

物理 电与磁

必修第三册 & 选修第二册

啊波吡

2025 年 4 月 13 日

目录

1 静电场	1
1.1 电荷	1
1.1.1 电荷	1
1.1.2 起电	1
1.1.3 电荷守恒定律	2
1.1.4 元电荷	2
1.2 静电力	2
1.2.1 库仑定律	2
1.2.2 静电力的平衡问题	3
1.3 电场	4
1.3.1 电场	4
1.3.2 电场强度	5
1.3.3 两个等量点电荷形成的电场	7
1.4 静电场中的能量	8
1.4.1 电势能	8
1.4.2 电势	9
1.4.3 电势差	10
1.5 电场的图形描述	12

1.5.1	电场线	12
1.5.2	等势面	13
1.6	电势差与电场强度的关系	13
1.7	静电的防止与利用	14
1.7.1	静电平衡	14
1.7.2	电荷的分布特点	15
1.7.3	静电屏蔽	15
1.8	电容	15
1.8.1	电容器	15
1.8.2	电容	16
1.8.3	平行板电容器	17
1.8.4	电容器的动态分析	19
1.9	带电粒子在匀强电场中的运动	20
1.9.1	匀强电场中的直线运动	20
1.9.2	匀强电场中的类平抛运动	21
1.9.3	匀强电场中的加速与偏转	22
2	电路	23
2.1	电流	23
2.1.1	电流	23
2.1.2	电流的微观本质	23
2.1.3	电解质溶液中的电流	24
2.1.4	机械运动的等效电流	24
2.2	电阻	25
2.2.1	电阻	25
2.2.2	影响电阻的因素	25
2.3	电路	26
2.3.1	串联电路与并联电路	26
2.3.2	电压表和电流表	26
2.3.3	等效电路	27

2.3.4	动态电路问题	28
2.3.5	含电容器的电路	29
2.4	电源	29
2.4.1	电源	29
2.4.2	电动势	30
2.4.3	内阻	31
2.4.4	电池容量	31
2.5	电路中的能量转化	31
2.5.1	电功	31
2.5.2	电功率	31
2.5.3	焦耳定律	32
2.6	闭合电路欧姆定律	32
2.6.1	闭合电路欧姆定律	32
2.6.2	路端电压和负载的关系	33
2.7	电源的功率与效率	34
2.7.1	功率与电流的关系	34
2.7.2	电源的效率	36
2.8	实验: 伏安法测电阻	36
2.8.1	电流表的内接法与外接法	36
2.8.2	滑动变阻器的限流接法和分压接法	37
2.9	实验: 测量电源的电动势及内阻	38
2.9.1	实验思路	38
2.9.2	数据处理	39
2.9.3	电路连接及误差分析	39
3	磁场	41
3.1	磁场	41
3.1.1	磁场	41
3.1.2	磁感线	41
3.1.3	磁感应强度	42

3.1.4	匀强磁场	42
3.1.5	安培定则	42
3.1.6	地磁场	43
3.2	磁通量	43
3.2.1	安培的分子电流假说	44
3.3	磁场对通电导线的作用力	45
3.3.1	安培力的方向	45
3.3.2	安培力的大小	45
3.4	磁场对运动电荷的作用力	46
3.4.1	洛伦兹力的方向	46
3.4.2	洛伦兹力的大小	46
3.5	带电粒子在磁场中的运动	47
3.5.1	带电粒子在匀强磁场中的匀速圆周运动	47
3.5.2	带电粒子在有界磁场中的运动	47
3.5.3	带电粒子在复合场中的运动	48
3.6	电磁科技	50
3.6.1	速度选择器	50
3.6.2	质谱仪	51
3.6.3	回旋加速器	51
3.6.4	电磁流量计	52
4	电磁感应	53
4.1	电磁感应现象	53
4.2	电磁波	53
4.2.1	电磁场	53
4.2.2	电磁波谱	54
4.3	楞次定律	54
4.4	法拉第电磁感应定律	55
4.4.1	法拉第电磁感应定律	55
4.4.2	变化的磁场产生的感应电动势	56

4.4.3	导线切割磁感线时的感应电动势	57
4.5	电磁感应的应用	58
4.5.1	涡流	58
4.5.2	电磁阻尼 电磁驱动	59
4.6	互感 自感	59
4.7	通电导线在磁场中的运动	60
4.7.1	通电导线在磁场中的受力	60
4.7.2	电磁感应中的能量问题	61
4.7.3	电磁感应与电荷量	63
5	交变电流	66
5.1	正弦式交变电流	66
5.2	交变电流的描述	68
5.2.1	频率 周期	68
5.2.2	峰值 有效值	69
5.2.3	平均值	70
5.3	电感器和电容器对交流的阻碍	70
5.4	变压器	71
5.4.1	理想变压器的变压规律	72
5.4.2	有多个副线圈时的变压规律	72
5.4.3	自耦变压器	73
5.5	电能的输送	73

1 静电场

1.1 电荷

1.1.1 电荷

人们发现,很多物体都会由于摩擦而带电,并称这种方式为**摩擦起电**.

美国科学家富兰克林通过实验发现,雷电的性质与摩擦产生的电的性质完全相同,并命名了**正电荷**和**负电荷**.自然界的电荷只有两种.

电荷的多少叫做**电荷量**,用 Q 或 q 表示.在国际单位制中,它的单位是**库仑**,简称库,符号是 C,定义为 1 A 恒定电流在 1 s 时间间隔内所传送的电荷量为 1 C.因此,电荷量不属于基本物理量,它是电流强度 I 和时间 t 的导出物理量,并且

$$Q = It.$$

正电荷的电荷量为正值,负电荷的电荷量为负值.

1.1.2 起电

起电,就是使物体带电.起电的本质是电子转移.

摩擦可以使物体带电,那么,还有其它方法可以使物体带电吗?

感应起电 当一个带电体靠近导体时,由于电荷间相互吸引或排斥,导体中的自由电荷便会趋向或远离带电体,使导体靠近带电体的一端带异种电荷,远离带电体的一端带同种电荷.这种现象叫做**静电感应**.利用静电感应使金属导体带电的过程叫做**感应起电**.

与摩擦起电不同的是,摩擦起电的两个物体通常都是绝缘体,这使电荷会留在绝缘体表面,产生明显的带电现象.相反,导体的电荷会均匀分布整个物体,不易观察到带电现象.

接触起电 感应起电的两个物体不接触,电荷仅在导体的内部移动.除此之外,两个物体在接触时,如果它们之间存在电位差,电荷将会在两个物体间转移,最终达到动态平衡.

一个不带电的导体通过与一个带电体接触后分开,从而形成带电体的过程,称为**接触起电**.

两个完全相同的导体接触后分开,它们所带的电荷量相同.因此,除非这两个物体都不带电,否则在接触后将会相互排斥.

1.1.3 电荷守恒定律

静电感应过程中导体中的自由电荷只是从导体的一部分转移到另一部分. 而接触起电过程中自由电荷在几个导体间转移. 也就是说, 无论是接触起电还是感应起电都没有创造电荷, 只是电荷的分布发生了变化.

大量实验事实表明, 电荷既不会创生, 也不会消灭, 它只能从一个物体转移到另一个物体, 或者从物体的一部分转移到另一部分; 在转移过程中, 电荷的总量保持不变. 这个结论叫做**电荷守恒定律**.

电荷守恒定律更普遍的表述是: 一个与外界没有电荷交换的系统, 电荷的代数和保持不变.

1.1.4 元电荷

迄今为止, 实验发现的最小电荷量就是电子所带的电荷量. 质子, 正电子所带的电荷量与它相同, 电性相反. 人们把这个最小的电荷量叫做**元电荷**, 用 e 表示.

元电荷 e 的数值, 最早是由美国物理学家**密立根**测得的. 在密立根实验之后, 人们又做了许多测量. 现在公认的元电荷 e 的值为

$$e = 1.602176634 \times 10^{-19} \text{ C}.$$

在计算中, 可取

$$e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}.$$

电子的电荷量 e 与电子的质量 m_e 之比, 叫做电子的**比荷**. 比荷也是一个重要的物理量. 电子的质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, 所以电子的比荷为

$$\frac{e}{m_e} = 1.76 \times 10^{11} \text{ C/kg}.$$

1.2 静电力

1.2.1 库仑定律

通过实验可知, 电荷之间的作用力随着电荷量的增大而增大, 随着距离的增大而减小. 这看起来与万有引力的规律类似. 电荷之间的相互作用力, 会不会与它们电荷量的乘积成正比, 与它们之间距离的二次方成反比?

法国科学家库仑设计了一个十分精妙的实验 (**扭秤实验**), 对电荷之间的作用力开展研究, 最终确定: 真空中两个静止点电荷之间的相互作用力, 与它们的电荷量的乘积成正比, 与它们的距离的二次方成反比, 作用力的方向在它们的连线上. 这个规律叫做**库仑定律**. 这种电荷之间的相互作用力叫做**静电力**或**库仑力**.

应该注意, 由于力的大小应该是正值, 而电荷量 q_1, q_2 的乘积可以是负值, 因此, 在计算静电力时, 实际上应代入电荷量的绝对值.

假设两个点电荷的电荷量的数值分别为 q_1, q_2 , 它们的距离为 r , 那么库仑定律可以表示为

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$

式中的 k 是比例系数, 叫做**静电力常量**. 当两个点电荷所带的电荷量为同种时, 它们之间的作用力为斥力; 反之, 为异种时, 它们之间的作用力为引力. 在国际单位制中, 电荷量的单位是库仑 (C), 力的单位是牛顿 (N), 距离的单位是米 (m). k 的值是

$$k = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2.$$

上面的定律中提到了点电荷的概念, 下面我们来介绍一下.

点电荷 实验事实说明, 两个实际的带电体间的相互作用力与它们自身的大小, 形状以及电荷分布都有关系.

当带电体之间的距离比它们自身的大小大得多, 以致带电体的形状, 大小及电荷分布状况对它们之间的作用力的影响可以忽略时, 这样的带电体可以看作带电的点, 叫做**点电荷**.

库仑定律描述的是两个点电荷之间的作用力. 如果存在两个以上点电荷, 那么, 每个点电荷都要受到其他所有点电荷对它的作用力. 两个或两个以上点电荷对某一个点电荷的作用力, 等于各点电荷单独对这个点电荷的作用力的矢量和.

库仑定律是电磁学的基本定律之一. 库仑定律给出的虽然是点电荷之间的静电力, 但是任何一个带电体都可以看成是由许多点电荷组成的. 所以, 如果知道带电体上的电荷分布, 根据库仑定律就可以求出带电体之间的静电力的大小和方向.

1.2.2 静电力的平衡问题

在真空中有两个相距不远的点电荷 A 和 B, 显然, 无论它们电性如何, 在静电力的相互作用下, 都不可能平衡.

现在我们另有一点电荷 C, 把它放置在 A, B 所在直线上某一位置, 能使它们三者受力平衡吗? 应该放在哪里?

我们知道, 当每个电荷受另外两个电荷的合静电力均为 0 时, 它们三个均平衡.

根据这一点, 我们可以确定:

(1) 放在中间的电荷, 与放在两边的电荷电性相反;

(2) 放在两边的电荷电性相同.

如果不满足 (1), 那么两边的电荷无法平衡; 如果不满足 (2), 那么中间的电荷无法平衡. 这个规律可以简单记为“两同夹一异”.

我们不妨假设 A, B 带正电, C 带负电, 那么 C 应该放在 A, B 的中间. 应该更靠近谁呢? 容易知道, C 应该更靠近电荷量较小的那个. 可以列出 C 的受力平衡方程, 从而解出这个距离. 这个规律可以简单说成“近小远大”.

除此之外, A, B 的平衡对 C 的电荷量也有要求. 如果 A, B 固定, 那么在直线 AB 上, 总有一点使 C 受力平衡, 但这一点不一定能使 A, B 也平衡. 事实上, 当 A, B, C 均平衡时, 由库伦定律可以得到:

$$\sqrt{q_1 q_3} = \sqrt{q_1 q_2} + \sqrt{q_2 q_3},$$

其中 q_1, q_3 是放在两边的两个电荷的电荷量, q_2 是放在中间的电荷的电荷量. 由此可知, 放在两边的电荷, 它们的电荷量都大于中间电荷的电荷量, 简单说成“两大夹一小”.

综合起来, 我们有: “两同夹异, 两大夹小, 近小远大”.

1.3 电场

1.3.1 电场

19 世纪 30 年代, 英国科学家法拉第提出一种观点, 认为在电荷的周围存在着由它产生的电场. 处在电场中的其它电荷受到的作用力就是这个电场给予的. 例如, 电荷 A 对电荷 B 的作用力, 就是电荷 A 的电场对电荷 B 的作用; 电荷 B 对电荷 A 的作用力, 就是电荷 B 的电场对电荷 A 的作用.

物理学的理论和实验证实并发展了法拉第的观点. 电场以及磁场已被证明是客观存在的. 场像分子, 原子等实物粒子一样具有能量, 因而场也是物质存在的一种形式.

静止电荷产生的电场叫做**静电场**.

把一个电荷放入某个电场中, 来研究这个电场的性质. 这样的电荷叫做**试探电荷**. 激发电场的带电体所带的电荷叫作**场源电荷**, 或**源电荷**.

在研究电场的性质时, 我们选取的试探电荷应当是电荷量很小的点电荷, 目的是不对所研究的电场产生影响.

1.3.2 电场强度

在点电荷 Q 的电场中的 P 点, 放一个试探电荷 q_1 , 它在电场中受到的静电力是 F_1 , 根据库仑定律, 有

$$F_1 = k \frac{q_1 Q}{r^2}. \quad (1)$$

同理, 如果把试探电荷换成 q_2 , 那么它受到的静电力

$$F_2 = k \frac{q_2 Q}{r^2}. \quad (2)$$

由 (1) (2) 两式可以看出

$$\frac{F_1}{q_1} = \frac{F_2}{q_2} = k \frac{Q}{r^2}. \quad (3)$$

放在 P 点的试探电荷所受的静电力与它的电荷量之比, 与产生电场的场源电荷的电荷量 Q 及 P 点到场源电荷的距离 r 有关, 而与试探电荷的电荷量无关.

试探电荷所受的静电力与它的电荷量之比反映了电场在各点的性质. 我们定义它为**电场强度**, 用 E 表示, 即

$$E = \frac{F}{q}.$$

这是电场强度的定义式. 其中 F 是试探电荷在电场内某点所受的静电力, q 是这个试探电荷的电荷量, E 是这一点的电场强度.

由定义式可知, 电场强度的国际单位为**牛每库**, 符号是 N/C . 如果 1 C 的电荷在电场中的某点受到的静电力是 1 N , 那么该点的电场强度就是 1 N/C .

电场强度是矢量. 物理学规定, 电场中某点的电场强度的方向与正电荷在该点所受静电力的方向相同.

试探电荷在电场中受到的静电力也叫做**电场力**.

点电荷的电场强度

点电荷是最简单的场源电荷. 由 (3) 可知, 一个电荷量为 Q 的点电荷, 在与之相距 r 处的电场强度

$$E = k \frac{Q}{r^2}. \quad (4)$$

据上式可知, 如果以电荷量为 Q 的点电荷为中心作一个球面, 则球面上各点的电场强度大小相等. 当 Q 为正电荷时, 电场强度 E 的方向沿半径向外; 当 Q 为负电荷时, 电场强度 E 的方向沿半径向内.

电场强度的叠加

我们知道, 两个或两个以上的点电荷对某一个点电荷的静电力, 等于各点电荷单独对这个点电荷的静电力的矢量和. 由此可以推理, 如果场源是多个点电荷, 则电场中某点的电场强度等于各个点电荷单独在该点产生的电场强度的矢量和.

如果叠加电场的场源电荷不是点电荷, 我们可以用以下几种方法分析:

1. **割补法** 当所给带电体不是一个完整的规则物体时, 将该带电体割去或增加一部分, 组成规则的整体, 从而求出规则物体的电场强度, 再通过电场强度的叠加求出不规则物体的电场强度.
2. **对称法** 当电荷的分布具有对称性时, 应用其对称性分析往往会很方便. 我们可以通过割补法将非对称体转化为对称体.
3. **微元法** 将研究对象分割成若干个微小的单元, 或从研究对象上选取某一微小的部分加以分析. 在电场中, 当一个带电体不能视为点电荷时, 可用微元的思想将带电体分为很多小的点电荷, 再用电场强度的叠加的方法计算.

例 1 在某电场中的 P 点, 放一带电量 $q_1 = -3.0 \times 10^{-10} \text{ C}$ 的试探电荷, 测得该点受到的静电力大小为 $F_1 = 6.0 \times 10^{-7} \text{ N}$, 方向水平向右. 求

- (1) P 点的电场强度大小和方向;
- (2) 如果在 P 点放一带电量 $q_2 = 1.0 \times 10^{-10} \text{ C}$ 的试探电荷, 求 q_2 受到的静电力 F_2 的大小和方向.

解 (1) 根据电场强度的定义, P 点的电场强度为

$$E = \frac{F_1}{q_1} = \frac{6.0 \times 10^{-7}}{-3.0 \times 10^{-10}} \text{ N/C} = 2.0 \times 10^3 \text{ N/C},$$

方向与负点电荷 q_1 受到的静电力方向相反, 即水平向左.

(2) 由电场强度的定义有

$$E = \frac{F_2}{q_2}.$$

由此可得

$$F_2 = 2.0 \times 10^{-7} \text{ N}.$$

因为 q_2 是正点电荷, 所以 F_2 的方向与 P 点的场强方向相同, 即水平向左.

电场线

除了用数学公式描述电场外, 形象地了解和描述电场中各点电场强度的大小和方向也很重要. 法拉第采用了一个简洁的方法来描述电场, 那就是画**电场线**.

同一幅图中, 电场强度较大的地方电场线较密, 电场强度较小的地方电场线较疏, 因此在同一幅图中可以用电场线的疏密来比较各点电场强度的大小.

匀强电场

如果电场中各点的电场强度的大小相等, 方向相同, 这个电场就叫做**匀强电场**.

由于方向相同, 匀强电场中的电场线应该是平行的; 又由于电场强度大小相等, 电场线的疏密程度应该是相同的. 所以, 匀强电场的电场线可以用间隔相等的平行线来表示.

1.3.3 两个等量点电荷形成的电场

我们主要研究这个电场分别在两点电荷连线和中垂线上的性质.

记这两个点电荷连线的中点为 O 点. 通过数学分析可知, 无论这两个点电荷的电性如何, 在它们的连线上, O 点的电场强度总是最小的.

等量同种点电荷

在这两个电荷的连线上, O 点的电场强度是最小的. 假设一个正点电荷放置在 O 点, 那么左右两个电荷对它的静电力等大反向, 因此 O 点的电场强度为 0.

在这两个电荷连线的中垂线上, O 点的电场强度也是最小的. 假设一个正点电荷放置在 O 点上方, 那么它同时受左右两个电荷的斥力 (或引力), 并且这两个力是等大的. 它们的合力方向 (即电场强度的方向) 垂直于连线向上 (或向下).

我们知道, 中垂线上无限远处的电场强度为 0, O 点处的电场强度也为 0, 而它们之间的电场强度却不为零. 因此, 在中垂线上存在一点为电场强度在这条线上的最大值. 这一点我们无法确定.

等量异种点电荷

在这两个电荷的连线上, O 点的电场强度是最小的. 假设一个正点电荷放置在 O 点, 那么左右两个电荷对它的静电力等大同向, 它们的合力不为 0. 因此, 在连线上, O 点的电场强度最小但不为 0.

在这两个电荷连线的中垂线上, O 点的电场强度是最大的. 假设一个正点电荷放置在 O 点上方, 那么它同时分别受两个电荷的引力和斥力, 并且这两个力是等大的. 它们的合力方向 (即电场强度的方向) 平行于它们的连线向左或向右.

因为它放在 O 点上方时与两个电荷的距离变大了, 所以它受到的静电力变小了. 因此, 在中垂线上, O 点的电场强度最大; 沿中垂线向外, 电场强度减小.

1.4 静电场中的能量

我们知道, 电荷在电场中会受到静电力, 若电荷发生位移, 则静电力可能会做功. 我们可以以此为突破, 了解电场中的能量.

1.4.1 电势能

静电力做功的特点

实验发现, 将一个试探电荷 q 从 A 点移动到 B 点, 无论是沿直线移动, 还是沿折线或曲线移动, 静电力做的功都相等. 这就是说, 在静电场中移动电荷时, 静电力所做的功只与电荷的初末位置有关, 而与电荷经过的路径无关. 因此, 与重力一样, 静电力属于保守力.

电势能的概念

与物体在重力场中具有重力势能类似, 电荷在静电场中具有**电势能**, 用 E_p 表示.

如果用 W_{AB} 表示电荷由 A 点运动到 B 点静电力所做的功, 用 E_{pA} 表示电荷在 A 点所具有的电势能, 用 E_{pB} 表示电荷在 B 点所具有的电势能, 那么它们之间的关系为

$$W_{AB} = E_{pA} - E_{pB}.$$

也可以表示为

$$W_{AB} = -\Delta E_p.$$

当 $W_{AB} > 0$ 时, $E_{pA} > E_{pB}$, 静电力做正功, 电势能减小;

当 $W_{AB} < 0$ 时, $E_{pA} < E_{pB}$, 静电力做负功, 电势能增大.

这满足保守力做功的规律.

应该注意, 电势能是相互作用的电荷所共有的, 或者说是电荷及对它作用的电场所共有的. 我们刚才说某个电荷的电势能, 只是一种简略的说法.

电势能的相对性

静电力做的功只能决定电势能的变化量, 而不能决定电荷在电场中某点电势能的数值. 只有先把电场中某点的电势能规定为 0, 才能确定电荷在电场中其他点的电势能.

通常, 我们把电荷在离场源电荷无限远处的电势能规定为 0, 或把电荷在大地表面的电势能规定为 0.

电势能的决定式

规定离场源电荷 Q 无限远处的电势能为 0, 若将一个电荷 q 从 A 点移动到无限远处, 根据 $W_{AB} = E_{pA} - E_{pB}$ 可得

$$W_{A \rightarrow \infty} = E_{pA} - 0 = E_{pA}.$$

由此可知, 如果规定无限远处的电势能为 0, 那么电场中某电荷的电势能, 等于将该电荷从该点移动到无穷远处静电力所做的功.

