第二章 传感器的一般特性

传感器测量的物理量形式

- **稳态**（静态或者准静态）：信号不随时间变化或者变化很缓慢
- **动态**（周期变化或瞬态）：信号随时间变化

由于不同传感器具有不同内部参数，当测量物理量状态不同时，表现出不同的输出特性。一个高精度传感器，必须有良好的静态特性和动态特性．才能完成信号(或能量)无失真的转换。

2.1 静态特性

指当被测量的各个值处于稳定状态(静态测量)时，传感器的输出值与输入值之间关系的数学表达式、曲线或数表。

借助实验的方法确定传感器静态特性的过程称为静态校准。校准得到的静态特性称为校准特性。

其静态特性可用下列多项式来描述：

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x^i$$

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x^i$$

式中：

x——输入量；

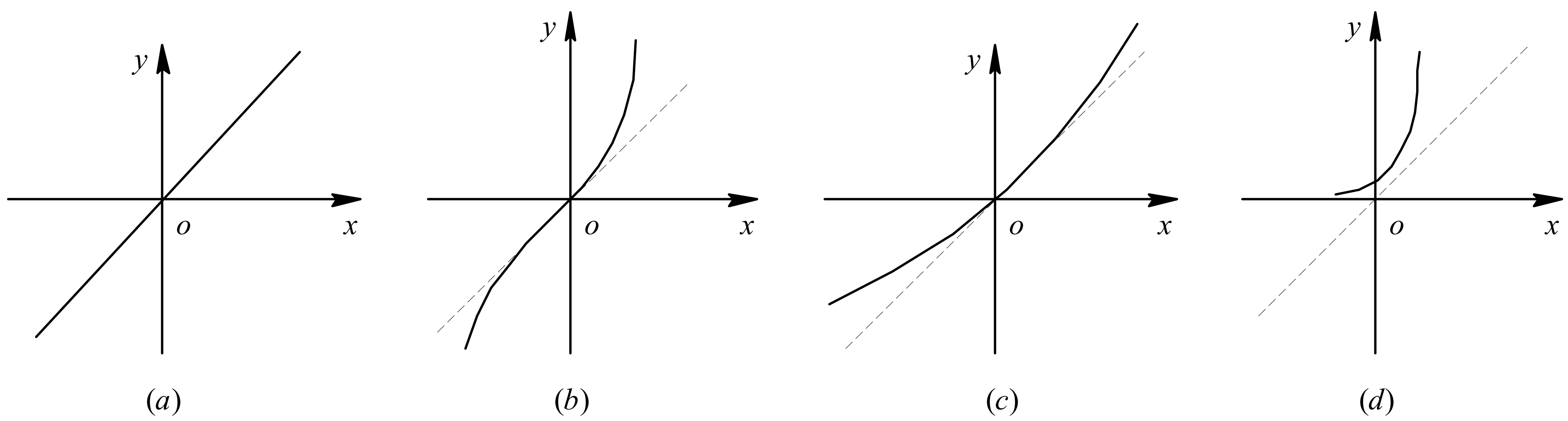
y——输出量；

a_0——零位输出；

a_1——传感器的灵敏度，常用k表示；

a_2, a_3, …, a_n——非线性项的待定常数。

此式即为传感器静态特性的数学模型。该多项式可能有四种情况。



传感器静态特性曲线

设$a_i \geqslant 0$， $a_0 \geqslant 0$ 。 $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x^i$

