Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 32

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-20 & -12 & -17 \\
16 & 15 & 1 \\
-11 & 9 & -20
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -10 & 8 \\ 9 & -5 & 4 & 8 \\ 4 & 7 & -2 & 4 \\ 8 & -5 & -1 & -5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -77 & 189 & 357 \\ -270 & 170 & -182 \\ -9 & 8 & 16 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 14 \\ 0 & 17 & -8 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 6 & 9 & 5 & 2 & 1 & 4 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-727} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 4 & 6 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -17 & -14 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 45 & -17 & -14 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 45 & -17 & -14 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -17 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	-2	-4	1	0
f(x)	784	16	304	4	0

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -5 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & -1 & -4 \\ 3 & -5 & 3 & -5 \\ 0 & 3 & -5 & 5 \\ 4 & -1 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$