Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 7

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
12 & -20 & -15 \\
17 & -14 & 0 \\
-18 & 10 & -16
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 6 & -4 \\ -10 & 9 & -6 & -8 \\ -9 & -8 & 8 & -8 \\ 1 & 7 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 60 & -20 & -220 \\ -182 & -28 & 58 \\ 42 & 42 & -18 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -17 & 0 & 10 \\ 0 & 13 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение  $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$  относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 5 & 4 & 1 & 8 & 3 & 6 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить  $\sigma^{-751}$ .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 5 & 3 & 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -18 & 40 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 2 & -18 & 40 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2 & -18 & 40 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -18 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	0	4	-4	1	-3
f(x)	1	-1287	-887	-12	-272

9. Найти все значения  $\lambda$ , при которых вектор b линейно выражается через  $a_1, a_2, a_3$ 

$$a_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ 8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -10 \\ -4 \\ -9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 7 \\ -10 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра  $\lambda$ 

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -4 & -5 \\ 1 & 1 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 5 & 5 & \lambda \end{bmatrix}$$