Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 15

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
16 & 4 & -1 \\
-8 & 13 & 1 \\
10 & -1 & -9
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 1 & -5 & -1 \\ -7 & 1 & 1 & -9 \\ 4 & -3 & -6 & -3 \\ 1 & 6 & -4 & -7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -90 & -79 & 281 \\ 244 & 2 & -248 \\ -144 & -320 & -32 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & -9 & 8 \\ 0 & 16 & 5 \\ 0 & 0 & 15 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 2 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 1 & 6 & 8 & 7 & 9 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-811} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 1 & 6 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -24 & -8 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 54 & -24 & -8 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 54 & -24 & -8 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -24 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| x | 1 | 0 | -3 | -4 | 2 |
|------|---|----|-----|-----|----|
| f(x) | 7 | -4 | 167 | 572 | 92 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \\ -9 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ -9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ -5 & -2 & -2 & 5 \\ 1 & -5 & 1 & -4 \\ 1 & 5 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$