Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 3

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
3 & 4 & -13 \\
-16 & -7 & 19 \\
-15 & -20 & -3
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 5 & -2 & 4 \\ -2 & -6 & -3 & -5 \\ -5 & -9 & -9 & -6 \\ -1 & -5 & 9 & -7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -560 & 395 & 645 \\ -336 & 294 & 315 \\ 60 & -50 & -65 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 16 & -19 & 4 \\ 0 & -15 & 7 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 3 & 7 & 1 & 9 & 4 & 5 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-827}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 4 & 5 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 40 & -32 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 72 & 40 & -32 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 72 & 40 & -32 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 40 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	4	-2	0	1	3
f(x)	204	48	-4	-9	23

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ -9 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -8 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -10 \\ -8 \\ -6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 7 \\ -4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 5 & -3 \\ 5 & 5 & 1 & 5 \\ -4 & -2 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$