Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 23

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-6 & -8 & 9 \\
12 & -2 & -15 \\
6 & -6 & -6
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 & -2 \\ -4 & -1 & -7 & 6 \\ -3 & 3 & 4 & -10 \\ 3 & 2 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -20 & -75 & 98 \\ 173 & -67 & 78 \\ 170 & -180 & 170 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -4 \\ 0 & 4 & -9 \\ 0 & 0 & -11 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 5 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 7 & 2 & 6 & 9 & 8 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 4 & 2 & 1 & 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -12 & 40 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -12 & 40 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -12 & 40 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -12 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| x | 2 | -3 | 4 | 1 | 0 |
|------|-----|-----|------|----|----|
| f(x) | -69 | -94 | -801 | -6 | -1 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ -1 \\ -4 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -8 \\ -6 \\ -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 5 & -3 \\ -5 & 1 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & -4 & -4 \\ -4 & -1 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$