بسمه تعالى

درس سازه های ایستای مکانیکی دانشگاه فنی و حرفه ای

مرکز آموزش عالی فنی انقلاب اسلامی

مدرس: محمد رضا قاسمی بوسجین

منابع درس:

استاتیک- نویسنده: مریام

مقاومت مصالح- نويسنده: جانسون

طراحی اجزای ماشین - نویسنده: شیگلی

جدول زمان بندی و نمره

تعداد جلسات تدريس	مبحث
٣جلسه	نیرو و گشتاور و دیاگرام آزاد
۱جلسه	تعادل و پایداری
٣جلسه	سازه های استاتیک معین و نامعین، قاب و ماشین
۱جلسه	كابل و قرقره
۱جلسه	ممان سطح
٣جلسه	تنش و کرنش در بار محوری، خمشی و پیچشی
۱جلسه	تئوری های شکست و تسلیم
۲جلسه	ضریب اطمینان و تمرکز تنش
	المان محدود در انسیس

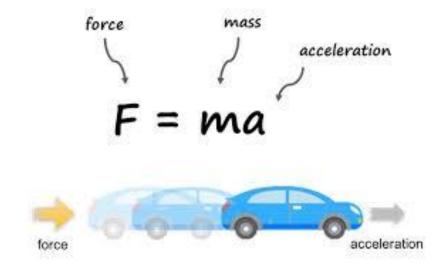
مورد	سقف تقریبی نمره
امتحان پایانی	حدود۱۴ نمره
حضور و فعالیت کلاسی	حدود ۲ نمره
حل تمرین و پروژه	حدود ۴ نمره

قانون اول نیوتن: در یک دستگاه مرجع، جسمی که زیر اثر نیرویی نباشد، یا ساکن است، یا با سرعت ثابت در حرکت است، تا ابد این شرایط تغییر نخواهد کرد.

FIRST LAW OF MOTION An object at rest will remain at rest, unless a net force acts on it. An object in motion will remain in motion, unless a net force acts on

قانون دوم نیوتن: شتاب یک جسم برابر است با مجموع نیروهای واردشده بر جسم تقسیم بر جرم آن. فرمولی که از این قانون برمیآید، به معادله بنیادین مکانیک کلاسیک، معروف است.

 $F = m \cdot a$



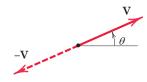
قوانین نیوتن

قانون سوم نیوتن: هر گاه جسمی به جسم دیگر نیرو وارد کند، جسم دوم نیرویی به همان اندازه و در جهت مخالف به جسم اول وارد می کند.

Newton's third law Hand punches wall with a force Wall punches hand with the same force

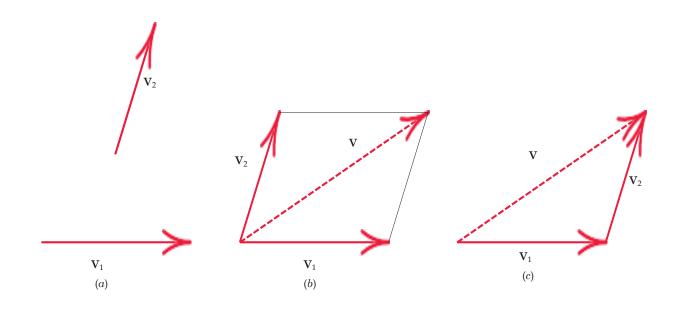
یک نیرو روی یک جسم می تواند از بر آیند چندین نیرو بوجود آمده باشد. که جمع اثر هر یک از آن نیروها، برابر با اثر برآیند نیروها است. روابط بین نیروهای متفاوت عمل کننده روی یک جسم و وضعیت تعادل آنها، تعیین کننده وضعیت نیروهای اعمال شده روی جسم می باشد.

نیرو بوسیله مقدار و جهت آن مشخص می شود. نیروی وارده به یک جسم معمولا با نمایش برداری در نقطه اثر نیرو ترسیم می گردد.



برآیند نیروهای برداری با قانون متوازی الاضلاع و یا روش مثلثی انجام می شود.

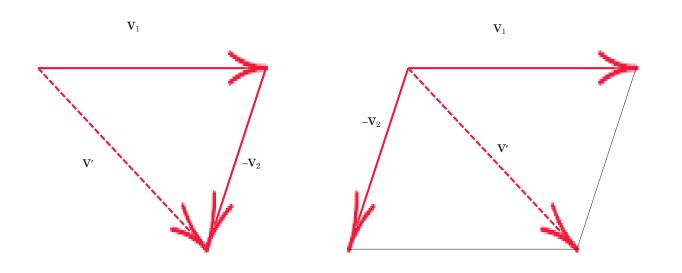
جمع برادری نیروها



- a) دو نیرو در جهات مختلف
- b) جمع نيروها به روش متوازى الاضلاع
 - c) جمع نيروها به روش مثلث

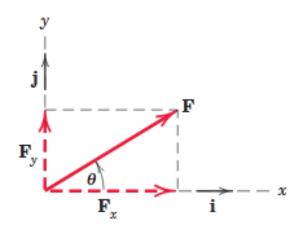
V1+V2

تفاضل برادری نیروها



V1-V2

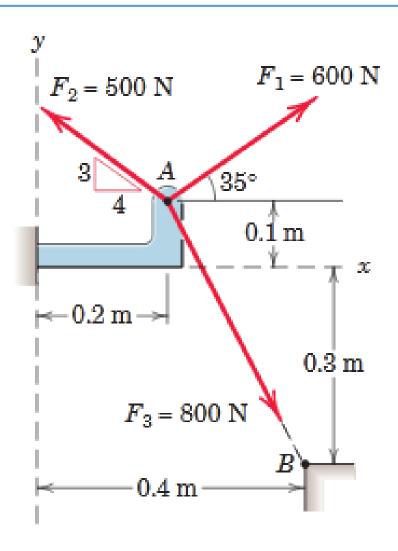
تجزیه نیرو در راستای محورهای مختصات عمود برهم



$$\mathbf{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j}$$

$$F_x = F \cos \theta$$
 $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ $F_y = F \sin \theta$ $\theta = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x}$

مثال ۱: تجزیه نیروها در راستای محورهای مختصات



سه نیرو در یک نقطه مطابق شکل بر یک نقطه از براکتی وارد می شود مولفه های هر سه نیرو را در راستای محورهای مختصات در صفحه تعیین نمایید.

$$F_{1_*} = 600 \cos 35^{\circ} = 491 \text{ N}$$

$$F_{1_{y}} = 600 \sin 35^{\circ} = 344 \text{ N}$$

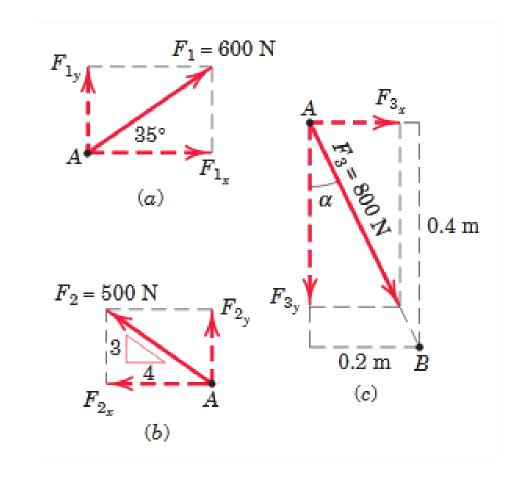
$$F_{2_x} = -500(\frac{4}{5}) = -400 \text{ N}$$

$$F_{2_{y}} = 500(\frac{3}{5}) = 300 \text{ N}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left[\frac{0.2}{0.4} \right] = 26.6^{\circ}$$

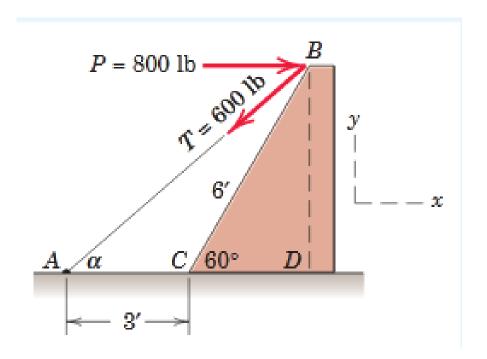
$$F_{3_u} = F_3 \sin \alpha = 800 \sin 26.6^\circ = 358 \text{ N}$$

$$F_{3_o} = -F_3 \cos \alpha = -800 \cos 26.6^{\circ} = -716 \text{ N}$$



تمرین ۱

برآیند نیروهای موجود در مثال ۱ را بصورت یک بردار به دست آورید.



برآیند دو نیروی وارده در نقطه B را به یکی از روش های ترسیمی، هندسی و یا تجزیه نیروها بدست آورید.

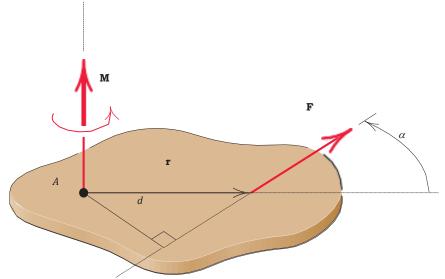
گشتاور

گَشتاوَر نیرو یا نیروی چرخشی، عاملی است که باعث دوران یا چرخش جسم میشود، همانگونه که نیرو باعث حرکت جسم میشود. گشتاور از رابطه زیر بدست می آید:

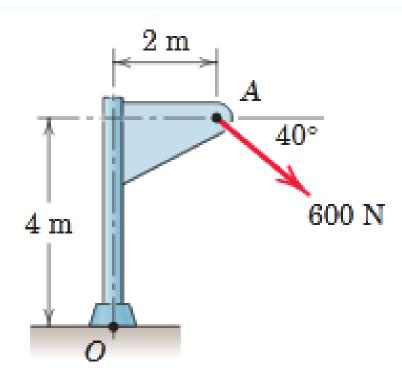
M = r * F

گشتاور، کمیت بُرداری است. یکای آن در سامانه استاندارد بینالمللی یکاها، نیوتن.متر است. گشتاور حاصل از جمع نیروهای مختلف با جمع گشتاورهای آن نیروها برابر است.

