

电磁场小结

一、电磁感应现象

1. 楞次定律——判别感应电流方向
2. 法拉第电磁感应定律——计算感应电动势大小

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

(1) 动生电动势: $\varepsilon_i = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

(2) 感生电动势: $\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$

变化的磁场能够激发电场

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

二、自感和互感

1. 自感现象： 自感电动势

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$$

自感系数

$$L = \frac{\Phi_m}{I}$$

2. 互感现象： 互感电动势

$$\varepsilon_{21} = -M \frac{dI_1}{dt}$$

$$\varepsilon_{12} = -M \frac{dI_2}{dt}$$

互感系数

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1}$$

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2}$$

三、磁场的能量

1. 自感磁能 $W_m = \frac{1}{2} LI^2$

2. 磁场的能量 $W_m = \int_V w_m dV$

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2} BH = \frac{1}{2} \mu H^2$$

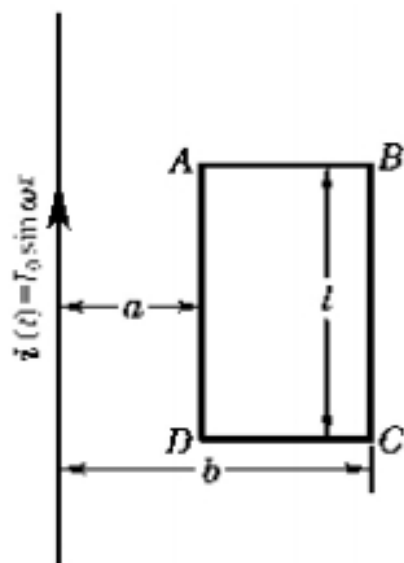
5.1-3 如本题图所示,一很长的直导线有交变电流 $i(t) = I_0 \sin \omega t$, 它旁边有一长方形线圈 $ABCD$, 长为 l , 宽为 $(b-a)$, 线圈和导线在同一平面内。求:

- (1) 穿过回路 $ABCD$ 的磁通量 Φ ;
 (2) 回路 $ABCD$ 中的感应电动势 \mathcal{E} .

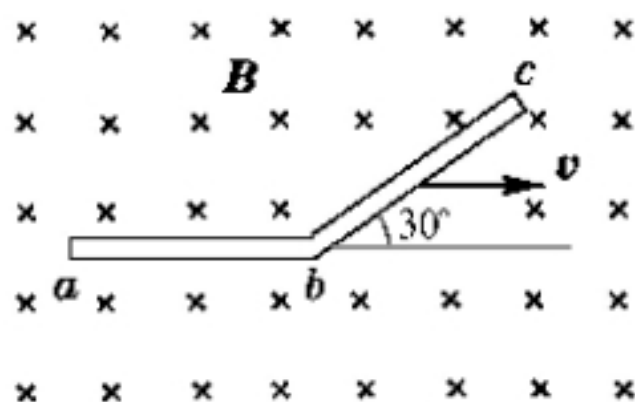
解: (1) $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \sin \omega t,$

$$\Phi = \int_a^b \frac{\mu_0 I_0 l}{2\pi r} dr \sin \omega t = \frac{\mu_0 I_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{b}{a} \right) \sin \omega t,$$

(2) $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 l \omega}{2\pi} \left(\ln \frac{b}{a} \right) I_0 \cos \omega t.$



5.2-2 两段导线 $ab = bc = 10\text{ cm}$, 在 b 处相接而成 30° 角。若使导线在匀强磁场中以速率 $v = 1.5\text{ m/s}$ 运动, 方向如本题图所示, 磁场方向垂直图面向内, $B = 2.5 \times 10^2\text{ Gs}$, 问 ac 间的电势差是多少? 哪一端的电势高?



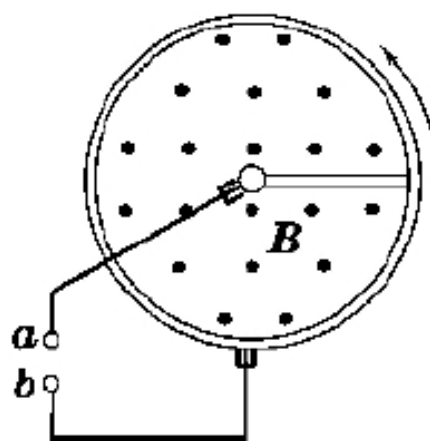
习题 3 - 10

解: $U_{ac} = -\mathcal{E} = -\int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$

$$= -\int_b^c v B \cos 60^\circ dl = -\frac{1}{2} v B l = -\left(\frac{1}{2} \times 1.5 \times 2.5 \times 10^{-2} \times 0.10 \right) \text{ V} = -1.9 \text{ V},$$

c 点电势高。

5.2-5 只有一根辐条的轮子在均匀外磁场 B 中转动, 轮轴与 B 平行, 如本题图所示。轮子和辐条都是导体, 辐条长为 R , 轮子每秒转 N 圈。两根导线 a 和 b 通过各自的刷子分别与轮轴和轮边接触。



习题 3 - 13

- (1) 求 a 、 b 间的感应电动势 \mathcal{E} ;
- (2) 若在 a 、 b 间接一个电阻, 使辐条中的电流为 I , 问 I 的方向如何?
- (3) 求这时磁场作用在辐条上的力矩的大小和方向;

(4) 当轮反转时, I 是否也会反向?

