Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 15

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -1 & 9 & 9 \\ -2 & 7 & -7 \\ -2 & -1 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 6 & 9 \\ -8 & -10 & 3 & 3 \\ -5 & 9 & 8 & -9 \\ -7 & 5 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 285 & 49 & 513 \\ -237 & 58 & -165 \\ 15 & -95 & -85 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -19 & -20 & -19 \\ 0 & 12 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 4 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 7 & 9 & 3 & 4 & 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 2 & 3 & 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 70 & -7 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -63 & 70 & -7 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -63 & 70 & -7 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 70 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-3	4	0	-1	3
f(x)	39	424	0	-1	159

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ -9 \\ -6 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \\ 7 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 & 3 \\ 5 & -3 & 5 & -4 \\ -1 & 4 & -5 & 1 \\ -2 & -5 & 1 & \lambda \end{bmatrix}$$