Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 6

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
-5 & -4 & -8 \\
15 & 1 & -9 \\
12 & 10 & -6
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -7 & 8 & 5 & 0 \\ 6 & -5 & -5 & -2 \\ 8 & -9 & 3 & -7 \\ 6 & -2 & -3 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -533 & -437 & -380 \\ 358 & 226 & 178 \\ -80 & -80 & -80 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -10 & 12 & 17 \\ 0 & -13 & -13 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 6 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 9 & 1 & 2 & 4 & 3 & 6 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-773} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 7 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-67 & 24 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
45 & -67 & 24 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 45 & -67 & 24 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -67
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	0	3	1	-2	-4
f(x)	0	-69	-5	-44	-440

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 8 \\ -2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -5 \\ -9 \\ -1 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 8 \\ -5 \\ -8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & -5 & -1 \\ 4 & -4 & -3 & 1 \\ 5 & 5 & -2 & \lambda \end{bmatrix}$$