Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 23

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
5 & -8 & 0 \\
16 & 6 & 8 \\
-10 & -1 & -4
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 2 & -1 \\ -10 & 3 & 3 & 6 \\ -5 & 5 & -7 & -4 \\ -4 & -10 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 63 & -30 & -150 \\ 92 & 248 & 36 \\ -72 & -45 & -27 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -18 & 12 & 8 \\ 0 & -13 & -4 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 6 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 6 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 2 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 7 & 8 & 9 & 6 & 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-787}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 2 & 3 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -53 & 14 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 14 & -53 & 14 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 14 & -53 & 14 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -53 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	-2	1	0	4
f(x)	-73	-57	-12	-1	-849

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 8 \\ -7 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \\ -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -4 & -1 & 3 \\ -5 & -2 & 0 & -2 \\ -5 & -5 & 1 & 0 \\ -2 & 5 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$