

Lista de Exercícios 3 de Álgebra Linear Computacional

Prof.: Fabrício Murai e Letícia Pereira Pinto

Informações importantes:

- Data de entrega: até 23:59 do dia 03/04/2019.
- Questões podem ser discutidas entre até três alunos. Nomes dos colegas precisam ser listados. Contudo, a escrita das soluções e submissão deve ser feita individualmente.
- Submissão deve ser feita em formato PDF através do Moodle, mesmo que tenham sido resolvidas a mão e escaneadas.
- Todas as soluções devem ser justificadas.

1. Escreva uma função python que recebe m como entrada e executa os seguintes passos:

- (i) gera uma matriz aleatória $W_{m \times 4}$ (função `numpy.random.randn`),
- (ii) divide cada uma das entradas por \sqrt{m} (salva resultado em \tilde{W}),
- (iii) calcula $Z = \tilde{W}^\top \times \tilde{W}$, (iv) imprime Z ,
- (iv) calcula a norma Frobenius da diferença entre Z e a matriz identidade $I_{4 \times 4}$.

(a) Na solução deste subitem você deve apenas incluir o código.

(b) Qual a norma da diferença obtida para $m = 100$? E para $m = 10000$?

(c) O que podemos dizer sobre a matriz \tilde{W} ?

2. Seja $x = (1, 2, 3)^\top$.

(a) Calcule a projeção x_u de x em $u = (1, 1, 0)^\top$ e a projeção x_v de x em $v = (1, -1, 1)^\top$.

(b) Por que é que a projeção de x no espaço S gerado por $\{u, v\}$ (ou seja, $x_u + x_v$) é diferente de x ?

3. Considere o conjunto de dados abaixo com as notas de 5 estudantes em 4 disciplinas. Calcule a matriz de covariância.

Estudante	GAAL	PDS1	Cálculo 1	ALC
1	90	80	60	95
2	65	75	90	70
3	40	90	60	55
4	80	60	59	75
5	60	100	80	80

4. Suponha $m > n$. Vamos abreviar linearmente independente por LI. Assinale V ou F.

() Um conjunto de n vetores ortogonais em \mathbb{R}^m é sempre LI.

() Um conjunto de n vetores LI em \mathbb{R}^m é sempre formado por vetores ortogonais.

() É possível obter vetores $v_1, v_2, \dots, v_m \in \mathbb{R}^n$ LI.

() Uma base formada pelos vetores LI $v_1, v_2, \dots, v_n \in \mathbb{R}^m$ gera um subespaço de \mathbb{R}^m .

() A projeção de um vetor x em um subespaço de \mathbb{R}^m é sempre diferente de x .

() Seja x_S a projeção de um vetor unitário $x \in \mathbb{R}^m$ no subespaço vetorial S . É possível que $\|x_S\| > \|x\|$.

5. **LEMBRETE:** Não deixe de submeter também a lista "Exercícios Práticos 3 (EP3)" pelo Moodle.