و جهت آن را می توان با قانون دست راست مشخص نمود.



گشتاور نیروی در شکل را حول نقطه O محاسبه کنید. (به روش های مختلف)



روش اول : بازوی گشتاور نیروی ۶۰۰ نیوتنی برابر است با:

گشتاور ساعتگرد عبارت است از :

 $d = 4 \cos 40^{\circ} + 2 \sin 40^{\circ} = 4.35 \text{ m}$

 $M_O = 600(4.35) = 2610 \; \text{N} \cdot \text{m}$

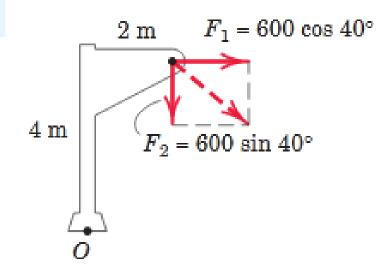
Ans.

روش دوم : با استفاده از تجزیه بردار نیرو داریم:

$$F_1 = 600 \cos 40^\circ = 460 \text{ N}, \qquad F_2 = 600 \sin 40^\circ = 386 \text{ N}$$

با توجه به جمع پذیری اثر گشتاورها خواهیم داشت:

$$M_O = 460(4) + 386(2) = 2610 \text{ N} \cdot \text{m}$$
 Ans.

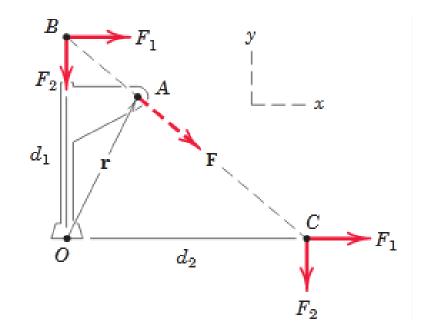


روش سوم: با توجه به اینکه مجاز به حرکت نقطه اثر نیرو در راستای خط اثر آن هستیم، نیروی وارده را به نقطه B مطابق شکل منتقل می نماییم که باعث حذف اثر گشتاور نیروی F2 می شود: حال برای نیروی F1 بازوی گشتاور و مقدار گشتاور وارده عبارتند از:

$$d_1 = 4 + 2 \tan 40^{\circ} = 5.68 \text{ m}$$

$$M_O = 460(5.68) = 2610 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Ans.

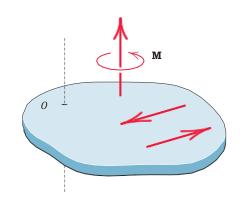


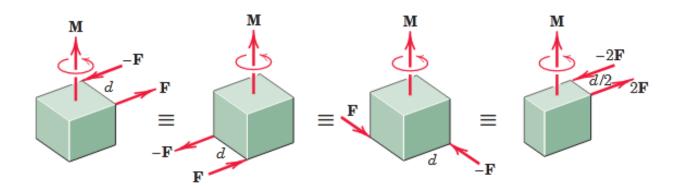
تمرین ۱:

الف) روش سوم برای مثال ۱ را با انتقال نیرو به نقطه C حل نمایید. ب) با استفاده از رابطه ضرب برداری زیر، مثال ۱ را حل نمایید.

$$\mathbf{M}_O = \mathbf{r} \times \mathbf{F} :$$

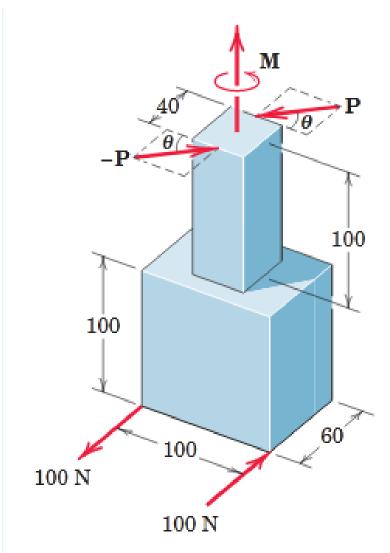
کوپل یا **زوج نیرو** دو نیروی هماندازه را گویند که موازی ولی خلاف جهت باشند. اثر آن ایجاد چرخش بدون ایجاد انتقال است. در مکانیک اجسام صلب، کوپلها بردارهایی آزاد در نظر گرفته میشوند؛ بدین معنا که اثر آنها بر جسم مستقل از نقطه اعمال آنهاست.





$$\begin{array}{c}
\stackrel{\bullet}{B} \\
\stackrel{\bullet}{A} \stackrel{\bullet}{\longrightarrow} \stackrel{\bullet}{F}
\end{array}
\equiv
\begin{array}{c}
\stackrel{B}{\longrightarrow} \stackrel{\bullet}{F} \\
\stackrel{\bullet}{M} = Fd
\end{array}$$

مثال ۲: کوپل (زوج نیرو)



Dimensions in millimeters

کوپل نیروی ۱۰۰ نیوتنی بر پایه جسم نشان داده شده وارد می شود. این کوپل را با کوپل نیروی ۴۰۰ نیوتنی p جایگزین نمایید. زاویه این کوپل نیرو را بیابید.

$$[M = Fd]$$

$$M = 100(0.1) = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$$

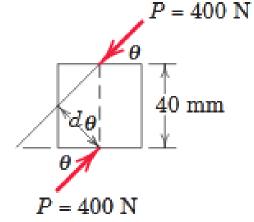
$$M=400(0.040)\cos\theta$$

$$10 = (400)(0.040)\cos\theta$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{10}{16} = 51.3^{\circ}$$

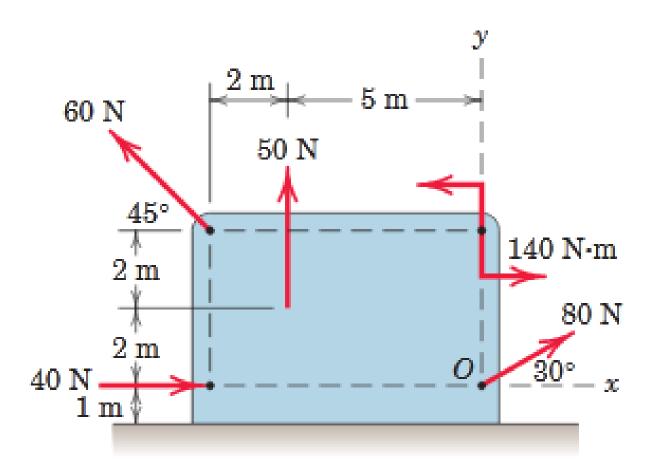
Ans.

با نگاه از بالا کوپل وارده پادساعتگرد و عبارت است از:



نیروهای p و p کوپل پادساعتگردی تولید می نمایند که عبارتند از:

با مساوی قرار دادن این دو کوپل (برای حفظ تعادل) داریم:



معادل چهار نیرو و کوپل وارد شده بر جسم را بصورت یک نیروی واحد نمایش دهید. اغلب اجسام در نظر گرفته شده در این درس براساس فرض صلب بودن مورد مطالعه قرار می گیرند.

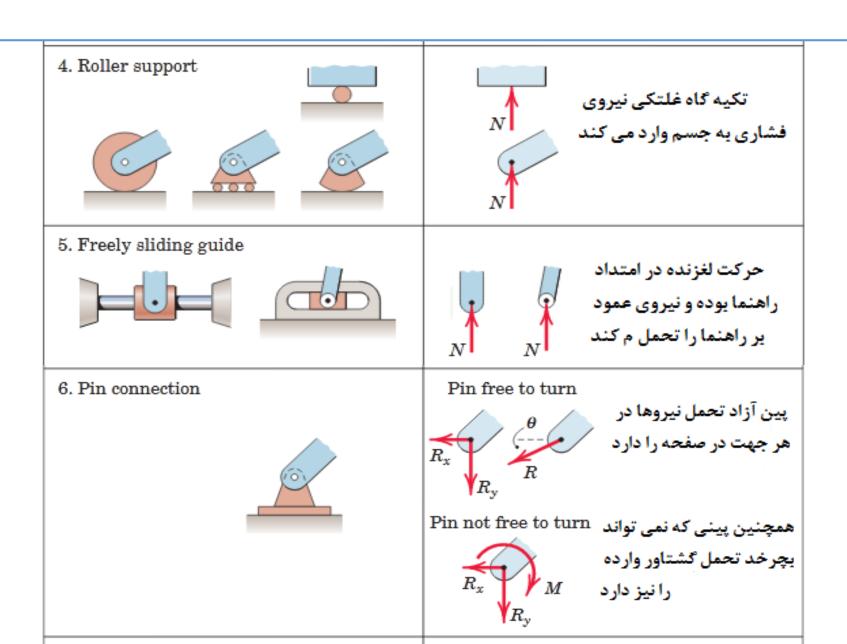
تعریف یک جسم صلب آن است که تغییر شکل در آن حاصل نمی شود، قطعات واقعی در ماشین آلات بطـور مطلـق هر گـز صـلب نمـی باشند و معمولا در اثر نیرو تغییر شکل در آنها حاصل می شود اما این تغییر شکل به حدی کوچک است که هیچ اثری در شرایط تعـادل مورد نیاز برای مسئله استاتیک ندارد .

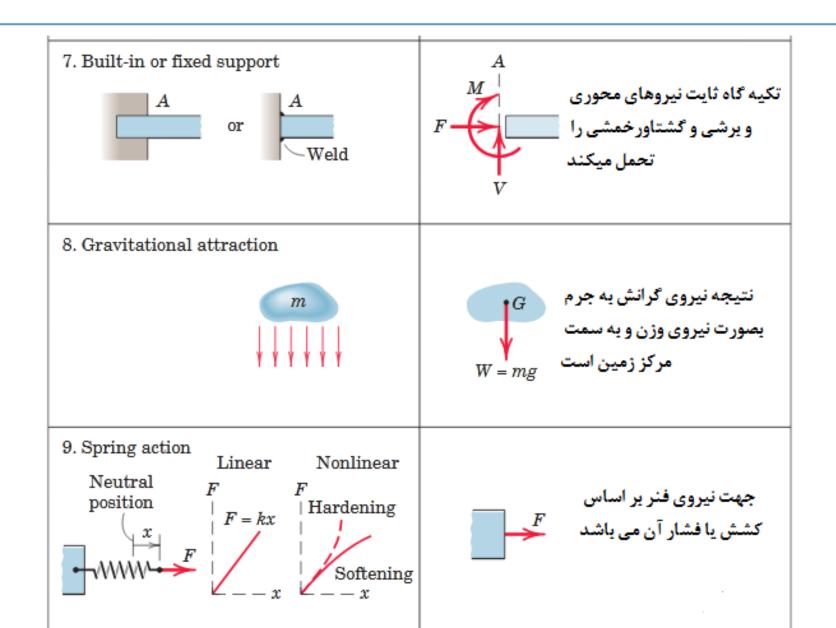
برای تحلیل یک مساله ایستایی، باید مجموعه ای را که در نظر داریم تحلیل کنیم (بعنوان جسم) از مابقی موارد (محیط اطراف) جدا کنیم.

