5 – 1. 电动势为 12 V **的汽车电池的内阻为** 0. 05 Ω**，问：**

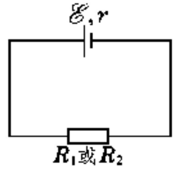
（1）它的短路电流多大？

（2）若启动电流为 100 A**，则启动马达的内阻多大？**

解：（1）$I = \dfrac{\mathscr{E}}{r} = \dfrac{12}{0.05}\,\mathrm{A} = 240\,\mathrm{A}.$

（2）$I = \dfrac{\mathscr{E}}{R+r}$，　$\therefore\ R = \dfrac{\mathscr{E}}{I} - r = \left(\dfrac{12}{100} - 0.05\right)\Omega = 0.07\,\Omega.$

5 －2. **如本题图所示，在电动势为** $\mathscr{E}$**、内阻为** r **的电池上联接一个** $R_1=10.0\,\Omega$ **的电阻时，测出** R_1 **的端电压为** 8.0 V**，若将** R_1 **换成** $R_2=5.0\,\Omega$ **的电阻时，其端电压为** 6.0 V. **求此电池的** $\mathscr{E}$ **和** r.



习题 5 －2

解： $U=\mathscr{E}-Ir=\mathscr{E}-\dfrac{\mathscr{E}}{R+r}r=\dfrac{\mathscr{E}R}{R+r}$，　$\therefore\ UR+Ur=R\mathscr{E}$，

代入题给数值

$$8.0\times10.0+8.0\,r=10.0\,\mathscr{E},$$

$$6.0\times5.0+6.0\,r=5.0.0\,\mathscr{E},$$

由此可以解出

$$r=5.0\,\Omega,\quad \mathscr{E}=12\,\mathrm{V}.$$

5－3. 试推导当气体中有正负两种离子参与导电时，电流密度的公式为

$$\boldsymbol{j}=n_+q_+\boldsymbol{u}_++n_-q_-\boldsymbol{u}_-,$$

式中 n_+、q_+、$\boldsymbol{u}_+$ 分别代表正离子的数密度、所带电量和漂移速度，n_-、q_-、$\boldsymbol{u}_-$ 分别代表负离子的相应量。

解：如图，考虑电流场中垂直电流线的一块小面积 ΔS，在 Δt 时间内有一些正电荷从 ΔS 的左边运动到右边，有一些负电荷同时从 ΔS 的右边运动到左边，这相当于在 Δt 时间内总 的有数量为 Δq 的（正）电荷从 ΔS 的左边运动到右边：

$$\Delta q=n_+q_+u_+\Delta t\,\Delta S+n_-|q_-|u_-\Delta t\,\Delta S,$$

则

$$j=\frac{\Delta q}{\Delta t\,\Delta S}=n_+q_+u_++n_-|q_-|u_-=n_+q_+u_+-n_-q_-u_-,$$

考虑到方向，对于正电荷，$\boldsymbol{u}_+$ 与 $\boldsymbol{j}$ 方向相同，$\boldsymbol{u}_-$ 与 $\boldsymbol{j}$ 方向相反，因此有

$$\boldsymbol{j}=n_+q_+\boldsymbol{u}_++n_-q_-\boldsymbol{u}_-.$$

5 –4. 在地面附近的大气里，由于土壤的放射性和宇宙线的作用，平均每 $1\mathrm{cm}^3$ 的大气里约有 5 对离子。离子的漂移速度正比于场强，比例系数称为“迁移率”。已知大气中正离子的迁移率为 $1.37\times10^{-4}\mathrm{m}^2/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{V})$，负离子的迁移率为 $1.91\times10^{-4}\mathrm{m}^2/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{V})$，正负离子所带的电量数值都是 $1.60\times10^{-19}\mathrm{C}$. 求地面大气的电导率 σ.

解：$j=n_+eu_++n_-eu_-=n_+eb_+E+n_-eb_-E=\sigma E$，

$$\therefore\ \sigma=n_+eb_++n_-eb_-=ne(b_++b_-)$$
$$=5\times10^6\times1.6\times10^{-19}\times(1.37\times10^{-4}+1.91\times10^{-4})(\Omega\cdot\mathrm{m})^{-1}$$
$$=2.6\times10^{-16}(\Omega\cdot\mathrm{m})^{-1},$$

式中 b_+、b_- 分别是正负离子的迁移率。

5－5. 空气中有一对平行放着的极板,相距2.00 cm,面积都是300 cm^2。在两板上加150 V的电压,这个值远小于使电流达到饱和所需的电压。今用X射线照射板间的空气,使其电离,于是两板间便有4.00 μA的电流通过。设正负离子的电量都是1.60×10^{-19}C,已知其中正离子的迁移率为1.37×10^{-4}m^2/(s·V),负离子的迁移率为1.91×10^{-4}m^2/(s·V),求这时板间离子的浓度。

解: $\dfrac{I}{S}=j=n_+\,eu_++n_-\,eu_-=ne(u_++u_-)=ne(b_++b_-)E$

$=ne(b_++b_-)U/d$,

$$\therefore\ n=\frac{Id}{Se(b_++b_-)U}$$

$$=\frac{4.00\times10^{-6}\times2.00\times10^{-2}}{300\times10^{-4}\times1.60\times10^{-19}\times(1.37+1.91)\times10^{-4}\times150}\ \frac{1}{\mathrm{m}^3}$$

$=3.39\times10^{14}/\mathrm{m}^3$,

正负离子浓度均为$3.39\times10^{14}/\mathrm{m}^3$。

5－6. 四个电阻均为 6.0 Ω 的灯泡，工作电压为 12 V，把它们并联起来接到一个电动势为 12 V、内阻为 0.20 Ω 的电源上。问：

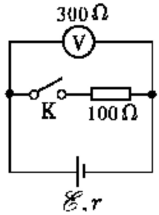
（1）开一盏灯时，此灯两端的电压多大？

（2）四盏灯全开，灯两端的电压多大？

解：（1）$U=\mathscr{E}-Ir=\mathscr{E}-\dfrac{\mathscr{E}}{R+r}\cdot r=\dfrac{\mathscr{E}R}{R+r}=\dfrac{12\times 6.0}{6.0+0.20}\mathrm{V}=11.6\,\mathrm{V}$；

（2）$U=\mathscr{E}-Ir=\mathscr{E}-\dfrac{\mathscr{E}}{R/4+r}\cdot r=\dfrac{\mathscr{E}R/4}{R/4+r}=\dfrac{12\times 1.5}{1.5+0.20}\mathrm{V}=10.6\,\mathrm{V}.$

5 －7. 本题图中伏特计的内阻为 300 Ω **,在开关** K **未合上时其电压读数为** 1.49 V **,开关合上时其读数为** 1.46 V **,求电源的电动势和内阻。**



习题 5 －7

解：合上开关 K，**外电阻**　$R=\frac{300\times100}{300+100}\Omega=75\,\Omega$，

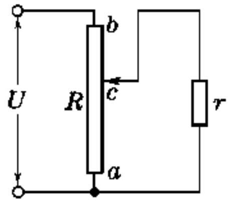
而　$U=\frac{\mathscr{E}R}{R+r}$，　**因此**　$UR+Ur=R\mathscr{E}$，

于是

$$\begin{cases}1.49\times300+1.49r=300\,\mathscr{E},\\1.46\times75+1.46r=75\,\mathscr{E};\end{cases}$$

可解出　　$\mathscr{E}=1.50\,\mathrm{V}$，　　$r=2.05\,\Omega$.

5 －8. 变阻器可用作分压器，用法如本题图所示。U是输入电压，R是变阻器的全电阻，r是负载电阻，c是R上的滑动接头。滑动c，就可以在负载上得到从0到U之间的任何电压U_r. 设R的长度$ab=l$，R上各处单位长度的电阻都相同，a、c之间的长度$ac=x$，求加到r上的电压U_r与x的关系。用方格纸画出当$r=0.1R$和$r=10R$时的U_r–x曲线。



习题5 －8

解：按图中电路可得

$$U_r=\frac{U}{R_{cb}+\dfrac{R_{ac}r}{R_{ac}+r}}\cdot\frac{R_{ac}r}{R_{ac}+r}=\frac{R_{ac}rU}{R_{cb}R_{ac}+R_{cb}r+R_{ac}r},$$

设$R_{ac}=\dfrac{R}{l}x$，则$R_{cb}=\dfrac{R}{l}(l-x)$，代入上式得

$$U_r=\frac{\dfrac{R}{l}xrU}{(l-x)\dfrac{R}{l}\cdot x\dfrac{R}{l}+(l-x)\dfrac{R}{l}\cdot r+x\dfrac{R}{l}\cdot r}$$

$$=\frac{Ulxr}{l^2r+Rlx-Rx^2},$$

当$r=0.1R$时,上式化为

$$U_r=\frac{lx(0.1R)}{0.1l^2+lx-x^2}\cdot\frac{U}{R},$$

取以下几点作图：

x	$0.1l$	$0.3l$	$0.5l$	$0.7l$	$0.8l$	$0.9l$	$1l$
U_r	$0.053U$	$0.1U$	$0.143U$	$0.23U$	$0.31U$	$0.47U$	$1U$

当$r=10R$时,上式化为

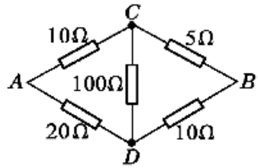
$$U_r=\frac{lx\cdot 10R}{10l^2+lx-x^2}\cdot\frac{U}{R},$$

取以下几点作图：

x	$0.1l$	$0.3l$	$0.5l$	$0.7l$	$1l$
U_r	$0.1U$	$0.29U$	$0.49U$	$0.69U$	$1U$

从图中曲线可以看出,当r与R相比很大时,变阻器用作分压器时电压随滑动头移动的线性比较好。

5－9. 在本题图所示的电路中,求:(1) R_{CD},(2) R_{BC},(3) R_{AB}.



习题 5－9

解:(1) $\dfrac{1}{R_{CD}/\Omega}=\dfrac{1}{20+10}+\dfrac{1}{100}+\dfrac{1}{10+5}$,

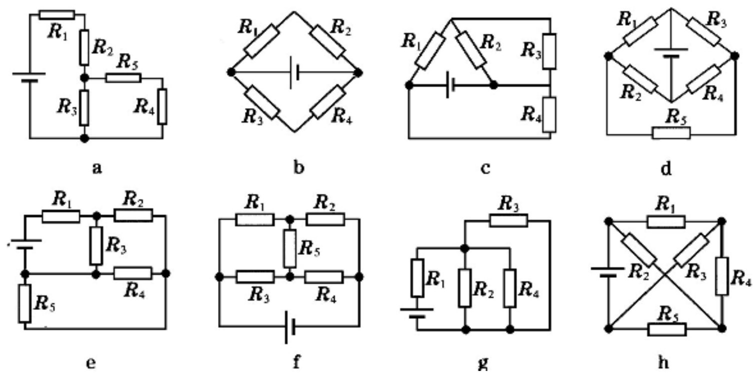
$$\therefore\ R_{CD}=9.1\,\Omega.$$

(2) $\dfrac{1}{R_{BC}/\Omega}=\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{10+\dfrac{100\times30}{100+30}}$,　$\therefore\ R_{BC}=4.3\,\Omega.$

(3) 电路组成具有对称性,CD 之间没有电流通过电阻 $100\,\Omega$,可以认为该处是断开的,因此

$$\frac{1}{R_{AB}/\Omega}=\frac{1}{20+10}+\frac{1}{10+5},\quad \therefore\ R_{AB}=10\,\Omega.$$

5 –10. **判断一下，在本题图中所示各电路中哪些可以化为串、并联电路的组合，哪些不能。如果可以，就利用串、并联公式写出它们总的等效电阻。**



习题 5 –10

解：(a) **可以，** $R=R_1+R_2+\dfrac{R_3(R_4+R_5)}{R_3+R_4+R_5}$.

(b) **可以，** $R=\dfrac{(R_1+R_2)(R_3+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4}$.

(c) **可以，** $R=\dfrac{R_4\left(R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}\right)}{R_4+R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_2+R_3}}$.

(d) **不能。**

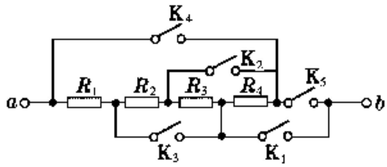
(e) **可以，** $R=R_1+\dfrac{R_3\left(R_2+\dfrac{R_4R_5}{R_4+R_5}\right)}{R_3+R_2+\dfrac{R_4R_5}{R_4+R_5}}$.

(f) **不能。**

(g) **可以，** $R=R_1+\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}}$.

(h) **不能。**

5 – 11. 无轨电车速度的调节，是依靠在直流电动机的回路中串入不同数值的电阻，以改变通过电动机的电流，使电动机的转速发生变化。例如，可以在回路中串接四个电阻 R_1、R_2、R_3 和 R_4，再利用一些开 K_1、K_2、K_3、K_4 和 K_5，使电阻分别串联或并联，以改变总电阻的数值，如本题图中所示。设 $R_1=R_2=R_3=R_4=1.0\,\Omega$，求下列四种情况下的等效电阻 R_{ab}：



习题 5 – 11

（1）K_1、K_5 合上，K_2、K_3、K_4 断开；

（2）K_2、K_3、K_5 合上，K_1、K_4 断开；

（3）K_1、K_3、K_4 合上，K_2、K_5 断开；

（4）K_1、K_2、K_3、K_4 合上，K_5 断开。

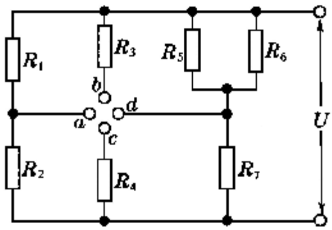
解：（1） 相当于 R_4 短路，R_1、R_2、R_3 串联，因此 $R=3\,\Omega$；

（2） 相当于 R_2、R_3、R_4 并联，再与 R_1 串联，因此 $R=\frac{4}{3}\,\Omega$；

（3） 相当于 R_2、R_3 短路，R_1 和 R_4 并联，因此 $R=0.5\,\Omega$；

（4） 相当于 R_1、R_2、R_3、R_4 并联，因此 $R=0.25\,\Omega$.

5 －12. **本题图所示电路**，$U=12\,\mathrm{V}$，$R_1=30\,\mathrm{k\Omega}$，$R_2=6.0\,\mathrm{k\Omega}$，$R_3=100\,\mathrm{k\Omega}$，$R_4=10\,\mathrm{k\Omega}$，$R_5=100\,\mathrm{k\Omega}$，$R_6=1.0\,\mathrm{k\Omega}$，$R_7=2.0\,\mathrm{k\Omega}$，**求电压** U_{ab}、U_{ac}、U_{ad}.