如果场源电荷 Q 是点电荷, A 点到场源电荷的距离为 r , 根据库仑定律, 通过数学推导可以得到

$$E_{pA} = W_{A \rightarrow \infty} = Fl = qEl = k \frac{Qq}{r}.$$

式中 l 表示 A 点到无限远处的距离, k 是静电力常量. 这里 Q 与 q 的正负要代入计算. 推导过程涉及高等数学知识, 故不做展开.

由此可得, 如果规定无限远处的电势能为 0, 那么在点电荷 Q 的电场中的某点, 电荷 q 所具有的电势能为

$$E_p = k \frac{Qq}{r}. \quad (5)$$

式中, k 是静电力常量, r 是场源点电荷 Q 与试探电荷 q 的距离.

1.4.2 电势

通过实验可知, 置于某一点的试探电荷 q , 如果它的电荷量变为原来的 n 倍, 其电势能也变为原来的 n 倍. 电势能与电荷量之比却是一定的, 它是由电场中该点的性质决定的, 与试探电荷本身无关.

与电场强度的定义类似, 试探电荷在电场中某一点的电势能与它的电荷量之比, 叫做电场在这一点电势. 如果用 φ 表示电势, 用 E_p 表示试探电荷 q 的电势能, 则

$$\varphi = \frac{E_p}{q}.$$

在国际单位制中, 电势的单位是伏特, 符号是 V. 在电场中的某一点, 如果电荷量为 1 C 的电荷在这点的电势能是 1 J, 这一点的电势就是 1 V, 即 $1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$.

假如正的试探电荷沿着电场线的方向向外移动, 它的电势能是逐渐减少的. 可以说, 沿着电场线方向电势逐渐降低.

与电势能的情况相似, 应该先规定电场中某处的电势为 0, 然后才能确定电场中其他各点的电势.

当规定无穷远处为零电势点时, 如果场源电荷是点电荷, 根据点电荷附近某点的电势能公式 (5)

可知

$$\varphi = k \frac{Q}{r}.$$

这是点电荷的电场内某点的电势计算公式. 其中 k 为静电力常量, Q 为场源电荷的电荷量, r 为这一点到场源电荷的距离.

由上式可知, 如果规定无穷远处为零电势点, 那么正电荷附近的电势大于 0, 负电荷附近的电势小于 0.

电势只有大小, 没有方向, 是个标量.

电势叠加原理

我们知道, 场源电荷是多个点电荷时, 电场中某点的电场强度等于各个点电荷单独在该点产生的电场强度的矢量和.

与电场强度类似, 多个点电荷在空间某点产生电场的电势, 为每个点电荷在该点产生电势的代数和. 这就是电势叠加原理.

1.4.3 电势差

选择不同的位置作为零电势点, 电场中某点电势的数值也会改变, 但电场中某两点之间电势的差值却保持不变.

在电场中, 两点之间电势的差值叫做**电势差**, 电势差也叫做**电压**. 设电场中 A 点的电势为 φ_A , B 点的电势为 φ_B , 则它们之间的电势差可以表示为

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B.$$

也可以表示为

$$U_{BA} = \varphi_B - \varphi_A.$$

显然

$$U_{AB} = -U_{BA}.$$

电势的值是相对的, 与零电势点的选取有关; 而电势的差值是绝对的, 与零电势点的选取无关.

静电力做功与电势差的关系

将点电荷 q 从 A 点移向 B 点, 静电力做的功 W_{AB} 为电荷 q 在这两点所具有的电势能之差. 由此可以导出静电力做功与电势差的关系.

$$\begin{aligned} W_{AB} &= E_{pA} - E_{pB} = q\varphi_A - q\varphi_B \\ &= q(\varphi_A - \varphi_B) \\ &= qU_{AB}. \end{aligned}$$

即

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}.$$

或者

$$W_{AB} = qU_{AB}.$$

例 2 在静电场中, 将一带电量 $q = -1.5 \times 10^{-6} \text{ C}$ 的电荷从 A 点移向 B 点, 电势能减少 $3.0 \times 10^{-4} \text{ J}$. 如果将该电荷从 C 点移向 A 点, 克服静电力做功 $1.5 \times 10^{-4} \text{ J}$. 取无穷远处为零电势点.

- (1) 求 A, B 两点间的电势差, A, C 两点间的电势差和 B, C 两点间的电势差;
- (2) 若将此电荷从 A 点移动至无穷远处, 克服静电力做功为 $6.0 \times 10^{-4} \text{ J}$, 求电荷在 A 点的电势能;
- (3) 若规定 C 点处电势为 0, 求 A 点电势和电荷在 B 点的电势能;
- (4) 如果将带电量为 $2.0 \times 10^{-6} \text{ J}$ 的正电荷从 A 点移向 B 点, 求静电力做的功.

解 (1) 电荷从 A 点移向 B 点, 电势能减少 $3.0 \times 10^{-4} \text{ J}$, 说明静电力做功 $3.0 \times 10^{-4} \text{ J}$. 根据静电力做功与电势差的关系, A, B 间的电势差

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{3.0 \times 10^{-4}}{-1.5 \times 10^{-6}} \text{ V} = -200 \text{ V}.$$

电荷从 C 点移向 A 点, 克服静电力做功 $1.5 \times 10^{-4} \text{ J}$, 说明从 A 点移向 C 点, 静电力做功 $1.5 \times 10^{-4} \text{ J}$. 同样, 根据静电力做功与电势差的关系, A, C 间的电势差

$$U_{AC} = \frac{W_{AC}}{q} = -100 \text{ V}.$$

根据电势差的定义, 有

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B, \quad (\text{i} - \text{a})$$

$$U_{AC} = \varphi_A - \varphi_C, \quad (\text{i} - \text{b})$$

$$U_{BC} = \varphi_B - \varphi_C. \quad (\text{i} - \text{c})$$

由 (i - a) (i - b) 可得, B, C 两点间的电势差

$$U_{BC} = U_{AC} - U_{BC} = -100 \text{ V} - -200 \text{ V} = 100 \text{ V}.$$

(2) 以无穷远处为零电势点时, 电场中某电荷的电势能, 等于将该电荷从该点移动到无穷远处静电力所做的功. 因此电荷在 A 点的电势能

$$E_p A = W_{A \rightarrow \infty} = -6.0 \times 10^{-4} \text{ J}.$$

(3) 规定 C 点处电势为 0, 即 $\varphi_C = 0$, 那么由 (i - b) 式可得, A 点处的电势

$$\varphi_A = U_{AC} + \varphi_C = U_{AC} = -100 \text{ V}.$$

根据电势的定义, B 点的电势等于电荷 q 在 B 点的电势能除以它的电荷量, 即

$$\varphi_B = \frac{E_p B}{q}. \quad (\text{ii})$$

由 (i - c) 式和 (ii) 式可得 $E_p B = -1.5 \times 10^{-4} \text{ J}$.

(4) 将带电量为 $2.0 \times 10^{-6} \text{ J}$ 的正电荷从 A 点移向 B 点, 静电力做的功为

$$W_{AB} = q' U_{AB} = -1.5 \times 10^{-6} \times -200 \text{ J} = 3.0 \times 10^{-4} \text{ J}.$$

即静电力做正功 $3.0 \times 10^{-4} \text{ J}$.

1.5 电场的图形描述

1.5.1 电场线

前面我们已经了解过了电场线, 现在我们来进一步学习它.

为了形象地描述电场, 我们人为的画出假想曲线. 电场线的特点如下.

1. 电场线从正电荷或无限远出发, 终止于无限远或负电荷.
2. 电场线在电场中不相交, 这是因为在电场中任意一点的电场强度不可能有两个方向.
3. 电场线上各点的切线方向是该点电场强度的方向.
4. 电场的疏密反映了电场的强弱, 电场线越密, 电场越强.
5. 电场线不是客观存在的, 是为了形象描述电场而假想的.

电场线反映了某点电场的强弱. 例如, 我们知道, 等量同种电荷连线的中点处电场强度为 0, 因此, 在绘制电场线时, 这一点是空出来的, 代表这一点无电场.

电场线与电荷运动的轨迹

电荷运动的轨迹与电场线一般不重合. 若电荷只受静电力的作用, 仅在以下条件均满足时两者重合:

1. 电场线从正电荷或无限远出发, 终止于无限远或负电荷.
2. 电荷由静止释放; 或者电荷有初速度, 且初速度方向与电场线方向平行.

1.5.2 等势面

电场中电势相同的各点构成的面叫做等势面.

根据等势面的定义, 要使得同一个面上的各点电势相同, 需使得同一电荷在这个面上各点的电势能相同. 即电荷在这个面上运动时, 静电力不做功, 应有静电力的方向时刻跟等势面垂直, 即与电场线垂直. 否则, 电场强度就有一个沿着等势面的分量, 在等势面上移动电荷时静电力就要做功, 这与这个面是等势面矛盾. 前面已经说过, 沿着电场线方向电势逐渐降低. 因此, 概括起来就是: **电场线跟等势面垂直, 并且由电势高的等势面指向电势低的等势面.**

等势面的特点如下.

1. 等势面一定跟电场线垂直;
2. 电场线总是从电势高的等势面指向电势低的等势面;
3. 不同的等势面不会相交;
4. 如果等势面是等差的, 那么等势面越密, 电场强度越大;
5. 在同一等势面上移动电荷时, 静电力不做功.

1.6 电势差与电场强度的关系

电场线是描述电场强度的, 等势线是描述电势的, 电场线和等势线的疏密存在对应关系, 表明电场强度和电势之间存在一定的联系. 下面以匀强电场为例讨论它们的关系.

如图所示, 假设电荷 q 在强度为 E 的匀强电场中沿着静电力 F 的方向从 A 点运动到 B 点, 电荷所受的静电力为 $F = qE$. 因为是匀强电场, 所以这个力是恒力, 它所做的功为

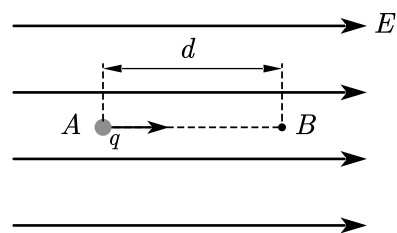
$$W = Fd = qEd. \quad (6)$$

除此之外, 静电力做功 W 与 A, B 两点间电势差 U_{AB} 的关系为

$$W = qU_{AB}. \quad (7)$$

比较 (6) 与 (7), 得到

$$\boxed{U_{AB} = Ed.}$$



即：匀强电场中两点间的电势差等于电场强度与这两点沿电场方向的距离的乘积。

电势差与电场强度的关系也可以写作

$$E = \frac{U_{AB}}{d}.$$

它的意义是，在匀强电场中，电场强度的大小等于两点之间的电势差与两点沿电场强度方向的距离之比，也就是说，匀强电场的电场强度在数值上等于沿电场强度方向上单位距离的电势差。所以说，电场强度的方向为电场中电势降低最快的方向。

因为 d 是电荷位移沿电场强度方向的分量，所以说，电场强度的方向就是电场中电势降低最快的方向。

应该注意，上面的结论只适用于匀强电场。事实上，利用微元的思想，我们在一般电场中有

$$E = \lim_{\Delta d \rightarrow 0} -\frac{\Delta \varphi}{\Delta d}.$$

(式中 Δd 为电荷沿电场强度方向的微小位移， $\Delta \varphi$ 为末电势与初电势的差值) 即电场强度反映电势随空间的变化率，这类似于加速度与速度的关系。对于非匀强电场的情况，我们也可以用上式做定性判断。

利用“等分法”确定匀强电场强度的方向

由于匀强电场的电场强度与电势差的关系存在上述结论，因此，已知电场中任意三点的电势时，可以将电势差最大的两点连线均分。我们总能在连线上找到一点，使它与第三点的电势相等。连接该点与第三点就得到一条等势线，而与等势线垂直的方向即为电场方向。

1.7 静电的防止与利用

1.7.1 静电平衡

把一个不带电的金属导体放到电场强度为 E_0 的电场中。由于导体内的自由电子受静电力作用而定向移动，使导体的两个端面出现等量的异种电荷，这种现象叫做静电感应。

导体两侧出现的正负电荷在导体内部产生与外电场强度 E_0 方向相反的附加电场，其电场强度为 E 。这两个电场叠加，使导体内部的电场减弱。在叠加后的电场作用下，仍有自由电子不断运动，直到附加电场与外电场完全抵消，即导体内部各点的电场强度 $E = 0$ 为止，导体内的自由电子不再发生定向移动。这时我们说，导体达到静电平衡状态。

处于静电平衡状态的导体，其内部的电场强度处处为 0。此时整个导体的电势处处相等，我们说整个导体是个等势体，它的表面是个等势面。

由于处于静电平衡的导体表面是等势面, 因此对于导体产生的附加电场来说, 它表面任意点的电场强度方向与其表面垂直.

1.7.2 电荷的分布特点

由于带有同种电荷量的电荷相互排斥, 所以它们尽可能“互相远离”, 因此带电导体的电荷分布在外表面.

除此之外, 受导体的形状影响, 曲率半径大的地方电荷的密度小, 曲率半径小的地方电荷的密度大. 这就导致细而尖的地方电荷的分布密度大, 于是这里的电场强度也越大.

在一定条件下, 导体尖端周围的强电场足以使空气中残留的带电粒子发生剧烈运动, 并与空气分子碰撞从而使空气分子中的正负电荷分离. 这个现象叫做**空气的电离**. 那些所带电荷与导体尖端的电荷符号相反的粒子, 由于被吸引而奔向尖端, 与尖端上的电荷中和, 这相当于导体从尖端失去电荷. 这种现象叫做**尖端放电**. 避雷针就是利用了这个原理.

1.7.3 静电屏蔽

我们把一个带空腔的导体置于电场中. 静电平衡时, 根据电荷的分布特点, 这个导体的自由电荷都分布在外表面, 其内表面没有电荷. 没有电荷也就没有电场, 所以导体内壁的电场强度为 0, 即电场线只能在空腔之外, 不能进入空腔之内. 所以导体壳内空腔里的电场强度也处处为 0. 也就是说, **导体内部不受外部电场的影响**. 这种现象叫做**静电屏蔽**.

上面的例子中, 我们屏蔽了外电场. 那么如果带空腔的导体内部有一个带正电的点电荷, 如何屏蔽这个点电荷的电场呢? 在正常情况下, 导体内壁将被感应出负电荷, 其外壁带有等量的正电荷. 这些正电荷将形成电场, 并且这些正电荷所带的电荷量之和等于该点电荷的电荷量.

如果将这个空腔的外表面接地, 那么正电荷将沿导线流向大地. 这样, 电场终于了空腔内表面的负电荷, 我们成功的屏蔽了内电场. 概括地说, **接地的封闭导体壳内部的电场对壳外空间没有影响**.

1.8 电容

1.8.1 电容器

电容器是一种重要的电学元件. 两个彼此绝缘又相距很近的导体, 可以组成一个电容器. 在两个相距很近的平行金属板中间夹上一层绝缘物质——电介质 (空气也是一种电介质), 就组成一个最简单的电容器, 叫做**平行板电容器**. 这两个金属板叫做电容器的**极板**.

通过实验,我们发现:电容器充电的过程中,接在平行板电容器两端的电压表示数迅速增加,随后稳定在某一数值,这表明电容器两极板间有一定的电势差;通过观察电流表的偏转方向可以知道,电流从电源正极流向电容器的正极板,同时,电流从电容器的负极板流向电源的负极,这使两极板的电荷量增加,极板间的电场强度增大,电源的能量不断储存在电容器中.随着两极板之间电势差的增大,充电电流逐渐减小至 0,此时电容器两极板带有一定的等量异种电荷.即使断开电源,两极板上的电荷由于相互吸引而仍然被保存在电容器中.

放电的过程中,电流从电容器的正极板经过用电器流向电容器的负极板.此时两极板所带的电荷量减小,电势差减小,放电电流也减小,最后两极板电势差以及放电电流都等于 0.电容器把储存的能量通过电流做功转化为电路中其他形式的能量.

1.8.2 电容

前面的实验表明,电容器两极板之间的电势差增大时,电容器所带的电荷量也在增加.电容器所带的电荷量跟两极板间的电势差是否存在某种定量关系?

精确的实验表面,一个电容器所带的电荷量 Q 与两极板间的电势差 U 之比是不变的.不同的电容器,这个比一般是不同的,可见电荷量 Q 与电势差 U 之比表征了电容器本身的特性.

电容器所带的电荷量 Q 与电容器两极板之间的电势差 U 之比¹,叫做电容器的**电容**.用 C 表示,则有

$$C = \frac{Q}{U}. \quad (8)$$

上式表示,电容器的电容在数值上等于使两个极板间电势差为 1 V 时电容器需要带的电荷量.这类类似于用不同的容器装水,要使容器中的水深相同,横截面积大的容器需要的水多.

国际单位制中,电容的单位是**法拉**,简称**法**,符号是 F.

$$1 \text{ F} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}}.$$

实际中常用的单位还有微法 (μF) 和皮法 (pF),它们与法拉的关系是

$$1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F},$$

$$1 \text{ pF} = 10^{-12} \text{ F}.$$

加在电容器两极板上的电压不能超过某一限度,超过这个限度,电介质将被击穿,电容器损坏.这个极限电压叫做**击穿电压**.电容器外壳上标的是工作电压,或称额定电压,这个数值比击穿电压低.

¹当电容器的两个极板的电荷量分别为 $+Q$ 和 $-Q$ 时,我们认为该电容器所带的电荷量为 Q .这个 Q 是一个正值.

1.8.3 平行板电容器

平行板电容器是最简单的,也是最基本的电容器.几乎所有电容器都是平行板电容器的变形.平行板电容器的电容是由哪些因素决定的呢?

通过实验可以得出如下结论:减小平行板电容器两极板的正对面积,增大两极板之间的距离都能减小平行板电容器的电容;而在两极板之间插入电介质,却能增大平行板电容器的电容.

理论分析表明,当平行板电容器的两极板之间是真空时,电容 C 与极板的正对面积 S ,极板间的距离 d 的关系为

$$C = \frac{S}{4\pi kd}.$$

式中 k 是静电力常量.

当两极板之间充满同一种介质时,电容变大为真空时的 ε_r 倍,即

$$C = \frac{\varepsilon_r S}{4\pi kd}. \quad (9)$$

这就是平行板电容器电容的决定式.其中 ε_r 是一个常数,与电介质的性质有关,称为**相对介电常数**.相对介电常数以真空作为标准.空气的相对介电常数与真空非常接近,我们在计算时通常也取 1.

上式也可以表示为

$$C \propto \frac{\varepsilon_r S}{d}.$$

即:当相对介电常数一定时,平行板电容器的电容与两极板的正对面积 S 成正比,与两极板间的距离 d 成反比.

平行板电容器的电场强度

平行板电容器的两个极板间带有等量的异种电荷,我们知道两极板间会产生静电场.下面我们来推导平行板电容器的电场强度.

由于平行板电容器的两极板所带正负电荷相等,两极板平行正对,各处对应的正负电荷间距离相等,所以电场线应当是均匀且平行的,即各点的电场强度的大小和方向均相同.因此**平行板电容器两极板间的电场为匀强电场**.²

根据匀强电场中电势差与电场强度的关系,电势差为 U ,距离为 d 两极板间的电场强度 $E = \frac{U}{d}$.如果这个电容器的电容为 C ,两极板所带的电荷量为 Q ,那么由电容的定义式可得 $U = \frac{Q}{C}$.联立以上两式可得

$$E = \frac{Q}{Cd}.$$

²严格地讲,平行板电容器只有中间部分是匀强电场,而边沿不是.

代入平行板电容器电容的决定式 (9), 得到

$$E = \frac{4\pi kQ}{\varepsilon_r S}. \quad (10)$$

即

值得一提的是, 这个表达式里面, 没有两板间距 d , 即**两极板间的电场强度与两极板的距离无关**. 另一方面, 该表达式表明: 当相对介电常数一定时, 两极板间的电场强度正比于极板上的电荷面密度 $\frac{Q}{S}$. 我们把它记为 σ , 那么上式就可以简单的表示为

$$E \propto \sigma.$$

或者

$$E \propto \frac{Q}{S}.$$

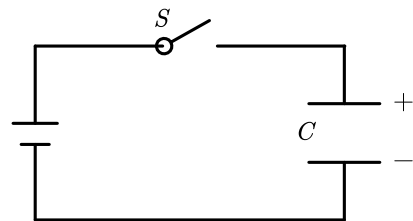
事实上, 带电体附近的电场强度, 本就是直接由带电体上的电荷分布决定的. 由于导体所带电荷只分布在其表面, 因此其附近的电场强度只取决于导体表面的电荷面密度.

根据这一点, 我们就能更直观的分析平行板电容器充放电的机制.

平行板电容器的充放电机制

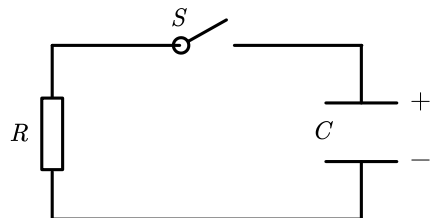
先分析充电的机制.

如图, 开关 S 闭合前, 电容器不带电荷. 则由平行板电容器的电场强度公式 (10) 和 $U = Ed$ 可知, 电容器两极板间的电势差 $U = 0$. 取电源负极与电容器负极板为零电势, 则有电源正极电势高于电容器正极板电势. 因此, 开关闭合, 就必然在导线中形成顺时针方向的充电电流, 直到电容器正极板与电源正极等势.



当极板间距 d 变小时, 设极板上的电荷量不变, 则由平行板电容器的电场强度公式 (10) 和 $U = Ed$ 可知, 两板间电势差 U 减小, 电源正极电势高于电容器正极板电势, 又将在导线中形成顺时针方向的充电电流, 直到电容器正极板与电源正极等势.

由上述分析可知, 电容器**充电的条件是电容器两极板间的电压低于与其并联部分的电压**.



接下来分析放电机制.

如图所示, 当开关闭合时, 电容器正极板电势高于负极板. 则电容器正极板将通过电阻形成放电电流.

