Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 1

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-8 & -4 & 4 \\
1 & 11 & -19 \\
-5 & 17 & -9
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -4 & 6 & -5 \\ 7 & 0 & 0 & 7 \\ 9 & 7 & 9 & -5 \\ 5 & -2 & 0 & -8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 56 & -87 & -285 \\ -158 & 9 & -223 \\ -176 & 48 & -256 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -15 & -1 & 0 \\ 0 & -6 & 8 \\ 0 & 0 & 15 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 1 & 9 & 8 & 2 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-821} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 3 & 2 & 7 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 10 & -25 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 24 & 10 & -25 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 24 & 10 & -25 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 10 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	-2	-4	4	3
f(x)	-3	48	772	756	233

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 9 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -7 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 9 \\ 6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -4 & -1 & 1 \\ 3 & -3 & -4 & 1 \\ -3 & -4 & 4 & 4 \\ 3 & -2 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$