Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 5

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
6 & 6 & -20 \\
7 & 11 & 2 \\
-8 & -12 & 0
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -2 & -3 & -10 \\ 1 & -1 & 7 & 6 \\ -5 & -9 & -8 & 8 \\ -9 & -1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 23 & 11 & -34 \\ -91 & -38 & 46 \\ -198 & 90 & 36 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 8 & -9 \\ 0 & 8 & -4 \\ 0 & 0 & 17 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 7 & 9 & 6 & 5 & 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-739} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 7 & 2 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 8 & -48 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 40 & 8 & -48 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 40 & 8 & -48 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 8 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-	1	2	1	-3	3
$\int f(x)$	()	69	0	264	360

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -6 \\ 5 \\ -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -7 \\ 0 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -4 & -4 & 0 \\ -5 & -5 & 5 & 4 \\ 0 & -1 & -5 & -5 \\ -1 & 4 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$