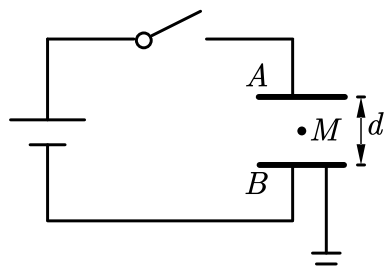
若使两板间距 d 增大, 设极板上的电荷量不变, 则由平行板电容器的电场强度公式 (10) 和 $U = Ed$ 可知, 两板间电势差 U 增大, 电容器正极板电势高于电阻 R 上端的电势, 将在导线中形成逆时针方向充电电流, 直到电容器正极板与电阻 R 上端等势.

从上述分析可知, 电容器放电的条件是电容器两极板间的电压高于与其并联部分两端的电压.

1.8.4 电容器的动态分析

将电容为 C , 两板间距为 d 的平行板电容器接在电路中, 电源提供的电压恒为 U . 并将下极板接地, 如右图所示.

如果我们将 A 极板向下移动, 那么两极板的间距 d 减小. 由平行板电容器电容的决定式 (9) 可知, 电容 C 增大. 两板间的电压 U 是恒定的, 根据匀强电场中电势差与电场强度的关系 $U = Ed$, 可知电容器中的电场强度 E 减小. 将这个装置竖直放置在重力场内, 再在 M 点放置一带电粒子, 如果移动 A 板前粒子静止 (由此可知粒子带负电), 那么移动 A 板后, 粒子将向下移动.



下面我们来分析 M 点的电势如何变化.

规定大地的电势为 0, 则 B 板的电势为 0. 移动 A 板前, A 板与 M 点的电势差

$$U_{AM} = U_{AB} - U_{MB} = U - \varphi_M.$$

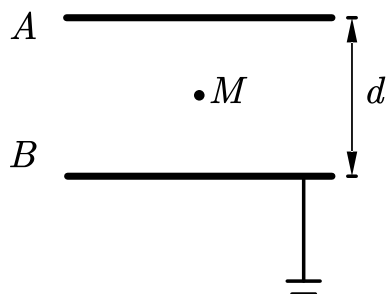
由此可得 M 点的电势

$$\varphi_M = U - U_{AM} = U - Ed_{AM}.$$

因为 U 不变, E 和 d_{AM} 都减小了, 所以 M 点的电势增加.

现在, 我们把电容器从电路中取出, 仍把下极板接地, 如右图所示. A 板带有电荷量 Q .

我们将 A 极板向下移动, 那么两极板的间距 d 减小. 由平行板电容器电容的决定式 (9) 可知, 电容 C 增大. 此时, 两板间的电压不再恒定, 但所带的电荷量 Q 是恒定的. 根据 (10), 电容器中的电场强度 E 不变. 将这个装置竖直放置在重力场内, 再在 M 点放置一带电粒子, 如果移动 A 板前粒子静止, 那么移动 A 板后, 粒子仍静止.



类似前面的分析过程, M 点的电势为

$$\varphi_M = U - U_{AM} = U - Ed_{AM}.$$

因为 E 不变, d_{AM} 减小, 所以 M 点的电势减小.

1.9 带电粒子在匀强电场中的运动

分析带电粒子加速的问题, 常常有两种思路: 一种是利用牛顿第二定律

$$qE = ma,$$

结合匀变速直线运动公式来分析; 另一种是利用静电力做功, 结合动能定理

$$qU = \Delta E_k$$

来分析.

当解决的问题属于匀强电场且涉及运动时间等描述运动过程的物理量时, 适合运用前一种思路分析; 当问题只涉及位移, 速率等动能定理公式中的物理量或非匀强电场³ 情景时, 适合运用后一种思路分析.

1.9.1 匀强电场中的直线运动

在匀强电场中, 由静止释放一个质量为 m , 电荷量为 q 的粒子 (可视为点电荷). 该粒子从 A 点运动到 B 点, 且 A, B 两点之间的电势差为 U_{AB} . 由动能定理得

$$qU_{AB} = \frac{1}{2}mv^2.$$

所以, 粒子到达 B 点时的速度

$$v = \sqrt{\frac{2qU_{AB}}{m}}.$$

假设这个匀强电场由平行板电容器产生. 两极板间的电压为 U , 两板间距为 d , 电场的强度为 E . 粒子在极板间由静止释放, 加速度为 a , 则

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qE}{m}.$$

由匀强电场中电场强度与电势差的关系 $U = Ed$, 得

$$a = \frac{qU}{md}.$$

进一步地, 如果一个粒子从一个极板无初速释放, 运动到另一个极板, 即位移为 d , 则可得粒子的运动时间

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \sqrt{\frac{2md^2}{qU}} = d\sqrt{\frac{2m}{qU}}.$$

粒子的末速度

$$v = at = \frac{qU}{md} \cdot d\sqrt{\frac{2m}{qU}} = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

这与前面由动能定理得到的结论一致.

³只有在匀强电场中, 粒子做的是匀变速直线运动.

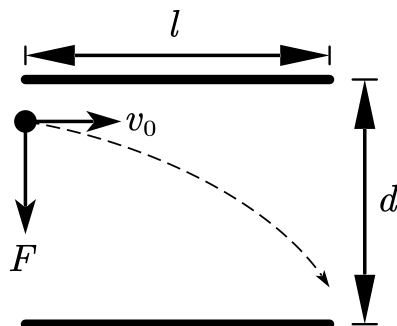
1.9.2 匀强电场中的类平抛运动

在匀强电场中, 以垂直于电场线的初速度 v_0 发射一个带电量为 q 的粒子. 若不计粒子的重力, 则该粒子在电场中只受垂直于初速度方向的电场力作用. 这类似于平抛运动, 只是重力在这里变成了电场力.

粒子沿电场力方向有加速度 a . 根据牛顿第二定律 $a = \frac{F}{m}$, 得

$$a = \frac{qE}{m} = \frac{qU}{md}.$$

假设这个匀强电场由平行板电容器产生. 两极板间的电压为 U , 板长为 L , 两板间距为 d (如右图所示). 根据平抛运动的知识, 我们考虑将粒子的运动分解成沿初速度 v_0 方向的匀速直线运动, 以及沿电场力 F 方向的匀加速直线运动.



如果粒子沿垂直于电场线的方向从平行板电容器的一侧飞入, 并从另一侧飞出, 那么粒子在电场中沿 v_0 方向的位移为板长 L . 沿 F 方向的位移 y 称为粒子在电场中的侧移量.

粒子沿 v_0 方向的运动是匀速直线运动, 有 $L = v_0 t$. 所以粒子的运动时间

$$t = \frac{L}{v_0}.$$

粒子沿 F 方向的运动是匀加速直线运动, 加速度 $a = \frac{qU}{md}$. 所以粒子的侧移量

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{qUL^2}{2mdv_0^2}. \quad (11)$$

这就是粒子在匀强电场内做类平抛运动的侧移量方程.

粒子沿电场力 F 方向的位移为侧移量 y , 所以电场力做功 $W = Fy = qEy$. 由动能定理得

$$qEy = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2.$$

所以粒子离开电场时的速度

$$v = \sqrt{\frac{2qEy}{m} + v_0^2}.$$

偏转角规律 设粒子在电场中的速度偏转角为 θ , 位移偏转角为 φ , 则根据几何关系有

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \frac{v_y}{v_0} = \frac{at}{v_0} = \frac{qUL}{mdv_0^2}, \\ \tan \varphi &= \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2}at^2}{v_0 t} = \frac{qUL}{2mdv_0^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

所以

$$\tan \theta = 2 \tan \varphi.$$

刚刚我们主要研究的是侧移量 y . 当粒子沿 v_0 方向的位移不是板长 L 时, 我们可以换个角度入手, 用

y 表示 x . 这类似于我们之前研究平抛运动的思路.

由 $y = \frac{1}{2}at^2$, 可得粒子的运动时间

$$t = \sqrt{\frac{2y}{a}} = \sqrt{\frac{2my}{qE}}.$$

所以粒子沿 v_0 方向的位移

$$x = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2my}{qE}}.$$

1.9.3 匀强电场中的加速与偏转

现在, 我们将直线运动和类平抛运动结合起来. 带电量为 q , 质量为 m 的粒子由静止开始, 先通过电压为 U_1 的加速电场, 再通过板长为 L , 两板间距为 d , 电压为 U_2 的偏转电场. 如右图所示.

如果粒子进入偏转电场时的速度为 v_0 , 那么由动能定理得

$$qU_1 = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

解得

$$v_0 = \sqrt{\frac{2qU_1}{m}}.$$

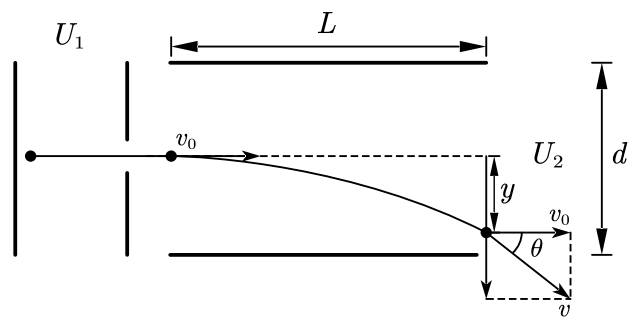
设粒子离开偏转电场时的侧移量为 y , 那么由 (11) 可得

$$y = \frac{qU_2 L^2}{2mdv_0^2} = \frac{U_2 L^2}{4U_1 d}.$$

设粒子离开偏转电场时的速度 v 与 v_0 的夹角为 θ , 那么由 (12) 可得

$$\tan \theta = \frac{qU_2 L}{mdv_0^2} = \frac{U_2 L}{2U_1 d}.$$

由以上过程可知, 粒子的偏移量 y , 偏转角度 θ 与粒子的带电量 q 和质量 m 均无关; 与偏转电场的电压 U_2 成正比, 与加速电场的电压 U_1 成反比.



2 电路

2.1 电流

2.1.1 电流

我们知道, 电流是自由电荷定向移动形成的. 电荷受静电力而移动, 这是因为存在静电场. 当形成电场的电荷稳定分布时, 这个电场也是稳定的, 称为**恒定电场**.

在恒定电场的作用下, 导体中的自由电荷发生定向移动. 在移动的过程中, 电荷与导体中不动的粒子不断发生碰撞, 阻碍了电荷的移动, 结果是大量自由电荷定向运动的平均速率不随时间变化. 如果在这个电路中并联一个电流表, 那么电流表的示数将保持恒定. 我们把大小和方向都不随时间变化的电流称为**恒定电流**. 下面我们就来研究恒定电流.

恒定电流的强弱程度体现为单位时间内通过导体某一横截面的电荷量, 这个物理量叫做**电流**. 单位时间内通过导体横截面的电荷量越多, 电流就越大. 如果用 I 表示电流, q 表示在时间 t 内通过导体横截面的电荷量, 则有

$$I = \frac{q}{t}.$$

在国际单位制中, 电流的单位是**安培**, 符号是 A. 电流是七个基本物理量之一. 由上式可知

$$1 \text{ C} = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s}.$$

我们规定, 正电荷定向移动的方向为电流的方向. 若电流是自由电子的定向移动形成的, 则电流的方向与自由电子的移动方向相反. 尽管电流有方向, 但这只是我们人为规定的. 电流是个标量, 在运算时遵循代数法则.

电流的形成条件有三个: 一是导体内存在自由电荷, 二是导体两端存在电势差, 三是电路闭合.

2.1.2 电流的微观本质

通常情况下, 金属中的自由电子不断地做无规则的热运动, 它们朝任何方向运动的机会都一样. 从宏观上看, 没有自由电子的定向移动, 因而也没有电流. 如果导体两端有电势差, 在导体内部就建立了电场, 导体中的自由电子就要受到静电力的作用. 这样, 自由电子在导体中除了做无规则的热运动外, 还要在静电力的作用下定向移动, 从而形成电流.

设导体的横截面积为 S , 自由电子数密度 (单位体积内的自由电子数) 为 n , 自由电子定向移动的平均速率为 v , 则时间 t 内通过某一横截面的自由电子数为 $nSvt$. 由于电子电荷量为 e , 因此, 时间 t 内通过横截面的电荷量 $q = neSvt$. 根据电流的公式 $I = \frac{q}{t}$, 就可以得到电流和自由电子定向移动平均速率的

关系

$$I = neSv.$$

如果在导体中移动的不是自由电子, 而是平均电荷量为 q 的自由电荷, 那么这个关系为

$$\boxed{I = nqSv.} \quad (13)$$

如果我们不知道导体的横截面积, 只知道单位长度上的自由电荷数量 N , 容易推出 $N = nS$, 代入 (13), 得到

$$I = qNv.$$

进一步地, 如果直接给出单位长度上的总电荷量 Q , 容易知道 $Q = qN$, 于是

$$I = Qv.$$

2.1.3 电解质溶液中的电流

与金属导体不同, 电解质溶液中既有带正电的阳离子, 也有带负电的阴离子, 它们均会在恒定电场中发生定向移动. 如果单位时间 t 内通过导体横截面的正电荷量为 q_1 , 负电荷量为 q_2 , 那么该电解质溶液中的电流为

$$I = \frac{q}{t} = \frac{|q_1| + |q_2|}{t}.$$

电流的方向与阳离子的移动方向相同.

2.1.4 机械运动的等效电流

例 1 一根横截面积为 S 的均匀长直橡胶棒上带有均匀的电荷, 每单位长度上的电荷量为 Q . 当此棒沿轴线方向做速度为 v 的匀速直线运动时, 求由于棒运动而形成的等效电流大小.

解 棒沿轴线方向做速度为 v 的匀速直线运动, 就相当于棒内的电荷定向移动的平均速率为 v . 则电荷通过单位长度 d 的时间

$$t = \frac{d}{v}.$$

由公式 $I = \frac{q}{t}$ 得

$$I = \frac{qv}{d}.$$

其中 q 是电荷在单位时间 t 内通过导体的电荷量. 由题意得 $Q = \frac{q}{d}$, 所以等效电流

$$I = Qv.$$

另一方面, 根据公式 $I = nqSv$ (其中 n 为电荷数密度, q 为每个电荷的电荷量, S 为橡胶棒的横截面积), 由题意可知 $Q = nqS$, 因此也有 $I = Qv$.

例 2 一个半径为 r 的均匀橡胶圈上带有均匀的电荷, 总电荷量为 Q . 当此圈以圆心为轴做线速度为 v 的匀速运动时, 求由于圈转动而形成的等效电流大小.

解 圈以圆心为轴做线速度为 v 的匀速圆周运动, 就相当于其中的电荷做线速度为 v 的匀速圆周运动. 则电荷转过一圈的时间

$$t = \frac{2\pi r}{v}.$$

由已知可得, 等效电流 I , 圈上的总电荷量 Q 与电荷转过一圈的时间 t 的关系为 $I = \frac{Q}{t}$. 因此

$$I = \frac{Qv}{2\pi r}.$$

2.2 电阻

2.2.1 电阻

选取一个导体, 研究导体两端的电压随电流的变化情况. 实验发现, 同一个导体, 无论电流 I , 电压 U 怎样变化, $\frac{U}{I}$ 都是一个常量. 可以看出, 当电压 U 不变时, $\frac{U}{I}$ 越大, 电流 I 越小. 可见, 这个量反映了导体对电流的阻碍程度, 物理学把它叫做导体的**电阻**, 用 R 表示, 即

$$R = \frac{U}{I}.$$

2.2.2 影响电阻的因素

实验发现, 在一定温度下, 同种材料的导体, 其电阻 R 与它的长度 l 成正比, 与它的横截面积 S 成反比; 导体电阻还与它的材料有关. 这个规律称为**电阻定律**. 写成公式则是

$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (14)$$

其中, ρ 与导体的材料性质有关. 不同材料的导体 ρ 一般不同. 由上式可知, 在长度, 横截面积不变的条件下, ρ 越大, 导体的电阻越大. ρ 叫做这种材料的**电阻率**.

在国际单位制中, 电阻率的单位是 Ω/m .

电阻率是反映导体材料导电性能的物理量. 各种材料的电阻率都随温度变化而变化. 金属的电阻率随温度的升高而增大; 有些合金 (比如锰铜, 镍铜) 的电阻率几乎不受温度影响; 半导体和电介质的电阻率随温度的升高而减小.

2.3 电路

由导线, 电源和用电器连成的电路叫做**闭合电路**. 用电器和导线组成**外电路**, 电源内部是**内电路**.

外电路的电势降落称为**路端电压**, 即外电路两端的电压.

2.3.1 串联电路与并联电路

把几个导体 (用电器) 依次首尾连接, 再接入电路. 这样的连接方式叫做**串联**.

把几个导体 (用电器) 的一段接在一起, 另一端也接在一起, 再将两端接入电路. 这样的连接方式叫做**并联**.

在串联电路中, 电流处处相等; 并联电路中的总电流等于各支路电流之和.

在并联电路中, 各支路两端电压相等; 串联电路的总电压等于各导体两端电压之和.

串联电路的总电阻等于各部分电路电阻之和; 并联电路的总电阻的倒数等于各支路电阻的倒数之和.

2.3.2 电压表和电流表

在电路实验当中, 常常需要使用电流表和电压表分别测量电路的电流和电压. 在这一小节, 我们学习如何用表头分别改装成电流表和电压表.

表头是量程很小的电流表, 通常用 G 表示. 表头自身有电阻 R_g , 称为表头的内阻. 当表头接入电路时, 与普通的电阻无异, 只是它能显示出流过自身的电流.

当表头的指针转到最大刻度线时, 通过表头的电流 I_g 叫做表头的满偏电流, 此时加在它两端的电压 U_g 叫做表头的满偏电压. R_g , I_g , U_g 三者之间的关系满足

$$U_g = I_g R_g.$$

电压表的改装

由于表头的满偏电压一般都很小, 在测量较大的电压时, 应并联一个电阻 R 作为分压电阻, 使得表头满偏时, 加在电压表两端的电压

$$U = I_g(R_g + R) \gg U_g.$$

如果我们要将电压表的量程从 U_g 扩大到 U , 设要串联的电阻为 R , 那么根据串联电路的分压原理有

$$\frac{U_g}{U - U_g} = \frac{R_g}{R}.$$

由此可得, 分压电阻

$$R = \left(\frac{U}{U_g} - 1 \right) R_g.$$

若用 n 表示量程的扩大倍数, 那么上式就是

$$R = (n - 1) R_g.$$

此时改装成的电压表的内阻为

$$R_V = R + R_g = n R_g.$$

因此, 电压表的电阻 R_V 一般很大, 接近且大于分压电阻 R . R 越大, 电压表的量程越大.

电流表的改装

由于表头的满偏电流一般都很小, 在测量较大的电流时, 应并联一个电阻 R 作为分流电阻, 使得表头满偏时, 通过电流表两端的电流

$$I = U_g \frac{R_g R}{R_g + R} \gg I_g.$$

如果我们要将电流表的量程从 I_g 扩大到 I , 设要并联的电阻为 R , 那么根据并联电路的分流原理有

$$\frac{I_g}{I - I_g} = \frac{R}{R_g}.$$

由此可得, 分流电阻

$$R = \frac{I}{I - I_g} R_g.$$

若用 n 表示量程的扩大倍数, 那么上式就是

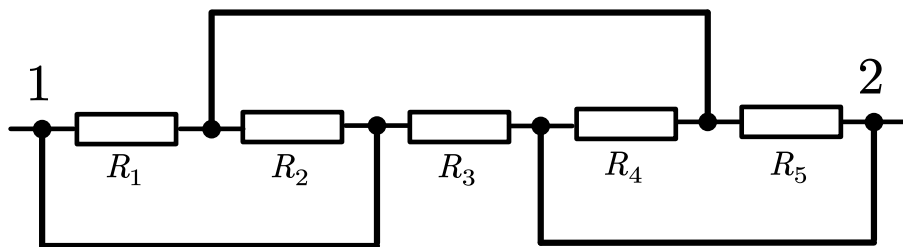
$$R = \frac{1}{n - 1} R_g.$$

此时改装成的电流表的内阻为

$$R_A = \frac{R_g R}{R_g + R} = \frac{1}{n} R_g.$$

因此, 电流表的电阻 R_A 一般很小, 接近且略小于分流电阻 R . R 越小, 电流表的量程越大.

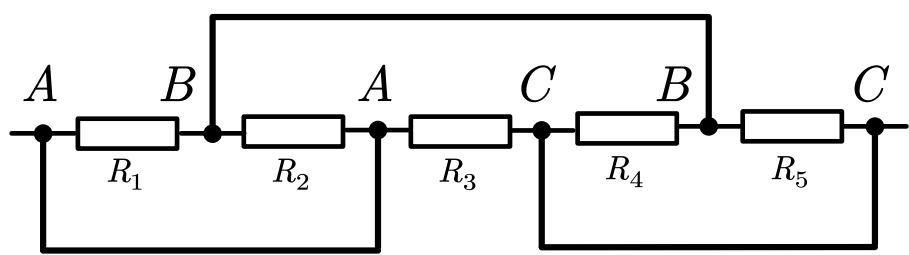
2.3.3 等效电路



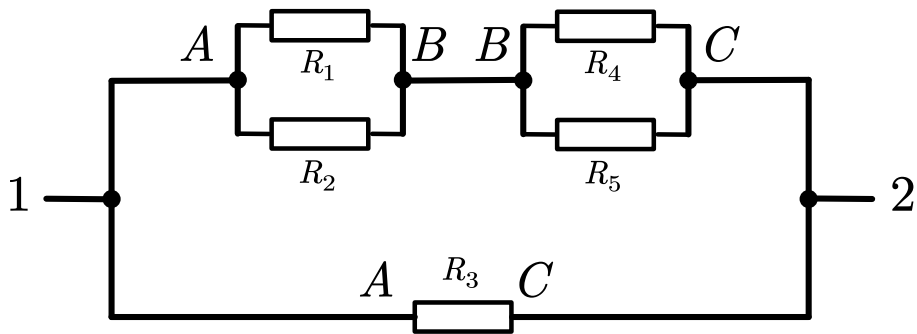
连接如图所示的电路, 电流从 1 流向 2. 为了算出 1, 2 间的等效电阻, 我们需要画出 1, 2 间的等效电路.

