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -9\\-9\\-8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 4\\-8\\8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3\\-5\\\lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 & -3 \\ 5 & 3 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & -5 & -3 \\ 5 & 0 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$