Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 19

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -10 & -7 & -7 \\ -19 & -20 & -12 \\ 12 & -14 & 9 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -4 & 4 & -10 \\ -5 & 4 & 7 & -2 \\ -4 & -6 & -1 & 0 \\ 6 & -4 & -8 & -10 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -216 & 288 & -42 \\ 72 & -3 & -22 \\ 192 & -64 & 16 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -17 & -8 & 18 \\ 0 & -8 & 1 \\ 0 & 0 & -17 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 5 & 8 & 4 & 1 & 9 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-821} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 2 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -62 & 16 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 21 & -62 & 16 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 21 & -62 & 16 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -62 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	1	3	-4	-1
f(x)	-37	-5	-219	-1255	-7

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -4 \\ -4 \\ -5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -6 \\ 5 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -3 & 0 & -3 \\ 3 & 3 & -1 & -3 \\ -3 & -1 & -2 & -3 \\ -4 & -5 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$