R P

$$C = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

1 zestaw, zadania ze strony

Zaliczenia laboratoriów i wykładów.

Na ostatnim 10 pytań.

W trakcie 2 sprawdziany po 2 punkty.

Podejście do tablicy 0.5 pkt.

7 pkt to 3

Dobra ocena z labów to bonus do wykładów.

Tablice: rozkładu Poison - 1 kolos

do wydrukowania rozkładu normalnego - 2 kolos

Zadanie 1.1.

a) $\Omega = \{(O,O,O), (R,R,R), (R,O,O), (R,R,O), (O,R,O), (O,O,R), (R,O,R), (O,R,R)\}$

$\Omega = \{(w_1, w_2, w_3) : w_i \in \{O,R\}, i = 1,2,3\}$

$A_1 = \{(O,R,R), (O,O,R), (O,R,O), (O,O,O)$

$A = (A_1 \cap A_2' \cap A_3') \cup (A_1' \cap A_2 \cap A_3') \cup$
$\cup (A_1' \cap A_2' \cap A_3)$

$C = A_1 \cap A_2' \cap A_3'$

Zadanie 1.2

5 białych, 3 czarne kule

Wyciągamy losowo 2 kule

$$\overline{\Omega} = \binom{8}{2} = \frac{8!}{2!\,6!} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$$

a) wylosowano kule białe

$$\overline{A} = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10 \quad P(A) = \frac{10}{28}$$

b) kule jednego koloru

$$\overline{B} = \binom{5}{2} + \binom{5}{3} = 10 + 3 = 13 \quad P(B) = \frac{13}{28}$$

c) $\overline{C} = \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1} = 15 \quad P(C) = \frac{15}{18}$

1.3. 6 mężczyzn, 2 kobiety

a) panie będą obok siebie

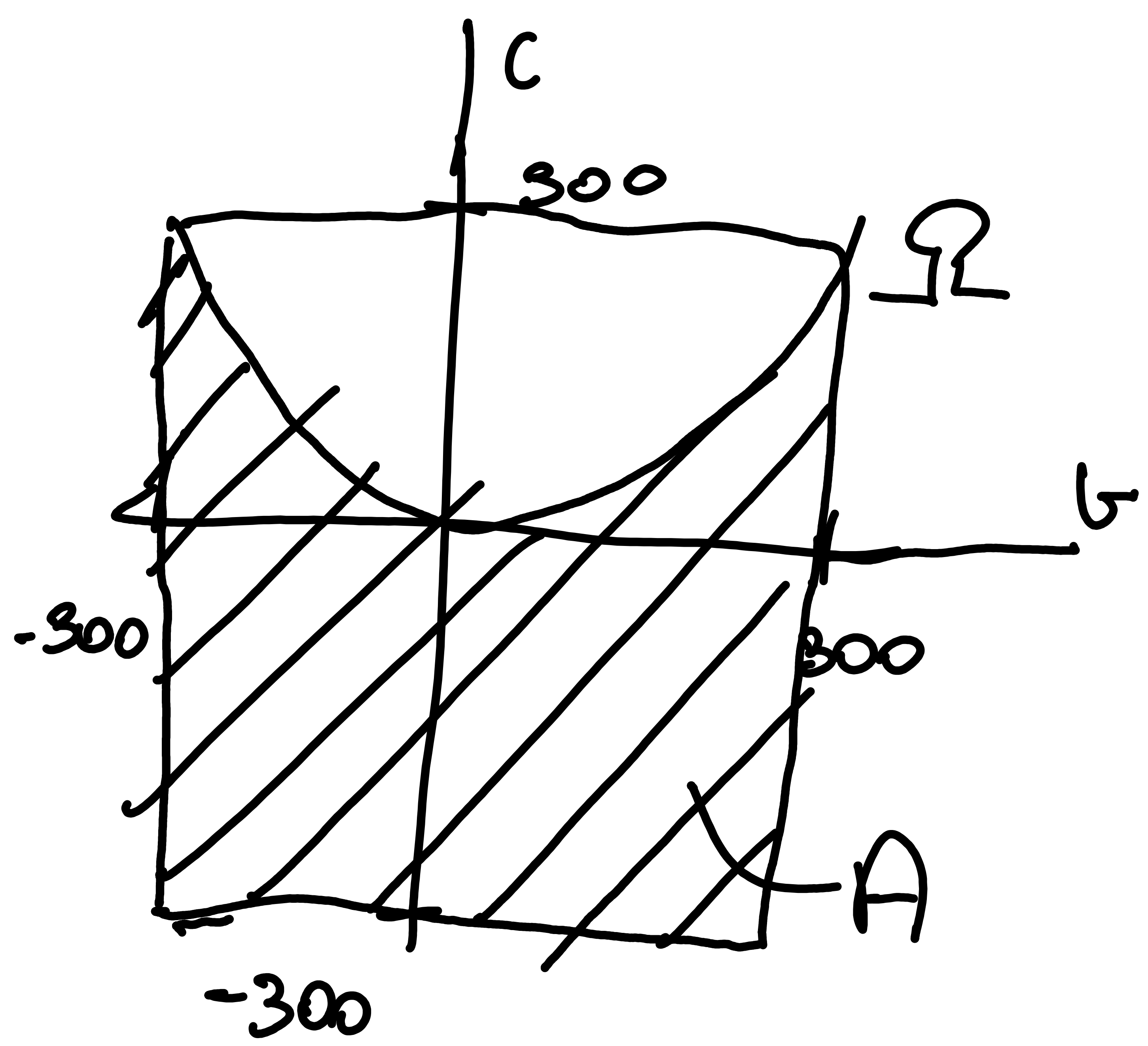
$$P(A) = \frac{7! \cdot 2!}{8!} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$ $\overline{\Omega} = 8!$

b) $\overline{B} = 5 \cdot \binom{6}{2} \cdot 2! \cdot 2! \cdot 4!$

$$P(B) = \frac{5! \cdot 4 \cdot 15}{8!} = \frac{5}{28}$$

Klasyczna definicja prawdopodobieństwa

1.6. $[-300, 300]$ wybrano losowo liczby b, c. Obliczyć prawdopodobieństwo, że równanie $75x^2 + bx + c = 0$ ma pierwiastki rzeczywiste.



$\Delta > 0$

$b^2 - 300c \geq 0$

$b^2 \geq 300c \quad | : 300$

$c \leq \frac{b^2}{300}$

$$P_1 = \int_0^{300} \frac{b^2}{300} \, db = \left(\frac{1}{300} \cdot \frac{b^3}{3}\right)\Bigg|_0^{300} = \frac{90\,000}{3} = 30000$$

