Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 34

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 8 & 11 & 9 \\ -3 & 13 & -14 \\ -2 & -16 & -10 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 0 & -8 & -4 \\ 5 & -10 & 1 & 7 \\ -10 & -1 & -1 & 5 \\ 9 & 2 & 8 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 300 & -212 & -75 \\ -275 & 481 & 209 \\ 16 & -38 & -4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 14 & -6 \\ 0 & -18 & 11 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 3 & 2 & 5 & 7 & 9 & 8 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-821}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 1 & 5 & 7 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -4 & -10 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 32 & -4 & -10 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 32 & -4 & -10 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -4 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-2	-4	0	-1	1
f(x)	-59	-729	3	-3	1

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -5\\1\\-5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -1\\2\\-2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 9\\-1\\8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4\\3\\\lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -3 & 3 & 3 \\ 5 & -5 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & -4 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$