Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 6

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
16 & 11 & -10 \\
9 & 19 & -9 \\
4 & -7 & -20
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 4 & -9 \\ -1 & -10 & -1 & 3 \\ 3 & -5 & 1 & 2 \\ -1 & 8 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 116 & 210 & -45 \\ 206 & -222 & 216 \\ 342 & -114 & 342 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 14 & -11 & -5 \\ 0 & 9 & -12 \\ 0 & 0 & -20 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 2 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 3 & 7 & 9 & 2 & 5 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-727} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 6 & 5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -28 & -1 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -28 & -1 & 2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	-1	4	-3	3
f(x)	72	0	780	52	280

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ -10 \\ 7 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -10 \\ -3 \\ -6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ -10 \\ 7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 4 & 2 \\ -4 & 4 & -2 & 0 \\ 1 & 5 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$