

## شرایط تعادل در صفحه

وقتی برآیند کلیه نیروها و گشتاورهای عمل کننده روی یک جسم صفر باشد جسم در حال تعادل است.

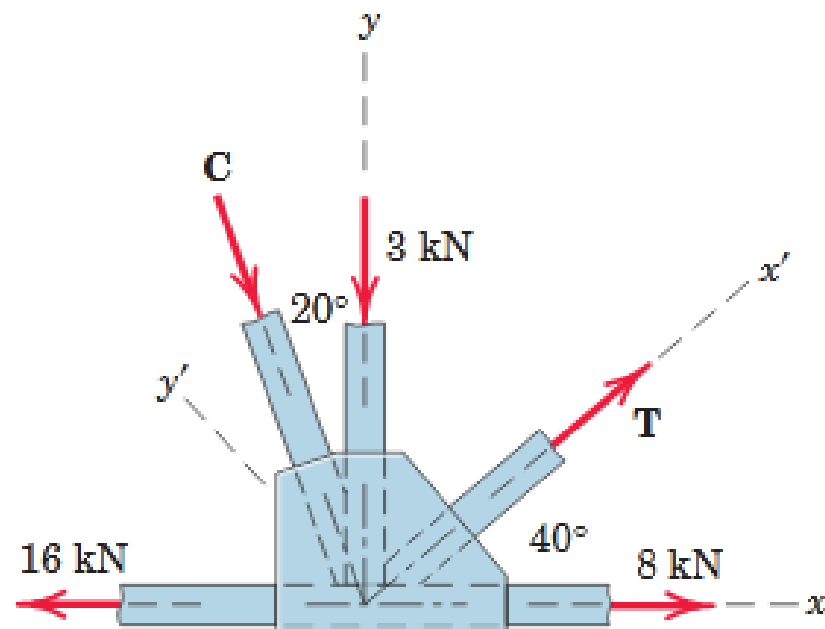
شرط لازم و کافی برای تعادل یک سیستم این است که مجموع نیروها و گشتاورهای وارده برابر صفر باشد.  
بنابراین برای تعادل در فضای دو بعدی داریم:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 & \sum F_y &= 0 \\ \sum M_z &= 0\end{aligned}$$

این معادلات فوق ، برای بدست آوردن نیروهای معمول و عکس العملهای در تکیه گاهها می باشد.  
همچنین معادلات فوق نشان دهنده این است که هیچگونه انتقال و چرخشی در سیستم در نظر گرفته نشده و در حال تعادل استاتیکی می باشد.

# مثال ۱:

نیروهای  $T$  و  $C$  را به گونه ای بیابید که اتصال روبرو در تعادل باشد.



$$[\Sigma F_x = 0]$$

$$8 + T \cos 40^\circ + C \sin 20^\circ - 16 = 0$$

$$0.766T + 0.342C = 8$$

$$[\Sigma F_y = 0]$$

$$T \sin 40^\circ - C \cos 20^\circ - 3 = 0$$

$$0.643T - 0.940C = 3$$

ادامه حل مثال ۱ :

