Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 31

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-5 & -20 & -18 \\
3 & -17 & 1 \\
14 & -16 & 1
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 3 & -10 \\ -5 & 7 & 9 & -7 \\ -1 & -6 & 5 & -10 \\ 2 & -3 & -7 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 184 & -134 & -80 \\ -284 & -242 & 196 \\ 323 & 221 & -204 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 & 8 & 8 \\ 0 & 1 & -16 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 7 & 9 & 5 & 8 & 1 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-739} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 2 & 5 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -78 & -40 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 27 & -78 & -40 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 27 & -78 & -40 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -78 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-1	4	2	1	-4
f(x)	3	608	48	5	480

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -10 \\ 0 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ -2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -2 & 5 \\ -5 & -5 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & 5 & 5 \\ 5 & 0 & 2 & \lambda \end{bmatrix}$$