Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 13

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-7 & 15 & -20 \\
-5 & -2 & -9 \\
-8 & 16 & -6
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 9 & 9 & -9 \\ 1 & -3 & 5 & 7 \\ 3 & -7 & 6 & -5 \\ -6 & -9 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 700 & -350 & 160 \\ 81 & 52 & 118 \\ -18 & 13 & 16 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -19 & -20 & 2 \\ 0 & -10 & -4 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 5 & 7 & 6 & 2 & 1 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-811}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 2 & 7 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -30 & 8 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 25 & -30 & 8 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 25 & -30 & 8 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -30 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	-3	1	3	0
f(x)	730	233	1	221	2

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -10 \\ -10 \\ 1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -7 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 & 0 \\ -3 & 2 & 5 & -3 \\ -1 & 5 & 1 & 2 \\ -4 & 4 & 2 & \lambda \end{bmatrix}$$