

# 电磁场小结

## 一、电磁感应现象

1. 楞次定律——判别感应电流方向
2. 法拉第电磁感应定律——计算感应电动势大小

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

(1) 动生电动势:  $\mathcal{E}_i = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

(2) 感生电动势:  $\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l}$

变化的磁场能够激发电场

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_{\text{感}} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

## 二、自感和互感

1. 自感现象：自感电动势

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$$

自感系数

$$L = \frac{\Phi_m}{I}$$

2. 互感现象：互感电动势

$$\mathcal{E}_{21} = -M \frac{dI_1}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{12} = -M \frac{dI_2}{dt}$$

互感系数

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1}$$

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_2}$$

### 三、 磁场的能量

1. 自感磁能

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2$$

2. 磁场的能量

$$W_m = \int_V w_m dV$$

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2} BH = \frac{1}{2} \mu H^2$$

5.1-3

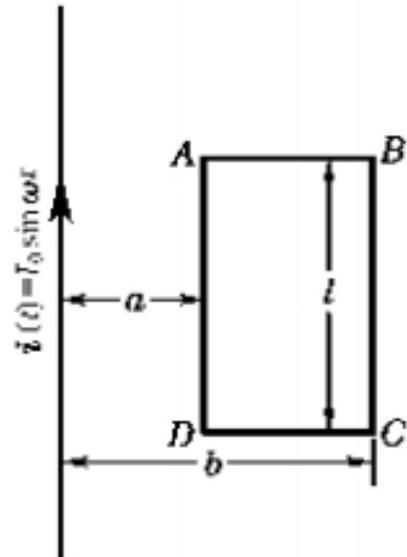
如本题图所示,一很长的直导线有交变电流  $i(t) = I_0 \sin \omega t$ , 它旁边有一长方形线圈  $ABCD$ , 长为  $l$ , 宽为  $(b-a)$ , 线圈和导线在同一平面内。求:

- (1) 穿过回路  $ABCD$  的磁通量  $\Phi$ ;
- (2) 回路  $ABCD$  中的感应电动势  $\mathcal{E}$ .

$$\text{解: (1)} \quad B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \sin \omega t,$$

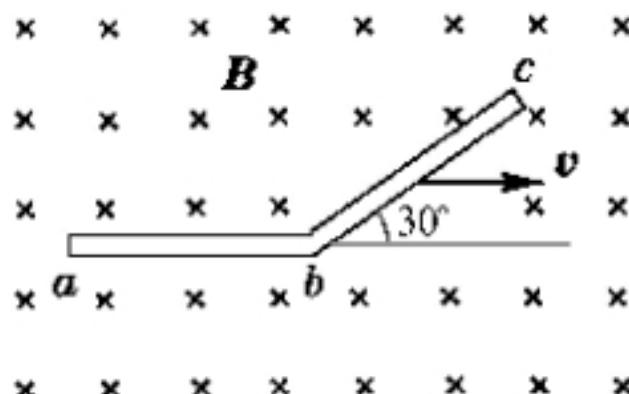
$$\Phi = \int_a^b \frac{\mu_0 I_0 l}{2\pi r} dr \sin \omega t = \frac{\mu_0 I_0 l}{2\pi} \left( \ln \frac{b}{a} \right) \sin \omega t,$$

$$(2) \quad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 l \omega}{2\pi} \left( \ln \frac{b}{a} \right) I_0 \cos \omega t.$$



**5.2-2** 两段导线  $ab = bc = 10\text{ cm}$ , 在  $b$  处相接而成  $30^\circ$  角。若使导线在匀强磁场中以速率  $v = 1.5\text{ m/s}$  运动, 方向如本题图所示, 磁场方向垂直图面向内,  $B = 2.5 \times 10^2\text{ Gs}$ , 问  $ac$  间的电势差是多少? 哪一端的电势高?

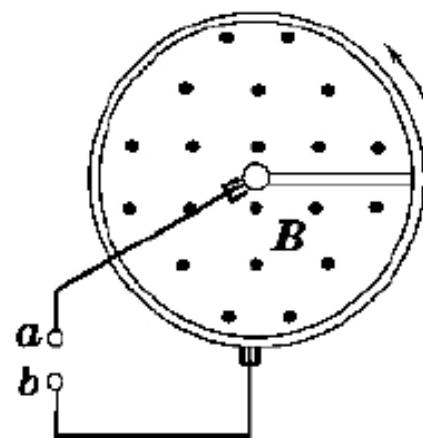
$$\begin{aligned} \text{解: } U_{ac} &= -\mathcal{E} = -\int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} \\ &= -\int_b^c v B \cos 60^\circ d\mathbf{l} = -\frac{1}{2} v B l = -\left(\frac{1}{2} \times 1.5 \times 2.5 \times 10^{-2} \times 0.10\right) \text{ V} = -1.9 \text{ V}, \\ &\text{c 点电势高。} \end{aligned}$$



