Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 21

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
1 & 7 & -5 \\
0 & -6 & -14 \\
-10 & -9 & -10
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -5 & 9 \\ -4 & 2 & 5 & 8 \\ -6 & -8 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -2 & 7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 114 & 56 & 176 \\ -404 & 32 & -16 \\ -135 & -36 & 72 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 4 \\ 0 & -17 & 12 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 9 & 5 & 6 & 3 & 1 & 8 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-773} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 5 & 2 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -24 & 4 & 4 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -24 & 4 & 4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 4 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	-1	2	0	3
f(x)	-67	-7	35	1	157

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ 3 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6 \\ 7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 0 & -4 \\ -2 & 0 & 2 & 5 \\ -2 & 0 & -4 & 4 \\ 2 & -5 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$