Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 228 ПИ. Вариант 45

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -13 & 11 & 8 \\ -19 & 14 & -18 \\ -1 & 6 & 14 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -7 & -8 & -4 \\ 9 & -9 & -1 & -7 \\ -5 & 5 & -1 & -7 \\ -8 & -4 & 8 & -4 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 286 & -138 & 131 \\ 433 & -418 & 330 \\ -24 & 76 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 6 \\ 0 & 18 & 12 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 6 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 1 & 6 & 2 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 9 & 5 & 8 & 3 & 1 & 6 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-823} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 1 & 2 & 6 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 22 & -8 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 90 & 22 & -8 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 90 & 22 & -8 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 22 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	4	-1	2	-4	1
f(x)	-713	7	-59	-305	-5

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ -9 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \\ -2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 & 2 \\ -3 & 5 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$