Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 6

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-6 & -20 & 9 \\
-10 & -1 & 11 \\
10 & -19 & 13
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 9 & 1 \\ -7 & 2 & -3 & 8 \\ 9 & -10 & 4 & 5 \\ 8 & 4 & -7 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -344 & -147 & 191 \\ -3 & -92 & 66 \\ 18 & -3 & 54 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -20 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & -7 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 9 & 1 & 2 & 6 & 7 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-751} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 7 & 1 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 67 & -36 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -30 & 67 & -36 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -30 & 67 & -36 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 67 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	2	-2	-4	-3
f(x)	-1	37	53	1069	327

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -9 \\ -7 \\ -2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -10 \\ -10 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 1 & -1 \\ 4 & -4 & 0 & 0 \\ -5 & 5 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$