习题 3-10

**5.2-5** 只有一根辐条的轮子在均匀外磁场  $\mathbf{B}$  中转动，轮轴与  $\mathbf{B}$  平行，如本题图所示。轮子和辐条都是导体，辐条长为  $R$ ，轮子每秒转  $N$  圈。两根导线  $a$  和  $b$  通过各自的刷子分别与轮轴和轮边接触。

- (1) 求  $a$ 、 $b$  间的感应电动势  $\mathcal{E}$ ；
- (2) 若在  $a$ 、 $b$  间接一个电阻，使辐条中的电流为  $I$ ，问  $I$  的方向如何？
- (3) 求这时磁场作用在辐条上的力矩的大小和方向；
- (4) 当轮反转时， $I$  是否也会反向？
- (5) 若轮子的辐条是对称的两根或更多根，结果如何？

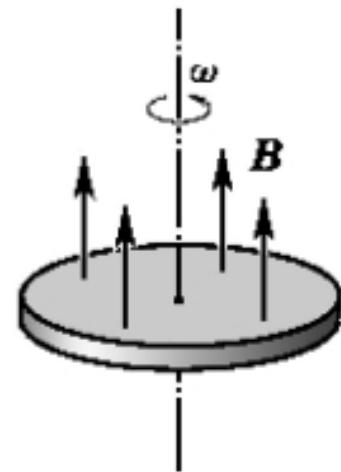


习题 3-13

- 解：(1)  $\mathcal{E} = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \int_0^R \omega l B dl = \frac{1}{2} \omega B R^2 = \pi N B R^2$ ,
- (2) 辐条中电流的方向为从中心到边缘。
- (3)  $L = \int_0^R l \cdot IB dl = \frac{1}{2} I B R^2$ , 方向垂直图面向里。
- (4) 电流也相反。
- (5) 因为各辐条上的感应电动势为并联，故感应电动势与单根辐条情形相同。

**5.2-6** 法拉第圆盘发电机是一个在磁场中转动的导体圆盘。设圆盘的半径为  $R$ , 它的轴线与均匀外磁场  $\mathbf{B}$  平行, 它以角速度  $\omega$  绕轴线转动, 如本题图所示。

- (1) 求盘边与盘心间的电势差  $U$ ;
- (2) 当  $R = 15 \text{ cm}$ ,  $B = 0.60 \text{ T}$ , 转速为每秒 30 圈时,  $U$  等于多少?
- (3) 盘边与盘心哪处电势高?当盘反转时, 它们电势的高低是否也会反过来?



习题 3-14

解: (1)  $U = \mathcal{E} = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \int_0^R \omega l B dl = \frac{1}{2} \omega B R^2$ ;

$$(2) U = \frac{1}{2} \omega B R^2 = \left( \frac{1}{2} \times 2\pi \times 30 \times 0.60 \times 0.15^2 \right) \text{V} = 1.3 \text{ V};$$

(3) 盘边缘的电势高。盘反转时盘心的电势高。

5.3-2 一圆形线圈由 50 匝表面绝缘的细导线绕成，

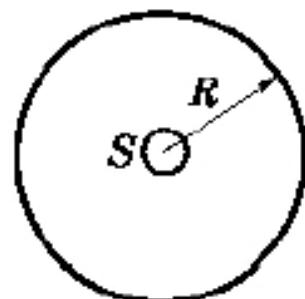
圆面积为  $S = 4.0 \text{ cm}^2$ . 放在另一个半径  $R = 20 \text{ cm}$  的大圆形线圈中心，两者同轴，如本题图所示，大圆形线圈由 100 匝表面绝缘的导线绕成。

- (1) 求这两线圈的互感  $M$ ；  
(2) 当大圆形导线中的电流每秒减小 50 A 时，求小线圈中的感应电动势  $\mathcal{E}$ .

解：(1)  $\Psi_{12} = N_2 \Phi_{12} = N_2 B_1 S = N_2 \cdot N_1 \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2R} \cdot S = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{2R} I_1$ ,

$$\therefore M = \frac{\Psi_{12}}{I_1} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{2R} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100 \times 50 \times 4.0 \times 10^{-4}}{2 \times 0.20} \text{ H} = 6.3 \times 10^{-6} \text{ H}.$$

(2)  $\mathcal{E} = -M \frac{dI_1}{dt} = -6.3 \times 10^{-6} \times (-50) \text{ V} = 3.2 \times 10^{-4} \text{ V}.$



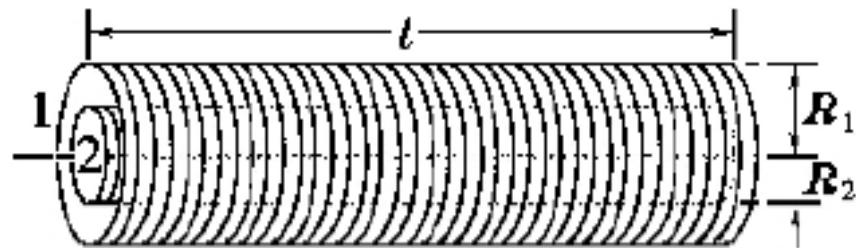
习题 3-26

**5.3-6** 如本题图, 两长螺线管同轴, 半径分别为  $R_1$  和  $R_2$  ( $R_1 > R_2$ ), 长度为  $l$  ( $l \gg R_1$  和  $R_2$ ), 匝数分别为  $N_1$  和  $N_2$ . 求互感系数  $M_{12}$  和  $M_{21}$ , 由此验证  $M_{12} = M_{21}$ .

