Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 41

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
0 & -12 & -5 \\
18 & 6 & -15 \\
10 & 14 & -12
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 8 & 3 & -7 \\ 6 & -2 & -4 & 3 \\ -8 & -6 & -6 & 5 \\ 7 & -3 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -117 & 524 & 30 \\ -152 & -264 & -79 \\ 180 & 360 & 126 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 10 & -17 & -1 \\ 0 & -3 & 15 \\ 0 & 0 & -19 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 8 & 2 & 1 & 6 & 4 & 9 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-811}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 2 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -15 & 9 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 4 & -15 & 9 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 4 & -15 & 9 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -15 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-2	4	1	3	2
f(x)	63	465	-6	108	3

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -6 \\ -6 \\ 5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ -4 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ -9 \\ -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 3 \\ 5 & -3 & 5 & -2 \\ -1 & -2 & -3 & -5 \\ 5 & 4 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$