Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 14

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -16 & 18 & 0 \\ -18 & -6 & -20 \\ -10 & 0 & -11 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -9 & -2 & -10 \\ 6 & 0 & 1 & -10 \\ -3 & 6 & -5 & 6 \\ -5 & 4 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -47 & 46 & 213 \\ 238 & -38 & -252 \\ 76 & -32 & -36 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -20 & -13 & 4 \\ 0 & 5 & -16 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 6 & 1 & 9 & 7 & 8 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 1 & 3 & 4 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -28 & 49 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -45 & -28 & 49 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -45 & -28 & 49 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -28 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-4	1	-1	2	-3
f(x)	920	10	8	86	286

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -6 \\ -7 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -9 \\ -8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 4 & 5 \\ -4 & -5 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$