Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 40

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
13 & -17 & 0 \\
-7 & -2 & -15 \\
-15 & -17 & 3
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -4 & -9 \\ 1 & -4 & -10 & -2 \\ 3 & -6 & 1 & -5 \\ 3 & -7 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -36 & -14 & -202 \\ 36 & -8 & 44 \\ 165 & -22 & -11 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -19 & 11 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 1 & 7 & 8 & 9 & 2 & 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-739} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 7 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -6 & 30 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -24 & -6 & 30 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -24 & -6 & 30 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -6 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	3	2	4	-1	-3
f(x)	87	22	252	7	147

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -6 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -9 \\ 2 \\ -8 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -10 \\ 2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -4 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & -3 \\ 3 & 4 & 5 & -3 \\ -5 & -1 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$