Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 23

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
13 & -15 & 5 \\
-17 & 3 & -8 \\
4 & 8 & 18
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 0 & 9 & 6 \\ -5 & -7 & -10 & 6 \\ 2 & -6 & -4 & -5 \\ 6 & -1 & 4 & -6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 72 & -158 & 37 \\ 172 & 350 & -18 \\ -48 & -36 & 15 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & -13 & 5 \\ 0 & 12 & 14 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 1 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 8 & 5 & 1 & 7 & 4 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-739} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 2 & 7 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -8 & -32 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 40 & -8 & -32 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 40 & -8 & -32 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -8 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	-1	2	-3	1
f(x)	1013	-1	65	315	3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -8 \\ 4 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -9 \\ -8 \\ -10 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & -3 \\ 4 & -5 & 4 & 1 \\ -1 & -1 & -5 & 2 \\ 2 & -2 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$