

On considère deux polariseurs, un orienté à 0 et l'autre à un angle de $\pi/2$. Entre ces deux polariseurs, on va considérer N polariseurs, tous avec un angle θ_i . On définit $\Delta\theta_i = \theta_i - \theta_{i-1}$.

D'après la loi de Malus, l'intensité que la lumière polarisée aura après avoir passé un autre polariseur avec une différence d'angle de $\Delta\theta$, sera de $I = I_0 \cos^2(\Delta\theta)$. Ce résultat peut être très simplement modifié pour trouver l'intensité finale après avoir traversé plusieurs polariseurs avec des différences d'angle de $\Delta\theta_i$. Cela nous donnera que:

$$I = I_0 \prod_{i=1}^N \cos^2(\Delta\theta_i)$$

considérons que $\Delta\theta$ est constant, cela nous laisse donc avec:

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{N} \\ \iff \Delta\theta &= \frac{\pi}{2N} \\ \implies I_N &= I_0(\cos^2(\frac{\pi}{2N})) \end{aligned}$$

Depuis maintenant, nous allons considérer que N est un grand nombre (à la fin nous prendrons une limite avec N tend vers infini pour voir ce que cela fait). Pour un petit angle, $\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2}$ d'après le développement limité de rang 2. Et dans notre cas, l'angle est de $\frac{\pi}{2N}$ ce qui sera très petit car N est très grand.

$$\begin{aligned} \cos^2(x) &= (1 - \frac{x^2}{2})^2 = 1 - x^2 + x^4/4 \approx 1 - x^2 \\ \implies \cos^2(\frac{\pi}{2N}) &\approx 1 - \frac{\pi^2}{4N^2} \\ \implies I_N &= I_0(1 - \frac{\pi^2}{4N^2})^N \\ \iff \lim_{N \rightarrow \infty} I_N &= I_0 e^{-\frac{\pi^2}{4N}} = I_0 \end{aligned}$$

Cela veut dire qu'avec une infinité de polariseurs, on peut faire passer toute la lumière d'un polariseur à l'autre même si leur différence d'angle est de $\pi/2$. On peut aussi voir que cette intensité finale est de la forme $e^{-1/x}$ ce qui veut dire que cette intensité augmente assez rapidement avec le nombre de polariseurs à disposition, mais par contre si N est le nombre de polariseurs, alors $\frac{d^2 I}{dN^2} < 0$, cela veut dire que par exemple le centième polariseurs ne sera pas aussi utile que le dixième, même si cette fonction est croissante sur \mathbf{R}_+ . Cela peut donc être très utile pour transférer de la lumière polarisée dans une direction à une autre sans perdre beaucoup d'intensité lumineuse.