习题 5 －12

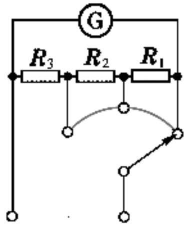
解：$U_{ab}=-IR_1=-\dfrac{U}{R_1+R_2}R_1$

$$=-\left(\frac{12}{30+6.0}\times 30\right)\mathrm{V}=-10\,\mathrm{V},$$

$$U_{ac}=IR_2=\frac{U}{R_1+R_2}R_2=\left(\frac{12}{30+6.0}\times 6.0\right)\mathrm{V}=2.0\,\mathrm{V},$$

$$U_{ad}=-\frac{UR_1}{R_1+R_2}+\frac{U\cdot\dfrac{R_5\,R_6}{R_5+R_6}}{\dfrac{R_5\,R_6}{R_5+R_6}+R_7}=\left(-10+\frac{12\times 100\times 1.0}{100\times 1.0+2.0\times(100+1.0)}\right)\mathrm{V}=-6.0\,\mathrm{V}.$$

以上假定了电源 U **上正下负。**



习题 5－13

5－13. MF－5 型万用电表的电流挡为闭路抽头式的，如本题图所示。表头的内阻 $R_G=2333\,\Omega$，满度电流 $I_G=150\,\mu A$，将其改装为量程是 500 μA、10mA、100mA. 试算出 R_1、R_2、R_3 的阻值，并标出三个接头的量程。

解：设 $I_1=500\,\mu A$，$I_2=10\,mA$，$I_3=100\,mA$，三个接头从左到右分别为 100 mA，10 mA，500 μA，

于是

$$(I_1-I_G)(R_1+R_2+R_3)=I_GR_G\,,\quad \therefore R_1+R_2+R_3=1\,000\,\Omega\,, \tag{①}$$

$$(I_2-I_G)(R_2+R_3)=I_G(R_G+R_1)\,,\quad \therefore 197\,R_1+197\,R_3=3\,R_1+7\,000\,\Omega\,, \tag{②}$$

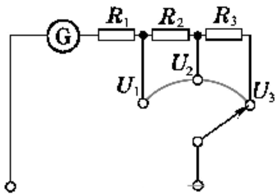
$$(I_3-I_G)R_3=I_G(R_G+R_1+R_2)\,,\quad \therefore 1997\,R_3=3\,R_1+3\,R_2+7\,000\,\Omega. \tag{③}$$

由 ②、③ 式，得　$$9\,R_3=R_2\,, \tag{④}$$

②+①×3，得　$$R_2+R_3=50\,\Omega\,, \tag{⑤}$$

从 ④、⑤ 式及 ① 式解得　$R_3=5.0\,\Omega$，　$R_2=45\,\Omega$，　$R_1=950\,\Omega$.

5 －14. MF －5 **型万用电表的电压挡如本题图所示，表头满度电流** $I_G=0.50\,\text{mA}$**，内阻** $R_G=700\,\Omega$**，改装为多量程伏特计的量程分别为** $U_1=10\,\text{V}$**，**$U_2=50\,\text{V}$**，**$U_3=250\,\text{V}$**，求各挡的降压电阻** R_1**、**R_2**、**R_3. **若再增加两个量程** $U_4=500\,\text{V}$**，**$U_5=1000\,\text{V}$**，又该如何？**



习题 5 －14

解：设 $U_1=10\,\text{V}$，$U_2=50\,\text{V}$，$U_3=250\,\text{V}$，**另设** $U_4=500\,\text{V}$，$U_5=1000\,\text{V}$。**要增加两个量程，需再串联两个 降压电阻** R_4 **和** R_5，**并增加两个接头** U_4 **和** U_5，**因此**

$$\frac{U_1}{R_G+R_1}=0.50\,\text{mA}，\therefore R_1=\frac{U_1}{0.50\times10^{-3}/\text{A}}-R_G=19.3\,\text{k}\Omega；$$

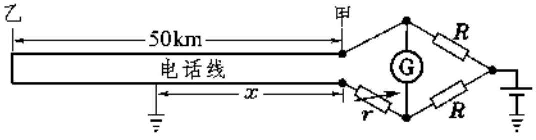
$$\frac{U_2}{R_G+R_1+R_2}=0.50\,\text{mA}，\therefore R_2=\frac{U_2}{0.50\times10^{-3}/\text{A}}-\frac{U_1}{0.50\times10^{-3}/\text{A}}=80\,\text{k}\Omega；$$

$$\frac{U_3}{R_G+R_1+R_2+R_3}=0.50\,\text{mA}，\therefore R_3=\frac{U_3}{0.50\times10^{-3}/\text{A}}-\frac{U_2}{0.50\times10^{-3}/\text{A}}=400\,\text{k}\Omega；$$

$$\frac{U_4}{R_G+R_1+R_2+R_3+R_4}=0.50\,\text{mA}，\therefore R_4=\frac{U_4}{0.50\times10^{-3}/\text{A}}-\frac{U_3}{0.50\times10^{-3}/\text{A}}=500\,\text{k}\Omega；$$

$$\frac{U_5}{R_G+R_1+R_2+R_3+R_4+R_5}=0.50\,\text{mA}，\therefore R_5=\frac{U_5}{0.50\times10^{-3}/\text{A}}-\frac{U_4}{0.50\times10^{-3}/\text{A}}=1.0\,\text{M}\Omega.$$

5－15. 甲乙两站相距50km，其间有两条相同的电话线，有一条因在某处触地而发生故障，甲站的检修人员用本题图所示的办法找出触地到甲站的距离 x，让乙站把两条电话线短路，调节 r 使通过检流计 G 的电流为0. 已知电话线每 km 长的电阻为 6.0 Ω，测得 $r=360\,\Omega$，求 x.

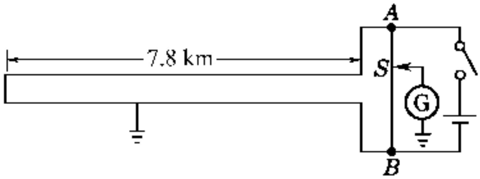


习题 5－15

解：本题可看成平衡电桥问题，

$$50\times6.0+(50-x)\times6.0=6.0x+360,\quad\therefore\ x=20\,\mathrm{k\Omega}.$$

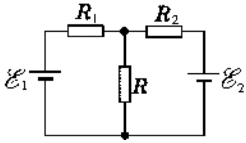
5 －16. 为了找出电缆在某处由于损坏而通地的地方，也可以用本题图所示的装置。AB **是一条长为** 100 cm **的均匀电阻线，接触点** S **可在它上面滑动。已知电缆长** 7. 8 km**，设当** S **滑到** $SB=41$ cm **时，通过电流计** G **的电流为** 0**。求电缆损坏处到** B **的距离** x.



习题 5 －16

解： $(2\times7.8-x)\times41=59x$，　$\therefore\ x=6.4$ km.

5－17. **一电路如本题图，已知** $\mathscr{E}_1 = 1.5\,\mathrm{V}$**，**$\mathscr{E}_2 = 1.0\,\mathrm{V}$**，**$R_1 = 50\,\Omega$**，**$R_2 = 80\,\Omega$**，**$R = 10\,\Omega$**，电池的内阻都可忽略不计。求通过** R **的电流。**



习题 5－17

解：

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_1 R_1 + I_3 R = \mathscr{E}_1, \\ I_2 R_2 + I_3 R = \mathscr{E}_2. \end{cases}$$

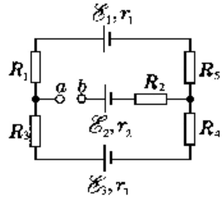
由此解得

$$I_3 = \frac{\mathscr{E}_1 R_2 + \mathscr{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R_1 R + R_2 R} = \frac{1.5 \times 80 + 1.0 \times 50}{4000 + 500 + 800}\,\mathrm{A} = 32\,\mathrm{mA}.$$

5 – 18. 一电路如本题图，已知 $\mathscr{E}_1=12\,\mathrm{V}$，$\mathscr{E}_2=9\,\mathrm{V}$，$\mathscr{E}_3=8\,\mathrm{V}$，$r_1=r_2=r_3=1\,\Omega$，$R_1=R_3=R_4=R_5=2\,\Omega$，$R_2=3\,\Omega$。**求：**

（1）a、b **断开时的** U_{ab}；

（2）a、b **短路时通过** $\mathscr{E}_2$ **的电流的大小和方向。**



习题 5 – 18

解：（1）$I=\dfrac{\mathscr{E}_1-\mathscr{E}_3}{R_1+r_1+R_4+R_5+r_3+R_3}=0.4\,\mathrm{A}$，

$U_{ab}=-IR_1+\mathscr{E}_1-Ir_1-IR_5-\mathscr{E}_2=1\,\mathrm{V}.$

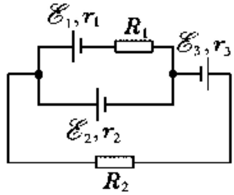
（2）a、b **短路，在电路上设定各支路电流标称方向，以及各闭合回路绕行方向如右，在此基础上列出基尔霍夫方程组：**

$$\begin{cases}I_1+I_2+I_3=0,\\ I_1(R_5+r_1+R_1)-\mathscr{E}_1+\mathscr{E}_2-I_2(R_2+r_2)=0,\\ I_3(R_4+r_3+R_3)-\mathscr{E}_3+\mathscr{E}_2-I_2(R_2+r_2)=0.\end{cases}$$

代入数值 $\begin{cases}I_1+I_2+I_3=0,\\ 5I_1-4I_2=3,\\ 5I_3-4I_2=-1.\end{cases}$ **由此解得** $I_2=-\dfrac{2}{13}\mathrm{A}$，

负号表明实际电流 I_2 **的方向与原设方向相反，它在该支路中实应从左到右。**

5 －19. 一电路如本题图，已知 $\mathscr{E}_1 = 1.0\,\mathrm{V}$，$\mathscr{E}_2 = 2.0\,\mathrm{V}$，$\mathscr{E}_3 = 3.0\,\mathrm{V}$，$r_1 = r_2 = r_3 = 1.0\,\Omega$，$R_1 = 1.0\,\Omega$，$R_2 = 3.0\,\Omega$。**求：**



习题 5 －19

（1）通过电源 3 的电流，

（2）R_2 消耗的功率，

（3）电源 3 对外供给的功率。

解：（1）在电路上设定各支路电流名谓及标称方向，以及各闭合回路绕行方向如右，在此基础上列出基尔霍夫方程组：

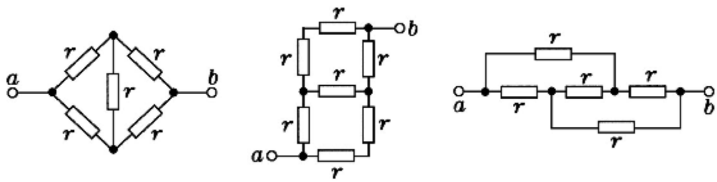
$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ -\mathscr{E}_1 + I_1 (R_1 + r_1) + I_3 (R_2 + r_3) + \mathscr{E}_3 = 0, \\ -\mathscr{E}_2 + I_2 r_2 + I_3 (R_2 + r_3) + \mathscr{E}_3 = 0. \end{cases}$$

代入数值
$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ 2I_1 + 4I_3 = -2\,\mathrm{A}, \\ I_2 + 4I_3 = -1\,\mathrm{A}. \end{cases}$$
由此解得　$I_3 = \dfrac{2}{7}\,\mathrm{A} = 0.29\,\mathrm{A}.$

（2）$P = I_3^2 R_2 = [(2/7)^2 \times 3.0]\,\mathrm{W} = 0.24\,\mathrm{W}.$

（3）$P = \mathscr{E}_3 I_3 - I_3^2 r_3 = [3.0 \times (2/7) - (2/7)^2 \times 1.0]\,\mathrm{W} = 0.78\,\mathrm{W}.$

5 － 20. 分别求出本题图 a、b、c 中 a、b 间的电阻。



a　　b　　c

习题 5 － 20

解：(a) **由对称性，通过中间电阻的电流为** 0，**故可拆除，于是是简单的串联和并联，**

$$R=\frac{2r\cdot 2r}{2r+2r}=r.$$

(b) **此种情形不能简化为串并联电路。在** a、b **之间接上电源，在电路上设定各支路电流名谓及标称方向，以及各闭合回路绕行方向如右图，列出基尔霍夫方程组：**

$$\begin{cases} I-I_1-I_2=0, \\ I_1+I_5-I_3=0, \\ I_2-I_5-I_4=0, \\ I_2r+I_5r-2I_1r=0, \\ I_5r+I_3r-2I_4r=0, \\ I_2r+2I_4r=\mathscr{E}. \end{cases}$$

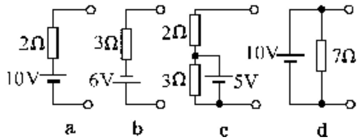
由此解出　$I_1=\frac{2}{7}\frac{\mathscr{E}}{r}$，　$I_2=\frac{3}{7}\frac{\mathscr{E}}{r}$，　$I=I_1+I_2=\frac{5}{7}\frac{\mathscr{E}}{r}$

a、b **之间** d **的等效电阻为**　$R=\frac{\mathscr{E}}{I}=\frac{7}{5}r=1.4r.$

(c) **由对称性，通过中间电阻的电流为** 0，**故可拆除，于是是简单的串联和并联，于是**

$$R=\frac{2r\cdot 2r}{2r+2r}=r.$$

5 －21. **将本题图中的电压源变换成等效的电流源。**



习题 5 －21

解：(a) **等效的电流源的**

$$I_0=\frac{\mathscr{E}}{r}=5\,\mathrm{A},\quad r_0=r=2\,\Omega.$$

(b) **等效的电流源的**

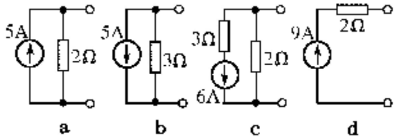
$$I_0=\frac{\mathscr{E}}{r}=2\,\mathrm{A},\quad r_0=r=3\,\Omega.$$

(c) **先根据等效电流源定理得** $\mathscr{E}=5\,\mathrm{V}$，　$r=2\,\Omega$，

$$\therefore\ I_0=\frac{\mathscr{E}}{r}=2.5\,\mathrm{A},\quad r_0=r=2\,\Omega.$$

(d) **不能等效于一个电流源。**

5 － 22. 将本题图中的电流源转换成等效的电压源。



习题 5 － 22

解：（a） 等效的电压源的

$\mathscr{E} = I_0 r_0 = 10\,\mathrm{V}$，　$r = r_0 = 2\,\Omega$.

（b） 等效的电压源的

$\mathscr{E} = I_0 r_0 = 15\,\mathrm{V}$，　$r = r_0 = 3\,\Omega$.

