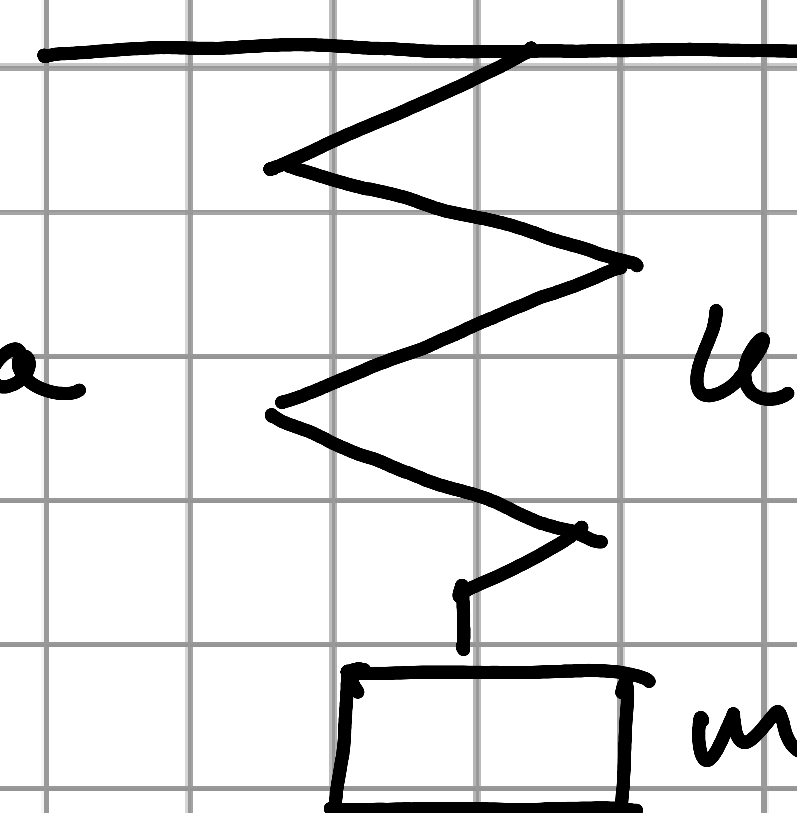
ZADANIE 7.1

Po dociążeniu sprężyny, masą dużo większą od masy sprężyny, jej długość wzrosła o l. Z jaką częstotliwością będzie drgać ta masa?



k - stała sprężystości

$\vec{x}$ - wektor wychylenia

$F = -kx$

Q = ciężar ciała

$Q = mg$

m - masa ciała

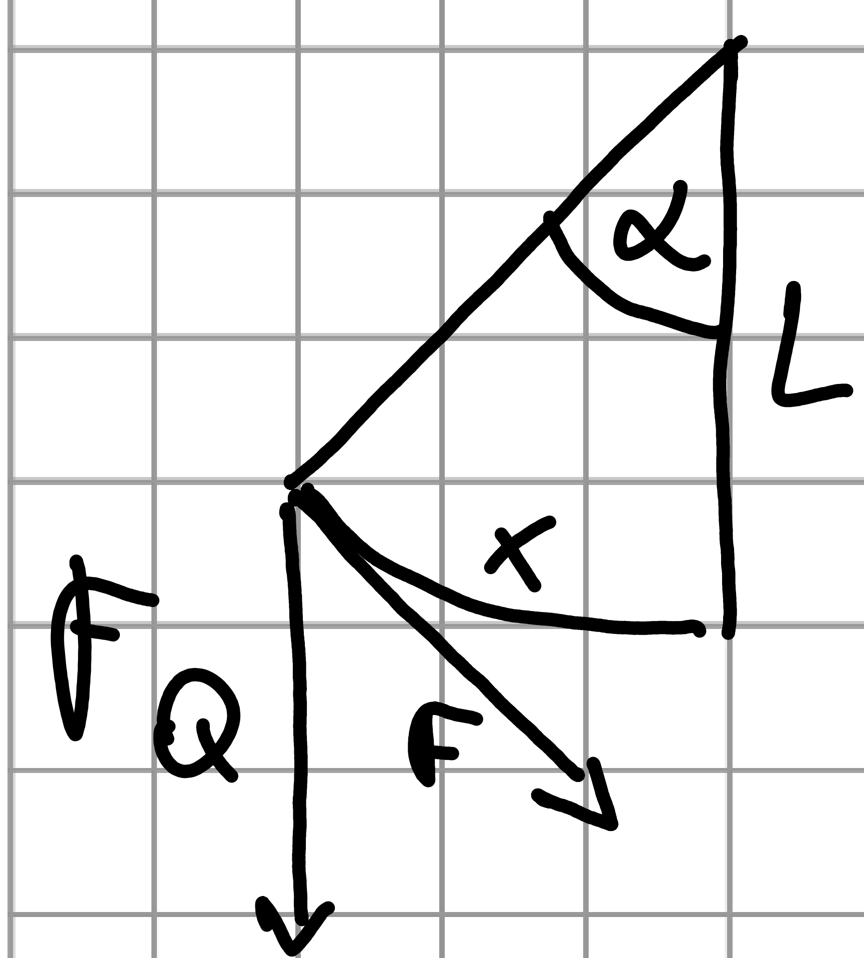
g - grawitacja

II zasada dynamiki: $F = ma = -kx$

$$\ddot{x} = \frac{d^2x}{d^2t}$$

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x$$

ZADANIE 7.2. Wyprowadzić wzór na okres drgania wahadła mat.



