Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 7

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -1 & 14 & -14 \\ -8 & 10 & -6 \\ 10 & -4 & 13 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -6 & -6 & 5 \\ -10 & 6 & -2 & -2 \\ -6 & 5 & 8 & 2 \\ -4 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 137 & 184 & 77 \\ 141 & -468 & 221 \\ 18 & 216 & 18 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -9 & -4 & 17 \\ 0 & 15 & -19 \\ 0 & 0 & 17 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 7 & 4 & 9 & 1 & 5 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-719} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -12 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 16 & -12 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 16 & -12 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -12 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-2	-4	-3	0	1
f(x)	23	379	114	3	14

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -9 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -7 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ -9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -5 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & -5 \\ 5 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$