Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 6

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -17 & -4 & -17 \\ 17 & 9 & -12 \\ 19 & -17 & 7 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 6 & 4 & -9 \\ -3 & -9 & -9 & 8 \\ -5 & -4 & 6 & -1 \\ -7 & -6 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 148 & 55 & 217 \\ 115 & -130 & -235 \\ 95 & -55 & -75 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -12 & -2 \\ 0 & 4 & 10 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 5 & 7 & 1 & 9 & 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-821}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 1 & 7 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -40 & -10 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 50 & -40 & -10 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 50 & -40 & -10 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -40 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	3	2	-1	1	-2
f(x)	183	44	-1	7	28

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -7 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} -3 \\ 8 \\ -2 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 9 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -8 \\ 2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -5 & -4 & 4 \\ 5 & 4 & 1 & -5 \\ 4 & 4 & 2 & 2 \\ -3 & 1 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$