Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 31

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
14 & 4 & 16 \\
-5 & 15 & -3 \\
12 & 10 & -6
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -2 & -6 \\ -6 & 5 & 5 & 8 \\ 0 & 7 & -2 & -3 \\ 6 & -9 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -437 & 176 & -428 \\ 255 & -234 & 180 \\ 323 & -266 & 380 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 13 & 11 & 15 \\ 0 & -13 & -15 \\ 0 & 0 & -20 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 7 & 6 & 8 & 9 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-787}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 4 & 1 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -90 & 54 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 24 & -90 & 54 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 24 & -90 & 54 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -90 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	3	0	-2	-4
f(x)	-1123	-366	-3	-31	-835

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -10 \\ -4 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -4 \\ 6 \\ 4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & 5 & -5 \\ 5 & 4 & -1 & 5 \\ 5 & 3 & -1 & -1 \\ 3 & -4 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$