Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 20

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-8 & -4 & 3 \\
15 & -20 & -2 \\
-10 & -13 & -1
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -4 & -1 \\ 5 & 1 & -10 & 1 \\ 1 & 7 & -3 & 3 \\ 7 & -7 & -9 & -4 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -618 & 496 & 262 \\ -317 & 416 & 367 \\ 209 & -380 & -361 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 15 & -20 & -6 \\ 0 & -7 & -19 \\ 0 & 0 & 18 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 5 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 2 & 8 & 7 & 3 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 6 & 7 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -38 & 35 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 8 & -38 & 35 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 8 & -38 & 35 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -38 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	3	1	2	-2	0
f(x)	171	1	33	1	-3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ -10 \\ -6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -10 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & -4 & -3 \\ -5 & -3 & -4 & -4 \\ -5 & 5 & 4 & 5 \\ -4 & -1 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$