Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 21

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
3 & 15 & -13 \\
2 & -5 & -12 \\
4 & -2 & -20
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & -9 \\ 3 & -4 & -2 & 2 \\ 8 & -5 & -3 & -1 \\ 0 & 8 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -252 & 218 & -308 \\ -20 & 219 & -84 \\ 36 & 2 & 28 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & -16 & -6 \\ 0 & -15 & 9 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 6 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 1 & 8 & 5 & 9 & 3 & 2 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-719} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 4 & 1 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 28 & -8 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 28 & -8 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 28 & -8 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 28 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	-3	3	1	-4
f(x)	590	331	169	-1	974

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -8 \\ -1 \\ -7 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} -10 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 9 \\ 9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -5 & 5 \\ -3 & -3 & -5 & -4 \\ 0 & -2 & 3 & 1 \\ -3 & -4 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$