Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 13

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
7 & -11 & 6 \\
8 & -12 & -3 \\
5 & -20 & 15
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 0 & -2 & 7 \\ 1 & 8 & -4 & 1 \\ -3 & 0 & -6 & -9 \\ 1 & 8 & -9 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -268 & -1 & 44 \\ 44 & -185 & 202 \\ -96 & 8 & -8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 17 \\ 0 & 16 & -15 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 9 & 1 & 3 & 7 & 8 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-751}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 6 & 1 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-9 & -5 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
18 & -9 & -5 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 18 & -9 & -5 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -9
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	4	1	3	0
f(x)	833	1121	8	364	1

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -9 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \\ -3 & -1 & -2 & 2 \\ 3 & 2 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$