$$P(A) = \frac{600 \cdot 30 + 30\,000 \cdot 2}{600^2} = \frac{2}{3}$$

geometryczne prawdopodobieństwo

1.8. Niech $P(A) = 0.35$, $P(B) = 0.4$,

$P(A \cup B) = 0.45$

a) $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.75 - 0.45 = 0.3$

b) $P(A' \cap B) = P(B - (A \cap B)) = P(B) - P(A \cap B) = 0.1$

c) $P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 0.55$

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.3$

$P(A' \cap B) = P(B - (A \cap B)) = 0.1$

$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 0.55$

1.7a

Niech $P(A)=0.3$, $P(B)=0.5$, $P(C)=0.6$

$P(A\cap B)=0.1$, $P(C\cap B)=0.3$, $P(A\cap C)=0.2$,

$P(A\cap B\cap C)=0.05$

Oblicz $P(A\cup B\cup C)$

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-$$

$$P(A\cap B)\ldots+P(A\cap B\cap C)=\ldots$$

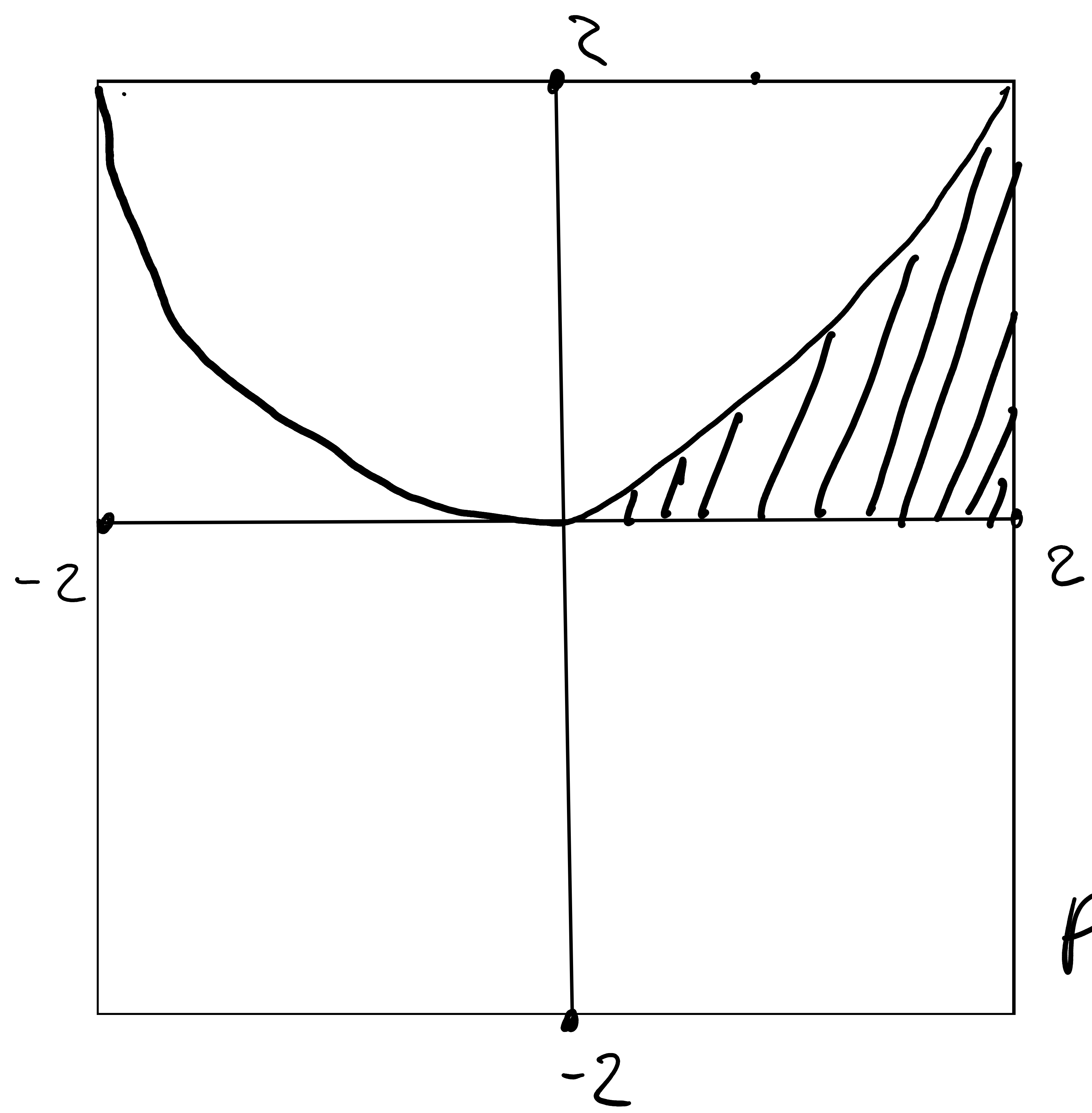
Prawdopodobieństwo warunkowe

całkowite

Bayesa

Niezależność zdarzeń

1.6 b



$\overline{\Omega} = 4^2 = 16$

$\overline{x^2 \leq y+2}$

$\overline{y \geq x^2 - 2}$

$P_1 = \int_0^2 x^2 dx = \frac{1}{3} \cdot 8 = \frac{8}{3}$

$P(A) = \frac{16 - 2\frac{8}{3}}{16} = \frac{\frac{32}{3}}{16} = \frac{2}{3}$

1.9 b A) Prawdopodobieństwo wyrzucenia więcej niż 3 oczek na pierwszej kostce.

B) Łączny wynik mniejszy niż 6.

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{10}$

$\overline{\Omega} = 36$, $\overline{B} = 10$, $P(B) = \frac{10}{36}$

$A \cap B = 1$,

$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$

Czy są niezależne

$\underset{\frac{1}{36}}{P(A \cap B)} \neq \underset{\frac{1}{2}}{P(A)} \cdot \underset{\frac{10}{36}}{P(B)}$

A i B są zależne

1 1	1 2	2 1	
1 2		2 2	
1 3		2 3	
1 4		2 4	
1 5		3 3	

1.10 53% to panie

12% panów nie zaliczyło

9% pań nie zaliczyło

A) Oblicz prawdopodobieństwo, że losowy student nie zdał.

B) Losowy student nie zaliczył sesji. Jaka jest szansa, że to pani?

N – n. zal sesja

M – pan

K – pani

a) $P(N) = P(N|K) \cdot P(K) + P(N|M) \cdot P(M)$

$= 0.09\% \cdot 0.53\% + 0.12 \cdot 0.47 =$

$= 0.0477 + 0.0564 = 0.1041.$

B) $P(N|K) = \dfrac{P(N|K) \cdot P(K)}{P(N)} = \dfrac{0.0477}{0.1041} = 0.458\ldots$

Praca domowa: 1.12, 1.15

1.13 Osoby rzucają monetą, kto ma jakie szanse na wygraną?

A_i - orzeł w i-tym rzucie

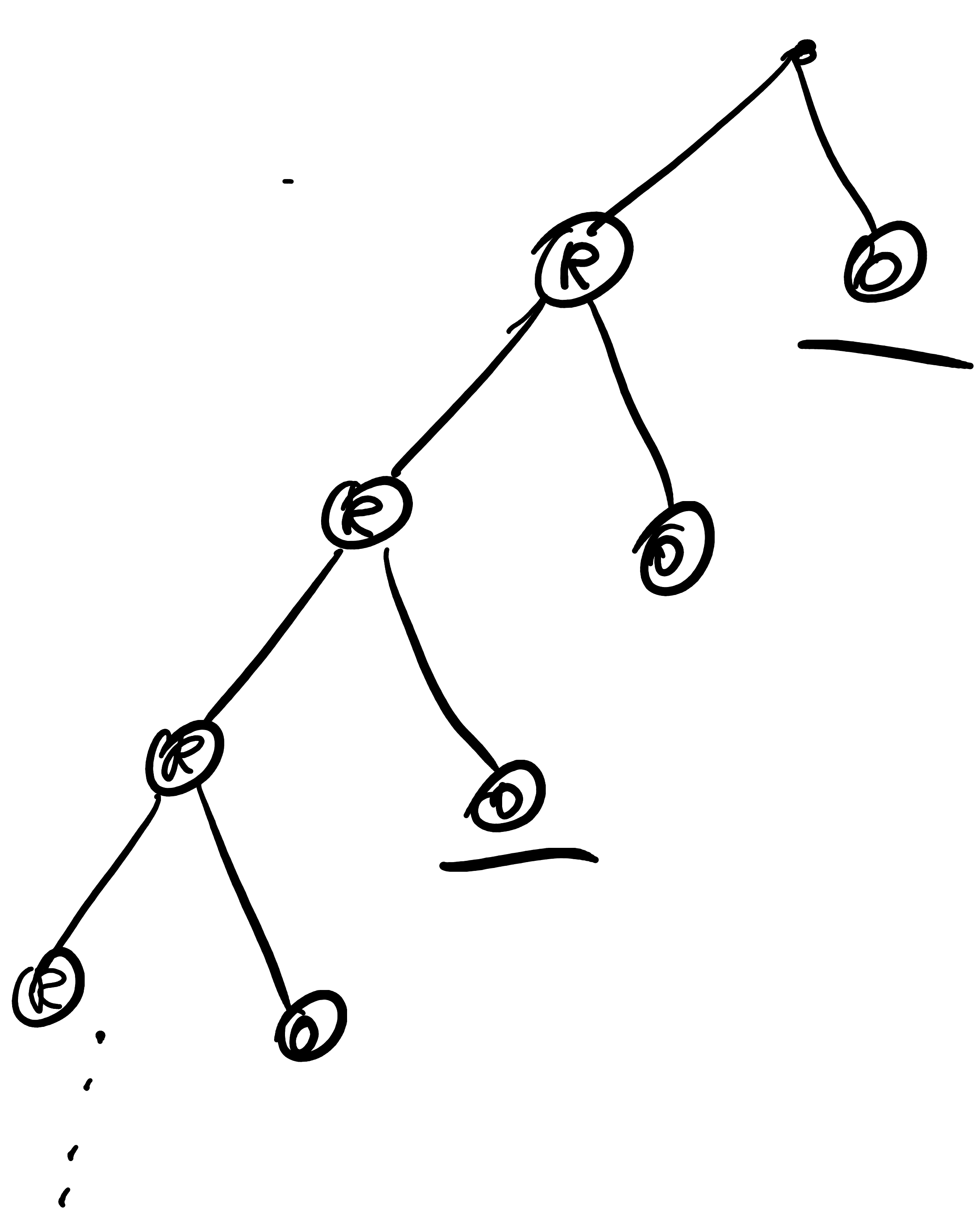
W_i - wygrał gracz 1.

