Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 223 ПИ. Вариант 22

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
2 & 14 & -1 \\
-6 & 6 & -16 \\
-9 & -11 & -4
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -10 & -8 & 3 & -3 \\ -2 & -8 & 1 & -1 \\ 6 & 1 & -9 & 1 \\ 9 & 2 & -10 & -6 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 62 & 276 & 412 \\ -190 & 60 & 180 \\ -100 & 100 & 150 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 15 & -6 & 10 \\ 0 & -11 & 6 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 7 & 6 & 9 & 8 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-811} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 7 & 4 & 6 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -48 & -40 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -14 & -48 & -40 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -14 & -48 & -40 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -48 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-2	-4	0	3	-3
f(x)	-54	-804	0	-279	-261

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -6 \\ 3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -9 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -8 \\ 2 \\ 9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 9 \\ -10 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -2 & -4 \\ -3 & 5 & 3 & 5 \\ -4 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$