Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 3

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -12 & -4 & 15 \\ -20 & -20 & 5 \\ -14 & 15 & -20 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -7 & -1 & 5 \\ -7 & 3 & 4 & 7 \\ 5 & -3 & -7 & -4 \\ 8 & -4 & -4 & -8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -256 & 172 & -210 \\ -402 & -138 & 168 \\ -288 & -144 & 90 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 14 & 10 & -11 \\ 0 & -7 & -18 \\ 0 & 0 & -19 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 1 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 9 & 2 & 5 & 8 & 4 & 1 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-733} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 5 & 7 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -30 & -27 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 25 & -30 & -27 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 25 & -30 & -27 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -30 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-3	-2	3	-1	0
f(x)	-357	-72	-327	-3	0

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} 9 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ -8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -9 \\ -7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 5 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ -2 & -5 & -3 & -4 \\ 2 & 1 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$