Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 6

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-6 & 0 & -14 \\
17 & -7 & 12 \\
0 & 0 & -2
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & 7 & -10 \\ 8 & 8 & -8 & -7 \\ -1 & 9 & 6 & 4 \\ -2 & -2 & -7 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 121 & -38 & -6 \\ -74 & 347 & -10 \\ 90 & 150 & -20 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 12 & -6 & 3 \\ 0 & 16 & 5 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 1 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 7 & 6 & 9 & 1 & 4 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-739}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 6 & 7 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -6 & 10 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -4 & -6 & 10 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -4 & -6 & 10 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -6 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-2	3	-1	0	2
f(x)	25	-145	3	-1	-27

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ -9 \\ -8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6 \\ -5 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 \\ -4 & 4 & -5 & -4 \\ 2 & -4 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$