Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 5

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -14 & 13 & 19 \\ -17 & 7 & 10 \\ -15 & 1 & 12 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 & 7 \\ -1 & 1 & 9 & -8 \\ 4 & 0 & -8 & 8 \\ 1 & -5 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 107 & -248 & -27 \\ -73 & 177 & 5 \\ -96 & -60 & 216 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 17 & 2 \\ 0 & -14 & -1 \\ 0 & 0 & -13 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 1 & 2 & 9 & 4 & 3 & 8 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 7 & 6 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -51 & 14 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 40 & -51 & 14 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 40 & -51 & 14 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -51 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	4	-3	3	-4	-2
f(x)	-642	-313	-187	-922	-72

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2\\5\\8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -8\\-2\\-7 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 8\\5\\-3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6\\-8\\\lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -5 & 0 \\ -3 & -4 & -2 & -3 \\ 4 & -4 & 1 & 1 \\ -4 & 0 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$