Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 18

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 15 \\ 12 & -1 & -14 \\ 4 & 9 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -10 & -2 & -4 \\ -4 & -4 & -8 & 9 \\ -10 & -10 & -4 & 3 \\ 9 & 3 & -9 & -7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 94 & 72 & 163 \\ 221 & -75 & 161 \\ 0 & -216 & 108 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -16 & -17 & -8 \\ 0 & -14 & -16 \\ 0 & 0 & -19 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 4 & 9 & 6 & 7 & 2 & 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 7 & 6 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -64 & -10 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -24 & -64 & -10 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -24 & -64 & -10 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -64 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	-2	-1	0	3
f(x)	5	11	1	3	201

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -8 \\ -7 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 9 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ -10 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & -3 \\ 1 & 1 & -4 & 5 \\ 4 & 3 & 0 & 3 \\ 1 & 5 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$