

# ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΨΗΦΙΑΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

## Εργαστηριακή Άσκηση 1

Μέλη Ομάδας (DSD053):

- 1) Πέτρος Βάρφης (Υπεύθυνος Ομάδας), AM:3180017,  
EMAIL: petervarfis@gmail.com
- 2) Χρήστος Πέκος, AM:3180153,  
EMAIL: xristospekos2000@hotmail.com
- 3) Κομνάς Καφάσης, AM:3190081,  
EMAIL: komnas2011@gmail.com

## Πρόβλημα 1

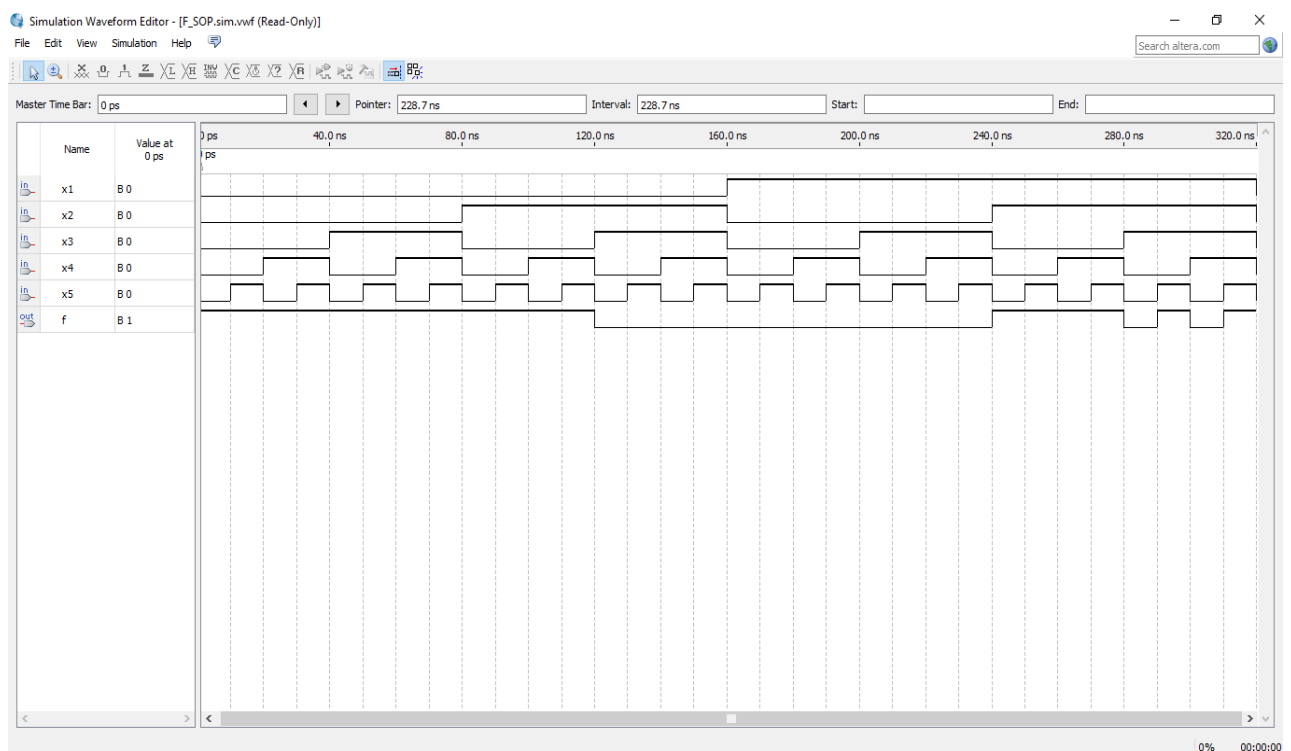
- a) Οι δύο μορφές **SOP** και **POS** που παίρνουμε απ' την συνάρτηση  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 7, 8, 24, 25, 26, 29, 31) + D(5, 6, 9, 10, 11, 27)$ , είναι αντίστοιχα οι:
- $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1'x_2' + x_2x_3' + x_1x_2x_5$** , η οποία προκύπτει από τους όρους **m0, m1, m2, m3, m4, m5, m6, m7** για την ομάδα  $x_1'x_2'$ , **m8, m9, m10, m11, m24, m25, m26, m27** για την ομάδα  $x_2x_3'$  και **m25, m27, m29, m31** για την ομάδα  $x_1x_2x_5$ . Η μορφή POS είναι η :
- $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (x_1 + x_2' + x_3')(x_1' + x_2)(x_2' + x_3' + x_5)$**  όπου έχουμε τους όρους **m12, m13, m14, m15** για την ομάδα  $x_1 + x_2' + x_3'$ , **m16, m17, m18, m19, m20, m21, m22, m23** για την ομάδα  $x_1' + x_2$  και τέλος έχουμε τους όρους **m12, m14, m28, m30** για την ομάδα  $x_2' + x_3' + x_5$ . Το συνολικό κόστος για την μορφή SOP είναι 14:
- 2 πύλες AND δύο εισόδων
  - 1 πύλη AND τριών εισόδων
  - 1 πύλη OR τριών εισόδων
  - 10 είσοδοι συνολικά για τις 4 πύλες

