Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 3

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
0 & 12 & 16 \\
8 & -9 & 15 \\
-19 & 2 & 0
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -7 & -5 \\ 5 & -5 & 2 & -2 \\ -4 & -5 & -9 & -10 \\ -9 & -4 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 479 & -60 & 719 \\ 232 & -111 & 211 \\ -16 & -34 & -38 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 16 & -16 & -17 \\ 0 & -17 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 9 & 8 & 1 & 2 & 4 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-823} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 6 & 7 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -10 & -7 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -3 & -10 & -7 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -3 & -10 & -7 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -10 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| x | 4 | -3 | -2 | 0 | 1 |
|------|-----|----|----|---|----|
| f(x) | 794 | 59 | 2 | 2 | 11 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -10 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ -8 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -3 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & -5 & -2 \\ -3 & 2 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$