---

$$0.766 T + 0.342 C = 8$$

$$0.643 T - 0.94 C = 3$$

$$0.94 * (0.766 T + 0.342 C = 8)$$

$$0.342 * (0.643 T - 0.94 C = 3)$$



$$0.72 T + 0.32 C = 7.5$$

$$0.22 T - 0.32 C = 1$$



$$0.94 T = 8.5$$



$$T = 9 \text{ KN}$$



$$C = 3 \text{ KN}$$

## تمرین ۱:

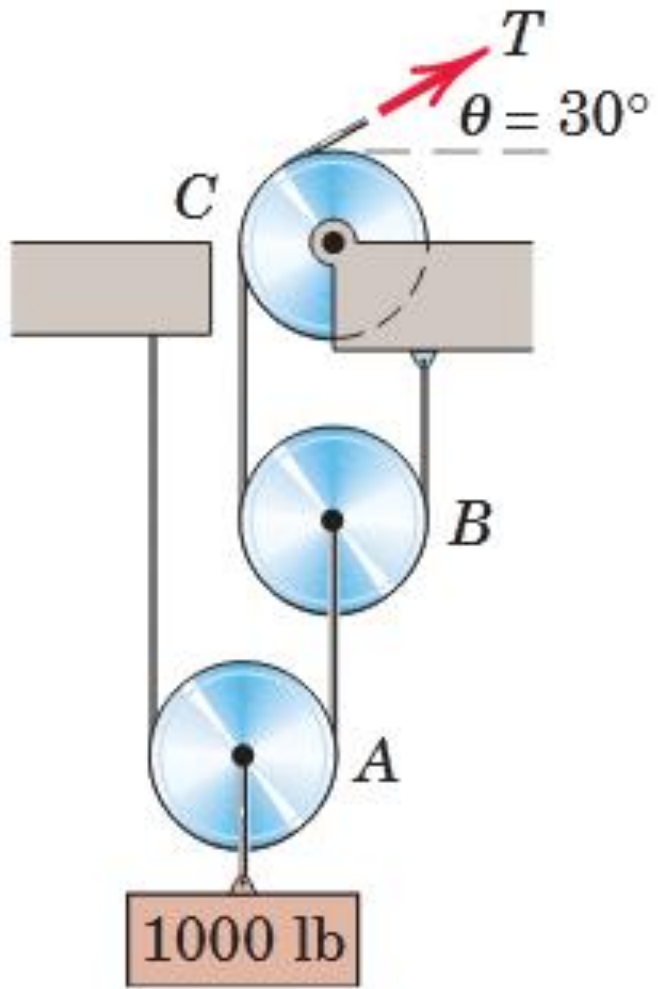
---

در مثال ۱ بجای محورهاى اصلی،  $x'$  ,  $y'$  را به عنوان محور مختصاتی در نظر گرفته و مسئله را حل کنید.

## مثال ۲: نیروهای موجود در سیستم قرقره

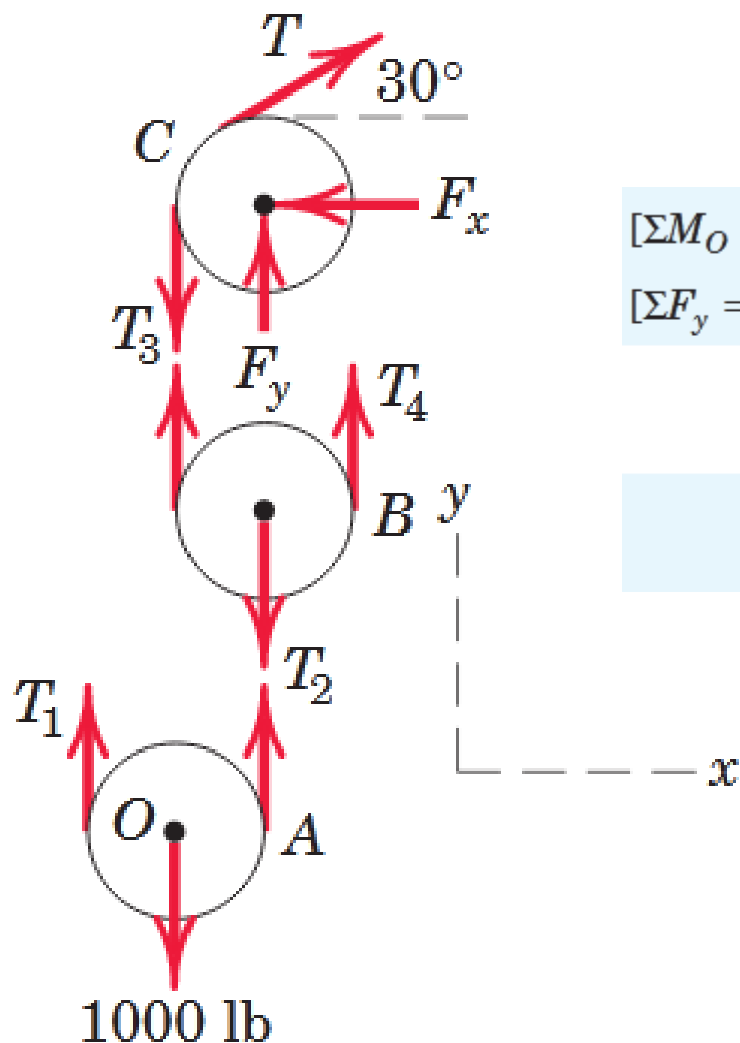
کشش کابل  $T$  را طوری محاسبه کنید که سیستم قرقره ای نمایش داده شده در تعادل باشد.  
همچنین نیروهای وارد بر بلبرینگ قرقره  $C$  را محاسبه کنید.

