Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 17

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
3 & -14 & -15 \\
-13 & 1 & -7 \\
-13 & -8 & -17
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -9 & 3 \\ 3 & 7 & 2 & 3 \\ -9 & -2 & -8 & -10 \\ 9 & -4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -241 & -92 & 127 \\ 44 & 93 & -324 \\ -104 & -13 & 104 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 12 & -10 & -12 \\ 0 & -21 & -7 \\ 0 & 0 & -14 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 6 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 7 & 3 & 9 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 5 & 6 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -100 & -10 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -90 & -100 & -10 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -90 & -100 & -10 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -100 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

\boldsymbol{x}	4	-3	-2	1	3
f(x)	-1095	-164	-27	-12	-392

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ -8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 9 \\ 8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & -3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & -5 \\ 2 & 4 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$