Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 16

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
5 & -11 & 15 \\
-4 & 0 & -6 \\
15 & 10 & 12
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -10 & -7 & -6 & 0 \\ -7 & 1 & -7 & -5 \\ 9 & -2 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 193 & -556 \\ -58 & -273 & 423 \\ -133 & -342 & 285 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -18 & 8 & 13 \\ 0 & -18 & -18 \\ 0 & 0 & -20 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 7 & 1 & 5 & 8 & 3 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-821}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 4 & 2 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 21 & 15 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -72 & 21 & 15 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -72 & 21 & 15 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 21 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	0	3	-3	-1
f(x)	180	0	48	96	0

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -5 \\ -7 \\ 7 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ -7 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 7 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & 2 \\ -5 & 1 & 4 & -2 \\ -1 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$