Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 40

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-7 & 15 & 5 \\
-4 & -8 & -2 \\
-15 & 9 & 1
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -5 & -2 & 7 \\ -3 & -1 & 6 & -6 \\ -4 & 8 & 0 & 0 \\ -2 & -9 & -10 & -8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -10 & 147 & 361 \\ -441 & -207 & 48 \\ 285 & 270 & 195 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 19 & -16 \\ 0 & 14 & 9 \\ 0 & 0 & -16 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 8 & 2 & 1 & 4 & 5 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 7 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -72 & 36 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 32 & -72 & 36 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 32 & -72 & 36 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -72 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-2	3	-4	-3	1
f(x)	45	65	667	221	-3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \\ -10 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & -5 & 2 \\ -5 & 3 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & 3 & -3 \\ -3 & 3 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$