Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 40

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-16 & 1 & 0 \\
12 & -14 & 16 \\
0 & -10 & 2
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -8 & 9 & -7 \\ 2 & -6 & -8 & 2 \\ 3 & 9 & -4 & -4 \\ 2 & -5 & -3 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -45 & 132 & 58 \\ -36 & -84 & -97 \\ -270 & 180 & 285 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 12 & -11 & 2 \\ 0 & -10 & 7 \\ 0 & 0 & -16 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 7 & 5 & 2 & 1 & 3 & 4 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-751} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 6 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 5 & -50 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 45 & 5 & -50 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 45 & 5 & -50 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 5 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-3	1	4	3	2
f(x)	-216	4	-692	-198	-26

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & -5 & -5 \\ 3 & 5 & 3 & 3 \\ 4 & -2 & 4 & 1 \\ -2 & 3 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$