$$P(W_i) = P(A_1 \cup (A_1' \cap A_2' \cap A_3) \cup \ldots =$$

$$= P(A_1) + P(A_1') \cdot P(A_2') \cdot P(A_3) + \ldots =$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 + \ldots = \frac{\frac{1}{2}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{2}{3}$$

$$P(W_{II}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$



$$P(W_1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} \ldots = \frac{\frac{1}{2}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{2}{3}$$

1.14 Niezawodność 0.9

Ile obwodów potrzeba, aby niezawodność obwodów wyniosła conajmniej 0.9999?

A_i - i-ty obwód działa

Opcja 1)

$P(N) = P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \dots A_n) = P((A_1' \cap A_2' \cap A_3' \dots A_n')') =$

$= 1 - P(A_1' \cap A_2' \cap A_3' \dots A_n') = 1 - 0.1^n \geq 0,9999$

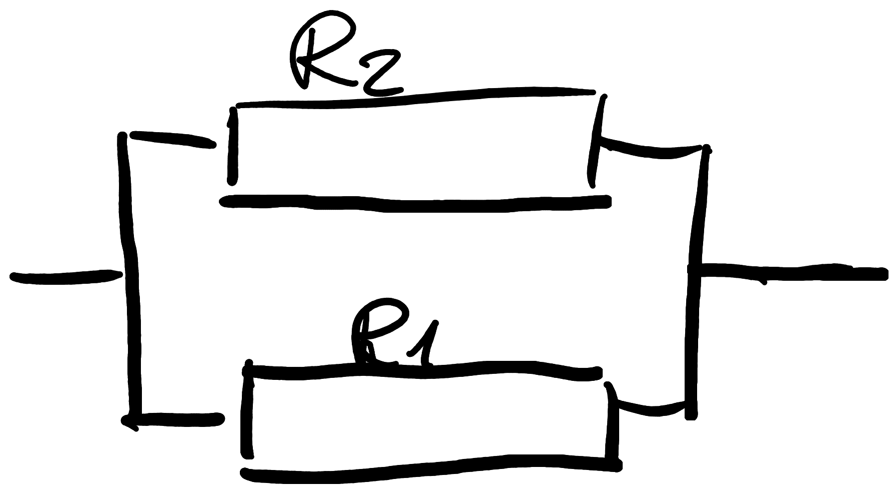
$0.1^n \leq 0,0001 = 0.1^4, \quad n \geq 4.$

Opcja 2)

$P(Z) = (A_1' \cap A_2' \cap A_3' \dots A_n') = 0.1^n$

$0.0001 \geq 0.1^n \Rightarrow n \geq 4$

1.15 a)



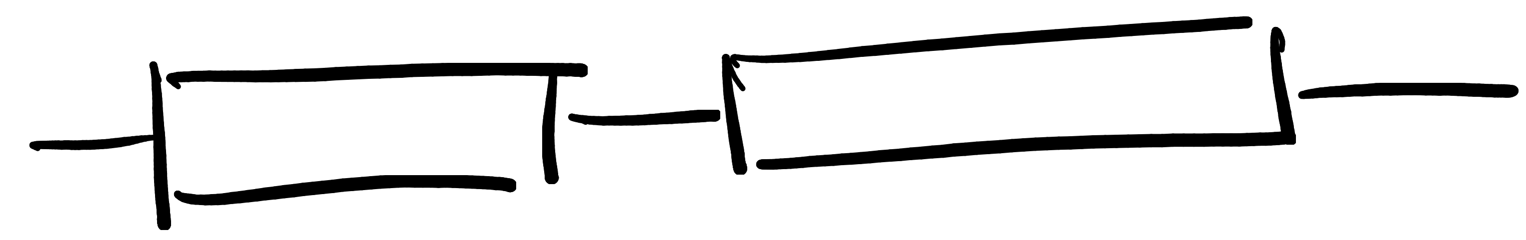
$P(N) = P(R_1 \cup R_2) =$

$= P(\overline{\bar{R}_1 \cap \bar{R}_2}) =$

$= 1 - P(\bar{R}_1) \cdot P(\bar{R}_2) =$

$= 1 - P(1-R_1)(1-R_2)$

b)



$P(N) = P(R_1 \cap R_2) =$

$= P_1 \cdot P_2$

1.19 Maszyny mają szansę na zepsucie się równą 0.4, 0.3, 0.2.

Oblicz prawdopodobieństwo, że

a) pracuje tylko jedna maszyna

b) pracują dwie maszyny

c) pracują wszystkie maszyny

A_i – i-ta maszyna pracuje

$$P(A) = P\left[(A_1 \cap A_2' \cap A_3') \cup (A_1' \cap A_2 \cap A_3') \cup (A_1' \cap A_2' \cap A_3)\right]$$

$$= P(A_1) \cdot P(A_2') \cdot P(A_3') + P(A_1') \cdot P(A_2) \cdot P(A_3') + P(A_1') \cdot P(A_2') \cdot P(A_3)$$

$$= 0.6 \cdot 0.3 \cdot 0.2 + 0.4 \cdot 0.7 \cdot 0.2 + 0.4 \cdot 0.3 \cdot 0.8$$

Zmienna losowa

Parametry zmiennej losowej.

Zestaw 2.

