Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 20

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -17 & 19 & 13 \\ -10 & 13 & 7 \\ -6 & 1 & -8 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 6 & 6 \\ 6 & 5 & -4 & 6 \\ 1 & 9 & -10 & -9 \\ -4 & -2 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 536 & 17 & -60 \\ -9 & 121 & -87 \\ 18 & 42 & -45 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -20 & 8 & -7 \\ 0 & -4 & -8 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 1 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 5 & 9 & 6 & 3 & 4 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-743}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 5 & 3 & 1 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -10 & -3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 48 & -10 & -3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 48 & -10 & -3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -10 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-3	2	0	4	-1
f(x)	-3	67	-3	585	-5

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -9\\2\\9 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 8\\1\\-10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -5\\1\\4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 9\\8\\\lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -3 \\ -5 & 5 & -3 & -1 \\ -3 & -4 & -3 & 1 \\ 2 & 2 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$