Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 39

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
14 & -1 & -1 \\
-15 & 8 & 8 \\
9 & 11 & -17
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -5 & 1 & -8 \\ -10 & -9 & 7 & 0 \\ -5 & 5 & 5 & 4 \\ -9 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 103 & -358 & -226 \\ 265 & 219 & 95 \\ -108 & -36 & 12 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 12 & -18 & -7 \\ 0 & 6 & -19 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 8 & 5 & 7 & 6 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 5 & 7 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -62 & -42 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -16 & -62 & -42 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -16 & -62 & -42 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -62 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| х | 4 | 3 | -3 | -4 | 0 |
|------|-------|------|------|-------|---|
| f(x) | -1044 | -332 | -344 | -1060 | 4 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ -10 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -7 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -10 \\ -10 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ -9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -5 \\ 2 & 0 & 0 & -4 \\ -5 & 1 & -4 & -4 \\ -5 & 3 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$