通过分析可知, R_1 与 R_5 串联, R_2 与 R_5 串联; R_1 与 R_2 并联, R_4 与 R_5 并联; R_3 直接接在 1, 2 的两端.

除了一个一个的分析, 我们还有技巧性的方法. 我们将电路中电势相等的点用相同的字母表示, 如下图所示.



其中 $\varphi_A > \varphi_B > \varphi_C$. 因为电路中从 1 到 2 电势逐渐降低, 所以它等效于下面的电路.



这与前面分析的结果是一致的. 并且因为相同的字母表示电势相等的点, 所以上支路和下支路的总电阻相等. 这种方法称为“节点法”.

2.3.4 动态电路问题

动态电路分析类问题是由于开关的闭合和断开, 滑动变阻器滑片的移动等造成电路结构或电阻发生变化, 从而引起电路发生连锁变化的问题. 这类问题通常只需要定性分析, 不涉及具体数值和大小关系的计算.

解决这类问题常需根据欧姆定律以及串并联电路的性质, 来分析电路中某电阻的变化而引起整个电路中各部分物理量的变化情况.

解决问题的一般步骤为:

1. 确定外电路的总电阻 $R_{\text{总}}$ 如何变化;
2. 根据闭合电路欧姆定律 $I = \frac{E}{R_{\text{总}} + r}$ 确定电路的电流如何变化;
3. 由 $U = E - Ir$ 确定路端电压如何变化;
4. 由部分电路的欧姆定律确定支路 (或干路上某一段) 电压的变化;
5. 根据串并联规律确定支路各物理量的变化情况.

一般地, 当电源内阻不为 0 时, 我们有以下结论:

1. 当某一电阻增大 (或减小) 时, 与它串联或间接串联的那部分电路的电流, 电压, 以及用电器的电功率都减小 (或增大);
2. 当某一电阻增大 (或减小) 时, 与它并联或间接并联的那部分电路的电流, 电压, 以及用电器的电功率都增大 (或减小).

这个规律可以简单说成 “串反并同”.

2.3.5 含电容器的电路

解决含电容器的电路的基本思路为:

1. 首先分析电路稳定状态时的连接方式, 此时电容器可以看作断路, 简化电路时可以去掉, 计算电量时再补回;
2. 分析清楚电容器两端的电压与哪部分电路的电压相同, 即与哪部分电路并联;
3. 当分析涉及充放电的问题时, 电容器上电荷量的变化可由 $\Delta Q = C\Delta U$ 计算.

当电容器处于稳定状态时 (即不充电也不放电), 电容器所在的支路相当于短路. 此时的电路具有以下两个特点:

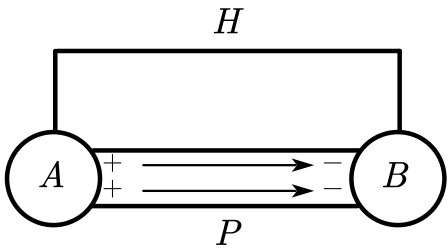
1. 电容器所在的支路无电流, 与电容器直接串联的电阻相当于一根无电阻的导线;
2. 电容器上的电压就是与电容器所在支路并联部分电路的电压.

需要注意的是, 当电容器两端电压发生变化时, 电容器会发生充放电. 此时电容器所在支路有电流通过, 不能作为断路处理.

2.4 电源

2.4.1 电源

有 A,B 两个完全相同的金属导体分别带有正, 负电荷. 用导线 H 把它们相连, B 失去电子, A 得到电子, 导线中产生由 A 到 B 的电流. 很快, A,B 之间的电势差消失, 成为等势体. 这种情况下, 导体 H 中的电流只是瞬间的.



如果在 A,B 间再增加一个装置 P, 这个装置可以把 A 中的电子取走给 B, 使 A, B 之间始终存在一定数量的正, 负电荷, 所以, 电源正极的电势将高于电源负极, 它们之间存在一定的电势差.

能把电荷从 A 搬运到 B 的装置 P 就是**电源**.A 和 B 分别是电源的正极和负极. 在导线 H 中, 电子从电源负极移向电源正极.

电子向某一方向的定向移动相当于正电荷沿相反方向的定向移动. 为了方便, 我们下面以正电荷为例讨论. 如图所示, 在导线 H 中, 正电荷从电源正极移向电源负极; 在电源 P 内, 正电荷受到的静电力阻碍电子继续向正极移动. 因此, 在电源内部要使正电荷向正极移动, 就一定要有与静电力方向相反的其他力做功才行, 这个力叫做**非静电力**.

在干电池中, 非静电力是化学作用; 在发电机中, 非静电力是电磁作用. 电源内部的非静电力做功, 将正电荷移送到电势高的电极, 使电荷的电势能增加. 所以, 从能量转化的角度看, **电源是通过非静电力做功将其它形式的能转化为电势能的装置**.

2.4.2 电动势

在电源内部, 电源移动电荷, 增加电荷的电势能. 在物理学中, 我们用非静电力所做的功与所移动的电荷量之比来表示电源的这种特性, 叫做**电动势**.

电动势在数值上等于非静电力把 1 C 的正电荷在电源内从负极搬运到正极所做的功, 如果移动电荷量 q 时非静电力所做的功为 W , 那么, 电动势 E 表示为

$$E = \frac{W}{q}.$$

电动势由电源内部非静电力的特性决定, 与外电路无关.

非静电力对电荷做的功等于电荷电势能的增量.

电动势的单位与电压相同, 但它们的物理意义不同. 电动势是非静电力做功产生的, 电压是静电力做功产生的.

2.4.3 内阻

电源内部也是由导体组成的, 所以也有电阻, 叫做电源的**内阻**, 用 r 表示. 当电源接入电路时, 有内阻 r 的非理想电源等效于一个无内阻的理想电源与电阻 r 串联.

电动势和内阻都是由电源本身决定的.

电源的内阻一般是很小的. 如果把电源两端用导线连接起来, 那么电源的内阻将流过很大的电流, 从而产生很多的热量, 称为**电源短路**. 这不仅对电源有伤害, 还有可能发生危险.

2.4.4 电池容量

在一定条件下, 电池能够放出的电荷量称为**电池容量**, 用 C 表示.

$$C = It.$$

电池容量通常以毫安时 (mAh) 或安时 (Ah) 为单位. 它们与库仑 (C) 的关系是

$$1 \text{ Ah} = 1000 \text{ mAh} = 3600 \text{ C}.$$

2.5 电路中的能量转化

2.5.1 电功

假设一段电路中有电荷定向移动, 电流为 I , 则在时间 t 内流过该电路的电荷量为

$$q = It.$$

如果这段电路两端的电势差为 U , 那么静电力做的功就是

$$W = Uq = UIt.$$

在电路中, 静电力做的功也称为电流做的功, 简称电功. 上式表示**电流在一段电路中所做的功**, 等于这段电路两端的电压 U , 电路中的电流 I , 通电时间 t 三者的乘积.

2.5.2 电功率

电流在一段电路中所做的功与通电时间之比叫做**电功率**, 用 P 表示. 由 $P = \frac{W}{t}$, 进而得到

$$P = UI.$$

这个公式表示, **电流在一段电路中做功的功率 P 等于这段电路两端的电压 U 与电流 I 的乘积.**

其中, 电流, 电压和时间的单位分别是安培 (A), 伏特 (V) 和秒 (s), 电功和电功率的单位分别是焦耳 (J) 和瓦特 (W).

2.5.3 焦耳定律

我们知道, 电流做功一定会产生热. 如果电能全部转化为导体的内能, 那么电流在这段电路中做的功 W 等于这段电路产生的热量 Q , 即

$$Q = W = UIt.$$

这样的电路称为**纯电阻电路**.

由欧姆定律 $U = It$, 可以得到热量 Q 的表达式

$$Q = I^2 Rt.$$

即, 电流通过导体产生的热量跟电流的二次方成正比, 跟导体的电阻及通电时间成正比. 这个结论是焦耳通过实验直接得出的, 称为**焦耳定律**, 电流做功产生的热称为**焦耳热**.

焦耳定律讨论了电路中电能完全转化为内能的情况. 事实上, 无论电能是否全部转化为内能, 焦耳定律 $Q = I^2 Rt$ 都能用来计算电热.

由焦耳定律可得, 电流通过导体发热的功率为

$$P_{\text{热}} = I^2 R.$$

2.6 闭合电路欧姆定律

2.6.1 闭合电路欧姆定律

在之前, 我们知道部分电路的欧姆定律

$$I = \frac{U}{R}.$$

它表示: 流过导体的电流与导体两端的电压成正比, 与导体的电阻成反比.

下面我们来推导在闭合电路中, 电流 I 跟电源的电动势 E , 内阻 r 和外电路的电阻 R 之间的关系.

对于电源来说, 非静电力做功将其他形式的能转化为电能. 所以非静电力做功与电源输出的电能相等. 在时间 t 内, 电源输出的电能为

$$W = Eq = EIt. \quad (15)$$

电流通过电阻 R 时, 电流做功生热, 电能转化为内能. 在时间 t 内, 外电路转化的内能为

$$Q_{\text{外}} = I^2 Rt. \quad (16)$$

同理, 当电流通过电源内阻 r 时, 内电路转化的内能为

$$Q_{\text{内}} = I^2 rt. \quad (17)$$

在上面的推导中, 外电路中只有电阻 R , 是纯电阻电路, 所以

$$W = Q_{\text{外}} + Q_{\text{内}}. \quad (18)$$

把 (15), (16), (17) 代入(18), 有

$$EIt = I^2Rt + I^2rt,$$

即

$$E = IR + Ir.$$

也就是

$$I = \frac{E}{R + r}.$$

上式表示: 闭合电路的电流跟电源的电动势成正比, 跟内外电路的电阻之和成反比. 这个结论叫做闭合电路的欧姆定律.

如果用 $U_{\text{外}}$ 表示 IR , $U_{\text{内}}$ 表示 Ir , 则闭合电路的欧姆定律也可以写为

$$E = U_{\text{外}} + U_{\text{内}}. \quad (19)$$

这就是说, 电源的电动势等于内外电路电势降落之和.

2.6.2 路端电压和负载的关系

我们把外电路的电势降落叫做路端电压, 外电路的用电器叫做负载.

当外电路的电阻 R 增大时, 根据闭合电路欧姆定律

$$I = \frac{E}{R + r},$$

电路中的总电流 I 减小; 根据部分电路欧姆定律, 内电路电压 $U_{\text{内}} = Ir$, 所以内电路的电压 $U_{\text{内}}$ 减小.

我们把路端电压记为 U , 根据 (19), 有

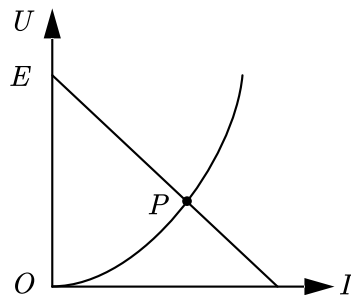
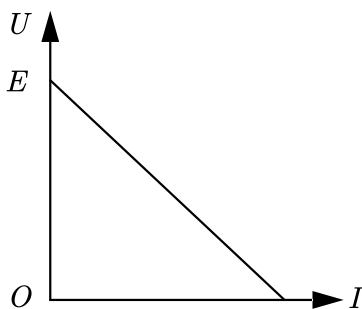
$$U = E - Ir. \quad (20)$$

这就是路端电压的表达式. 由此可知, 当外电路的电阻 R 增大时, 路端电压也增大.

由 (20) 可知, 路端电压 U 与电流 I 成线性关系. 画出 U 与 I 的关系图像 (如右图), 我们称之为电源的 $U - I$ 图像. 它表示这个电源外电路的特性曲线, 即路端电压 U 随电流 I 变化的曲线.

曲线在 U 轴上的截距为电源的电动势 E , 这表明, 电源在未接入电路时, 其两端的电压就是电源的电动势. 曲线的斜率是 $-r$, 电源的内阻越大, 斜率的绝对值越大.

将外电路电阻的伏安特性曲线也画在该坐标系中, 它和电源的 $U - I$ 曲线有一个交点 P . 这个交点 P 对应的横纵坐标即为该电阻接在此电源下实



实际工作的电流和电压. 我们把这个点称为该电阻在此电源下的工作点.

2.7 电源的功率与效率

电源中的非静电力做功的功率, 称为电源的总功率或输入功率, 如果用 P_E 表示, 则

$$P_E = \frac{W}{t} = \frac{Eq}{t} = EI.$$

电流通过电源内阻 r 做功会产生热, 这个功率称为电源内阻的热功率, 也成为电源的损耗功率. 如果用 P_r 表示, 则

$$P_r = I^2 r.$$

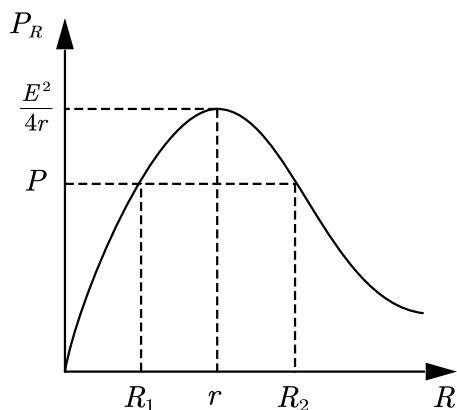
电源的总功率与损耗功率之差, 就是电源的输出功率, 也即电流通过外电路做功的功率. 如果用 P_R 表示电源的输出功率, U 表示路端电压, 那么

$$P_R = UI = IE - I^2 r.$$

特别地, 当外电路是纯电阻电路时, 设外电路总电阻为 R , 由欧姆定律有 $U = IR$, 所以

$$P_R = UI = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R + r)^2} = \frac{E^2}{\frac{(R - r)^2}{R} + 4r}.$$

此时 P_R 与 R 的关系由右图所示. 由此可知, 在电源内阻 r 不变的情况下, 当 $R = r$ 时, 电源的输出功率最大, 最大值为 $\frac{E^2}{4r}$; 除去这一点之外, 每个输出功率 P_R 都有两个外电阻 R_1, R_2 与之对应, 并且可以证明 $R_1 R_2 = r^2$.



2.7.1 功率与电流的关系

我们知道, 电源的总功率 P_E 与电流 I 的关系为

$$P_E = EI.$$

电源的损耗功率 (即内阻的发热功率) P_r 与电流 I 和内阻 r 的关系为

$$P_r = I^2 r.$$

当外电路为纯电阻电路时, 电源的输出功率 (即外电路电阻的发热功率) P_R 与外电路电阻 R 的关系为

$$P_R = I^2 R.$$

根据上面的关系, 我们选取三个特殊点.

当 R 无穷大时, 电流 $I = 0$. 此时电源的总功率, 损耗功率, 输出功率均为 0.

当 $R = r$ 时, 电流

$$I = \frac{E}{R + r} = \frac{E}{2r}.$$

此时三个功率分别为

$$P_E = EI = \frac{E^2}{2r},$$

$$P_r = I^2 r = \frac{E^2}{4r},$$

$$P_R = I^2 R = I^2 r = \frac{E^2}{4r}.$$

可以发现, 当内外电路的电阻相等时, 电源的损耗功率和输出功率也相等.

当 $R = 0$ 时, 即电源短路时, 电流

$$I = \frac{E}{R + r} = \frac{E}{r}.$$

此时三个功率分别为

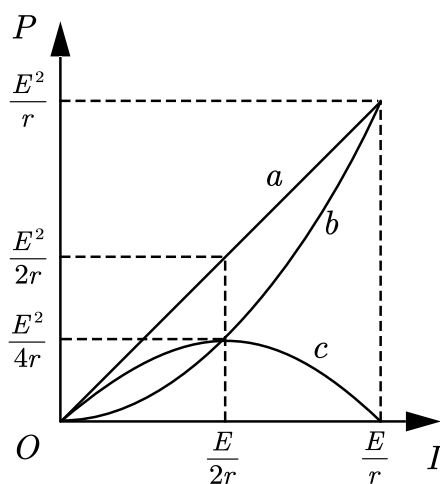
$$P_E = EI = \frac{E^2}{r},$$

$$P_r = I^2 r = \frac{E^2}{r},$$

$$P_R = I^2 R = 0.$$

可以发现, 当外电路电阻为 0 时, 输出功率也为 0; 电源的总功率及损耗功率相等, 并且容易证明它们都取得最大值.

有了上面三个特殊点, 结合表达式, 我们可以画出纯电阻电路的功率随电流变化的图像, 如下图所示:



其中 a 图线表示 P_E , b 图线表示 P_r , c 图线表示 P_R .

2.7.2 电源的效率

电源的输出功率与总功率的比值, 叫做电源的效率, 用 η 表示. 即

$$\eta = \frac{P_R}{P_E},$$

其中 P_R 是电源的输出功率, P_E 电源的总功率.

由 $P_R = UI$, $P_E = EI$, 可得

$$\eta = \frac{U}{E},$$

其中 U 是路端电压, E 是电源的电动势.

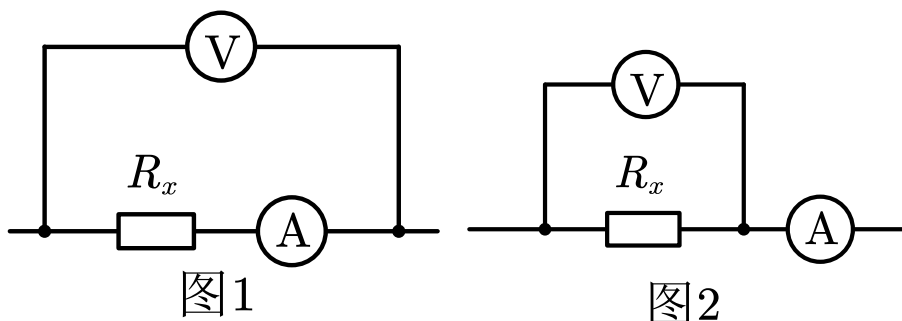
如果外电路是纯电阻电路, 则有 $U = IR$, $E = I(R + r)$, 那么

$$\eta = \frac{R}{R + r},$$

其中 r , R 分别是内, 外电路电阻.

2.8 实验: 伏安法测电阻

2.8.1 电流表的内接法与外接法



在使用伏安法测量电阻时, 我们要用到电压表和电流表. 初中时, 我们只讨论理想电压表和理想电流表, 它们的内阻分别是无穷大和 0. 当电流表和电压表均为理想表时, 以上两种电路的连接方法是等效的, 否则, 以上两种连接方法便会产生不同的数据.

图 1 的连接方法称为**电流表的内接法**. 设电流表的内阻为 R_A , 则使用内接法的电阻测量值为

$$R_{\text{测}} = \frac{U}{I} = \frac{U_A + U_R}{I} = R_A + R_x.$$

其中, U , I 分别是电压表和电流表的读数, U_A 是电流表两端的电压, U_R 是电阻 R_x 两端的电压. 显然, $R_{\text{测}} > R_x$, 即**测量值比真实值偏大**, 并且

$$R_x = R_{\text{测}} - R_A.$$

当 $R_x \gg R_A$ 时, 根据上式, R_x 与 $R_{\text{测}}$ 近似相等. 这就是说, 电流表的内接法适合测量大电阻.

图 2 的连接方法称为**电流表的外接法**. 设电压表的内阻为 R_V , 则使用外接法的电阻测量值为

$$R_{\text{测}} = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_V + I_R} = \frac{U}{\frac{U}{R_V} + \frac{U}{R_x}} = \frac{R_V R_x}{R_V + R_x} = \frac{R_x}{1 + \frac{R_x}{R_V}}.$$

其中, U , I 分别是电压表和电流表的读数, I_V 是流过电压表的电流, I_R 是流过电阻 R_x 的电流. 显然, $R_{\text{测}} < R_x$, 即**测量值比真实值偏小**, 并且

$$R_x = \frac{R_{\text{测}}}{1 - \frac{R_{\text{测}}}{R_V}}.$$

当 $R_x \ll R_A$ 时, 根据上式, R_x 与 $R_{\text{测}}$ 近似相等. 这就是说, 电流表的外接法适合测量小电阻.

以上结论可以简单记为“大内小外”, 或者“大内偏大, 小外偏小”.

如何判断电阻是“大电阻”还是“小电阻”呢? 除了定性判断, 我们还有以下两种办法:

1. 比较相对大小. 即比较 $\frac{R_V}{R_x}$ 与 $\frac{R_x}{R_A}$ 的大小关系; 也即比较 R_x 与 $\sqrt{R_A R_V}$ 的大小关系.
2. 实验判断. 分别使用电流表的内接法和外接法记录数据. 如果电流有较大差异, 则使用内接法; 如果电压有较大差异, 则使用外接法.

2.8.2 滑动变阻器的限流接法和分压接法

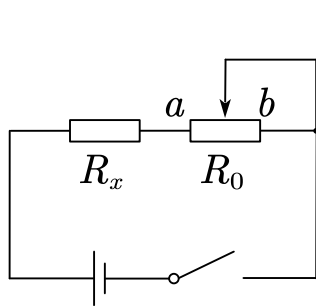


图1

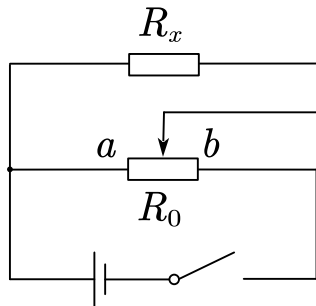


图2

图 1 的连接方法称为**滑动变阻器的限流接法**. 当滑动变阻器 R_0 的滑片移至 b 端时, 如果不计电源内阻, 那么根据串联电路的分压规律, R_x 两端的电压 $U_x = \frac{R_x}{R_0 + R_x} E$; R_x 上的电流 $I_x = \frac{E}{R_0 + R_x}$.

当滑动变阻器 R_0 的滑片移至 a 端时, 负载 R_x 两端的电压 $U_x = E$; R_x 上的电流 $I_x = \frac{E}{R_x}$.

因此, 若不计电源内阻, 使用限流接法时, 负载 R_x 上电压的调节范围为

$$\frac{R_x}{R_0 + R_x} E \leq U_x \leq E;$$

电流的调节范围为

$$\frac{E}{R_0 + R_x} \leq I_x \leq \frac{E}{R_x}.$$

电路消耗的功率为 $E I_x$.