（c） 先根据等效电流源定理得 $I_0 = 6\,\mathrm{A}$，　$r_0 = 2\,\Omega$，

$$\therefore\ \mathscr{E} = I_0 r_0 = 12\,\mathrm{V},\quad r = r_0 = 2\,\Omega.$$

（d） 不能等效一个电压源。

5 – 23. **用等效电源定理解习题** 5 – 18 **中的**（2）。

– 18 电路

解：a、b 断开时回路中的电流

$$I = \frac{\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_3}{R_1 + r_1 + R_4 + R_5 + r_3 + R_3} = 0.4\,\mathrm{A},$$

将 $\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_3$ 支路联结的网络看成 c、d 之间一等效电压源。根据等效电压源定理，此电源的等效电动势

$$\mathscr{E}_0 = \text{开路电压}\ U_{cd} = I(R_3 + r_3 + R_4) + \mathscr{E}_3 = 10\,\mathrm{V},$$

此电源的等效内阻 $r_0 = c$、d 之间除源电阻 $= \dfrac{(R_1+r_1+R_5)(R_3+r_3+R_4)}{R_1+r_1+R_4+R_5+r_3+R_3} = 2.5\,\Omega.$

从而在 a、b 接通后的单一回路的等效电路里

$$I_{ab} = \frac{\mathscr{E}_0 - \mathscr{E}_2}{R_2 + r_2 + r_0} = \frac{2}{13}\,\mathrm{A}.$$

5－24. 用等效电源定理求图5－34中电桥电路的I_G.

解：设想将图5－34的电桥电路中拆除BD支路，其余部分用B、D间一等效电压源代替。则

$$I_1 \equiv I_{ADC} = \frac{\mathscr{E}}{R_2+R_4}, \quad I_2 \equiv I_{ABC} = \frac{\mathscr{E}}{R_1+R_3},$$

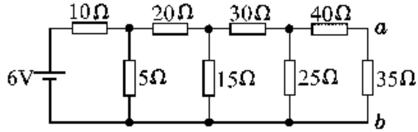
则等效电压源的电动势和内阻分别为

$$\mathscr{E}_0 = U_{BD} = I_2R_3 - I_1R_4 = \frac{\mathscr{E}R_3}{R_1+R_3} - \frac{\mathscr{E}R_4}{R_2+R_4}, \qquad r_0 = \frac{R_1R_3}{R_1+R_3} + \frac{R_2R_4}{R_2+R_4},$$

从而电桥电路化为一简单的串并联电路，于是有

$$I_G = \frac{\mathscr{E}_0}{R_G+r_0} = \frac{(R_2R_3-R_1R_4)\mathscr{E}}{R_G(R_1+R_3)(R_2+R_4)+R_1R_3(R_2+R_4)+R_2R_4(R_1+R_3)}.$$

5 －25. 求本题图中 ab 支路中的电流。



习题 5 －25

解：本题可多次运用等效电压源定理来计算，先将 $20\,\Omega$ 的电阻以左部分网络等效于一个电压源：

$$\mathscr{E}_1=\left(\frac{6}{10+5}\times 5\right)\text{V}=2\,\text{V},\quad r_1=\frac{10\times 5}{10+5}\,\Omega=\frac{10}{3}\,\Omega\text{；}$$

进一步将 $30\,\Omega$ 的电阻以左部分网络等效于一个电压源：

$$\mathscr{E}_2=\left(\frac{2}{10/3+20+15}\times 15\right)\text{V}=\frac{18}{23}\text{V},\quad r_2=\frac{(10/3+20)\times 15}{10/3+20+15}\,\Omega=\frac{210}{23}\,\Omega\text{；}$$

然后再将 $40\,\Omega$ 的电阻以左部分网络等效于一个电压源：

$$\mathscr{E}_3=\left(\frac{18/23}{210/23+30+25}\times 25\right)\text{V}=\frac{450}{1475}\text{V},\quad r_3=\frac{(210/23+30)\times 25}{210/23+30+25}\,\Omega=\frac{22500}{1475}\,\Omega\text{；}$$

它与电阻 $40\,\Omega$ 和 $35\,\Omega$ 构成一个简单回路，于是

$$I_{ab}=\frac{450/1475}{22500/1475+40+35}\text{A}=3.4\,\text{mA}.$$

5－26. 证明 L/R **和** RC **具有时间的量纲,并且** $1\,\mathrm{H}/1\,\Omega=1\,\mathrm{s}$，$1\,\Omega\cdot 1\,\mathrm{F}=1\,\mathrm{s}$.

解： $\left[\dfrac{L}{R}\right]=\dfrac{\mathrm{L^2MT^{-2}I^{-2}}}{\mathrm{L^2MT^{-3}I^{-2}}}=\mathrm{T}$，　$[RC]=\mathrm{L^2MT^{-3}I^{-2}\cdot L^{-2}M^{-1}T^4I^2}=\mathrm{T}$，

$$\frac{1\,\mathrm{H}}{1\,\Omega}=\frac{1\,\mathrm{Wb}}{1\,\mathrm{A}}\cdot\frac{1}{1\,\Omega}=\frac{1\,\mathrm{Wb}}{1\,\mathrm{V}}=1\,\mathrm{s},\quad 1\,\Omega\cdot 1\,\mathrm{F}=\frac{1\,\mathrm{V}}{1\,\mathrm{A}}\cdot\frac{1\,\mathrm{C}}{1\,\mathrm{V}}=\frac{1\,\mathrm{C}}{1\,\mathrm{A}}=1\,\mathrm{s}.$$

5－27. 一个自感为 $0.50\,\mathrm{mH}$**、电阻为** $0.01\,\Omega$ **的线圈联接到内阻可忽略、电动势为** $12\,\mathrm{V}$ **的电源上。开关接通多长时间，电流达到终值的** 90% **？到此时线圈中储存了多少能量？电源消耗了多少能量？**

解：　$I=\dfrac{\mathscr{E}}{R}(1-\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t})=0.90\dfrac{\mathscr{E}}{R}$，　$t=-\dfrac{L}{R}\ln 0.1=0.12\,\mathrm{s}$，

线圈中储存的磁能：

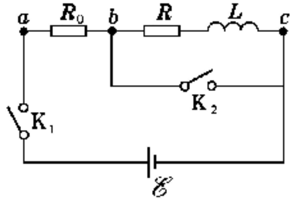
$$W_{\mathrm{m}}=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}L\left(0.90\frac{\mathscr{E}}{R}\right)^2=\frac{1}{2}\times 0.50\times 10^{-3}\times\left(0.90\times\frac{12}{0.01}\right)^2\mathrm{J}=2.9\times 10^2\,\mathrm{J},$$

电源消耗的能量：

$$W=\int_0^{T_{90}}\mathscr{E}I\,\mathrm{d}t=\int_0^{T_{90}}\frac{\mathscr{E}^2}{R}\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}t}\right)\mathrm{d}t=\frac{\mathscr{E}^2}{R}\left[T_{90}-\frac{L}{R}\left(\mathrm{e}^{-\frac{R}{L}T_{90}}-1\right)\right]=1.1\times 10^3\,\mathrm{J},$$

式中 T_{90} **是电流达到终值的** 90%**的时间，即** $T_{90}=0.12\,\mathrm{s}$.

5－28. 一自感为 L、电阻为 R 的线圈与一无自感的电阻 R_0 串联地接于电源上，如本题图所示。



习题 5－28

（1）求开关 K_1 闭合 t 时间后，线圈两端的电势差 U_{bc}；

（2）若 $\mathscr{E}=20\,V$，$R_0=50\,\Omega$，$R=150\,\Omega$，$L=5.0\,H$，求 $t=0.5\tau$ 时（τ 为电路的时间常量）线圈两端的电势差 U_{bc} 和 U_{ab}；

（3）待电路中电流达到稳定值，闭合开关 K_2，求闭合 $0.01\,s$ 后，通过 K_2 中电流的大小和方向。

解：（1）
$$i=\frac{\mathscr{E}}{R_0+R}\left[1-\exp\left(-\frac{R_0+R}{L}t\right)\right],$$

$$U_{bc}=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+iR=\mathscr{E}\exp\left(-\frac{R_0+R}{L}t\right)+\frac{R\mathscr{E}}{R_0+R}\left[1-\exp\left(-\frac{R_0+R}{L}t\right)\right]$$
$$=\frac{\mathscr{E}}{R_0+R}\left[R+R_0\exp\left(-\frac{R_0+R}{L}t\right)\right].$$

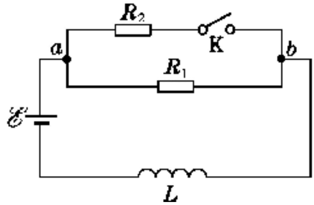
（2）
$$U_{bc}=\frac{20}{50+150}\left(150+50e^{-0.5}\right)V=18\,V,$$
$$U_{ab}=\mathscr{E}-U_{bc}=(20-18)\,V=2.0\,V.$$

（3）闭合 K_2，通过 K_2 的电流有两部分，其方向相反，

$$I_1=\frac{\mathscr{E}}{R_0}=\frac{20}{50}=0.40\,A,\quad I_2=\frac{\mathscr{E}}{R_0+R}e^{-\frac{R}{L}t}=\left(\frac{20}{50+150}e^{-\frac{150}{5}\times0.01}\right)A=0.074\,A,$$

故　$i(0.01)=I_1-I_2=0.33\,A$，　方向为由 b 到 c 通过 K_2.

5－29. 一电路如本题图所示，R_1、R_2、L 和 $\mathscr{E}$ 都已知，电源 $\mathscr{E}$ 和线圈 L 的内阻都可略去不计。



习题 5－29

（1）求 K 接通后，a、b 间的电压与时间的关系；

（2）在电流达到最后稳定值的情况下，求 K 断开后 a、b 间的电压与时间的关系。

解：（1）K 接通，电路中的总电流可看成由两部分组成，一部分为通过 R_1 的恒定电流 $\frac{\mathscr{E}}{R_1}$，另一部分为通过 R_2 的暂态电流 $\frac{\mathscr{E}}{R_2}(1-e^{-\frac{R}{L}t})$，其中时间常数中的 R 为 R_1 和 R_2 的并联。因为接通后的暂态过程中 R_1、R_2 都起作用。于是总电流为两者之和：

$$i=\frac{\mathscr{E}}{R_1}+\frac{\mathscr{E}}{R_2}(1-e^{-\frac{R}{L}t}).$$

此总电流的另一解法是把 R_1 和 R_2 并联起来解微分方程，得到与书上第五章 4.1 节（5.39）式相同的解：

$$i-\frac{\mathscr{E}}{R}=K_1e^{-\frac{R}{L}t},$$

但初始条件不同。现在的初始条件为 $t=0$ 时 $i_0=\frac{\mathscr{E}}{R_1}$，于是代入上述解中得

$$K_1=\frac{\mathscr{E}}{R_1}-\frac{\mathscr{E}}{R}=\frac{\mathscr{E}}{R_1}-\frac{(R_1+R_2)\mathscr{E}}{R_1R_2}=-\frac{\mathscr{E}}{R_2}$$

从而

$$i=\frac{\mathscr{E}}{R}-\frac{\mathscr{E}}{R_2}e^{-\frac{R}{L}t}=\frac{\mathscr{E}}{R_1}+\frac{\mathscr{E}}{R_2}\left\{1-\exp\left[-\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)L}t\right]\right\}.$$

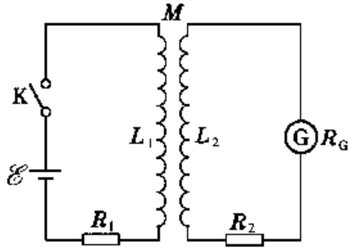
两者结果相同。由此

$$U_{ab}=i\cdot\frac{R_1}{R_1+R_2}=\mathscr{E}\left\{1-\frac{R_1}{R_1+R_2}\exp\left[-\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)L}t\right]\right\}.$$

（2）K 断开后，通过 R_1 的电流也有两部分，一部分为电源通过 R_1 的恒定电流 $\frac{\mathscr{E}}{R_1}$，另一部分为自感电动势的暂态电流 $\frac{\mathscr{E}}{R_2}e^{-\frac{R}{L}t}$，两者方向相同，因此

$$i=\frac{\mathscr{E}}{R_1}+\frac{\mathscr{E}}{R_2}e^{-\frac{R_1}{L}t},\quad \therefore\ U_{ab}=iR_1=\mathscr{E}\left(1+\frac{R_1}{R_2}e^{-\frac{R_1}{L}t}\right).$$

5 －30. 两线圈之间的互感为 M，电阻分别为 R_1 和 R_2，第一个线圈接在电动势为 $\mathscr{E}$ 的电源上，第二个线圈接在电阻为 R_G 的电流计 G 上，如本题图所示。设开关 K 原先是接通的，第二个线圈内无电流，然后把 K 断开。



习题 5 －30

（1）求通过 G 的电量 q；

（2）q 与两线圈的自感有什么关系？

解：（1） K 断开后，第 2 个线圈内的感应电动势为

$$\mathscr{E}_2=-L_2\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}-M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t},$$

于是
$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=i_2=\frac{\mathscr{E}_2}{R_2+R_G}=-\frac{L_2}{R_2+R_G}\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}-\frac{M}{R_2+R_G}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t},$$

$$\therefore\ \mathrm{d}q=-\frac{L_2}{R_2+R_G}\mathrm{d}i_2-\frac{M}{R_2+R_G}\mathrm{d}i_1,$$

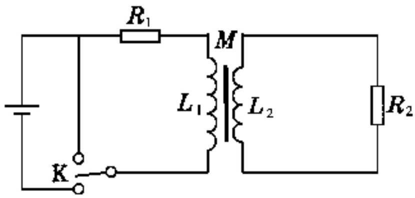
$$q=\int\mathrm{d}q=-\frac{L_2}{R_2+R_G}\int_0^0\mathrm{d}i_2-\frac{M}{R_2+R_G}\int_{\frac{\mathscr{E}}{R_1}}^0\mathrm{d}i_1=\frac{M\mathscr{E}}{R_1(R_2+R_G)}.$$

（2） 从结果看，q 与两线圈的自感无关。

5 – 31. 本题图示为一对互感耦合的 LR 电路。证明在无漏磁的条件下两回路充放电的时间常量都是

$$\tau=\frac{L_1}{R_1}+\frac{L_2}{R_2}.$$

由此定性地解释，为什么当电感元件的铁芯中若有涡流时，电路充放电的时间常量要增大？



习题 5 – 31

［提示 列出两回路的电路方程，这是一组联立的一阶线性微分方程组，解此方程组即可求得。］

解：按电路图列出电路微分方程。K 接通电源 $\mathscr{E}$ 时，

$$\begin{cases} L_1\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}+M\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}+i_1R_1=\mathscr{E}, & ① \\ L_2\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}+M\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}+i_2R_2=0. & ② \end{cases}$$

K 短接于另一端时，

$$\begin{cases} L_1\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}+M\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}+i_1R_1=0, & ③ \\ L_2\dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}+M\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}+i_2R_2=0. & ④ \end{cases}$$

这两组方程对应的齐次方程相同，因此暂态过程随时间变化的因子相同，也就是说充放电的时间常数相同。

现在就考虑 K 短接于 另一端的放电情形，即考虑方程 ③ 和 ④，消去方程中的$\dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$ 项，并代入无漏磁条件 $M^2-L_1L_2=0$，得

$$i_2=\frac{R_1L_2}{R_2M}i_1=\frac{R_1M}{R_2L_1}i_1, \qquad ⑤$$

这表明两个回路中的电流在放电情形有相同的变化规律，有相同的时间常数。将 ⑤ 式代入 ③ 式，得

$$L_1\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}+\frac{L_2R_1}{R_2}\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}+i_1R_1=0,$$

$$\frac{\mathrm{d}i_1}{i_1}=-\frac{R_1R_2}{L_1R_2+L_2R_1}\mathrm{d}t,$$

两边积分，并化为指数形式，得解为

$$i_1=K_1\exp\left(-\frac{R_1R_2}{L_1R_2+L_2R_1}t\right),$$

可见此暂态过程的时间常数为

$$\tau=\frac{L_1R_2+L_2R_1}{R_1R_2}=\frac{L_1}{R_1}+\frac{L_2}{R_2}.$$

若电感元件的铁芯中有涡流，则此互感耦合电路相当于多重耦合电路，其充放电时间常数应加上反应涡流的项 L/R，涡流电阻很小，所加项值增大，所以 τ 增大。

5 －32. 在 LC 振荡回路中，设开始时 C 上的电量为 Q，L 中的电流为 0。

（1）求第一次达到 L 中磁能等于 C 中电能所需的时间 t；

（2）求这时 C 上的电量 q.

