



---

## Enunciado

El objetivo de este taller es implementar un programa para reconstruir imágenes de tomografía computada basándose en sucesivas mediciones. Para esto se planteará un sistema de ecuaciones sobredeterminado adecuado que se resolverá con cuadrados mínimos.

Se deben responder las siguientes preguntas, resolver los ejercicios y completar el código correspondiente.

1. Gráficamente, ¿qué solución encuentra cuadrados mínimos lineales?
2. ¿Cuándo es posible usar ecuaciones normales?
3. ¿Cuándo tiene cuadrados mínimos lineales una solución única?
4. Sea un subespacio  $S \subseteq \mathbb{R}^m$ ,  $b \in \mathbb{R}^m$  e  $y$  la proyección ortogonal de  $b$  sobre  $S$ .

a) Probar que  $b - y \in S^\perp$ .

b) Usar Pitágoras para verificar que  $y$  es el único vector en  $S$  tal que

$$\|b - y\|_2 = \min_{s \in S} \|b - s\|_2$$

5. a) Probar que  $x^*$  es tal que  $\|b - Ax^*\|_2 = \min\{\|b - Aw\|_2 : w \in \mathbb{R}^n\}$  si y sólo si  $b - Ax^* \in \text{Im}(A)^\perp$ .  
b) Usar el ítem anterior para demostrar que  $x \in \mathbb{R}^n$  resuelve el problema de cuadrados mínimos para el sistema  $Ax = b$  si y sólo si  $A^t Ax = A^t b$  (ecuaciones normales).
6. a) Completar el código de `resolverEN.m` y `resolverQR.m`. Pueden verificar el correcto funcionamiento corriendo la rutina `main.m`.  
b) Analizar los resultados obtenidos ¿Hay diferencias de tiempo? ¿De calidad? ¿Con qué dimensiones y con qué cantidad de haces se obtienen resultados razonables?

---

## Evaluación:

- Coloquio con los docentes durante la clase.
- En caso de no asistir a clase, se debe entregar la resolución del taller por escrito hasta el Viernes 27 de Octubre.