Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 39

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
3 & 7 & 9 \\
-1 & -17 & 15 \\
-7 & -13 & 6
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -8 & -10 & 3 \\ -8 & 4 & -9 & 9 \\ -8 & 0 & -8 & -6 \\ 9 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -99 & 200 & -103 \\ -81 & -54 & 135 \\ -210 & 105 & 75 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & -12 & -8 \\ 0 & 8 & 18 \\ 0 & 0 & 14 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 9 & 7 & 8 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-821} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 2 & 7 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 27 & -9 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -20 & 27 & -9 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -20 & 27 & -9 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 27 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| х | -3 | 1 | 3 | 0 | -4 |
|------|----|----|------|---|-----|
| f(x) | 33 | -3 | -153 | 3 | -13 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -8\\1\\5 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 9\\-3\\1 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 8\\4\\7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -4\\5\\\lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & -2 & 5 \\ -5 & 2 & 5 & 2 \\ -3 & -5 & 2 & 2 \\ -5 & -3 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$