Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 7

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
10 & -1 & 4 \\
-2 & -15 & 16 \\
-8 & 1 & 11
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 1 & -10 & 0 \\ 5 & -3 & -7 & -7 \\ 0 & -9 & 2 & 8 \\ -8 & 4 & -8 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -113 & 69 & -187 \\ 143 & 13 & 0 \\ 9 & 9 & -99 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 10 & -6 & -13 \\ 0 & -14 & 13 \\ 0 & 0 & -10 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 6 & 9 & 7 & 5 & 1 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-823} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 4 & 6 & 7 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 3 & 10 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -27 & 3 & 10 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -27 & 3 & 10 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 3 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	4	2	-2	3	-3
f(x)	-323	-23	-71	-96	-288

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -5 \\ -5 \\ -10 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ -3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -5 & 2 \\ -3 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & -4 & 4 \\ 1 & -3 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$