Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 25

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
2 & 10 & 4 \\
-6 & -6 & -6 \\
9 & 18 & 15
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 3 & -9 & 6 \\ -9 & -2 & 1 & 7 \\ -9 & -1 & -3 & 2 \\ -10 & 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 51 & -348 & 176 \\ 237 & -76 & 308 \\ -99 & 132 & -176 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 11 & 0 & -11 \\ 0 & -11 & -13 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 2 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 6 & 7 & 9 & 2 & 1 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-733}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 6 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 25 & -18 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 50 & 25 & -18 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 50 & 25 & -18 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 25 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	3	-1	1	-4
f(x)	2	0	-4	-2	-532

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \\ 0 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ 9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -5 \\ 6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -2 & -3 & 5 \\ 4 & 3 & 3 & -4 \\ -4 & 4 & 2 & 4 \\ -5 & -3 & 2 & \lambda \end{bmatrix}$$