Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 2

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-6 & 14 & 14 \\
-9 & -15 & -20 \\
3 & -15 & 13
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 2 & 0 & 9 \\ 7 & -6 & 8 & 5 \\ -2 & -6 & -3 & 4 \\ 1 & -3 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 244 & 183 & 65 \\ -72 & 31 & -83 \\ -25 & 20 & 30 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -13 & 1 & -2 \\ 0 & -8 & 6 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 2 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 8 & 1 & 7 & 9 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 6 & 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -27 & -3 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -42 & -27 & -3 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -42 & -27 & -3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -27 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	0	-2	1	-1
f(x)	-690	2	-60	0	-6

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ -9 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \\ 9 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -6 \\ -9 \\ -2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -5 \\ 6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 4 & 5 & 3 \\ -1 & 2 & 5 & 1 \\ -5 & 1 & 5 & -4 \\ 1 & -4 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$