Το συνολικό κόστος για τη μορφή POS είναι 15:

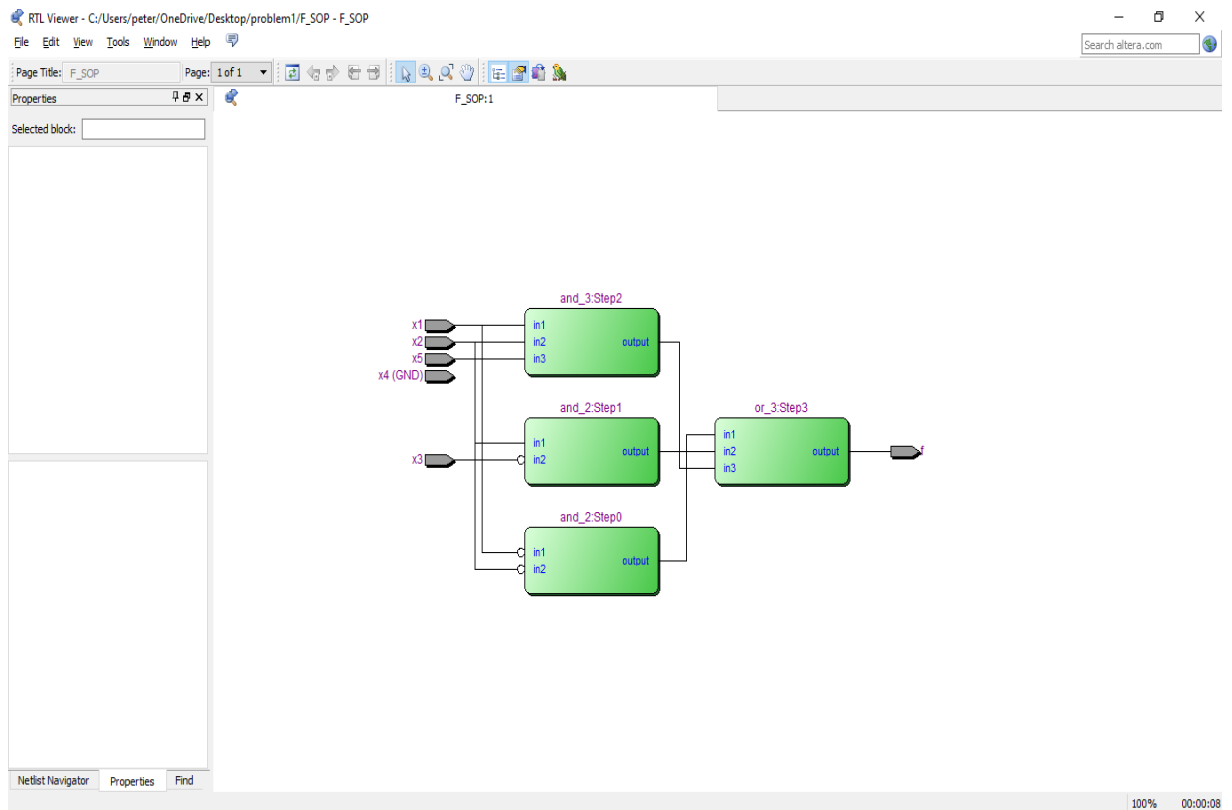
- 2 πύλες OR τριών εισόδων
- 1 πύλη OR δύο εισόδων
- 1 πύλη AND τριών εισόδων
- 11 είσοδοι συνολικά για τις 4 πύλες

Αν δούμε τις δύο παραπάνω μορφές αναπαράστασης θα παρατηρήσουμε ότι η SOP Έχει λιγότερο κόστος απ'την POS, και γι' αυτό το λόγο θα τη μελετήσουμε.

