Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 3

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -13 & -10 & -5 \\ 19 & 10 & 15 \\ -8 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 3 & -6 \\ 1 & -3 & -2 & -2 \\ -3 & 8 & 4 & -2 \\ -10 & 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 361 & 116 & -189 \\ -258 & 84 & 318 \\ -35 & -5 & -35 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -12 & -11 & 5 \\ 0 & 17 & -12 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 1 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 2 & 8 & 7 & 4 & 9 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 1 & 6 & 5 & 7 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 0 & 64 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -25 & 0 & 64 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -25 & 0 & 64 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	4	3	-1	-4	0
f(x)	-1212	-392	8	-700	4

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_{1} = \begin{bmatrix} 6 \\ -10 \\ 1 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ -6 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} 4 \\ -6 \\ -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 5 & 1 \\ 5 & 5 & 0 & 0 \\ -5 & 5 & -3 & -3 \\ -4 & 3 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$