Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 35

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
16 & -8 & 15 \\
-4 & 2 & -18 \\
5 & 18 & 16
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & -5 & -1 \\ -3 & 9 & 8 & 9 \\ 3 & -3 & -4 & -4 \\ 2 & 8 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 104 & -160 & -36 \\ -37 & 35 & -18 \\ 11 & 55 & 44 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 11 & 4 & 4 \\ 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -12 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 9 & 7 & 6 & 2 & 1 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-751}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 6 & 7 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 40 & -80 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 40 & 40 & -80 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 40 & 40 & -80 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 40 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-2	1	-3	-1	-4
f(x)	5	8	124	-6	513

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \\ -5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & -1 \\ -4 & -5 & -2 & 5 \\ -2 & -1 & -1 & 4 \\ -5 & -5 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$