Dans ce papier, l'attention sera essentiellement tourné vers les matrices et le patrice de rotation dans le cas continu. Soit $|\psi\rangle$, le vecteur représentant la direction du champ électrique, il y a une autre feuille sur la dérivation de ce vecteur.

Soit $R(\theta)$, la matrice de la rotation du champ électrique par la polarization linéaire. Cette matrice peut être écrite comme:

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \sin(\theta) & \frac{d}{d\theta}\sin(\theta) \\ \cos(\theta) & \frac{d}{d\theta}\cos(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\theta) & \cos(\theta) \\ \cos(\theta) & -\sin(\theta) \end{pmatrix}$$

Nous allons maintenant prendre une valeur $d\theta \to 0$.

$$R(d\theta) = \begin{pmatrix} \sin(d\theta) & \cos(d\theta) \\ \cos(d\theta) & -\sin(d\theta) \end{pmatrix} =_{d\theta\to 0} \begin{pmatrix} d\theta & 1 \\ 1 & -d\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d\theta & 0 \\ 0 & -d\theta \end{pmatrix} + I$$

$$R(d\theta) = d\theta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + I = d\theta J + I$$

On remarque que $J^2 = -I$, ou plus généralement que:

$$J^n = \begin{cases} I & n \equiv 0 \pmod 4 \\ J & n \equiv 1 \pmod 4 \\ -I & n \equiv 2 \pmod 4 \\ -J & n \equiv 3 \pmod 4 \end{cases}$$

$d\theta$ est une partie infinétisémal de θ, donc:

$$\lim_{N\to\infty} \lim_{d\theta\to 0} R(d\theta)^N = R(\theta)$$

$$R(d\theta)^N = (J\theta + I)^N = e^{J\theta}$$

Donc la matrice de la rotation continue se traduit comme une exponentielle de matrice. Avec les séries de Taylor, cette exponentielle s'ecrit comme étant:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{J^n\theta^n}{n!} = I + J\theta - I\frac{\theta^2}{2!} - J\frac{\theta^3}{3!} + I\frac{\theta^4}{4!} ...$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{J^n\theta^n}{n!} = I\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n\theta^{2n}}{(2n)!} + J\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n\theta^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

On peut reconnaître les séries de Taylor pour sin et cos. Donc cela nous amène à la formule d'Euler pour les matrices:

$$e^{J\theta} = I\cos(\theta) + J\sin(\theta)$$

Nous pouvons de cette maniére exprimer la rotation totale que subit la lumière lorsqu'il y a des polariseurs en continu avec des fonctions trigonométriques.