Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 37

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
14 & -11 & 7 \\
-3 & -16 & 9 \\
16 & 11 & 5
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -7 & 8 \\ -9 & 0 & 3 & -8 \\ 9 & -1 & -4 & -3 \\ -8 & -4 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -187 & 15 & -502 \\ -89 & 117 & -54 \\ -34 & -36 & 36 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -21 & 19 & -5 \\ 0 & 8 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 6 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 2 & 7 & 1 & 9 & 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-787}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 2 & 6 & 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -3 & -56 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 20 & -3 & -56 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 20 & -3 & -56 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -3 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-2	4	-4	-1	1
f(x)	20	668	396	3	11

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -9 \\ -1 \\ 6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & -5 & -2 \\ -5 & 2 & -4 & 4 \\ 5 & 4 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$