Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 23

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
5 & 9 & -6 \\
-17 & 16 & -15 \\
2 & 17 & 16
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -9 & 9 & 3 \\ -5 & -3 & -10 & -7 \\ -1 & 8 & -8 & 7 \\ -6 & 8 & 6 & -5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 184 & -168 & -97 \\ -119 & 294 & -49 \\ -20 & 28 & -12 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -8 & 4 & -7 \\ 0 & -8 & 14 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 4 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 5 & 1 & 7 & 9 & 8 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-719} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 4 & 7 & 6 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 36 & -32 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -4 & 36 & -32 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -4 & 36 & -32 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 36 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| х | 1 | -4 | -3 | -2 | 2 |
|------|---|------|------|-----|----|
| f(x) | 2 | -388 | -130 | -28 | 20 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -2 \\ -10 \\ 9 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \\ -1 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \\ 6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6 \\ -7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & -2 & 1 \\ 4 & -4 & -5 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$