(5) 若轮子的辐条是对称的两根或更多根, 结果如何?

解: (1) $\mathcal{E} = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \int_0^R \omega l B dl = \frac{1}{2} \omega B R^2 = \pi N B R^2,$

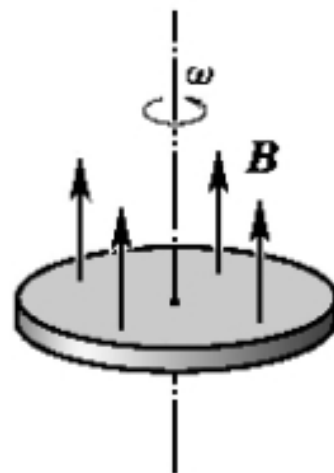
(2) 辐条中电流的方向为从中心到边缘。

(3) $L = \int_0^R l \cdot I B dl = \frac{1}{2} I B R^2,$ 方向垂直图面向里。

(4) 电流也相反。

(5) 因为各辐条上的感应电动势为并联, 故感应电动势与单根辐条情形相同。

5.2-6 法拉第圆盘发电机是一个在磁场中转动的导体圆盘。设圆盘的半径为 R ，它的轴线与均匀外磁场 \mathbf{B} 平行，它以角速度 ω 绕轴线转动，如本题图所示。



习题 3 - 14

(1) 求盘边与盘心间的电势差 U ;

(2) 当 $R = 15 \text{ cm}$, $B = 0.60 \text{ T}$, 转速为每秒 30 圈时, U 等于多少?

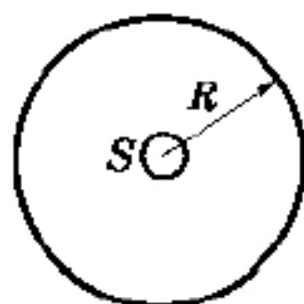
(3) 盘边与盘心哪处电势高? 当盘反转时, 它们电势的高低是否也会反过来?

解: (1)
$$U = \mathcal{E} = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \int_0^R \omega l B dl = \frac{1}{2} \omega B R^2;$$

(2)
$$U = \frac{1}{2} \omega B R^2 = \left(\frac{1}{2} \times 2\pi \times 30 \times 0.60 \times 0.15^2 \right) \text{V} = 1.3 \text{ V};$$

(3) 盘边缘的电势高。盘反转时盘心的电势高。

5.3-2 一圆形线圈由 50 匝表面绝缘的细导线绕成, 圆面积为 $S=4.0\text{ cm}^2$. 放在另一个半径 $R=20\text{ cm}$ 的大圆形线圈中心, 两者同轴, 如本题图所示, 大圆形线圈由 100 匝表面绝缘的导线绕成。



- (1) 求这两线圈的互感 M ;
 (2) 当大圆形导线中的电流每秒减小 50 A 时, 求小线圈中的感应电动势 \mathcal{E} .

习题 3-26

$$\text{解: (1) } \Psi_{12} = N_2 \Phi_{12} = N_2 B_1 S = N_2 \cdot N_1 \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2R} \cdot S = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{2R} I_1,$$

$$\therefore M = \frac{\Psi_{12}}{I_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 50 \times 4.0 \times 10^{-4}}{2 \times 0.20} \text{ H} = 6.3 \times 10^{-6} \text{ H}.$$

$$(2) \mathcal{E} = -M \frac{dI_1}{dt} = -6.3 \times 10^{-6} \times (-50) \text{ V} = 3.2 \times 10^{-4} \text{ V}.$$

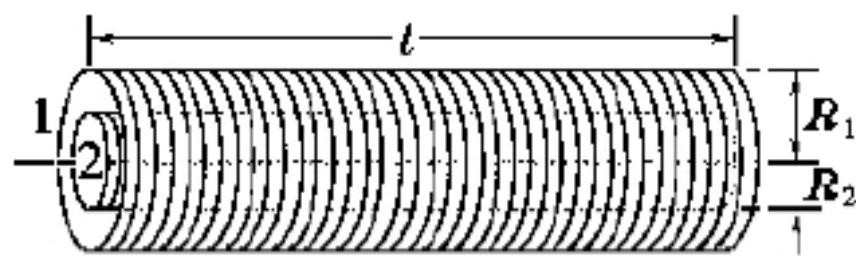
5.3-6 如本题图, 两长螺线管

同轴, 半径分别为 R_1 和 R_2 ($R_1 > R_2$), 长度为 l ($l \gg R_1$ 和 R_2), 匝数分别为 N_1 和 N_2 . 求互感系数 M_{12} 和 M_{21} , 由此验证 $M_{12} = M_{21}$.

