Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 18

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 8 & -7 & -9 \\ 7 & 13 & 6 \\ -11 & -10 & -4 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -2 & 4 & -4 \\ 5 & 1 & -2 & -2 \\ -7 & 6 & -5 & 8 \\ 9 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 90 & -36 & -120 \\ 219 & -296 & -298 \\ 340 & 120 & -100 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -6 \\ 0 & 18 & 5 \\ 0 & 0 & -21 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 2 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 1 & 2 & 5 & 7 & 9 & 8 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-733} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 7 & 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 10 & 8 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -25 & 10 & 8 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -25 & 10 & 8 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 10 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	0	4	3	1	-4
f(x)	4	644	229	11	516

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 7 \\ -7 \\ -8 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & -5 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$