1）理想线性

$a_0 = a_2 = a_3 = \cdots = a_n = 0$

于是

$y = a_1 x$

因为直线上任何点的斜率都相等，所以传感器的灵敏度为

$a1 = \frac{y}{x} = k =$常数

这种情况见图（a）。

2）输出-输入特性曲线关于原点对称

这种情况见图（b）。此时,在原点附近相当范围内曲线基本成线性,式（1.1）只存在奇次项：

$$y=a_1x+a_3x^3+a_5x^5+\cdots$$

3）输出-输入特性曲线不对称

这时,式（1.1）中非线性项只是偶次项,即

$$y=a_1x+a_2x^2+a_4x^4+\cdots$$

对应曲线如图（c）所示。

4） 普遍情况

普遍情况下的表达式就是式（1.1），对应的曲线如图（d)所示。

当传感器特性出现如图(b)、（c）、（d）所示的非线性情况时，就必须采取线性化补偿措施。

描述传感器静态特性的重要指标是：

- ✓线性度
- ✓灵敏度
- ✓迟滞
- ✓重复性等

1. 线性度

传感器的线性度：传感器输出与输入之间的线性程度。

假定传感器的理想输出一输入特性是线性的，则：

① 可大大简化传感器的理论分析和设计计算；

② 为标定和数据处理带来很大方便，只要知道线性输出—输入特性上的两点(一般为零点和满度值)就可以确定其余各点；

③ 使仪表刻度盘均匀刻度，因而制做、安装、调试容易，可提高测量精度；

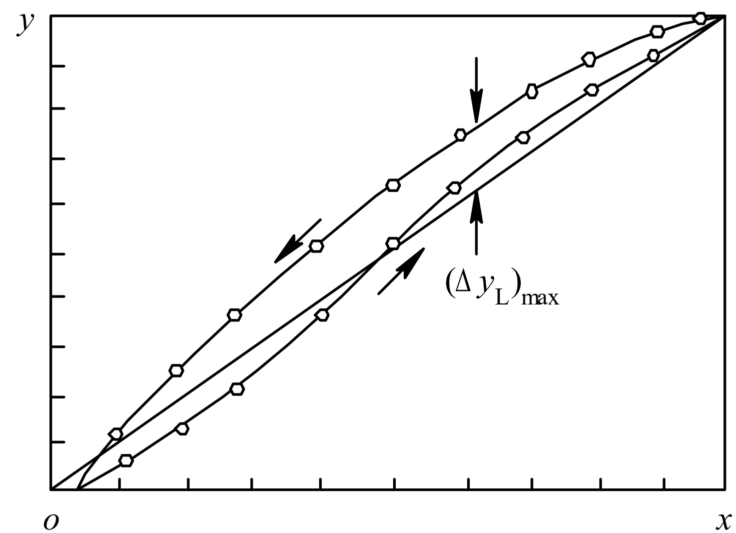
④ 避免非线性补偿环节。人们为了标定和数据处理的方便，总是希望传感器的输出与输入关系呈线性，并能准确无误地反映被测量的真值，但实际上这往往是不可能的。

使用非线性特性的传感器时，如果非线性项的次数不高，在输入量变化范围不大的条件下，通常用一条直线近似地代表实际的非线性特性，这种方法称为传感器非线性特性的“线性化”。

需要注意的是,由于采用的拟合直线即理论直线不同,线性度的结果就有差异。因此,即使在同一条件下对同一传感器作校准实验时,得出的非线性误差也就不一样,因而在给出线性度时,必须说明其所依据的拟合直线。

一般而言,常用的直线拟合方法有理论直线、端点连线、最小二乘拟合直线、最佳直线等。与之对应的有理论线性度、端点连线线性度、最小二乘线性度、独立线性度等。

（1）理论直线。如图所示，理论直线以传感器的理论特性直线（图示对角线）作为拟合直线，它与实际测试值无关。其优点是简单、方便，但通常（ΔyL）max很大。

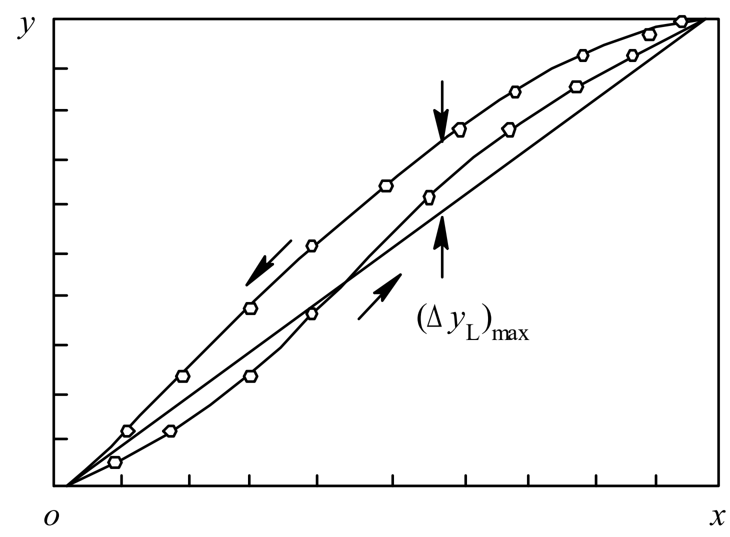


(a)

