Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 25

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -4 & 0 & -14 \\ -4 & 8 & -14 \\ -8 & -7 & 7 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 8 \\ 3 & 5 & -4 & 3 \\ 4 & 3 & -3 & -6 \\ 5 & -1 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -123 & -126 & 123 \\ 37 & 58 & -21 \\ -117 & 18 & 45 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -9 & -4 & 5 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -10 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 1 & 2 & 8 & 3 & 9 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 2 & 5 & 3 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -136 & 90 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 40 & -136 & 90 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 40 & -136 & 90 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -136 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	-4	2	0	1
f(x)	956	452	62	0	2

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \\ -4 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -10 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & -4 & -2 \\ 4 & -1 & 4 & -3 \\ -2 & 4 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$