

物理选修 第一册

啊波吡

2024 年 8 月 6 日

目录

1 动量守恒定律	1
1.1 动量	1
1.2 动量定理	1
1.2.1 冲量	1
1.2.2 动量定理	2
1.2.3 动量定理的应用	2
1.2.4 动量与冲量的方向	3
1.2.5 流体的冲力	4
1.2.6 变力的冲量	4
1.3 动量守恒定律	4
1.4 爆炸 反冲	7
1.4.1 爆炸	8
1.4.2 反冲	9
1.5 碰撞	9
1.5.1 碰撞的类型	9
1.5.2 碰撞的合理性	10

1 动量守恒定律

1.1 动量

物理学中把质量和速度的乘积 mv 定义为物体的**动量**, 用字母 p 表示, 即

$$p = mv.$$

在国际单位制中, 动量的单位是**千克米每秒** ($\text{kg} \cdot \text{m/s}$).

动量是矢量, 动量的方向与速度的方向相同.

动量是状态量, 其中 v 是瞬时速度, 而不是平均速度.

物体在一个过程中**动量的变化量**是它的末动量与初动量的矢量差. 动量的变化量也称为**动量的增量**. 如果初末动量在一条直线上, 即运动是一维的, 那么选定正方向后, 动量的方向可以用正负号表示, 从而将矢量运算转化为代数运算, 即

$$\Delta p = m\Delta v = mv' - mv.$$

此时动量的增量 Δp 为负表示动量向负方向增加.

1.2 动量定理

1.2.1 冲量

假定一个质量为 m 的物体在光滑的水平面上受到恒力 F 的作用, 做匀变速直线运动. 在初始时刻, 物体的速度为 v , 经过一段时间 Δt , 它的速度为 v' , 那么, 这个物体在这段时间的加速度就是

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v' - v}{\Delta t}.$$

根据牛顿第二定律, 有

$$F = ma = m \frac{v' - v}{\Delta t} = \frac{mv' - mv}{\Delta t}. \quad (1)$$

即

$$F\Delta t = p' - p. \quad (2)$$

这就是说, **力与力的作用时间的乘积, 等于在这段时间内动量的变化量.**

(2) 式的左边是力与力作用时间的乘积, 它反映了力的作用对时间的累积效应. 物理学中把

$F\Delta t$ 这个量称为力的冲量, 用 I 表示, 即

$$I = F\Delta t.$$

冲量的单位是牛秒 ($\text{N} \cdot \text{s}$). 事实上, 它与动量的量纲相同, 并且

$$1 \text{ N} \cdot \text{s} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}.$$

冲量是矢量, 冲量的方向与力的方向相同.

冲量是过程量, $F\Delta t$ 表示力 F 作用 Δt 时间的冲量.

1.2.2 动量定理

有了冲量的概念, (2) 式就可以写成

$$I = \Delta p.$$

也可以展开写为

$$F\Delta t = mv' - mv.$$

它们表示, 物体在一个过程中所受力的冲量等于它在这个过程始末的动量变化量, 这就是动量定理.

值得注意的是, 动量定理中所提到的“力的冲量”指的是物体所受合力的冲量. 除此之外, 物体受到的任何一个分力都有冲量, 比如质量为 m 的物体重力的冲量为

$$I_G = mg\Delta t.$$

其中 g 是重力加速度, Δt 是重力的作用时间. 然而重力无时无刻不作用在物体上, 所以我们可以取任意的 $\Delta t > 0$, 并说 $mg\Delta t$ 是物体的重力在时间 Δt 内的冲量.

事实上, 动量定理不仅适用于单体, 也适用于系统, 即我们有:

物体系统在一个过程中所受合外力的冲量等于该系统内各个物体在这个过程始末的动量变化量的矢量和.

1.2.3 动量定理的应用

由 (1) 式可得

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t},$$

由此可知, 物体动量的变化率等于物体所受合外力的大小.