در این صورت، محیط اطراف در تحلیل مساله حذف شده و فقط اثرات آنها بصورت نیروهای خارجی بر جسم اعمال می شوند. تکیه گاهها که اکثرا ارتباط بین جسم و محیط اطراف را برقرار می کنند، دارای اهیمت در این تحلیل ها می باشند.

اولین گام برای حل مسائل در رابطه با تعادل یک جسم این است که کلیه نیروهای خارجی عمل کننده در جسم را در نظر بگیریم. بنابراین به عنوان اولین قدم در راه حل، دیاگرام آزاد نیروها رسم می گردد .

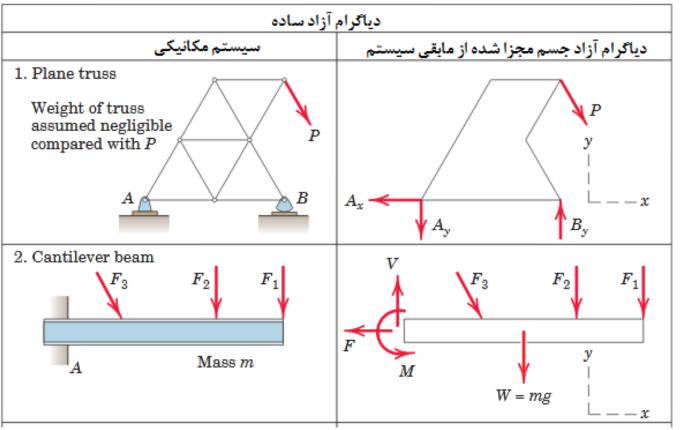
تحلیل نیرویی در دو بعد	
نوع تکیه گاه	نیروی اعمالی به جسم مجزا شده
1. Flexible cable, belt, chain, or rope Weight of cable negligible Weight of cable not negligible	نیروی کابل کششی به روی T جسم و در امتداد کابل است θ θ θ T
2. Smooth surfaces	نیروی سطح صاف فشاری و عمود بر سطح است N
3. Rough surfaces	نیروی سطح ژیر در دو راستای مماسی و عمود بر سطح می باشد N





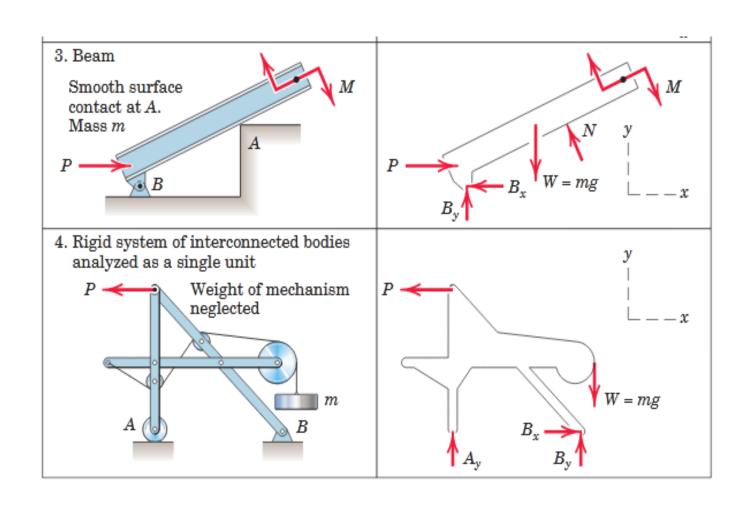
Free Body Diagram دیاگرام آزاد

یک دیاگرام جسم آزاد، همه انواع نیروهای وارده بر این جسم را نمایش میدهد. رسم چنین نموداری، موجب ساده شدن حل نیروهای ناشناخته یا معادلات حرکت یک جسم میشود.



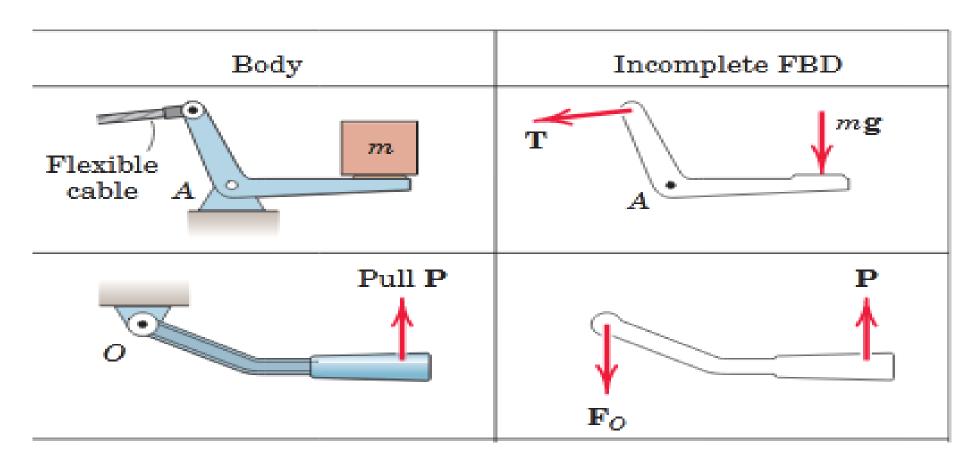
معمولاً در خریا از وزن میله ها صرفنظر می شود.

ولی در تیرها وزن آنها لحاظ می گردد.

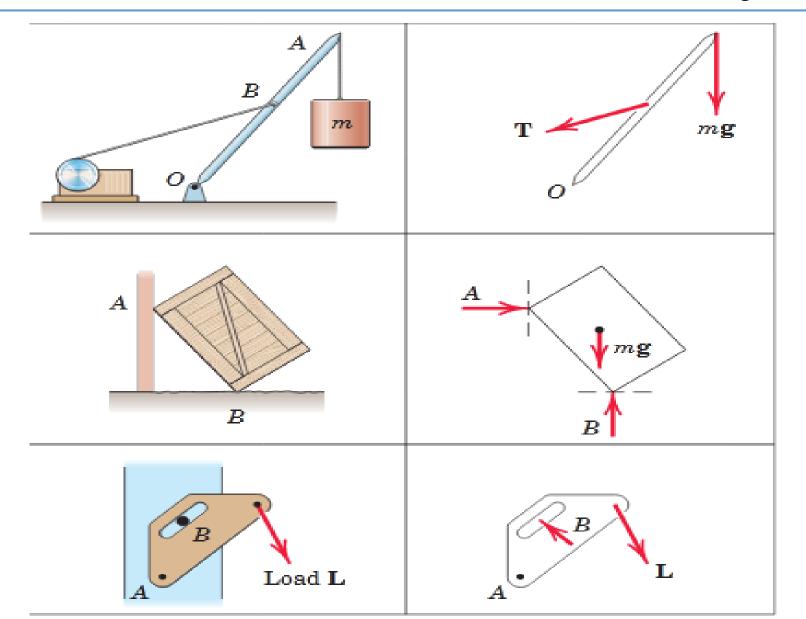


تمرین در کلاس:

دیاگرام آزاد ناقص شکل ها را کامل کنید.

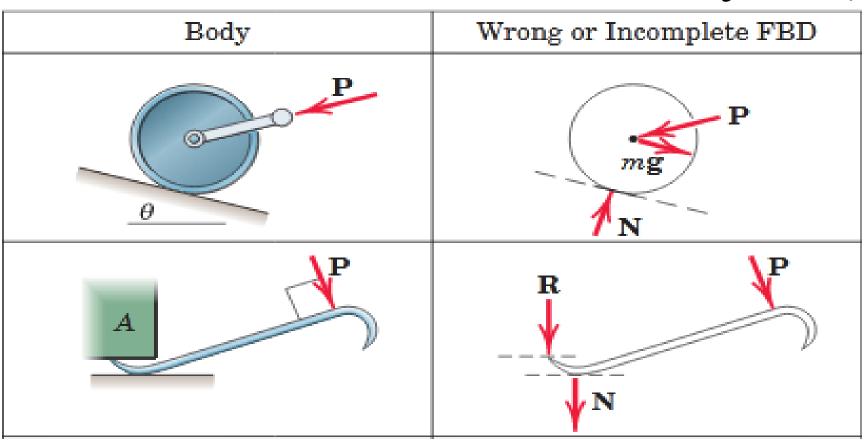


ادامه تمرین در کلاس:

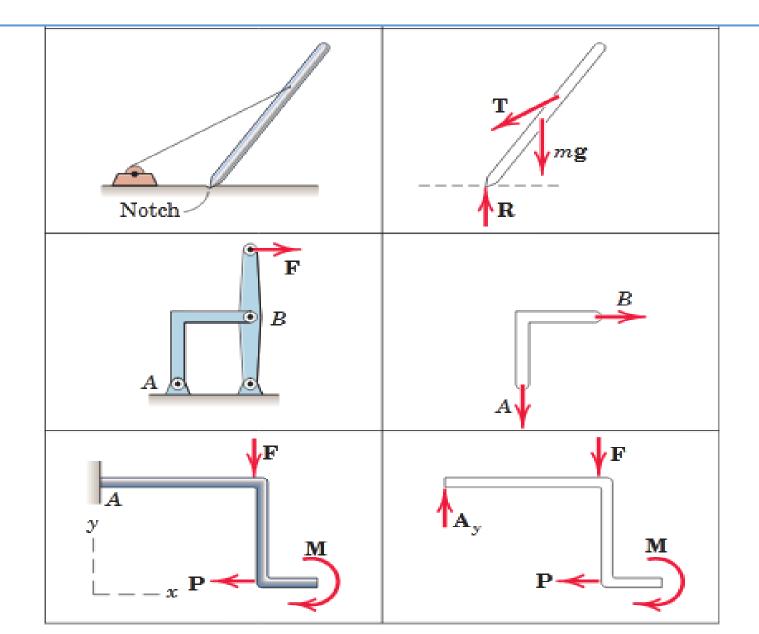


تمرين:

دیاگرام آزاد شکل های مقایل ناقص بوده و یا ایراد دارد. موارد را رفع ایراد نموده و کامل کنید.



