Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 13

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
0 & 5 & 1 \\
0 & -3 & -2 \\
-16 & -7 & -4
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 3 & -5 \\ -4 & -9 & -7 & 4 \\ 3 & 9 & 1 & 4 \\ -7 & -6 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 241 & 361 & 455 \\ 132 & 156 & 66 \\ 144 & 72 & 132 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 18 & -11 & -20 \\ 0 & 11 & -18 \\ 0 & 0 & -13 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 1 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 1 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 1 & 7 & 8 & 6 & 9 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-733} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 6 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-19 & 3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
-40 & -19 & 3 & 0 & \dots & 0 \\
0 & -40 & -19 & 3 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -19
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-3	-4	-1	-2	4
f(x)	-244	-844	-4	-40	-1084

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ -10 \\ 7 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & 3 \\ -5 & -3 & -4 & 5 \\ 5 & 3 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$