Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 29

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
18 & 19 & 8 \\
17 & 11 & 8 \\
9 & 1 & 5
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -5 & -4 \\ -7 & -5 & 7 & -7 \\ -1 & 1 & -1 & 2 \\ 6 & -5 & -3 & -7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 165 & 145 & 332 \\ 87 & 31 & 157 \\ 102 & 306 & 187 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & -5 & 18 \\ 0 & -6 & 7 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 9 & 5 & 7 & 4 & 3 & 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-727} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 6 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 31 & 7 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -20 & 31 & 7 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -20 & 31 & 7 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 31 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-3	0	4	-2	1
f(x)	-116	-2	-690	-18	-12

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -10 \\ -7 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -7 \\ -9 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 5 & -2 \\ 1 & 4 & 5 & -3 \\ -5 & 5 & -4 & 1 \\ -1 & 0 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$