ادامه تمرین:



شرایط تعادل در صفحه

وقتی برایند کلیه نیروها و گشتاورهای عمل کننده روی یک جسم صفر باشد جسم درحال تعادل است.

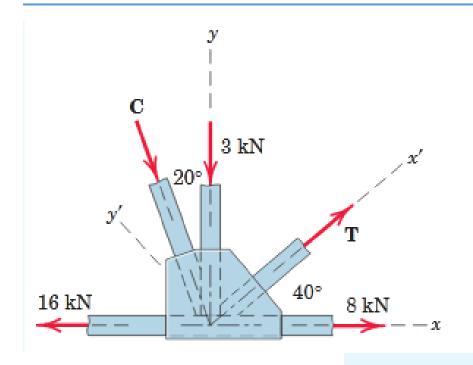
شرط لازم و کافی برای تعادل یک سیستم این است که مجموع نیروها و گشتاورهای وارده برابر صفر باشد. بنابراین برای تعادل در فضای دو بعدی داریم:

$$\sum Fx = 0$$
 $\sum Fy = 0$ $\sum Mz = 0$

این معادلات فوق ، برای بدست آوردن نیروهای معمول و عکس العملهای در تکیه گاهها می باشد.

همچنین معادلات فوق نشان دهنده این است که هیچگونه انتقال و چرخشی در سیستم در نظر گرفته نشده و در حال تعادل استاتیکی می باشد.

مثال ١:



نیروهای T و C را به گونه ای بیابید که اتصال روبرو در تعادل باشد.

$$[\Sigma F_x = 0] \qquad \qquad 8 + T\cos 40^\circ + C\sin 20^\circ - 16 = 0$$

$$0.766T + 0.342C = 8$$

$$[\Sigma F_y = 0] \qquad \qquad T\sin 40^\circ - C\cos 20^\circ - 3 = 0$$

$$0.643T - 0.940C = 3$$

ادامه حل مثال ۱:

$$0.766 T + 0.342 C = 8$$

$$0.643 T - 0.94 C = 3$$

$$0.342 * (0.643 T - 0.94 C = 3)$$

$$0.72 T + 0.32 C = 7.5$$

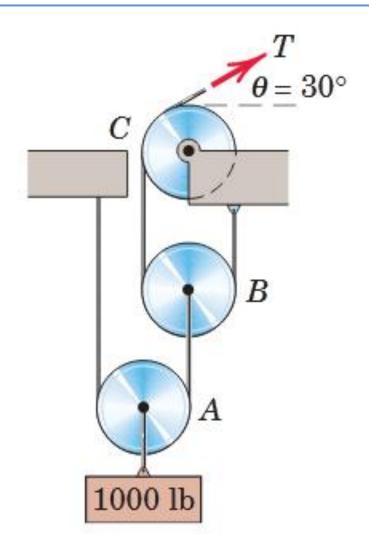
$$0.22 T - 0.32 C = 1$$

$$0.94 T = 8.5$$

تمرین ۱:

در مثال ۱ بجای محورهای اصلی، 'X', y' را به عنوان محور مختصاتی در نظر گرفته و مسیله را حل کنید.

مثال ۲: نیروهای موجود در سیستم قرقره

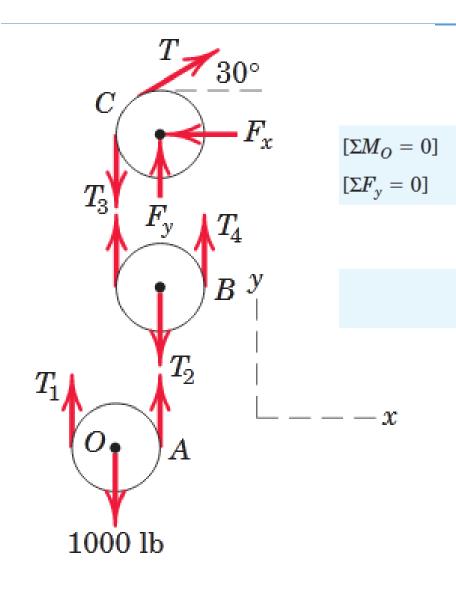


کشش کابل T را طوری محاسبه کنید که سیستم قرقره ای نمایش داده شده در تعادل باشد.

همچنین نیروهای وارد بر بلبرینگ قرقره C را محاسبه کنید.

وزن تمامی اجزا در مقایسه با وزنه موجود در سیستم قابل صرفنظر می باشد.

مثال ۲: حل مسئله با ترسیم دیاگرام آزاد سیستم قرقره ای



حل را از قرقره A شروع می کنیم:

$$T_1r - T_2r = 0 \qquad T_1 = T_2$$

$$T_1 + T_2 - 1000 = 0$$
 $2T_1 = 1000$

$$T_1 = T_2 = 500 \text{ lb}$$

و سيس قرقره B ،

$$T_3 = T_4 = T_2/2 = 250 \text{ lb}$$

و سرانجام با تعادل گشتاوردر قرقره C داریم: (بازوی گشتاور هر دو نیروی زیر برابر r است.)

$$T.r - T3.r = 0$$

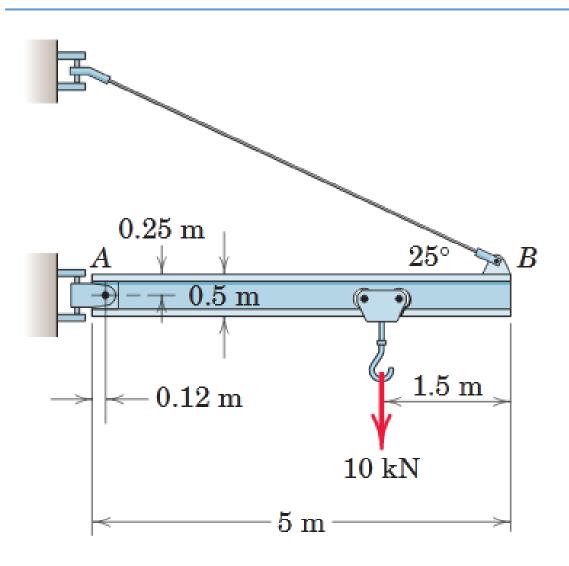
$$T = T_3$$
 or $T = 250 \text{ lb}$

مثال ۲: ادامه حل مسئله - نیروهای وارد بر بلبرینگ C

و سرانجام با تعادل نیرو در قرقره C داریم:

$$\begin{split} [\Sigma F_x &= 0] & 250\cos 30^\circ - F_x &= 0 \\ [\Sigma F_y &= 0] & F_y + 250\sin 30^\circ - 250 &= 0 \\ [F &= \sqrt{F_x{}^2 + F_y{}^2}] & F &= \sqrt{(217)^2 + (125)^2} &= 250 \text{ lb} \end{split}$$

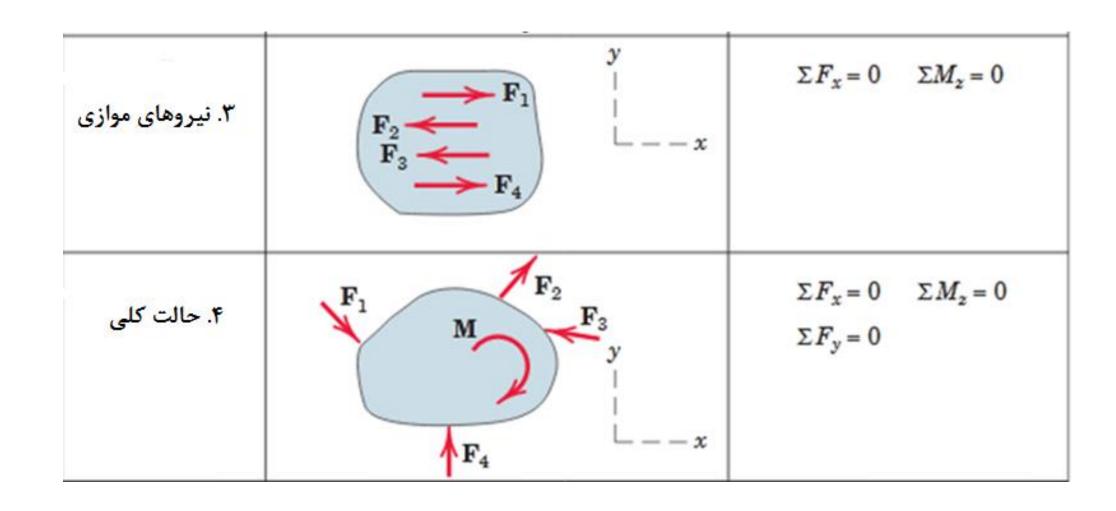
تمرین۲:



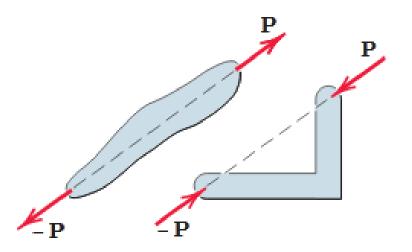
کشش کابل T در طناب و نیروی وارد بر پین A را محاسبه نمایید. جرم تیر معادل ۹۵ کیلوگرم به ازای هر متر طول آن می باشد. (نیروی وزن کل تیر را در وسط آن اعمال نمایید.)