b) Η κυματομορφή που προκύπτει απ' την λειτουργική προσομοίωση παρατίθεται παρακάτω:



c) Το RTL διάγραμμα που προκύπτει είναι το παρακάτω:



## Πρόβλημα 2

- α) Κάνουμε τον πίνακα τιμών της συνάρτησης  $f$  τεσσάρων μεταβλητών ο οποίος είναι ο ακόλουθος:

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$f$
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1

0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

Παρατηρούμε ότι η  $f$  ισούται με 1 για τους minterms:

$m_3, m_5, m_6, m_7, m_9, m_{10}, m_{11}, m_{12}, m_{13}, m_{14}$

Άρα  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum m(3, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14)$

Οπότε κάνουμε τον πίνακα Karnaugh για την συνάρτηση  $f$  και ομαδοποιούμε ως εξής:

1η ομάδα:  $m_3, m_7$

2η ομάδα:  $m_5, m_{13}$

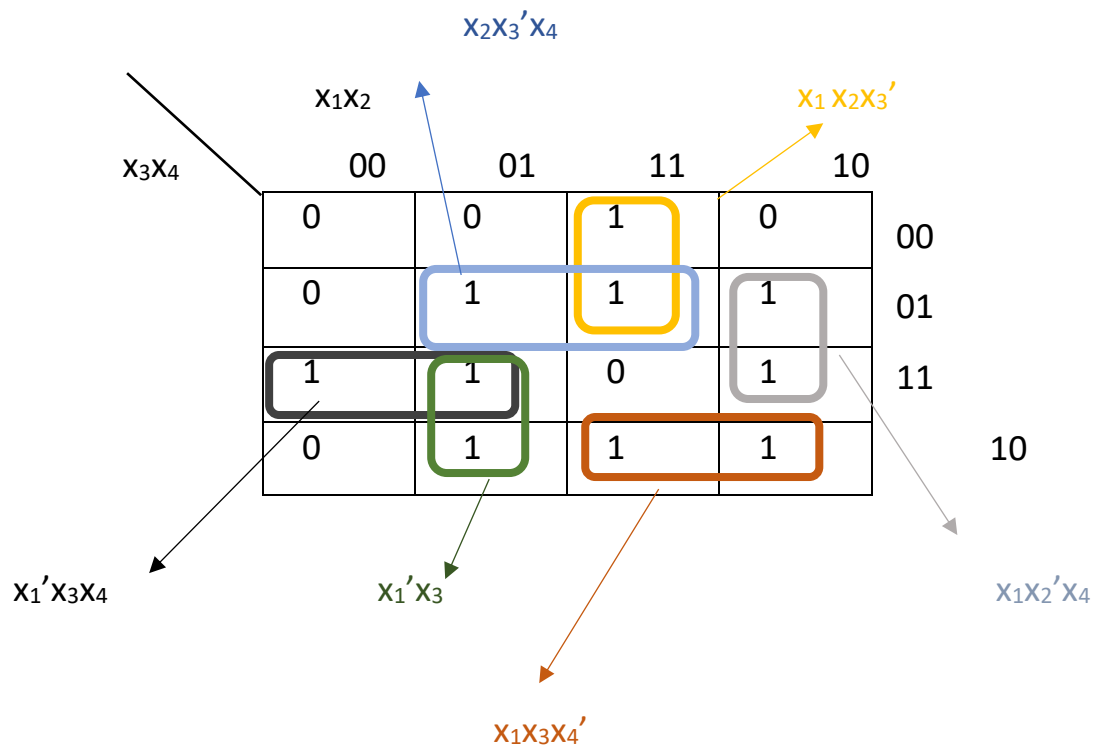
3η ομάδα:  $m_6, m_7$

4η ομάδα:  $m_9, m_{11}$

5η ομάδα:  $m_{12}, m_{13}$

5η ομάδα:  $m_{10}, m_{14}$

Ο πίνακας Karnaugh και ο όρος που αντιστοιχεί για κάθε ομάδα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Άρα η συνάρτηση  $f$  με τη μορφή SOP είναι :  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_3x_4' + x_1x_2'x_4$

+  $x_1'x_3x_4 + x_2x_3'x_4 + x_1x_2x_3' + x_1'x_3$

Επίσης σε αυτή τη περίπτωση έχουμε:

- 1 πύλη OR έξι εισόδων
- 5 πύλες AND τριών εισόδων
- 1 πύλη AND δύο εισόδων
- 17 εισόδους για τις πύλες AND
- 6 εισόδους για τη πύλη OR

