Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 1

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
5 & -6 & -20 \\
13 & -10 & -16 \\
13 & 1 & -7
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -10 & 6 \\ 3 & 4 & -6 & -6 \\ 8 & -8 & 5 & 2 \\ 7 & 6 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -195 & 181 & -76 \\ 36 & -120 & -92 \\ 34 & -20 & 34 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 9 \\ 0 & 7 & -4 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 6 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 4 & 1 & 5 & 9 & 7 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-773} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 1 & 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -65 & -90 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -10 & -65 & -90 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -10 & -65 & -90 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -65 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	4	-1	3	-3
f(x)	12	284	9	73	277

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -10 \\ -8 \\ -7 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -8 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ -7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & -5 \\ 1 & -4 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 5 & -2 \\ -3 & -4 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$