Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 225 ПИ. Вариант 41

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
18 & -4 & 12 \\
-6 & 2 & -15 \\
12 & 4 & -12
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -7 & 9 & -5 \\ 5 & -5 & -1 & 5 \\ -1 & 7 & -4 & -5 \\ 5 & -10 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -68 & 332 & -44 \\ 192 & 256 & -56 \\ -48 & 72 & -84 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 & 10 & -12 \\ 0 & 15 & 8 \\ 0 & 0 & -13 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 4 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 6 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 2 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 7 & 2 & 9 & 4 & 3 & 6 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-827} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 6 & 5 & 7 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} 66 & -54 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -20 & 66 & -54 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -20 & 66 & -54 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 66 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	1	-4	-3	4	-1
f(x)	-3	-973	-343	-693	-13

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -8 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -5 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -5 \\ -3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -4 & -2 & -4 \\ 1 & 4 & 5 & -4 \\ 5 & -1 & -2 & 4 \\ -5 & -3 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$