Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 2

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -7 & -6 & 7 \\ 6 & 7 & 8 \\ 3 & -15 & 7 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 4 & 4 & 3 \\ -5 & 9 & 7 & -7 \\ -10 & 6 & 9 & 6 \\ -3 & 8 & -5 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 142 & -42 & 29 \\ 154 & 91 & -187 \\ 154 & 11 & -99 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 & -3 & -10 \\ 0 & 3 & -15 \\ 0 & 0 & -12 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 9 & 6 & 1 & 3 & 2 & 4 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-797} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -115 & -70 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -40 & -115 & -70 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -40 & -115 & -70 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -115 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	3	-1	2	1
f(x)	288	57	-3	12	3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ -9 \\ 5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 & 4 & 3 \\ 4 & -4 & 2 & 0 \\ -3 & -2 & 4 & -3 \\ -5 & 0 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$