Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 24

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -19 & -9 & 18 \\ 2 & -4 & -5 \\ 7 & 10 & -16 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -7 & 1 & 9 \\ 7 & -1 & -6 & -10 \\ -3 & -4 & 2 & 9 \\ -1 & -6 & -4 & -8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 55 & -165 & 200 \\ 10 & 230 & -140 \\ 108 & -18 & 36 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 & 5 & -15 \\ 0 & -11 & 10 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 6 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 3 & 1 & 7 & 9 & 2 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-727}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 5 & 1 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -63 & 81 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -8 & -63 & 81 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -8 & -63 & 81 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -63 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-1	-2	3	-3	-4
f(x)	10	63	138	246	691

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -7 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \\ -9 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 0 & -3 \\ -5 & -4 & -1 & 2 \\ 5 & -5 & -1 & -3 \\ 5 & 0 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$