一定质量的物体, 改变一定的速度, 动量的改变量是一定的. 此时 $F \propto \frac{1}{\Delta t}$, 即力的作用时间越长, 力越小. 物体相互碰撞时出现的力称为**冲力**. 为了安全, 我们通常延长冲力的作用时间从而减小冲力的大小, 这就是“**缓冲**”. 易碎物品运输时要用柔软材料包装, 跳高时运动员要落在软垫上, 就是这个道理.

1.2.4 动量与冲量的方向

由动量变化量的定义式 $\Delta p = m\Delta v$ 可知, 物体动量的变化量 Δp 与它速度的变化量 Δv 同向.

由冲量的定义式 $I = F\Delta t$ 可知, 合力的冲量 I 与合力 F 同向.

由动量定理 $I = \Delta p$ 可知, 合力 F 的冲量 I 与动量的变化量 Δp 同向.

由牛顿第二定律 $F = ma$ 可知, 合力 F 与加速度 a 同向.

综上所述, 动量的变化量 Δp , 合力 F , 冲量 I , 以及 Δv 和 a 都是同向的.

例 1 一个质量为 $m = 2 \text{ kg}$ 的物体, 在 $F_1 = 8 \text{ N}$ 的水平拉力作用下, 从静止开始沿水平面运动了 $t_1 = 5 \text{ s}$, 然后拉力减小为 $F_2 = 5 \text{ N}$, 方向不变, 物体又运动了 $t_2 = 4 \text{ s}$ 后撤去外力, 物体再经过 $t_3 = 6 \text{ s}$ 停下来. 试求物体在水平面上所受的摩擦力.

解 设拉力的方向为正方向, 则摩擦力沿负方向. 注意到全程中摩擦力的大小 F_f 是恒定不变的, 对全过程应用动量定理得

$$F_1 t_1 + F_2 t_2 - F_f(t_1 + t_2 + t_3) = 0 - 0.$$

由此解得 $F_f = 4 \text{ N}$.

注意 本题中的拉力都是水平的, 如果拉力是倾斜的, 并且在整个过程中大小发生了变化, 要注意摩擦力也会随之变化.

例 2 某人所受重力为 G , 穿着平底鞋起跳, 竖直着地过程中, 双脚与地面间的作用时间为 t , 地面对他的平均冲击力大小为 $4G$. 若他穿上带有减震气垫的鞋起跳, 以与第一次相同的速度着地时, 双脚与地面间的作用时间变为 $2.5t$, 求地面对他的平均冲击力 \bar{F} 变为多少.

解 由两过程的末速度相同, 知两过程的动量变化量相同. 由动量定理知两过程的合力冲量相同, 即

$$(4G - G)t = (\bar{F} - G)2.5t.$$

由此解得 $\bar{F} = 2.2G$.

注意 动量定理 $I = \Delta p$ 中, I 为合力的冲量. 在本题中, 要注意不要把重力当作合力计算.

1.2.5 流体的冲力

根据动量定理, 流体的冲力 F 满足

$$Ft = mv.$$

其中 m 为流体质量, v 为流体速度, t 为全过程的时间.

因为流体的体积 $V = vt \cdot S$ (S 为流体截面), 所以流体的质量 $m = \rho V = \rho \cdot vt \cdot S$ (ρ 为流体的密度). 因此

$$Ft = \rho \cdot vt \cdot S \cdot v.$$

由此得到流体的冲力公式

$$F = \rho S v^2.$$

式中 F 为流体的冲力, ρ 为流体密度, S 为流体截面, v 为流体速度.

1.2.6 变力的冲量

当物体所受的合力变化时, 我们通常用动量定理求解合力的平均冲量, 进而求解某个分力的冲量.

