Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 45

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-6 & 11 & -8 \\
12 & 14 & -10 \\
-8 & 4 & -19
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -9 & 0 & 8 \\ -9 & 5 & 5 & -2 \\ 2 & 4 & 5 & 2 \\ 8 & -3 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -209 & 47 & 226 \\ -208 & 80 & -80 \\ 190 & 130 & -160 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -15 & 8 & -7 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 4 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 8 & 2 & 3 & 6 & 7 & 9 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-719}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 6 & 7 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 112 & -64 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -40 & 112 & -64 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -40 & 112 & -64 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 112 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-3	-2	1	4	-4
f(x)	358	72	6	876	1116

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -8 \\ -3 \\ -6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ -2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 0 & -3 \\ 5 & 1 & -5 & 4 \\ 1 & -2 & 4 & -3 \\ -3 & -2 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$