$$F_Q = mg$$

$$F = mg\sin(\alpha)$$

dla małych kątów ≈

$$\alpha = \frac{x}{L}$$

$$F = mg\frac{x}{L}$$

Zgodnie z II zasadą dynamiki:

$$ma = mg\frac{x}{L}$$

$$\omega_0^2 = \frac{g}{L}$$

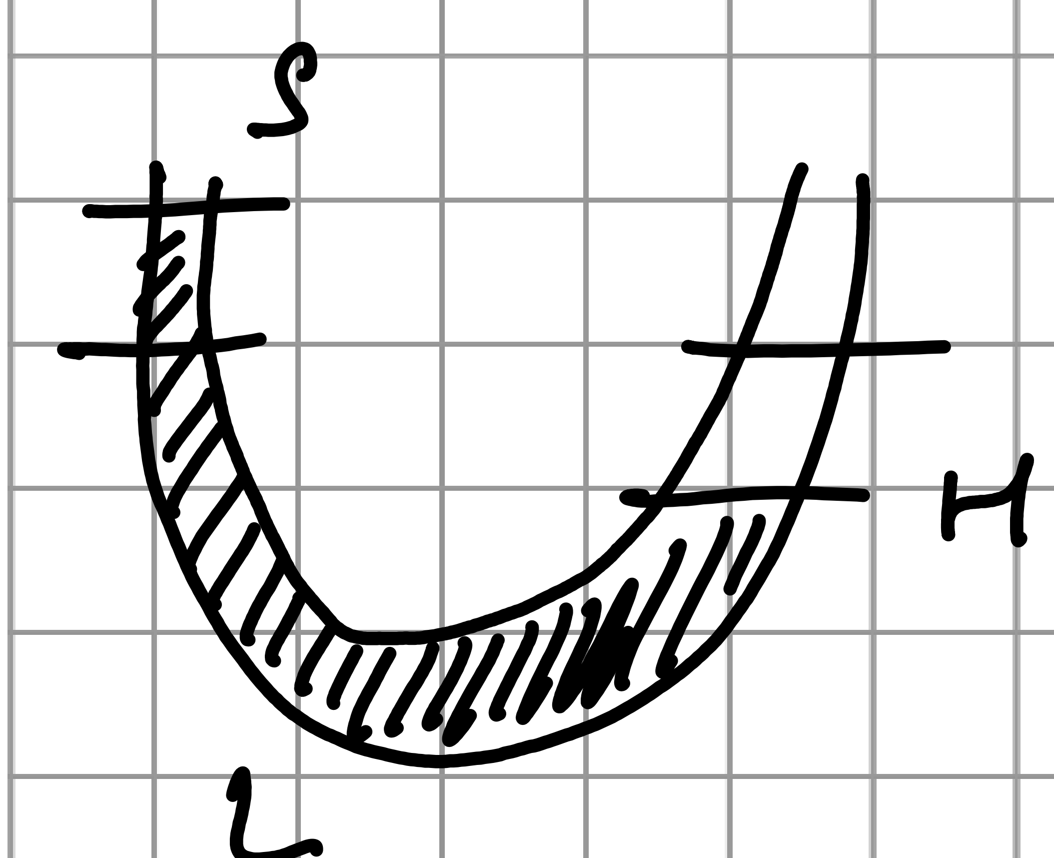
$$a = g\frac{x}{L}$$

$$a - g\frac{x}{L} = 0$$

$$\ddot{x} - \frac{g}{L}x = 0$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{L}}$$

ZADANIE 7.3. W pionowej rurce w kształcie litery U znajduje się woda zajmująca długość L rurki. Znaleźć zależność poziomu wychylenia się wody od czasu, jeżeli w chwili czasu $t=0$ różnica poziomów wynosi H.



$$F = -mg \qquad F = ma$$

$$-ma = mg$$

$$m = \rho S H \qquad M = \rho S L$$

ρ - gęstość

H - różnica wysokości

S - przekrój rurki

L - długość rurki

$$H = 2x$$

$$-\cancel{\rho}\cancel{S}La = \cancel{\rho}\cancel{S}2xg$$

$$-La = 2xg$$

$$-L\ddot{x} = 2xg$$

$$L\ddot{x} + 2xg = 0$$

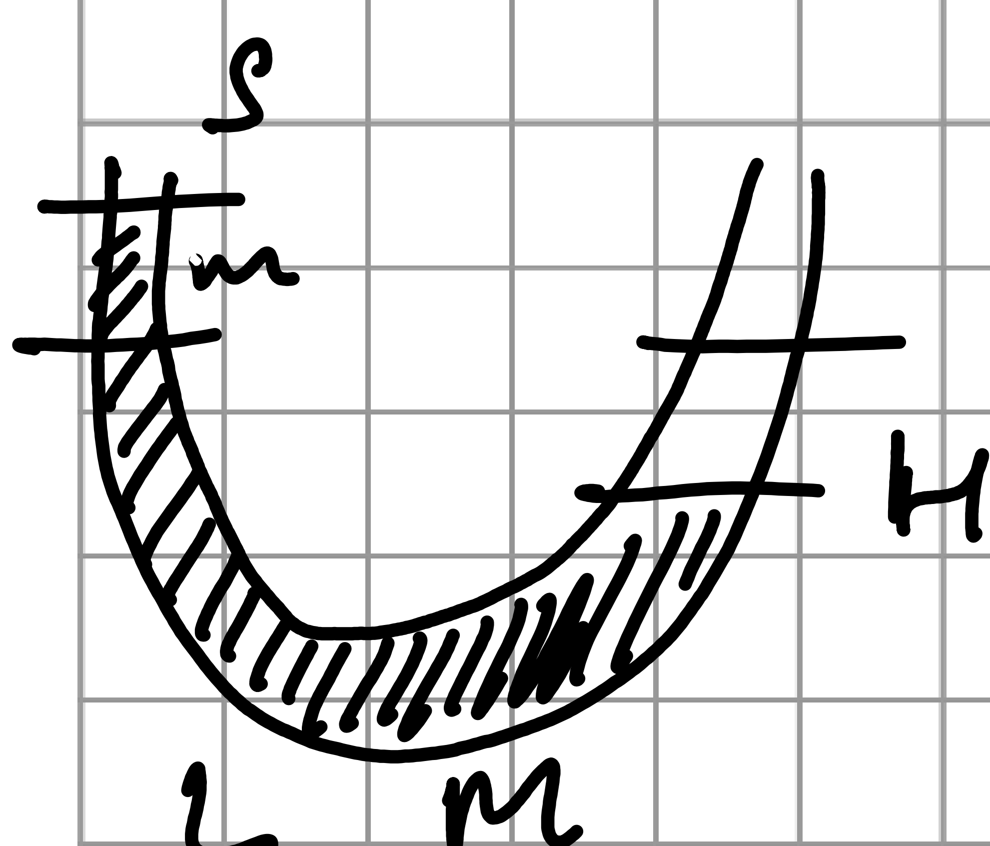
$$\ddot{x} + 2x\frac{g}{L} = 0 \qquad \omega_0^2 = \frac{2g}{L}$$

$$T = 2\pi\sqrt{}$$

Elektromagnetyzm

prawo Ampera: $\int B \cdot dB =$

ZADANIE 7.3. W pionowej rurce w kształcie litery U znajduje się woda zajmująca długość L rurki. Znaleźć zależność poziomu wychylenia się wody od czasu, jeżeli w chwili czasu $t=0$ różnica poziomów wynosi H.



