Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 221 ПИ. Вариант 34

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-5 & 3 & 13 \\
1 & 11 & 15 \\
-19 & -1 & 8
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -7 & -1 & 1 \\ -9 & 0 & -5 & 6 \\ -7 & -4 & 7 & -5 \\ 4 & 3 & -1 & -10 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -167 & -7 & -312 \\ -37 & 83 & -178 \\ 96 & -36 & 102 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 11 & -13 & 18 \\ 0 & -8 & 8 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 4 & 5 & 3 & 8 & 7 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-823} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 7 & 4 & 1 & 6 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -37 & 20 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 15 & -37 & 20 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 15 & -37 & 20 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -37 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	0	-2	-3	1
f(x)	-1030	-2	-16	-134	-10

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ -5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 & 1 \\ -5 & 2 & -5 & 5 \\ 2 & 1 & -5 & -1 \\ 4 & 5 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$