Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 25

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & -1 \\ 8 & -6 & 0 \\ 18 & 14 & 13 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 6 & -8 & -7 & -3 \\ -9 & 9 & 8 & -5 \\ -10 & 4 & 1 & -6 \\ -8 & -1 & -1 & 8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 106 & 90 & 48 \\ -201 & 89 & -72 \\ -26 & 104 & 26 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -6 & -5 \\ 0 & 12 & -16 \\ 0 & 0 & -14 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 6 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 5 & 7 & 8 & 4 & 3 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-739}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 7 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 40 & -80 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 40 & 40 & -80 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 40 & 40 & -80 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 40 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	4	2	-1	-2	-4
f(x)	998	60	3	56	990

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2\\8\\8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 0\\4\\-2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 2\\-3\\7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0\\6\\\lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 3 & -5 \\ 0 & -5 & 5 & -5 \\ 3 & 4 & -3 & -5 \\ 3 & 4 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$