Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 17

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-3 & -8 & 10 \\
-17 & 7 & 2 \\
-17 & -13 & 0
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 8 & 1 & 0 \\ -4 & -5 & -4 & 8 \\ 4 & 3 & 0 & -8 \\ 3 & -2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -14 & 40 & 32 \\ -78 & -56 & -40 \\ -99 & -99 & 33 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 15 & -7 \\ 0 & 10 & 5 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 6 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 9 & 1 & 5 & 6 & 7 & 8 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-823} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 45 & -72 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 45 & -72 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 45 & -72 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 45 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-3	-4	4	0	-2
f(x)	205	650	1010	-2	44

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ 9 \\ -1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \\ 0 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \\ 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -9 \\ -6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & 5 & 2 \\ 5 & 1 & -5 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$