（2）端点连线。如图所示，它是以传感器校准曲线两端点间的连线作为拟合直线。其方程式为

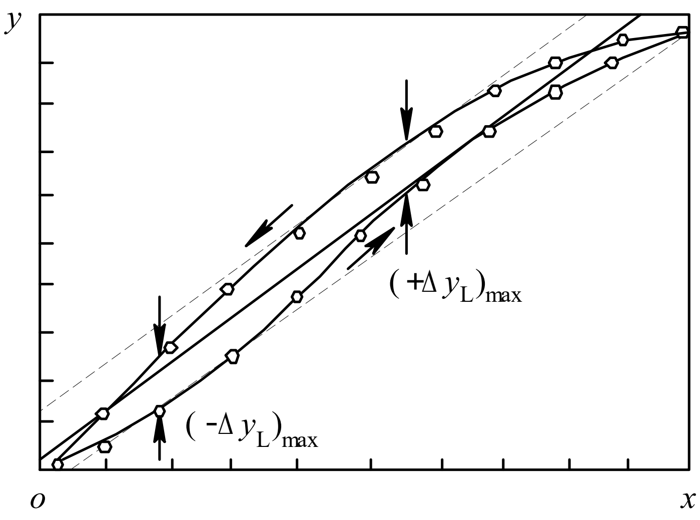
$$y=b+kx$$

式中b和k分别为截距和斜率。这种方法方便、直观，但（ΔyL）max也很大。



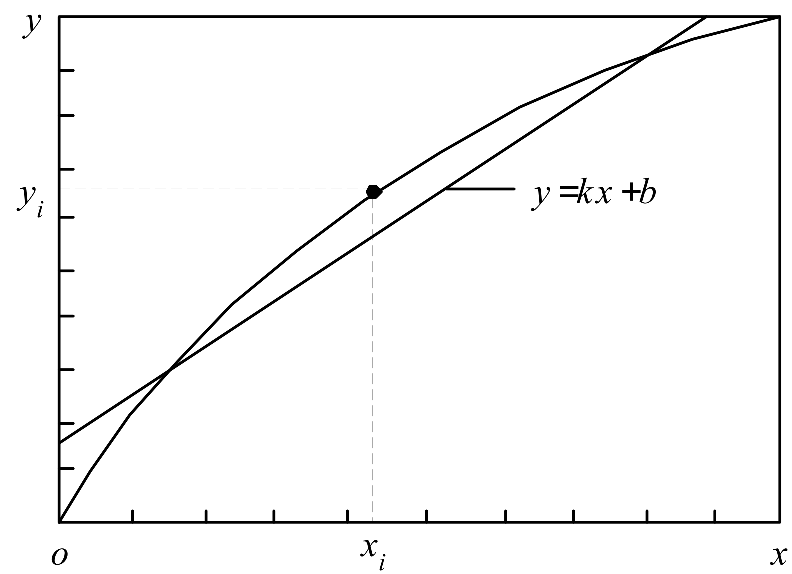
(b)

（3）“最佳直线”。这种方法以“最佳直线”作为拟合直线，该直线能保证传感器正、反行程校准曲线对它的正、负偏差相等并且最小，如图(d)所示。由此所得的线性度称为“独立线性度”。显然，这种方法的拟合精度最高。通常情况下，“最佳直线”只能用图解法或通过计算机解算来获得。



(d)

（4）最小二乘拟合直线。这种方法按最小二乘原理求取拟合直线，该直线能保证传感器校准数据的残差平方和最小。如图所示，若用y=kx+b表示最小二乘拟合直线，式中的系数b和k可根据下述分析求得。



(c)

设实际校准测试点有n个，则第i个校准数据yi与拟合直线上相应值之间的残差为

$\Delta i = yi - (b + kxi)$

2. 灵敏度

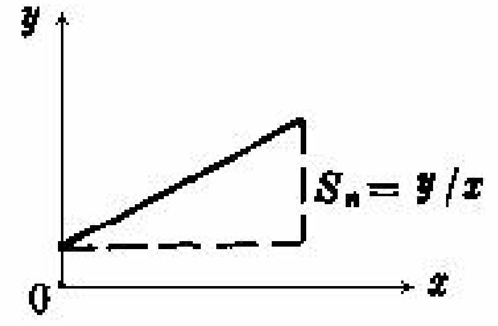
灵敏度是传感器输出量增量与被测输入量增量之比，用k来表示。

线性传感器的灵敏度就是拟合直线的斜率，即（Δy/Δx）

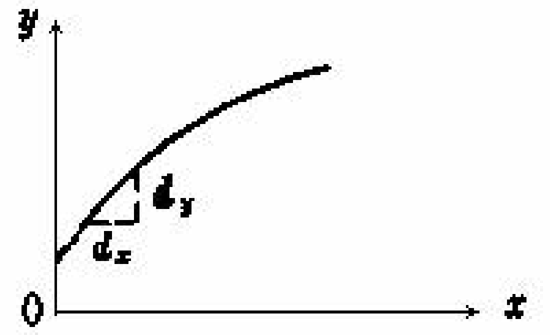
非线性传感器的灵敏度不是常数，其表示式为

$$k = \frac{dy}{dx}$$

灵敏度用输出、输入量之比表示。例如，某位移传感器在位移变化1mm时，输出电压变化有300mV，则其灵敏度为300 mV／mm。



(a) 线性测量系统



(b) 非线性测量系统

灵敏度这个特定参数，可以说明静态特性的某些特征：

（1）灵敏度具有可比性，灵敏度的高低是选择和设计传感器的重要依据之一，通常较高的灵敏度，意味着后续电路的信噪比有可能改善，系统的结构也可能简化。

（2）灵敏度概略地描述了静态特性曲线的变化趋势。对非线性的静特性，不同点有不同的灵敏度，对线性的静特性，灵敏度在测量范围内保持恒定。

3\. 迟滞

迟滞表明传感器在正（输入量增大）、反（输入量减小）行程期间,输出-输入曲线不重合的程度。也就是说,对应于同一大小的输入信号,传感器正、反行程的输出信号大小不相等。

迟滞是传感器的一个性能指标,它反映了传感器的机械部分和结构材料方面不可避免的弱点,如轴承摩擦、灰尘积塞、间隙不适当,元件磨蚀、碎裂等。迟滞的大小一般由实验确定:

4. 重复性

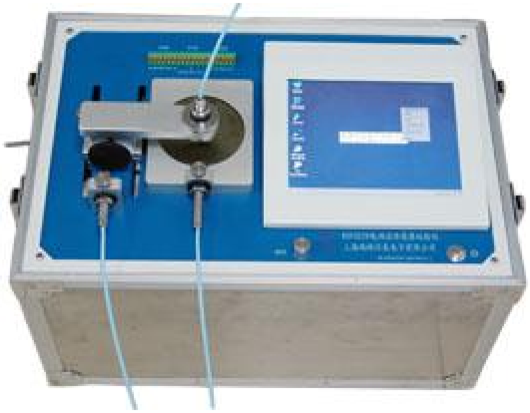
重复性表示传感器在同一工作条件下，被测输入量按同一方向做全程连续多次重复测量时，所得输出值（所得校准曲线）的一致程度。它是反映传感器精密度的一个指标。

