Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 23

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -4 & -7 & 6 \\ -4 & 4 & 0 \\ -12 & 19 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -9 & 4 \\ 9 & 4 & -3 & 3 \\ 1 & 8 & -2 & -8 \\ 1 & 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -125 & 75 & 106 \\ 97 & -175 & -148 \\ -128 & 64 & 120 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -7 \\ 0 & -12 & 4 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 9 & 1 & 7 & 4 & 8 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-739} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 7 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 10 & -2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 28 & 10 & -2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 28 & 10 & -2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 10 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	2	-3	0	-2
f(x)	1	62	157	-2	22

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ -2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ -4 \\ 7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 3 & -1 & -5 \\ 1 & -5 & -3 & -1 \\ -2 & 5 & -1 & 4 \\ -4 & 1 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$