Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 32

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-5 & 12 & -11 \\
-3 & 7 & 14 \\
13 & 10 & -9
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & -9 & 7 \\ 8 & -6 & 0 & 3 \\ -1 & 7 & -6 & 1 \\ -8 & 7 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -243 & 221 & -217 \\ 187 & 181 & 329 \\ 10 & -65 & -20 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -19 & -19 \\ 0 & 18 & -11 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 6 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 4 & 1 & 3 & 2 & 9 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-739} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 2 & 6 & 7 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -36 & 60 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 3 & -36 & 60 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 3 & -36 & 60 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -36 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	-4	-3	0	4
f(x)	-11	-151	-39	-3	-431

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ -7 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & -5 & 1 \\ 0 & -3 & 4 & 3 \\ 3 & 5 & 4 & -2 \\ -3 & -5 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$