وزن تمامی اجزا در مقایسه با وزنه موجود در سیستم قابل صرف نظر می باشد.



مثال ۲: حل مسئله با ترسیم دیاگرام آزاد سیستم قرقه ای

حل را از قرقه A شروع می کنیم:



$$[\Sigma M_O = 0]$$

$$T_1 r - T_2 r = 0$$

$$T_1 = T_2$$

$$[\Sigma F_y = 0]$$

$$T_1 + T_2 - 1000 = 0$$

$$2T_1 = 1000$$

$$T_1 = T_2 = 500 \text{ lb}$$

و سپس قرقه B ،

$$T_3 = T_4 = T_2 / 2 = 250 \text{ lb}$$

و سرانجام با تعادل گشتاور در قرقه C داریم:  
(بازوی گشتاور هر دو نیروی زیر برابر  $r$  است.)

$$T \cdot r - T_3 \cdot r = 0$$

$$T = T_3 \quad \text{or} \quad T = 250 \text{ lb}$$

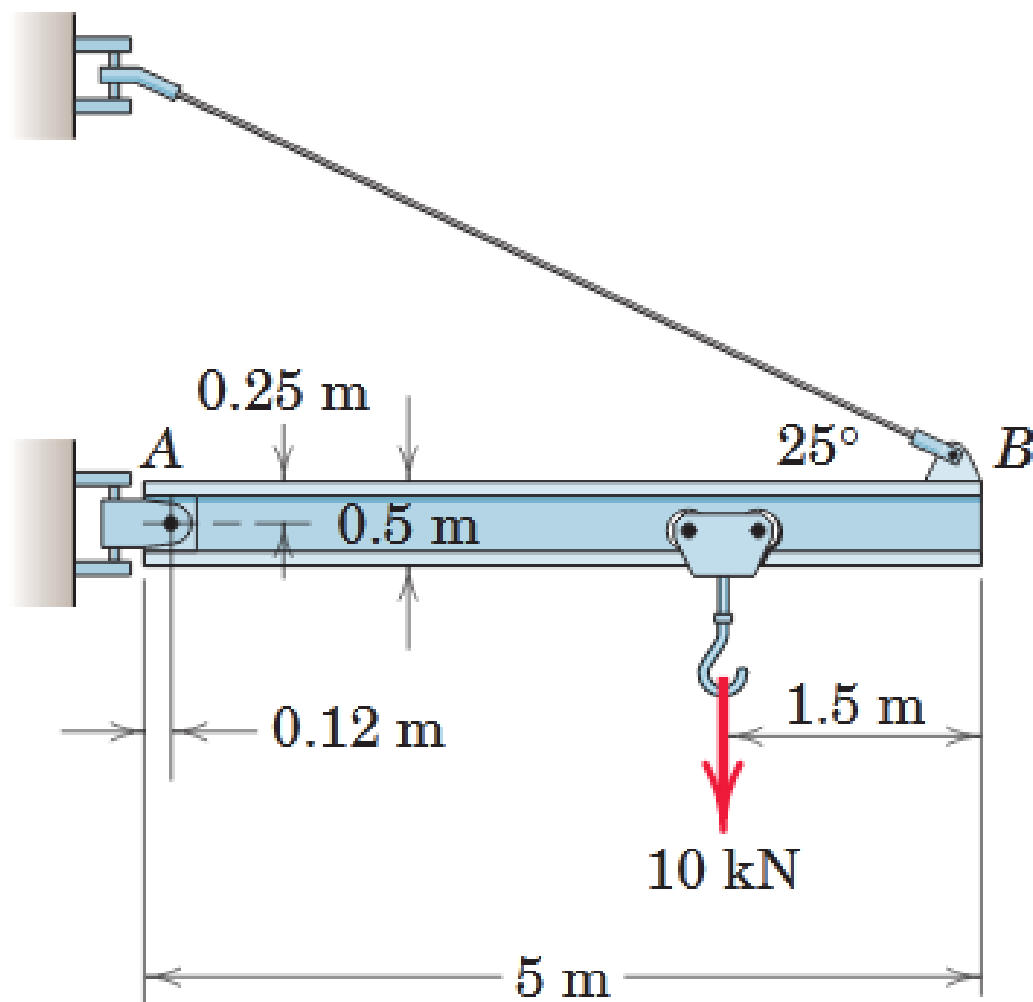
## مثال ۲: ادامه حل مسئله - نیروهای وارد بر بلبرینگ C

