Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 13

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 14 & 12 & 2 \\ 17 & -15 & -4 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -9 & -6 \\ -6 & 1 & 8 & -4 \\ -5 & 6 & -5 & 8 \\ -3 & 8 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -258 & -393 & -63 \\ -58 & 243 & -196 \\ 126 & 324 & 72 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 10 & -8 & 14 \\ 0 & -16 & -11 \\ 0 & 0 & -19 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 8 & 6 & 7 & 3 & 5 & 9 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-773} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 7 & 5 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -14 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 14 & -14 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 14 & -14 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -14 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-1	0	-4	4	1
f(x)	-7	-2	-886	-782	-11

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -9\\2\\-2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 7\\-2\\-5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 8\\1\\-9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6\\4\\\lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & -4 & -1 \\ 0 & -1 & -4 & 5 \\ -1 & 2 & -5 & 5 \\ 3 & -4 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$