Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 33

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -18 & 6 & 9 \\ -6 & -10 & 6 \\ -18 & -11 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -6 & 0 & -4 & 7 \\ -5 & -9 & 1 & -6 \\ 9 & -1 & -4 & 4 \\ -6 & -1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 126 & -494 & 70 \\ 12 & -115 & 42 \\ 0 & -100 & 35 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -12 & -16 & 5 \\ 0 & -2 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 8 & 9 & 1 & 3 & 5 & 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-823} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 2 & 6 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-18 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
48 & -18 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 48 & -18 & 0 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -18
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	2	3	-2	-4	-1
f(x)	27	117	67	747	9

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -8 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -8 \\ -6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -3 \\ -5 & -4 & 5 & 2 \\ 5 & -2 & -4 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$