Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 226 ПИ. Вариант 4

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -18 & 0 & 17 \\ -13 & -20 & 5 \\ 15 & -20 & 9 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 4 & -2 \\ -4 & 3 & -1 & 8 \\ -10 & -5 & 9 & -9 \\ 2 & -10 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -653 & -21 & 60 \\ -279 & -119 & 190 \\ -324 & -126 & 306 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 16 & -10 & 10 \\ 0 & -10 & 8 \\ 0 & 0 & 17 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 4 & 6 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 6 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 4 & 6 & 7 & 2 & 5 & 8 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-751} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 7 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 30 & -15 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 30 & -15 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 30 & -15 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 30 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| x | 3 | 2 | 1 | 4 | -4 |
|------|-------|------|---|-----|-----|
| f(x) |) 175 | 2 43 | 8 | 509 | 613 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ -9 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 8 \\ 3 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 9 \\ -7 \\ -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -6 \\ 3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -3 & 4 \\ -4 & 1 & -5 & 5 \\ -2 & 0 & 4 & -4 \\ -3 & -1 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$