解：（1） K 接通后，电路微分方程为

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+\frac{q}{C}=0 \quad \therefore\ L\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}+\frac{q}{C}=0,$$

这是一个二阶常系数微分方程，是一个简谐振动方程，其通解为

$$q=A\cos(\omega t+\varphi), \quad \omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

初始条件为 $t=0$ 时，$q=Q$，$i=0$，由此可定出 $A=Q$，$\varphi=0$，所以

$$q=Q\cos\omega t, \quad i=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=-Q\omega\sin\omega t.$$

将上述解代入 $\frac{1}{2}Li^2=\frac{Q^2}{2C}$，得

$$\frac{1}{2}LQ^2\omega^2\sin^2\omega t=\frac{1}{2C}Q^2\cos^2\omega t,$$

$$\therefore\ \tan\omega t=1, \quad \omega t=\frac{\pi}{4}, \quad t=\frac{\pi}{4\omega}=\frac{\pi}{4}\sqrt{LC},$$

它就是第一次达到 L 中磁能等于 C 中电能所需的时间。

（2） 这时　$$q=Q\cos\omega t=Q\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}Q.$$

5－33. 两个 $C=2.0\mu\mathrm{F}$ 的电容器已充有相同的电量，经过一线圈（$L=1.0\,\mathrm{mH}$、$R=50\,\Omega$）放电。问当这两个电容器（1）并联时，（2）串联时，能不能发生振荡。

解： 能否发生振荡取决于电路微分方程中的阻尼度 $\lambda=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$，$\lambda\geqslant 1$ 为过阻尼或临界阻尼，无振荡；$\lambda<1$ 为阻尼振荡。

（1）两个电容器并联时，$C=4.0\,\mu\mathrm{F}$，

$$\lambda=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}=\frac{50}{2}\sqrt{\frac{4\times10^{-6}}{1.0\times10^{-3}}}=1.1,$$

故不会振荡。

（2）两个电容器串联时，$C=1.0\,\mu\mathrm{F}$，

$$\lambda=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}=\frac{50}{2}\sqrt{\frac{1.0\times10^{-6}}{1.0\times10^{-3}}}=0.79,$$

故会振荡。

5 – 34. **在同一时间坐标轴上画出简谐交流电压**

$u_1(t)=311\cos(314t-2\pi/3)\,\mathrm{V}$　**和**　$u_2(t)=311\sin(314t-5\pi/6)\,\mathrm{V}$

的曲线。它们的峰值、有效值、频率和相位各多少？哪个超前？

解：　$U_{01}=311\,\mathrm{V}$，　$U_{02}=311\,\mathrm{V}$；

$U_1=220\,\mathrm{V}$，　$U_2=220\,\mathrm{V}$；

$\omega=314\,\mathrm{rad/s}$，　$\nu=50\,\mathrm{Hz}$；

$\varphi_1=-\frac{2\pi}{3}$，　$\varphi_2=-\frac{5\pi}{6}-\frac{\pi}{2}=-\frac{4\pi}{3}$，　$\varphi_1-\varphi_2=\frac{2\pi}{3}$，

u_1 **比** u_2 **超前**$\frac{2\pi}{3}$**，两简谐交流电压曲线见右图。**

5 – 35. **两个简谐交流电** $i_1(t)$ **和** $i_2(t)$ **的波形如本题图所示，**

（1）写出它们的三角函数（余弦）表达式，

（2）它们之间的相位差为多少？哪个超前？

解：（1） $i_1 = I_{10}\cos(\omega t - \pi)$，

$$i_2 = I_{20}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right);$$

（2） $\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{2} - (-\pi) = \frac{\pi}{2}$，　　i_2 **超前** i_1 **相位** $\frac{\pi}{2}$.

5－36. **电阻** R **的单位为** Ω**，自感** L **的单位为** H**，电容** C **的单位为** F**，频率** ν **的单位为** Hz**，角频率** $\omega=2\pi\nu$. **证明** ωL、$1/\omega C$ **的单位为** Ω.

解： ωL**：** $\mathrm{Hz}\cdot\mathrm{H}=\dfrac{1}{\mathrm{s}}\cdot\dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{A/s}}=\dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}=\Omega$，　$\dfrac{1}{\omega\ C}$**：** $\dfrac{1}{\mathrm{Hz}\cdot\mathrm{F}}=\dfrac{\mathrm{s}}{\mathrm{C/V}}=\dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}=\Omega$.

5－37.（1）**分别求频率为** 50 Hz **和** 500 Hz **时** 10 H **电感的阻抗。**

（2）**分别求频率为** 50 Hz **和** 500 Hz **时** 10 μF **电容的阻抗。**

（3）**在哪一个频率时，**10 H **电感器的阻抗等于** 10 μF **电容器的阻抗？**

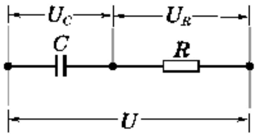
解：（1）50 Hz **时：** $\omega L=2\pi\nu L=(100\pi\times 10)\,\Omega=3.14\times 10^{3}\,\Omega$，

500 Hz **时：** $\omega L=2\pi\nu L=(1\,000\pi\times 10)\,\Omega=3.14\times 10^{4}\,\Omega$；

（2）50 Hz **时：** $\dfrac{1}{\omega C}=\dfrac{1}{2\pi\nu C}=\dfrac{1}{100\pi\times 10\times 10^{-6}}\,\Omega=3.2\times 10^{2}\,\Omega$，

500 Hz **时：** $\dfrac{1}{\omega C}=\dfrac{1}{2\pi\nu C}=\dfrac{1}{1000\pi\times 10\times 10^{-6}}\,\Omega=32\,\Omega$；

（3）$\omega L=\dfrac{1}{\omega C}$，　$\therefore\ \nu=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=16\,\text{Hz}.$



习题 5 – 38

5 – 38. 已知在某频率下本题图中电容、电阻的阻抗数值之比为

$$Z_C : Z_R = 3 : 4,$$

若在串联电路两端加总电压 $U = 100\,\text{V}$，

（1）电容和电阻元件上的电压 U_C、U_R 为多少？

（2）电阻元件中的电流与总电压之间有无相位差？

解：（1）$\dfrac{U_C}{U_R} = \dfrac{Z_C}{Z_R} = \dfrac{3}{4}$，　　由矢量图

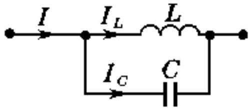
$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = U_R \sqrt{1 + \left(\frac{U_C}{U_R}\right)^2} = U_R \sqrt{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{5}{4} U_R.$$

$$\therefore\ U_R = \frac{4}{5} U = 80\,\text{V},\quad U_C = \frac{3}{5} U = 60\,\text{V}.$$

（2）电流与总电压的相位差为

$$\varphi_i - \varphi_u = \arctan \frac{U_C}{U_R} = \arctan \frac{3}{4} = 37°,$$

电流超前电压的相位为 37°。



习题 5 －39

5 －39. 已知在某频率下本题图中电感和电容元件阻抗数值之比为

$$Z_L:\ Z_C=2:\ 1,$$

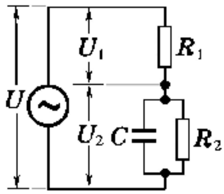
总电流 $I=1\,\mathrm{mA}$，问通过 L 和 C 的电流 I_L、I_C 各多少？

解： $U=I_LZ_L=I_CZ_C$，　$\therefore\ \dfrac{I_C}{I_L}=\dfrac{Z_L}{Z_C}=\dfrac{2}{1}$，　即　$I_C=2I_L$.

故 $I_C>I_L$，在矢量图上 $\overrightarrow{I_C}$ 与 $\overrightarrow{I_L}$ 差 $180°$，故 $I=I_C-I_L$，代入上式，得

$$I_L=I=1\,\mathrm{mA},\quad I_C=2I_L=2\,\mathrm{mA}.$$

5 – 40. 在本题图中 $U_1 = U_2 = 20\,\mathrm{V}$，$Z_C = R_2$，**求总电压** U.



习题 5 – 40

解：作矢量图如左，由图可知

$$U^2 = U_1^2 + U_1^2 + 2\,U_1 U_2\cos 45^\circ$$

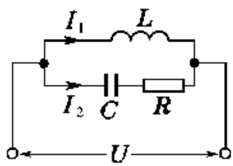
$$= 20^2 + 20^2 + 2\times 20\times 20\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 20(2+\sqrt{2})，$$

$$U = \sqrt{20(2+\sqrt{2})} = 37\,\mathrm{V}.$$

5 －41. **在上题图中已知** $U_1=U_2$**，**$Z_C:R_2=1:\sqrt{3}$**，用矢量图解法求总电压与总电流的相位差。**

解：由矢量图可以看出 $U_1=U_2$ **且** $I_2:I_1=1:\sqrt{3}$**，**$\vec{I}$ **与** $\vec{I_2}$ **之间夹角** $60°$**，从而** $\varphi_u-\varphi_i=-30°=-\dfrac{\pi}{6}$.



习题 5 －42

5 －42. 在本题图中已知 $Z_L : Z_C : R = 2 : 1 : 1$，求：
（1）I_1 与 I_2 间的相位差，
（2）U 与 U_C 间的相位差。并用矢量图说明之。

解：(1) 作矢量图如右，由图可见 $\varphi_{i1} - \varphi_{i2} = -\dfrac{3\pi}{4}$.

（2）$\varphi_u - \varphi_{u_C} = \dfrac{\pi}{4}$.

可见，在矢量图上各电压、电流间的相位关系是一目了然的。

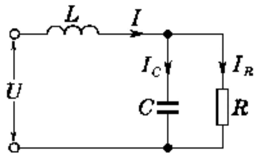
5－43. 在本题图中 $Z_L=Z_C=R$，求下列各量间的相位差，并用矢量图说明之：

（1）U_C 与 U_R；

（2）I_C 与 I_R；

（3）U_R 与 U_L；

（4）U 与 I.



习题 5－43

解：作矢量图如右，由图可见：

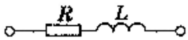
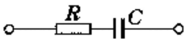
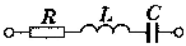
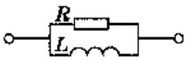
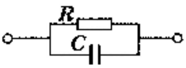
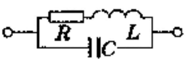
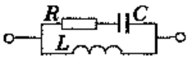
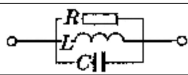
（1）$\varphi_{u_C}-\varphi_{u_R}=0$；　（2）$\varphi_{i_C}-\varphi_{i_R}=\dfrac{\pi}{2}$；

（3）$\varphi_{u_R}-\varphi_{u_L}=-\dfrac{3\pi}{4}$；　（4）$\dfrac{U_L}{U_R}=\dfrac{I_LZ_L}{I_RR}=\dfrac{\sqrt{2}I_RZ_L}{I_RR}=\sqrt{2}$，

$$U^2=U_L^2+U_R^2+2U_LU_R\cos\frac{3\pi}{4}=2U_R^2+U_R^2+2\cdot\sqrt{2}U_R\cdot U_R\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=U_R^2,$$

$$\therefore\ U=U_R;\quad \cos\alpha=\frac{U}{U_L}=\frac{\sqrt{2}}{2},\quad \alpha=\frac{\pi}{4},\quad \therefore\ \varphi_u-\varphi_i=\frac{\pi}{4}.$$

5 – 44. 用复数法推导表中各阻抗、相位差公式。

电　　路	Z	$\tan\varphi$
	$\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$	$\dfrac{\omega L}{R}$
	$\sqrt{R^2+\left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$	$-\dfrac{1}{\omega CR}$
	$\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$	$\dfrac{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}{R}$
	$\dfrac{R\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}$	$\dfrac{R}{\omega L}$
	$\dfrac{R}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}$	$-\omega CR$
	$\sqrt{\dfrac{R^2+(\omega L)^2}{(\omega CR)^2+(1-\omega^2LC)^2}}$	$\dfrac{\omega L-\omega C(R^2+(\omega L)^2)}{R}$
	$\sqrt{\dfrac{(\omega L)^2[1+(\omega CR)^2]}{(\omega CR)^2+(1-\omega^2LC)^2}}$	$\dfrac{(\omega CR)^2+1-\omega^2LC}{\omega^3RLC^2}$
	$\dfrac{\omega LR}{\sqrt{R^2(1-\omega^2LC)^2+(\omega L)^2}}$	$\dfrac{R(1-\omega^2LC)}{\omega L}$

解：(1) $\widetilde{Z}=R+\mathrm{i}\omega L$，　$\therefore\ Z=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$，$\tan\varphi=\dfrac{\omega L}{R}$.

(2) $\widetilde{Z}=R+\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C}=R-\dfrac{\mathrm{i}}{\omega C}$，　$\therefore\ Z=\sqrt{R^2+\left(\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$，$\tan\varphi=\dfrac{-1/\omega C}{R}=-\dfrac{1}{R\omega C}$.

