TALLER X
Ceros de funciones

2do cuatrimestre 2018

Métodos para hallar ceros de f

Problema

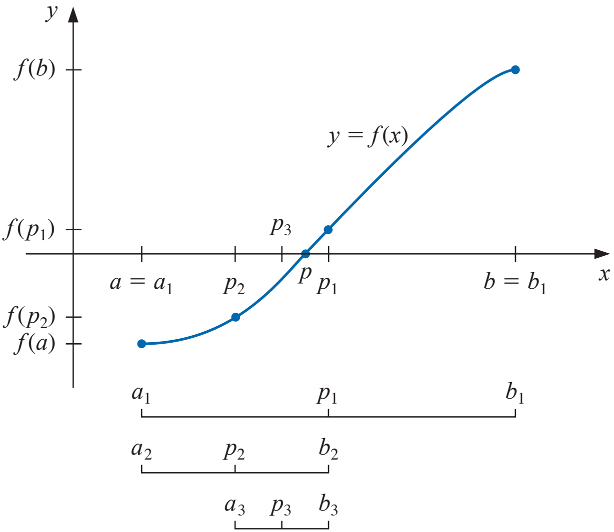
Buscamos una solución a la ecuación $f(x) = 0$

Métodos

- Bisección
- Punto Fijo
- Newton-Raphson
- Secante
- Regula-Falsi

METODOS NUMERICOS

Bisección



METODOS NUMERICOS

Punto Fijo

Definiciones

- p es *punto fijo* de una función g si $g(p) = p$.
- Buscamos: $f(p) = 0 \iff g(p) = p$
- Entonces, por ejemplo, $f(x) = 0 \iff \underbrace{f(x) + x}_{g(x)} = x$
- Ejercicio: proponer 4 funciones distintas $g(x)$ tal que hallar un punto fijo de g sea equivalente a hallar una raíz del polinomio $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10$.
- Una vez hallada $g(x)$ a partir de $f(x)$ definimos la iteración de punto fijo:

$$x_n = g(x_{n-1}), \qquad n = 1, 2, \ldots$$

  Buscamos que la sucesión de valores $x_0, x_1, x_2, \ldots$ generados por la iteración converja al punto fijo de g (que a su vez es raíz de f)

Punto Fijo

Teorema del Punto fijo

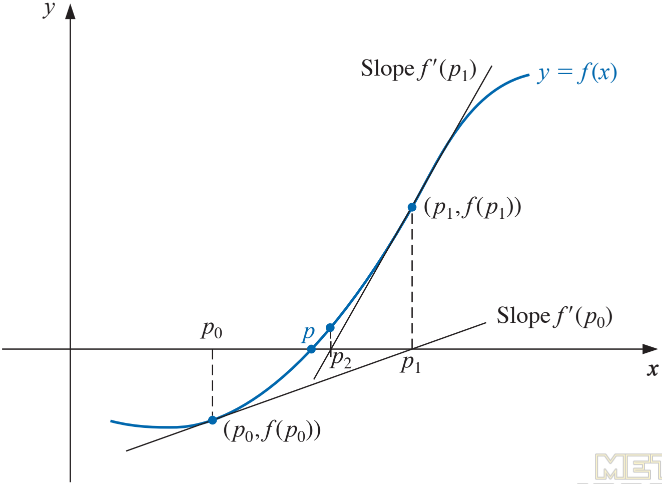
Sea $g(x)$ una función continua en $[a, b]$ tal que $g(x) \in [a, b]$ para todo $x \in [a, b]$. Supongamos además que g' existe en (a, b) y que existe una constante $k, 0 < k < 1$ que cumple que $|g'(x)| \leq k$, para todo $x \in (a, b)$.
Entonces, para cualquier x_0 en $[a, b]$, la sucesión $\{x_n\}_{n=0,1,\ldots}$ definida por

$$x_n = g(x_{n-1}), \quad n \geq 1,$$

converge al único punto fijo p en $[a, b]$.

