Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 41

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-6 & -5 & -6 \\
7 & -2 & 1 \\
-20 & 2 & 4
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 3 & -2 \\ 9 & -1 & 1 & -8 \\ -6 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -10 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -111 & -81 & -107 \\ 191 & 208 & 151 \\ 143 & 154 & 110 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -10 & -11 & 12 \\ 0 & -2 & -14 \\ 0 & 0 & -12 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 8 & 4 & 5 & 9 & 7 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-743} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 7 & 6 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 20 & -60 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 20 & -60 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 20 & -60 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 20 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-1	0	4	-2	-3
f(x)	3	-3	493	37	171

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -5 \\ -5 \\ 7 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ -10 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -5 & 4 \\ -1 & -3 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 4 \\ -5 & 1 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$