Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 27

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
3 & -5 & 19 \\
16 & -11 & 15 \\
-18 & -12 & -11
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 5 & -10 \\ 0 & -8 & 8 & -6 \\ -5 & 7 & 5 & 8 \\ 3 & -4 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 157 & -39 & -105 \\ 75 & 99 & -75 \\ -85 & -221 & 85 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 12 & 0 & 5 \\ 0 & -17 & 1 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 8 & 7 & 6 & 2 & 3 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-751} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 4 & 1 & 2 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 50 & -50 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 100 & 50 & -50 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 100 & 50 & -50 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 50 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	-3	1	-4	-1
f(x)	-95	-230	-10	-815	4

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -7 \\ 5 \\ -4 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ -10 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 1 & 1 \\ -5 & -5 & -4 & -2 \\ -3 & 4 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$