Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 3

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
1 & 6 & -20 \\
10 & 11 & 15 \\
-15 & 17 & 15
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 9 & -8 & 4 \\ 6 & 9 & -1 & 3 \\ 6 & 7 & -9 & -7 \\ 2 & -7 & -7 & -4 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -129 & -62 & -201 \\ 248 & 130 & 36 \\ 221 & 136 & 153 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -9 & -1 & 10 \\ 0 & 6 & -11 \\ 0 & 0 & -18 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 1 & 6 & 8 & 7 & 4 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 1 & 6 & 4 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 5 & 45 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -40 & 5 & 45 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -40 & 5 & 45 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 5 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-3	4	-1	1	-2
f(x)	189	357	-3	-3	33

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \\ 7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & -2 & -5 \\ -1 & -1 & -5 & 3 \\ -2 & -3 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$