Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 4

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -1 & 17 & -14 \\ -5 & -8 & 12 \\ -17 & -6 & -13 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -1 & 7 & 3 \\ 5 & 0 & -2 & 0 \\ -10 & 9 & -8 & 9 \\ 6 & 7 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 129 & -265 & 53 \\ 155 & -181 & 216 \\ -20 & 10 & -36 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 & -16 & -20 \\ 0 & -10 & -20 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 8 & 2 & 9 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 7 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -1 & 14 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -3 & -1 & 14 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 14 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-2	2	-3	3	0
f(x)	-54	-78	-298	-364	2

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -6 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -5 \\ -10 \\ -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -3 \\ 9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -3 & 2 \\ -1 & 5 & 2 & -1 \\ -5 & -4 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 2 & \lambda \end{bmatrix}$$