Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 42

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
9 & 15 & 8 \\
2 & 7 & -5 \\
-11 & 13 & 16
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 9 & -4 & 0 \\ -8 & -7 & -2 & -8 \\ 5 & -9 & 0 & -6 \\ 3 & 4 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 431 & 108 & -38 \\ -138 & -53 & 99 \\ -48 & -48 & 24 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 10 & -19 & 1 \\ 0 & 4 & 13 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 5 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 7 & 6 & 3 & 2 & 1 & 5 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-719} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -20 & -80 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 60 & -20 & -80 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 60 & -20 & -80 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -20 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	-3	-2	-4	-1
f(x)	-58	-358	-74	-1102	-4

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -8 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -2 & -1 \\ -4 & -2 & -3 & -3 \\ 4 & 4 & 3 & -4 \\ -5 & -3 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$