Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 16

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
0 & 5 & 5 \\
-15 & 17 & -6 \\
-18 & 1 & 0
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -9 & -2 & 3 & 6 \\ 4 & 4 & -5 & 0 \\ -3 & 2 & -7 & -10 \\ -6 & 6 & 5 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 124 & 210 \\ 236 & -164 & 151 \\ 126 & -54 & 360 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -5 & -12 \\ 0 & 10 & -7 \\ 0 & 0 & -19 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 9 & 6 & 5 & 8 & 7 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 2 & 7 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 70 & 90 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -20 & 70 & 90 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -20 & 70 & 90 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 70 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-3	0	-2	-1	-4
f(x)	-216	3	-51	-4	-625

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ -9 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & -4 & 4 \\ 1 & -2 & -2 & 5 \\ 0 & -5 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$