Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 10

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -19 & -3 & -2 \\ -16 & 7 & -14 \\ 10 & 13 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -9 & -7 & 6 & 5 \\ 2 & 5 & -2 & 2 \\ 8 & -9 & 8 & 6 \\ 9 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 30 & 120 & -20 \\ 90 & 42 & -148 \\ -100 & 90 & 90 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 10 \\ 0 & -11 & -12 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 1 & 2 & 8 & 6 & 5 & 4 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 1 & 2 & 4 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -50 & 50 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -28 & -50 & 50 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -28 & -50 & 50 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -50 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	-4	-3	1	-1
f(x)	823	295	74	10	-2

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -8 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ 9 \\ -10 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 & -3 \\ -2 & -3 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 5 & -4 \\ -2 & -2 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$