深圳大学期末考试试卷

开/闭卷 闭　　　　A/B 卷 A

课程编号 2213991301-2213991307　课程名称 场论与复变函数　学分 3

命题人(签字)______________ 审题人(签字)__________ ______年____月____日

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	基本题总分	附加题
得分												
评卷人												

一、 判断题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。对的打√，错的打 ×。）

1. $z=0$ 是函数 $f(z)=e^{\frac{2}{z}}$ 的可去奇点．（　　）

2. 若 $\lim\limits_{n\to\infty} z_n=0$，则复数项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} z_n$ 收敛。（　　）

3. 复函数 $f(z)$ 在简单闭曲线 C 所围的闭区域 $\overline{D}$ 内解析，则 $\oint_C \frac{f(z)}{z-z_0}dz=f(z_0)$。（　　）

4. z^b 的各个分支在除去原点和负实轴的复平面内是解析的．（　　）

5. 如果恒有 $\mathrm{rot}\,\bar{A}=\bar{0}$，则称此矢量场为无源场。（　　）

二、 填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1. $f(z)=z^2(e^{z^2}-1)$ 以 $z=0$ 为________级零点。

2. $\mathrm{Res}\left[\frac{e^z}{z^{n+1}},0\right]$=____________。

3. 数量场 $u=x^2z^3+2y^2z$ 在点 $M(2,0,-1)$ 处沿 $\mathbf{l}=2x\mathbf{i}-xy\mathbf{j}+3z^4\mathbf{k}$ 方向的方向导数 ________。

4. $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\left(\frac{z}{4}\right)^n$ 的收敛半径为 ________。

5. 函数 $f(z)=e^{z^2}\sin(z)+\frac{\cos(z)}{z}$，计算 $f'(z)=$____________________________________。

三、计算题（本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 15 分）

（1） $(1+i)^i$

（2） 设 $my^3+nx^2y+i(x^3+lxy^2)$ 为解析函数，试确定 l,m,n 的值。

（3）设 $f(z)=\dfrac{z}{\cos z}$，求留数。

四、计算积分 $\int_C \dfrac{e^z}{z(1+z)^3}dz$，其中 C 是不经过 0 和 -1 的简单光滑闭曲线（注意分 4 种情况讨论）。（16 分）

五、将函数 $f(z)=\dfrac{1}{z^2(z-i)}$ 在以 i 为中心的圆环域内展开为洛朗级数（注意分成两个圆域，即 $0<|z-i|<1$ 以及 $1<|z-i|<+\infty$ 展开）。（14 分）

六、利用留数定理计算 $\oint_C \frac{1}{(z-3)(z^5-1)}.dz$,其中 C 为以 ±2,±2i 为顶点的正方形。（12 分）

七、已知 $\bar{\alpha} = y\bar{i} + 2xy\bar{j} - xz\bar{k}$， $u = z^3 - 2x^2 y$ 试在点 M（-1，-1，1）处计算

（1） $\bar{\alpha} \cdot \mathrm{grad}u$ ；（2） $\bar{\alpha} \times \mathrm{grad}u$ 。（13 分）。

附加题 （**30** 分）

1. 求级数 $f(z)=\frac{1}{z^2}\cos^2\left(\frac{1}{z}\right)+\frac{z}{e^z}$ 在区域 $0<|z|<+\infty$ 内的洛朗展式 。（18 分）

2. 如果级数 $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ 在它的收敛圆圆周上的一点 z_0 处绝对收敛 . 证明它在收敛圆所围的闭区域上绝对收敛。（ 12 分）