Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 17

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
16 & -17 & -15 \\
-18 & -5 & -7 \\
-14 & 11 & -5
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 7 & -3 \\ -1 & -5 & -2 & 8 \\ 5 & -1 & -7 & 2 \\ 5 & 7 & 1 & -10 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -52 & -11 & 29 \\ 518 & 112 & 182 \\ -180 & -120 & -90 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 & -4 & 0 \\ 0 & 13 & -14 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 1 & 4 & 3 & 7 & 8 & 9 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-743} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 7 & 6 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -70 & 20 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 50 & -70 & 20 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 50 & -70 & 20 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -70 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	2	3	-3	4	0
f(x)	88	400	238	1204	4

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \\ -10 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \\ 2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -9 \\ -10 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ -9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & 3 & 4 \\ -5 & 1 & -4 & -5 \\ 5 & 1 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$