$$F = mg \qquad F = -Ma$$

$$m = \rho HS \cdot \quad M = \rho LS$$

$H = 2x$

$a = \ddot{x}$

$A = \frac{H}{2}$

$$\cancel{\rho} H \cancel{S} g = -\cancel{\rho} L \cancel{S} a$$

$$Hg = -La$$

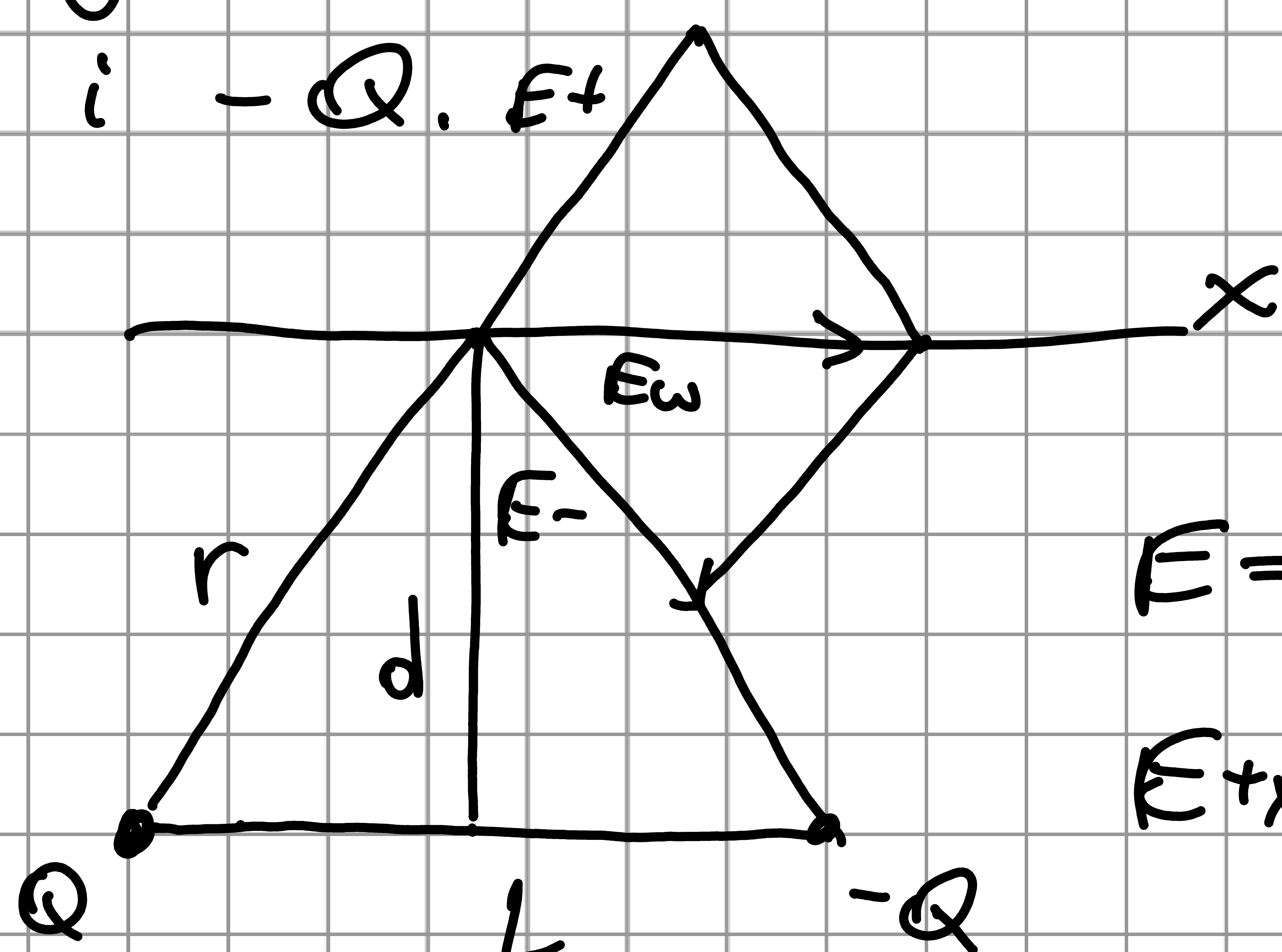
$$2xg = -L\ddot{x}$$

$$L\ddot{x} + 2xg = 0 \qquad \omega^2 = \frac{2g}{L}$$

$$\ddot{x} + x\left(\frac{2g}{L}\right) = 0 \qquad \omega = \sqrt{\frac{2g}{L}}$$

$$x = A\cos\left(\sqrt{\frac{2g}{L}}\,t\right) = \frac{H}{2}\cos\left(\sqrt{\frac{2g}{L}}\,t\right)$$

Wyznaczyć natężenie pola i potencjał w odległości d, na osi odcinka o długości L łączącego dwa ładunki Q i -Q.

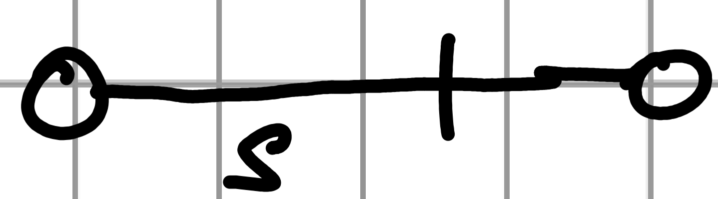


$$E = k\frac{Q}{r^2}$$

$$E_{+x} = E\sin(\alpha)$$

7.4

$t=0, \quad s=0{,}05, \quad v=0{,}2 \qquad \nu=1$



$$s = A\sin(\omega t + \omega_0)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = A\omega\cos(\omega t + \omega_0)$$