طبقه بندی تعادل در دو بعد		
سيستم نيرويي	دیاگرام آزاد	معادلات تعادل
۱.نیروهای هم راستا	\mathbf{F}_1 \mathbf{F}_2 \mathbf{F}_3 $ x$	$\Sigma F_x = 0$
۲. نیروهای متقاطع	\mathbf{F}_1 \mathbf{F}_2 \mathbf{F}_2 \mathbf{F}_3	$\Sigma F_x = 0$ $\Sigma F_y = 0$

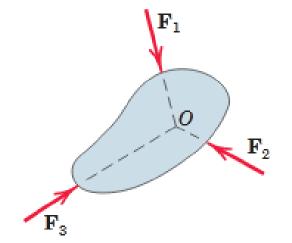
در حالت ۲: وقتی امتداد چند نیرو از یک نقطه می گذرد، نیروها حول آن نقطه گشتاور ندارند.

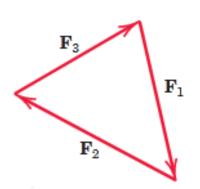


عضو دونیرویی و سه نیرویی



در عضو دو نیرویی فقط نیروها در یک راستا و به دو سر عضو وارد می شود (بیشتر در اعضای خرپا بکار می رود.) که یا تمایل به کشش جسم دارد و یا تمایل به فشار برجسم.

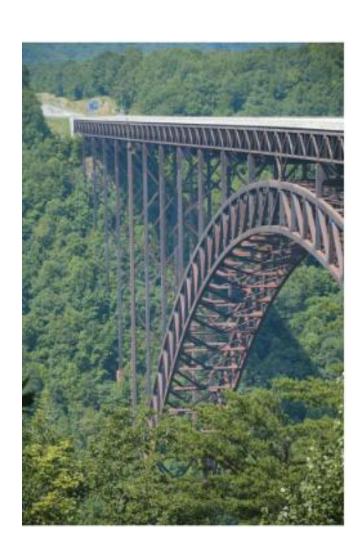




عضو سه نیرویی و تعادل نیرویی در آن

نکته: بصورت پیش فرض در حل مسایل، وزن تیرها باید لحاظ شود ولی وزن اعضای دیگر مانند قاب و عضو دو نیرویی(در خرپا و...) و کابل و طناب قابل صرفنظر می باشد.

موارد بالا صادق مي باشد، مگر اينكه در صورت مسايل خلاف اين توضيحات ذكر گردد.

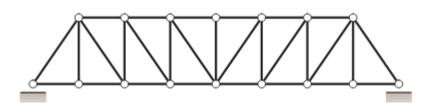


سازه های استاتیک- خربا

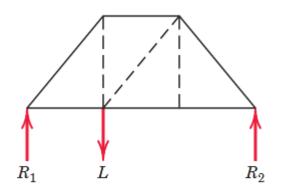
وقتی چند قطعه به هم متصل باشند یک سازه فلزی یا ساختمانی را تشکیل می شود.

بنا به تعریف تراس ها (خرپا ها) یکی از مهمترین سازه های مهندسی هستند و در طراحی پلها و ساختمانهای فلزی از تراس ها استفاده می شود. یک تراس شامل قطعات مختلف به هم متصل شده می باشد. هر یک از اجزای خرپا باری را تحمل می نماید.

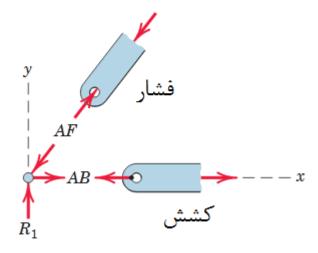
در شکل زیر نمونه ای خرپای صفحه ای مشاهده می شود.



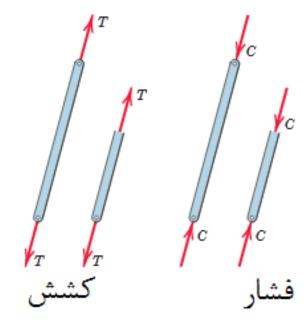
نیرو در عضو دو نیرویی و اتصالات



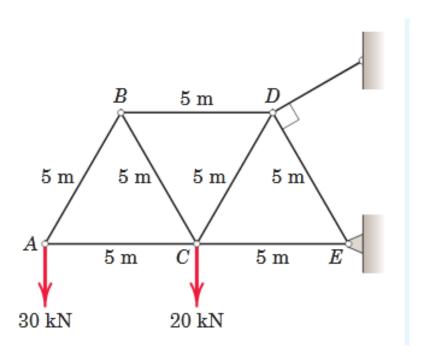
نیروهای دوعضوی که غالبا در خرپاها بکار می روند دو نوع نیروی فشاری و یا کششی را تحمل می کنند. تحلیل نیرو در اتصالات نیز با همین مبنا انجام می گیرد.



Tنماد کشش C نماد فشار

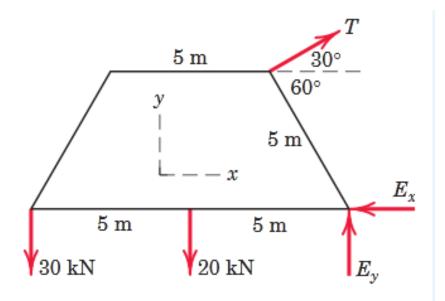


نیروی موجود در هر یک از اعضای دو نیروی خرپای صفحه ای را محاسبه نمایید.



معادلات تعادل برای کل این خرپا عبات خواهند بود از:

$$\begin{split} [\Sigma M_E = 0] & 5T - 20(5) - 30(10) = 0 & T = 80 \text{ kN} \\ [\Sigma F_x = 0] & 80 \cos 30^\circ - E_x = 0 & E_x = 69.3 \text{ kN} \\ [\Sigma F_y = 0] & 80 \sin 30^\circ + E_y - 20 - 30 = 0 & E_y = 10 \text{ kN} \end{split}$$



دیاگرام آزاد این خرپا به این ترتیب می باشد:

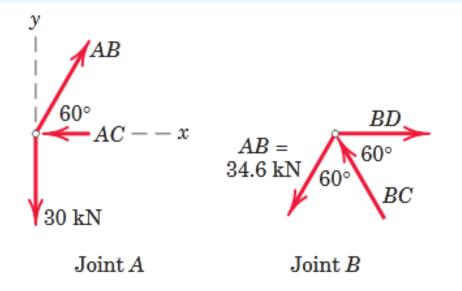
 $[\Sigma F_{\nu} = 0]$ 0.866AB - 30 = 0 AB = 34.6 kN T

 $[\Sigma F_x = 0]$ AC - 0.5(34.6) = 0 AC = 17.32 kN C

با نوشتن معادلات تعادل نيرو حول مفصل A داريم:

 $[\Sigma F_{v} = 0]$ 0.866BC - 0.866(34.6) = 0 BC = 34.6 kN C

 $[\Sigma F_x = 0]$ BD - 2(0.5)(34.6) = 0 BD = 34.6 kN T



سپس با توجه به وجود سه مجهول برای مفصل $^{\mathsf{C}}$ ، با نوشتن معادلات تعادل نیرو حول مفصل $^{\mathsf{B}}$ داریم:

$$[\Sigma F_{\nu} = 0]$$
 $0.866CD - 0.866(34.6) - 20 = 0$

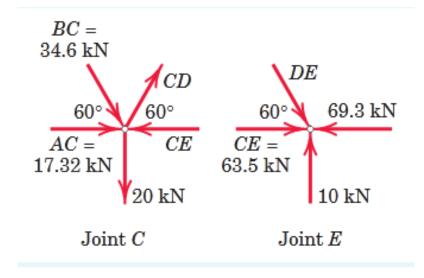
$$CD = 57.7 \text{ kN } T$$

$$[\Sigma F_x = 0]$$
 $CE - 17.32 - 0.5(34.6) - 0.5(57.7) = 0$ $CE = 63.5 \text{ kN } C$

$$[\Sigma F_y=0] \qquad \qquad 0.866 DE=10 \qquad DE=11.55 \ {\rm kN} \ C$$
 and the equation $\Sigma F_x=0$ checks.

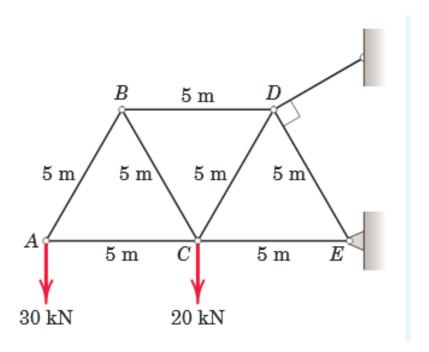
حال با نوشتن معادلات تعادل نیرو حول مفصل C داریم:

همچنین با نوشتن معادلات تعادل نیرو حول مفصل E داریم:



تمرین ۱:

برای ۷ عضو (با طول ۵ متر) در مثال ۱ تعیین نمایید که کدامیک از آنها تحت فشار و کدامیک تحت کشش قرار دارند.



نکته ۱: جهت نیروها (کششی یا فشاری بودن) تا حد امکان باید درست قرارداده شود. البته در صورتیکه بلعکس لحاظ گردد پس از حل معادلات، مقدار نیرو با علامت منفی به دست خواهد آمد.

نکته ۲: نیروهای بدست آمده در حل مثال، نمایانگر نیروهایی است که اعضای دو نیرویی به مفاصل وارد می کنند. و در حقیقت نیرویی که مفاصل به این اعضا وارد می کنند هم اندازه و از نظر جهت عکس این نیروها خواهد بود. از این طریق، کششی و یا فشاری بودن نیرو در عضو مشخص می گردد.

نکته ۳: در تحلیل نیروهای داخلی اعضای خرپا، از مفصلی که نیروی مجهول کمتری (۲ و یا ۱ نیروی مجهول) به آن وارد می شود حل را شروع می کنیم. با نوشتن دو معادله نیرویی در دو راستای اصلی، دو مجهول بدست می آید. با توجه به اینکه در نوشتن معادلات تعادل در مفاصل خرپا، راستای همه نیروهای دوعضوی از آن مفصل می گذرد، نوشتن معادله گشتاور حول مفصل مذکور بی اثر است. بنابراین از هر معادله تعادل حول یک مفصل، فقط دو نیروی مجهول می تواند محاسبه گردد.

