Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 45

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
5 & 13 & 13 \\
-12 & -16 & 5 \\
16 & -12 & 13
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 6 & -1 & 7 \\ 7 & 8 & 4 & -10 \\ -4 & -3 & -6 & 1 \\ -2 & -6 & -8 & 7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -36 & -362 & 266 \\ 120 & 240 & -65 \\ -176 & -198 & -11 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -5 & 19 & -7 \\ 0 & -6 & 10 \\ 0 & 0 & -12 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 9 & 1 & 3 & 2 & 7 & 8 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-827}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 6 & 5 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 53 & 72 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -30 & 53 & 72 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -30 & 53 & 72 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 53 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	2	-1	-4	4	1
f(x)	79	1	625	1001	5

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -7 \\ -1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 8 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 4 & 4 \\ -2 & 4 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -5 \\ -1 & 3 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$