Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 13

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
7 & 12 & 1 \\
16 & 8 & 1 \\
-15 & 10 & 2
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 & -6 & 7 \\ 4 & -5 & 1 & 3 \\ -9 & -7 & -1 & -8 \\ 5 & 1 & -10 & -3 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 16 & 374 & 407 \\ 110 & -500 & 10 \\ -60 & 170 & -60 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -18 & -17 & 3 \\ 0 & 9 & -20 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 4 & 8 & 5 & 2 & 1 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-751} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 6 & 7 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -71 & 28 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 45 & -71 & 28 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 45 & -71 & 28 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -71 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	0	4	-2	-3	-1
f(x)	-1	315	45	224	0

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \\ -6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -5 & 4 & -5 \\ -4 & 0 & 0 & 1 \\ -5 & -5 & -3 & -1 \\ 5 & 1 & 2 & \lambda \end{bmatrix}$$