Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 31

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -16 & 1 & -3 \\ -17 & 17 & -18 \\ 14 & -13 & 16 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 7 & 7 & 5 \\ 7 & 5 & -3 & -8 \\ -2 & 0 & -4 & -2 \\ 0 & -7 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -82 & 134 & -119 \\ -255 & -230 & 178 \\ 135 & 180 & -117 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -7 & -1 \\ 0 & -6 & 16 \\ 0 & 0 & -10 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 4 & 5 & 2 & 9 & 1 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 1 & 2 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -20 & -10 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 30 & -20 & -10 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 30 & -20 & -10 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -20 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	4	3	1	-2
f(x)	-687	-463	-155	-7	-55

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ -8 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 6 \\ -10 \\ 5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -9 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 3 & -4 \\ -5 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & -5 & 2 & 3 \\ 3 & 5 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$