Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 12

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-2 & -17 & 14 \\
15 & -1 & -20 \\
-17 & 12 & -7
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 9 & 8 & 5 \\ 2 & -5 & -3 & -1 \\ -4 & -8 & -7 & 9 \\ -9 & 3 & 2 & -6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -155 & -46 \\ 140 & 39 & 49 \\ -180 & -306 & -126 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -6 \\ 0 & -6 & 7 \\ 0 & 0 & -19 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 6 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 1 & 8 & 7 & 4 & 9 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 6 & 1 & 2 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -65 & -10 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 35 & -65 & -10 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 35 & -65 & -10 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -65 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	1	-3	3	-1	4
f(x)	-2	174	126	-2	433

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -7 \\ 2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ -10 \\ -9 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -10 \\ -7 \\ -9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -4 & 3 & -1 \\ -4 & -5 & -3 & -2 \\ -1 & 3 & 5 & -3 \\ 3 & 2 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$