Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 31

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-9 & -20 & 13 \\
-2 & -3 & 10 \\
16 & 0 & 19
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -8 & -2 \\ 4 & -2 & 3 & -5 \\ 5 & 2 & 3 & 2 \\ -1 & 4 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -282 & 464 & -255 \\ -468 & 244 & 45 \\ -342 & 228 & 95 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -21 & 16 & -13 \\ 0 & 16 & -9 \\ 0 & 0 & -20 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 8 & 7 & 6 & 4 & 2 & 1 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-827}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 1 & 6 & 7 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -40 & 32 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 12 & -40 & 32 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 12 & -40 & 32 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -40 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	2	4	-3	3
f(x)	-488	-74	-1008	-119	-341

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -10 \\ 5 \\ -8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 6 \\ -10 \\ 2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -5 \\ -9 \\ 8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -5 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 0 \\ 2 & -5 & 0 & 4 \\ -3 & 5 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$