Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 45

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
12 & 1 & 13 \\
-9 & -11 & 10 \\
15 & 13 & 5
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -4 & 7 \\ 7 & 1 & -5 & 6 \\ -5 & -10 & -6 & 8 \\ -6 & -3 & 5 & -10 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 270 & 116 & 308 \\ 25 & -330 & -138 \\ -18 & -12 & 12 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 15 & -10 & -16 \\ 0 & 12 & 16 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 5 & 1 & 7 & 2 & 3 & 9 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 2 & 6 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -26 & -7 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 8 & -26 & -7 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 8 & -26 & -7 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -26 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	0	-2	4	-3	3
f(x)	2	-58	-910	-322	-268

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \\ 8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 3 & 1 \\ -1 & -5 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 4 & -2 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$