(3) $\widetilde{Z}=R+\mathrm{i}\omega L+\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C}=R+\mathrm{i}\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)$，

$$\therefore\ Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2},\quad \tan\varphi=\frac{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}{R}.$$

(4) $\widetilde{Z}=\dfrac{R\cdot\mathrm{i}\omega L}{R+\mathrm{i}\omega L}=\dfrac{R\omega L}{R^2+(\omega L)^2}(\omega L+\mathrm{i}R)$，

$$\therefore\ Z=\frac{R\omega L}{R^2+(\omega L)^2}\sqrt{R^2+(\omega L)^2}=\frac{R\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}},\quad \tan\varphi=\frac{R}{\omega L}.$$

(5) $\widetilde{Z}=\dfrac{R\cdot\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C}}{R+\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C}}=\dfrac{R}{1+\mathrm{i}\omega CR}$，　$\therefore\ Z=\dfrac{R}{\sqrt{1+(\omega CR)^2}}$，$\tan\varphi=-\omega CR$.

(6) $\widetilde{Z}=\dfrac{(R+\mathrm{i}\omega L)\cdot\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C}}{R+\mathrm{i}\omega L+\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C}}=\dfrac{R+\mathrm{i}\omega L}{1-\omega^2LC+\mathrm{i}\omega CR}$，

$$\therefore\ Z=\sqrt{\frac{R^2+(\omega L)^2}{(1-\omega^2LC)^2+(\omega CR)^2}},\quad \tan\varphi=\tan(\varphi_1-\varphi_2)=\frac{\tan\varphi_1-\tan\varphi_2}{1+\tan\varphi_1\tan\varphi_2},$$

其中 $\begin{cases}\tan\varphi_1=\dfrac{\omega L}{R}\text{（}\varphi_1\text{——}\tilde{Z}\text{ 表达式分子的辐角），}\\ \tan\varphi_2=\dfrac{\omega CR}{1-\omega^2LC}\text{（}\varphi_2\text{——}\tilde{Z}\text{ 表达式分母的辐角），}\end{cases}$

于是

$$\tan\varphi=\frac{\dfrac{\omega L}{R}-\dfrac{\omega CR}{1-\omega^2LC}}{1+\dfrac{\omega L}{R}\cdot\dfrac{\omega CR}{1-\omega^2LC}}=\frac{\omega L-\omega C[R^2+(\omega L)^2]}{R}.$$

（7）$$\tilde{Z}=\frac{\left(R+\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C}\right)\cdot\mathrm{i}\omega L}{R+\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C}+\mathrm{i}\omega L}=\frac{-R\omega^2LC+\mathrm{i}\omega L}{1-\omega^2LC+\mathrm{i}\omega CR}=\frac{\omega L(1+\mathrm{i}\omega CR)}{\omega CR-\mathrm{i}(1-\omega^2LC)},$$

$$\therefore\ Z=\sqrt{\frac{(\omega L)^2[1+(\omega CR)^2]}{(\omega CR)^2+(1-\omega^2LC)^2}},\quad \tan\varphi=\tan(\varphi_1-\varphi_2)=\frac{\tan\varphi_1-\tan\varphi_2}{1+\tan\varphi_1\tan\varphi_2},$$

其中 $\begin{cases}\tan\varphi_1=\omega CR\text{（}\varphi_1\text{——}\tilde{Z}\text{ 表达式分子的辐角），}\\ \tan\varphi_2=\dfrac{\omega^2LC-1}{\omega CR}\text{（}\varphi_2\text{——}\tilde{Z}\text{ 表达式分母的辐角），}\end{cases}$

于是

$$\tan\varphi=\frac{\omega CR+\dfrac{1-\omega^2LC}{\omega CR}}{1-\omega CR\cdot\dfrac{1-\omega^2LC}{\omega CR}}=\frac{(\omega CR)^2+1-\omega^2LC}{\omega^3LC^2R}.$$

（8）$$\frac{1}{\tilde{Z}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{\mathrm{i}\omega L}+\mathrm{i}\omega C=\frac{\mathrm{i}\omega L+R-\omega^2LCR}{\mathrm{i}\omega LR}$$

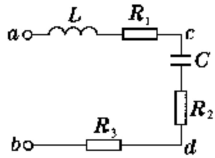
$$\tilde{Z}=\frac{\mathrm{i}\omega LR}{R(1-\omega^2LCR)+\mathrm{i}\omega L}=\frac{\omega LR}{\omega L-\mathrm{i}R(1-\omega^2LCR)},$$

$$\therefore\ Z=\frac{\omega LR}{\sqrt{R^2(1-\omega^2LCR)^2+(\omega L)^2}},\quad \tan\varphi'=\frac{-R(1-\omega^2LCR)}{\omega L},$$

式中 φ' 是 $\tilde{Z}$ 表达式分子母的辐角，

$$\tan\varphi=-\tan\varphi'=\frac{R(1-\omega^2LCR)}{\omega L}.$$

5 － 45. 本题图中 a、b 两点接到一个交流电源上，二点间的电压为 130 V，$R_1=6.0\,\Omega$，$R_2=R_3=3.0\,\Omega$，$Z_L=8.0\,\Omega$，$Z_C=3.0\,\Omega$，求：



习题 5 － 45

（1）电路中的电流；

（2）a、c 两点间的电压；

（3）c、d 两点间的电压。

解：（1）$I=\dfrac{U}{\sqrt{(R_1+R_2+R_3)^2+(Z_L-Z_C)^2}}=\dfrac{130}{\sqrt{12^2+5^2}}\,\mathrm{A}=10\,\mathrm{A}$，

（2）$U_{ac}=IZ_{ac}=10\times\sqrt{6.0^2+8.0^2}\,\mathrm{V}=100\,\mathrm{V}$，

（3）$U_{cd}=IZ_{cd}=10\times\sqrt{3^2+3^2}\,\mathrm{V}=42\,\mathrm{V}$.

5－46. 一直流电阻为 $120\,\Omega$ **的抗流圈与一电容为** $10\,\mu\mathrm{F}$ **的电容器串联。当电源频率为** $50\,\mathrm{c}$**、总电压为** $120\,\mathrm{V}$**、电流为** $1.0\,\mathrm{A}$ **时，求抗流圈的自感。**

解：$U=IZ=I\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}$，

代入题中所给的电阻、电压和电流的数值，得 $\omega L-\dfrac{1}{\omega C}=0$，因此

$$L=\frac{1}{\omega^2 C}=\frac{1}{4\pi^2\times 50^2\times 10\times 10^{-6}}\mathrm{H}=1.0\,\mathrm{H}.$$

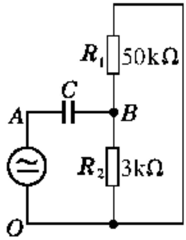
5－47.（1）一个电阻与一个电感串联在 100 V 的交流电源上，一个交流伏特计不论接在电阻或电感上时，读数都相等。这个读数应为多少？

（2）改变（1）中电阻及电感的大小，使接于电感上的伏特计读数为 50 V. 这时若把伏特计接于电阻上，其读数是多少？

解：（1）$U=\sqrt{U_R^2+U_L^2}$，　$U_R=U_L=\dfrac{1}{\sqrt{2}}U=71\,\mathrm{V}.$

（2）　$U_R=\sqrt{U^2-U_L^2}=\sqrt{100^2-50^2}\,\mathrm{V}=87\,\mathrm{V}.$

5 －48. **如本题图，从 AO 输入的信号中，有直流电压 6 V，交流成分 400 kHz，现在要信号到达 BO 两端没有直流压降，而交流成分要有 90%以上，为此在 AB 路上安置一个电容 C，电容 C 在这里起什么作用？它的容量至少该取多大？**



习题 5 －48

解：图中 R_1 和 R_2 并联，

$$R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{50\times10^3\times3\times10^3}{50\times10^3+3\times10^3}=2.83\,\text{k}\Omega.$$

由题意，

$$U_{BO}=IR=\frac{U}{Z}R=\frac{U}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}R,$$

由于要求 $U_{BO}/U=90\%$，因此

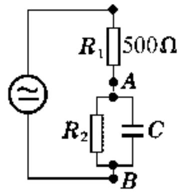
$$0.90=\frac{R}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}},\quad 0.90^2\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2=R^2(1-0.90^2)=0.19R^2,$$

$$\therefore\ C=\frac{0.90}{\sqrt{0.19}\,\omega R}=\frac{0.90}{\sqrt{0.19}\times2\pi\times4.0\times10^5\times2.83\times10^3}\,\text{F}$$

$$=2.9\times10^{-10}\,\text{F}=2.9\times10^{-4}\,\mu\text{F}.$$

电容 C 起隔直流作用，也起到控制输出电压幅度的作用。

5－49. 如本题图，输入信号中包含直流成分 6 V，交流成分 500 Hz、1 V. 要求在 AB 两端获得直流电压 1 V，而交流电压小于 1 mV，问电阻 R_2 该取多大，旁路电容 C 至少该取多大？



习题 5－49

解：考虑直流成分来确定 R_2：

$$U_{AB}=\frac{U}{R_1+R_2}R_2,\quad 500+R_2=6R_2\quad \therefore\ R_2=100\,\Omega.$$

考虑交流成分来确定 C：

$$\widetilde{Z}_{AB}=\frac{R_2\cdot\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C}}{R_2+\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C}}=\frac{R_2}{1+\mathrm{i}R_2\omega C},\quad \widetilde{Z}=R_1+\widetilde{Z}_{AB}=\frac{(R_1+R_2)+\mathrm{i}R_1R_2\omega C}{1+\mathrm{i}R_2\omega C},$$

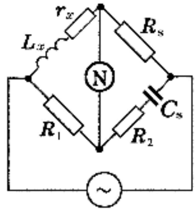
$$\widetilde{U}_{AB}=\frac{\widetilde{U}}{\widetilde{Z}}\widetilde{Z}_{AB}=\frac{R_2\widetilde{U}}{(R_1+R_2)+\mathrm{i}R_1R_2\omega C},$$

$$\therefore\ U_{AB}=\frac{R_2U}{\sqrt{(R_1+R_2)^2+(R_1R_2\omega C)^2}},$$

$$(R_1+R_2)^2+(R_1R_2\omega C)^2=R_2U/U_{AB}=10^3R_2^2,$$

$$600^2+(500\times100\times\omega C)^2=10^3\times100^2,$$

$$\therefore\ C=\frac{\sqrt{10^7-3.6\times10^5}}{500\times100\times2\pi\times500}\mathrm{F}=20\ \mu\mathrm{F}.$$



习题 5 – 50

5 – 50. 本题图为测量线圈的电感量及其损耗电阻而采用的一种电桥电路。R_s 和 C_s 为已知的固定电阻和电容，调节 R_1、R_2 使电桥达到平衡，

（1）求 L_x、r_x.

（2）试比较这个电桥和图 5 – 88 所示的麦克斯韦 LC 电桥，哪个计算起来比较方便？如果待测电感的等效电路采用并联式的，情况怎样？

[提示：并联式等效电路与串联式等效电路中的损耗电阻含义不同。]

解：（1）根据电桥平衡条件 $\widetilde{Z}_1\widetilde{Z}_4=\widetilde{Z}_2\widetilde{Z}_3$，有

$$(r_x+\mathrm{i}\omega L_x)\left(R_2+\frac{1}{\mathrm{i}\omega C_s}\right)=R_1R_s,\quad \text{虚实部分别给出}\begin{cases}R_2\omega L_x=\dfrac{r_x}{\omega C_s},\\ R_2r_x+\dfrac{L_x}{C_s}=R_1R_s.\end{cases}$$

解得
$$L_x=\frac{R_1R_sC_s}{(R_2\omega C_s)^2+1},\quad r_x=\frac{R_sR_1R_2(\omega C_s)^2}{(R_2\omega C_s)^2+1}.$$

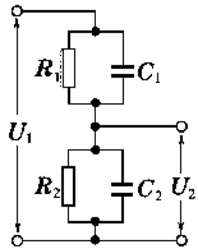
（2）与麦克斯韦电桥相比，这一 电桥的计算公式显然复杂得多，而且结果依赖于工作频率。

如果电感支路采用并联式，由平衡条件

$$\frac{1}{\dfrac{1}{r_x}+\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega L_s}}\left(R_2+\frac{1}{\mathrm{i}\omega C_s}\right)=R_1R_s,\quad \text{或}\quad R_2+\frac{1}{\mathrm{i}\omega C_s}=\frac{R_1R_s}{r_x}+\frac{R_1R_s}{\mathrm{i}\omega L_s},$$

得
$$r_x=\frac{R_1R_s}{R_2},\quad L_x=R_1R_2C_s,$$

此结果与工作频率无关，而且计算简便。



习题 5 －51

5 －51. 本题图是为消除分布电容的影响而设计的一种脉冲分压器。当 C_1、C_2、R_1、R_2 满足一定条件时，这分压器就能和直流电路一样，使输入电压 U_1 与输出电压 U_2 之比等于电阻之比：

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{R_2}{R_1+R_2},$$

而和频率无关。试求电容、电阻应满足的条件。

解：

$$\frac{\widetilde{U}_2}{\widetilde{U}_1}=\frac{\widetilde{Z}_2}{\widetilde{Z}_1+\widetilde{Z}_2}=\frac{\dfrac{R_2}{1+\mathrm{i}R_2\omega C_2}}{\dfrac{R_1}{1+\mathrm{i}R_1\omega C_1}+\dfrac{R_2}{1+\mathrm{i}R_2\omega C_2}}=\frac{R_2}{R_1+R_2}\left[\frac{1+\mathrm{i}R_1\omega C_1}{1+\mathrm{i}\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}\omega(C_1+C_2)}\right],$$

令方括号内的量等于 1，则

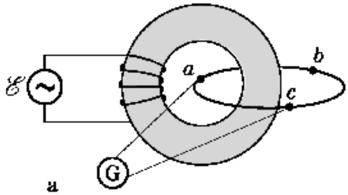
$$1+\mathrm{i}R_1\omega C_1=1+\mathrm{i}\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\omega(C_1+C_2),\quad 得\quad C_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}(C_1+C_2),$$

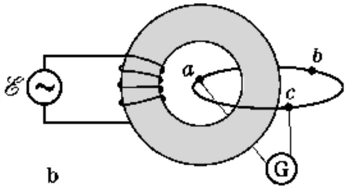
即电容、电阻应满足的条件为　$C_1R_1=C_2R_2.$

5 – 52. 在环形铁芯上绕有两个线圈，一个匝数为 N，接在电动势为 $\mathscr{E}$ 的交流电源上；另一个是均匀圆环，电阻为 R，自感很小，可略去不计。在这环上有等距离的三点：a、b 和 c. G 是内阻为 r 的交流电流计。

（1）如附图 a 联接，求通过 G 的电流；

（2）如附图 b 联接，求通过 G 的电流。





习题 5 – 52

解：根据变压器变比公式，圆环中的感应电动势 $\mathscr{E}'$ 满足

$$\frac{\mathscr{E}'}{\mathscr{E}}=\frac{1}{N},\qquad \therefore\ \mathscr{E}'=\frac{1}{N}\mathscr{E}.$$

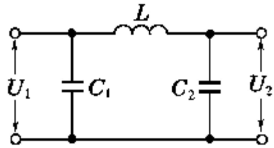
（1）标定电路中的电流，列出基尔霍夫方程组：

$$\begin{cases}\widetilde{I}+\widetilde{I}_1=\widetilde{I}_2,\\ \widetilde{I}_2\cdot\frac{2}{3}R+\widetilde{I}_1\cdot\frac{1}{3}R=\frac{\widetilde{\mathscr{E}}}{N},\\ \widetilde{I}r-\widetilde{I}_1\cdot\frac{1}{3}R=0.\end{cases}\qquad \therefore\ \widetilde{I}=\frac{3\widetilde{\mathscr{E}}}{N(9r+2R)}.$$

（2）标定电路中的电流，列出基尔霍夫方程组：

$$\begin{cases}\widetilde{I}_1=\widetilde{I}+\widetilde{I}_2,\\ \widetilde{I}_2\cdot\frac{2}{3}R+\widetilde{I}_1\cdot\frac{1}{3}R=\frac{\widetilde{\mathscr{E}}}{N},\\ \widetilde{I}_2\cdot\frac{2}{3}R-\widetilde{I}r=0.\end{cases}\qquad \therefore\ \widetilde{I}=\frac{6\widetilde{\mathscr{E}}}{N(9r+2R)}.$$

5 - 53. 在本题图的滤波电路中,在 $\nu = 100\,\mathrm{Hz}$ 的频率下欲使输出电压 U_2 为输入电压 U_1 的 $1/10$,求此时抗流圈自感 L,已知 $C_1 = C_2 = 10\,\mu\mathrm{F}$.



