Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 44

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -15 & 18 & -7 \\ -4 & -14 & -8 \\ -12 & -7 & -17 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -3 & 1 & -7 \\ 9 & -5 & 9 & 6 \\ 7 & 5 & -5 & 2 \\ -1 & -1 & -8 & 9 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 212 & 491 & -61 \\ 275 & -30 & 160 \\ 3 & 45 & -21 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -16 & 7 & 19 \\ 0 & 14 & -10 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 3 & 6 & 5 & 4 & 1 & 9 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-823} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 7 & 5 & 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-23 & 2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
30 & -23 & 2 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 30 & -23 & 2 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -23
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	-2	3	4	1
f(x)	63	39	339	1083	3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} -7 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -9 \\ -6 \\ 9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & -2 & 2 \\ 2 & -4 & -3 & -5 \\ -2 & 0 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$