图 2 的连接方法称为**滑动变阻器的分压接法**. 当滑动变阻器 R_0 的滑片移至 a 端时, R_x 被短路, 电压和电流均为 0.

当滑动变阻器 R_0 的滑片移至 b 端时, R_0 与 R_x 并联, 如果不计电源内阻, 那么 R_x 两端的电压 U_x 等于电源电动势 E , R_x 上的电流 $I_x = \frac{E}{R_x}$.

因此, 若不计电源内阻, 使用分压接法时, 负载 R_x 上电压的调节范围为

$$0 \leq U_x \leq E;$$

电流的调节范围为

$$0 \leq I_x \leq \frac{E}{R_x}.$$

设滑动变阻器接入的电阻为 R_P , 则电路消耗的功率为 $E \left(I_x + \frac{E}{R_P} \right)$.

综上所述, 采用限流接法时, 负载 R_x 上电压和电流的调节范围更小, 能耗较低; 采用分压接法时, 负载 R_x 上电压和电流的调节范围更大, 能耗较高.

为了节约能源, 我们通常采用限流接法. 但是**下列情况必须采用分压接法**:

1. 被测电阻的电压或电流一定要从 0 开始调节;
2. 采用限流电路时, 电路中的最小电流仍超过元件允许的最大电流;
3. 滑动变阻器的电阻远小于被测电阻.

2.9 实验: 测量电源的电动势及内阻

2.9.1 实验思路

电动势 E 和内阻 r 是电源的重要参数. 在学习闭合电路欧姆定律后, 我们发现它的表达式

$$E = U + I r$$

恰好包含了 E 和 r 两个物理量. 如果能测出 U, I 的两组数据, 就可以列出两个关于 E, r 的方程, 从中解出 E 和 r . 因此, 用电压表, 电流表加上一个滑动变阻器 R , 就能测定电源的电动势 E 及内阻 r .

2.9.2 数据处理

为便于分析, 我们把闭合电路欧姆定律的表达式写成

$$U = -rI + E. \tag{21}$$

以 U 为纵坐标, I 为横坐标, 建立平面直角坐标系, 把实验获得的数据记录在坐标系中.

我们发现, 直线在 U 轴上的截距为短路时的路端电压, 它就等于电源的电动势 E ; 直线在 I 轴上的截距为短路电流 $I_{\text{短}}$. 由关系式

$$r = \frac{E}{I_{\text{短}}}$$

可以求出电源的内阻.

另一方面, 由 (21) 式可知, 直线的斜率的绝对值即为电源的内阻 r , 即

$$r = \left| \frac{\Delta U}{\Delta I} \right|.$$

应注意当内阻 r 较小时, U 的变化量较小, 在作图时 x 轴上方有较大空白. 为避免由此带来的误差, 可使纵轴不从 0 开始, 并把纵坐标的比例放大. 此时, 图线与纵轴的交点仍代表电源电动势 E , 但图线与横轴的交点不再代表短路状态. 此时只能利用斜率求出电源内阻.

2.9.3 电路连接及误差分析

测量电源电动势及内阻的实验电路, 不涉及限流接法与分压接法的选择, 但是涉及电流表内接与外接的选择.

由于电源内阻很小, 故电流表相对于电源而言一般采用外接⁴. 否则, 当采用内接时,

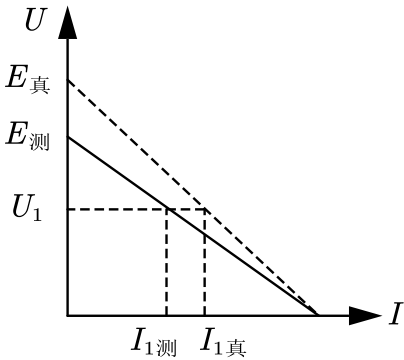
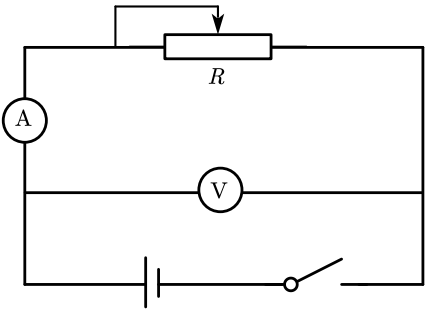
$$r_{\text{测}} = r + R_A.$$

电源内阻 r 相比于电流表内阻 R_A 并不很大, 会产生较大的误差.

下面我们对外接法的误差进行分析.

偶然误差来源于读数和描点, 系统误差来源于电压表的分流. 对于电流表 (相对于电源) 的外接法, 我们近似地将电流表的示数看作了干路电流, 但实际上的干路电流比电流表的示数略大.

由实验得到的数据直接作出图像 (如右图实线). 考虑到电压表的分流后, 每一个电压值 U_1 对应的电流表读数 $I_{1\text{测}}$ 都比真实值 $I_{1\text{真}}$ 略小 (只有短路电流是准确的), 所以真实的 $U - I$ 图像应该是右图虚线.



⁴对于水果电池, 老旧电池等内阻较大的电池有时也采用内接.

由此可见, 按外接法测量出的电源电动势 $E_{\text{测}} < E_{\text{真}}$, 内阻 $r_{\text{测}} < r_{\text{真}}$. 也

就是说, **真实值全部大于测量值.**

定量来看, 我们获得的数据实际上满足

$$E_{\text{真}} = U + \left(I + \frac{U}{R_V} \right) r.$$

其中 U, I 是我们在电表上的读数, R_V 是电压表内阻. 写成斜截式的形式就是

$$U = -\frac{rR_V}{r + R_V} I + \frac{R_V}{r + R_V} E_{\text{真}}.$$

这就是上图中实线符合的方程, 并且

$$E_{\text{测}} = \frac{R_V}{r + R_V}.$$

可以看出, 斜率的绝对值和纵轴截距相比虚线都偏小.

要减小误差, 所选择的电压表内阻应适当大些, 使得 $R_V \gg r$.

如果我们使用内接法, 也可以采用类似方法分析. 我们获得的数据满足

$$E = (U + IR_A) + Ir,$$

即 $U = -(r + R_A)I + E$. 由此可以看出, 我们测得的数据图线斜率的绝对值偏大, 而电动势不变. 也就是测得的内阻偏大, 而电动势准确.

3 磁场

3.1 磁场

3.1.1 磁场

我们知道,磁体存在北极,南极两个磁极,就像自然界存在正负两种电荷.但是,直到 19 世纪初,库仑和安培等都认为电与磁是互不相关的两回事.而丹麦物理学家奥斯特却深信电与磁之间存在联系.

当时人们见到的力都沿着物体连线的方向,奥斯特在寻找电和磁的联系时,总是把磁针放在通电导线的延长线上,结果实验均以失败告终.在一次讲课中,他偶然地把导线放置在一个指南针的上方,通电时磁针转动了,这首次揭示了电与磁的联系.

在这次实验之后,安培等人也发现,通电导线在蹄型磁铁内会受力.此外,两条通电导线之间也有力的作用.

事实上,正如电荷间的相互作用是由电场发生的,磁体与磁体间,磁体与通电导体间,通电导体与通电导体间的相互作用是由**磁场**发生的.磁场是客观存在于磁体或电流附近的一种物质.

应当指出的是,产生磁场的磁体或电流不会受到自己的磁场的作用.

3.1.2 磁感线

小磁针有两个磁极,它在磁场中静止后就会显示出这一点的磁场对小磁针 N 极和 S 极作用力的方向.物理学中把小磁针静止时 N 极所指的方向规定为该点磁场的方向.实验中我们常用铁屑的分布来反映磁场的分布.

在磁场中画一些有向曲线,使曲线上任意一点的切线方向为该点处的磁场方向,这样的曲线叫做**磁感线**.铁屑的分布就类似于磁感线.

磁感线是假想的曲线,并不是客观存在的.没有画磁感线的地方,那里的磁感应强度不一定为 0.

磁感线有以下特点:

1. 磁感线上每一点的方向为该点磁场的切线方向,磁感线越密的地方,磁场越强.
2. 任何两条磁感线都不相交.
3. 磁感线是闭合的曲线.在磁体外部,磁感线由 N 极指向 S 极;在磁体内部,磁感线由 S 极指向 N 极.

3.1.3 磁感应强度

用小磁针可以判断空间某点磁场的方向,但很难对它进行进一步的定量分析.若以通电导线作为磁场的检验物体,则既可以知道导线中电流的大小,又能测量导线的长度,从而可以进行定量的研究.

为研究空间某点的磁场,可以考虑在该处放一段很短的通电导线,分析它受到的力.物理学把很短一段通电导线中的电流 I 与导线长度 l 的乘积 Il 叫做**电流元**.

然而在现实中,孤立的电流元是不存在的.如果要研究的那部分磁场的强弱和方向都是一样的,我们也可以用比较长的通电导线进行实验,从结果中推知电流元的受力情况.

根据实验事实,**垂直于磁场方向的通电导线**,在磁场中受到的力 F 既与流过它的电流 I 成正比,又与它的长度 l 成正比.除此之外,在不同的磁场中,或在不均匀磁场的不同位置,一般来说,导线受的力也不同.这个关系可以写成

$$F = IlB.$$

上式中, B 是与 I 和 l 都无关的量,能表征磁场在某一点的强弱.物理学把这个量定义为**磁感应强度**.于是,在通电导线与磁场方向垂直的条件下,有关系式

$$B = \frac{F}{Il}.$$

在国际单位制中,磁感应强度的单位是**特斯拉**,简称**特**,符号为 T.

$$1 \text{ T} = \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ A} \cdot 1 \text{ m}}.$$

磁感应强度是矢量,它的方向就是磁场方向,即该处小磁针静止时 N 极所指的方向.

若空间中存在多个磁场,则总磁场由这几个磁场叠加而成,总的磁感应强度等于这几个磁场的磁感应强度的矢量和.

3.1.4 匀强磁场

类似匀强电场的概念,如果磁场中各点的磁感应强度的大小相等,方向相同,那么这个磁场叫做**匀强磁场**.匀强电场可以用平行等距的磁感线表示.

距离很近的两个平行异名磁极之间的磁场,除边缘部分外,可以认为是匀强磁场,比如蹄型磁体内部的磁场.两个平行放置较近的线圈通电时,其中间区域的磁场近似为匀强磁场.

3.1.5 安培定则

前面我们研究了通电导线在磁场中的受力.我们知道,通电导线自身也会产生磁场,这个磁场有什么特点呢?这个磁场的强弱可以通过前述公式得到,我们主要研究这个磁场的方向.

实验表明, 直线电流的磁感线是一圈圈的同心圆, 这些同心圆都在跟导线垂直的平面上. 改变电流的方向, 各点的磁场方向都变成相反的方向.

直线电流的方向跟它的磁感线方向之间的关系可以用**安培定则** (也叫**右手螺旋定则**) 来判断:

安培定则 用右手握住导线, 让伸直的拇指所指的方向与电流方向一致, 弯曲的四指所指的方向就是磁感线环绕的方向.

在初中, 我们学过安培定则的另一种形式: 让右手弯曲的四指与环形电流 (或螺线管) 的方向一致, 伸直的拇指所指的方向就是环形导线 (或螺线管) 轴线上磁场的方向. 这两个形式本质是相同的, 都描述了电流方向与磁场方向的位置关系. 需要强调的是, 安培定则所确定的方向是环形导线 (或螺线管) 轴线上磁场的方向. 绘制磁感线可以知道, 它两侧的磁场方向与上述方向相反.

与天然磁体的磁场相比, 电流磁场的强弱容易控制, 因而在实际中有很多重要的应用.

3.1.6 地磁场

指南针之所以能够指示方向, 是由于地球内部存在磁场, 称为**地磁场**. 地球内部的磁场类似于一个很大的条形磁体的磁场, 有以下特点:

1. 地磁场的 N 极在地球的 (地理) 南极附近, S 极在地球的 (地理) 北极附近; 但 N, S 极与南, 北极点并不重合, 而是存在一个偏角.
2. 地磁场 B 的水平分量 B_x 总是从地球的 (地理) 南极指向 (地理) 北极; 竖直分量 B_y 在南半球垂直于地面向上, 在北半球垂直于地面向下.
3. 在赤道平面上, 距离地球表面相等的各点, 磁感应强度相等, 且方向水平向 (地理的) 北.

3.2 磁通量

磁感线的疏密程度表示了磁场的强弱, 这种不同是如何体现的呢? 如果在垂直于纸面方向取同样的面积, 穿过相同面积磁感线条数多的就密, 磁感应强度就大. 类似于面密度的概念, 在电磁学中, 我们做下述定义.

设在磁感应强度为 B 的匀强磁场中, 有一个与磁场方向垂直的平面, 面积为 S , 我们把 B 与 S 的乘积叫做穿过这个面积的**磁通量**, 简称**磁通**. 用字母 Φ 表示磁通量, 则

$$\Phi = BS.$$

如果磁感应强度 B 不与我们研究的平面 S 垂直, 那么我们用这个面在垂直于磁感应强度 B 的方向

的投影面积 S' 与 B 的乘积表示磁通量. 也可以表示为

$$\Phi = BS \cos \theta,$$

其中 $S \cos \theta$ 是面积 S 在垂直于磁感线方向上的投影面积 S' .

在国际单位制中, 磁通量的单位是**韦伯**, 简称**韦**, 符号是 Wb .

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2.$$

由磁通量的定义式可得

$$B = \frac{\Phi}{S}.$$

这个式子表示, 磁感应强度在数值上等于穿过单位面积的磁通量. 因此, 磁感应强度又叫做磁通密度.

磁通量是标量, 但是有正负. 如果我们规定磁感线从某一面穿入时磁通量为正值, 那么磁感线从此面穿出时磁通量为负值. 特别地, 如果磁感线沿相反方向穿过同一平面, 且正向磁通量为 Φ_1 , 反向磁通量为 Φ_2 , ($\Phi_1 > 0$, $\Phi_2 < 0$) 那么穿过该平面的磁通量

$$\Phi = \Phi_1 - \Phi_2.$$

类似电势与电势差的关系, 在电磁感应中, 我们也研究磁通量的变化量. 末态时的磁通量 Φ_2 与初态时的磁通量 Φ_1 之差, 称为磁通量的变化量, 即

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1.$$

显然, 引起磁通量变化的原因有以下三种:

1. 磁感应强度 B 发生了变化;
2. 面积 S 发生了变化;
3. 面与磁感线的夹角发生了变化.

有时候, 穿过一个平面的磁通量可能由多个磁场共同提供. 此时我们需要把每个磁场产生的磁通量分别计算, 再算出他们的代数和. 这叫做穿过这个平面的**净磁通量**, 简称**净磁通**.

3.2.1 安培的分子电流假说

磁体和电流都能产生磁场, 它们的磁场是否有联系? 我们知道, 通电螺线管外部的磁场与条形磁体的磁场十分相似. 安培由此受到启发, 提出了以下假说.

安培认为, 在物质内部, 存在着一种环形电流——**分子电流**, 分子电流使每个物质微粒都成为微小的磁体, 它的两侧相当于两个磁极.

一根铁棒未经磁化的时候, 内部分子电流的取向是杂乱无章的, 它们的磁场互相抵消, 因此对外不显磁性; 当铁棒受到外界磁场的作用时, 各分子电流的取向变得大致相同, 铁棒被磁化, 两端对外界显示出较

强的磁性, 形成磁极. 磁体受到高温或猛烈撞击时会失去磁性, 这是因为激烈的热运动或震动使分子电流的取向又变得杂乱无章了.

3.3 磁场对通电导线的作用力

在上一节, 我们已经知道了磁场对通电导线有作用力, 并从这个现象入手定义了物理量——磁感应强度.

安培在研究磁场与电流的相互作用方面作出了杰出的贡献, 为了纪念他, 人们把通电导线在磁场中受的力称为**安培力**, 把电流的单位定为安培.

3.3.1 安培力的方向

通过实验, 我们发现通电导线受力的方向与电流的方向, 磁场的方向均有关. 众多事实表明, 通电导线在磁场中所受安培力的方向与电流方向, 磁感应强度的方向都垂直, 即 **安培力的方向垂直于电流方向和磁场方向确定的平面**.

安培力的方向可用以下定则判定:

安培力的左手定则 伸开左手, 使拇指与其余四个手指垂直, 并且都与手掌在同一个平面内; 让磁感线从掌心垂直进入, 并使四指指向电流的方向, 这时拇指所指的方向就是通电导线在磁场中所受安培力的方向.

3.3.2 安培力的大小

我们已经知道, 在垂直于磁场 B 的方向放置的长为 l 的一段导线, 当通过的电流为 I 时, 它所受的安培力

$$F = IlB.$$

当磁感应强度 B 的方向与通电导线的方向平行时, 导线受力为 0.

当磁感应强度 B 的方向与通电导线的方向成 θ 角时, 导线所受的安培力又如何呢? 我们考虑把磁感应强度做矢量分解, 分解为与电流平行和与电流垂直两个分量. 其中平行分量对导线没有作用力.

一般地, 通电导线所受的安培力大小等于电流 I , 导线长度 l , 以及磁感应强度垂直于导线方向的分量 B_{\perp} 这三者的乘积. 设磁感应强度 B 的方向与通电导线的方向的夹角为 θ , 则通电导线在磁场中所受的安培力为

$$F = IlB \sin \theta.$$

3.4 磁场对运动电荷的作用力

我们知道, 磁场对通电导线有作用力; 我们还知道, 带电粒子的定向移动形成了电流. 那么, 磁场对运动电荷有作用力吗? 如果有, 力的方向和大小又是怎样的呢?

在磁场内发射电子束, 实验表明, 电子束受到磁场的力的作用, 径迹发生了弯曲. 运动电荷在磁场中受到的力称为**洛伦兹力**. 通电导线在磁场中受到的安培力, 实际是洛伦兹力的宏观表现; 而洛伦兹力是安培力的微观本质.

3.4.1 洛伦兹力的方向

由于安培力的本质就是洛伦兹力, 所以, 洛伦兹力的方向也符合左手定则.

洛伦兹力的左手定则 伸开左手, 使拇指与其余四个手指垂直, 并且都与手掌在同一个平面内; 让磁感线从掌心垂直进入, 并使四指指向正电荷运动的方向, 这时拇指所指的方向就是运动的正电荷在磁场中所受洛伦兹力的方向.

负电荷受力的方向与正电荷受力的方向相反, 可以用右手来判断.

3.4.2 洛伦兹力的大小

接下来, 我们用安培力的表达式来推导洛伦兹力的表达式.

考虑一根横截面积为 S 的静止导线置于磁感应强度为 B 的匀强磁场中, 带电粒子以速度 v 定向移动. 单位体积内的带电粒子数为 n . 则在时间 t 内, 流过一段导线的粒子数为

$$N = nSvt.$$

记粒子的电荷量为 q , 根据 (13), q 与电流 I 的关系为

$$I = nqSv.$$

如果电流与磁场方向垂直, 即粒子的速度 v 与磁感应强度 B 垂直, 那么导线所受安培力的大小

$$F_{\text{安}} = IlB = nqSv^2tB.$$

我们知道, 导线受到安培力作用, 本质是它内部的粒子受到洛伦兹力作用. 每一个粒子所受的力为

$$F = \frac{F_{\text{安}}}{N} = \frac{nqSv^2tB}{nSvt} = qvB.$$

这就是粒子速度 v 的方向与磁感应强度 B 的方向垂直时, 粒子所受的洛伦兹力.

仿照上节, 在一般情况下, 当电荷运动的方向与磁场的方向夹角为 θ 时, 电荷所受的洛伦兹力大小为

$$F = qvB \sin \theta.$$

3.5 带电粒子在磁场中的运动

我们知道, 带电粒子在磁场中运动要受到洛伦兹力的作用. 如果带电粒子初速度的方向和洛伦兹力的方向都在与磁场方向垂直的平面内, 那么粒子将在这个平面内运动.

洛伦兹力总是与粒子的运动方向垂直, 总是只改变粒子速度的方向, 不改变粒子速度的大小. 由于粒子速度的大小不变, 粒子在匀强磁场中所受洛伦兹力的大小也不改变, 洛伦兹力对粒子起到了向心力的作用. 所以, 沿着与磁场垂直的方向射入磁场的带电粒子, 在匀强磁场中做匀速圆周运动.

3.5.1 带电粒子在匀强磁场中的匀速圆周运动

考虑到带电粒子做匀速圆周运动的向心力由洛伦兹力提供, 我们可以列出粒子的向心力方程.

假设一个电荷量为 q 的粒子, 在磁感应强度为 B 的匀强磁场中以速度 v 运动, 向心力方程为

$$qvB = m \frac{v^2}{r}.$$

由此可得粒子做匀速圆周运动的半径

$$r = \frac{mv}{qB}. \quad (22)$$

可以看出, 粒子的半径与它的速度成正比, 与磁感应强度和它的比荷成反比.

回忆匀速圆周运动的知识, 匀速圆周运动的周期 $T = \frac{2\pi r}{v}$. 把 (22) 代入, 可以得到粒子做匀速圆周运动的周期

$$T = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (23)$$

可以看出, 粒子的周期与磁感应强度和它的比荷成反比, 与速度无关.

3.5.2 带电粒子在有界磁场中的运动

标题中的有界磁场是匀强磁场. 我们已经知道, 带电粒子在匀强磁场中将做匀速圆周运动. 为了确定粒子的运动, 我们需要知道轨迹的圆心, 半径和运动时间.

圆心和半径 由于洛伦兹力提供向心力, 因此洛伦兹力总是指向轨迹的圆心, 也就是圆心总在各点处粒子所受洛伦兹力的方向上. 如果我们已知轨迹上的任意两点 (一般是进入磁场和离开磁场的两点) 及这两点的洛伦兹力方向, 它们的交点就是圆心. 进一步地, 如果我们知道这两点的速度方向, 根据左手定则, 我们可以判断这两点的洛伦兹力方向, 进而确定圆心位置.