2.1

x_k	-1	0	~~1~~	2
p_k	$1/3$	$1/6$	~~k~~	$1/2$

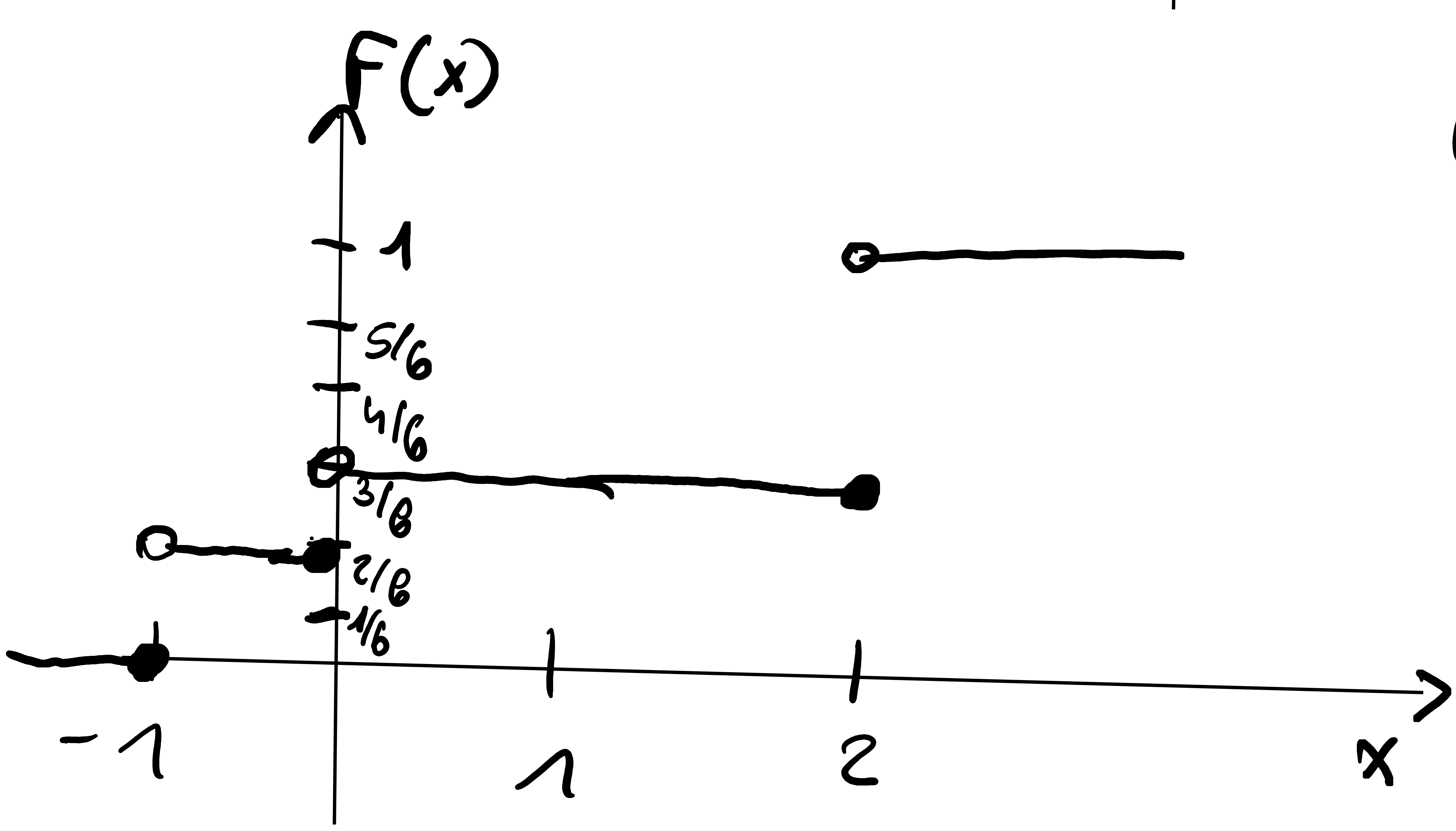
$k + 1/3 + 1/6 + 1/2 = k + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = 1 + k$ – zgodne

$k = 0$

Dystrybuanta:

a)

x_i	$(-\infty, -1\rangle$	$(-1, 0\rangle$	~~$(0,1\rangle$~~	$(0, 2\rangle$	$(2, \infty)$
$F(x)$	0	$2/6$	~~$3/6$~~	$3/6$	1



b) $P(X > 0) = 1/2$

$P(X \geq 0) = 2/3$

$P(|X| \geq 1) = 5/6$

2.1 − 2

x_k	-1	0	2
p_k	$2/6$	$1/6$	$3/6$

wartość oczekiwana

$$EX = -\frac{2}{6} + 0 + 2\cdot\frac{3}{6} = \frac{2}{3}$$

wariancja

$$D^2X = EX^2 - (EX)^2$$

$$EX^2 = 1\cdot 2/6 + 0 + 4\cdot 3/6 = 2\tfrac{1}{3}$$

$$D^2X = 2\tfrac{1}{3} - \frac{4}{9} = \frac{21}{9} - \frac{4}{9} = \frac{17}{9}$$

Mediana to kwantyl $X_{0.5}$

2.2−2

$$kurt = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$\mu_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^3 \cdot n_i$$

$$\mu_4 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^4 \cdot n_i$$

n_i − liczebność klasy

$$2.5 \quad f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{dla innych} \end{cases}$$

NA TEŚCIE

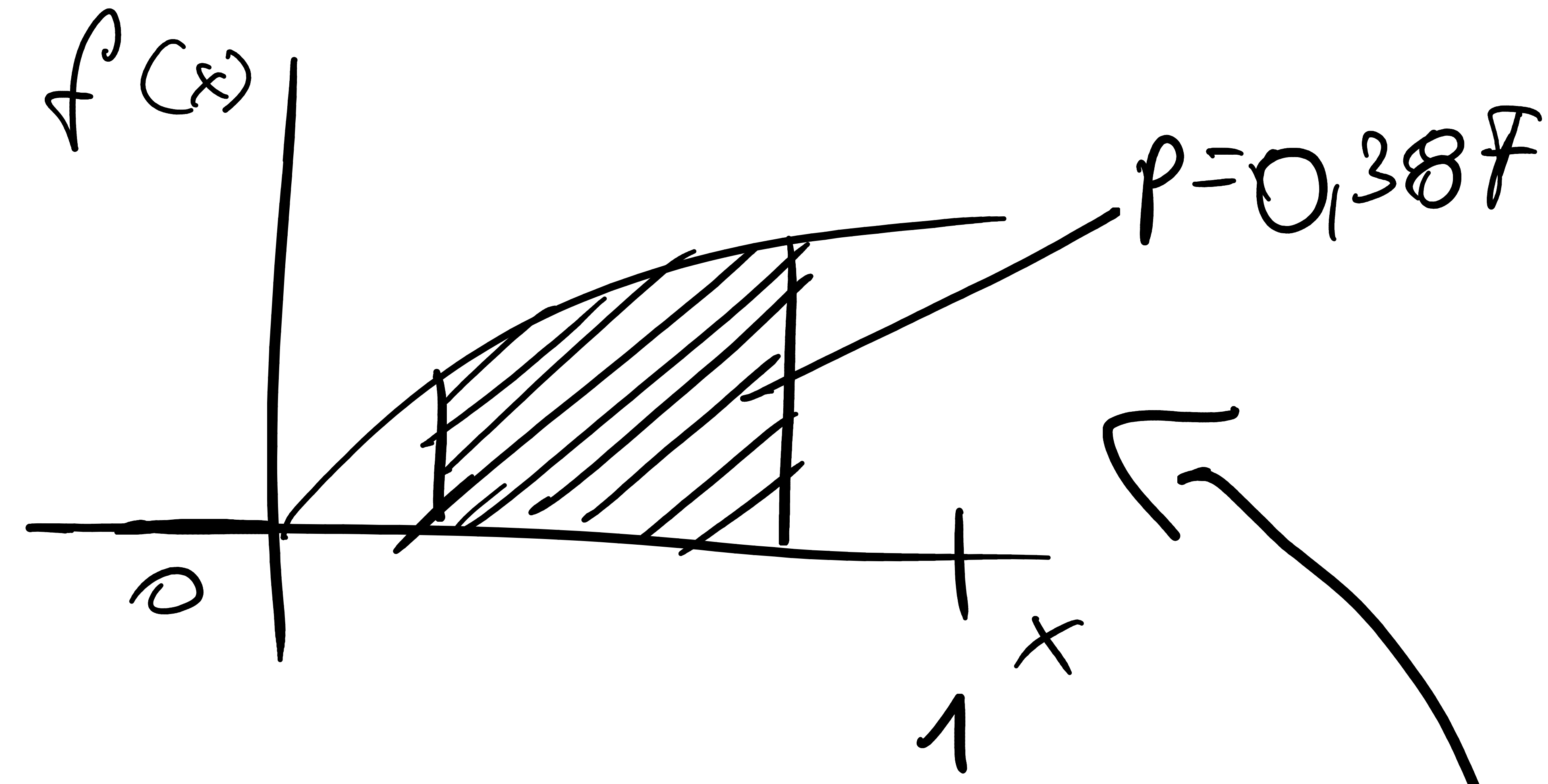
a)

