Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 32

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
2 & -19 & -20 \\
-7 & 14 & 11 \\
5 & 8 & 8
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -9 & 8 & -9 \\ -9 & -9 & -7 & 8 \\ 0 & 7 & -8 & -8 \\ 0 & 1 & 5 & -5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -144 & -206 & 33 \\ 99 & 47 & -90 \\ 81 & 63 & -135 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 11 & 3 & -4 \\ 0 & 4 & -11 \\ 0 & 0 & -10 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 9 & 8 & 2 & 7 & 4 & 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-827}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 1 & 7 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -74 & 15 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 80 & -74 & 15 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 80 & -74 & 15 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -74 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x		2	0	4	-4	-2
f(x)	(3	2	2	-206	-238	-14

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ -5 \\ -9 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -10 \\ -10 \\ 8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -3 \\ 9 \\ -10 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 5 & 5 \\ -3 & 3 & -5 & 4 \\ 5 & 3 & 5 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$