Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 20

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -11 & -2 & 0 \\ 10 & -20 & -18 \\ 11 & -15 & 7 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 9 & 4 \\ 9 & -4 & -2 & -5 \\ 0 & -1 & 8 & -5 \\ -4 & 9 & -8 & 8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -11 & 557 & 206 \\ 84 & 76 & 381 \\ -24 & 0 & -114 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 12 & -17 & -5 \\ 0 & -5 & -19 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 1 & 6 & 2 & 9 & 3 & 8 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-811} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 5 & 1 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -10 & 10 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -10 & 10 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 10 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-3	1	0	-2	-1
f(x)	-195	-7	3	-37	-1

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ -8 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 4 & -2 & -3 \\ -4 & 0 & -3 & 0 \\ 5 & 5 & -4 & 2 \\ 5 & -3 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$