Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 12

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -9 & 16 & 9 \\ 1 & 12 & 10 \\ 1 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -1 & 0 & 3 \\ -6 & -3 & 6 & -2 \\ -2 & -1 & 6 & 1 \\ -7 & 3 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -47 & 86 & 31 \\ 63 & 126 & 99 \\ 28 & 16 & 12 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 & -8 & 13 \\ 0 & -10 & -18 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 7 & 8 & 5 & 4 & 2 & 1 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-827} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 1 & 5 & 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -74 & 28 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 48 & -74 & 28 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 48 & -74 & 28 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -74 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	3	-4	0	2	-3
f(x)	-153	-419	-3	-23	-123

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -9\\4\\6 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2\\1\\-4 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 4\\8\\3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3\\6\\\lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 5 \\ -2 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & -3 & -4 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$