Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 29

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
9 & 11 & 6 \\
12 & -14 & 17 \\
-2 & 1 & 12
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -9 & 8 & 5 \\ -8 & -6 & -6 & -6 \\ -8 & 2 & -5 & 7 \\ -2 & 2 & -6 & 8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -264 & -333 & -85 \\ 154 & 186 & 72 \\ -154 & -126 & -42 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -8 & -11 & -17 \\ 0 & 5 & 14 \\ 0 & 0 & -15 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 1 & 5 & 8 & 6 & 3 & 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-739} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 7 & 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-23 & 4 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
15 & -23 & 4 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 15 & -23 & 4 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -23
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	1	-4	0	-2	-3
f(x)	-10	-465	-1	-1	-106

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -7 \\ -4 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -8 \\ -10 \\ -4 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ -8 \\ -2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -1 \\ -10 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & -5 \\ 4 & -5 & -3 & 1 \\ -1 & -5 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$