Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 45

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
11 & -7 & -14 \\
-9 & -16 & 8 \\
8 & 15 & 6
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -9 & -8 & -2 \\ 5 & -10 & 4 & 9 \\ -6 & -10 & -2 & 7 \\ 3 & 6 & 8 & -8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -145 & 187 & -154 \\ -550 & -230 & 112 \\ 114 & 18 & -96 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -17 & -14 & -7 \\ 0 & -17 & 18 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 3 & 6 & 5 & 1 & 7 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-787}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 6 & 1 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -43 & 63 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 4 & -43 & 63 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 4 & -43 & 63 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -43 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

λ	C	-4	0	2	-2	-3
f(	<i>x</i> )	1021	1	31	91	361

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -6 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -5 \\ -10 \\ 9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6 \\ 3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 & -5 \\ -5 & 3 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$