Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 23

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 9 \\ -8 & 6 & -18 \\ -11 & -20 & 16 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 8 & 3 \\ 1 & 8 & 9 & 7 \\ -4 & 1 & 3 & -10 \\ -9 & -8 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -115 & 249 & 217 \\ -232 & 24 & 120 \\ 99 & -108 & -180 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 6 & -5 \\ 0 & -21 & -12 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 7 & 9 & 6 & 4 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-773} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 6 & 4 & 3 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -67 & 21 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -10 & -67 & 21 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -10 & -67 & 21 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -67 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	3	2	-3	-4	4
f(x)	90	15	60	195	291

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ -4 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} -8 \\ 1 \\ -7 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -1 \\ -9 \\ 7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 3 & 5 & -1 \\ 5 & -2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & -3 & -4 \\ 2 & 0 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$