Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 29

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} -11 & 9 & 8 \\ -10 & -2 & -5 \\ -9 & -14 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 7 & 3 & -1 \\ -5 & -5 & -1 & 9 \\ 0 & -4 & 2 & -7 \\ 0 & -4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} 834 & -58 & 398 \\ 356 & 260 & 76 \\ -112 & 0 & -112 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -21 & -14 & 17 \\ 0 & -21 & 6 \\ 0 & 0 & -8 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 9 & 5 & 2 & 3 & 7 & 6 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-811} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 7 & 2 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} -45 & 6 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 81 & -45 & 6 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 81 & -45 & 6 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -45 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

| х | -2 | 2 | -3 | -4 | 1 |
|------|----|----|-----|------|---|
| f(x) | 81 | 37 | 392 | 1195 | 0 |

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 9 \\ -5 \\ 7 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 7 \\ -9 \\ -7 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 5 \\ 5 & 0 & -2 & 4 \\ -1 & -4 & 4 & 2 \\ -1 & -3 & 4 & \lambda \end{bmatrix}$$