تصویری از یک سازه خرپایی موجود تهیه کرده و با تعیین بارهای خارجی آن، پس از ترسیم دیاگرام آزاد سازه، نیروهای فشاری یا کششی در هر عضو سازه و مقدار آنرا تعیین نمایید.

سازه های استاتیک - خرپا

در تحلیل مسایل خرپا

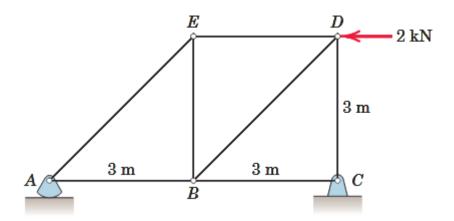
۱- عموما عکس العمل های خارجی (تکیه گاه ها) از طریق به کار بردن معادلات تعادل برای کل سازه (رسم دیاگرام آزاد) به دست می آید.

۲) سپس نیروها در بقیه اجزا از دو روش به دست می آید:

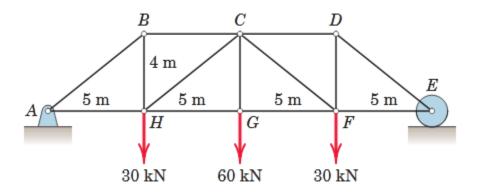
الف) روش تعادل مفصل ها

ب) روش تعادل مقاطع

نیروهای موجود در هر یک از اعضای سازه را بدست آورید. (روش تعادل مفاصل)

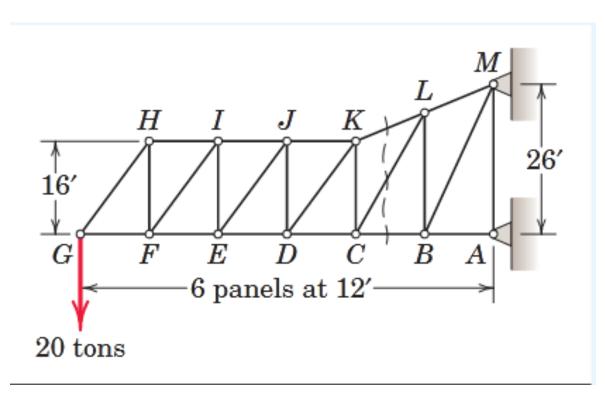


نیروهای موجود در هر یک از اعضای سازه را بدست آورید. (روش تعادل مفاصل)



مثال ۱: خرپا (حل با روش مقاطع)

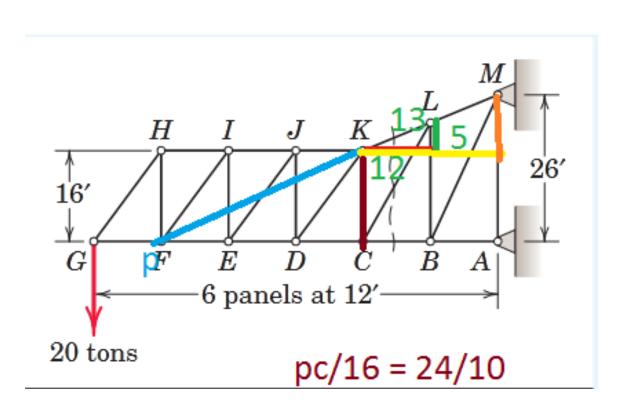
نیروهای موجود در هر یک از اعضای CL ،KL و CB را بدست آورید.



با توجه به تعداد زیاد اعضای این خرپا، با استفاده از روش مقاطع، فقط نیروهای موجود در اعضای مورد نیاز محاسبه می گردند.

حل مثال ١:

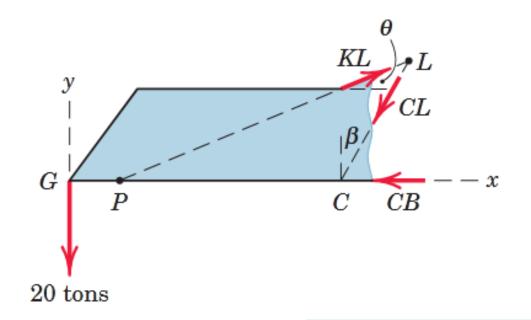
قبل از حل اصلی مسیله، محاسبه اندازه چند بازو با استفاده روابط هندسی انجام می گیرد.



$$\overline{BL} = 16 + (26 - 16)/2 = 21 \text{ ft.}$$

$$\overline{PC}/16 = 24/(26 - 16)$$
 or $\overline{PC} = 38.4$ ft.

حل مثال ۱: محاسبه یک نیرو با گشتاور گیری حول اولین نقطه



در دیاگرام آزاد مقطع برش خورده، سه نیروی مجهول و جود دارد که با احتساب سه معادله تعادل در صفحه، بدست می آیند.

$$[\Sigma M_L = 0] \hspace{1cm} 20(5)(12) - CB(21) = 0 \hspace{1cm} CB = 57.1 \; {\rm tons} \; C$$

حل مثال ۱: محاسبه یک نیروی دیگر با گشتاور گیری حول دومین نقطه

$$\theta = \tan^{-1}(5/12)$$
 so that $\cos \theta = 12/13$.

$$[\Sigma M_C = 0] \hspace{1cm} 20(4)(12) - \frac{12}{13} KL(16) = 0 \hspace{1cm} KL = 65 \; {\rm tons} \; T$$

حل مثال ۱: محاسبه اخرین نیروی با گشتاور گیری حول سومین نقطه

$$\beta = \tan^{-1}(\overline{CB}/\overline{BL}) = \tan^{-1}(12/21) = 29.7^{\circ} \text{ and } \cos \beta = 0.868.$$

$$[\Sigma M_p = 0] \qquad \qquad 20(48 - 38.4) - CL(0.868)(38.4) = 0$$

$$CL = 5.76 \; {\rm tons} \; C$$

در صورتیکه در یک خرپای ساده، تعداد تکیه گاه های موجود بیشتر از حداقل لازم برای تعادل پایدار دستگاه باشد، مجموعه از نظر نیروهای خارجی نامعین است، و تکیه گاه اضافی تشکیل یک قید زاید خارجی را می دهد. و اگر اعضا داخلی بیشتر از مورد نیاز باشد خرپا دارای قید زاید داخلی است و خرپا از نظر داخلی نامعین است.

برای خرپاهایی (صفحه ای) که از نظر داخلی و خارجی معین هستند، رابطه زیر بین تعداد اعضا و مفاصل خرپا برقرار است.

$$m + 3 = 2j$$

J: تعداد مفاصل

m: تعداد عضوهای دو سر مفصل

(با تعداد حداكثر سه عضو تكيه گاهي مجهول، كه از نظر خارجي قابل حل باشند.)

شرط ذكر شده براى پايدارى خرپا لازم مى باشد ولى شرط كافى نيست.

اگر معادله زیر برقرار باشد:

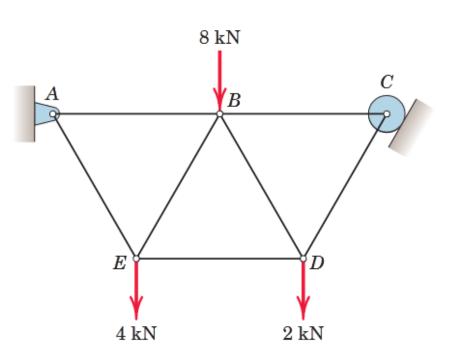
m + 3 > 2j تعداد اعضا بیشتر از تعداد معادلات مستقل است و خرپا از نظر داخلی **نامعین** است و دارای اعضای زاید می باشد.

اگر معادله زیر برقرار باشد:

m + 3 < 2j

در تعداد اعضا داخلی خربا کمبود وجود دارد و خربا **نابایدار** بوده و تحت اثر بار فرو می ریزد.

(m + 6 = 3j) در خرپاهای فضایی شرط معین بودن به این صورت خواهد بود.



نیروهای اعمالی در هر یک از اعضای سازه نمایش داده شده را تعیین کنید.

مثلث هاى متوازى الاضلاع برابر مى باشند.

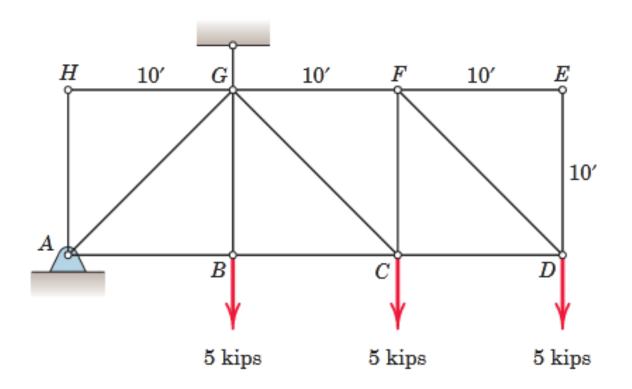
تمرین در کلاس:

الف) سازه چند نیروی تکیه گاهی دارد. آیا قایل حل (از لحاظ خارجی معین) است؟

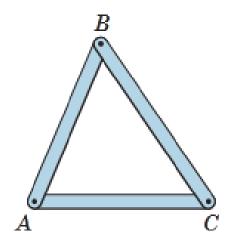
ب) معین و یا نامعین بودن سازه را از لحاظ داخلی بررسی نمایید.

نوشتن معادلات تعادل مقدار أن نيرو به دست خواهد أمد.

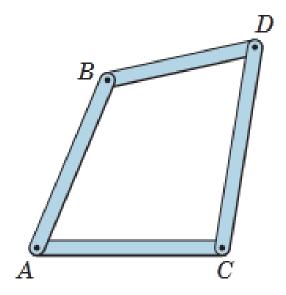
نیروی موجود در عضو CG در سازه مقابل را محاسبه نمایید. تمرین در کلاس: اعضای زاید (اعضایی که نیرویی تحمل نمی کنند.) احتمالی را تعیین نمایید. راهنمایی: در نقطه G بجای عضو متصل شده به دیوار نیروی آن را که در راستای عضو مذکور است قرار دهید که با رسم دیاگرام آزاد و



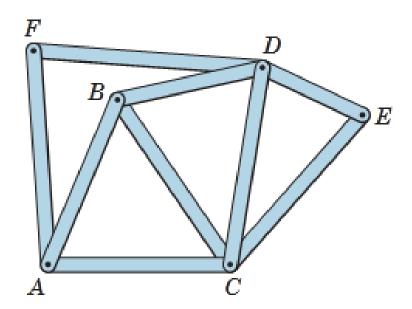
خرپای مسطح (صفحه ای) دارای زیر مجموعه های بنیادی به شکل مثلث می باشند. سه میله که توسط مفصل در انتهایشان به یکدیگر متصل شده اند تشکیل یک قاب صلب را می دهند. (سازه صلب تغییر شکل ندارد و یا تغییر شکل آن قابل اغماض است.)



