Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 30

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -7 & -18 & 9 \\ 1 & 13 & 12 \\ -12 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -8 & -10 & -6 & -10 \\ -9 & 9 & -7 & 0 \\ -5 & 6 & 5 & 7 \\ 3 & -5 & 9 & -8 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 266 & -66 & -166 \\ -113 & 1 & 135 \\ -117 & 45 & 171 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -9 & -16 & -18 \\ 0 & 7 & 13 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 6 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 9 & 4 & 7 & 1 & 2 & 8 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-811} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 3 & 6 & 7 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -18 & -54 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 72 & -18 & -54 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 72 & -18 & -54 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -18 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-1	4	0	3	-2
f(x)	-1	-501	3	-129	-69

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ -2 \\ 7 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -9 \\ -3 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -10 \\ 1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & 5 & -1 \\ 5 & 0 & -5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & -5 & \lambda \end{bmatrix}$$