Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 8

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-18 & 18 & 6 \\
11 & -18 & 8 \\
2 & 18 & 1
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 & 5 \\ -6 & -2 & -8 & 5 \\ 0 & 5 & -10 & 1 \\ -8 & -6 & -9 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 73 & -238 & -92 \\ -12 & 34 & 56 \\ 13 & 130 & -91 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 16 & -15 \\ 0 & -15 & 2 \\ 0 & 0 & 12 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 6 & 4 & 9 & 7 & 5 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-719}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 5 & 3 & 4 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 14 & 7 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 7 & 14 & 7 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 7 & 14 & 7 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 14 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-2	0	4	1	-1
f(x)	23	1	1253	8	-2

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \\ -5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -9 \\ -4 \\ -6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ -7 \\ -6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & -2 & 5 \\ 4 & 5 & 0 & -4 \\ -3 & -5 & 3 & 1 \\ -5 & 3 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$