Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 9

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
16 & -12 & -4 \\
9 & -4 & 13 \\
-13 & 0 & 4
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 1 & 9 & -3 \\ -8 & 5 & 7 & 1 \\ -9 & 8 & 0 & -7 \\ -4 & -5 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -63 & 12 & 25 \\ -234 & 81 & 96 \\ -80 & 5 & 100 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 0 & -7 & -9 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 3 & 9 & 8 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-827} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 6 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -48 & 64 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -48 & 64 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -48 & 64 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -48 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	0	2	4	-1	-3
f(x)	0	-38	-636	4	-48

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ 7 \\ -9 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -3 \\ -9 \\ 8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -3 & 4 \\ -1 & 1 & -1 & 3 \\ -4 & 4 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$