Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 11

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
10 & -16 & -5 \\
-1 & 5 & -10 \\
1 & -3 & 0
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & -10 & 9 \\ 4 & 4 & 5 & -2 \\ 1 & -3 & 6 & -7 \\ 1 & -2 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -8 & -157 & -249 \\ 81 & 234 & -22 \\ -36 & -144 & -24 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 4 \\ 0 & 5 & -19 \\ 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 6 & 9 & 2 & 1 & 3 & 5 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-727}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 7 & 1 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -18 & 4 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -36 & -18 & 4 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -36 & -18 & 4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -18 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	0	4	-4	3	-2
f(x)	3	835	739	270	55

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -10 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \\ 6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 7 \\ -7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & -1 & -1 \\ -5 & 0 & -2 & 2 \\ 5 & -5 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$