Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 23

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-18 & -5 & 9 \\
17 & -9 & 15 \\
19 & -1 & 19
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -10 & -2 \\ 0 & -10 & 0 & -7 \\ 3 & -10 & -5 & -9 \\ -1 & -6 & 9 & -3 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -544 & 161 & 178 \\ 67 & 55 & -134 \\ 36 & 0 & -32 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 17 & -13 & -1 \\ 0 & -6 & 18 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 5 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 6 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 5 & 9 & 7 & 8 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-773} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 1 & 6 & 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 46 & -14 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -12 & 46 & -14 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -12 & 46 & -14 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 46 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-2	1	-1	-4	2
f(x)	69	3	7	763	25

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -10 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ -6 \\ 9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -7 \\ 5 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 3 & 4 & 4 \\ -1 & 5 & -4 & 3 \\ 5 & -1 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$