5. 其它静态特性参数

- 分辨力
- 阈值
- 稳定性
- 漂移
- 精确度、精密度和准确度

传感器静态特性的标定：（在标准条件下校准）

标准条件下是指没有加速度、振动冲击，环境温度20±5℃（室温），相对湿度≤85%，大气压力10137±7800Pa（760±60mmHg），利用一定等级的标准设备，对传感器反复循环测试。



电涡流式传感器静态特性测量

静态变形模量检测仪

电容式传感器的静态标定

用于各类桥梁静态、动态挠曲度

2.2 动态特性

一、动态参数测试的特殊问题

静态测量：被测信号不随时间变化，测量和记录不受时间限制。

动态测量：被测信号随时间变化。大量的被测信号是动态信号。

对动态信号测量的要求：

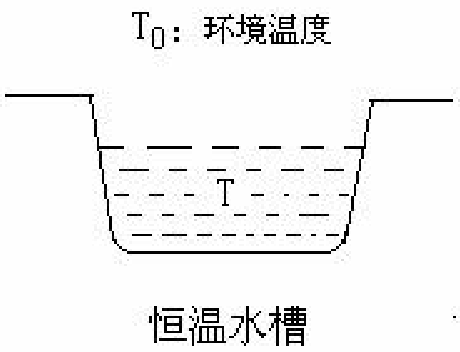
要求传感器能迅速准确地测出信号幅值的大小和无失真地再现被测信号随时间变化的波形。

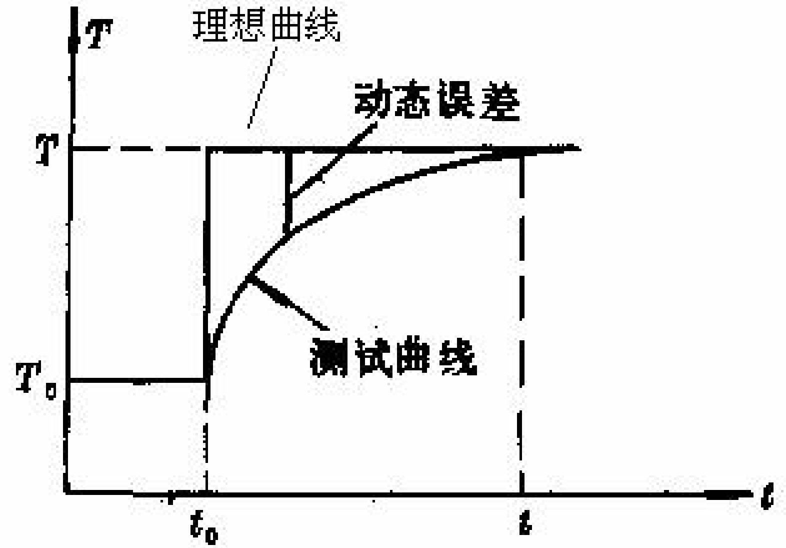
传感器的动态特性是指传感器对激励(输入)的响应(输出)特性。

一个动态特性好的传感器，其输出随时间变化的规律(变化曲线)，将能同时再现输入随时间变化的规律(变化曲线)，即具有相同的时间函数。

输出与输入间的差异就是所谓的动态误差。

例：热电偶测温





热电偶测温过程曲线

存在一个**T0 → T**的过渡过程，产生动态误差，造成测试失真。

原因：传感器中的各种类型的贮能元件引起的暂态过程，能量的传递需要时间。

研究动态特性可以从时域和频域两个方面采用瞬态响应法和频率响应法来分析。经常采用的输入信号为单位阶跃输入量和正弦输入量。

- 动态特性的数学描述
- 线性系统的传递函数
- 传感器的动态特性指标
- 动态相应分析的基本方法
- 典型环节的动态响应特性

一、动态特性的数学模型

1. 微分方程

工程实用的传感器是线性时不变系统，其数学模型为高阶常系数线性微分方程，

$$
a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y
= b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x
$$

其中， x—输入量；

y—输出量；

t—时间；

a_0，a_1，…，a_n和b_0，b_1，…，b_m—系数（由传感器的结构参数决定）。

- 线性时不变系统的基本特性：

(1).叠加性：

$$\sum_{i=1}^{n} x_i(t) \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} y_i(t)$$

(2).频率保持性：

若输入 $x(t)=A\sin\omega t$

则输出 $y(t)=B(\omega)\sin[\omega t+\varphi(\omega)]$

- ♦频率保持ω不变，只是幅度变为$B(\omega)$；
- ♦相位落后$\varphi(\omega)$。

(3).时不变：系统特性不随时间而变。

2. 传递函数*H*(s)

