Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 31

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
6 & 10 & 4 \\
4 & 8 & 6 \\
9 & 7 & 13
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 9 & -3 \\ 2 & 8 & 1 & 8 \\ -9 & 0 & -3 & -10 \\ 4 & 9 & 8 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -94 & 213 & 178 \\ -48 & -78 & -84 \\ -33 & 33 & 12 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 15 & -11 & 13 \\ 0 & 5 & -6 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 9 & 6 & 8 & 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-751} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 1 & 2 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -28 & -28 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -28 & -28 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -28 & -28 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -28 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| х | 3 | -1 | -2 | 2 | 1 |
|------|-----|----|----|----|---|
| f(x) | 251 | 3 | 6 | 54 | 3 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -3 \\ -10 \\ -5 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \\ 7 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -8 \\ -5 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & 5 & 0 \\ -5 & 4 & -3 & 4 \\ 0 & -4 & 0 & 3 \\ -4 & -2 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$