Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 10

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-9 & 0 & -16 \\
-11 & 1 & 6 \\
-16 & -18 & -14
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -8 & -7 \\ -9 & 5 & -9 & -4 \\ -9 & -5 & 3 & 5 \\ 7 & -5 & -10 & -6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 493 & 30 & -110 \\ 225 & 153 & 180 \\ 51 & -9 & -30 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -16 & 3 & -20 \\ 0 & -19 & -9 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 9 & 6 & 7 & 1 & 8 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-751} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 6 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -60 & -18 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -18 & -60 & -18 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -18 & -60 & -18 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -60 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

\boldsymbol{x}	-2	0	-4	1	4
f(x)	38	0	772	2	668

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ -8 \\ -2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ -9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -5 & -5 \\ -2 & 4 & -4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & -4 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$