Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 42

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
7 & 3 & 15 \\
7 & 8 & -3 \\
16 & -16 & 0
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 6 & -10 & -3 \\ 6 & -7 & 0 & 6 \\ 9 & 8 & 6 & -4 \\ -3 & 7 & -7 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 317 & -117 & -235 \\ -214 & 258 & 222 \\ 117 & 81 & 63 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -13 & 15 & -8 \\ 0 & -17 & -2 \\ 0 & 0 & -10 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 6 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 1 & 6 & 2 & 8 & 5 & 9 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-739} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 7 & 2 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -60 & -28 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -32 & -60 & -28 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -32 & -60 & -28 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -60 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	3	4	-2	2	-3
f(x)	362	1092	72	80	350

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -7 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -10 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ -7 \\ 9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 0 & -4 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -3 & 3 & -3 \\ 3 & 3 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$