Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 45

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
7 & 1 & 0 \\
-19 & -6 & -3 \\
2 & 16 & -12
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -1 & 6 & -5 \\ 4 & 3 & -8 & -4 \\ -7 & -2 & 3 & 8 \\ 5 & -10 & 9 & -9 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 104 & 129 & 20 \\ -74 & 91 & 47 \\ -114 & 247 & 95 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -18 & -13 & -11 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 18 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 5 & 9 & 7 & 2 & 8 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-823} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 1 & 2 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 20 & 24 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -100 & 20 & 24 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -100 & 20 & 24 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 20 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-3	-1	1	0	-2
f(x)	131	1	-1	2	20

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ -9 \\ 8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & -5 & 1 \\ -2 & 2 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$