$$\int_0^1 a\sqrt{x}\,dx = 1$$

$$a \cdot \frac{2}{3} \cdot \underline{x^{\frac{2}{3}}} = 1$$

$$a \cdot \frac{2}{3} = 1$$

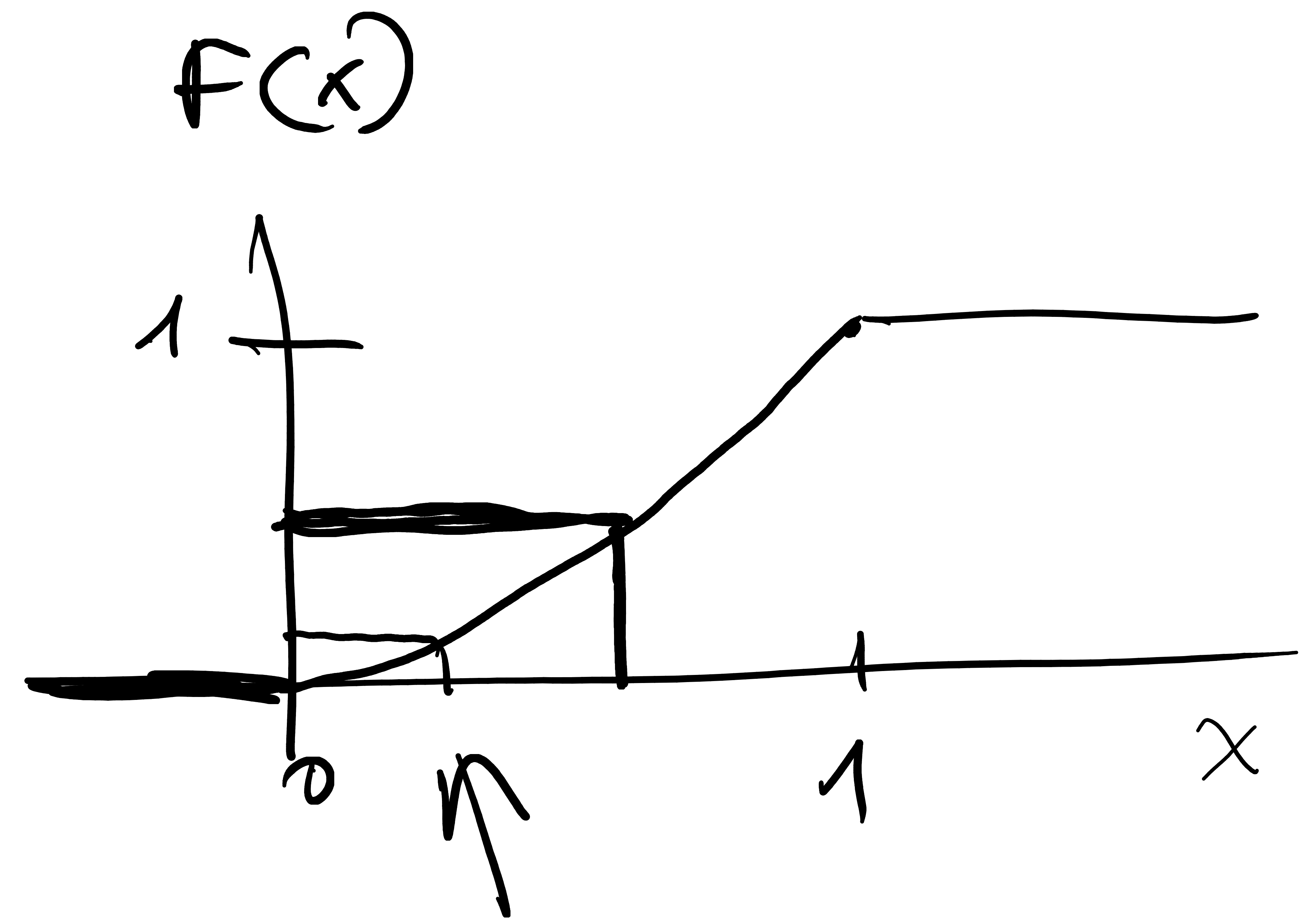
$$a = \frac{3}{2}$$



a.?

$$\frac{3}{2}\int_0^x \sqrt{t} = t^{\frac{3}{2}}$$

$$x^{\frac{3}{2}} = x \cdot \sqrt{x}$$



$$F(x) \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x\sqrt{x} & 0 < x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

c) $P(0{,}25 < X < 0{,}64) =$

$= P(0{,}64) - P(0{,}25) = 0{,}387$

$$\text{II} \quad \int_{0{,}25}^{0{,}64} \frac{3}{2}\sqrt{x}\,dx = 0{,}387$$

Zadanie 2.5, 2.5-2

$$f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} & \text{dla } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{dla innych} \end{cases}$$

a) wyznaczyć a

$$\int_0^1 a\sqrt{x}\,dx = 1 \qquad a\int_0^1 x^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}\cdot a$$

$$\frac{2}{3}ax^{\frac{3}{2}} = 1 \Rightarrow ax^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

b) Obliczyć $P(0{,}25 < x < 0{,}64)$ i zinterpretować

$$\frac{2}{3}\int_0^x \sqrt{t} = t^{\frac{3}{2}} \Rightarrow f(x) \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ \frac{2}{3}x\sqrt{x} & 0 < x < 1 \\ 1 & x \ge 1 \end{cases}$$

$$\frac{3}{2}\int_{0{,}25}^{0{,}64} \sqrt{x}\,dx = \frac{3}{2}\left((0{,}64)^{\frac{3}{2}} - (0{,}25)^{\frac{3}{2}}\right) = 0{,}387$$

2.5-2

NA TEŚCIE

$$EX = \frac{3}{2}\int_0^1 x\sqrt{x}\,dx = \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}\Big|_0^1 = \frac{3}{5}$$

$$EX^2 = \int_0^1 \frac{3}{2}x^2\sqrt{x}\,dx = \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}\Big|_0^1 = \frac{3}{7}$$

$$D^2X = \frac{3}{7} - \frac{9}{25} = \frac{12}{175}$$

$$DX = \sqrt{\frac{12}{175}}$$

Do dom: 2.13 (u.125)

2.5-2

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}\sqrt{x} & \text{dla } 0<x<1 \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases}$$

a) oblicz EX

$$EX = \frac{3}{2}\int_0^1 x^{\frac{3}{2}}dx = \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}}\Big|_0^1 = \frac{2}{5}\cdot\frac{3}{2} = \frac{3}{5}$$

b) EX^2

$$EX^2 = \frac{3}{2}\int_0^1 x^{\frac{5}{2}}dx = \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{7}\cdot x^{\frac{7}{2}}\Big|_0^1 = \frac{3}{2}\cdot\frac{2}{7} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

c) D^2X

$$D^2X = EX^2 - (EX)^2 = \frac{3}{7} - \frac{9}{25} = \frac{12}{175}$$

d) DX

$$DX = \sqrt{D^2X} = \sqrt{\frac{12}{175}}$$

2.13

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}5 & \text{dla } x \in [-2,-1] \\ 0{,}25 & \text{dla } x \in [0,2] \\ 0 & \text{dla dla innych } x \end{cases}$$

a) obliczyć EX, EX^2, D^2X

$$0{,}5 \int_{-2}^{-1} x \, dx = 0{,}5 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{-2}^{-1} = \frac{1}{2}.$$

$EX = 0$

b) . . .

. . .

2.6.

