Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 18

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 0 & 19 & -14 \\ 17 & 2 & -17 \\ 17 & 11 & -17 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -7 & -7 \\ 1 & 8 & 3 & -7 \\ -9 & 9 & -4 & 1 \\ 4 & 6 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 407 & -639 & 497 \\ -220 & 54 & 80 \\ 30 & -36 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -20 & -13 & 13 \\ 0 & -8 & -10 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 9 & 7 & 5 & 2 & 3 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-823} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 4 & 6 & 2 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 10 & -8 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 3 & 10 & -8 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 3 & 10 & -8 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 10 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	1	0	4	-1	-4
f(x)	-7	-2	-526	-1	-22

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -9 \\ 8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \\ 6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 3 & 0 \\ -1 & -3 & -5 & -2 \\ 4 & -1 & 4 & 4 \\ -3 & 3 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$