$$v_0 = A\omega\cos(\omega_0) = 0{,}2$$

$$s_0 = A\sin(\omega_0) = 0{,}05$$

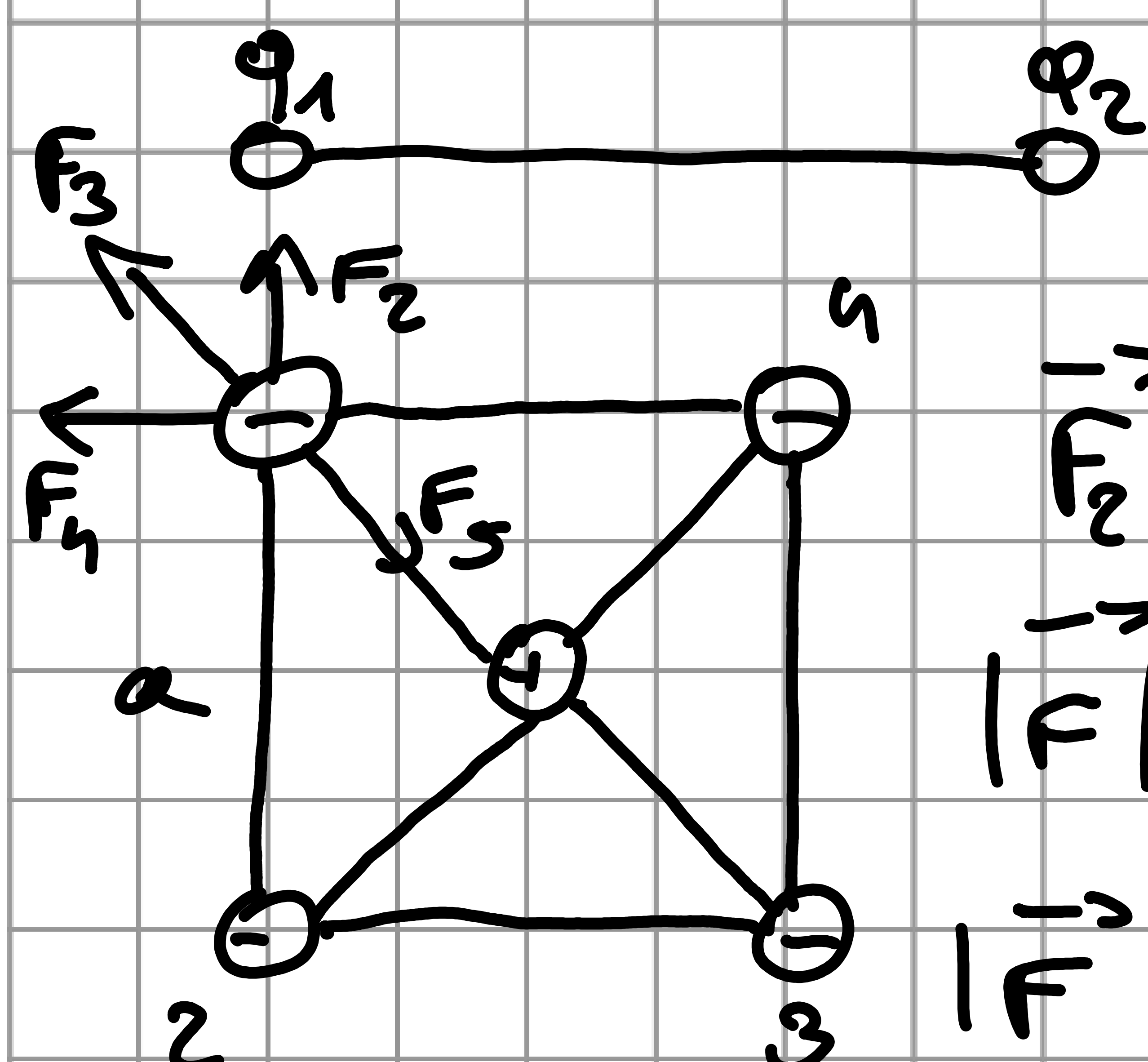
$$\omega\frac{s_0}{v_0} = \frac{\cancel{A}\sin(\omega_0)}{\cancel{A}\cos(\omega_0)} = \tan(\omega_0)$$ odchylenie początkowe

$$\frac{2\pi}{T}\frac{s_0}{v_0} = 2\pi f\cdot\frac{s_0}{v_0} = 2\cdot\pi\cdot 1\cdot\frac{0{,}05}{0{,}2} = \tan(\omega_0)$$

$$1 = \sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = \left(\frac{s_0}{A}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{A\omega}\right)^2 = 1$$

Elektrostatyka XI

prawo Coulomba $F = \frac{q_1 q_2}{r^2} k$



$$\vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} + \vec{F_5} = 0$$

$$|\vec{F}| + |\vec{F_3}| = |\vec{F_5}|$$

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_2^2 + F_4^2}$$

$$F_2 = F_4 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon a^2}, \quad F' = \frac{q^2\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon a^2}$$

$$F_3 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon(a\sqrt{2})^2} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon a^2}$$

$$F_5 = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{qQ}{2\pi\varepsilon a^2}$$