另一方面, 如果我们已知轨迹上的两点, 根据垂径定理, 这两点连线的中垂线一定过圆心. 因此, 我们有以下结论:

粒子入射方向的垂线, 出射方向的垂线, 入射点与出射点连线的中垂线, 这三条直线中任意两条的交点即为粒子轨迹的圆心.

知道了圆心和轨迹上的两点后, 我们可以利用勾股定理, 三角函数等数学方法求解轨迹圆的半径.

运动时间 一般来说, 粒子在有界磁场中的运动轨迹是一段圆弧. 假设粒子进入磁场时的速度方向与离开磁场时的速度方向夹角为 θ (称为速度的偏转角), 则由几何关系可以证明: 速度方向的偏转角等于轨迹圆弧所对的圆心角. 今后我们就把速度的偏转角和圆心角都用 θ 表示.

由于粒子做匀速圆周运动, 所以粒子的运动时间为

$$t = \frac{\theta}{2\pi} T.$$

其中 θ 的单位是弧度, T 是粒子做匀速圆周运动的周期. 把 (23) 代入, 可以得到

$$t = \frac{m\theta}{qB}.$$

可以看出, 同一粒子在已知磁场内的运动时间只与轨迹圆弧所对的圆心角 θ 有关, 与粒子的速度无关.

另一方面, 根据匀速圆周运动线速度的定义, 可得

$$t = \frac{\theta r}{v}.$$

其中 θ 的单位是弧度, r 是粒子的运动半径, v 是粒子的速度.

在解决这类问题时, 通常涉及许多几何知识. 下面是一些常用的几何关系.

1. 在运动平面内, 速度方向的垂线经过圆心.
2. 轨迹上两点连线的垂直平分线经过圆心.
3. 轨迹上两点速度方向的偏转角等于这两点间的圆弧所对的圆心角.
4. 轨迹上两点的连线与其中一点速度方向的 (锐) 夹角, 等于这两点间的圆弧所对的圆心角的一半.

3.5.3 带电粒子在复合场中的运动

复合场是指在空间某一区域内, 电场, 磁场和重力场同时存在, 或者其中两种同时存在; 组合场是指电场, 磁场存在于空间中的不同区域中. 下面我们分析复合场的情况.

粒子在经过复合场空间时可能受到的力有重力, 电场力和洛伦兹力. 抓住三个力的特点是分析和解决相关问题的基础.

重力 电子, 质子, 离子, α 粒子等基本粒子一般不需要考虑重力. 其他带电粒子一般需要考虑重力.

一般来说, 如果题目中给出了重力加速度 g , 就说明需要考虑粒子的重力 mg , 方向竖直向下.

静电力 带电粒子在电场中一定受到静电力作用. 在匀强电场中, 静电力为恒力, 大小为 qE , 方向与电场强度的方向相同或相反.

洛伦兹力 带电粒子运动, 且运动的方向不与磁感应强度方向平行时, 粒子受洛伦兹力作用, 大小为 qvB (v 是粒子在某一时刻的瞬时速度). 洛伦兹力的方向时刻与速度方向垂直, 因此, 洛伦兹力永远不做功, 也不会改变粒子的动能.

下面研究带电粒子在复合场中的几种典型运动.

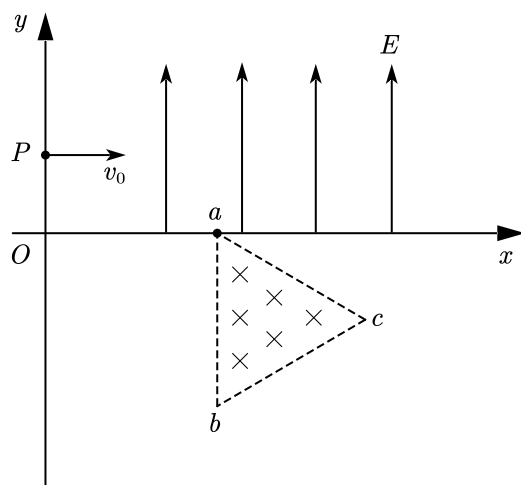
直线运动 如果自由的带电粒子 (无轨道约束) 在受洛伦兹力作用的复合场中做直线运动, 那么它一定做的是匀速直线运动. 除非运动方向沿匀强磁场的方向. 这是因为电场力和重力都是恒力, 如果物体不处于平衡状态, 当速度变化时 (无论大小还是方向), 洛伦兹力的变化将导致合力也相应地发生变化. 从而粒子的运动方向改变.

匀速圆周运动 当带电粒子进入匀强电场, 匀强磁场和重力场共存的复合场中, 电场力和重力相平衡, 且粒子运动方向与匀强磁场的方向相垂直时, 带电粒子就在库仑兹力的作用下做匀速圆周运动. 这种情况可等效为仅在洛伦兹力作用下的匀速圆周运动.

曲线运动 当带电粒子所处的合外力是变力, 且与初速度方向不共线时, 粒子做非匀变速曲线运动. 这时, 粒子的运动轨迹既不是圆弧, 也不是抛物线.

例 1 如图, 平面直角坐标系 xOy 的第一象限内有平行于 y 轴的匀强电场, 方向沿 y 轴正方向; 在第四象限的正三角形 abc 区域内有匀强电场, 方向垂直于 xOy 平面向里, 正三角形边长为 L , 且与 ab 边 y 轴平行. 一质量为 m , 电荷量 q 的粒子, 从 y 轴上的 $P(0, h)$ 点, 以大小为 v_0 的速度沿 x 轴正方向射入电场, 通过电场后从 x 轴的 a 点进入第四象限, 又经过磁场从 y 轴上的某点进入第三象限, 且速度与 y 轴负方向成 45° 角. 不计粒子所受的重力. 求:

- (1) 电场强度 E 的大小;
- (2) 粒子到达 a 点时, 速度 v_a 的大小和方向;
- (3) abc 区域内磁场的磁感应强度的最小值 B_0 .



解 (1) 粒子在第一象限内做类平抛运动. 设粒子在第一象限的运动时间为 t_1 , 则水平方向上有

$$2h = v_0 t_1. \quad (\text{i})$$

竖直方向上有

$$h = \frac{1}{2} a t_1^2 = \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t_1^2. \quad (\text{ii})$$

联立 (i)(ii) 解得 $E = \frac{mv_0^2}{2qh}$.

(2) 设粒子到达 a 点时竖直方向的速度为 v_y , 则有

$$v_y = at_1 = \frac{qE}{m} t_1. \quad (\text{iii})$$

联立 (i)(iii)(iv) 得 $v_y = v_0$.

所以粒子到达 a 点时的速度

$$v_a = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{2}v_0. \quad (\text{iv})$$

由 $v_0 = v_y$ 知 v_a 与 x 轴夹角 θ 的正切 $\tan \theta = 1$, 所以 $\theta = 45^\circ$, 即 v_a 指向斜下方, 与 x 轴成 45° 角.

(3) 粒子进入磁场后, 受到的洛伦兹力与粒子的速度方向时刻垂直, 因此洛伦兹力改变速度的方向而不改变大小, 使粒子做匀速圆周运动. 经过分析可知, 当粒子从 b 点离开磁场时, 对应的磁感应强度最小. 根据几何关系, 粒子做匀速圆周运动的半径

$$r = L \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} L. \quad (\text{v})$$

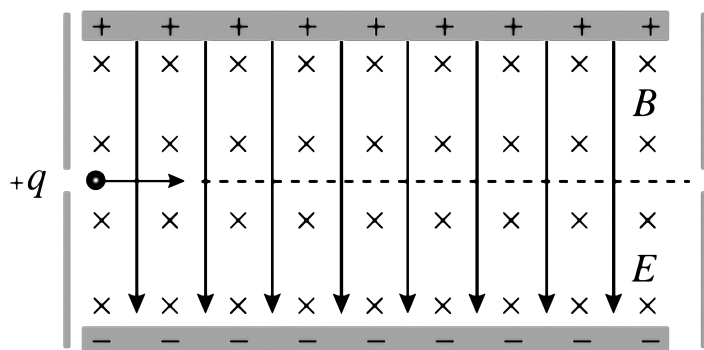
洛伦兹力提供粒子做匀速圆周运动的向心力, 即

$$qvB_0 = m \frac{v_a^2}{r}. \quad (\text{vi})$$

联立 (iv)(v)(vi) 解得 $B_0 = \frac{2mv_0}{qL}$.

3.6 电磁科技

3.6.1 速度选择器



在上图所示的平行板器件中, 电场强度 E 和磁感应强度 B 相互垂直. 具有不同水平速度的带电粒子射入后发生偏转的情况不同. 这种装置能把具有某一特定速度的粒子选择出来, 所以叫做**速度选择器**.

根据粒子做匀速直线运动, 有 $qvB = qE$, 所以可通过粒子的速度为

$$v = \frac{E}{B}.$$

并且, 粒子能否通过与它的电荷量, 电性, 质量均无关, 只与速度有关.

3.6.2 质谱仪

质谱仪可以用于测量粒子的质量或比荷, 由粒子发射器, 加速电场和偏转磁场组成.

现在, 粒子发射器发出一束粒子. 粒子先经过电压为 U 的加速电场, 由动能定理有

$$qU = \frac{1}{2}mv^2.$$

然后, 粒子进入磁感应强度为 B 的偏转磁场, 做匀速圆周运动, 可列出向心力方程

$$qvB = m\frac{v^2}{r},$$

其中 r 为粒子做圆周运动的半径.

由以上两个式子可以解出粒子在磁场中做圆周运动的半径

$$r = \frac{1}{B^2} \sqrt{\frac{2mU}{q}}.$$

如果记粒子在匀强磁场的位移为 $d = 2r$, 那么上式就是

$$d = \frac{1}{B^2} \sqrt{\frac{8mU}{q}}.$$

可见, 当 U, B 一定的情况下, 比荷而不同的例子将会分离. 我们利用这一点来研究同位素.

质谱仪还可以应用速度选择器. 在这种情况下, 粒子的速度不再由加速电场决定, 而是由速度选择器决定.

3.6.3 回旋加速器

回旋加速器由两个 D 形盒和大型的电磁铁组成. 两个 D 形盒之间加有高频振荡交变电压 U .

粒子大致从装置的中心位置释放, 在匀强磁场的作用下做圆周运动. 由于 D 形盒的夹缝处加有电压, 每当粒子经过两个 D 形盒之间时, 粒子将被电场加速. 之后, 粒子又进入 D 形盒内做圆周运动, 但半径比原来增大了.

磁场使粒子不断回旋, 从而粒子能反复加速, 直到粒子的圆周运动半径大于 D 形盒的半径, 粒子将射出回旋加速器.

D 形盒是金属制的, 它的作用是静电屏蔽, 使带电粒子在圆周运动的过程中只处在磁场中, 而不受电

场的干扰, 以保证粒子做匀速圆周运动, 直到粒子运动到两个 D 形盒之间.

为了粒子能够不断地被电场加速而非减速, 我们要求电场强度的方向要与粒子的运动方向相同 (如果粒子带负电, 则要相反), 也就是说, 每当粒子运动半圈, 电场的方向就要变化一次. 因此交变电压的周期要等于粒子做圆周运动的周期.

由 $qvB = m\frac{v^2}{r}$ 可得粒子的速度

$$v = \frac{qBr}{m},$$

其中 m 是粒子的质量, q 是粒子的电荷量, B 是 D 形盒内的磁感应强度, r 是粒子在某一时刻的圆周运动半径. 这就是说, 粒子在某一时刻的速度, 等于粒子比荷的倒数, 乘以磁感应强度和此刻的圆周运动半径. 当粒子的运动半径最大时, 粒子的速度也达到最大值. 因此, 粒子的最大动能

$$E_{\text{km}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m},$$

其中 R 是 D 形盒的半径. 由此可知, 在粒子的比荷一定的情况下, 粒子的最大动能与加速电压 U 无关, 与 D 形盒内的磁感应强度以及 D 形盒的半径有关, D 形盒半径越大, 粒子的末动能就越大.

事实上, 根据动能定理

$$nqU = \frac{1}{2}mv^2,$$

粒子的速度与加速次数 n 及粒子的比荷有关, 并且加速次数

$$n = \frac{qB^2 R^2}{2mU}.$$

3.6.4 电磁流量计

一个非磁材料制成的圆柱导管直径为 d , 导管内有可以导电的液体径向流动. 把导管置于磁感应强度为 B , 方向垂直于液体流动方向的匀强磁场中, 导电液体中的自由电荷 (正, 负离子) 在洛伦兹力的作用下纵向偏转, 导管的上下表面出现电势差 U .

当自由电荷所受的电场力 qU 与洛伦兹力 qvB 平衡时, 自由电荷就不再偏转, 导管上下表面的电势差 U 也就保持稳定. 此时有

$$q\frac{U}{d} = qvB.$$

由此可以得到自由电荷定向移动的速度, 从而可以得到液体的流量⁵

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{Svt}{t} = Sv = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{U}{Bd} = \frac{\pi d U}{4B}.$$

⁵流量: 单位时间内通过横截面的液体体积

4 电磁感应

4.1 电磁感应现象

1820 年, 丹麦物理学家奥斯特发现了电流的磁效应, 即“电生磁”, 震动了整个科学界, 它证实电现象与磁现象是有联系的. 既然电流能够引起磁针的运动, 那么, 为什么不能用磁体使导线中产生电流呢?

英国物理学家法拉第敏锐的察觉到, 磁与电之间也应该有这种“感应”. 最初, 法拉第认为, 很强的磁体或很强的电流可能会在邻近的闭合导线中感应出电流. 他进行了很多次尝试, 没有得到预想的结果. 1831 年, 法拉第把两个线圈绕在一个铁环上, 一个线圈接电源, 另一个线圈接电流表. 当给一个线圈通电或断电的瞬间, 在另一个线圈上出现了电流. 法拉第从中领悟到, “磁生电”是一种在变化, 运动的过程中才能出现的效应, 他把这些现象定名为**电磁感应**, 产生的电流叫做**感应电流**.

初中时我们知道, 当闭合导线做切割磁感线的运动时, 导线中会产生感应电流. 实际上, 这是闭合电路在磁场中的面积发生了变化, 也就是说, 穿过闭合电路的磁通量发生了变化. 感应电流的产生是否与磁通量的变化有关呢? 答案是肯定的. 实验表明: **当穿过闭合导体回路的磁通量发生变化时, 闭合导体回路中就产生感应电流.**

4.2 电磁波

4.2.1 电磁场

英国物理学家麦克斯韦系统地总结了人类直至 19 世纪随电磁规律的研究成果, 建立了经典电磁场理论. 下面我们定性地介绍麦克斯韦关于电磁场的一些观点.

在变化的磁场中放入一个闭合电路, 电路里会产生感应电流, 这是法拉第发现的电磁感应现象. 既然产生了感应电流, 一定是有了电场, 它促使导体中的自由电荷做定向移动; 即使变化的磁场内没有闭合电路, 电场依然存在. 因此, 麦克斯韦认为: **变化的磁场产生电场.**

那么, 变化的电场会产生磁场吗? 麦克斯韦相信自然的和谐性, 他大胆的假设, 变化的电场就像导线中的电流一样, 会在空间中产生磁场, 即 **变化的电场产生磁场.**

按照这个理论, 变化的电场与磁场总是互相联系, 形成一个不可分割的统一的**电磁场**.

事实上, 麦克斯韦的预言完全正确. 1866 年, 德国科学家赫兹通过实验捕捉到了电磁波. 后来他又做了大量的实验, 证实了麦克斯韦的电磁场理论:

- 变化的电场 (磁场) 产生磁场 (电场);
- 均匀变化的电场 (磁场) 产生恒定的磁场 (电场);

- 周期性变化的电场 (磁场) 产生周期性变化的磁场 (电场).

4.2.2 电磁波谱

在一列水波中, 突起的最高处叫做**波峰**, 凹下的最低处叫做**波谷**. 邻近的两个波峰 (或波谷) 的距离叫做**波长**, 单位时间内波峰 (或波谷) 的数量叫做**频率**. 而**波速**是描述波传播快慢的物理量.

对于电磁波也是如此. 我们用 λ 表示电磁波的波长, f 表示它的频率, 那么, 电磁波的波速 c 与 λ , f 的关系是

$$c = \lambda f.$$

在真空中, 电磁波传播的速度

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

电磁波的频率范围很广. 按照电磁波的频率或波长的顺序排列起来, 就得到**电磁波谱**. 不同的电磁波由于具有不同的波长, 因而具有不同的特性.

电磁波谱按照波长从大到小的顺序可以排列如下:

长波 \rightarrow 中波 \rightarrow 短波 \rightarrow 微波 \rightarrow 红外线 \rightarrow 可见光 \rightarrow 紫外线 \rightarrow X 射线 \rightarrow γ 射线.

其中, 长波, 中波, 短波属于无线电波, 用于广播以及传播其他信号; 微波可以用于卫星通信, 电视信号传输等; 红外线可以用于加热理疗; 可见光让我们看见这个世界, 也可以用于通信; 紫外线可以消毒; X 射线用于诊断病情; γ 射线可以摧毁病变细胞.

容易看出, 电磁波的频率越大, 具有的能量就越高.

电磁场不仅仅是一种描述方式, 而是真正的物质存在.

生活中常用微波炉加热食物, 食物中的水分子在微波的作用下热运动加剧, 温度升高. 可见, 电磁波具有能力. 例如, 光是一种电磁波——传播着的电磁场. 光具有能量.

除了可见光外, 其他的电磁波我们虽然看不见, 却能通过它们的能量感受到它们. 为什么播音员的声音能到达收音机? 因为电台发射的电磁波在收音机的天线里感应出了电流, 有电流就有能量.

所有这一切都表明, **电磁波具有能量, 电磁波是一种物质.**

4.3 楞次定律

在电磁感应的实验中, 我们注意到, 不同情况下产生的感应电流方向是不同的. 那么, 感应电流的方向由哪些因素决定? 遵循什么规律?

实验表明: 感应电流具有这样的方向, 它产生的磁场总是阻碍引起感应电流的磁通量的变化. 这就是

楞次定律.

理解楞次定律需要注意以下几点:

1. 谁阻碍谁?——是感应电流的磁通量阻碍原磁通量.
2. 阻碍什么?——阻碍的是磁通量的变化, 也就是使 $|\Delta\Phi|$ 减小, 而不是阻碍磁通量本身.
3. 结果如何?——阻碍并不是阻止, 更不是逆转, 只是延缓了磁通量的变化.

由楞次定律可知, 当磁通量增加时, 感应电流产生的磁场方向与原磁场方向相反; 当磁通量减少时, 感应电流产生的磁场方向与原磁场方向相同. 这个规律我们可以简单说成“增反减同”.

楞次定律中的“阻碍”作用是把其他形式的能量 (或其他电路的电能) 转化 (或转移) 为感应电流所在回路的电能, 在这个过程中, 能量总是守恒的. 楞次定律正是能量守恒定律在电磁感应现象中的体现.

从本质上看, 楞次定律可广义的表述为: 感应电流的效果总是要反抗引起感应电流的原因. 常见的情况有以下几种:

1. 当感应电流是由相对运动引起时, 感应电流受到的安培力总是阻碍相对运动. 即“来拒去留”.
2. 当感应电流因磁场变化而引起时, 感应电流受到的安培力通常使回路发生运动以阻碍原磁通量的变化.
3. 感应电流使回路受到的安培力总要引起回路发生形变或具有形变的趋势, 而形变或形变的趋势仍是向阻碍磁通量变化的方向进行. 比如“增缩减扩”.

可以用右手的手掌和手指的方向来判断导线切割磁感线时产生的感应电流的方向, 即: 伸开右手, 使拇指与其余四个手指垂直, 并且都与手掌在同一个平面内; 让磁感线从掌心进入, 并使拇指指向导线运动的方向, 这时四指所指的方向就是感应电流的方向. 这就是更便于判定导线切割磁感线时感应电流方向的右手定则.

需要注意的是, 右手定则只适用于导线切割磁感线的情况, 是楞次定律的特殊形式.

4.4 法拉第电磁感应定律

4.4.1 法拉第电磁感应定律

在用导线切割磁感线产生感应电流的实验中, 导线切割磁感线的速度越快, 磁体的磁场越强, 产生的感应电流就越大. 在向线圈中插入条形磁体的实验中, 磁体的磁场越强, 插入的速度越快, 产生的感应电流就越大. 这些现象表明, 当回路中的电阻一定时, 感应电流的大小可能与磁通量变化的快慢有关, 也就是说, 感应电流的大小与磁通量的变化率有关.

电路中有感应电流, 就一定有电动势. 如果电路没有闭合, 这时虽然没有感应电流, 电动势依然存在.

电磁感应现象中产生的电动势称为**感应电动势**, 产生感应电动势的那部分导体就相当于电源.

德国物理学家纽曼和韦伯在严格分析后指出: 闭合电路中感应电动势的大小, 跟穿过这一电路的磁通量的变化率成正比. 后人称之为**法拉第电磁感应定律**.

如果在极短的时间 Δt 内, 磁通量的变化量为 $\Delta\Phi$, 那么感应电动势

$$E = k \frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

其中 k 是比例系数. 如果电动势 E , 磁通量 Φ , 时间 t 的单位分别用伏 (V), 韦伯 (Wb), 秒 (s), 那么 $k = 1$. 于是

$$E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

或者利用极限写成

$$E = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

闭合电路常常是一个匝数为 n 的线圈, 而且穿过每匝线圈的磁通量总是相同的. 这样的线圈可以看成是由 n 个单匝线圈串联而成的, 因此整个线圈中的感应电动势是单匝线圈的 n 倍, 即

$$E = n \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

在中学阶段, 我们只计算感应电动势的大小, 不涉及它的正负, 因此上式中的 $\Delta\Phi$ 应取绝对值. 至于感应电流的方向, 我们用楞次定律或右手定则来判断.

不论电路是否闭合, 只要穿过电路的磁通量发生变化, 都会产生感应电动势; 若电路闭合, 就会产生感应电流.

4.4.2 变化的磁场产生的感应电动势

麦克斯韦认为, 磁场变化时会在空间激发一种电场. 这种电场与静电场不同, 它不是由电荷产生的, 我们把它叫做**感生电场**.

