Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 17

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 8 & -11 & 3 \\ 4 & 4 & 0 \\ -20 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -7 & 7 & 7 \\ 1 & 4 & -9 & 6 \\ 4 & 2 & -5 & 6 \\ -8 & -2 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 237 & 395 & 76 \\ -48 & 202 & -62 \\ -210 & -30 & 90 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 18 & 2 & -7 \\ 0 & 16 & -16 \\ 0 & 0 & 14 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 9 & 4 & 7 & 2 & 5 & 1 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-811} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 1 & 5 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -16 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 8 & -16 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 8 & -16 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -16 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-2	-4	-3	1	0
f(x)	91	1257	420	-8	-3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -9 \\ -6 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -10 \\ 9 \\ -3 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ -5 \\ -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 & 5 \\ -4 & -1 & -2 & 1 \\ -2 & -5 & 0 & 3 \\ -4 & -5 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$