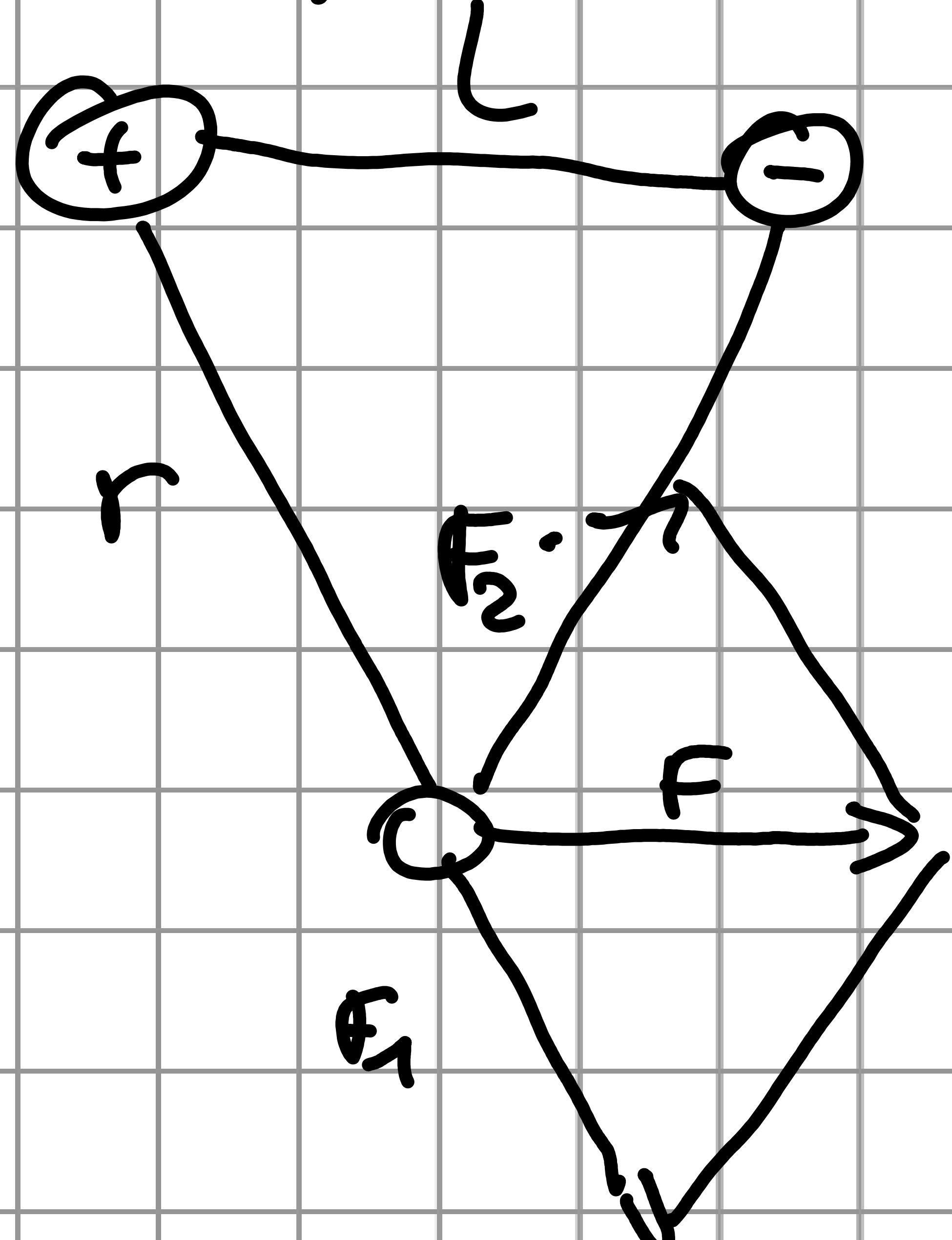
$$\frac{qQ}{2\pi\varepsilon a^2} = \frac{q^2\sqrt{2}}{4\pi\varepsilon a^2} + \frac{q^2}{8\pi\varepsilon a^2} \Rightarrow Q = \frac{q}{4}(1 + 2\sqrt{2})$$

Natężenie pola elektrycznego -

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \left[\frac{N}{C}\right] \left[\frac{V}{m}\right]$$

$$E = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q \cdot q_0}{r^2 \cdot q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q}{r^2}$$

Dipol

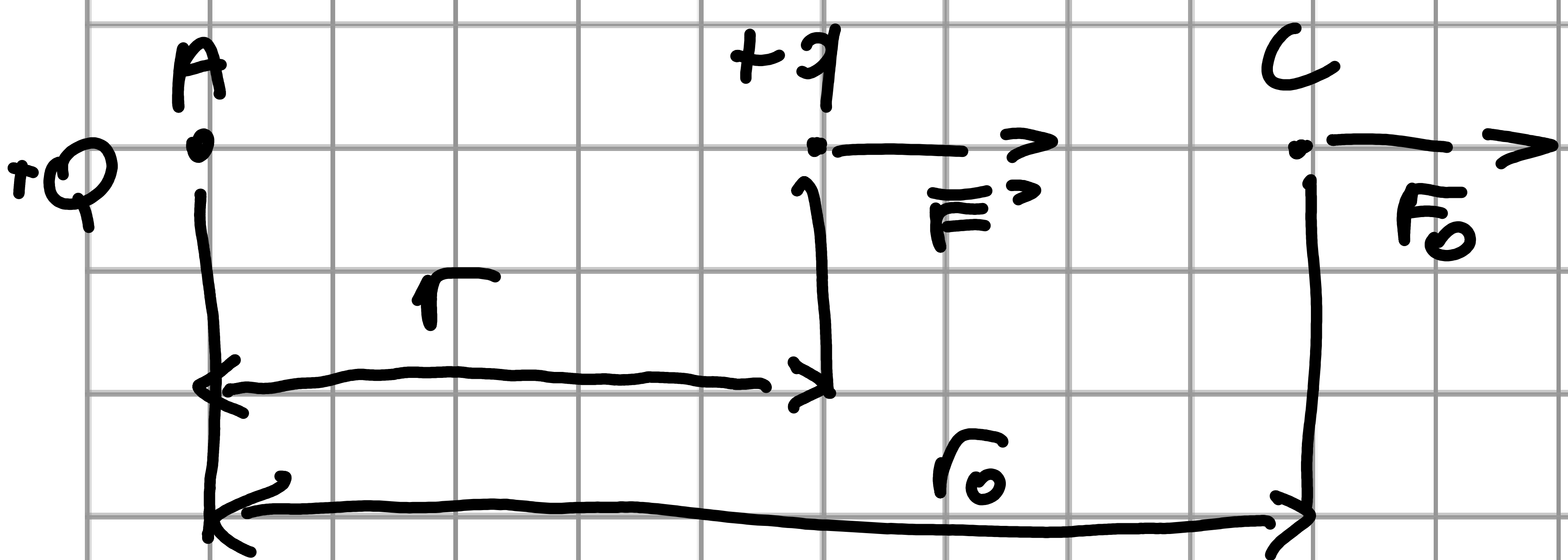


$$\frac{L}{r} = \frac{F}{F_1}$$

$$F = F_1 \frac{L}{r} = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon r^2} \frac{L}{r} = \frac{qQL}{4\pi\varepsilon r^3}$$