و سرانجام با تعادل نیرو در قرقه C داریم:

$$\begin{array}{lll} [\Sigma F_x = 0] & 250 \cos 30^\circ - F_x = 0 & F_x = 217 \text{ lb} \\ [\Sigma F_y = 0] & F_y + 250 \sin 30^\circ - 250 = 0 & F_y = 125 \text{ lb} \\ [F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}] & F = \sqrt{(217)^2 + (125)^2} = 250 \text{ lb} & \end{array}$$

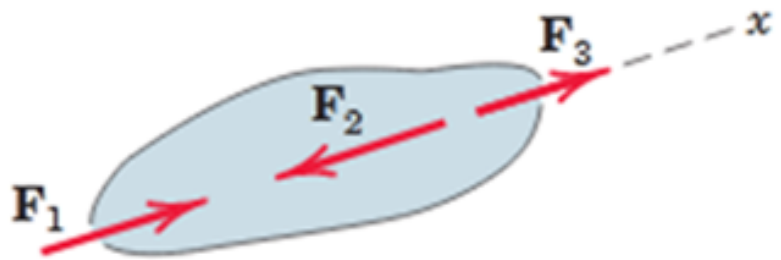
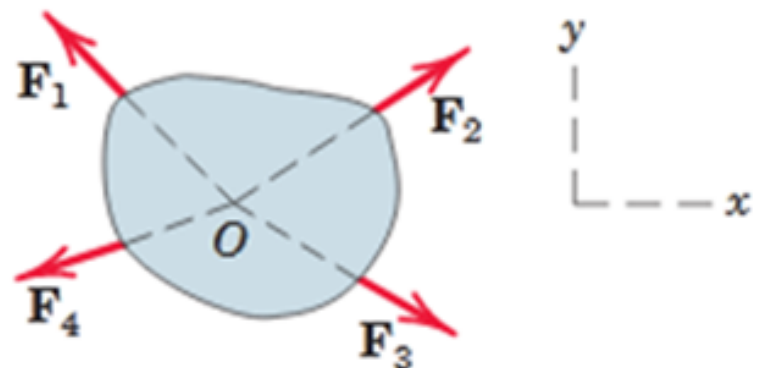
## تمرین ۲ :

کشش کابل  $T$  در طناب و نیروی وارد بر پین  $A$  را محاسبه نمایید.  
جرم تیر معادل ۹۵ کیلوگرم به ازای هر متر طول آن می باشد.  
(نیروی وزن کل تیر را در وسط آن اعمال نمایید.)

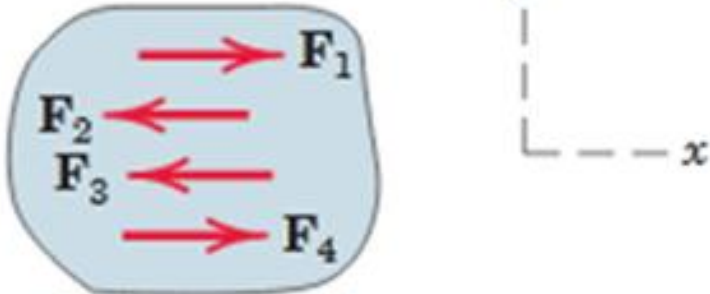
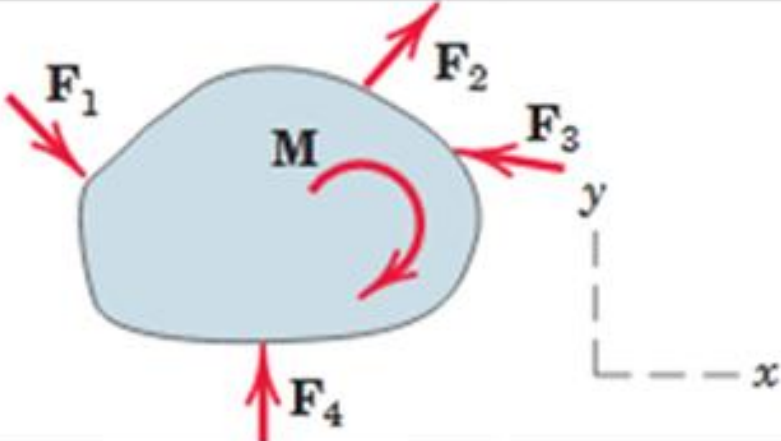




