Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 5

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
6 & 15 & -13 \\
5 & -15 & -9 \\
-12 & 7 & -11
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -7 & 4 & 8 \\ 1 & -6 & -2 & 3 \\ 9 & -8 & -8 & -3 \\ 5 & -6 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -469 & 196 & 28 \\ -254 & 172 & 364 \\ 30 & -60 & -60 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -17 & 14 & -5 \\ 0 & 15 & 10 \\ 0 & 0 & -11 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 4 & 8 & 1 & 7 & 3 & 6 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-773} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 4 & 1 & 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -32 & 30 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 8 & -32 & 30 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 8 & -32 & 30 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -32 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x		1	4	3	-2	-1
f(x)) .	-3	456	137	42	1

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \\ -8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ -8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & -5 & 5 \\ -1 & 5 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$