Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 28

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-8 & 11 & -20 \\
12 & -2 & -3 \\
8 & -5 & -1
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -9 & -5 & 4 \\ -7 & 2 & -1 & -10 \\ -2 & -8 & -3 & 8 \\ 2 & 6 & -6 & -10 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -66 & -302 & -242 \\ -7 & 164 & 134 \\ -1 & 8 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -9 & -13 & -15 \\ 0 & 1 & 17 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 1 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 1 & 6 & 2 & 9 & 3 & 4 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-827} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 2 & 7 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -40 & -5 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -40 & -5 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -5 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	4	2	3	-2	1
f(x)	-134	8	-20	-20	4

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -7 \\ 6 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -3 \\ -10 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 & -5 \\ 0 & 3 & 4 & 1 \\ -5 & -4 & -2 & -1 \\ 5 & -4 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$