习题 5 - 53

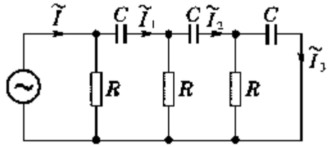
解:按电路图有

$$\widetilde{U}_2 = \frac{\widetilde{U}_1}{\widetilde{Z}}\widetilde{Z}_C = \frac{\widetilde{U}_1}{\mathrm{i}\omega L + \frac{1}{\mathrm{i}\omega C}} \cdot \frac{1}{\mathrm{i}\omega C} = \frac{\widetilde{U}_1}{1-\omega^2 LC},$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \left|\frac{1}{1-\omega^2 LC}\right| = \frac{1}{10},$$

只有 $1-\omega^2 LC < 0$ 时才有合理的解,于是 $\omega^2 LC - 1 = 10$,

$$L = \frac{11}{\omega^2 C} = \frac{11}{(2\pi\times100)^2\times10\times10^{-6}}\,\mathrm{H} = 2.8\,\mathrm{H}.$$



习题 5 －54

5 －54. 本题图为电流高通型三级 RC 相移电路。设输入信号电流为 $i(t) = I\cos\omega t$，输出信号电流为

$$i_3(t) = I\cos(\omega t+\varphi_3),$$

φ_3 值为电流相移量，电流传输系数 $\eta = I_3/I$.

（1）相移量 φ_3 应该是正值还是负值？

（2）证明

$$\widetilde{I}_3 = \frac{(\omega CR)^3}{\omega CR[(\omega CR)^2-5]+\mathrm{i}[1-6(\omega CR)^2]}\widetilde{I};$$

（3）算出当 $\omega CR = 1$ 时的相移量 φ_3 值及传输系数 η；

（4）证明：相移量达到 π 值的频率条件为

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}RC},$$

此时 $\eta = 1/29$.

（5）已知 $R = 10\,\text{k}\Omega$，$C = 0.01\,\mu\text{F}$，算出振荡频率 ν_0.

解：（1）作出相应的矢量图，可以看出 $\varphi_3 > 0$，即 $\widetilde{I}_3$ 超前 $\widetilde{I}$.

（2）在电路中的电阻 R 和电容 C 自左向右依次标为 R_1 和 C_1、R_2 和 C_2、R_3 和 C_3，R_1、R_2、R_3 上的电压依次标为 U_1、U_2、U_3，设 R_3 和 C_3 并联的阻抗为 $\widetilde{Z}_3$，它与 C_2 串联的阻抗为 $\widetilde{Z}_3'$，再与 R_2 并联的阻抗为 $\widetilde{Z}_2$，它与 C_1 串联的阻抗为 $\widetilde{Z}_2'$，再与 R_1 并联的阻抗为 $\widetilde{Z}_1$. 于是

$$\begin{cases}\widetilde{U}_1 = \widetilde{I}\widetilde{Z}_1 = \widetilde{I}_1\widetilde{Z}_2', \\ \widetilde{U}_2 = \widetilde{I}_1\widetilde{Z}_2 = \widetilde{I}_2\widetilde{Z}_3', \\ \widetilde{U}_3 = \widetilde{I}_2\widetilde{Z}_3 = \widetilde{I}_3\widetilde{Z}_C.\end{cases} \quad \therefore \quad \begin{cases}\widetilde{I}_1/\widetilde{I} = \widetilde{Z}_1/\widetilde{Z}_2', \\ \widetilde{I}_2/\widetilde{I}_1 = \widetilde{Z}_2/\widetilde{Z}_3', \\ \widetilde{I}_3/\widetilde{I}_2 = \widetilde{Z}_3/\widetilde{Z}_C.\end{cases} \quad \therefore \quad \frac{\widetilde{I}_3}{\widetilde{I}} = \frac{\widetilde{Z}_1\widetilde{Z}_2\widetilde{Z}_3}{\widetilde{Z}_2'\widetilde{Z}_3'\widetilde{Z}_C}. \qquad ①$$

各阻抗之间的关系如下：

$$\widetilde{Z}_3 = \frac{R\widetilde{Z}_C}{R+\widetilde{Z}_C}, \qquad \widetilde{Z}_2 = \frac{R\widetilde{Z}_3'}{R+\widetilde{Z}_3'}, \qquad \widetilde{Z}_1 = \frac{R\widetilde{Z}_2'}{R+\widetilde{Z}_2'}.$$

$$\widetilde{Z}_3' = \widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_3, \qquad \widetilde{Z}_2' = \widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_2.$$

$$\therefore \quad \frac{\widetilde{Z}_1\widetilde{Z}_2\widetilde{Z}_3}{\widetilde{Z}_2'\widetilde{Z}_3'\widetilde{Z}_C} = \frac{\dfrac{R\widetilde{Z}_2'}{R+\widetilde{Z}_2'}\cdot\dfrac{R\widetilde{Z}_3'}{R+\widetilde{Z}_3'}\cdot\dfrac{R\widetilde{Z}_C}{R+\widetilde{Z}_C}}{\widetilde{Z}_2'\widetilde{Z}_3'\widetilde{Z}_C} = \frac{R^3}{(R+\widetilde{Z}_C)(R+\widetilde{Z}_2')(R+\widetilde{Z}_3')}$$

$$= \frac{R^3}{(R+\widetilde{Z}_C)(R+\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_2)(R+\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_3)}, \qquad ②$$

其中

$$R+\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_2=R+\widetilde{Z}_C+\frac{R\widetilde{Z}_3'}{R+\widetilde{Z}_3'}=R+\widetilde{Z}_C+\frac{R(\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_3)}{R+\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_3},$$

$$\therefore\ (R+\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_2)(R+\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_3)=(R+\widetilde{Z}_C)(R+\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_3)+R(\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_3)$$

$$=(R+\widetilde{Z}_C)\left(R+\widetilde{Z}_C+\frac{R\widetilde{Z}_C}{R+\widetilde{Z}_C}\right)+R\left(\widetilde{Z}_C+\frac{R\widetilde{Z}_C}{R+\widetilde{Z}_C}\right),$$

$$\therefore\ (R+\widetilde{Z}_C)(R+\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_2)(R+\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_3)=(R+\widetilde{Z}_C)^3+2(R+\widetilde{Z}_C)R\widetilde{Z}_C+R^2\widetilde{Z}_C$$

$$=R^3+6R^2\widetilde{Z}_C+5R\widetilde{Z}_C^2+\widetilde{Z}_C^3, \qquad ③$$

因 $\widetilde{Z}_C=1/\mathrm{i}\omega C$，代入上式，得

$$(R+\widetilde{Z}_C)(R+\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_2)(R+\widetilde{Z}_C+\widetilde{Z}_3)$$

$$=\frac{1}{(\omega C)^3}\ \{(R\omega C)^3-5R\omega C+\mathrm{i}[1-6(R\omega C)^2]\}. \qquad ④$$

将 ④ 式代入 ② 式再代入 ① 式，得

$$\frac{\widetilde{I}_3}{\widetilde{I}}=\frac{(R\omega C)^3}{R\omega C[(R\omega C)^2-5]+\mathrm{i}[1-6(R\omega C)^2]}.$$

此即所求证。

（3） 当 $R\omega C=1$，$\dfrac{\widetilde{I}_3}{\widetilde{I}}=\dfrac{1}{-4-5\mathrm{i}}=\dfrac{-1}{4+5\mathrm{i}}\quad \varphi=\pi-\arctan\dfrac{5}{4}=128.7°.$

$$\eta=\frac{I_3}{I}=\frac{1}{\sqrt{4^2+5^2}}=15.6\%.$$

（4） 当 $\varphi=-\arctan\dfrac{1-6(R\omega C)^2}{R\omega C[(R\omega C)^2-5]}=\pi$ 时， $6(R\omega C)^2=1$，

$$\nu_0=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\sqrt{6}\pi RC}.$$

$$\eta=\frac{I_3}{I}=\frac{(R\omega C)^2}{5-(R\omega C)^2}=\frac{1/6}{5-1/6}=\frac{1}{29}.$$

（5） $\nu_0=\dfrac{1}{2\times\sqrt{6}\times\pi\times10\times10^3\times0.010\times10^{-6}}\mathrm{Hz}=650\,\mathrm{Hz}.$

5－55. 一单相电动机的铭牌告诉我们 $U=220\text{V}$，$I=3.0\text{A}$，$\cos\varphi=0.8$，**试求电动机的视在功率、有功功率和绕阻的电阻。**

解：视在功率 $S=UI=6.6\times10^2\text{W}$，

有功功率 $$P=UI\cos\varphi=(6.6\times10^2\times0.8)\text{W}=5.3\times10^2\text{W},$$

绕组的阻抗 $$Z=\frac{U}{I}=\frac{220}{3.0}\Omega=73.3\,\Omega,$$

绕组的电阻 $$r=\frac{P}{I^2}=\frac{5.3\times10^2}{3.0^2}\Omega=59\,\Omega.$$

5-56. 一个110 V、50 c**的交流电源供给一电路**330 W**的功率，功率因数**0.6**，且电流相位落后于电压。**

（1）若在电路中并联一电容器使功率因数增到1**，求电容器的电容；**

（2）这时电源供给多少功率？

解：（1）$P=UI\cos\varphi$，　$I=\dfrac{P}{U\cos\varphi}=\dfrac{330}{110\times0.60}\,\mathrm{A}=5.0\,\mathrm{A}$，

$$I_C=U\omega C=I\sin\varphi,\quad \therefore\ C=\frac{I\sin\varphi}{U\omega}=\frac{5.0\times0.8}{110\times2\pi\times50}\,\mathrm{F}=1.2\times10^{2}\ \mu\mathrm{F}.$$

（2） **由于电容为非耗散元件，电源提供的功率不变，仍为** 330 W.

5 －57. 一电路感抗 $X_L=8.0\,\Omega$**，电阻** $R=6.0\,\Omega$**，串接在** 200 V、50 Hz **的市电上，问：**

（1）要使功率因数提高到 95% **，应在** LR **上并联多大的电容？**

（2）这时流过电容的电流是多少？

（3）若串联电容，情况如何？

解：（1）$I=\dfrac{U}{Z}=\dfrac{U}{\sqrt{R^2+X_L^2}}=\dfrac{220}{\sqrt{6.0^2+8.0^2}}\,\mathrm{A}=20\,\mathrm{A}$，

$$\tan\varphi=\frac{8.0}{6.0},\quad \therefore\ \varphi=53.1^\circ.$$

并联电容后，总电流为 I' **，有** $I\cos\varphi=I'\cos\varphi'$ **，**

$$\therefore\ I'=\frac{I\cos\varphi}{\cos\varphi'}=\frac{20\times\cos 53.1^\circ}{0.95}\,\mathrm{A}=12.6\,\mathrm{A}.$$

由矢量图　$U\omega C=I_C=I\sin\varphi+I'\sin\varphi'$

$$\therefore\ C=\frac{1}{U\omega}(I\sin\varphi+I'\sin\varphi')$$

$$=\frac{20\times\sin 53.1^\circ+12.6\times\sin(\arccos 0.95)}{200\times 2\pi\times 50}\,\mu\mathrm{F}$$

$$=3.2\times10^2\ \mu\mathrm{F}.$$

还可能是　$U\omega C=I_C=I\sin\varphi-I'\sin\varphi'$

$$\therefore\ C=\frac{1}{U\omega}(I\sin\varphi-I'\sin\varphi')$$

$$=\frac{20\times\sin 53.1^\circ-12.6\times\sin(\arccos 0.95)}{200\times 2\pi\times 50}\,\mu\mathrm{F}$$

$$=1.9\times10^2\ \mu\mathrm{F}.$$

（2）$I_C=U\omega C=(200\times 2\pi\times 50\times 3.2\times10^{-4})\,\mathrm{A}=20\,\mathrm{A}$，

或　$I_C=U\omega C=(200\times 2\pi\times 50\times 1.9\times10^{-4})\,\mathrm{A}=12\,\mathrm{A}.$

（3）**由矢量图**　$\tan\varphi_0=\tan(\arccos 0.95)=\dfrac{U_L-U_C}{U_R}=\dfrac{Z_L-1/\omega C}{R}$，

$$\therefore\ C=\frac{1}{\omega(Z_L-R\tan\arccos 0.95)}=\frac{1}{2\pi\times 50\times(8.0-6.0\times 0.33)}\,\mu\mathrm{F}$$

$$=5.3\times10^2\ \mu\mathrm{F}.$$

还可能是　$\tan\varphi_0=\tan(-\arccos 0.95)=-\tan(\arccos 0.95)$

$$=\frac{U_L-U_C}{U_R}=\frac{Z_L-1/\omega C}{R},$$

$$\therefore\ C=\frac{1}{\omega(Z_L+R\tan(\arccos 0.95))}=\frac{1}{2\pi\times 50\times(8.0+6.0\times 0.33)}\,\mu\mathrm{F}$$

$$=3.2\times10^2\ \mu\mathrm{F}.$$

在两种情形下

$$\frac{1}{\omega C}=Z_L\mp R\tan(\arccos 0.95)\,\Omega^{-1}=(8.0\mp 6.0\times 0.33)\,\Omega^{-1}$$

$$=(8.0\mp 2.0)\,\Omega^{-1}=\begin{cases}6.0\,\Omega^{-1},\\10.0\,\Omega^{-1}.\end{cases}$$

串联了电容之后电流增大到

$$I=\frac{U}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}=\left\{\begin{aligned}&\frac{200}{\sqrt{6.0^2+(8.0-6.0)^2}}\,\text{A}\\&\frac{200}{\sqrt{6.0^2+(8.0-10.0)^2}}\,\text{A}\end{aligned}\right\}=32\,\text{A},$$

这改变了电器的工作条件。

5－58. 一发电机沿干线输送电能给用户，此发电机电动势为 $\mathscr{E}$，角频率为 ω，干线及发电机的电阻和电感各为 R_0 和 L_0，用户电路中的电阻和电感各为 R 和 L，求：

（1）电源所供给的全部功率 P；

（2）用户得到的功率 P'；

（3）整个装置的效率 $\eta=P'/P$.