特别地, 当物体所受的某个力 F 与物体的速度 v 成正比时 (比如阻力), 设这个力与速度的关系为 $F = kv$, 那么这个力的冲量

$$I_F = \sum F_i \Delta t_i = \sum kv_i \Delta t_i = ks.$$

其中 F_i, v_i 分别是物体在每个极短时间 Δt_i 内的力和速度, s 是物体的位移.

1.3 动量守恒定律

前面我们学习了动量定理. 力 F 作用在质量为 m 的物体上, 作用时间为 t , 物体在这个过程始末的速度分别为 v, v' , 则有

$$Ft = mv' - mv.$$

当外力 F 为 0 时, 有

$$mv' = mv.$$

即物体的动量保持不变, 我们可以说这个物体的动量是守恒的. 这个结论我们很好理解, 应用牛顿第一定律就可以解释.

上面的讨论是对单个物体而言的, 那么对多个物体有没有“动量守恒”的规律呢? 在研究这个问题之前, 我们先介绍一个概念.

当我们对两个 (或多个) 物体进行研究时, 它们组成一个**力学系统**. 系统内两个 (或多个) 物体的相互作用力称为**内力**, 系统以外的物体对系统的作用力称为**外力**.

下面我们结合一个具体情境来研究, 系统所受合外力为 0 时, 系统的总动量如何变化.

质量为 m_1 和 m_2 的两个小球 A 和 B, 在光滑水平面上沿同一方向做匀速直线运动, 速度分别是 v_1, v_2 , 且 $v_2 > v_1$. 经过一段时间后, B 追上了 A, 两球发生碰撞, 碰撞后 A, B 的速度分别变为 v'_1, v'_2 .

设碰撞过程中, B 对 A 的作用力为 F_1 , A 对 B 的作用力为 F_2 , 由牛顿第三定律可知, F_1 与 F_2 大小相等, 方向相反, 即 $F_1 = -F_2$.

对 A 应用动量定理得

$$F_1 t = m_1 v'_1 - m_1 v_1.$$

对 B 应用动能定理得

$$F_2 t = m_2 v'_2 - m_2 v_2.$$

联立以上三个式子, 得

$$m_1 v'_1 - m_1 v_1 = -(m_2 v'_2 - m_2 v_2). \quad (3)$$

整理得

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2. \quad (4)$$

我们发现, 两个球碰撞前后, 系统的总动量是不变的, 也可以说系统的动量是守恒的. 由此, 我们得到动量守恒定律.

动量守恒定律 如果一个系统不受外力或所受外力的矢量和为 0, 那么这个系统的总动量保持不变, 即系统的动量守恒.

(3) 和 (4) 分别是动量守恒定律的两种表达形式, 即

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2.$$

其中 Δp_1 , Δp_2 分别为两个物体在一个过程中的动量变化量, 这种形式适用于系统中有且只有两个物体时.

或者

$$p = p'.$$

其中 p , p' 分别为系统的初动量, 末动量. 这种形式不限制系统内的物体数量. 当系统中有两个物体时, 上式可以写成

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2.$$

这是动量守恒最常见的表达形式.

因为系统的总动量 $p = m_{\text{系统}} v_{\text{质心}}$ (其中 $m_{\text{总}}$ 是系统质量, $v_{\text{质心}}$ 是系统质心的速度), 所以

$$m_{\text{系统}} v_{\text{质心}} = m_{\text{系统}} v'_{\text{质心}},$$

由此可得

$$v_{\text{质心}} = v'_{\text{质心}},$$

即系统质心速度不变. 因此系统动量守恒等价于系统质心的速度守恒.

应用动量守恒定律时, 有几点注意事项:

1. 动量守恒指的是总动量在相互作用的过程中时刻守恒, 而不是只有始末状态才守恒. 因此在实际使用时, 可以任选两个状态来列方程.
2. 系统的动量守恒, 不能说明单体的动量守恒. 在应用动量守恒定律时, 一定要明确是哪些物体构成的系统.
3. 动量守恒定律的表达式是矢量式, 对于一维的问题可以先规定正方向, 再进行计算.
4. 动量与参考系的选择有关, 一般以地面为参考系.
5. 动量守恒不能说明机械能守恒, 机械能守恒也不能说明动量守恒, 它们的判定条件不同, 没有必然联系.

