$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_{(L内)} I_0$$ 介质中的安培环路定理

只与穿过 L 的传导电流代数和有关

实验指出，对各向同性磁介质： $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$

磁化率

由 $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

$$B = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\mu = 1 + \chi_m$$

介质相对磁导率

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

磁介质中的安培环路定理

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I_0 + \mu_0 \sum I_s$$

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I_0 + \mu_0 \oint_L \vec{M}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I_0$$

$$\vec{H} \overset{def}{\equiv} \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I_0$$

电介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q_i + \sum q_i'\right)$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i - \frac{1}{\varepsilon_0}\oint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S \left(\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_i$$

$$\vec{D} \overset{def}{\equiv} \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum q_i$$

$\vec{B},\vec{H},\vec{M}$ 之间的关系

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$$

$$\vec{H} \overset{def}{\equiv} \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

$$\mu = 1 + \chi_m$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

实验规律

电磁场的本构方程

$\vec{E},\vec{D},\vec{P}$ 之间的关系

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

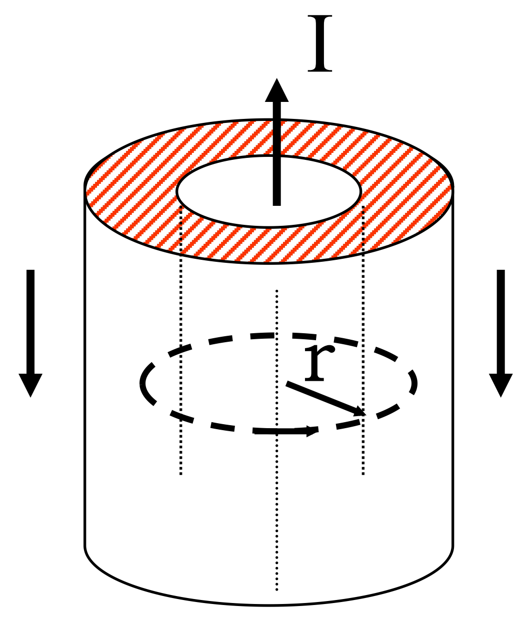
$$\vec{D} \overset{def}{\equiv} \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{D} = (1 + \chi_e) \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$\varepsilon = 1 + \chi_e$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

一根长直单芯电缆的芯是一根半径为 R 的金属导体，它和导电外壁之间充满相对磁导率为 μ 的均匀介质。今有电流I均匀地流过芯的横截面并沿外壁流回。求磁介质中磁感应强度的分布。



解：由安培环路定理 $\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_i I_{i内}$

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \oint H dl = H\cdot 2\pi r = I$$

$$\therefore H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$\therefore B = \mu_0 \mu H = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi r}$$

电场能量与磁场能量比较

电场能量	磁场能量
电容器储能 $\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}QV=\frac{Q^2}{2C}$	自感线圈储能 $\frac{1}{2}LI^2$
电场能量密度 $w_e=\frac{1}{2}ED=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon E^2$	磁场能量密度 $w_m=\frac{1}{2}BH=\frac{B^2}{2\mu_0\mu}$
电场能量 $W_e=\int_V w_e \mathrm{d}V$	磁场能量 $W_m=\int_V w_m \mathrm{d}V$
能量法求 C	能量法求 L

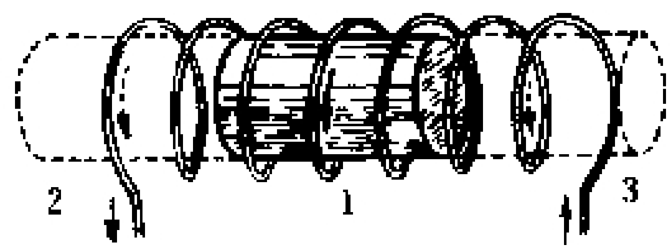
4 －25. 一均匀磁化的磁棒，直径为25 mm，长为75 mm，磁矩为12000 A•m^2，求棒侧表面上的面磁化电流密度。