## حالات خاص در تعادل در دو بعد

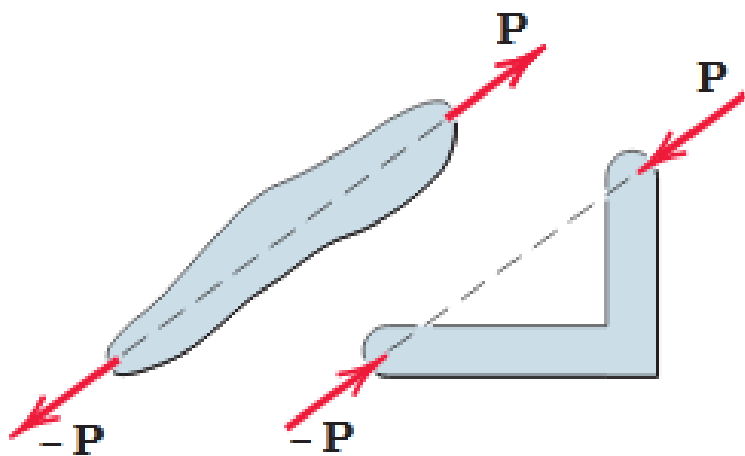
طبقه بندی تعادل در دو بعد		
سیستم نیرویی	دیاگرام آزاد	معادلات تعادل
۱. نیروهای هم راستا		$\Sigma F_x = 0$
۲. نیروهای متقاطع		$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$

در حالت ۲: وقتی امتداد چند نیرو از یک نقطه می گذرد، نیروها حول آن نقطه گشتاور ندارند.

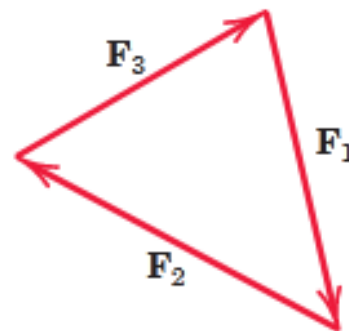
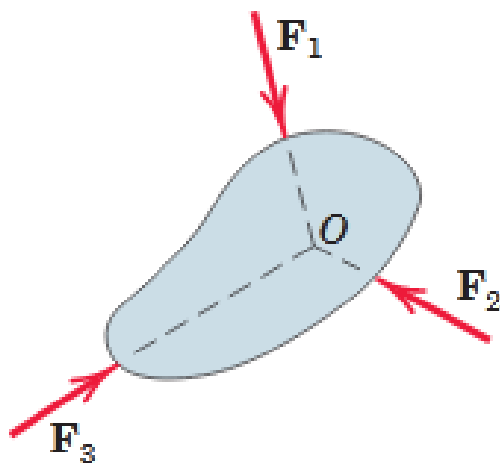
<p>۳. نیروهای موازی</p>		$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma M_z = 0$
<p>۴. حالت کلی</p>		$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma M_z = 0$ $\Sigma F_y = 0$

## عضو دونیرویی و سه نیرویی

در عضو دونیرویی فقط نیروها در یک راستا و به دو سر عضو وارد می شود (بیشتر در اعضای خرپا بکار می رود). که یا تمایل به کشش جسم دارد و یا تمایل به فشار بر جسم.



عضو سه نیرویی و تعادل نیرویی در آن



---

نکته: بصورت پیش فرض در حل مسایل، وزن تیرها باید لحاظ شود ولی وزن اعضای دیگر مانند قاب و عضو دو نیرویی (در خرپا و...) و کابل و طناب قابل صرفنظر می باشد.

موارد بالا صادق می باشد، مگر اینکه در صورت مسایل خلاف این توضیحات ذکر گردد.