Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 3

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -15 & -17 & 8 \\ 10 & -19 & -6 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -9 & -5 & 2 & -2 \\ -8 & -6 & -9 & 7 \\ -8 & 7 & -6 & 3 \\ 1 & -5 & 3 & -10 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 178 & 144 & 140 \\ -34 & -128 & 114 \\ 68 & 272 & -204 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -15 & 13 & 9 \\ 0 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 5 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 1 & 4 & 9 & 7 & 5 & 6 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-827}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 6 & 2 & 7 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -130 & -40 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -90 & -130 & -40 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -90 & -130 & -40 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -130 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| х    | -1 | 1 | 4   | -3  | 0  |
|------|----|---|-----|-----|----|
| f(x) | -6 | 2 | 974 | 106 | -2 |

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -3 \\ 7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -5 & 1 \\ 4 & -3 & -4 & -4 \\ 3 & -3 & 5 & -3 \\ 2 & -2 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$