1)
$$f(x) = \begin{cases} 1+x & \text{dla } -1 \leqslant x \leqslant 0 \\ 1-x & \text{dla } 0 < x \leqslant 1 \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases}$$

$$\int_0^x (1+t)\,dt = x + \frac{1}{2}x^2$$

$$\int_{-1}^{0} (1+t)\,dt + \int_0^x (1-t)\,dt = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$$

dystrybuanta: $f(x) = \begin{cases} x+\frac{1}{2}x^2 & \text{dla } -1 \leqslant x < 0 \\ x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2} & \text{dla } 0 \leqslant x < 1 \\ 0 & \text{dla innych } x \end{cases}$

$$P(0{,}5 < x < 0{,}5) = \int_{-0{,}5}^{0} (1+x)\,dx + \int_0^{0{,}5} (1-x)\,dx =$$

$$= x + \frac{1}{2}x^2 \Big|_{-0{,}5}^{0} + x - \frac{1}{2}x^2 \Big|_0^{0{,}5} = 0{,}75$$

2.6.2

$$EX = \int_{-1}^{0} x(1+x)\,dx + \int_{0}^{1} x(1-x)\,dx =$$

$$= \int_{-1}^{0} x + \int_{-1}^{0} x^2 + \int_{0}^{1} x - \int_{0}^{1} x^2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 0$$

$$D^2X = \int_{-\infty}^{\infty} (x - EX)^2 f(x)\,dx =$$

$$= \int_{-1}^{0} (x-0)^2 (1+x)\,dx + \int_{0}^{1} (x-0)^2 (1-x)\,dx = \ldots \frac{1}{6}$$

2.6-2 b) $Y = 3X - 2 \Rightarrow X = \frac{Y+2}{3}$, $X' = \frac{1}{3}$

$$f(y) = \begin{cases} 0 & \text{dla innych } x \\ 1/3\left(1 - \frac{y+2}{3}\right) & \text{dla } -1 \leq x < 0 \\ 1/3\left(1 + \frac{y+2}{3}\right) & \text{dla } 0 \leq x < 1 \end{cases}$$

$$\frac{1}{18}$$

3.7

$$\boxed{P(A) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}}$$

$P(X=4)$

a) $\binom{5}{4} \cdot 0{,}8^4 \cdot 0{,}2^{5-4} = 5 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8^4 =$

$= 5 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8^4 = 0{,}4096$

reszta excel

3.11 $\binom{\text{ilość prób}}{\text{ilość trafień}} \cdot \text{szansa na traf}^{\text{ilość trafień}} \cdot \text{!szansa na traf}^{\text{ilość prób} - \text{ilość trafień}}$

szansa na wygraną 0,003

na 500 osób:

a) nikt nie wygra

$P(X=0) = \binom{500}{0} \cdot 0{,}003^0 \cdot 0{,}997^{500} \approx 0{,}223130$

λ = wartość oczekiwana $= np = 500 \cdot 0{,}003 = 1{,}5$

wiersz 1,5, kolumna 0

b) wiersz 1,5, kolumna 2 $\binom{500}{5} \cdot 0{,}003^5 \cdot 0{,}997^{495}$

3.14

wartość oczekiwana — odchylenie standardowe

X ma rozkład $N(-2, 3)$

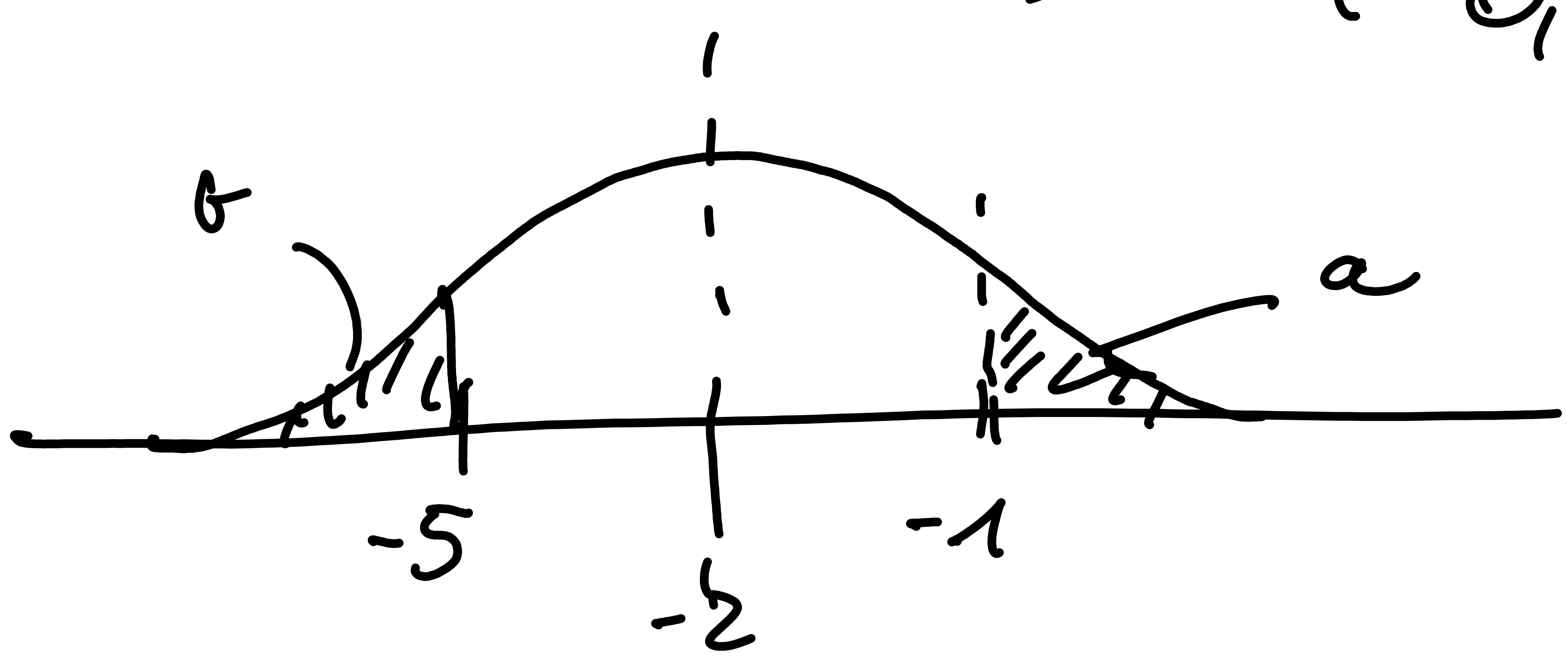
Obliczyć:

$$Y = \frac{X - m}{\sigma}$$

b) $P(X < -5) = P\left(\frac{X+2}{3} < \frac{-5+2}{3}\right) =$

$= P(Y < -1) = \Phi(-1)$ – dystrybuanta 0,1

$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x) = 1 - 0{,}8413 \approx 0{,}16$



NA TEŚCIE

a) $P(X > -1) = P\left(\frac{X+2}{3} > \frac{-1+2}{3}\right) =$

$= P\left(Y > \frac{1}{3}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{1}{3}\right) = 1 - 0{,}63 = 0{,}37$

c) $P(-5 < X < -1) = P\left(\frac{-5+2}{3} < \frac{X-2}{3} < \frac{-1+2}{3}\right) =$

$= P(-1 < Y < 0{,}33) = \Phi(0{,}33) - \Phi(-1) = \Phi(0{,}33) - 1 + \Phi(1)$

3.15 X ma rozkład $N(1,5; 3)$ P.D

Obliczyć:

3.18. $X - N(300\,000, 40\,000)$ - przebieg

typowy przebieg - $300\,000 \pm 40\,000$

zakres praktyczny - $300\,000, \pm 120\,000$

$P(X > 350\,000) =$

$= P\left(\frac{X - 300\,000}{40\,000} > \frac{350\,000 - 300\,000}{40000}\right) =$

$= P\left(Y - \frac{5}{4}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{5}{4}\right) = 1 - 0{,}8944$

3.19 X - kaloryczność

$X \sim N(2, \sigma)$ $\quad \sigma = ?$

$P(X > 3) < 0{,}01$

$P\left(\frac{X-2}{\sigma} > \frac{3-2}{\sigma}\right) < 0{,}01$

$1 - \Phi\left(\frac{1}{\sigma}\right) < 0{,}01$

$\frac{1}{\sigma} > 2{,}33$ - odczyt na odwrót

$\sigma < \frac{100}{233} =$

$\sigma < 0{,}4291$ - wynik końcowy

3.26 X – wzrost – $N(160, 10)$

co czwarty jest wyższy od średniej.