解： 磁化强度（即单位体积内的磁矩）

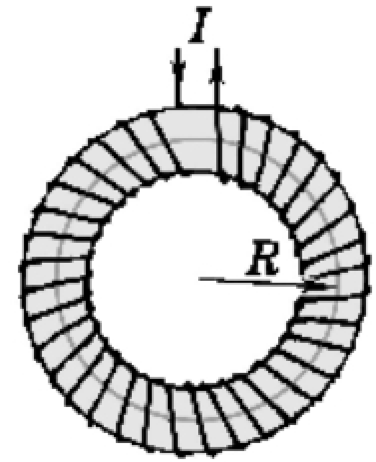
$$M=\frac{12000}{\pi\times[(25/2)\times10^{-3}]^2\times75\times10^{-3}}\ \text{A/m}=3.3\times10^{8}\ \text{A/m},$$

$$i'=M=3.3\times10^{8}\ \text{A/m}.$$

$$\vec{i}'=\vec{M}\times\vec{n}\Longrightarrow i'=M$$



6.3-1 一环形铁芯横截面的直径为 4.0 mm，环的平均半径 $R=15\,\mathrm{mm}$，环上密绕着 200 匝线圈（见本题图），当线圈导线通有 25 mA 的电流时，铁芯的磁导率 $\mu=300$，求通过铁芯横截面的磁通量 Φ.



解：$\Phi=BS=\mu\mu_0\dfrac{N}{2\pi R}\cdot I\cdot\pi r^2=\dfrac{\mu\mu_0 NIr^2}{2R}$

$$=\frac{4\pi\times10^{-7}\times300\times200\times25\times10^{-3}\times(2.0\times10^{-3})^2}{2\times15\times10^{-3}}\,\mathrm{Wb}$$

$=2.5\times10^{-7}\,\mathrm{Wb}$.

6.3-2 一铁环中心线的周长为 30 cm，横截面积为 1.0 cm^2，在环上紧密地绕有 300 匝表面绝缘的导线，当导线中通有电流 32 mA 时，通过环的横截面的磁通量为 2.0×10^{-6} Wb，求：

（1）铁环内部磁感应强度的大小 B；

（2）铁环内部磁场强度的大小 H；

（3）铁的磁化率 χ_m 和磁导率 μ；

（4）铁环磁化强度的大小 M.

解：（1）$B=\dfrac{\Phi}{S}=\dfrac{2.6\times10^{-6}}{1.0\times10^{-4}}\text{T}=2.0\times10^{-2}\text{T}$；

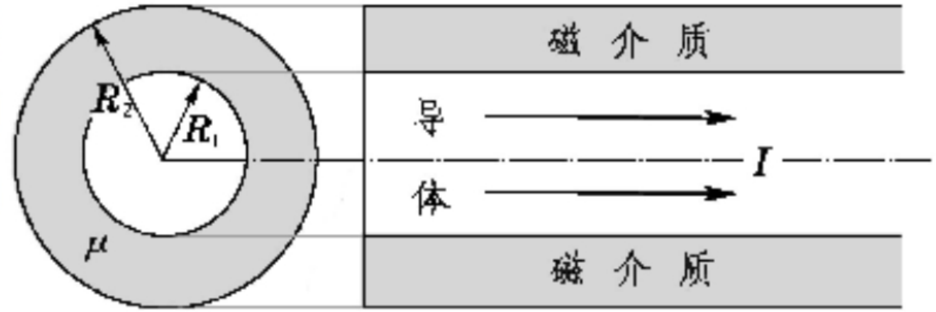
（2）$H=nI=\dfrac{N}{l}I=\dfrac{300\times32\times10^{-3}}{30\times10^{2}}\text{A/m}=32\text{ A/m}$；

（3）$\mu=\dfrac{B}{\mu_0 H}=\dfrac{2.0\times10^{-2}}{4\pi\times10^{-7}\times32}=5.0\times10^{2}$， $\chi_m=\mu-1\approx5.0\times10^{2}$；

（4）$M=\chi_m H=(5.0\times10^{2}\times32)\text{A/m}=1.6\times10^{4}\text{A/m}$.

