Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 36

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
17 & -20 & 14 \\
-7 & 1 & 9 \\
12 & 13 & 4
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 4 & 8 & 6 \\ 1 & 1 & -3 & -4 \\ 6 & -6 & -5 & 8 \\ -7 & 1 & 3 & -6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -136 & -17 & -124 \\ -161 & -46 & -114 \\ -110 & -20 & -60 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -13 \\ 0 & -9 & -11 \\ 0 & 0 & -11 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 4 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 3 & 2 & 1 & 4 & 5 & 8 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-827} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 2 & 7 & 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -12 & -60 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -12 & -60 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -12 & -60 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -12 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	-1	-4	4	0
f(x)	6	8	671	423	3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 9 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ -8 \\ -8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -10 \\ 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ 8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -5 & -2 \\ 0 & 5 & 2 & 3 \\ -5 & 4 & -5 & 5 \\ 3 & -5 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$