Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 42

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
7 & 4 & 5 \\
13 & -10 & 14 \\
3 & -16 & 0
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -8 & 5 \\ 9 & -8 & 9 & -9 \\ 5 & 2 & 0 & -1 \\ -7 & 3 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -151 & -21 & -235 \\ -88 & 0 & 304 \\ 90 & -162 & 342 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 13 \\ 0 & -13 & -16 \\ 0 & 0 & -19 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 5 & 9 & 2 & 3 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 5 & 6 & 7 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 11 & -40 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & 11 & -40 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2 & 11 & -40 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 11 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	-2	4	1	0
f(x)	1235	91	883	10	3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -1\\9\\8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 9\\-4\\4 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -3\\1\\-6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2\\1\\\lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 2 & -3 \\ -1 & -3 & 5 & 1 \\ -4 & 1 & 3 & 1 \\ -2 & 4 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$