Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 14

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 8 & -3 & 12 \\ -7 & -20 & -13 \\ -7 & 12 & 8 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 9 & -10 & -6 \\ -7 & -5 & 8 & -2 \\ 0 & 3 & -1 & 6 \\ -3 & 7 & -9 & 2 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -52 & -90 \\ 25 & 49 & 88 \\ -96 & 24 & -80 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 9 & -9 \\ 0 & -14 & 12 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 6 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 7 & 5 & 1 & 6 & 3 & 9 & 8 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-823} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 5 & 2 & 6 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -6 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 27 & -6 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 27 & -6 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -6 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	-3	0	-2	2
f(x)	-1279	-285	-3	-61	-105

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -5 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -7 \\ 7 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -5 & -2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & -2 & -2 \\ -5 & -2 & -4 & -2 \\ -4 & 1 & -3 & \lambda \end{bmatrix}$$