Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 8

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
1 & 12 & 0 \\
19 & -19 & 1 \\
-7 & -10 & -15
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & 4 & 5 \\ -8 & -1 & -6 & 2 \\ -10 & 0 & -3 & 3 \\ -7 & -6 & -9 & -8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -15 & -203 & -128 \\ -169 & 315 & 142 \\ 64 & 120 & 128 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 18 & 10 & 14 \\ 0 & 14 & -7 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 3 & 8 & 1 & 2 & 4 & 9 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-823} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 2 & 1 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -18 & 48 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -21 & -18 & 48 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -21 & -18 & 48 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -18 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	-1	1	-2	0
f(x)	31	4	-4	59	-3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \\ 8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -9 \\ 1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -9 \\ 1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 5 & -2 & 5 \\ 0 & -5 & 0 & -5 \\ 5 & 2 & 2 & \lambda \end{bmatrix}$$