قاب تشکیل دهنده از چهار عضو یا تعداد بیشتر عضو که پشت سر هم مفصل شده باشند، تشکیل یک چند ضلعی را می دهند که قاب صلب نمی باشد و به آن مکانیسم گویند.



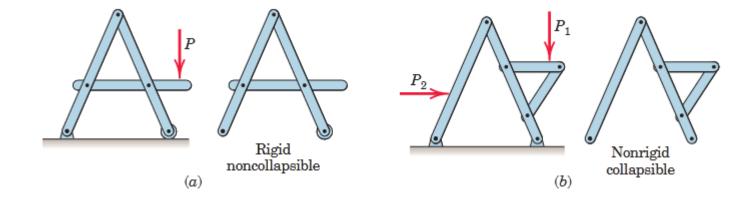
قاب غیر صلب یا مکانیسم را می توان از طریق افزودن یک عضو قطری پایدار و صلب نمود.



قاب و ماشین:

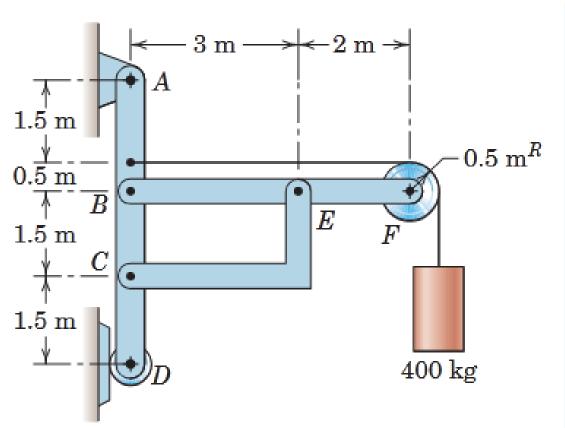


اگر حداقل یکی از اعضای سازه چند نیرویی باشد سازه قاب یا ماشین نامیده می شود. در مباحث قبلی نیروها فقط در نقاط مفاصل اعمال می شد ولی در این مبحث نیرو می تواند بر وسط عضو اعمال گردد.

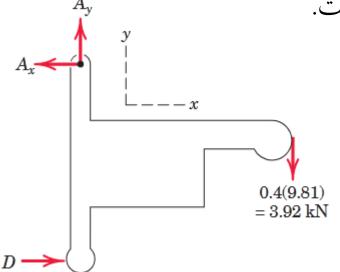


وزنه ۴۰۰ کیلوگرمی مطابق شکل بر قاب نشان داده شده اعمال می شود. از وزن اعضای قاب صرفنظر نمایید.

نیروهای مختلف در اعضای قاب را محاسبه نمایید.



ابتدا دیاگرام آزاد برای نیروهای خارجی مجموعه صلب یکپارچه رسم می گردد. مشاهده می شود که از نظر نیروهای خارجی قاب از نظر ایستایی معین است.

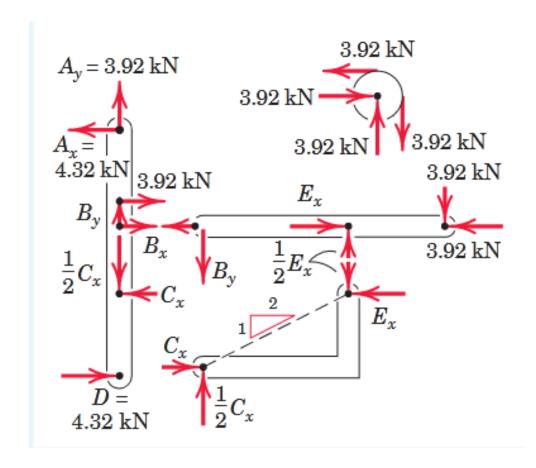


با نوشتن معادلات تعادل برای نیروهای خارجی داریم:

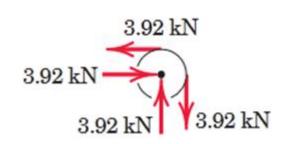
$$[\Sigma M_A = 0]$$
 5.5(0.4)(9.81) - 5D = 0 D = 4.32 kN

$$[\Sigma F_x = 0]$$
 $A_x - 4.32 = 0$ $A_x = 4.32 \text{ kN}$

$$[\Sigma F_y = 0]$$
 $A_y - 3.92 = 0$ $A_y = 3.92 \text{ kN}$

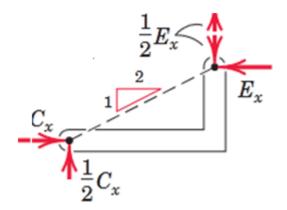


سپس اعضای دستگاه از یکدیگر منفصل شده و ترسیمه آزاد نیروهای هر عضو به تنهایی کشیده می شود.



در مورد قرقره با مرکز F می توان معادلات تعادل را نوشت. ولی با مشاهده نیز موارد روبرو قابل حصول می باشد:

عضو CE دو نیرویی است و نیروهای آن عکس نیروهای اعمالی به BF در نقطه E است.

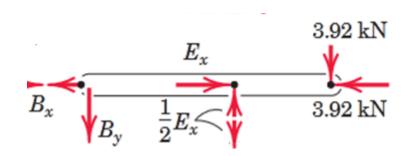


هندسه مسئله نشان می دهد که در عضو دو نیرویی CE روابط زیر برقرار است:

$$Ey = \frac{1}{2} Ex$$

با کمک هندسه مسئله در عضو BF داریم:

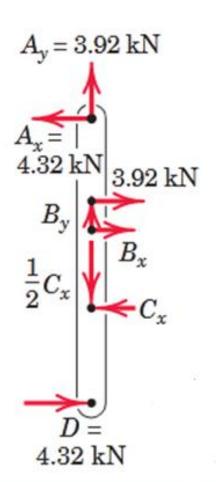
$$\begin{split} [\Sigma M_B = 0] & 3.92(5) - \frac{1}{2} E_x(3) = 0 & E_x = 13.08 \text{ kN} \\ [\Sigma F_y = 0] & B_y + 3.92 - 13.08/2 = 0 & B_y = 2.62 \text{ kN} \\ [\Sigma F_x = 0] & B_x + 3.92 - 13.08 = 0 & B_x = 9.15 \text{ kN} \end{split}$$



$$Cx = Ex = 13.08 KN$$

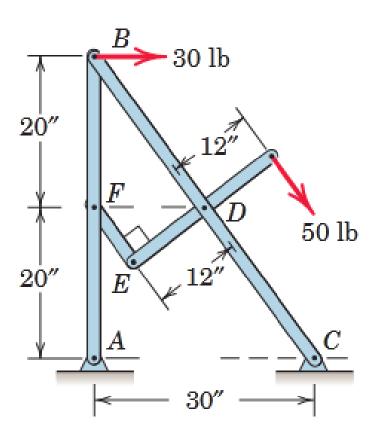
 $Cy = Ey = 13.08/2 KN$

در نهایت، برای کنترل مسیله می توان برای عضو AD داشت:

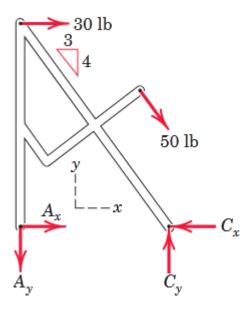


$$\begin{split} [\Sigma M_C = 0] & 4.32(3.5) + 4.32(1.5) - 3.92(2) - 9.15(1.5) = 0 \\ [\Sigma F_x = 0] & 4.32 - 13.08 + 9.15 + 3.92 + 4.32 = 0 \\ [\Sigma F_y = 0] & -13.08/2 + 2.62 + 3.92 = 0 \end{split}$$

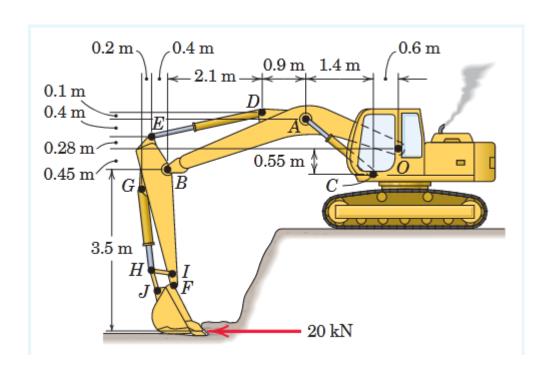
برقراری این معادلات صحت حل را نمایش می دهد.



نیروهای مختلف در اعضای قاب را محاسبه نمایید. برای کمک به حل مسئله، ترسیمه آزاد قاب داده شده است.

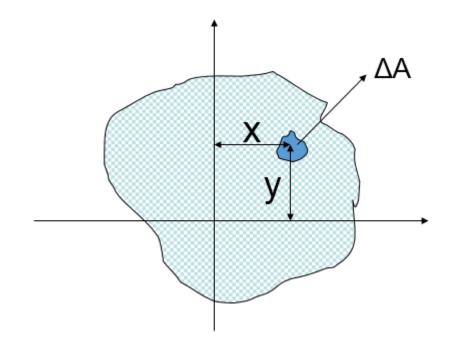


نیروهای موجود در سیلندرهای هیدرولیک دستگاه بیل مکانیکی زیر را تحلیل نمایید. فرض کنید راد سیلندرهای هیدرولیکی با قطر ۴ سانتی متر باشد.



