Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 1

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
7 & -18 & -19 \\
-7 & 19 & -3 \\
-3 & -1 & -3
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -6 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & -8 & 1 \\ 1 & -9 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -14 & 145 & 371 \\ 186 & -214 & -408 \\ -306 & 204 & 323 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 12 & 17 & -13 \\ 0 & -11 & 12 \\ 0 & 0 & -18 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 6 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 1 & 5 & 6 & 8 & 2 & 9 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-751} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-2	-4	-1	0	4
f(x)	10	438	-6	-2	454

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -9 \\ 2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & 4 & -2 \\ -3 & -5 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$