Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 3

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
14 & 8 & 11 \\
11 & -4 & 10 \\
-4 & 3 & -10
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 5 & 5 & -10 \\ -5 & -3 & -2 & -6 \\ 2 & 1 & -3 & -7 \\ -9 & -2 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 89 & -140 & 24 \\ -225 & 117 & 108 \\ -36 & -36 & 80 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 & 11 & 4 \\ 0 & -19 & -9 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 9 & 2 & 8 & 7 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-743} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 2 & 6 & 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 12 & 7 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -4 & 12 & 7 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -4 & 12 & 7 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 12 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	0	-1	-4	1	2
f(x)	-1	-2	-173	-8	-47

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -9 \\ 7 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \\ -6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -7 \\ -8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 & 2 \\ 1 & -4 & 5 & 0 \\ -3 & 1 & 2 & 3 \\ -4 & 0 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$