如果将闭合导体放置在感生电场中, 导体中的电荷将会做定向移动, 产生感应电流, 也就有感应电动势. 这种由变化的磁场产生感生电场, 从而产生的感应电动势, 称为**感生电动势**. 由法拉第电磁感应定律可知, 感生电动势的大小为

$$E = nS \frac{\Delta B}{\Delta t},$$

其中 S 为置于感生电场中的闭合导体的面积, ΔB 为磁感应强度的变化量.

如果导体中的自由电荷是正电荷, 那么它们定向移动的方向就是感应电流的方向, 也就是感生电场的方向.

4.4.3 导线切割磁感线时的感应电动势

导体切割磁感线时, 法拉第电磁感应定律可以写成更简单的形式. 下面我们推导这个公式.

如图所示, 矩形线框 $CDMN$ 置于磁感应强度为 B 的匀强磁场中, 线框平面与磁感应强度方向垂直. 设可以移动的导体棒 MN 的长度为 l , 它以速度 v 向右运动.

在很短的 Δt 时间内, 导体棒从 MN 运动到 M_1N_1 . 这个过程中矩形线框的面积变化量为

$$\Delta S = lv\Delta t.$$

穿过线框的磁通量变化量则是

$$\Delta\Phi = B\Delta S = Blv\Delta t.$$

根据法拉第电磁感应定律 $E = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, 可求得感应电动势

$$\boxed{E = Blv.} \quad (24)$$

这就是导体平动切割磁感线产生感应电动势的计算公式, 简称**平动切割公式**.

如果导线的运动方向与导线本身是垂直的, 但与磁感线方向有一个夹角 θ , 那么导线的速度 v 与磁感应强度方向垂直的分量切割磁感线, 容易知道, 产生的感应电动势为

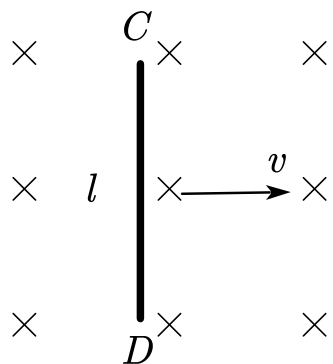
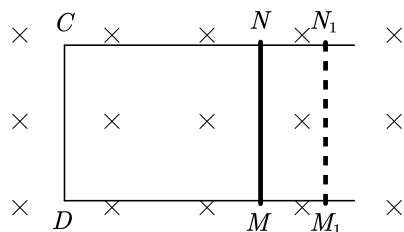
$$E = Blv \sin \theta.$$

由导体运动而导致磁通量变化, 从而产生的感应电动势, 叫做**动生电动势**, 产生的电流叫做**动生电流**.

在以上的讨论中, 导体棒连接在线框中, 感应电动势使线框中的自由电荷做定向移动, 从而产生感应电流. 如果是孤立的直导体棒在匀强磁场中运动, 因为没有闭合回路, 所以也没有感应电流. 但是导体棒内的自由电荷会随着导体棒运动, 并因此受到洛伦兹力. 导体棒中自由电荷相对于纸面的运动大致沿什么方向? 导体棒哪端的电势比较高? 导体棒一直运动下去, 自由电荷是否总会沿着导体棒运动? 为讨论方便, 下面把导体内的自由电荷看作正电荷.

由左手定则可知, 在导体棒向右运动的过程中, 导体棒内的自由电荷受向上的洛伦兹力, 所以自由电荷相对于导体棒向上运动, 也就是相对于纸面斜向右上方运动.

另一方面, 虽然右手定则用于判断感应电流的方向, 但是感应电流本质是自由电荷定向移动产生的,



所以我们也用右手定则判断运动导体棒的自由电荷运动方向. 根据右手定则, 导体棒内的自由电荷相对于导体棒向上运动.

一段导线在做切割磁感线的运动时相当于一个电源, 通过上面的分析可以看到, 这时的非静电力与洛伦兹力有关. 在电源内, 非静电力做功, 把电荷从低电势点移动到高电势点, 因此 C 点处电势高, D 点处电势低; C 点相当于电源正极, D 点相当于电源负极.

如果导体棒一直运动下去, 那么导体棒两端将聚集异种电荷而形成电场, 电场力与洛伦兹力反向. 因为 C, D 两端聚集的电荷越来越多, 在 CD 棒间的电场越来越强. 当自由电荷受到的电场力等于洛伦兹力时, 自由电荷不再相对于导体棒定向移动.

在本节的第一张图中, 由于导体棒运动产生感应电动势, 电路中有电流通过, 导体棒在运动过程中会受到安培力的作用. 可以判断, 安培力的方向与推动导体棒运动的力的方向是相反的. 这时即使导体棒做匀速运动, 推力也做功. 如果没有推力的作用, 由于安培力做负功, 导体棒将消耗的自身的机械能.

4.5 电磁感应的应用

4.5.1 涡流

当某线圈中的电流随时间变化时, 由于电磁感应, 附近的另一个线圈中可能会产生感应电流. 这样的感应电流仍然是环绕的, 它产生的磁场阻碍通过它的磁通量的变化. 如果用图表示这样的感应电流, 看起来就像水中的漩涡, 所以把它叫做**涡电流**, 简称**涡流**.

通过金属块的磁通量变化时, 金属块中会感应出涡流, 并且会产生热量. 冶炼炉, 电磁炉利用的就是涡流.

真空冶炼炉的炉外有线圈, 线圈中通入迅速变化的电流, 炉内的金属中产生涡流. 涡流产生的热量使金属熔化. 这种方式不需要空气, 可以在真空中进行, 防止空气中的杂质进入金属.

电磁炉加热食物时, 迅速变化的电流通过电磁炉面板下方的线圈, 线圈周围产生迅速变化的磁场, 变化的磁场使面板上方的铁锅底部产生涡流. 铁锅迅速发热, 从而达到加热食物的目的; 而电磁炉的面板却不会发热, 因此电磁炉只能搭配金属灶具使用.

电动机, 变压器的线圈都绕在铁芯上. 线圈中流过变化的电流, 在铁芯中产生的涡流使铁芯发热, 浪费了能量, 还可能损坏电器. 因此, 我们要想办法减小涡流. 途径之一是增大铁芯材料的电阻率, 另一个途径就是用互相绝缘的硅钢片叠成的铁芯来代替整块硅钢铁芯.

机场, 车站的金属探测器, 士兵用的地雷探测器, 利用的也是涡流. 探测器中的线圈有不断变化的电流, 当它靠近金属时, 金属中感应出涡流. 涡流产生的磁场反过来影响探测器中的线圈, 使探测器报警.

4.5.2 电磁阻尼 电磁驱动

上一节中我们分析到, 当导体在磁场中运动时, 感应电流会使导体受到安培力, 而安培力的方向总是阻碍导体的运动. 这种现象称为**电磁阻尼**.

这一现象可以用楞次定律解释: 闭合导体与发生切割磁感线的运动时, 由于通过它的磁通量发生了变化, 闭合导体会产生感应电流. 我们知道, 这称为动生电流. 根据楞次定律, 动生电流产生的磁场必定阻碍磁通量的变化; 而磁通量变化是由于导体运动引起的, 所以动生电流受到的安培力会阻碍导体的运动.

如果是磁场相对于导体运动, 那么导体中会产生感应电流, 感应电流使导体受到安培力的作用, 安培力使导体运动起来, 这种作用称为**电磁驱动**. 交流感应电动机就是利用电磁驱动的原理工作的.

4.6 互感 自感

在 4.1 节和 4.5.1 节中我们提到, 一个线圈中的电流变化时, 它所产生的变化的磁场会在另一个线圈中产生感应电动势. 这种现象叫做**互感**, 这种感应电动势叫做**互感电动势**. 利用互感现象可以把能量由一个线圈传递到另一个线圈, 在电子技术中有广泛应用.

互感现象不仅发生在两个线圈间, 而是可以发生在任何两个靠近的电路间. 有时, 互感现象会影响电路的正常工作, 这时要设法减小电路间的互感.

当一个线圈中的电流变化时, 它所产生的变化的磁场在线圈本身激发出感应电动势. 这种现象称为**自感**, 由于自感而产生的感应电动势叫做**自感电动势**. 根据楞次定律, **自感电动势总是阻碍电流的变化**.

将灯泡与一个线圈串联, 当闭合开关时, 我们发现灯泡慢慢亮起, 这是因为线圈产生了与原电动势方向相反的自感电动势, 以减缓了电流的增加.

将灯泡与一个线圈并联, 当断开开关时, 干路电流立刻消失, 但我们发现灯泡慢慢熄灭 (或者闪亮一下再熄灭), 这是因为线圈所在的支路上产生了与原电流方向相同的自感电流. 需要注意的是, 断开开关后, 流过灯泡的电流方向与之前相反. 如果把灯泡换成二极管, 则二极管会立即熄灭.

对于第二个例子来说, 事实上, 如果线圈的直流电阻大于灯泡的电阻, 那么电路稳定时线圈所在的支路电流较小, 灯泡会慢慢熄灭; 如果线圈的直流电阻小于灯泡的电阻, 则电路稳定时线圈所在支路得电流更大, 断电一瞬间产生的感应电流经过灯泡所在的支路, 并且感应电流大于原本流经灯泡的电流, 所以灯泡会闪亮一下再熄灭.

根据法拉第电磁感应定律, 自感电动势

$$E = n \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = n S \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

其中 n 是线圈匝数.

实验表明,磁场的强弱正比于电流的强弱,因此

$$E \propto nS \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

写成等式,就是

$$E = L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

其中, L 叫做**自感系数**,简称**电感**.它与线圈的大小,形状,匝数,以及是否有铁芯等因素有关.电感的单位是**亨利**,简称**亨**,符号是 H.

4.7 通电导线在磁场中的运动

4.7.1 通电导线在磁场中的受力

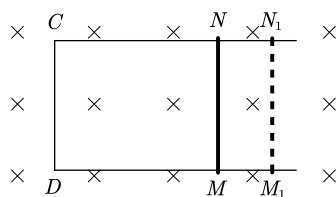
通电导线在磁场中的运动问题,是电磁感应,电路与力学的结合.分析这类问题的思路如下.

1. 用法拉第电磁感应定律和楞次定律求感应电动势的大小和方向;
2. 画出必要的等效电路图根据闭合电路欧姆定律求回路中的电流;
3. 分析导体的受力情况(包括安培力),结合力学方程求解.

在与电磁感应结合的动力学问题中,导体一般不是做匀变速运动,而是经历一个动态变化的过程,再趋于一个稳定状态.因此,解这类问题时,正确进行动态分析,确定最终的稳定状态是解题的关键.

下面举一个例子.

例 1 如图所示,水平放置的光滑的矩形线框 $CDMN$ 置于磁感应强度为 B 的匀强磁场中,匀强磁场的方向垂直于线框平面,导体棒 MN 的长度为 l .导体棒的电阻为 R ,矩形线框的电阻不计.现给导体棒一个向右的初速度 v_0 ,则导体棒此后的运动状态如何?



分析 导体棒运动切割磁感线,根据平动切割公式(24),它产生大小为

$$E = Blv_0$$

的感应电动势.此时,在闭合电路中,导体棒就相当于电源.由右手定则可以判断,在导体棒上感应电流的方向向上,正电荷从 M 端移向 N 端.我们知道,在电源内,非静电力把正电荷从低电势点迁移至高电势点,所以 M 端相当于电源负极, N 端相当于电源正极.

根据闭合电路的欧姆定律,回路中的电流

$$I = \frac{E}{R} = \frac{Blv_0}{R}.$$

由于导体棒中存在电流, 它在磁场中会受到安培力的作用, 大小为

$$F = ILB = \frac{BIl}{R}lB = \frac{B^2 l^2 v}{R},$$

方向向左. 导体棒在安培力的作用下做减速运动, 这称为电磁阻尼. 随着导体棒的速度减小, 电流中的感应电流也减小, 从而物体受到的安培力也减小, 但安培力仍然阻碍导体棒的运动. 因此, 导体棒做加速度减小的减速运动, 直至静止在线框上.

4.7.2 电磁感应中的能量问题

电磁感应过程中往往涉及多种能量之间的相互转化. 因为感应电流在磁场中必定受到安培力的作用, 安培力做功的过程涉及电能与其他形式能的转化.

要分析电磁感应现象中的能量转化, 首先要确定安培力所做的功是正功还是负功.

如果电路里本来就有电流, 那么安培力可能会做正功, 把电能转化为机械能; 如果电路里原本没有电流, 我们用一根导体棒切割磁感线, 那么感应电流受到的安培力一般做负功, 阻碍感应电流的增加. 下面我们就具体分析安培力做负功的情况.

我们仍沿用上一个例子中的物理量. 不同的是, 为了简单起见, 我们先假设导体棒在外力的作用下做速度为 v 的匀速运动.

根据平动切割公式 (24), 导体棒产生的感应电动势

$$E = Blv,$$

在 Δt 时间内, 电流做的功为

$$W_{\text{电}} = EI\Delta t = Blv \cdot I\Delta t.$$

因为电路中只有电阻, 所以电流做的功全部转化为焦耳热, 即

$$W_{\text{电}} = Q.$$

导体棒切割磁感线产生了感应电流, 因此会受到安培力作用. 分析可知, 安培力的方向与导体棒运动方向相反, 大小为

$$F = IlB.$$

于是, 安培力所做的功为

$$W_{\text{安}} = -IlB \cdot v\Delta t.$$

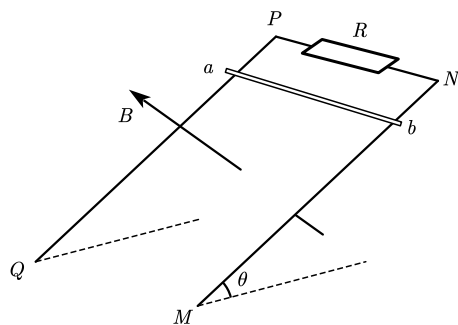
可以看出, 安培力做的功与电流所做的功大小相等, 方向相反, 数值上等于电流产生的热量. 也就是说, 导体棒克服安培力做的功等于电路的焦耳热, 即

$$W_{\text{克安}} = Q.$$

上述推导过程中为了简单起见, 我们假定导体棒匀速运动. 事实上, 如果导体棒非匀速运动, 我们只需把上面的 E, v, I 改为 $\bar{E}, \bar{v}, \bar{I}$, 便可以得到相同的结论.

既然是研究能量问题, 我们很自然的想到能量的守恒与转化. 在解决问题的时候, 使用上面的结论并结合动能定理列方程, 或者利用能量的守恒与转化列方程, 可以达到相似的效果. 下面我们看一个例子, 并用两种不同的方法解决问题.

例 2 如图所示, PQ, MN 是两条平行金属轨道, 轨道平面与水平面的夹角为 $\theta = 36^\circ$, 上端连接电阻 R . 轨道上方放置一根质量为 $m = 1 \text{ kg}$ 的金属棒 ab , 金属棒和轨道其他部分的电阻不计. 空间内存在方向垂直于轨道平面向上的匀强磁场, 磁感应强度为 $B = 1 \text{ T}$. 金属棒 ab 从轨道上方某一位置下滑, 至位移为 $x = 5 \text{ m}$ 时恰好以速度 $v = 4 \text{ m/s}$ 做匀速运动. 已知重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$, $\sin 36^\circ = 0.6$, $\cos 36^\circ = 0.8$, 金属棒与轨道间的动摩擦因数 $\mu = 0.5$. 求此过程中电阻 R 上产生的热量 Q .



解 解法一 金属棒从静止到匀速运动的过程中, 重力对它做正功, 摩擦力和安培力做负功. 设安培力做功的大小为 $W_{\text{克安}}$, 对这个过程应用动能定理, 有

$$mgx \sin \theta - \mu mgx \cos \theta - W_{\text{克安}} = \frac{1}{2}mv^2 - 0.$$

而导体棒克服安培力做的功等于电阻上产生的焦耳热, 即

$$W_{\text{克安}} = Q.$$

由此解得 $Q = 18 \text{ J}$.

解法二 金属棒从静止到匀速运动的过程中, 重力势能减小, 动能和内能增大. 重力势能转化为动能, 摩擦热和电阻上的焦耳热.

列出能量守恒与转化方程, 有

$$mgx \sin \theta = \frac{1}{2}mv^2 + \mu mgx \cos \theta + Q.$$

由此解得 $Q = 18 \text{ J}$.

可以看出, 能量守恒和动能定理实际上是等价的.

4.7.3 电磁感应与电荷量

由平动切割公式的推导过程可以知道, 它也适用于计算平均感应电动势, 即

$$\overline{E} = Bl\overline{v}.$$

式中 \overline{E} 为 Δt 时间内的平均感应电动势, \overline{v} 为 Δt 时间内的平均速度. 设导体棒位移为 x , 则 $x = \overline{v}\Delta t$.

上面所说的“平均”均指某个物理量关于时间的均值. 类似地, Δt 时间内的平均电流

$$\overline{I} = \frac{E}{R} = \frac{Bl\overline{v}}{R} = \frac{Bl\overline{x}}{R\Delta t}.$$

其中 R 是电路中的总电阻. 于是, 通过电路中某一导体的电荷量为

$$q = \overline{I}\Delta t = \frac{Bl\overline{x}}{R\Delta t}\Delta t = \frac{Blx}{R}.$$

应当考虑到, \overline{I} 表示的是电流关于时间的均值 (而非关于位移或其他物理量的均值), 所以用它乘以 Δt 来表示电荷量是合理的. 这就是导体棒切割磁感线时流经某一导体的电荷量的表达式, 即

$$q = \frac{Blx}{R}.$$

式中 x 是导体棒的位移, R 是电路中的总电阻. 由推导过程可知, 无论导体棒匀速运动还是非匀速运动, 只要知道导体棒的位移 x , 上式均适用.

回顾我们学过的知识, 力的冲量 $\overline{F}\Delta t$ 也有类似的形式.

如果放置在水平线框上的导体棒以某一初速度运动, 并置于垂直于线框平面的匀强磁场中, 那么导体棒将在安培力的作用下减速, 即电磁阻尼. 设匀强磁场的磁感应强度为 B , 则在 Δt 时间内导体棒受到的平均安培力

$$\overline{F} = \overline{I}lB,$$

其中 \overline{I} 为 Δt 内的平均感应电流.

如果导体棒在 Δt 时间内变化的动量为 Δp , 那么由动量定理有

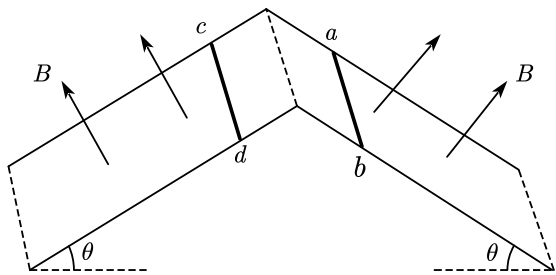
$$\overline{F}\Delta t = \Delta p.$$

把以上两式代入 $q = \overline{I}\Delta t$, 可以消去 ΔI , 得到

$$q = \frac{\Delta p}{lB}.$$

当除安培力之外的其他力的合冲量为 0 时, 通过导体棒的电荷量符合上式.

例 3 如图为横截面为一等腰三角形的斜面体, 斜面倾角均为 $\theta = 30^\circ$. 两根足够长的平行金属导轨固定在斜面上, 导轨电阻不计, 导轨间距 $l = 0.4 \text{ m}$. 两导轨所处的斜面空间存在磁感应强度大小为 $B = 0.5 \text{ T}$, 方向分别垂直于两斜面向上的磁场. 在右边的斜面轨道上放置一根质量 $m_1 = 0.1 \text{ kg}$, 电阻 $R_1 = 0.1 \Omega$ 的金属棒 ab , ab 刚好不下滑. 然后, 在左边的轨道上放置一根质量 $m_2 = 0.4 \text{ kg}$, 电阻 $R_2 = 0.1 \Omega$ 的光滑导体棒 cd , 并让 cd 棒由静止开始下滑. cd 在滑动过程中始终处于磁场中, ab , cd 始终与导轨垂直, 且两端与导轨保持良好接触. 重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$. 求:



- (1) ab 棒刚要向上滑动时, cd 棒的速度 v ;
- (2) 若从 cd 棒开始下滑, 到 ab 棒刚要向上滑动的过程中, cd 棒滑动的距离 $x = 3.8 \text{ m}$, 求此过程中 cd 棒上产生的热量 Q ;
- (3) 在 (2) 的条件下, cd 棒从静止开始, 运动到 $x = 3.8 \text{ m}$ 所用的时间 t .

解 (1) 根据题意, 在 cd 下滑之前, ab 恰好处于静止状态. 设摩擦力大小为 F_f , 则有

$$m_1 g \sin \theta = F_f.$$

ab 棒刚要向上滑动时, 它受到安培力, 摩擦力和重力 (要注意摩擦力的方向与之前相反).

$$IlB = m_1 g \sin \theta + F_f.$$

cd 棒切割磁感线, 产生的感应电动势

$$E = Blv,$$

由闭合电路欧姆定律可得

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}.$$

联立以上方程, 代入数据, 解得 $v = 5 \text{ m/s}$.

- (2) 设此过程中回路产生的总焦耳热为 $Q_{\text{总}}$, 则由焦耳定律容易得到 Q 与 $Q_{\text{总}}$ 的关系, 即

$$\frac{Q}{Q_{\text{总}}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}.$$

根据能量的守恒与转化, 有

$$m_2 g x \sin \theta = \frac{1}{2} m_2 v^2 + Q_{\text{总}}.$$

联立解得 $Q = 1.3 \text{ J}$.

- (3) 依题意, 当 cd 棒运动到 $x = 3.8 \text{ m}$ 时, ab 棒刚要向上滑动, 此时 cd 棒的速度为 v . 以沿斜面向下

为正方向, 对这一过程应用动量定理, 可得

$$t \cdot m_2 g \sin \theta - \bar{I} l B t = m_2 v - 0, \tag{i}$$

其中 \bar{I} 表示时间 t 内回路中的平均电流,

$$\bar{I} = \frac{Bl\bar{v}}{R_1 + R_2}, \tag{ii}$$

其中 \bar{v} 表示 t 内金属棒 cd 的平均速率.

