Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 19

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -19 & 10 & -20 \\ 5 & -5 & 12 \\ 9 & -6 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 0 & 5 \\ -5 & 2 & -7 & 0 \\ -2 & 3 & 4 & -9 \\ 6 & -2 & -3 & 8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -449 & 149 & -10 \\ 1 & 55 & 82 \\ -117 & 65 & 26 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 11 & 16 & -11 \\ 0 & -6 & 11 \\ 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 7 & 2 & 8 & 9 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-727}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 6 & 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-19 & 24 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
-9 & -19 & 24 & 0 & \dots & 0 \\
0 & -9 & -19 & 24 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -19
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-3	0	2	-4	4
f(x)	-356	1	-51	-1119	-895

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -8 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -10 \\ -2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -9 \\ -5 \\ -3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 & -4 \\ 3 & 1 & -3 & -4 \\ 5 & -1 & -5 & 3 \\ -1 & -5 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$