Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 23

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -16 & 9 & -8 \\ 12 & -5 & 8 \\ -5 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -3 & 1 \\ 4 & -3 & -10 & 4 \\ -7 & -9 & 8 & 7 \\ 2 & -3 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -145 & -248 & 161 \\ 89 & 459 & 39 \\ 18 & 34 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 13 & 15 & -7 \\ 0 & -15 & -13 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 2 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 4 & 1 & 6 & 7 & 2 & 8 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 6 & 2 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -36 & -18 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 54 & -36 & -18 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 54 & -36 & -18 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -36 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	4	1	-3	-2
f(x)	-923	-683	-8	-312	-71

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} 3 \\ -7 \\ -2 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \\ 5 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 7 \\ -7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 & 1 & -4 \\ -3 & 4 & -2 & 1 \\ -1 & -5 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$