在初始条件为零时，传感器系统的传递函数为：

$$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}$$

式中，$Y(s)=L[y(t)]=\int_0^{\infty} y(t)e^{-st}dt$ ——y(*t*)的拉氏变换；

$X(s)=L[x(t)]=\int_0^{\infty} x(t)e^{-st}dt$ ——*x*(*t*)的拉氏变换；

s=*β*+jω是复变量，且*β*>0。

传递函数*H*(s)与输入*x*(t)无关，由传感器的结构参数决定，是传感器的固有特性。给系统一个简单激励*x*(*t*)，测得系统对*x*(t)的响应*y*(t)，则系统的特性可确定，

$$H(s)=\frac{L[y(t)]}{L[x(t)]}=\frac{Y(s)}{X(s)}$$

对于任意激励*x*(*t*) ⟶ X(s) ⟶ Y(s)=H(s)X(s) ⟶ L^{-1}[Y(s)]=y(*t*)。

二、传感器的动态特性

工业考察方法：

输入标准信号函数

- 频域：输入正弦函数
- 时域：输入瞬态函数(冲激、阶跃、斜坡)

分清频域与时域信号二者之间的联系

1．**频率响应法**—正弦输入信号研究频域动态特性(频率特性)：

- 幅频特性；
- 相频特性；
- 频带宽度（带宽）

$$Y(s)=L[y(t)]=\int_0^{\infty} y(t)e^{-st}dt$$

对于稳定的常系数线性系统，可用傅里叶变换代替拉氏变换，即有：

$$s \to j\omega$$

$$Y(j\omega)=\int_0^{\infty} y(t)e^{-j\omega}dt$$ **—*y*(*t*)的付氏变换；**

$$X(j\omega)=\int_0^{\infty} x(t)e^{-j\omega}dt$$ **—*x*(*t*) 的付氏变换。**

$$H(j\omega)=\frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}=\frac{b_m(j\omega)^m+b_{m-1}(j\omega)^{m-1}+\cdots+b_1(j\omega)+b_0}{a_n(j\omega)^n+a_{n-1}(j\omega)^{n-1}+\cdots+a_1(j\omega)+a_0}=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

***A*(ω)—*H*(jω)的模；**
***φ*(ω)—*H*(jω)的相角。**

$$A(\omega)=|H(j\omega)|=\sqrt{[H_R(\omega)]^2+[H_I(\omega)]^2}$$ **—幅频特性**

$$\varphi(\omega)=\arctan H(j\omega)=-\arctan\frac{H_I(\omega)}{H_R(\omega)}$$ **—相频特性**

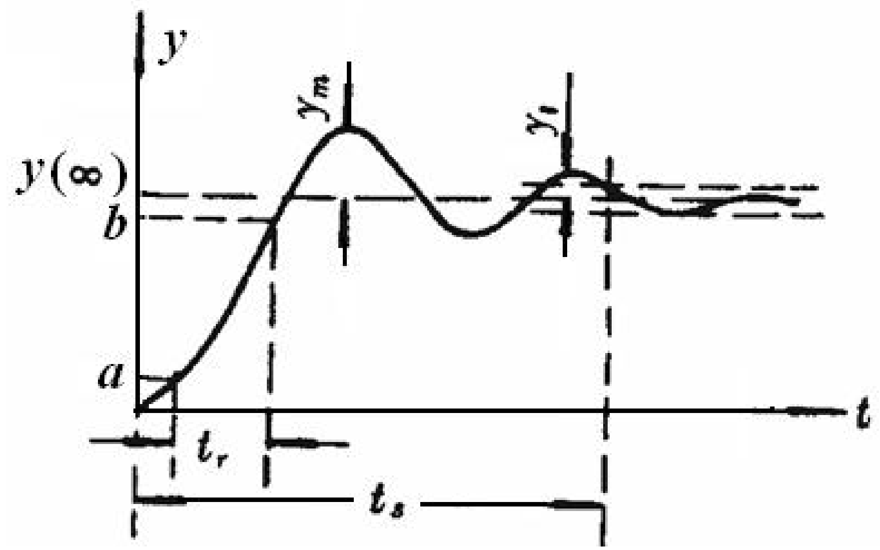
2. 瞬态响应法—瞬态输入信号研究时域动态特性：

- 上升时间t_r
- 响应时间t_s
- 超调量y_m (σ_p)

$$\sigma_P = \frac{y_{max} - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\%$$

- 衰减度ψ

$$\psi = \frac{y_m - y_1}{y_m}$$



阶跃响应特性

a 冲击响应函数

由$H(s)=Y(s)/X(s)$，若选择一激励$x(t)$，使$L[x(t)]=X(s)=1$，则$H(s)=Y(s)$，理想! 这就很自然的想到了单位冲击函数，即δ函数。

$$\Delta(s)=L[\delta(t)]=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)e^{-st}dt=e^{-st}\Big|_{t=0}=1$$

式中，$\delta(t)=\begin{cases}0, t\neq 0\\ 1, t=0\end{cases}$ 为δ函数。

由此可得

$$H(s)=\frac{Y(s)}{\Delta(s)}=Y(s)$$

取其逆拉氏变换，则有

$$h(t)=L^{-1}[H(s)]=L^{-1}[Y(s)]=y_{\delta}(t)$$

单位冲击函数的响应同样可以描述传感器(或测试系统)的动态特性，它同传递函数是等价的，不同的是一个在复频域(β+jω)，一个是在时间域。通常h(t)称为冲击响应函数。

