Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 12

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
12 & 15 & 4 \\
-11 & -11 & -20 \\
9 & -19 & 11
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 5 & 6 & 3 \\ -9 & -1 & 1 & 4 \\ 8 & -7 & 4 & -5 \\ 1 & -5 & -6 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 193 & 120 & 177 \\ 396 & 142 & 264 \\ -36 & -42 & -24 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 & -3 & 7 \\ 0 & -11 & 18 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 5 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 9 & 5 & 3 & 7 & 1 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-811} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 44 & -32 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -15 & 44 & -32 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -15 & 44 & -32 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 44 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-1	0	-4	4	1
f(x)	-4	-4	-736	-744	-6

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ -9 \\ 8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \\ -3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 & -1 \\ -3 & 0 & 0 & -5 \\ -4 & -2 & -2 & 2 \\ -4 & 4 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$