Άρα το κόστος είναι 30

Αντίστοιχα κάνουμε τον πίνακα Karnaugh για να βρούμε την μορφή POS της  $f$  και ομαδοποιούμε τα 0 ως εξής:

1η ομάδα:  $M_0, M_4$

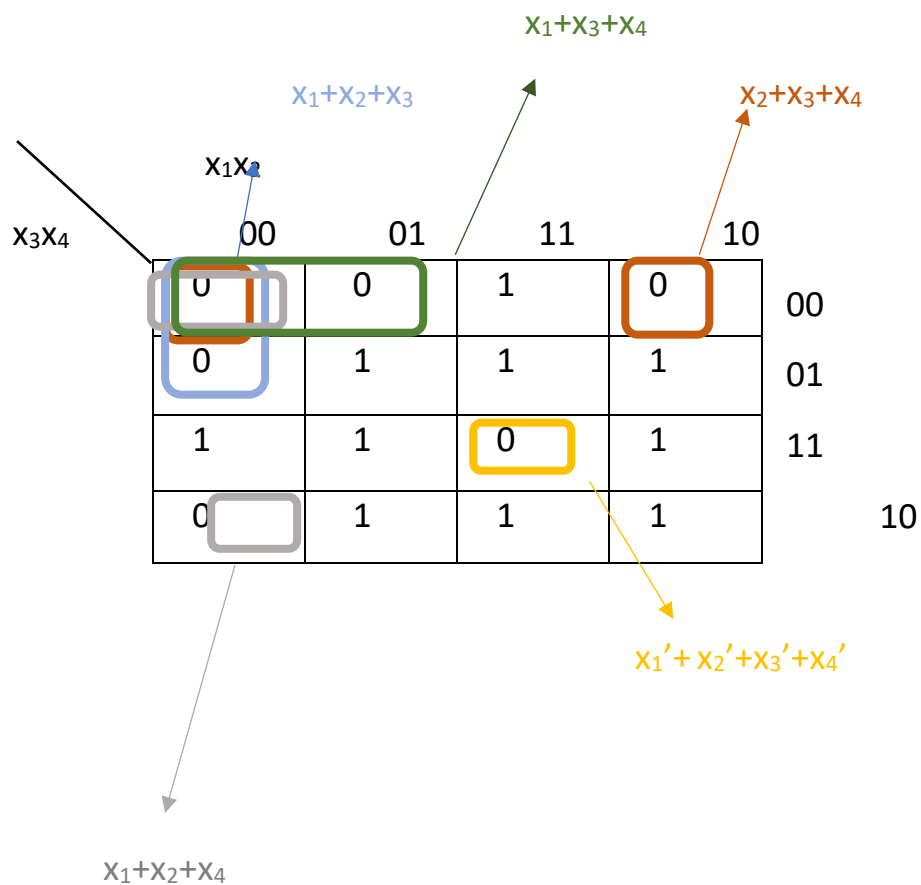
2η ομάδα:  $M_0, M_1$

3η ομάδα:  $M_1, M_8$

4η ομάδα:  $M_{15}$

5η ομάδα:  $M_2, M_0$

Ο πίνακας Karnaugh και ο όρος που αντιστοιχεί για κάθε ομάδα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Άρα η συνάρτηση  $f$  με τη μορφή POS είναι :  $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1+x_2+x_3)(x_1+x_2+x_4)(x_1+x_3+x_4)(x_1'+x_2'+x_3'+x_4')(x_2+x_3+x_4)$

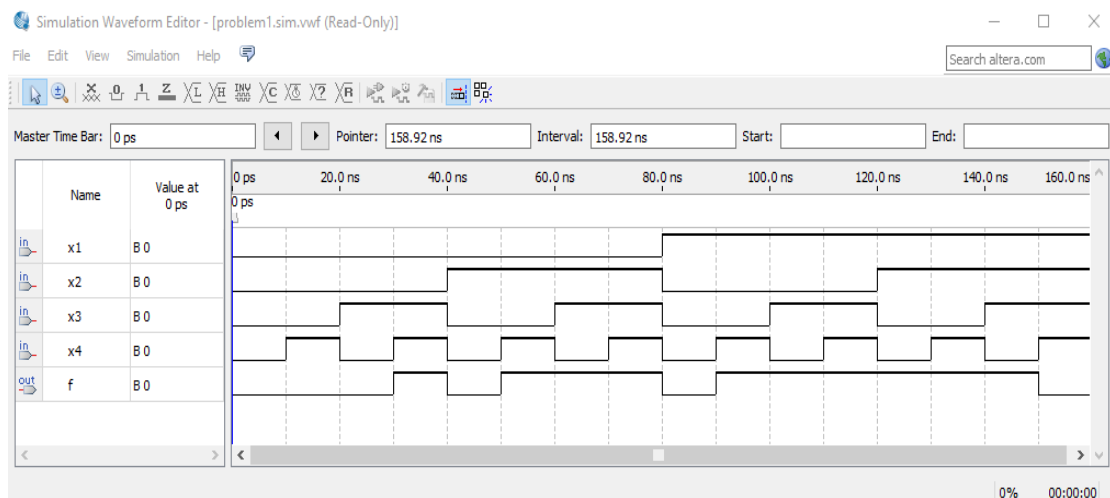
Επίσης σε αυτή τη περίπτωση έχουμε:

