Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 224 ПИ. Вариант 44

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -10 & -16 & 4 \\ -2 & -15 & -4 \\ -8 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -10 & -6 & -10 & -5 \\ 1 & 5 & 6 & -9 \\ -8 & 0 & -7 & -2 \\ 4 & 5 & 8 & 5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 90 & 117 & 48 \\ 222 & 2 & 73 \\ 168 & 56 & -98 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -8 & -4 & -16 \\ 0 & -10 & -14 \\ 0 & 0 & -15 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 6 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 1 & 5 & 8 & 7 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-811} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 4 & 3 & 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -8 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -4 & -8 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -4 & -8 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -8 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-4	2	-2	3	0
f(x)	409	43	23	213	-3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ -7 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -9 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -9 \\ 0 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & -4 & -2 \\ -4 & 3 & -4 & -5 \\ -2 & 0 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$