Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 222 ПИ. Вариант 43

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
13 & 0 & -11 \\
16 & 17 & -15 \\
19 & 14 & -15
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -2 & -8 & -7 \\ 6 & 5 & -9 & -8 \\ 3 & 8 & 3 & 7 \\ -7 & -3 & 3 & -7 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 147 & -225 & 46 \\ 96 & -153 & 15 \\ 28 & -133 & 63 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 15 & 5 \\ 0 & 11 & 3 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 1 & 9 & 6 & 7 & 5 & 8 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-787} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 7 & 1 & 5 & 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix}
-20 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
-6 & -20 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & -6 & -20 & 0 & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -20
\end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	0	-3	1	4	-1
f(x)	0	-216	-8	-1280	0

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 8 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -8 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} -6 \\ 5 \\ 8 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -4 & -1 & -4 \\ 2 & 5 & 5 & 0 \\ 4 & 0 & 5 & 1 \\ 2 & -4 & 3 & \lambda \end{bmatrix}$$