Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 14

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 1 & -18 & 16 \\ -20 & -5 & -3 \\ -2 & -4 & -13 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -8 & -8 & 6 & -3 \\ 4 & 6 & -7 & 5 \\ 0 & -3 & -10 & 5 \\ 4 & 9 & -10 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 123 & -141 & -195 \\ -175 & 185 & 235 \\ 119 & 68 & -119 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 14 & 3 & 3 \\ 0 & -16 & 5 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 2 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 3 & 9 & 7 & 2 & 4 & 8 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-751} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 7 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -123 & -42 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -90 & -123 & -42 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -90 & -123 & -42 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -123 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| х | -2 | 1 | 3 | -3 | -4 |
|------|----|----|----|----|-----|
| f(x) | 7 | -2 | 42 | 54 | 203 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ 7 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ 9 \\ -3 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -9 \\ -9 \\ 9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & -5 & -4 \\ 5 & 0 & -5 & 2 \\ -4 & -1 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$