Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 27

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
5 & -10 & 8 \\
0 & 17 & 13 \\
-9 & 19 & -13
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 7 & -9 & -9 \\ -2 & -6 & -6 & -2 \\ -3 & -7 & 3 & 9 \\ -8 & 3 & 3 & -9 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -53 & 85 & -348 \\ -164 & 51 & -205 \\ 102 & -272 & 289 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & -10 & 12 \\ 0 & -20 & 2 \\ 0 & 0 & -18 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 1 & 9 & 3 & 4 & 8 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-743}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 4 & 3 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 12 & 9 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 12 & 9 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 9 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 12 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	2	1	0	3
f(x)	1124	56	4	4	298

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 3 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \\ -4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & -1 & 4 \\ -5 & 2 & -4 & \lambda \end{bmatrix}$$