Wskazówka: wyznaczyć z $P(X > x) = 0{,}25$

$$P\left(\frac{X-160}{10} > \frac{x-160}{10}\right) = 0{,}25$$

$$1 - \Phi\left(\frac{x-160}{10}\right) = 0{,}25$$

$$\Phi\left(\frac{x-160}{10}\right) = 0{,}75$$ – z tablicy

$$\frac{x-160}{10} = 0{,}68$$

$$Y = \frac{X-m}{\sigma}$$

m – EX

σ – DX

$$x - 160 = 6{,}8$$

$$x = 166{,}8$$

3.25 $X \sim$ Gtad $EX=0$ $\sigma=?$ $X \sim (0,\sigma)$

$$P(-20 < X < 20) = 0{,}95$$

$$P\left(\frac{-20-0}{\sigma} < \frac{X-0}{\sigma} < \frac{20-0}{\sigma}\right) = 0{,}95$$

$$2\Phi\left(\frac{20}{\sigma}\right) - 1 = 0{,}95$$

$$\Phi\left(\frac{20}{\sigma}\right) = 0{,}975$$

z tablic

$$\frac{20}{\sigma} = 0{,}96$$

$$\sigma = 3$$

3.24

a) $X - N(-2, 3)$

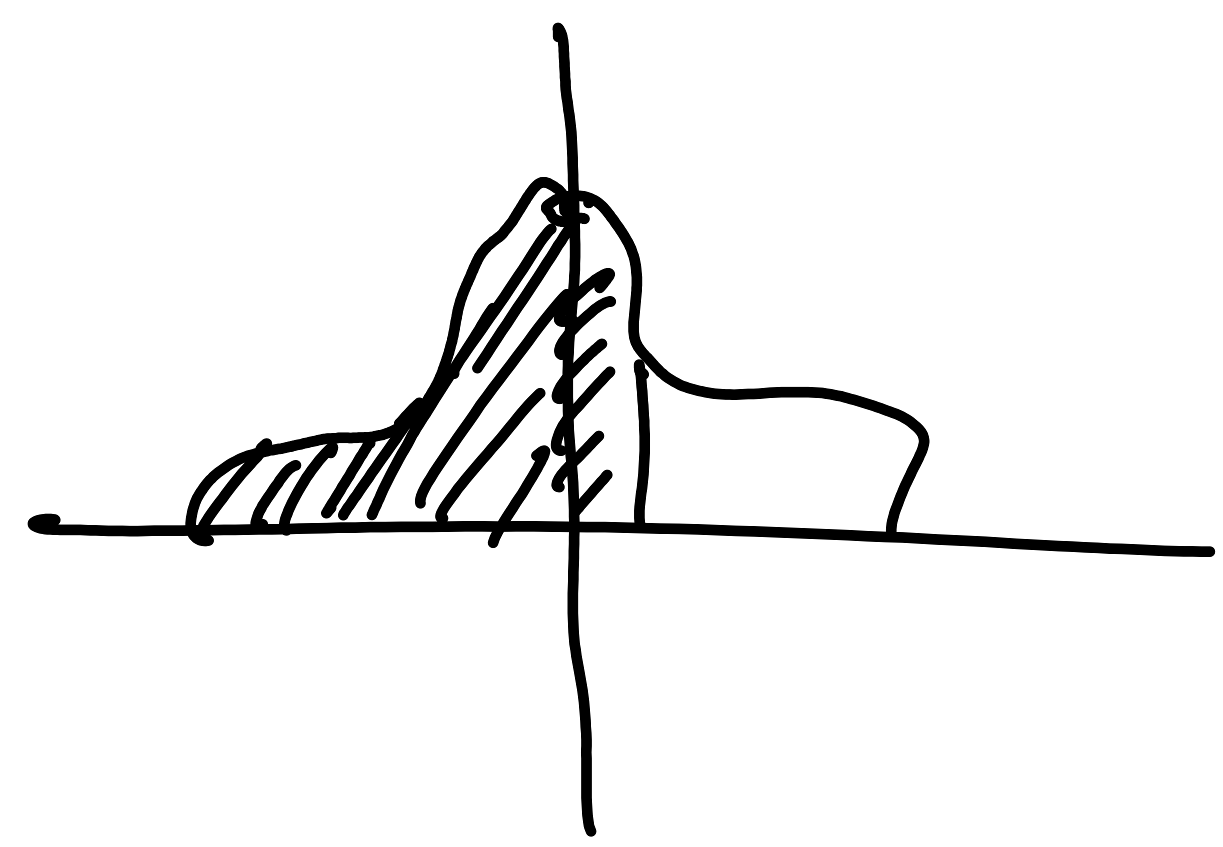
$P(X - x) = 0{,}6$

standaryzacja

$P\left(\frac{X+2}{3} < \frac{x+2}{3}\right) = 0{,}6$

$P\left(Y < \frac{x+2}{3}\right) = 0{,}6$

$\Phi\left(\frac{x+2}{3}\right) = 0{,}6$



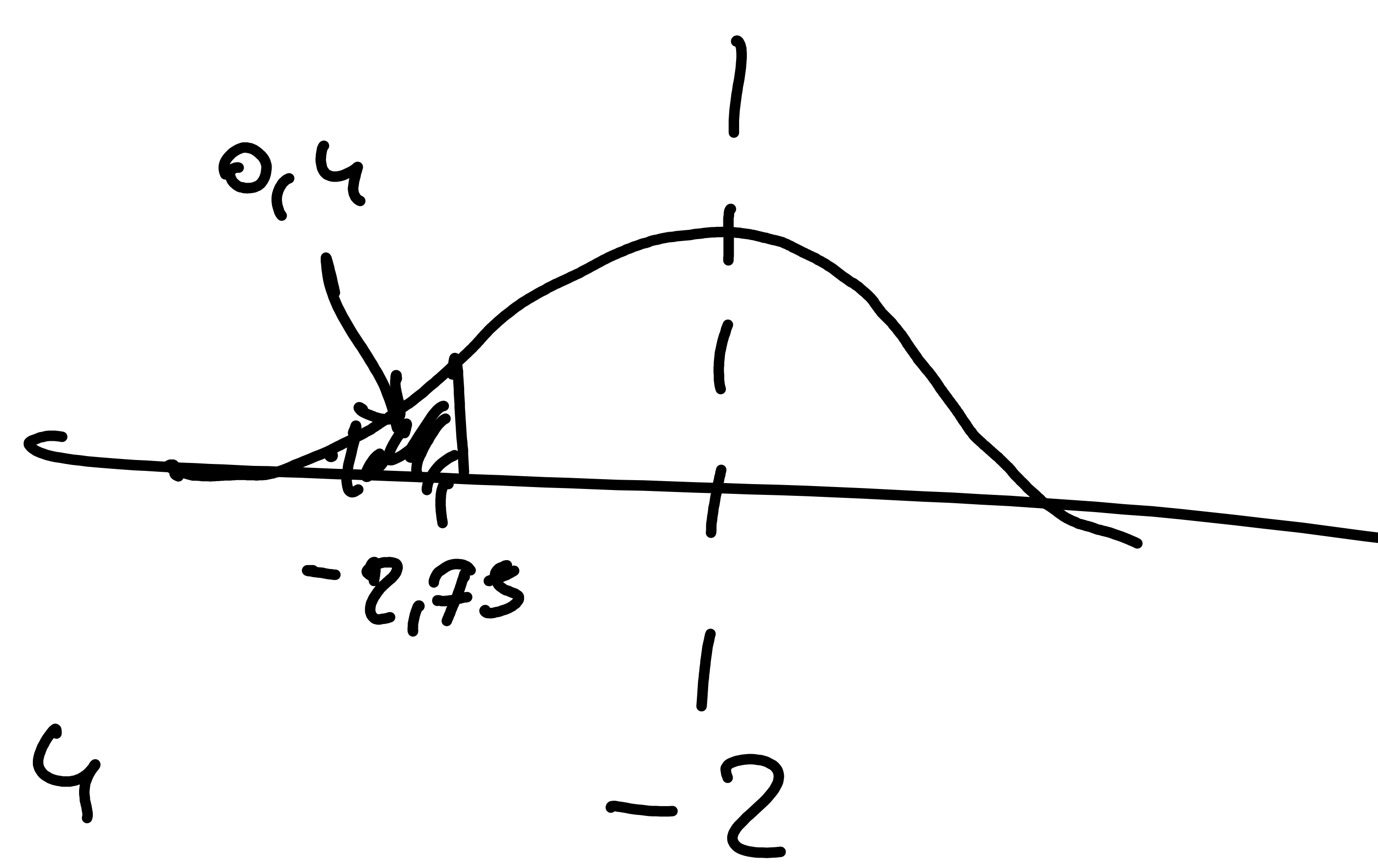
$\frac{x+2}{3} = 0{,}253$

$x+2 = 0{,}759$

$x = -1{,}241$

$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$

$\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$



$1 - \Phi\left(-\left(\frac{x+2}{3}\right)\right) = 0{,}4$

$\Phi\left(-\left(\frac{x+2}{3}\right)\right) = 0{,}6$

$-\left(\frac{x+2}{3}\right) = 0{,}25$

$x = -2{,}75$

6) $P(|X+2| > x) = 0{,}1 \qquad X \sim N(-2,3)$

$$1 - P(|X+2| > x) = 0{,}1$$

$$P(|X+2| > x) = 0{,}9$$

$$P\left(\frac{-x}{3} < Y < \frac{x}{3}\right) = 0{,}9$$

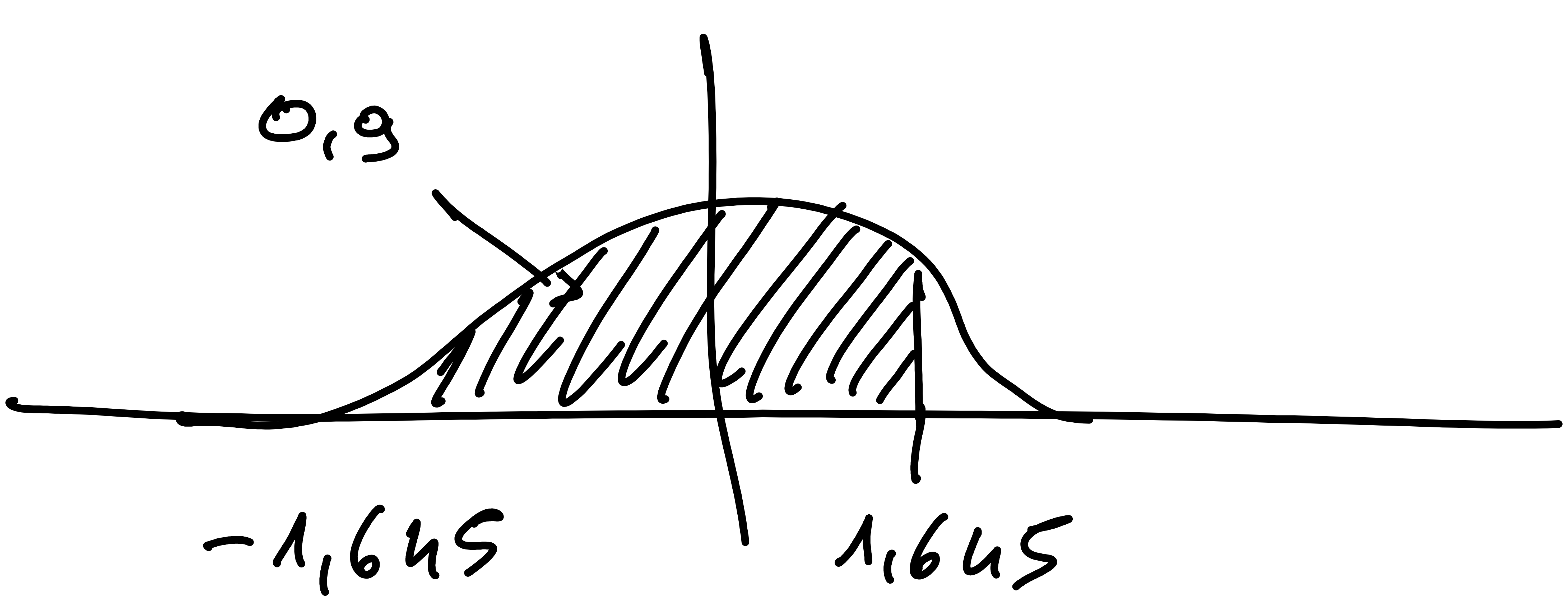
$$\Phi\left(\frac{x}{3}\right) - \Phi\left(-\frac{x}{3}\right) = 0{,}9$$

$$\Phi\left(\frac{x}{3}\right) - 1 + \Phi\left(\frac{x}{3}\right) = 0{,}9$$

$$2\Phi\left(\frac{x}{3}\right) = 1{,}9$$

$$\Phi\left(\frac{x}{3}\right) = 0{,}95$$

