Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 44

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -7 & -16 & -20 \\ 6 & -12 & 0 \\ 15 & -18 & -6 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -5 & -4 & 2 \\ -1 & 6 & -3 & 4 \\ 9 & -8 & 0 & 0 \\ -3 & -10 & -8 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -54 & 124 & -148 \\ -68 & 174 & -98 \\ -24 & 52 & -28 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 & 0 & -10 \\ 0 & 7 & -14 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 1 & 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 4 & 9 & 1 & 3 & 5 & 2 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-739}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 7 & 6 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -40 & -80 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 40 & -40 & -80 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 40 & -40 & -80 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -40 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-4	-2	3	2	1
f(x)	-685	-53	-153	-37	-5

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_{1} = \begin{bmatrix} -9 \\ -6 \\ -2 \end{bmatrix}, a_{2} = \begin{bmatrix} 9 \\ -8 \\ 2 \end{bmatrix}, a_{3} = \begin{bmatrix} -9 \\ 4 \\ -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 4 & 4 \\ 2 & -1 & -1 & -5 \\ 3 & 4 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & \lambda \end{bmatrix}$$