Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 40

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
17 & 6 & -19 \\
-6 & -17 & -11 \\
-19 & -14 & -16
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 5 & 0 \\ -10 & -10 & 4 & 0 \\ 6 & 7 & -3 & -2 \\ 7 & 6 & -3 & -10 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -178 & -177 & -578 \\ 253 & 56 & 214 \\ 208 & 65 & 169 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 18 & 8 & 6 \\ 0 & -4 & -13 \\ 0 & 0 & -14 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 1 & 9 & 8 & 7 & 3 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-773} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 6 & 1 & 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -6 & 54 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -48 & -6 & 54 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -48 & -6 & 54 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -6 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	3	0	-3	-4	4
f(x)	148	4	166	512	488

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \\ -8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & 2 & 4 \\ -2 & 0 & -3 & -3 \\ -3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$