Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 33

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -1 & -7 & -8 \\ -4 & 16 & 13 \\ -12 & -8 & -16 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -9 & -5 & -5 & 9 \\ -8 & -2 & -9 & 8 \\ 6 & 4 & 1 & 9 \\ 9 & -10 & -3 & 9 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -204 & -160 & 332 \\ 24 & 406 & -342 \\ 120 & -190 & 30 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & -16 & -4 \\ 0 & 15 & 18 \\ 0 & 0 & -11 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 5 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 9 & 8 & 2 & 7 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-811} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 4 & 7 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -1 & -36 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & -1 & -36 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -36 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-3	3	-2	0	4
f(x)	-331	-385	-70	2	-1150

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -6 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -8 \\ 2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 \\ 4 & -3 & 0 & 2 \\ -1 & 5 & -3 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$