Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 40

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
15 & -17 & -6 \\
3 & 6 & -14 \\
12 & 7 & 1
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 5 & 0 & 1 \\ -3 & -8 & -8 & 7 \\ -9 & -9 & 0 & -5 \\ -2 & 8 & 6 & -10 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -131 & -577 & 305 \\ -7 & 13 & -14 \\ -25 & 45 & -25 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 17 & -16 & 9 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 3 & 2 & 5 & 7 & 1 & 8 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-719} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 2 & 6 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 14 & -24 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 24 & 14 & -24 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 24 & 14 & -24 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 14 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	4	-4	3	0	-2
f(x)	-1128	-976	-374	4	-54

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -7 \\ -9 \\ -4 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -7 \\ -3 \\ -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 4 & 2 & -1 \\ 1 & 5 & 5 & -4 \\ -5 & 3 & -3 & 0 \\ -3 & -5 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$