6. 动量守恒定律不但适用于宏观低速运动的物体, 而且还适用于微观高速运动的粒子. 它与牛顿运动定律相比, 适用范围要广泛得多. 并且动量守恒定律不需要考虑物体间的作用细节, 在解决问题上比牛顿运动定律更简捷.

动量守恒的条件

虽然动量守恒定律要求系统所受的合外力为 0, 但是在以下两种情况下, 我们也可以用动量守恒定律解决问题:

1. 系统所受合外力不为 0, 但在系统各部分相互作用的瞬时过程中, 系统内力远远大于外力, 外力相对来说可以忽略不计, 这时系统的动量近似守恒. 例如爆炸, 反冲等过程.
2. 系统所受合外力不为 0, 但系统在某一方向上不受外力或该方向上外力之和为 0. 则系统在该方向上的动量守恒. 例如物块在斜面上下滑的问题. 在分析这类问题时, 要注意先把速度分解成沿该方向的速度再代入计算.

例 3 两个木块 A, B 置于光滑水平面上, 它们的质量 $m_A = m_B = 2 \text{ kg}$. B 与一轻质弹簧的一段相连, 弹簧的另一端固定在墙上. 当 A 以 $v = 4 \text{ m/s}$ 的速度向 B 撞击时, 由于有橡皮泥 (质量不计) 而粘在一起运动. 求弹簧被压缩到最短时, 弹簧的弹性势能 E_p .

解 在弹簧压缩前, 两木块的动量守恒, 并且最终具有相同的速度 $v_{\text{共}}$, 根据动量守恒定律有

$$m_A v + 0 = (m_A + m_B) v_{\text{共}}.$$

弹簧压缩的过程中, 根据能量守恒定律, 两物体的动能转化为弹簧的弹性势能, 即

$$\frac{1}{2}(m_A + m_B)v_{\text{共}}^2 = E_p.$$

联立以上两式, 代入数据可得 $E_p = 8 \text{ J}$.

1.4 爆炸 反冲

系统在内力的相互作用下, 当一部分向某一方向运动时, 剩余部分将向相反方向运动, 这种现象叫做反冲.

以发生反冲的系统为研究对象, 系统两部分间的相互作用力是内力, 在系统外力 (如重力, 空气阻力等) 可以忽略的情况下, 我们知道, 系统的动量守恒.

爆炸就是反冲运动的一种. 爆炸过程中, 系统内部在极短时间内释放出大量的能量, 内力远远大于外力, 因此, 对整个系统而言, 我们可以利用动量守恒来解决问题.

1.4.1 爆炸

在光滑水平面上, 质量为 m_1, m_2 的两个物体紧靠在一起, 它们之间有少许炸药 (质量不计), 炸药爆炸后, 两个物体分开而向相反的方向运动, 速度大小分别为 v_1, v_2 . 以 v_1 的方向为正方向, 根据动量守恒, 有

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2. \quad (5)$$

由此可得

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

这就是说, 原本静止的系统因爆炸而分成两部分, 这两部分的速度大小之比是它们质量比的反比.

研究完速度, 我们再来研究动能和动量. 根据 (5), 显然这两个物体的动量相等, 那它们的动能又有什么关系呢?

设这两个物体的动能分别为 E_{k1}, E_{k2} , 则

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{\frac{1}{2}m_1 v_1^2}{\frac{1}{2}m_2 v_2^2} = \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2} = \frac{v_1}{v_2}.$$

即它们的动能之比等于速度之比.