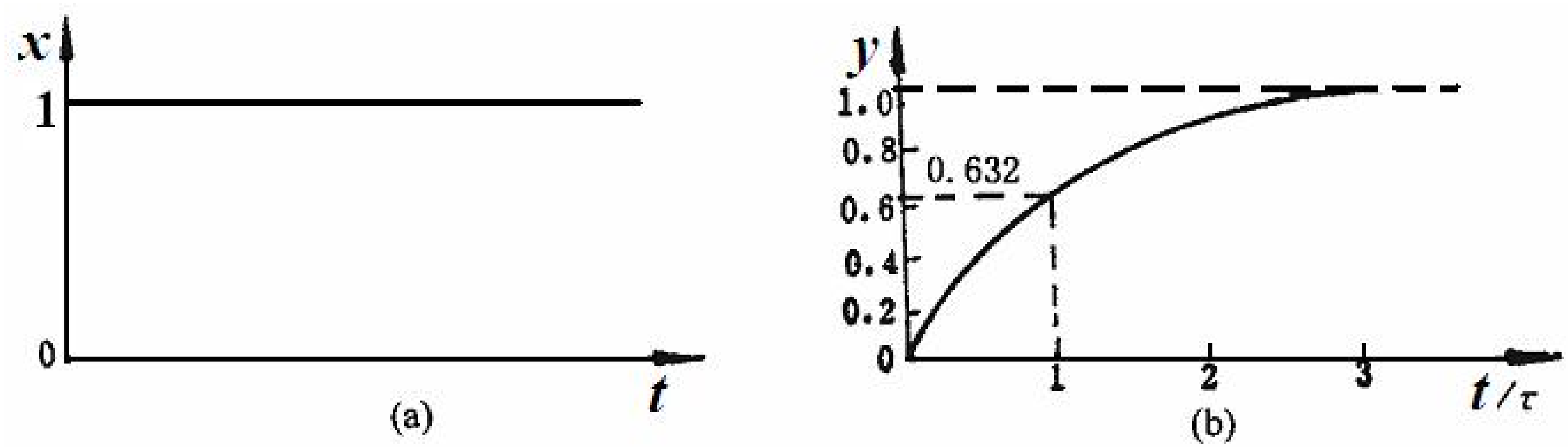
对于任意激励x(t)所引起的响应y(t)，可以利用两个函数的卷积关系，即系统的响应y(t)等于冲击响应函数h(t)与激励x(t)的卷积，即

$$y(t)=h(t)*x(t)=\int_0^t h(\tau)x(t-\tau)d\tau=\int_0^t x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

b.单位阶跃响应

设单位阶跃输入信号为： $x(t) = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 1 & t\geq 0 \end{cases}$

其Laplace变换为： $X(s)=L[x(t)]=\int x(t)e^{-st}dt=1/s$



c. 斜坡函数

思考：为何能用单独的正弦输入或者冲激函数来考察系统的动态响应特性？

2.3 传感器典型环节的频率响应

典型环节方程

$$\begin{cases} a_0 y(t) = b_0 x(t) & \text{零阶} \\ a_1 \dfrac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) & \text{一阶} \\ a_2 \dfrac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \dfrac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) & \text{二阶} \end{cases}$$

1.零阶传感器的频率响应

微分方程：$y(t) = \dfrac{b_0 x(t)}{a_0} = \mathrm{S_n} x(t)$

传递函数：$H(s) = \dfrac{Y(s)}{X(s)} = \dfrac{L[Y(t)]}{L[X(t)]} = S_n$

2.一阶传感器的频率响应

•微分方程： $$a_1\frac{dy(t)}{dt}+a_0y(t)=b_0x(t)$$ $$\frac{a_1}{a_0}\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=\frac{b_0}{a_0}x(t)$$

通用形式: $$\tau\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=Kx(t)$$

式中，τ—传感器的时间常数($\tau= a_1/a_0$)，具有时间量纲；

K—传感器的确静态灵敏度($K=b_0/a_0$)，具有输出/输入量纲。

•传递函数: $$H(s)=\frac{K}{1+\tau s}$$

•频率特性: $$H(j\omega)=\frac{K}{1+j\omega\tau}$$

♦幅频特性 $$A(\omega)=\left|H(j\omega)\right|=\frac{K}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}$$

