Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 24

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
12 & 18 & -11 \\
11 & -6 & -6 \\
-6 & 10 & -10
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 7 & 8 & 8 \\ -4 & 1 & 9 & 5 \\ -2 & -1 & -5 & -2 \\ -10 & -2 & -10 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -576 & -31 & 499 \\ -76 & -266 & 114 \\ -247 & 208 & 78 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -21 & 15 & -9 \\ 0 & 9 & 6 \\ 0 & 0 & -14 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 9 & 4 & 3 & 8 & 5 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-811}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 6 & 3 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-9 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
8 & -9 & 1 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 8 & -9 & 1 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -9
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	4	3	-2	1	-4
f(x)	608	168	68	-4	896

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ -5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -10 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -5 & 4 \\ -1 & -4 & 2 & -5 \\ 3 & 0 & -2 & -1 \\ -3 & 4 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$