由于 $\bar{v}t = x$, 所以把 (i) 代入 (ii) 后可以消去 \bar{v} , 得到

$$t \cdot m_2 g \sin \theta - \frac{B^2 l^2 x}{R_1 + R_2} = m_2 v - 0.$$

代入数据, 解得 $t = 1.38 \text{ s}$.

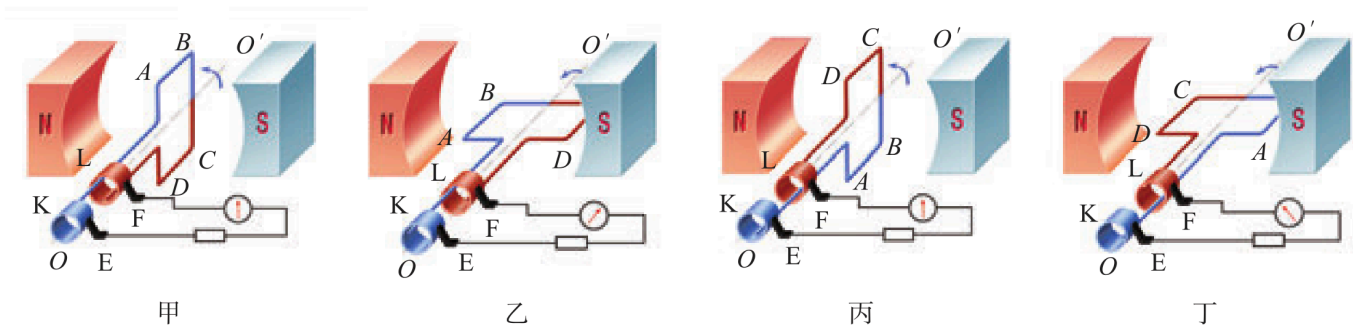
5 交变电流

我们已经学过了恒定电流. 在恒定电流的电路中, 电源的电动势不随时间变化, 电路中的电流, 电压也不随时间变化.

在工农业用电, 生活用电的电力系统中, 发电机产生的电动势是随时间做周期性变化的, 因而, 很多用电器中的电流, 电压也随时间做周期性变化. 方向随时间变化的电流叫做**交变电流**, 简称**交流**. 方向不随时间变化的电流称为**直流**. 电池供给的电流方向不随时间变化, 所以属于直流.

5.1 正弦式交变电流

下面为一种交流发电机的示意图. 装置中两磁极之间产生的磁场可近似为磁感应强度为 B 的匀强磁场. 为了便于观察, 图中只画出了其中的一匝线圈. 线圈的 AB 边连在金属滑环 K 上, CD 边连在滑环 L 上; 导体做的两个电刷 E, F 分别压在两个滑环上, 线圈在转动时可以通过滑环和电刷保持与外电路的连接.



假定矩形线圈 $ABCD$ 绕 OO' 轴沿逆时针方向匀速转动, 我们来分析电流的变化.

根据法拉第电磁感应定律，感应电动势的大小与磁通量的变化率成正比，也就是与导体切割磁感线的速度成正比。 AB 边和 CD 边切割磁感线，而它们垂直于磁感线的速度不断变化，所以感应电动势不断变化，感应电流也同时发生变化。

可以看出，甲，丙两图中，线圈垂直于磁感线所在的平面，即 AB 边， CD 边的速度方向平行于磁感线所在的平面。于是它们垂直于磁感线方向的速度为 0，所以感应电流也为 0。

在乙，丁两图中， AB 边， CD 边的速度方向垂直于磁感线所在的平面，此时它们垂直于磁感线方向的速度最大，感应电流也相应取得最大值。

用右手定则判断乙，丁两图电流的方向，可以知道，线圈从甲转到乙的过程中，电流从 E 经过负载流向 F；线圈从丙转到丁的过程中，电流从 F 经过负载流向 E。感应电流随时间变化的曲线大致如本节图 2。

可以看出，交变电流似乎在随着正弦函数的规律变化。

对于本节图 1 所示的发电机，设矩形线圈 AB 边长为 l ， CD 边长为 d ，线圈转动的角速度为 ω 。线圈垂直于磁感线时所在的平面（如甲图）叫做中性面。设当线圈经过中性面时 $t = 0$ ，此时感应电动势为 0。经过一段时间 t 后，线圈转到如右图所示的位置。线圈转过的角度 $\theta = \omega t$ 。

线圈旋转过程中， AB 边和 CD 边的速度 $v = \omega \frac{d}{2}$ ，所以与磁感线垂直的速度为

$$v \sin \theta = \frac{1}{2} \omega d \sin \omega t.$$

根据平动切割公式 (24)，它们产生的感应电动势

$$e = 2Blv \sin \theta = \omega Bld \sin \omega t = \omega BS \sin \omega t,$$

其中， S 表示线圈的面积。

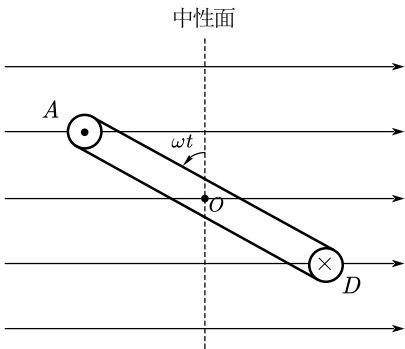
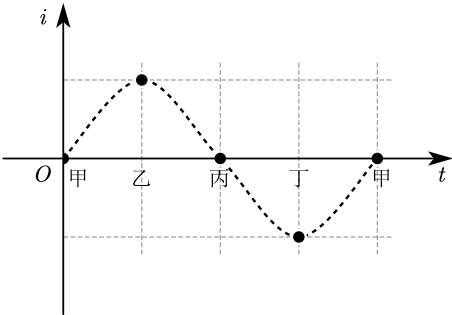
设 $E_m = \omega BS$ ，就得到

$$e = E_m \sin \omega t.$$

可以看出，的感应电动势是随时间按正弦函数的规律变化的。式中 E_m 为常数，表示变化过程中感应电动势的最大值，称为峰值，即乙图对应的感应电动势 e 的值。如果线圈的匝数为 N ，则 $E_m = N\omega BS$ 。

由于发电机的电动势 e 按正弦规律变化，因此负载两端的电压 u ，流过的电流 i 也按正弦规律变化，即

$$u = U_m \sin \omega t,$$



$$i = I_m \sin \omega t,$$

式中 U_m , I_m 分别为电压, 电流的最大值, 也叫峰值. 用 R 表示外电路的总电阻, r 表示线圈的内阻, 根据闭合电路欧姆定律

$$U_m = \frac{R\omega BS}{R + r},$$

$$I_m = \frac{\omega BS}{R + r}.$$

这种按正弦规律变化的交变电流叫做**正弦式交变电流**, 简称**正弦式电流**.

上面, 我们从导体切割磁感线的角度, 利用平动切割公式推导出了正弦式电流的表达式. 下面我们从另一个角度出发.

我们沿用前述的条件. 设当线圈经过中性面时 $t = 0$, 若线圈的面积为 S , 则经过时间 t 后, 通过线圈的磁通量

$$\Phi(t) = BS \cos \omega t.$$

根据法拉第电磁感应定律, t 时刻线圈产生的感应电动势

$$e = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Phi(t + \Delta t) - \Phi(t)}{\Delta t} = (BS \cos \omega t)',$$

其中 $()'$ 表示求其导函数. 不考虑方向问题, 则由数学知识可得

$$e = \omega BS \sin \omega t.$$

这与导体切割磁感线的观点结果相同. 前面我们从线圈经过中性面时开始计时, 得到了上面的表达式. 如

果 $t = 0$ 时线圈与中性面的夹角为 θ_0 , 根据三角函数的知识, 上面的表达式将会写成

$$e = E_m \sin(\omega t + \theta_0),$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \theta_0),$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \theta_0).$$

特别地, 如果 $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$, 即线圈的初始位置垂直于中性面, 那么

$$e = E_m \cos \omega t,$$

$$u = U_m \cos \omega t,$$

$$i = I_m \cos \omega t.$$

5.2 交变电流的描述

5.2.1 频率 周期

我们知道, 正弦式交变电流具有周期性. 因此可以用频率和周期表示其变化的快慢. 用 f 表示频率, T 表示周期, 根据频率与周期的定义可以知道

$$f = \frac{1}{T}.$$

频率的单位是赫兹 (Hz), 周期的单位是秒 (s).

根据三角函数的知识可知, 在表达式

$$i = I_m \sin \omega t$$

中, 感应电流 i 的周期

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

写成角速度 ω 与频率 f 的关系就是

$$\omega = 2\pi f.$$

由正弦式电流的特点可以知道, 在一个周期内, 线圈转动一周, 电流的方向变化 2 次.

5.2.2 峰值 有效值

峰值 I_m 或 U_m 表示交变电流能达到的最大值. 在考虑电路安全问题时, 我们要关注峰值. 比如, 把电容器接在交流电路中, 就需要知道电压的峰值. 电容器的击穿电压要高于交流电压的峰值 (而非有效值), 否则电容器就可能被击穿.

让交变电流与恒定电流分别通过大小相同的电阻, 如果在交变电流的一个周期内它们产生的热量相等, 而这个恒定电流的电流, 电压分别为 I, U , 我们就把 I, U 叫做这一交变电流的**有效值**.

类似地, 让内阻相同的交流发电机与直流发电机分别接在相同的电路上, 如果在交变电流的一个周期内它们所输出的功率相等, 而直流发电机的电动势为 E , 那么 E 就叫做交流发电机电动势的有效值.

从定义来看, 所谓“有效”指的是做功的等效, 数值上, 等于交变电流平方的平均值的算术平方根. 使用交流的电气设备上, 标出的额定电压和额定电流都是有效值; 交流电表测出的数值也是有效值. 以后提到交变电流的数值, 凡没有特别说明的, 都指有效值. 例如, 家庭电路的电压为 220 V, 指的就是有效值.

例 1 一个周期为 T s 的交变电流, 在 $0 \sim \frac{1}{2}T$ s 内的电流为 3 A, 在 $\frac{1}{2}T \sim T$ s 内的电流为 -1 A (“-”表示电流的方向与初始方向相反), 求该交变电流的有效值.

解 在一个周期 T 内, 该交变电流在电阻 R 上产生的热量

$$Q = (3 \text{ A})^2 \cdot R \cdot \frac{1}{2}T + (-1 \text{ A})^2 \cdot R \cdot \frac{1}{2}T = \frac{10}{2} \text{ A}^2 \cdot RT.$$

而对于电流为 I 的恒定电流, T 时间内在电阻 R 上产生的热量 $Q = I^2 RT$. 所以 $I^2 = \frac{10}{2} \text{ A}^2$, 即该交变电流的有效值 $I = \sqrt{5} \text{ A}$.

理论计算表明, 在正弦式电流中, 有效值 I, U, E 与峰值 I_m, U_m, E_m 的关系是

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

其中, $\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$.

5.2.3 平均值

类似于平均速度与瞬时速度的概念, 感应电动势的平均值的计算方法如下. 如果在时间 Δt 内, 通过发电机线圈的磁通量变化了 $\Delta \Phi$, 那么根据法拉第电磁感应定律, 电动势的平均值为

$$\overline{E} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

如果把发电机接在电阻为 R 的纯电阻电路中, 忽略发电机内阻, 那么交变电流的平均值为

$$\overline{I} = \frac{\overline{E}}{R}.$$

交变电流的平均值与所选取的时间段有关, 不同时间内的平均值一般不同. 我们可以利用图像与坐标轴围成的面积在除以对应时间来计算平均值. 对于正弦式电流来说, 在一个周期内, 交变电流的平均值为 0.

5.3 电感器和电容器对交流的阻碍

电阻器, 电感器和电容器对交流都有阻碍作用, 称为**阻抗**.

电阻阻碍直流和交流 电阻器一般是金属导体, 其中的电流是自由电子定向移动而形成的. 在移动过程中, 自由电子与金属正离子不断碰撞, 阻碍了电流. 这种阻碍作用对直流和交流是一样的, 阻抗的大小就是电阻 R .

电感器阻碍交流 把带铁芯的线圈和小灯泡串联起来, 先把电路接在直流电源上, 再接在电动势有效值与直流电源相同的交流电源上, 可以发现接交流电源时小灯泡暗一些.

这是由于交流通过线圈时发生了电磁感应, 楞次定律告诉我们, 电磁感应对电流产生了阻碍作用, 我们把这种阻碍作用称为**感抗**, 用 X_L 感抗是阻抗的一种. 如果不计线圈的内阻, 那么线圈对于直流来说相

当于一根无电阻的直导线; 而交流会受到线圈的感抗.

线圈的自感越大, 交流的频率越高, 线圈的感抗就越大. 用 L 表示线圈的自感, f 表示交流的频率, 则感抗

$$X_L = 2\pi f L.$$

交流可以通过电容器 我们知道, 把电容器并联在通有恒定电流的电路中, 电容器会先发生充放电, 此时电容器两端的电压就是路端电压, 流过电容器的平均电流可由 $Q = \bar{I}t$, $Q = CU$ 给出. 当电容器达到稳定状态后, 两极板间不再有电荷通过, 电容器所在支路没有电流, 相当于断路.

如果把电容器并联在交流电路中, 那么电容器两端的电压将不断变化, 电容器会不断的发生充放电. 这样, 电容器所在的支路就一直有充放电的电流, 表现为交流“通过”了电容器.

电容器阻碍交流 把灯泡和电容器串联接在交流电源上, 再把电容器取下, 发现取下电容器后灯泡更亮一些. 这说明电容器对交流也有阻碍作用, 称为容抗, 用 X_C 表示. 容抗也是阻抗的一种.

容抗产生的原因是电容器极板上所带电荷对定向移动的电荷具有阻碍作用. 电容器的电容越大, 交流的频率越高, 容抗越小. 用 C 表示电容器的电容, f 表示交流的频率, 则容抗

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}.$$

5.4 变压器

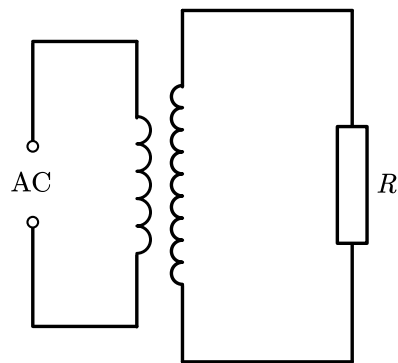
变压器是由闭合铁芯和绕在铁芯上的两个线圈组成的. 一个线圈与交流电源连接, 叫做**原线圈**, 也叫初级线圈; 另一个线圈与负载连接, 叫做**副线圈**, 也叫次级线圈. 原线圈在其所处回路中充当负载, 副线圈在其所处回路中充当电源.

互感现象是变压器工作的基础. 电流通过原线圈时在铁芯中激发磁场, 由于电流的大小和方向在不断变化, 铁芯中的磁场也在不断变化. 变化的磁场在副线圈中产生感应电动势, 所以尽管两个线圈之间没有导线相连, 副线圈也能够输出电流.

变压器只能改变交流的电压, 而恒定电流不能通过变压器. 正是因为交流的电压容易改变, 所以它在生产生活中得到了广泛的应用.

在输入的交流电压一定时, 原线圈, 副线圈取不同的匝数, 副线圈输出的电压也不一样, 变压器由此得名.

我们把没有能量损耗的变压器叫作理想变压器. 理想变压器的特



点如下.

1. 无磁损, 即变压器铁芯内无漏磁;
2. 无铜损, 即原副线圈不计内阻, 有电流通过时不产生焦耳热;
3. 无铁损, 即闭合铁芯内的涡流为零.

下面我们就研究理想变压器原线圈, 副线圈两端的电压与线圈匝数的关系.

5.4.1 理想变压器的变压规律

对于理想变压器, 由于原副线圈缠绕在同一个铁芯上, 并且不计漏磁, 所以两线圈内磁通量时刻相等, 磁通量的变化率 $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ 也时刻相等. 用 E_1, E_2 分别表示原副线圈内的感应电动势, 根据法拉第电磁感应定律有

$$E_1 = n_1 \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \quad E_2 = n_2 \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

所以

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

由于不计原副线圈的电阻, 因此原线圈两端的电压 $U_1 = E_1$, 副线圈两端的电压 $U_2 = E_2$, 那么

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

这就是说, 理想变压器原副线圈的电压之比, 等于原副线圈的匝数之比.

实验数据并没有严格遵循这样的规律. 这是因为, 变压器线圈通过电流时会发热 (铜损); 铁芯在交变磁场的作用下也会发热 (铁损); 此外, 交变电流产生的磁场也不可能完全局限在铁芯内 (磁损). 所有这些, 使得变压器工作时有能量损耗. 但有些变压器的能量损耗很小, 可以忽略. 忽略这些能量损耗后, 我们认为理想变压器的输入功率与输出功率是相等的, 即

$$P_1 = P_2.$$

由此, 我们立即可以推导理想变压器电流与匝数的关系.

根据理想变压器的输入功率等于输出功率, 即 $I_1 U_2 = I_2 U_1$, 以及理想变压器电压与匝数的关系, 可得

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

即通过原副线圈的电流与原副线圈的匝数成反比.

如果副线圈的电压比原线圈的电压低, 这样的变压器叫做**降压变压器**, 反之则叫**升压变压器**. 变压器高压线圈匝数多而导线细, 低压线圈匝数少而导线粗, 这是高, 低压线圈最直接的区别方法.

如果副线圈上不接负载, 即变压器空载时, 无电流, 电功率输出, 所以输入功率也为零; 如果副线圈短

路, 副线圈中电流 I_2 极大, 则原线圈中电流 I_1 也极大, 将会把变压器烧坏.

5.4.2 有多个副线圈时的变压规律

当理想变压器上连有一个原线圈, 两个或多个副线圈时, 各线圈两端的电压之比仍然等于它们的匝数之比. 用 U_1, n_1 表示原线圈的电压和匝数, $U_2, U_3, \cdots, n_2, n_3, \cdots$ 分别表示各副线圈的电压和匝数, 则有

$$\frac{U_1}{n_1} = \frac{U_2}{n_2} = \frac{U_3}{n_3} = \cdots .$$

无论副线圈是两个还是更多个, 空载还是有负载, 均遵循此规律.

同样地, 由于理想变压器没有能量损耗, 所以输入功率 P_1 等于各线圈的输出功率 P_2, P_3, \cdots 之和. 即

$$P_1 = P_2 + P_3 + \cdots .$$

由此可以推出

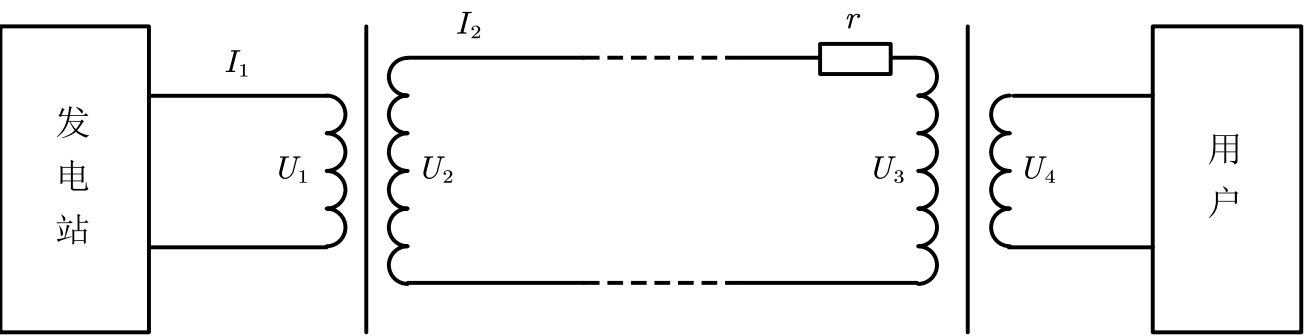
$$I_1 n_1 = I_2 n_2 + I_3 n_3 + \cdots .$$

5.4.3 自耦变压器

有这样一类变压器, 它的铁芯上只绕一个线圈, 低压线圈是高压线圈的一部分, 因此既可以作为升压变压器使用, 也可以作为降压变压器使用. 这样的变压器称为自耦变压器.

通过自耦变压器, 可以从零至最大值连续调节所需电压, 与分压电路的滑动变阻器类似.

5.5 电能的输送



我国发电站多建在西部, 而用电量大的城市在东部沿海地区. 在输送电能的过程中, 如何减少能量的损失呢?

如果导线的电阻为 0, 那么电能将无损失地全部输送过去. 然而, 在远距离的输电中, 输电的电阻难以忽略, 电流通过输电线产生焦耳热, 电能转化为内能. 设输电电流为 I_2 , 输电线的电阻为 r , 则输电线上的

功率损失为

$$P = I_2^2 r.$$

由此可知, 减少功率损失最直接的方式是减小输电线的电阻 r . 由电阻定律 (14) 可知, 要选择电阻率较小的材料作为输电线, 比如铜和铝, 其次要减小输电线的长度, 增加输电线的横截面积. 减小长度显然不太可行; 增加输电线的横截面积一方面可以减小电阻, 另一方面会增大输电线的质量, 使布线难度和成本增加.

另一个途径是减小输电电流 I_2 . 发电站的输出功率由用户实际使用的功率决定. 为了减小输电电流 I_2 , 同时又要保证向用户提供一定的电功率, 就要提高输电电压 U_2 . 输电电压提高到原来的 n 倍, 输电电流将变为原来的 $\frac{1}{n}$, 输电线上的功率损失将降为原来的 $\frac{1}{n^2}$.

远距离输电的过程可以简化为本节开头的图示, 其中 U_1 到 U_2 的变压器为升压变压器, 使输电电流从 I_1 降到 I_2 , U_3 到 U_4 的变压器为降压变压器, 使电压降为用户所需要的电压. 一般来说, 降压又会分为两次进行, 第一次降压在工厂附近降到 10 kV, 第二次在居民楼或办公楼附近降到 220 V 或 380 V.

根据以上分析可知, 采用高压输电是减少输电导线上电能损失最经济有效的方法. 然而输电电压也不是越高越好, 电压越高, 对输电线路绝缘性能的要求就越高, 线路修建费用就会增多, 对变压器的要求也相应提高. 另一方面, 高电压会在空间中产生电场和磁场, 长期的电磁辐射会对人体产生一定危害, 因此要选择合适的输电电压.