Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 32

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
15 & -17 & 15 \\
-17 & 2 & 0 \\
14 & -4 & 14
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -2 & -5 & -7 \\ 5 & -1 & 9 & -4 \\ 5 & -6 & -1 & 7 \\ 5 & 7 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -75 & 171 & 124 \\ -201 & -303 & -132 \\ -49 & 105 & -84 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & -8 & 5 \\ 0 & 15 & -1 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 6 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 1 & 4 & 7 & 2 & 5 & 8 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-827} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 7 & 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -24 & -64 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 28 & -24 & -64 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 28 & -24 & -64 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -24 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	-1	-3	3	0
f(x)	-2	-8	-190	20	-4

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -9 \\ 7 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \\ -3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ -3 & 4 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$