Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 22

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
10 & 8 & -15 \\
-13 & -13 & -14 \\
14 & -9 & 16
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & -6 & 6 \\ -9 & -3 & -4 & 1 \\ -9 & -7 & 6 & 4 \\ -1 & -4 & -2 & 9 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -16 & 368 & 431 \\ 62 & -42 & -6 \\ -306 & 153 & 102 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -20 & 5 & 11 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 8 & 1 & 6 & 9 & 2 & 5 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-821} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 6 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 150 & -90 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -60 & 150 & -90 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -60 & 150 & -90 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 150 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	-3	4	3	1
f(x)	69	154	945	316	6

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -7 \\ -3 \\ -6 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ -10 \\ -5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -8 \\ 7 \\ -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6 \\ -10 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & -4 \\ -4 & 3 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & -2 & -4 \\ 5 & -1 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$