Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 5

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -20 & -8 & 4 \\ -4 & -14 & 15 \\ -4 & 12 & -8 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -4 & -2 & 0 \\ -7 & -5 & -6 & 4 \\ -7 & -1 & 7 & -10 \\ -3 & -7 & -1 & -5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -81 & -421 & 15 \\ 0 & -248 & -80 \\ 25 & 45 & 25 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 15 & 16 & -13 \\ 0 & 9 & -12 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 1 & 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 9 & 8 & 3 & 2 & 4 & 6 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-797}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 7 & 1 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -39 & 63 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -54 & -39 & 63 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -54 & -39 & 63 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -39 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-4	3	0	-2	4
f(x)	-1169	-322	-1	-97	-1009

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -4 \\ -7 \\ -2 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 8 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -8 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -8 \\ -9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 2 & 3 \\ -5 & 1 & 2 & -2 \\ 3 & 5 & 4 & 0 \\ -4 & 2 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$