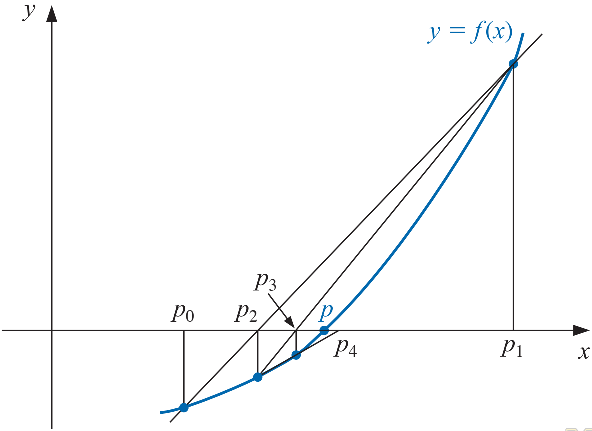
Newton-Raphson

$$p_n = p_{n-1} - \frac{f(p_{n-1})}{f'(p_{n-1})}$$

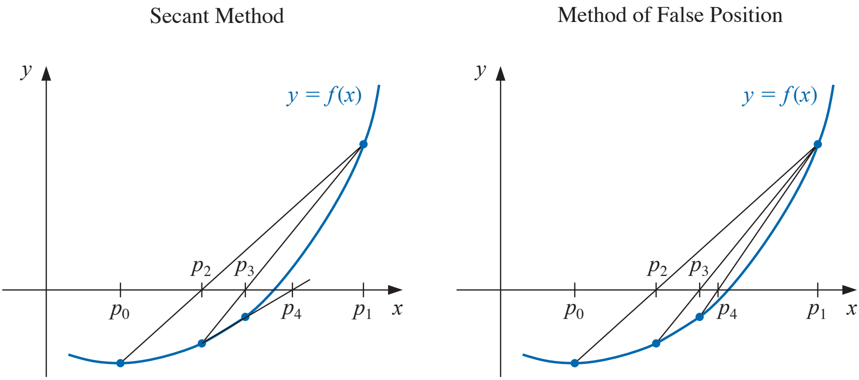


Secante

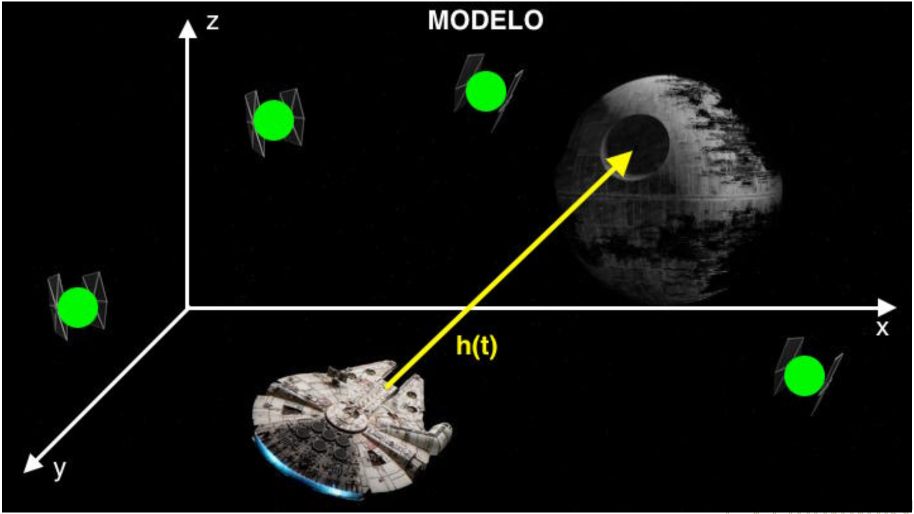
$$p_n = p_{n-1} - f(p_{n-1})\frac{p_{n-1}-p_{n-2}}{f(p_{n-1})-f(p_{n-2})}$$



Regula Falsi



Taller



Taller X

Definiciones

- Sea n la cantidad de naves estelares.
- $y_1, \ldots, y_n \in \mathbb{R}^3$ las ubicaciones de la naves estelares.
- $h : [0,1] \to \mathbb{R}^3$ la función de trayectoria.
- h es una recta: $h(t) = at + b$, con $a, b \in \mathbb{R}^3$.
- El Halcón Milenario en el instante t se encuentra en la posición $h(t)$.
- Nivel de peligro en instante t: $A(t) \;=\; \displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\|h(t) - y_i\|_2}$
- Cada nave estelar aporta al nivel de peligro $A(t)$ una cantidad que es inversamente proporcional a la distancia del Halcón Milenario a la nave.

METODOS NUMERICOS

Taller

Problema

- Han Solo falla en su misión si el nivel de peligro alcanza un valor crítico C.
- Llega Han Solo a la Estrella de la Muerte sin problemas?