Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 41

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 6 & -4 & 1 \\ 7 & -13 & 3 \\ 11 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 6 & -1 & -3 \\ 8 & -4 & 9 & -4 \\ -8 & -4 & -5 & 8 \\ 5 & 0 & -7 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 340 & -397 & 294 \\ -22 & 64 & -37 \\ -285 & 195 & -210 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & -16 & 7 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & -16 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 6 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 2 & 7 & 8 & 9 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 5 & 6 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -7 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 28 & -7 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 28 & -7 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -7 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-1	1	4	3	-2
f(x)	0	-4	-865	-280	-25

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -10 \\ -3 \\ 9 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ -9 \\ 1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \\ -3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -8 \\ 1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 0 & -5 \\ -5 & -3 & 1 & -3 \\ -2 & -5 & -5 & -1 \\ -4 & 1 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$