:+Shift+3)

6.3-4 一无穷长圆柱形直导线外包一层磁导率为μ的圆筒形磁介质，导线半径为R_1，磁介质的外半径为R_2（见本题图），导线内有电流I通过。



（1）求介质内、外的磁场强度

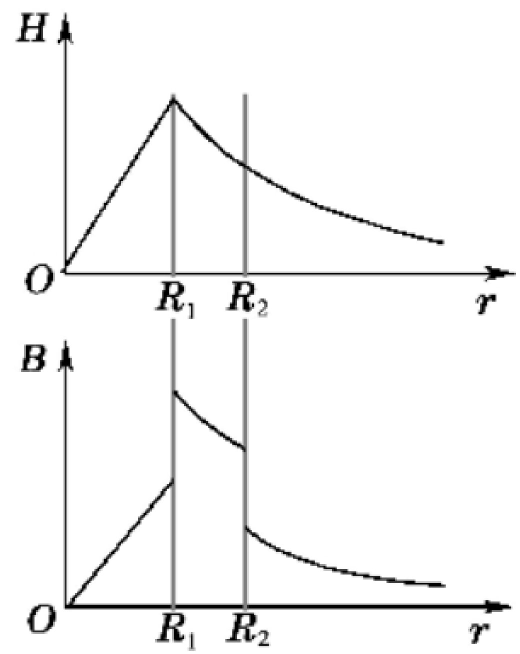
解：（1）此题具有轴对称性，根据介质中的安培环路定理可求出介质内外的磁场强度和磁感应强度为

$$H=\frac{I}{2\pi r},$$

$$B=\mu\mu_0 H=\begin{cases}\dfrac{\mu\mu_0 I}{2\pi r}, & R_1<r<R_2\\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}, & r>R_2\end{cases}$$

导体内 $H=\dfrac{Ir}{2\pi R_1^2},\quad B=\dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi R_1^2}.$

曲线见右。



（2）$M=\chi_m H=\dfrac{(\mu-1)I}{2\pi r},$

$$i'_{内}=\frac{(\mu-1)I}{2\pi R_1},\quad i'_{外}=\frac{(\mu-1)I}{2\pi R_2}.$$

6.5-7 一同轴线由很长的直导线和套在它外面的同轴圆筒构成，导线的半径为 a，圆筒的内半径为 b，外半径为 c，电流 I 沿圆筒流去，沿导线流回；在它们的横截面上电流都是均匀分布的。

（1）求下列四处每米长度内所储磁能 W_m 的表达式：导线内，导线和圆筒之间，圆筒内，圆筒外；

（2）当 $a=1.$(

同轴线中储存磁能

解：（1）将题中所要求计算储能的四区从里到外分别标以 1、2、3、4，四区的磁场强度和磁能密度分别为

$$H_1=\frac{Ir}{2\pi a^2},\quad w_{m1}=\frac{1}{2}\mu_0H_1^2=\frac{\mu_0I^2r^2}{8\pi^2a^4};$$

$$H_2=\frac{I}{2\pi r},\quad w_{m2}=\frac{1}{2}\mu_0H_2^2=\frac{\mu_0I^2}{8\pi^2r^2};$$

$$H_3=\frac{I}{2\pi r}\frac{c^2-r^2}{c^2-b^2},\quad w_{m3}=\frac{1}{2}\mu_0H_3^2=\frac{\mu_0I^2}{8\pi^2r^2}\left(\frac{c^2-r^2}{c^2-b^2}\right)^2;$$

$$H_4=0,\quad w_{m4}=0.$$

于是

$$W_{m1}=\iiint w_{m1}\mathrm{d}V=\int_0^a\frac{\mu_0I^2r^2}{8\pi^2a^4}\cdot 2\pi r\,\mathrm{d}r=\frac{\mu_0I^2}{4\pi a^4}\int_0^a r^3\,\mathrm{d}r=\frac{\mu_0I^2}{16\pi},$$

$$W_{m2}=\iiint w_{m2}\mathrm{d}V=\int_a^b\frac{\mu_0I^2}{8\pi^2r^2}\cdot 2\pi r\,\mathrm{d}r=\frac{\mu_0I^2}{4\pi}\int_a^b\frac{\mathrm{d}r}{r}=\frac{\mu_0I^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a},$$

$$W_{m3}=\iiint w_{m3}\mathrm{d}V=\int_b^c\frac{\mu_0I^2}{8\pi^2r^2}\left(\frac{c^2-r^2}{c^2-b^2}\right)^2\cdot 2\pi r\,\mathrm{d}r$$

$$=\frac{\mu_0I^2}{4\pi(c^2-b^2)^2}\int_b^c\frac{(c^2-r^2)^2\mathrm{d}r}{r}=\frac{\mu_0I^2}{16\pi(c^2-b^2)^2}\left(4c^4\ln\frac{c}{b}-3c^4+4b^2c^2-b^4\right),$$

$$W_{m4}=0.$$