Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 43

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
9 & -17 & -11 \\
17 & -4 & -7 \\
8 & 9 & 4
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 9 & 7 & 5 \\ 3 & -3 & -2 & -6 \\ -1 & -3 & -3 & 8 \\ -1 & 9 & -8 & -10 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -305 & -160 & 163 \\ 61 & -397 & 64 \\ 39 & 57 & -48 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -21 & 3 & -1 \\ 0 & 15 & -15 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 5 & 1 & 7 & 2 & 9 & 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-751} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 22 & -4 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -30 & 22 & -4 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -30 & 22 & -4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 22 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| х | -1 | -2 | -3 | 4 | -4 |
|------|----|----|----|------|-----|
| f(x) | -2 | 4 | 4 | -542 | -38 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -5 \\ -9 \\ -1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 6 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 0 & 2 \\ -4 & -3 & -5 & -3 \\ 3 & 1 & 4 & -2 \\ -5 & 0 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$