Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 24

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -13 & -19 & 1 \\ -1 & 16 & -3 \\ 11 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 7 & -4 & 8 \\ -8 & 1 & 0 & -4 \\ 5 & 7 & -7 & -3 \\ -5 & 9 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 116 & 92 & 270 \\ -120 & 48 & -126 \\ 66 & -12 & -36 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -8 & 18 & -12 \\ 0 & -10 & -6 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 5 & 6 & 9 & 2 & 7 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-733}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 7 & 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -51 & 36 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 18 & -51 & 36 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 18 & -51 & 36 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -51 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	0	2	4	-4	-1
f(x)	-2	-38	-514	-482	1

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -10 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & -5 & 3 & -3 \\ -2 & -2 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$