$$E = \frac{QL}{4\pi\varepsilon r^3}$$

Potencjał elektryczny

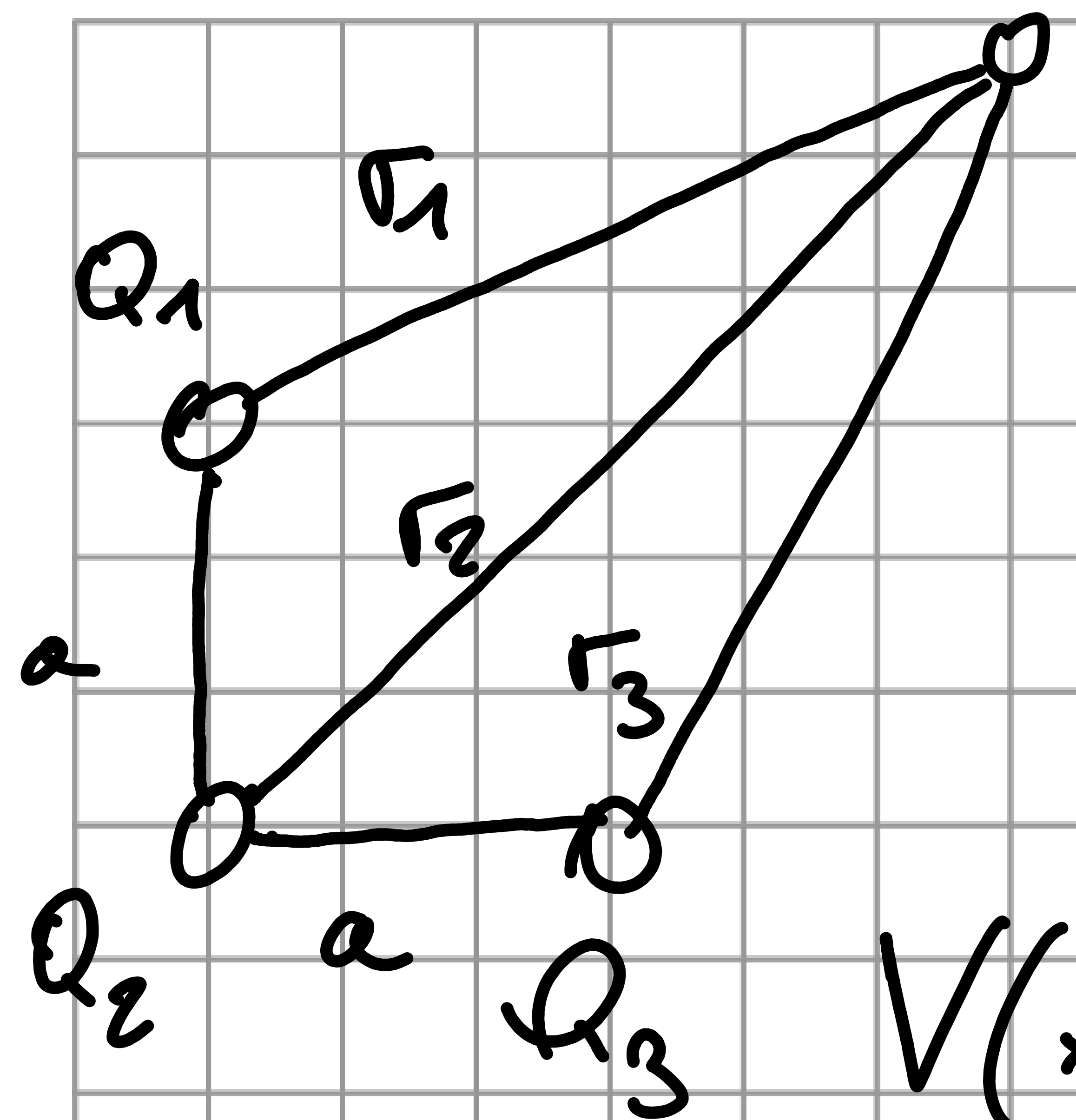


$$V = \frac{W_{\infty B}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{Q}{r} = \frac{E_p}{q}$$

Przemiesienie ładunku z ∞ do tego punktu wymagało pracy która jest równa energii potencjalnej E_p. ładunku q^+.

$$E_p = V \cdot q \quad , \quad W = Vq - V_0 q = V(q - q_0) = q \cdot U$$

U - napięcie, różnica potencjału



$Q_1 = q, \; Q_2 = 2\sqrt{2}\,q \quad Q_3 = -q$

Znajdź potencjał

$$V(x,y) = V(r_1) + V(r_2) + V(r_3)$$

$$V = \frac{W_{\infty B}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q}{r} = \frac{E_p}{q}$$

$$V(r_1) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{Q_1}{r_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q}{r_1}$$

$$V(r_2) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{Q_2}{r_2} = \frac{1}{4\pi r_2} \cdot \frac{2\sqrt{2}\,q}{r_2}$$

$$V(r_2) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{Q_2}{r_3} = \frac{1}{4\pi r} \cdot \frac{q}{r_3}$$

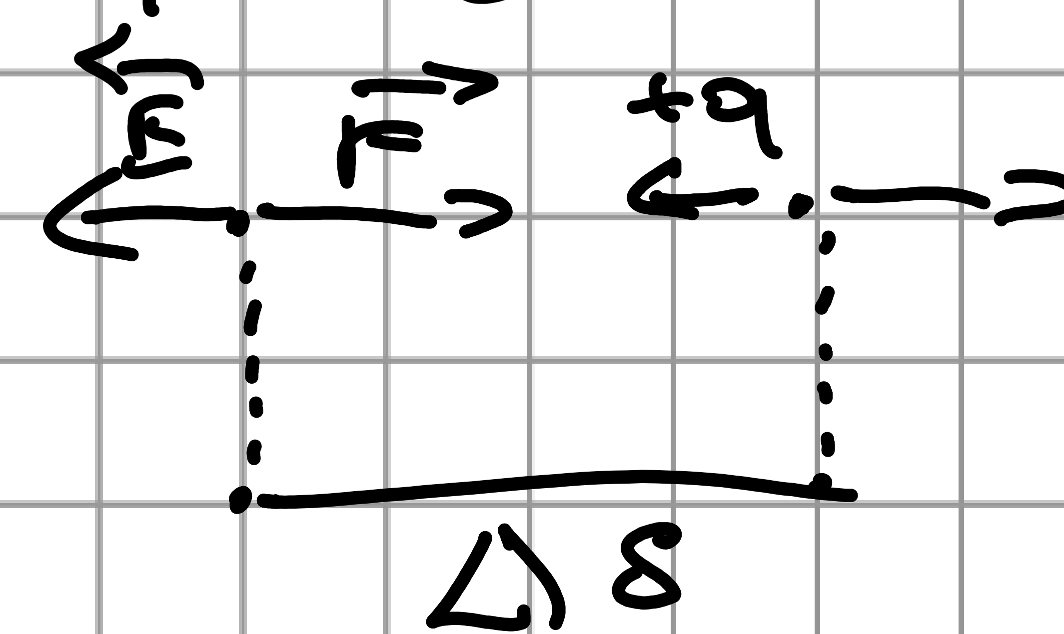
$$r_2 = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$r_1 = \sqrt{x^2 + (y-a)^2}, \quad r_3 = \sqrt{(x-a)^2 + y^2}$$

