Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 8

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-3 & -1 & 17 \\
15 & -3 & 11 \\
6 & -1 & -14
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 4 & -1 & 2 \\ 6 & -5 & 2 & 6 \\ 4 & -7 & -10 & -9 \\ 2 & 7 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 177 & 198 & 7 \\ 1 & -142 & 211 \\ 171 & 266 & 342 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 13 & -14 \\ 0 & -20 & 2 \\ 0 & 0 & -20 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 5 & 4 & 8 & 7 & 9 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-827} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 2 & 6 & 7 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -49 & -12 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -49 & -49 & -12 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -49 & -49 & -12 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -49 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	3	0	-1	-2
f(x)	8	232	4	8	62

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ -9 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \\ -7 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \\ -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & -5 & 1 \\ -5 & 5 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$