Домашнее задание 1. Курс "Алгебра". 2022-2023 уч. год. 229 ПИ. Вариант 19

1. Привести матрицу A к каноническому виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix}
18 & -7 & 16 \\
19 & -3 & -15 \\
-10 & 14 & -8
\end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A, используя метод Гаусса

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -10 & 2 & -8 \\ -1 & -4 & 3 & -6 \\ 8 & -8 & 5 & -2 \\ 0 & -10 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение X = A - BX относительно X, где

$$A = \begin{pmatrix} -115 & -63 & 100 \\ 248 & 140 & -184 \\ 256 & 144 & -192 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & 6 & -1 \\ 0 & 7 & -20 \\ 0 & 0 & -17 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X, где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 1 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 5 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 6 & 5 & 8 & 3 & 9 & 1 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-719} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 72 & 9 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -81 & 72 & 9 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -81 & 72 & 9 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 72 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

х	2	-4	0	3	-1
f(x)	-69	-249	-1	-277	3

9. Найти все значения λ , при которых вектор b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \\ 6 \end{bmatrix}, a_2 = \begin{bmatrix} 7 \\ -8 \\ -2 \end{bmatrix}, a_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ \lambda \end{bmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 3 & -1 \\ 5 & -5 & 4 & -3 \\ 3 & -5 & 0 & 2 \\ -1 & -5 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$