Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 25

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
3 & -1 & -9 \\
-12 & 17 & -18 \\
-20 & -5 & -8
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -6 & 6 & -1 \\ -8 & -7 & -3 & -8 \\ -5 & -5 & 6 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 130 & -259 & 133 \\ -182 & 41 & -83 \\ 0 & 64 & -160 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -13 & 11 & -17 \\ 0 & -14 & 10 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 8 & 1 & 9 & 2 & 7 & 6 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-773} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 6 & 2 & 7 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-9 & 15 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & -9 & 15 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 0 & -9 & 15 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -9
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	-1	-3	-2	-4
f(x)	-9	0	96	15	315

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -8 \\ -5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -9 \\ 5 \\ -6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -9 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 5 & -5 \\ 5 & -1 & 2 & 4 \\ 4 & -2 & -3 & 3 \\ 3 & 5 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$