Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 24

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
11 & -6 & -2 \\
-4 & -12 & 14 \\
16 & 3 & -2
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -7 & -3 & 6 \\ 9 & 1 & 9 & -8 \\ 7 & -2 & 3 & 3 \\ -2 & -9 & -10 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 147 & 320 & 258 \\ -50 & -85 & 35 \\ 90 & 0 & 165 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 11 & 15 \\ 0 & -6 & 5 \\ 0 & 0 & 14 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 1 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 4 & 1 & 9 & 5 & 2 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-821} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 6 & 3 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -30 & 35 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -5 & -30 & 35 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -5 & -30 & 35 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -30 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	4	-2	-3	2	-1
f(x)	-1008	-18	-133	-78	-3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ -8 \\ -6 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -9 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -10 \\ -3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 5 \\ 5 & -4 & 1 & -4 \\ -1 & -2 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$