Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 22

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-5 & -9 & 2 \\
-16 & 17 & -2 \\
17 & -10 & 3
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 9 & -3 & 8 \\ -10 & -10 & 5 & 7 \\ 1 & 8 & -6 & -1 \\ 5 & 6 & -3 & -6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -56 & 160 & 132 \\ -168 & -386 & 72 \\ -12 & -14 & 18 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 & 14 & 9 \\ 0 & -16 & -19 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 4 & 1 & 2 & 6 & 7 & 5 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 7 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 15 & -50 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 5 & 15 & -50 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 5 & 15 & -50 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 15 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-4	-2	-3	2	0
f(x)	632	30	185	50	-4

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ -9 \\ 8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -5 \\ 8 \\ 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & -3 & 4 \\ -1 & -5 & 0 & -3 \\ -2 & 2 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$