Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 9

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -13 & 7 & 12 \\ 1 & -17 & 18 \\ -7 & -19 & -9 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 7 & -4 & 9 \\ 5 & 5 & 7 & 9 \\ -10 & -5 & 4 & -8 \\ 2 & -5 & 5 & -9 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -21 & 44 \\ 24 & -20 & 46 \\ -160 & 60 & -240 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -5 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -21 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 9 & 1 & 6 & 7 & 4 & 8 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-823}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 21 & -54 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -2 & 21 & -54 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -2 & 21 & -54 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 21 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	3	-3	4	1	-1
f(x)	-236	-362	-838	2	-8

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -7 \\ 2 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -7 \\ 8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 4 & -4 \\ -5 & -3 & 5 & 1 \\ 3 & 5 & 2 & 1 \\ 4 & -4 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$