

Abgabe 1 für Computergestützte Methoden

Gruppe 19

Atilla Erzincan (3948065), Michael Wenzel (4254129), Hangel Ceknas (4242579)

1. Dezember 2024

Inhaltsverzeichnis

1	Der zentrale Grenzwertsatz	2
1.1	Aussage	2
1.2	Erklärung der Standardisierung	2
1.3	Anwendungen	2
2	Bearbeitung zur Aufgabe 1	3
2.1	Berechnung der höchsten mittleren Temperatur	3
2.2	Datenbank-Schema	3
2.3	Umsetzung in SQL	3
2.4	SQL-Abfrage	3

1 Der zentrale Grenzwertsatz

Der zentrale Grenzwertsatz (ZGS) ist ein fundamentales Resultat der Wahrscheinlichkeitstheorie, das die Verteilung von Summen unabhängiger, identisch verteilter (i.i.d.) Zufallsvariablen (ZV) beschreibt. Er besagt, dass unter bestimmten Voraussetzungen die Summe einer großen Anzahl solcher ZV annähernd normalverteilt ist, unabhängig von der Verteilung der einzelnen ZV. Dies ist besonders nützlich, da die Normalverteilung gut untersucht und mathematisch handhabbar ist.

1.1 Aussage

Sei X_1, X_2, \dots, X_n eine Folge von i.i.d. ZV mit dem Erwartungswert $\mu = E(X_i)$ und der Varianz $\sigma^2 = \text{Var}(X_i)$, wobei $0 < \sigma^2 < \infty$ gelte. Dann konvergiert die standardisierte Summe Z_n dieser ZV für $n \rightarrow \infty$ in Verteilung gegen eine Standardnormalverteilung:

$$Z_n = \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \xrightarrow{d} N(0, 1).$$

Das bedeutet, dass für große n die Summe der ZV näherungsweise normalverteilt ist mit Erwartungswert $n\mu$ und Varianz $n\sigma^2$:

$$\sum_{i=1}^n X_i \sim N(n\mu, n\sigma^2).$$

1.2 Erklärung der Standardisierung

Um die Summe der ZV in eine Standardnormalverteilung zu transformieren, subtrahiert man den Erwartungswert $n\mu$ und teilt durch die Standardabweichung $\sigma\sqrt{n}$. Dies führt zu der obigen Formel. Die Darstellung ist für $n \rightarrow \infty$ nicht wohldefiniert.

1.3 Anwendungen

Der ZGS wird in vielen Bereichen der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie angewendet. Typische Beispiele sind:

- **Berechnungen von Konfidenzintervallen:** Zur Ermittlung von Stichprobenmittelwerten wird der ZGS verwendet, um Konfidenzintervalle zu berechnen.
- **Hypothesentests:** Der ZGS ist eine Grundlage für viele statistische Tests, insbesondere bei großen Stichproben.

¹Der zentrale Grenzwertsatz hat verschiedene Verallgemeinerungen. Eine davon ist der Lindeberg-Feller-Zentrale-Grenzwertsatz [1, Seite 328], der schwächere Bedingungen an die Unabhängigkeit und die identische Verteilung der ZV stellt.

2 Bearbeitung zur Aufgabe 1

2.1 Berechnung der höchsten mittleren Temperatur

Die höchste mittlere Temperatur wurde mithilfe einer Tabellenkalkulation berechnet. Die Funktion **MAX** wurde auf die Spalte mit den mittleren Temperaturen angewendet. Ursprünglich in Fahrenheit angegeben, wurde die Temperatur in Grad Celsius umgerechnet. Das Ergebnis beträgt **28.33 Grad Celsius**.

2.2 Datenbank-Schema

Das Datenbank-Schema basiert auf der 1. und 2. Normalform. Es enthält die folgenden Felder:

- **id** (Primärschlüssel)
- **datum** (Datum der Messung)
- **station** (Name der Station)
- **temperatur_mittel** (Mittlere Temperatur in Grad Celsius)

2.3 Umsetzung in SQL

Das folgende SQL-Skript erstellt die Tabelle **Temperaturen**:

```
CREATE TABLE Temperaturen (  
    id INTEGER PRIMARY KEY,  
    datum DATE NOT NULL,  
    station VARCHAR(50) NOT NULL,  
    temperatur_mittel FLOAT NOT NULL  
);
```

Die Daten wurden im CSV-Format importiert und in die Tabelle geladen.

2.4 SQL-Abfrage

Die höchste mittlere Temperatur wurde mit der folgenden SQL-Abfrage ermittelt:

```
SELECT MAX(temperatur_mittel) AS hoechste_temperatur FROM Temperaturen;
```

Das Ergebnis lautet: **28.33 Grad Celsius**.

Literatur

- [1] Achim Klenke. Wahrscheinlichkeitstheorie. Springer, 3. edition, 2013.
- [2] StudySmarter. Der zentrale Grenzwertsatz. <https://www.studysmarter.de/studium/mathematik-studium/statistik-studium/der-zentrale-grenzwertsatz/>.
- [3] SQL-Tutorial: <https://www.sqltutorial.org/>

GitHub-Link

Hier ist der Link zu unserem GitHub-Repository: <https://github.com/abgabe1/abgabe1>