Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 10

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
1 & -19 & -5 \\
19 & 0 & -16 \\
1 & -17 & -3
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 8 & -1 & -4 \\ 8 & 7 & -3 & 0 \\ -10 & -1 & -2 & 9 \\ 7 & -9 & -2 & -6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 251 & 47 & 404 \\ -38 & -78 & 52 \\ 14 & 22 & -22 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -21 & -7 & 12 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 4 & 6 & 2 & 9 & 3 & 5 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-751}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 2 & 7 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 75 & -8 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -27 & 75 & -8 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -27 & 75 & -8 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 75 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	2	0	-2	-3	-1
f(x)	67	3	3	57	1

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_{1} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 9 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 9 \\ -2 \\ -9 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \\ -8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -3 & -2 & -4 \\ 2 & -5 & -1 & 3 \\ 5 & 1 & 5 & 2 \\ 3 & -2 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$