当爆炸产生的化学能全部转化为动能时, 则

$$E_{\text{化学}} = \Delta E_k = \left(\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \right) - 0.$$

当转化比为 η 时, 则

$$\eta E_{\text{化学}} = \Delta E_k = \left(\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \right) - 0.$$

例 4 在粗糙水平面上, 质量为 m_1, m_2 的两个物体紧靠在一起, 它们之间有少许炸药 (质量不计), 炸药爆炸后, 两个物体分别滑动 x_1, x_2 的距离而停止, 两物体与水平面间的动摩擦因数均为 μ . 求两物体的质量比, 以及爆炸后瞬间的速度大小之比, 动能大小之比.

分析 爆炸过程中产生的内力极大, 时间极短, 摩擦力相对来说可以忽略不计, 因此系统的动量可以看作是守恒的.

解 设爆炸后瞬间两物体的速度大小分别为 v_1, v_2 . 炸药爆炸后, 分析两物体滑行的过程, 易知

两个物体的加速度恒定且均为 $a = \mu g$. 由匀变速直线运动位移与速度的关系可知

$$-2ax_1 = 0 - v_1^2,$$

$$-2ax_2 = 0 - v_2^2.$$

可得两物体爆炸后瞬间的速度大小之比 $v_1 : v_2 = \sqrt{x_1} : \sqrt{x_2}$.

炸药爆炸过程中, 取 v_1 的方向为正方向, 应用动量守恒定律得

$$0 = m_1 v_1 - m_2 v_2.$$

解得 $m_1 : m_2 = v_2 : v_1 = \sqrt{x_2} : \sqrt{x_1}$.

爆炸后两物体的动能之比为

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{\frac{1}{2}m_1 v_1^2}{\frac{1}{2}m_2 v_2^2} = \frac{m_1 v_1 \cdot v_1}{m_2 v_2 \cdot v_2}.$$

由上可知 $m_1 v_1 = m_2 v_2$, 所以

$$\frac{E_{k1}}{E_{k2}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{x_2}}{\sqrt{x_1}}.$$

1.4.2 反冲

1.5 碰撞

碰撞是两物体间极短的相互作用. 发生碰撞的系统所受合外力为 0, 因此系统的动量守恒, 也就是系统质心的速度守恒.

1.5.1 碰撞的类型

完全非弹性碰撞 在非弹性碰撞过程中, 物体往往会发生形变, 还会发声发热. 因此, 在非弹性碰撞过程中会有动能损失, 转化为其它形式的能, 即动能不守恒.

系统碰撞后, 物体结合在一起 (即共速), 此时动能损失最大. 这种碰撞叫做**完全非弹性碰撞**.

质量为 m_1, m_2 , 初速度为 v_1, v_2 的两个物体发生完全非弹性碰撞, 系统亏损的动能为

$$\Delta E_k = \left(\frac{1}{2}m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2'^2 \right) - \left(\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \right).$$

系统的动量守恒, 有

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{\text{共}}.$$

由上式可知, 它们的末速度 $v_{\text{共}}$ 可以用加权平均数表示

$$v_{\text{共}} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (6)$$

事实上, 这也是系统质心速度的公式.

完全弹性碰撞 在理想情况下, 物体碰撞后, 形变能够完全恢复, 并且不发声发热. 因此系统没有动能损失, 这种碰撞称为**完全弹性碰撞**.

质量为 m_1, m_2 , 初速度为 v_1, v_2 的两个物体发生完全非弹性碰撞, 根据动量守恒, 动能守恒分别有

$$\begin{aligned} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 v'_1 + m_2 v'_2, \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 &= \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2. \end{aligned}$$

特别地, 当两物体质量相同时, 即 $m_1 = m_2$ 时, 容易得到

$$\begin{aligned} v_1 + v_2 &= v'_1 + v'_2, \\ v_1^2 + v_2^2 &= v'^2_1 + v'^2_2. \end{aligned}$$

解得 $v'_1 = v_2, v'_2 = v_1$, 即**两物体的速度互换**.

1.5.2 碰撞的合理性