Podstawiamy

Zależność między natężeniem E i potencjałem V pola elektrycznego.

$$W = F \cdot \Delta s = qE\Delta s$$



$$E_\Delta = q(V-(V+\Delta V)) = q(-\Delta V)$$

$$W = \Delta E_\Delta \qquad \cancel{q}E\Delta s = \cancel{q}(-\Delta V) \Rightarrow E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}$$

jest (−) bo jest skierowane w stronę mniejszego potencjału

Pojemność elektryczna $C = \frac{Q}{V}$

Prąd Electryczny

Prawo Ohm'a $\frac{U}{R} = \frac{V_1 - V_2}{R} = I$

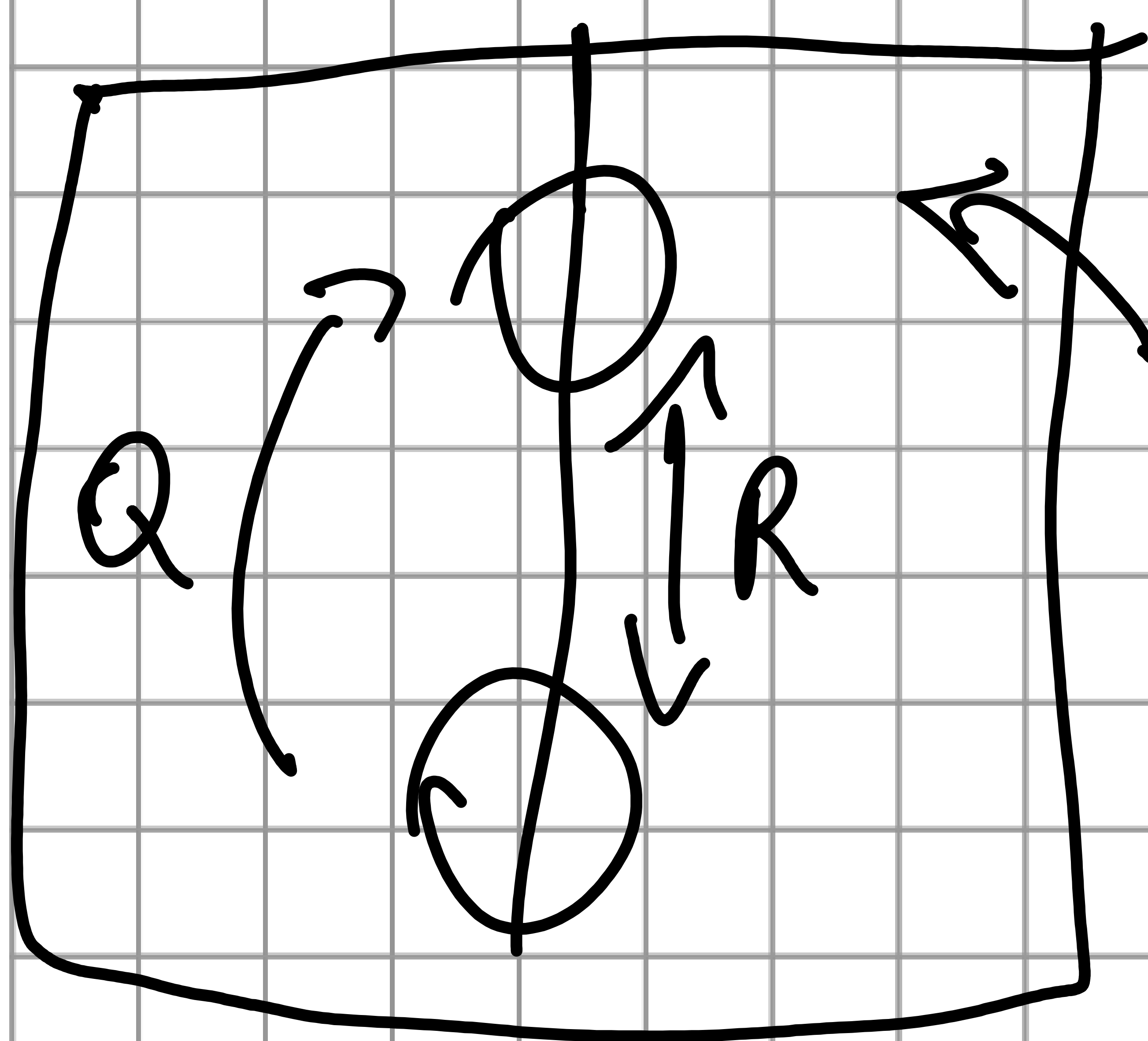
Natężenie prądu $I = \frac{Q}{t}$

Opór $R = \rho \frac{l}{S}$

S-powierzchnia
p-rezystywność l-długość

I Kirchoffa

te co zgodnie, są 2 +



ciecz

siła ciężkości $P = mg$

siła wyporu cieczy $= \rho_c V g$

siła Coulomba $F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{QQ}{R^2}$

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_1$

Masa kulki $m = \rho \frac{4}{3}\pi R r^3$

Ładunek kulek wynosi Q i $-Q$

Gdy siły się wyrównają, kulki będą w równowadze;

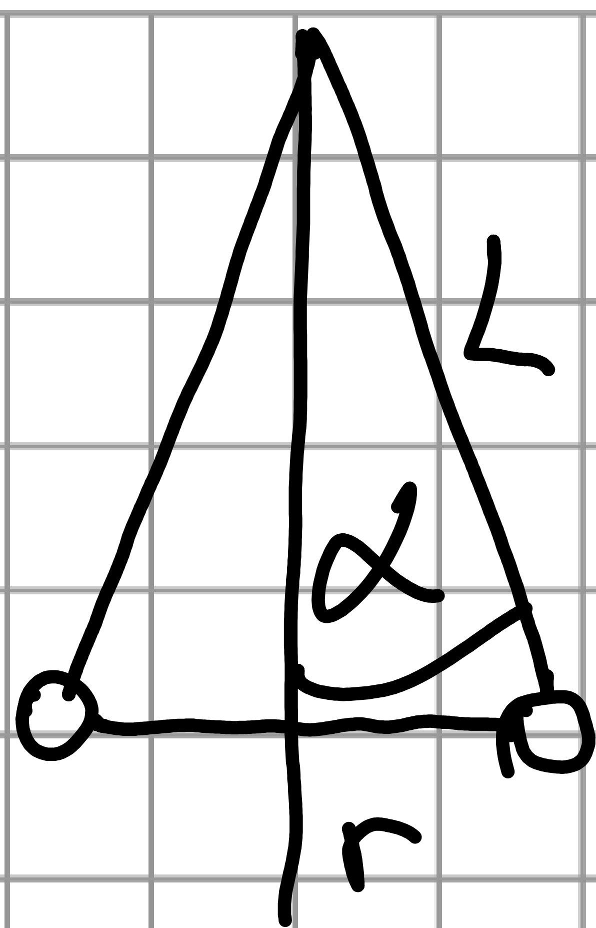
$$P = F_W + F_C$$

$$\frac{4}{3}\rho\pi R r^3 \cdot g = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{QQ}{R^2} + \frac{4}{3}\rho_c \pi R r^3 \cdot g$$

