Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 4

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
6 & 17 & 5 \\
13 & -12 & -4 \\
5 & -15 & -14
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 8 & -3 & 4 \\ 0 & 2 & -7 & 1 \\ 4 & 8 & 9 & -3 \\ -10 & -1 & -2 & -9 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 93 & 383 & 104 \\ -66 & 294 & -96 \\ 84 & -78 & 114 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -19 & 19 & -13 \\ 0 & 17 & 6 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 5 & 9 & 3 & 2 & 1 & 6 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-827} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 1 & 2 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -14 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -49 & -14 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -49 & -14 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -14 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	1	2	3	-2
f(x)	-814	-4	-58	-268	-58

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -9 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -10 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \\ -6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & -4 & -3 \\ 0 & -1 & -1 & 3 \\ -2 & -3 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$