♦相频特性 $$\varphi(\omega)=\arctan(-\omega\tau)=-\arctan(\omega\tau)$$

●一阶传感器的频率响应特性：

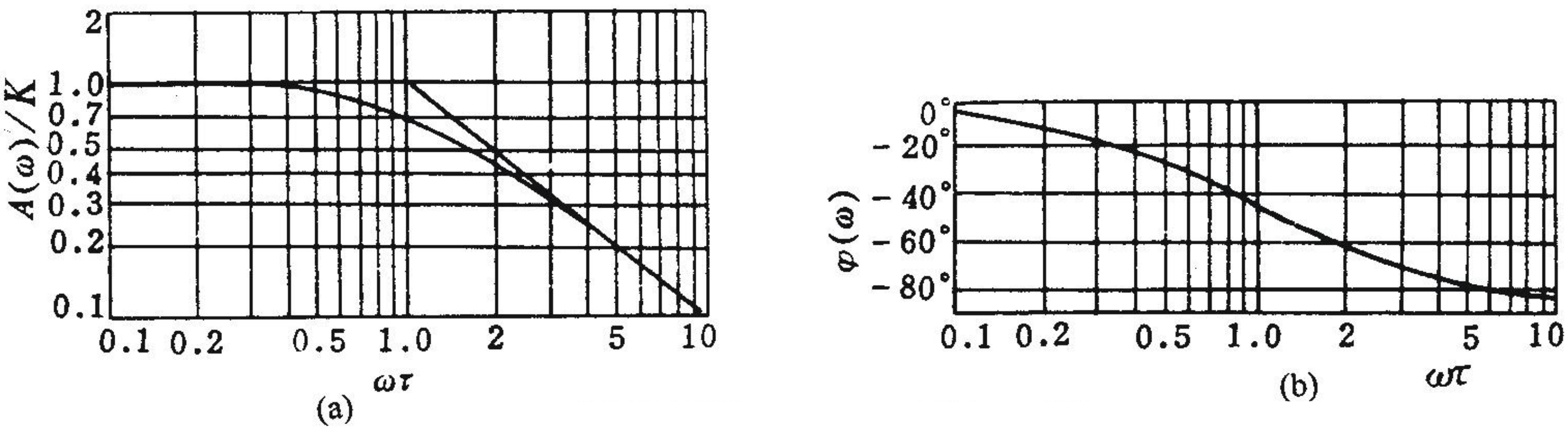


图1-12 一阶传感器的频率特性
(a)幅频特性；(b)相频特性

●分析讨论:

ωτ<<1时， 幅频特性与频率ω无关;

相频特性φ(ω)与频率ω成线性.

- **例1 弹簧-阻尼器机械系统**

  弹簧刚度为*k*，阻尼器的阻尼系数为*c*

- 微分方程：

$$c\frac{dy(t)}{dt}+ky(t)=b_0x(t)$$

改写为

$$\tau\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=Kx(t)$$

式中，τ—时间常数($\tau=c/k$)；

K—静态灵敏度($K=b_0/k$)。

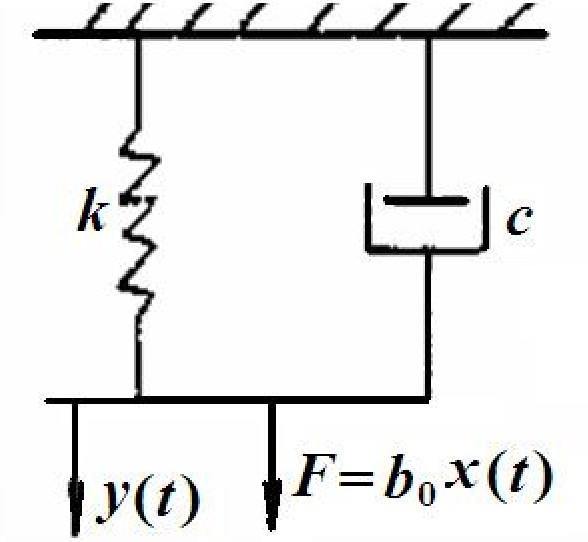


图1-11 弹簧-阻尼系统

3. 二阶传感器的频率响应

•微分方程：

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t)$$

改写为标准形式：

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Kx(t)$$

式中，$\omega_n = \sqrt{a_0 / a_2}$ —传感器的固有角频率；

$\zeta = a_1 / (2\sqrt{a_0 a_2})$ —传感器 的阻尼比；

$K=b_0/a_0$—传感器的静态灵敏度。

传感器动态特性分析

- **传递函数**

$$H(s)=\frac{K}{\frac{1}{\omega_n^2}s^2+\frac{2\zeta}{\omega_n}s+1}$$

- **频率特性**

$$H(j\omega)=\frac{K}{1-(\omega/\omega_n)^2+j2\zeta(\omega/\omega_n)}$$

◆**幅频特性**

$$A(\omega)=\left|H(j\omega)\right|=\frac{K}{\sqrt{\left[1-(\omega/\omega_n)^2\right]^2+4\zeta^2(\omega/\omega_n)^2}}$$

◆**相频特性**

$$\varphi(\omega)=-\arctan\frac{2\zeta(\omega/\omega_n)}{1-(\omega/\omega_n)^2}$$

