Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 4

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -4 & 17 & 12 \\ -18 & -7 & 4 \\ 15 & 13 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -10 & 2 & -2 \\ -6 & 5 & -9 & 1 \\ -8 & -8 & -9 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -274 & -247 & -677 \\ 124 & 26 & 121 \\ -14 & -3 & -15 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -19 & -10 & 13 \\ 0 & -2 & -9 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 6 & 5 & 1 & 7 & 4 & 2 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-827}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 3 & 6 & 5 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -63 & -72 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -63 & -72 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -63 & -72 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -63 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	0	-2	4	3
f(x)	897	1	53	1121	358

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \\ -2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -9 \\ -9 \\ -5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ 7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -5 & -5 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & -5 \\ 4 & -3 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$