解:

$$\Psi_{12} = N_2 \Phi_{12} = N_2 B_{12} S = N_2 \cdot \frac{\mu_0 N_1 I_1}{l} \cdot \pi R_2^2, \quad \therefore M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{I_1} = \frac{\mu_0 \pi N_1 N_2 R_2^2}{l};$$

$$\Psi_{21} = N_1 \Phi_{21} = N_1 B_{21} S = N_1 \cdot \frac{\mu_0 N_2 I_2}{l} \cdot \pi R_2^2, \quad \therefore M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_2} = \frac{\mu_0 \pi N_1 N_2 R_2^2}{l} = M_{12}.$$



习题 3-28

### 5.3-6 矩形截面螺绕环的尺寸如本题图, 总匝数为 $N$ .

- (1) 求它的自感系数;
- (2) 当  $N = 1000$  匝,  $D_1 = 20\text{ cm}$ ,  $D_2 = 10\text{ cm}$ ,  $h = 1.0\text{ cm}$  时, 自感为多少?

解: (1) 先求螺绕环内的  $B$ ,

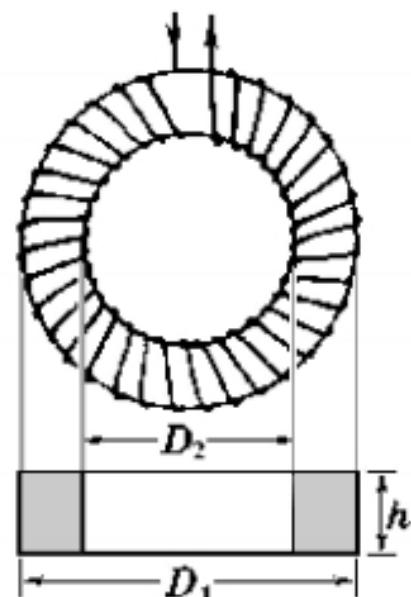
$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 N I, \therefore B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r},$$

$$\Phi = \int B \cdot h dr = \int_{D_2/2}^{D_1/2} \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 N h I}{2\pi} \ln \frac{D_1}{D_2},$$

$$\Psi = N \Phi = \left( \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{D_1}{D_2} \right) I,$$

$$\therefore L = \frac{\Psi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{D_1}{D_2};$$

$$(2) L = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 10^3 \times 10^3 \times 1.0 \times 10^{-2}}{2\pi} \times \ln \frac{0.20}{0.10} \text{ H} = 1.4 \times 10^{-3} \text{ H} = 1.4 \text{ mH}.$$



习题 3 - 30

**5.3-11** 两根足够长的平行导线间的距离为 20 cm, 在导线中保持一大一小为 20 A 而方向相反的恒定电流。

(1) 求两导线间每单位长度的自感系数, 设导线的半径为 1.0 mm;

(2) 若将导线分开到相距 40 cm, 求磁场对导线单位长度所做的功;

(3) 位移时, 单位长度的磁能改变了多少? 是增加还是减少? 说明能量的来源。

$$\text{解: (1)} \quad \Phi = \int B \cdot l \cdot dr = \int_a^{d-a} \left[ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-r)} \right] dr$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[ \ln r - \ln(d-r) \right]_a^{d-a} \approx \left( \frac{\mu_0 I}{\pi} \ln \frac{d}{a} \right) \cdot I,$$

$$\therefore L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{a} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{\pi} \ln \frac{20}{0.10} = 2.1 \times 10^{-6} \text{ H.}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad A &= \int F dr = \int_d^{2d} \frac{\mu_0 I^2}{2\pi r} dr = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2 = \left( \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 20^2}{2\pi} \times \ln 2 \right) J \\ &= 5.5 \times 10^{-5} \text{ J.} \end{aligned}$$

(3) 单位长度的磁能增加

$$\begin{aligned} W &= W_2 - W_1 = \frac{1}{2} L_2 I^2 - \frac{1}{2} L_1 I^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{2d}{a} - \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d}{a} \right) I^2 = \frac{\mu_0 I^2}{\pi} \ln 2 \\ &= 5.5 \times 10^{-5} \text{ J,} \end{aligned}$$

移动过程中磁场所作的功与磁能的增加两者之和来自电源所作的功。