Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 9

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -10 & 5 & 16 \\ -10 & 0 & -19 \\ -17 & 13 & 7 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -6 & 7 \\ 4 & -9 & 2 & -6 \\ 6 & 2 & -3 & -7 \\ -2 & 0 & -4 & -6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -372 & 36 & 256 \\ 77 & -44 & 213 \\ 266 & 342 & 152 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -17 & -16 & -14 \\ 0 & -14 & -1 \\ 0 & 0 & 18 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 2 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 5 & 6 & 3 & 7 & 9 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-773}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 4 & 2 & 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 12 & -16 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 4 & 12 & -16 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 4 & 12 & -16 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 12 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| x    | -2 | -3  | -4  | 2  | 0  |
|------|----|-----|-----|----|----|
| f(x) | 46 | 239 | 752 | 74 | -4 |

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_{1} = \begin{bmatrix} 9 \\ -8 \\ -1 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \\ -4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -10 \\ 8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -1 & -4 & -2 \\ -3 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & -5 & 2 & 3 \\ 5 & -5 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$