Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 227 ПИ. Вариант 1

1. Привести матрицу А к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
0 & -7 & -3 \\
17 & -20 & -15 \\
-17 & 8 & -20
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -5 & -9 \\ 6 & 8 & -7 & -7 \\ 8 & 5 & 3 & 2 \\ -9 & -8 & 2 & -4 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -316 & -225 & -290 \\ -63 & -21 & -51 \\ 180 & 90 & 120 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 6 & -13 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 6 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 2 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 9 & 6 & 7 & 2 & 8 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-823} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 5 & 7 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -8 & 64 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -56 & -8 & 64 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -56 & -8 & 64 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -8 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	4	0	-2	2	-4
f(x)	883	-1	49	69	747

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -5 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} -9 \\ -7 \\ 9 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ 8 \\ -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} -8 \\ -2 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 4 & -2 \\ -5 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & \lambda \end{bmatrix}$$