Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 9

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-13 & -6 & 19 \\
14 & -10 & -10 \\
-9 & -7 & -15
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 & -1 \\ 7 & -9 & 5 & 7 \\ 9 & 9 & -2 & 3 \\ -7 & -8 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 700 & 610 & -59 \\ 421 & 421 & -74 \\ 17 & 17 & -5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -10 & -19 & -16 \\ 0 & -8 & -19 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 1 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 1 & 4 & 7 & 6 & 3 & 5 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 5 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -27 & -27 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -27 & -27 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -27 & -27 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -27 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-3	-2	0	-4	-1
f(x)	-242	-50	-2	-762	-6

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -2 \\ -9 \\ -4 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 9 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & -2 & -4 & 1 \\ -1 & -3 & -4 & 5 \\ 4 & -3 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$