Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 4

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
12 & 0 & 8 \\
5 & -2 & -3 \\
-14 & 2 & -15
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -8 & -2 & 9 \\ 4 & -8 & 4 & 6 \\ 8 & -9 & -4 & -3 \\ -2 & 1 & 8 & -5 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -262 & 231 & 155 \\ 13 & 189 & -217 \\ -209 & 266 & 209 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -8 & 8 & -12 \\ 0 & -18 & -5 \\ 0 & 0 & -20 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 7 & 3 & 9 & 2 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-821} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 2 & 3 & 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{bmatrix} -14 & -72 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 8 & -14 & -72 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 8 & -14 & -72 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -14 \end{bmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	-2	-3	-1	1	0
f(x)	0	98	-4	6	2

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} -4 \\ -9 \\ -3 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -10 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ -5 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 6 \\ -10 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 2 \\ 4 & -5 & 1 & -4 \\ -1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$