Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 40

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
1 & 18 & -15 \\
12 & 16 & -3 \\
-3 & 18 & -9
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -6 & 5 & 3 \\ 3 & -8 & 6 & 3 \\ 9 & 8 & 0 & -8 \\ -5 & 6 & -10 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -326 & -304 & -42 \\ -270 & -20 & 10 \\ 12 & 40 & 12 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -20 & 7 \\ 0 & -21 & -5 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 8 & 4 & 5 & 6 & 1 & 9 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-19 & 90 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
1 & -19 & 90 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 1 & -19 & 90 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -19
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-1	4	2	-4	3
f(x)	-6	419	33	27	146

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -3 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} -3 \\ -8 \\ 7 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \\ 5 & -2 & 3 & 3 \\ 0 & -5 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$