解：（1）电路图如右所示，

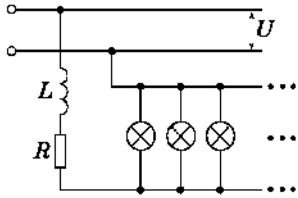
$$\widetilde{Z}=(R_0+R)+\mathrm{i}\omega(L_0+L),\quad Z=\sqrt{(R_0+R)^2+\omega^2(L_0+L)^2};$$

$$I=\frac{\mathscr{E}}{Z}=\frac{\mathscr{E}}{\sqrt{(R_0+R)^2+\omega^2(L_0+L)^2}},$$

$$\therefore\ P=I^2(R_0+R)=\frac{\mathscr{E}^2(R_0+R)}{(R_0+R)^2+\omega^2(L_0+L)^2}.$$

（2）$P'=I^2R=\dfrac{\mathscr{E}^2R}{(R_0+R)^2+\omega^2(L_0+L)^2}.$

（3）$\eta=\dfrac{P'}{P}=\dfrac{R}{R_0+R}.$



习题 5 －59

5 －59. 输电干线的电压 $U=120\,\mathrm{V}$，频率为 50.0 c. 用户照明电路与抗流圈串联后接于干线间，抗流圈的自感 $L=0.0500\,\mathrm{H}$，电阻 $R=1.00\,\Omega$（见本题图），问：

（1）当用户共用电 $I_0=2.00\,\mathrm{A}$ 时，他们电灯两端的电压 U' 等于多少？

（2）用户电路（包括抗流圈在内）能得到最大的功率是多少？

（3）当用户电路中发生短路时，抗流圈中消耗功率多少？

解：（1）$I_0=\dfrac{U}{\sqrt{(R+R')^2+(\omega L)^2}}$

$$\therefore\ R'=\sqrt{\left(\frac{U}{I_0}\right)^2-(\omega L)^2}-R=\left[\sqrt{\left(\frac{120}{2.00}\right)^2-(2\pi\times50\times0.0500)^2}-1.00\right]\Omega=56.9\,\Omega,$$

$$U'=I_0R'=(2.00\times56.9)\,\mathrm{V}=114\,\mathrm{V}.$$

（2）用户电路（包括抗流圈在内）能得到的平均功率

$$P=I_0^2(R'+R)=\left[2.00^2\times(56.9+1.00)\right]\mathrm{W}=232\,\mathrm{W},$$

能得到最大的功率还应乘以 2，即 464 W.

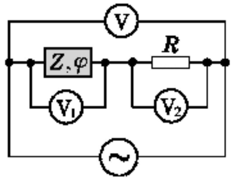
（3）当用户电路中发生短路时的电流为

$$I=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}=\frac{120}{\sqrt{1.00^2+(2\pi\times50\times0.0500)^2}}\,\mathrm{A}=7.63\,\mathrm{A},$$

此时抗流圈中消耗的功率为

$$P=I^2R=(7.63^2\times1.00)\,\mathrm{W}=58.2\,\mathrm{W}.$$

5 – 60. **本题图中已知电阻** $R=20\,\Omega$**，三个伏特计** V_1**、**V_2**、**V **的读数分别为** $U_1=91\,\mathrm{V}$**，**$U_2=44\,\mathrm{V}$**，**$U=120\,\mathrm{V}$**，求元件** Z **中的功率。**



习题 5 – 60

解：由如右矢量图

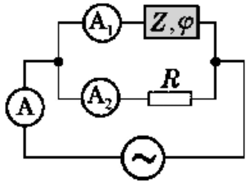
$$U^2=U_1^2+U_2^2+2U_1U_2\cos\varphi,$$

$$\therefore\ \cos\varphi=\frac{U^2-U_1^2-U_2^2}{2U_1U_2},$$

$$P=IU_1\cos\varphi=\frac{U_2}{R}\cdot U_1\cdot\frac{U^2-U_1^2-U_2^2}{2U_1U_2}=\frac{U^2-U_1^2-U_2^2}{2R}$$

$$=\frac{120^2-91^2-44^2}{2\times 20}\,\mathrm{W}=105\,\mathrm{W}.$$

5 －61. **本题图中已知电阻** $R=50\,\Omega$**，三个电流计** A_1、A_2、A **的读数分别为** $I_1=2.8\,A$，$I_2=2.5\,A$，$I=4.5\,A$**，求元件** Z **中的功率。**



习题 5 －61

解：由如右矢量图

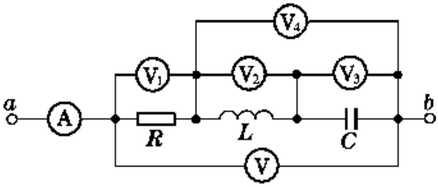
$$I^2=I_1^2+I_2^2+2I_1I_2\cos\varphi,$$

$$\therefore\ \cos\varphi=\frac{I^2-I_1^2-I_2^2}{2I_1I_2},$$

$$P=I_1U\cos\varphi=I_1\cdot I_2R\cdot\frac{I^2-I_1^2-I^2I_2}{2I_1I_2}=\frac{1}{2}R(I^2-I_1^2-I_2^2)$$

$$=\frac{50}{2}\times(4.5^2-2.8^2-2.5^2)\,W=154\,W.$$

5 －62. 一个 RLC **串联电路如本题图，已知** $R=300\ \Omega$**，**$L=250$ mH**，**$C=8.00\ \mu F$**，A 是交流安培计，**V_1**、**V_2**、**V_3**、**V_4 **和 V 都是交流伏特计。现在把** a**、**b **两端分别接到市电（220 V、50 Hz）电源的两极上。**



习题 5 －62

（1）问 A、V_1**、**V_2**、**V_3**、**V_4 **和 V 的读数各多少？**

（2）求 a**、**b **间消耗的功率。**

解：（1）
$$I=\frac{U}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$$
$$=\frac{220}{\sqrt{300^2+\left(100\pi\times0.250-\dfrac{1}{100\pi\times8.00\times10^{-6}}\right)^2}}\text{A}=0.502\ \text{A}.$$

$$U_1=IR=(0.502\times300)\ \text{V}=151\ \text{V},$$
$$U_2=I\omega L=(0.502\times100\pi\times0.250)\ \text{V}=39.4\ \text{V},$$
$$U_3=\frac{I}{\omega C}==\frac{0.502}{100\pi\times8.00\times10^{-6}}\ \text{V}=200\ \text{V},$$
$$U_4=|U_2-U_3|=161\ \text{V},$$
$$U=220\ \text{V}.$$

（2）$P=I^2R=(0.502^2\times300)\ \text{W}=75.6\ \text{W}.$

5 – 63. 计算 LR 并联电路的有功电阻 r.

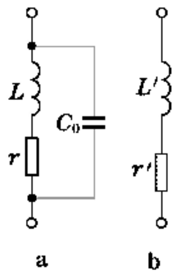
解： $\widetilde{Z}=\dfrac{R\cdot \mathrm{i}\omega L}{R+\mathrm{i}\omega L}=\dfrac{R(\omega L)^2+\mathrm{i}R^2\omega L}{R^2+(\omega L)^2}$，　$\therefore\ r=\dfrac{R(\omega L)^2}{R^2+(\omega L)^2}$.

5－64. **平行板电容器中的电介质介电常量** $\varepsilon=2.8$**，因电介质漏电而使电容器在** 50 Hz **的频率下有损耗角** $\delta=—=1°$**，求电介质的电阻率。**

解： $\tan\delta=\dfrac{r}{x}=r\omega C=\rho\dfrac{d}{S}\cdot\omega\cdot\dfrac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}=\rho\omega\varepsilon\varepsilon_0$，

$$\therefore\ \rho=\frac{\tan\delta}{\omega\varepsilon\varepsilon_0}=\frac{\tan 1°}{100\pi\times 2.8\times 8.85\times 10^{-12}}\ \Omega\cdot\mathrm{m}=2.2\times 10^{6}\ \Omega\cdot\mathrm{m}.$$

5 －65. 在一电感线圈的相邻匝与匝间,不相邻匝与匝间,接线端间，与地间都存在小的‘分布电容”。这许多小电容的总效应可以用一个适当大小的电容 C_0 并联在线圈两端来表示(见图本题图 a)。分布电容的数值取决于线圈的尺寸及绕法。分布电容的效应在频率愈高时愈显著(根据图 a 分析一下,为什么?),试证明:如果我们仍把电感线圈看成纯电感 L' 和有功电阻 r' 串联的话(见图 b),由于存在分布电容 C_0,则



习题 5 －65

$$L'=\frac{L}{1-\omega^2LC_0},\quad r'=\frac{r}{(1-\omega^2LC_0)^2},$$

从而
$$Q'=\frac{\omega L'}{r'}=Q(1-\omega^2LC_0).$$

即线圈的表观电感 L' 增加,而表观 Q 值下降(设 $Q\gg1$)。

解:分布电容虽不大,但频率很高时 阻抗较小,因此并联于 线圈两端的分布电容相当并联了一个低阻抗,从而显著影响电路的电压分配和电流分配。频率愈高，影响愈显著。考虑到分布电容的阻抗为

$$\widetilde{Z}=\frac{(r+\mathrm{i}\omega L)\cdot\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C_0}}{r+\mathrm{i}\omega L+\dfrac{1}{\mathrm{i}\omega C_0}}=\frac{(r+\mathrm{i}\omega L)[(1-\omega^2LC_0)-\mathrm{i}r\omega C_0]}{(1-\omega^2LC_0)^2+(r\omega C_0)^2}$$

$$=\frac{r}{(1-\omega^2LC_0)^2+(r\omega C_0)^2}+\mathrm{i}\frac{\omega L(1-\omega^2LC_0)-r^2\omega C_0}{(1-\omega^2LC_0)^2+(r^2\omega C_0)^2},$$

仍把它看成纯电感 L' 和有功电阻 r' 串联,由于 r 很小,C_0 也不大,因此有

$$r'=\frac{r}{(1-\omega^2LC_0)^2+(r^2\omega C_0)^2}\approx\frac{r}{(1-\omega^2LC_0)^2},$$

$$L'=\frac{L(1-\omega^2LC_0)-r^2C_0}{(1-\omega^2LC_0)^2+(r^2\omega C_0)^2}\approx\frac{L}{1-\omega^2LC_0},$$

从而
$$Q'=\frac{\omega L'}{r'}=\frac{\omega L}{r}(1-\omega^2LC_0)=Q(1-\omega^2LC_0).$$

5 －66. 串联谐振电路中 $L=0.10\,\mathrm{H}$，$C=25.0\,\mathrm{pF}$，$R=10\,\Omega$，

（1）求谐振频率；

（2）若总电压为 $50\,\mathrm{mV}$**，求谐振时电感元件上的电压。**

解：（1）$\nu=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\dfrac{1}{2\pi\times\sqrt{0.10\times25.0\times10^{-12}}}\,\mathrm{Hz}=1.0\times10^{5}\,\mathrm{Hz}.$

（2）$U_L=I\omega L=\dfrac{U}{R}\cdot\omega L=\dfrac{50\times10^{-3}\times2\pi\times1.0\times10^{5}\times0.10}{10}\,\mathrm{V}=3.1\times10^{2}\,\mathrm{V}.$

5 －67. 串联谐振电路接在 $\mathscr{E}=5.0\,\mathrm{V}$ 的电源上，谐振时电容器上的电压等于 $150\,\mathrm{V}$，求 Q 值。

解：$Q=\dfrac{\omega L}{R}=\dfrac{I\omega L}{IR}=\dfrac{I\cdot\dfrac{1}{\omega C}}{U}=\dfrac{U_C}{U}=\dfrac{150}{5.0}=30.$

5－68. 串联谐振电路的谐振频率 $\nu_0=600\,\mathrm{kHz}$，电容 $C=370\,\mathrm{pF}$，这频率下电路的有功电阻 $r=15\,\Omega$，求电路的 Q 值。

解：$Q=\dfrac{\omega L}{r}=\dfrac{1}{r\omega C}=\dfrac{1}{15\times2\pi\times600\times10^{3}\times370\times10^{-12}}=48.$

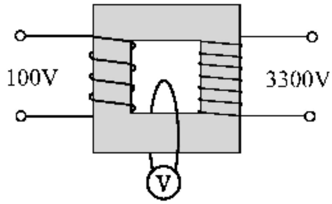
5－69. **将一个输入220 V、输出6.3 V的变压器改绕成输入220 V、输出30 V的变压器，现拆出次级线圈，数出圈数是38匝，应改绕成多少匝？**

解：设6.3 V的圈数为N_2，30 V的圈数为N_2'，由变压器的变比公式有

$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{N_2}{N_1},\quad \therefore\ N_1=\frac{U_1}{U_2}N_2;$$

$$\frac{U_2'}{U_1}=\frac{N_2'}{N_1},\quad \therefore\ N_2'=\frac{U_2'}{U_1}N_1=\frac{U_2'}{U_1}\cdot\frac{U_1}{U_2}N_2=\frac{U_2'}{U_2}N_2=\frac{30}{6.3}\times 38=181.$$

5 − 70. **有一变压器能将** 100 V **升高到** 3300 V. **将一导线绕过其铁芯，两端接在伏特计上（见本题图）。此伏特计的读数为** 0.5 V，**问变压器二绕组的匝数（设变压器是理想的）。**



习题 5 − 70

解： $\frac{U_1}{0.5}=\frac{N_1}{1}$，　$\therefore\ N_1=\frac{U_1}{0.5}\times 1=200$；

$\frac{U_1}{U_2}=\frac{N_1}{N_2}$，　$\therefore\ N_2=\frac{U_2}{U_1}\cdot N_1=\frac{3300}{100}\times 1200=6600.$

