Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 22

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
18 & -15 & -5 \\
-13 & 6 & 3 \\
-12 & 15 & -19
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & -3 \\ -5 & 4 & -3 & 1 \\ -10 & -4 & -4 & 9 \\ -9 & 4 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -124 & 374 & 380 \\ 52 & -307 & -188 \\ -40 & 220 & 80 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -12 & -11 & -7 \\ 0 & 13 & 5 \\ 0 & 0 & -21 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 1 & 6 & 8 & 4 & 2 & 9 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-719}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 1 & 5 & 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -42 & -8 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -10 & -42 & -8 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -10 & -42 & -8 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -42 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	-1	4	-3	1
f(x)	47	2	797	202	2

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_{1} = \begin{bmatrix} 9 \\ -1 \\ -8 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ -7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -4 & -3 & 0 \\ 3 & -2 & -5 & -4 \\ -3 & -1 & -5 & 3 \\ -1 & 3 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$