$$\frac{4}{3}\rho\pi R r^3 g - \frac{4}{3}\rho_c \pi R r^3 g = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{QQ}{R^2}$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 g(\rho - \rho_c) = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{QQ}{R^2}$$

Z tego $R = \frac{Q}{4\pi r}\sqrt{\frac{3}{\varepsilon r(\rho - \rho_c)}}$

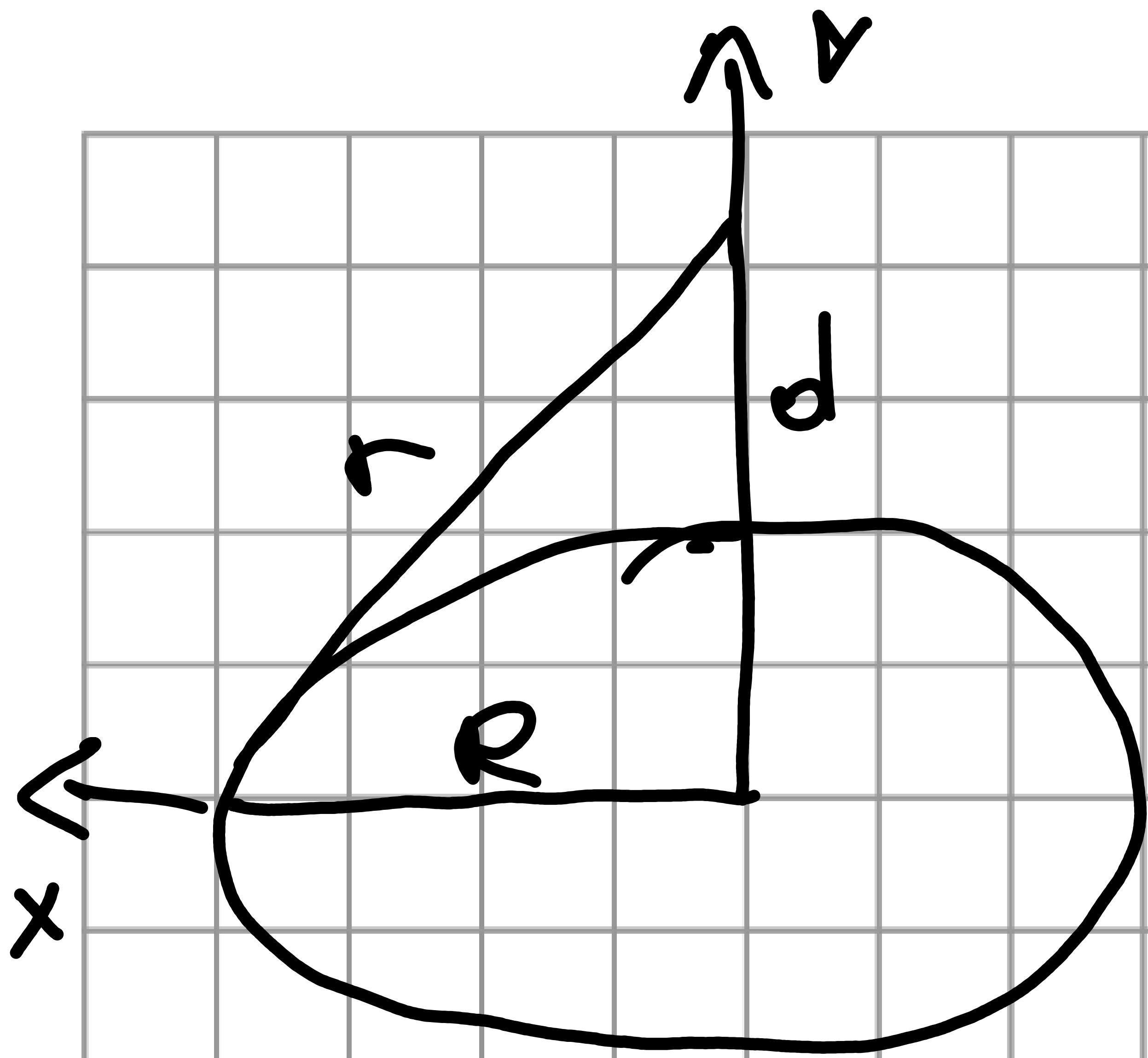


2 siły - ciężkości, Coulomba

$F_c = mg$ $\quad$ $F_Q = \frac{Q^2}{r^2} k$

$tg(\alpha) = \frac{F_c}{F_Q} \Rightarrow mg\, tg(\alpha) = k \frac{q^2}{r^2}$

$m = \frac{kq^2}{tg(\alpha)\, g\, r^2}$



Znaleźć natężenie pola i potencjał w odległości d, na osi okręgu naładowanego ładunkiem Q

$r = \sqrt{R^2 + d^2}$

$V = k\frac{Q}{r}$ – z def. ładunku

dzielimy na malutkie kawałeczki

$dV = k\frac{dq}{r}$, gdzie $dq = \frac{Q}{L}dl$

$$V = \int_L k\frac{dq}{r} = \frac{kQ}{Lr}\int_L dl = k\frac{Q}{r} = k\frac{Q}{\sqrt{R^2+d^2}}$$

Natężenie: $\vec{E} = -\text{grad}\, V = \left[\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right] =$

$$= -\left[E_x, E_y, E_z\right]$$

$$\vec{E} = -\left[0, E_y, 0\right]$$

$$E_y = -\frac{dV}{dy}, \quad V = k\frac{Q}{\sqrt{R^2+y^2}}$$