解:

$$\Psi_{12} = N_2 \Phi_{12} = N_2 B_{12} S = N_2 \cdot \frac{\mu_0 N_1 I_1}{l} \cdot \pi R_2^2, \quad \therefore M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_1} = \frac{\mu_0 \pi N_1 N_2 R_2^2}{l};$$

$$\Psi_{21} = N_1 \Phi_{21} = N_1 B_{21} S = N_1 \cdot \frac{\mu_0 N_2 I_2}{l} \cdot \pi R_2^2, \quad \therefore M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_2} = \frac{\mu_0 \pi N_1 N_2 R_2^2}{l} = M_{12}.$$



习题 3 - 28

5.3-6

矩形截面螺绕环的尺寸如本题图, 总匝数为 N .

(1) 求它的自感系数;

(2) 当 $N=1000$ 匝, $D_1=20\text{ cm}$, $D_2=10\text{ cm}$, $h=1.0\text{ cm}$ 时, 自感为多少?

解: (1) 先求螺绕环内的 B ,

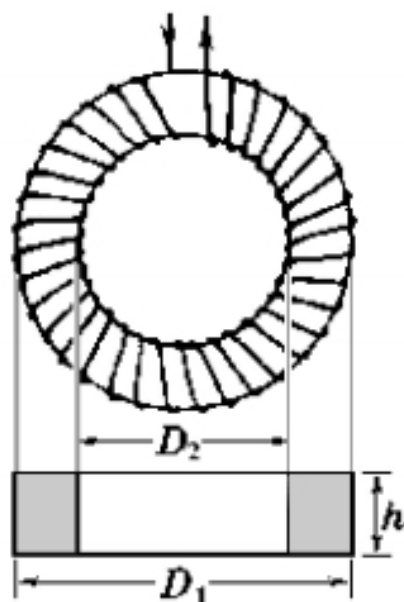
$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 N I, \therefore B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r},$$

$$\Phi = \int B \cdot h \, dr = \int_{D_2/2}^{D_1/2} \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} h \, dr = \frac{\mu_0 N h I}{2\pi} \ln \frac{D_1}{D_2},$$

$$\Psi = N \Phi = \left(\frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{D_1}{D_2} \right) I,$$

$$\therefore L = \frac{\Psi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{D_1}{D_2};$$

$$(2) L = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^3 \times 10^3 \times 1.0 \times 10^{-2}}{2\pi} \times \ln \frac{0.20}{0.10} \text{ H} = 1.4 \times 10^{-3} \text{ H} = 1.4 \text{ mH}.$$



习题 3 - 30

5.3-11 两根足够长的平行导线间的距离为 20 cm, 在导线中保持一大一小为 20 A 而方向相反的恒定电流。

(1) 求两导线间每单位长度的自感系数, 设导线的半径为 1.0 mm;

(2) 若将导线分开到相距 40 cm, 求磁场对导线单位长度所做的功;

(3) 位移时, 单位长度的磁能改变了多少? 是增加还是减少? 说明能量的来源。

$$\text{解: (1) } \Phi = \int B \cdot l \cdot dr = \int_a^{d-a} \left[\frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-r)} \right] dr$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} [\ln r - \ln(d-r)]_a^{d-a} \approx \left(\frac{\mu_0 I}{\pi} \ln \frac{d}{a} \right) \cdot I,$$

$$\therefore L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{a} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{\pi} \ln \frac{20}{0.10} = 2.1 \times 10^{-6} \text{ H}.$$

$$\begin{aligned} \text{(2) } A &= \int F dr = \int_a^{2d} \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2 = \left(\frac{4\pi \times 10^{-7} \times 20^2}{2\pi} \times \ln 2 \right) \text{ J} \\ &= 5.5 \times 10^{-5} \text{ J}. \end{aligned}$$

(3) 单位长度的磁能增加

$$\begin{aligned} W &= W_2 - W_1 = \frac{1}{2} L_2 I^2 - \frac{1}{2} L_1 I^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{2d}{a} - \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{a} \right) I^2 = \frac{\mu_0 I^2}{\pi} \ln 2 \\ &= 5.5 \times 10^{-5} \text{ J}, \end{aligned}$$

移动过程中磁场所作的功与磁能的增加两者之和来自电源所作的功。