Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 38

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
18 & 18 & 3 \\
10 & -11 & -13 \\
-3 & 18 & -6
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -3 & -5 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 8 \\ 3 & 9 & 1 & 7 \\ -5 & -5 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 100 & 151 & -93 \\ 45 & 56 & 287 \\ 10 & 14 & 38 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 19 & 16 \\ 0 & -6 & -18 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 6 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 5 & 6 & 1 & 4 & 8 & 9 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-751} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 6 & 7 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -81 & 27 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 54 & -81 & 27 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 54 & -81 & 27 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -81 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	2	0	-4	-2
f(x)	5	50	0	740	38

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 9 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -4 \\ 9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -4 \\ -5 & -2 & -1 & 0 \\ 3 & -5 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$