Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 35

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
19 & -8 & 6 \\
-4 & 7 & 0 \\
14 & -7 & 18
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -10 & -8 \\ 7 & 0 & -4 & -9 \\ -9 & 3 & 3 & 0 \\ 1 & -9 & -6 & 9 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 192 & -129 & 156 \\ 393 & -78 & 150 \\ -133 & 112 & -70 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -12 \\ 0 & 17 & -15 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 4 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 6 & 2 & 9 & 7 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-739}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 1 & 5 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -86 & -18 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 20 & -86 & -18 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 20 & -86 & -18 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -86 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| х    | 3  | 2  | -4  | 1 | 0 |
|------|----|----|-----|---|---|
| f(x) | 66 | 15 | 339 | 4 | 3 |

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -9 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ -9 \\ 0 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \\ -9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -1 \\ -9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 & -2 \\ 5 & -2 & -4 & 2 \\ 3 & -1 & -4 & 3 \\ 2 & -2 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$