5－71. **理想变压器匝数比** $N_2/N_1=10$**,交流电源电压为** $110\,\text{V}$**,负载** $1.0\,\text{k}\Omega$**,求两线圈中的电流。**

解：设反射阻抗为 Z_L'**，则**

$$Z_L'=\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_L=\left(\frac{1}{10}\right)^2\times1.0\times10^3\ \Omega=10\,\Omega\text{；}\quad I_1=\frac{U_1}{Z_L'}=\frac{110}{10}\text{A}=11\,\text{A}\text{，}$$

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{N_1}{N_2}\text{，}\quad\therefore\ I_2=\frac{N_1}{N_2}I_1=\frac{1}{10}\times11\,\text{A}=1.1\,\text{A}.$$

5－72. 某电源变压器的原线圈是660**匝，接在电压为**220 V**的电源上，问：**

（1）要在三个副线圈上分别得到 5. 0 V、6. 3 V **和** 350 V **的电压，三个副线圈各应绕多少匝？**

（2）设通过三个副线圈的电流分别是 3. 0 A、3. 0 A **和** 280 mA**，通过原线圈的电流是多少？**

解：（1）

$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{N_2}{N_1},\quad \therefore\ N_2=\frac{U_2}{U_1}N_1=\frac{5.0}{220}\times 660=15\ ;$$

$$\frac{U_2'}{U_1}=\frac{N_2'}{N_1},\quad \therefore\ N_2'=\frac{U_2'}{U_1}N_1=\frac{6.3}{220}\times 660=19\ ;$$

$$\frac{U_2''}{U_1}=\frac{N_2''}{N_1},\quad \therefore\ N_2''=\frac{U_2''}{U_1}N_1=\frac{350}{220}\times 660=1050.$$

（2）

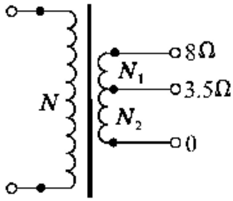
$$\frac{I_1'}{I_2}=\frac{N_2}{N_1},\quad \therefore\ I_1'=\frac{N_2}{N_1}I_2=\frac{15}{660}\times 3.0\,\mathrm{A}=0.068\,\mathrm{A}\ ;$$

$$\frac{I_1''}{I_2'}=\frac{N_2'}{N_1},\quad \therefore\ I_1''=\frac{N_2''}{N_1}I_2'=\frac{19}{660}\times 3.0\,\mathrm{A}=0.084\,\mathrm{A}\ ;$$

$$\frac{I_1'''}{I_2''}=\frac{N_2''}{N_1},\quad \therefore\ I_1'''=\frac{N_2''}{N_1}I_2''=\frac{1050}{660}\times 0.28\,\mathrm{A}=0.445\,\mathrm{A}\ ;$$

$$\therefore\ I=I_1+I_1''+I_1'''=(0.068+0.084+0.445)\,\mathrm{A}=0.60\,\mathrm{A}.$$

5－73. 如本题图所示,输出变压器的次级有中间抽头,以便接 3.5 Ω 的扬声器或接 8 Ω 的扬声器都能使阻抗匹配,次级线圈两部分匝数之比 N_1/N_2 应为多少?



习题 5－73

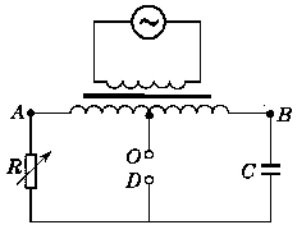
解:从输入等效电路看,扬声器的反射阻抗为 $R'=\left(\dfrac{N}{N_{副}}\right)^2R$,则对于 8 Ω 和 3.5 Ω 反射阻抗分别为 $\left(\dfrac{N}{N_1}\right)^2R_1$ 和 $\left(\dfrac{N}{N_2}\right)^2R_2$,两者都与前组阻抗匹配,两者应相等,并与电源的阻抗相等,因此有

$$\left(\frac{N}{N_1}\right)^2R_1=\left(\frac{N}{N_2}\right)^2R_2,\quad \therefore\ \frac{N_1}{N_2}=\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}=\sqrt{\frac{8}{3.5}}=1.51.$$

5 －74. 若需绕制一个电源变压器，接 220 V、50 Hz **的输入电压，要求有** 40 V **和** 6 V **的两组输出电压，试问原线圈及两组副线圈的匝数。已知铁芯的截面积为** 8.0 cm^2**，最大磁感应强度** $B_{\max}$ **选取** 12000 Gs.

解：
$$\widetilde{U}_1 = \mathrm{i}\omega N_1 \widetilde{\Phi}, \quad \therefore\ U_{10} = \omega N_1 BS,$$
$$\therefore\ N_1 = \frac{U_{10}}{\omega BS} = \frac{220\times\sqrt{2}}{2\pi\times 50\times 1.2\times 8.0\times 10^{-4}} = 1\,032,$$
$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1},$$
∴ **对于** 40 V **输出电压**　$N_2 = \dfrac{U_2}{U_1} N_1 = \dfrac{40}{220}\times 1\,032 = 187$，

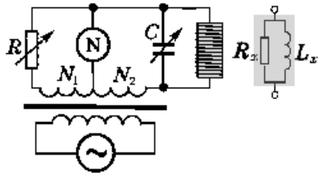
对于 6 V **的两组输出电压**　$N_2 = \dfrac{U_2}{U_1} N_2 = \dfrac{6.0}{220}\times 1\,032 = 28.$



习题 5 － 75

5 － 75. 在可控硅的控制系统中常用到 RC 移相电桥电路（见本题图），电桥的输入电压由变压器次级提供，输出电压从变压器中心抽头 O 和 D 之间得到。试证明输出电压 $\widetilde{U}_{OD}$ 的相位随 R 改变，但其大小保持不变。

解：按电路图画出电压矢量图如右。以 O 点为电势零点，AO 和 BO 的电压矢量方向相反。AB 之间 接一 电容器和电阻的串联，在此串联电路上电容上的电压和电阻上的电压有相位差 $\pi/2$，故 D 点电势在以 O 点为圆心 U_{BO} 为半径的圆弧上，DO 之间的电压为为 U_{DO}. 改变电阻 R，D 点总在圆弧上，因此 $\widetilde{U}_{DO}$ 的相位随 R 变化，但其大小保持不变。



习题 5 － 76

5 － 76. 导纳电桥的原理性电路如本题图所示,其中两个臂 1 和 2 是有抽头的变压器副线圈,电源通过这变压器耦合起来。另外两个臂一个是电阻 R,一个是电容 C 和待测电感元件(其等效电路示于右旁阴影区内)的并联,R 和 C 都是可调的。试证明 :电桥达到平衡时,待测电感元件的 Q 值可通过下式算出:

$$Q=\frac{N_1}{N_2}\frac{1}{\omega CR},$$

其中 N_1、N_2 分别是 1、2 两臂的匝数。

若等效电路设为 R_x 与 L_x 串联,Q 的表达式如何?

解:电桥平衡条件为 $\widetilde{Z}_1\widetilde{Z}_4=\widetilde{Z}_2\widetilde{Z}_3.$

(1) 按待测电感元件等效于 R_x 与 L_x 并联来计算,则

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{\widetilde{Z}_2}{\widetilde{Z}_4}=\frac{\widetilde{Z}_1}{\widetilde{Z}_3}=\frac{R[R_x(1-\omega^2L_xC)+\mathrm{i}\omega L_x]}{\mathrm{i}R_x\omega L_x},$$

这里利用了习题 5 － 44(8) 的结果,于是

$$\mathrm{i}N_1R_x\omega L_x=N_2R[R_x(1-\omega^2L_xC)+\mathrm{i}\omega L_x],$$

两边实部、虚部分别相等,有

$$\begin{cases}1-\omega^2L_xC=0,\\ N_1R_x=N_2R.\end{cases}\quad \text{因此}\quad Q=\frac{\omega L_x}{R_x}=\frac{N_1}{N_2}\frac{\omega L_x}{R}=\frac{N_1}{N_2}\frac{1}{\omega CR}.$$

(2) 如果按待测电感元件等效于 R_x 与 L_x 串联来计算,则

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{\widetilde{Z}_2}{\widetilde{Z}_4}=\frac{\widetilde{Z}_1}{\widetilde{Z}_3}==R\left[\frac{1}{R_x+\mathrm{i}\omega L_x}+\mathrm{i}\omega C\right]=\frac{R[(1-\omega^2L_xC)+\mathrm{i}R_x\omega C]}{R_x+\mathrm{i}\omega L_x},$$

$$\therefore\ N_1(R_x+\mathrm{i}\omega L_x)=N_2R[(1-\omega^2L_xC)+\mathrm{i}R_x\omega C],$$

两边实部、虚部分别相等,有 $N_1\omega L_x=N_2RR_x\omega C$,

$$\therefore\ Q=\frac{\omega L_x}{R_x}=\frac{N_2}{N_1}\omega CR.$$

5 －77. 有一星形联接的三相对称负载(电动机),每相的电阻为 $R = 6.0\ \Omega$**,电抗为** $X = 8.0\ \Omega$**;电源的线电压为** $380\ \text{V}$**,求:**

(1)线电流;

(2)负载所消耗的功率;

(3)如果改接成三角形,求线电流和负载所消耗的功率。

解:(1) $I_l = I_\varphi = \dfrac{U_\varphi}{Z} = \dfrac{220}{\sqrt{6.0^2 + 8.0^2}}\ \text{A} = 22\ \text{A}$;

(2) $P = \sqrt{3} I_l U_l \cos\varphi = (\sqrt{3} \times 22 \times 380 \times 0.60)\ \text{W} = 8.7\ \text{kW}$;

(3) $I_l = \sqrt{3} I_\varphi = \sqrt{3}\ \dfrac{U_l}{Z} = \sqrt{3} \times \dfrac{380}{\sqrt{6.0^2 + 8.0^2}}\ \text{A} = 66\ \text{A}$,

$P = \sqrt{3} I_l U_l \cos\varphi = (\sqrt{3} \times 66 \times 380 \times 0.60)\ \text{W} = 26\ \text{kW}.$

5 －78. 三相交流电的线电压为 380 V，负载是不对称的纯电阻，$R_A=R_B=22\,\Omega$，$R_C=27.5\,\Omega$，作星形联接。

（1）求中线电流；

（2）求各相的相电压；

（3）若中线断开，各相电压将变为多少？

解：（1）由于三相负载都是纯电阻，相电流与相电压同相位，

$$I_A=\frac{220}{22}=10\,\text{A},\ I_B=\frac{220}{22}=10\,\text{A},\ I_C=\frac{220}{27.5}=8.0\,\text{A},$$

$\vec{I_A}$ 和 $\vec{I_B}$ 叠加的方向与 $\vec{I_C}$ 相反，其大小为 10 A，中线电流为 $\vec{I_A}+\vec{I_B}+\vec{I_C}$，因此中线电流为 2.0 A.

（2）当有中线时，每一相的电压仍为 220 V.

（3）中线断开时，则可根据交流电基尔霍夫方程组解出每一相的电流，从而解出每一相的电压。

设三相交流电每一相的电动势为

$$\begin{cases}\widetilde{\mathscr{E}}_{Ax}=\mathscr{E}_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t},\\ \widetilde{\mathscr{E}}_{By}=\mathscr{E}_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-2\pi/3)},\\ \widetilde{\mathscr{E}}_{Cz}=\mathscr{E}_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-4\pi/3)}.\end{cases}$$

由于中线断开，电路如右图所示，不是每一相的电动势加在每一相的负载上，而是线间的电动势加在两线间的负载上。线间的电动势由矢量图得

$$\begin{cases}\widetilde{\mathscr{E}}_{BA}=U_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\pi/6)},\\ \widetilde{\mathscr{E}}_{AC}=U_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+5\pi/6)},\\ \widetilde{\mathscr{E}}_{CB}=U_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+9\pi/6)}.\end{cases}\quad \text{其中 } U_0=380\,\text{V}.$$

由电路图所得基尔霍夫方程组为

$$\begin{cases}\widetilde{I_A}+\widetilde{I_B}+\widetilde{I_C}=0,\\ \widetilde{I_A}R_A-\widetilde{I_B}R_B=\widetilde{\mathscr{E}}_{BA},\\ \widetilde{I_C}R_C-\widetilde{I_A}R_A=\widetilde{\mathscr{E}}_{AC}.\end{cases}\quad \text{由此解出}\begin{cases}\widetilde{I_A}=\dfrac{1}{\Delta}\left(R_C\widetilde{\mathscr{E}}_{BA}-R_B\widetilde{\mathscr{E}}_{AC}\right),\\ \widetilde{I_B}=-\dfrac{1}{\Delta}\left[R_A\widetilde{\mathscr{E}}_{AC}+\left(R_A+R_C\right)\widetilde{\mathscr{E}}_{BA}\right],\\ \widetilde{I_C}=\dfrac{1}{\Delta}\left[R_A\widetilde{\mathscr{E}}_{BA}+\left(R_A+R_B\right)\widetilde{\mathscr{E}}_{AC}\right].\end{cases}$$

式中 $R_A=R_B=22\,\Omega$，$R_C=27.5\,\Omega$，$\Delta=R_AR_B+R_BR_C+R_CR_A=1694\,\Omega^2$，

$$\begin{cases}\widetilde{U}_{AO}=\widetilde{I_A}R_A=\dfrac{R_AU_0}{2\Delta}[(2R_C+R_B)-\mathrm{i}\sqrt{3}R_B]\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\pi/6)},\\ \widetilde{U}_{BO}=\widetilde{I_B}R_B=-\dfrac{R_BU_0}{2\Delta}[(2R_C+R_A)+\mathrm{i}\sqrt{3}R_A]\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\pi/6)},\\ \widetilde{U}_{CO}=\widetilde{I_C}R_C=\dfrac{R_CU_0}{2\Delta}[(R_A-R_B)+\mathrm{i}\sqrt{3}(R_A+R_B)]\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t+\pi/6)}.\end{cases}$$

$$\therefore \quad \begin{cases} U_{AO} = \dfrac{22 \times 380}{2 \times 1694} \times \sqrt{(2 \times 27.5 + 22)^2 + 3 \times 22^2}\ \mathrm{V} = 212\ \mathrm{V}, \\ U_{BO} = \dfrac{22 \times 380}{2 \times 1694} \times \sqrt{(2 \times 27.5 + 22)^2 + 3 \times 22^2}\ \mathrm{V} = 212\ \mathrm{V}, \\ U_{CO} = \dfrac{27.5 \times 380}{2 \times 1694} \times \sqrt{3} \times (22 + 22)\ \mathrm{V} = 235\ \mathrm{V}. \end{cases}$$

可见三相电负载不对称时，中线断开，则各相电流、电压不平衡，各相电压都偏离 220 V.