- 1 πύλη AND πέντε εισόδων
- 4 πύλες OR τριών εισόδων

- 1 πύλη OR τεσσάρων εισόδων
- 16 εισόδους για τις πύλες OR
- 5 εισόδους για τη πύλη AND

Άρα το κόστος είναι 26. Οπότε η μορφή POS ελαχίστου κόστους της συνάρτησης  $f$  έχει λιγότερο κόστος και αυτή είναι η συνάρτηση ελαχίστου κόστους.

γ) Για την συνάρτηση  $f$  5 μεταβλητών έχουμε  $2^4 = 16$  δυνατούς συνδυασμούς, άρα το διάστημα στο οποίο θα αναπαρασταθούν οι κυματομορφές είναι τα  $16 \cdot 10 = 160$  ns. Έτσι προκύπτει η ακόλουθη κυματομορφή:



Το διάγραμμα επαληθεύεται και από τον πίνακα τιμών

### Πρόβλημα 3

a)

Με βάση το διάγραμμα χρονισμού που μας δίνεται, σχεδιάζουμε τον πίνακα αλήθειας:

x1	x2	x3	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Με την βοήθεια του πίνακα αλήθειας, σχεδιάζουμε τον πίνακα Karnaugh.

Ως ομάδες παίρνουμε:

**1η ομάδα: m2,m3,m6,m7**



(Σε αυτή την ομάδα μόνο το  $x_2$  παραμένει σταθερό (είναι πάντα 1)

**2η ομάδα:  $m_1, m_3$**

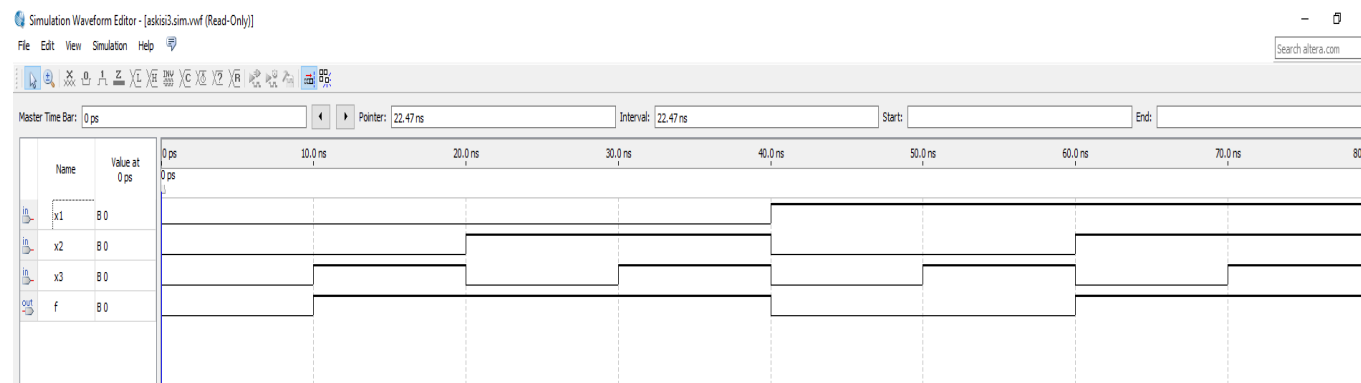
(Σε αυτή την ομάδα μόνο το  $x_1$  και το  $x_3$  παραμένουν σταθερά ( το  $x_1$  είναι πάντα 0 ενώ το  $x_3$  είναι πάντα 1)

Έτσι, προκύπτει ο τύπος:

$$f = x_2 + x_1'x_3$$

b)

Πράγματι, η κυματομορφή που προκύπτει είναι ίδια με αυτή που δίνεται:



c)

το rtl διάγραμμα που προκύπτει είναι:

