Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 24

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
9 & -18 & 5 \\
13 & 6 & 16 \\
1 & -8 & 14
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -9 & -10 & -1 & -2 \\ -2 & -2 & -8 & 5 \\ 6 & 1 & -9 & -4 \\ -1 & 8 & 8 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 271 & 220 & 54 \\ 166 & -48 & 108 \\ 285 & -90 & 270 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 15 & 18 & 1 \\ 0 & 11 & 10 \\ 0 & 0 & 14 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 3 & 8 & 5 & 1 & 7 & 2 & 9 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-733} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 7 & 5 & 3 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -30 & -36 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 36 & -30 & -36 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 36 & -30 & -36 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -30 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	0	4	-4	-1
f(x)	60	-2	906	1266	6

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ 4 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -7 \\ 7 \\ -1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -4 & -5 & 5 & 5 \\ 3 & -3 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$