Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 15

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
10 & -9 & 13 \\
11 & -20 & 13 \\
5 & -11 & 2
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -1 & -7 & -3 \\ 2 & -7 & -7 & 3 \\ -4 & 8 & 0 & 6 \\ -5 & -5 & -5 & -7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 155 & 143 & -92 \\ 8 & 364 & -20 \\ 280 & 100 & 260 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 14 & -3 & -10 \\ 0 & 15 & -12 \\ 0 & 0 & -21 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 3 & 5 & 2 & 9 & 7 & 8 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-811}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 5 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-20 & 100 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
-3 & -20 & 100 & 0 & \dots & 0 \\
0 & -3 & -20 & 100 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -20
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-1	-4	1	-3	0
f(x)	3	-309	-9	-73	-1

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -10 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -10 \\ 7 \\ 7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 4 & 4 \\ -3 & 5 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 4 & 1 \\ -3 & 3 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$