Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 18

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
14 & 4 & 18 \\
9 & 11 & -10 \\
-20 & 16 & 6
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -6 & 6 & -2 \\ -6 & 1 & 9 & 4 \\ -6 & 7 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & 9 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 98 & -1 & 157 \\ 71 & 173 & 82 \\ 20 & -8 & 14 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 11 & -17 \\ 0 & -20 & 10 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 5 & 1 & 6 & 9 & 3 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-719}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 2 & 1 & 4 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -40 & 90 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -40 & 90 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -40 & 90 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -40 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	0	-1	-4	1
f(x)	-15	-3	5	521	-9

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_{1} = \begin{bmatrix} 9 \\ -8 \\ 7 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ -4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 & -1 \\ 1 & -5 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \\ -5 & 1 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$