Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 39

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
8 & 2 & 19 \\
14 & -18 & 18 \\
-6 & 6 & 19
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -6 & -5 & 9 & 2 \\ -6 & 6 & 7 & 1 \\ -9 & -8 & 8 & 0 \\ -7 & 7 & 5 & 7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 198 & -361 & -345 \\ -25 & 243 & 97 \\ 128 & -288 & -128 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 10 & -16 & -19 \\ 0 & -10 & 11 \\ 0 & 0 & -17 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 1 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 3 & 8 & 2 & 7 & 4 & 9 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-719} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 7 & 3 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 42 & 49 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -16 & 42 & 49 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -16 & 42 & 49 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 42 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	3	2	-1	-3	4
f(x)	124	25	4	40	369

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -7 \\ -8 \\ -10 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ -2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -8 \\ -5 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & 4 & -3 \\ -3 & 0 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$