Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 1

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
17 & -15 & -20 \\
-14 & -4 & 5 \\
-9 & 0 & -16
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 6 & 2 & 0 \\ -4 & -10 & -6 & -9 \\ 1 & 5 & -10 & -8 \\ -7 & 4 & -10 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 49 & 308 & 36 \\ -19 & 42 & 4 \\ 90 & 140 & -40 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -21 & 3 & -19 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -11 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 8 & 7 & 3 & 9 & 5 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-773} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 6 & 7 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -68 & -60 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -16 & -68 & -60 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -16 & -68 & -60 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -68 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-3	-2	-4	1	4
f(x)	-33	5	-161	-1	-313

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -10 \\ -10 \\ -2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & -1 \\ -4 & -2 & -4 & -2 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \\ -5 & -2 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$