Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 7

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
17 & -11 & -2 \\
-9 & 0 & -5 \\
3 & -3 & -18
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -8 & 7 & 1 \\ -10 & -6 & -9 & 6 \\ -8 & -7 & 5 & 2 \\ 3 & 3 & -5 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 166 & -173 & 439 \\ -29 & -339 & 392 \\ 5 & 80 & -90 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -18 & -14 & 10 \\ 0 & -6 & 19 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 4 & 1 & 3 & 5 & 8 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-827} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 4 & 1 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -10 & 80 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -15 & -10 & 80 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -15 & -10 & 80 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -10 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| x | 3 | -4 | 4 | -3 | -1 |
|------|-----|-----|-----|----|----|
| f(x) | 290 | 262 | 798 | 56 | -2 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2\\6\\5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -1\\0\\-10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 8\\-5\\-9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -10\\0\\\lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 & 3 \\ -5 & 3 & 0 & -3 \\ -5 & -3 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$