Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 32

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-20 & 11 & 17 \\
5 & 18 & -4 \\
13 & 12 & -19
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -9 & 1 & -9 \\ -3 & 3 & 6 & -6 \\ 0 & 8 & 0 & -9 \\ -5 & 8 & -9 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -294 & -163 & 344 \\ -57 & -100 & 477 \\ -25 & 65 & -95 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -12 & 15 & 1 \\ 0 & 16 & 9 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 7 & 2 & 8 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-773} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 5 & 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 17 & 5 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -12 & 17 & 5 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -12 & 17 & 5 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 17 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	3	1	-3	2	-4
f(x)	354	6	126	81	501

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -5 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ -7 \\ 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -4 & 1 \\ 3 & 3 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -5 & 5 \\ 1 & 2 & 2 & \lambda \end{bmatrix}$$