Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 42

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
19 & -15 & 16 \\
12 & -13 & -17 \\
-14 & 13 & 18
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -1 & 4 \\ -3 & -3 & 3 & 1 \\ 3 & -5 & -4 & -6 \\ -3 & -6 & -5 & -4 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 398 & 88 & 38 \\ 211 & -278 & 61 \\ -182 & -14 & -56 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 16 & -8 & -20 \\ 0 & 16 & -11 \\ 0 & 0 & 13 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 6 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 1 & 7 & 6 & 8 & 3 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-821} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 7 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 118 & -56 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -60 & 118 & -56 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -60 & 118 & -56 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 118 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	2	3	-3	-4
f(x)	-55	19	15	-111	-335

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ -8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \\ -9 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -4 & -3 \\ -2 & 3 & -1 & -5 \\ 4 & 1 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$