•二阶传感器的频率响应特性：

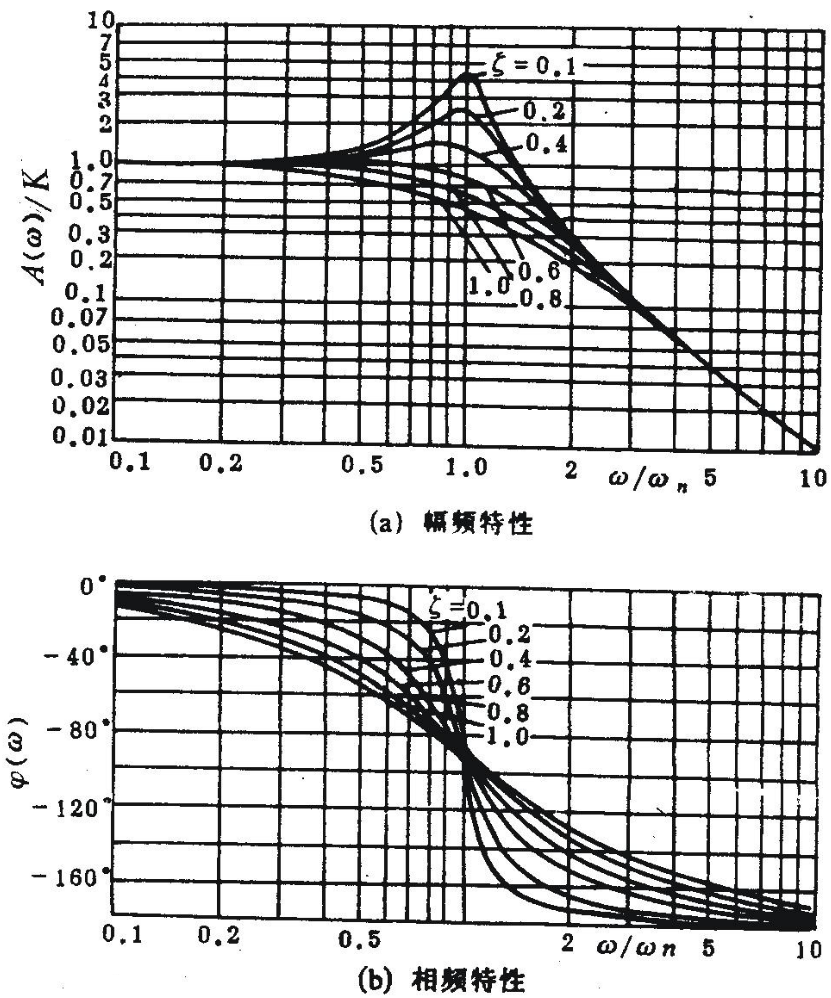
讨论： 当$\xi<1$，$\omega_n>\omega$时：

$A(\omega)/K \approx 1$，频率特性平直，输出与输入为线性关系；

$\varphi(\omega)$很小，且 $\varphi(\omega)$与ω为线性关系。

一般传感器设计时，必须使

$\xi<1(\xi=0.6\sim0.8)$，$\omega_n\geq(3\sim5)\omega$



二阶传感器的频率特性图

- 例 质量-弹簧-阻尼器机械系统

弹簧质量为**m**，刚度为**k**，阻尼器的阻尼系数为**c**

- 微分方程：

$$m\frac{d^2y(t)}{dt^2}+c\frac{dy(t)}{dt}+ky(t)=F(t)$$

改写为一般通式

$$\frac{1}{\omega_n^2}\frac{d^2y(t)}{dt^2}+\frac{2\zeta}{\omega_n}\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=KF(t)$$

式中，**m**—运动质量；**c**—阻尼系数；

k—弹簧刚度；**F(t)**—作用力；

ω_n—固有频率($\omega_n=\sqrt{k/m}$)；

ζ—阻尼比($\zeta=c/(2\sqrt{km})$)；

K—静态灵敏度（**1/k**）；

y(t)—位移。

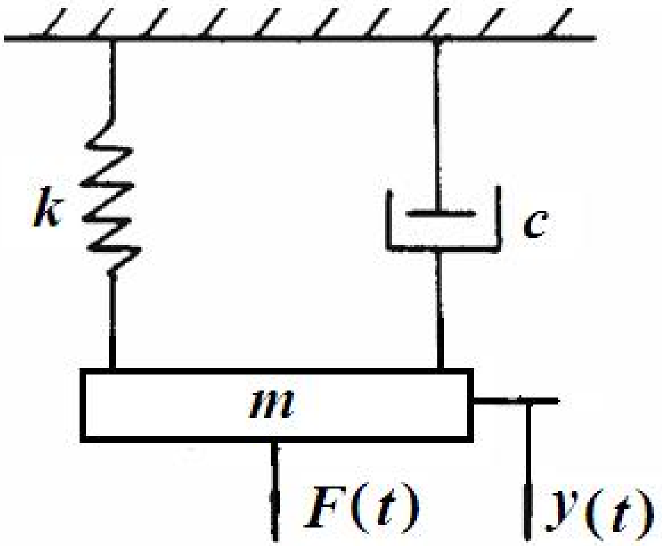
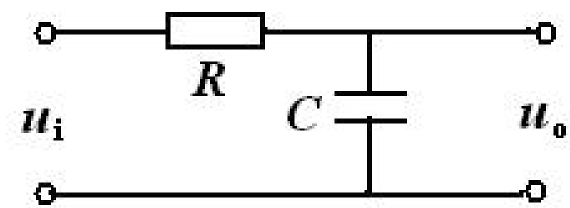


图1 **m-k-c** 二阶传感器系统

附：频率特性的意义

研究RC网络（见附图1）对正弦信号的响应。

稳态输出$u_o(t)$是与$u_i(t)$同频率的正弦振荡，但其振幅和相位与$u_i(t)$不同。



附图1 RC网络电路原理图

$$H(j\omega)=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i}=\frac{1}{1+j\omega\tau}$$ 为RC网络的频率特性

$$|H(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}$$ 为RC网络的幅频特性

$$\varphi(\omega)=-\arctan(\omega\tau)$$ 为RC网络的相频特性