Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 2210 ПИ. Вариант 4

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
3 & -1 & -13 \\
-8 & -2 & -18 \\
18 & -20 & 17
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 7 & -2 \\ 1 & 5 & -6 & 3 \\ 7 & 3 & 5 & -1 \\ -9 & -7 & -9 & -10 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 95 & 195 & 170 \\ -49 & -217 & 169 \\ 45 & 180 & -120 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 & 10 & -5 \\ 0 & 0 & 19 \\ 0 & 0 & -16 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 9 & 6 & 7 & 1 & 2 & 4 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 4 & 2 & 7 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	3	1	-2	-1	2
f(x)	150	12	15	2	47

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -10 \\ -1 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & 1 & -5 \\ 4 & 3 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$