Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 30

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-7 & 18 & -11 \\
-18 & 18 & -10 \\
15 & 0 & -3
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 6 & 6 & -7 \\ -10 & 2 & -3 & -10 \\ -3 & -1 & -10 & -1 \\ 3 & -1 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 57 & 315 & -198 \\ 55 & 43 & -69 \\ -40 & 32 & 36 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 15 & 15 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 6 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 1 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 5 & 1 & 7 & 2 & 3 & 4 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-727} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 6 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
15 & -6 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
-9 & 15 & -6 & 0 & \dots & 0 \\
0 & -9 & 15 & -6 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 15
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	3	2	-3	4
f(x)	-9	-129	-37	-57	-351

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ -6 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \\ -10 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -7 \\ -7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -5 & 3 \\ 3 & -5 & 2 & 5 \\ -4 & -1 & -3 & 5 \\ -4 & -5 & 2 & \lambda \end{bmatrix}$$