Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 15

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 10 \\ 4 & 5 & -20 \\ 18 & -19 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 5 & -5 & 7 \\ 4 & -4 & 2 & -1 \\ 8 & 8 & 6 & 3 \\ -5 & 5 & -9 & -5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -108 & 132 & 36 \\ 136 & -56 & -94 \\ 216 & -216 & -144 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 15 & -2 \\ 0 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 7 & 3 & 8 & 1 & 6 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-821} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 1 & 6 & 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-20 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
-30 & -20 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & -30 & -20 & 0 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -20
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	3	2	0	-4	4
f(x)	-394	-87	-1	-933	-1181

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -7 \\ -9 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \\ -4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6 \\ 7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & -4 \\ -4 & -5 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$