Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 35

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 12 & -18 & -20 \\ 1 & 15 & 13 \\ -7 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -5 & -6 \\ 7 & -7 & 2 & 9 \\ -1 & -6 & 9 & -3 \\ -4 & -6 & -9 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 257 & 78 & -164 \\ 305 & 92 & 244 \\ -255 & -34 & -204 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 13 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 18 \\ 0 & 0 & -18 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 5 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 3 & 7 & 6 & 2 & 4 & 8 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 5 & 7 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-22 & 12 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
-4 & -22 & 12 & 0 & \dots & 0 \\
0 & -4 & -22 & 12 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -22
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	0	4	1	-1	-2
f(x)	-4	1096	7	1	70

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -7 \\ -4 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -8 \\ 3 \\ -6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -4 & -3 & -5 \\ 5 & -5 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & -5 & 2 \\ 0 & 2 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$