Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 29

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -13 & 0 & 5 \\ 14 & -12 & -7 \\ -6 & -11 & 17 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 2 & 0 \\ 6 & -1 & 1 & -8 \\ 2 & 8 & -10 & -4 \\ -4 & -6 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 210 & -168 & 2 \\ -324 & 342 & 66 \\ 144 & -180 & -180 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -8 & -10 \\ 0 & 11 & 18 \\ 0 & 0 & -13 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 4 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 4 & 8 & 9 & 7 & 2 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 1 & 7 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -12 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 16 & -12 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 16 & -12 & 2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -12 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	0	-1	2	4	-2
f(x)	4	2	-22	-648	-42

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -10 \\ 7 \\ -2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 8 \\ -6 \\ 6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -3 \\ -8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 & -3 \\ -2 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & -3 & 3 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$