$$\frac{x}{3} = 1{,}645 \quad x \approx 4{,}9$$



X \ Y	0	1	2	
−1	0,1	0	0,1	0,2
0	0,1	0,2	0,1	0,2
1	0,3	0,1	0	0,4
	0,5	0,3	0,2	1

NA POPRAWIE XD

$$\beta_1 = \rho \frac{DY}{DX} = 0{,}41 \frac{0{,}78}{0{,}748} = 0{,}43$$

$$\beta_0 = EY - \beta_1 EX = 0{,}786$$

$$y = 0{,}43x + 0{,}786$$

$$EX = 0{,}2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0{,}4 = 0{,}2$$

$$EX^2 = 0{,}2 \cdot 1 + 0{,}4 \cdot 1 = 0{,}6$$

$$D^2X = 0{,}6 - 0{,}04 = 0{,}56$$

$$DX = \sqrt{0{,}56} = 0{,}748$$

$$EY = 0{,}3 \cdot 1 + 0{,}2 \cdot 2 = 0{,}7$$

$$EY^2 = 0{,}3 \cdot 1 + 0{,}2 \cdot 4 = 1{,}1$$

$$DY = 1{,}1 - 0{,}49 = 0{,}61$$

$$DY^2 = \sqrt{0{,}61} = 0{,}78$$

$$E(X \cdot Y) = -0{,}2 + 0{,}1 = -0{,}1$$

$$\operatorname{cov}(X \cdot Y) = -0{,}1 - (\overset{EX}{0{,}2} \cdot \overset{EY}{0{,}7}) = 0{,}24$$

$$\mathcal{E}(X,Y) = \frac{-0{,}24}{0{,}784 \cdot 0{,}78} = 0{,}41$$ – średnia siła zależności

4.4 $$K = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 9 \end{bmatrix}$$

Ile wynosi współczynnik korelacji X i Y.

$D^2X = 4$

$D^2Y = 9$

$cov(X,Y) = -1$

$cov(Y,X) = -1$

$$\rho = \frac{cov(X,Y)}{D(X)\cdot D(Y)} = \frac{-1}{2\cdot 3} = -\frac{1}{6}$$

$$D^2(X+Y) = D^2(X) + D^2(Y) + 2cov(X,Y)$$

$$D^2(X+Y) = 4 + 9 + 2\cdot(-1) = 11$$

$$D^2(X+Y) = E\left[(X+Y)^2\right] - \left(E(X+Y)\right)^2 =$$

$$= E\left[X^2 + 2XY + Y^2\right] - (EX)^2 - EX\cdot EY - (EY)^2 =$$

$$= EX^2 + 2E(X\cdot Y) + EY^2 - (EX)^2 - 2EXEY - (EY)^2$$

$$= D^2X + D^2Y + 2cov(X,Y)$$

TEST PIOTRKA

Zadanie 1

7 osób

4 wagony

$$\frac{\binom{7}{4}\cdot 3^3}{4^7}$$

Zadanie 2

$$f(x)=\begin{cases}0{,}5 & \text{dla } x\in(-5,-4)\\ x+1 & \text{dla } x\in(-1,0)\\ 0 & \text{dla innych}\end{cases}$$

Wyznacz dystrybuantę F zmiennej losowej X.

Oblicz $P(|X+1|>2)$.