Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 38

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
1 & -17 & 18 \\
-12 & -6 & 6 \\
13 & -11 & 3
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 4 & 7 & -5 \\ 0 & -6 & -9 & 0 \\ 2 & -8 & 5 & 5 \\ -3 & 1 & -8 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -306 & 358 & -348 \\ 53 & -69 & -5 \\ -39 & 51 & -21 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -20 & -18 \\ 0 & -5 & 5 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 2 & 3 & 9 & 7 & 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-739} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 4 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 12 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 12 & 12 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 12 & 12 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 12 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	0	-2	-4	-1
f(x)	0	-1	15	-25	2

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \\ -2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ -9 \\ 6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ -9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -4 & -5 \\ -3 & -4 & -4 & -5 \\ 5 & -4 & -5 & 0 \\ 1 & 4 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$