ممان سطح

. انتگرال
$$Q_y$$
 به ممان اولیه سطح A نسبت به محور y معروف است و با y نشان داده می شود



$$Q_y = \int x dA$$

در سطوح ساده تر داریم:

$$Q_y = xA$$

$$Q_x = \int y dA$$

به همان طریق برای محور X خواهیم داشت:

$$Q_x = yA$$

در سطوح ساده تر داریم:

بنابراین ، می توان نتیجه گرفت که مختصات مرکز سطح را می توان از فرمول های زیر بدست آورد.

$$\bar{x} = \frac{Q_y}{A}$$

$$\overline{y} = \frac{Q_x}{A}$$

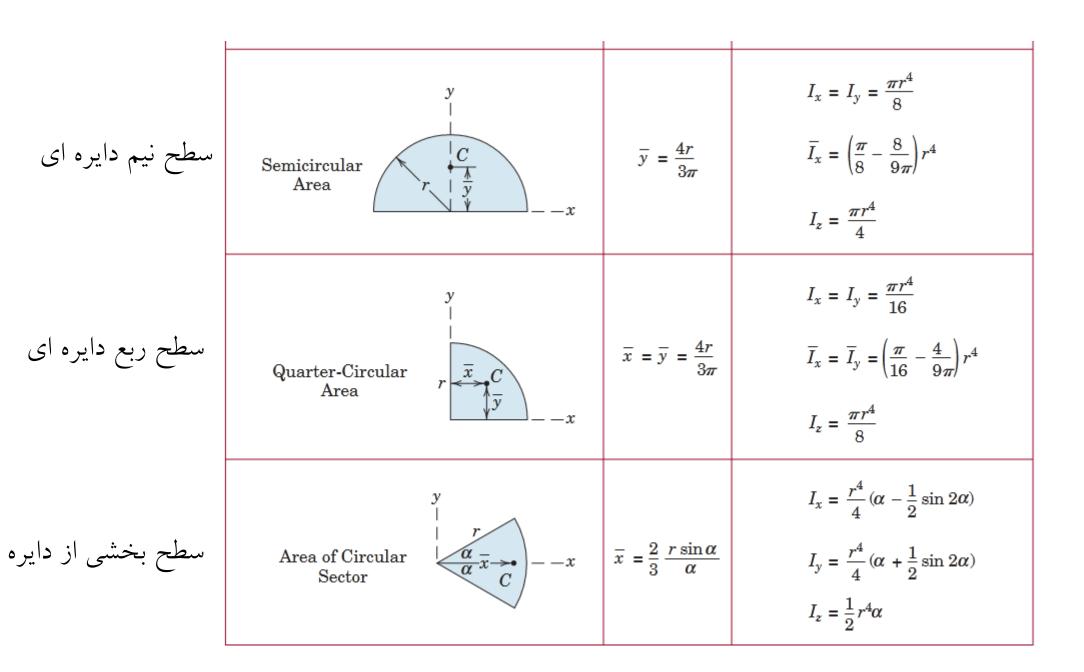
ممان ثانویه یا ممان اینرسی یک سطح:

در ممان اولیه، وزن یک جزء Δw با سطح آن متناسب بود و ممان اولیه به سطح بستگی داشت. ممان ثانویه نه تنها به سطح بستگی دارد، بلکه به فاصله از سطح تا محور داده شده نیز بستگی دارد.

ممان اولیه سطح
$$Qx = \int y dA$$
 ممان $Ix = \int y^2 dA$

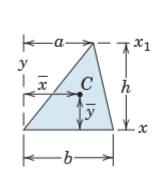
مرکز سطح و ممان اینرسی در شکل های دوبعدی

	FIGURE CENTROID AREA MOMENT OF INERTIA		AREA MOMENTS OF INERTIA
قطعاعی از کمان	Arc Segment $\alpha r C$	$\bar{r} = \frac{r \sin \alpha}{\alpha}$	
نیم و ربع کمان	Quarter and Semicircular Arcs $C \bullet C$ y	$\overline{y} = \frac{2r}{\pi}$	
سطح دایره ای	Circular Area		$I_x = I_y = \frac{\pi r^4}{4}$ $I_z = \frac{\pi r^4}{2}$



Triangular Area

Rectangular Area



 y_0

$$\overline{x} = \frac{a+b}{3}$$

$$\overline{y} = \frac{h}{3}$$

$$I_x = \frac{bh^3}{3}$$

$$\overline{I}_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$\bar{I}_x = \frac{bh^3}{12}$$

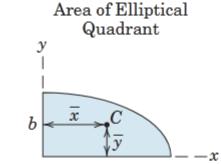
$$\bar{I}_z = \frac{bh}{12}(b^2 + h^2)$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$\overline{I}_x = \frac{bh^3}{36}$$

$$I_{x_1} = \frac{bh^3}{4}$$

سطح ربع بیضی



Subparabolic Area

$$\overline{x} = \frac{4a}{3\pi}$$

$$\overline{y} = \frac{4b}{3\pi}$$

$$I_x = \frac{\pi a b^3}{16}, \ \overline{I}_x = \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right) a b^3$$

$$I_{y} = \frac{\pi a^{3}b}{16}, \ \overline{I}_{y} = \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi}\right)a^{3}b$$

$$I_z = \frac{\pi ab}{16}(a^2 + b^2)$$

سطح زیر سهموی

$$\bar{x} = \frac{3a}{4}$$

$$\overline{y} = \frac{3b}{10}$$

$$I_x = \frac{ab^3}{21}$$

$$I_y = \frac{a^3b}{5}$$

$$I_z = ab\left(\frac{a^3}{5} + \frac{b^2}{21}\right)$$

Parabolic Area

Area
$$A = \frac{2ab}{3}$$

$$b = x^2 = \frac{b}{a^2}x^2$$

$$----x$$

$$\overline{x} = \frac{3a}{8}$$

$$\overline{y} = \frac{3b}{5}$$

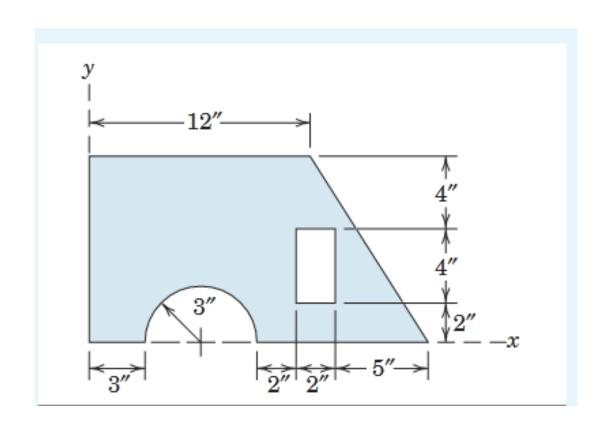
$$I_x = \frac{2ab^3}{7}$$

$$I_{y} = \frac{2a^{3}b}{15}$$

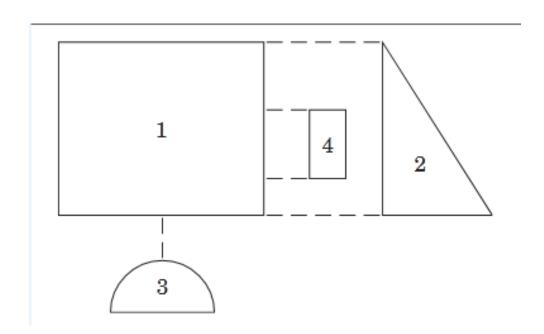
$$I_z = 2ab\left(\frac{a^2}{15} + \frac{b^2}{7}\right)$$

سطح سهموي

مرکز سطح هاشور خورده را در شکل مقابل بیابید.



شکل را بصورت اجزای مقابل تفکیک نموده و قطعات ۳ و۴ را بصورت سطوح منفی لحاظ می نماییم.



با استفاده از مقادیر موجود برای مراکز سطح در جداول خواهیم داشت.

	Α.			$\bar{x}A$	A
PART	$rac{A}{ ext{in.}^2}$	$\frac{x}{\text{in}}$.	y in.	in. ³	$\bar{y}A$ in. ³
1	120	6	5	720	600
2	30	14	10/3	420	100
3	-14.14	6	1.273	-84.8	-18
4	-8	12	4	-96	-32
TOTALS	127.9			959	650

$$\left[\overline{X} = \frac{\Sigma A \overline{x}}{\Sigma A}\right]$$

$$\overline{X} = \frac{959}{127.9} = 7.50 \text{ in.}$$

$$\left[\overline{Y} = \frac{\Sigma A \overline{y}}{\Sigma A}\right]$$

$$\overline{Y} = \frac{650}{127.9} = 5.08 \text{ in.}$$

در نتیجه مختصات مرکز جرم عبارت است از:

انتقال ممان اینرسی به محورهای موازی محورهای اصلی:

$$I_x = \Sigma \bar{I}_x + \Sigma A d_x^2$$

$$I_{y} = \Sigma \bar{I}_{y} + \Sigma A d_{y}^{2}$$

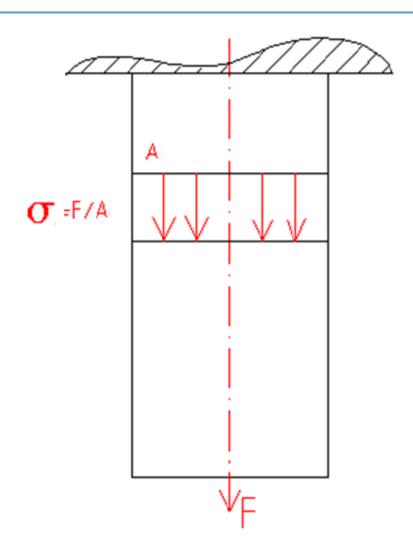
تنش (محوري):

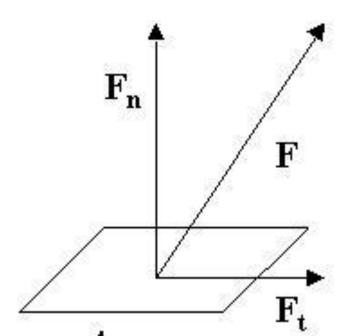
. چنانچه نیروی F بر یک سطح A اثر کند، نسبت نیرو به واحد سطح را تنش σ گویند

با توجه به اینکه در بار کششی/ فشاری شکل روبرو، نیرو عمود بر سطح اثر می

کند، باعث ایجاد یک تنش محوری می شود.

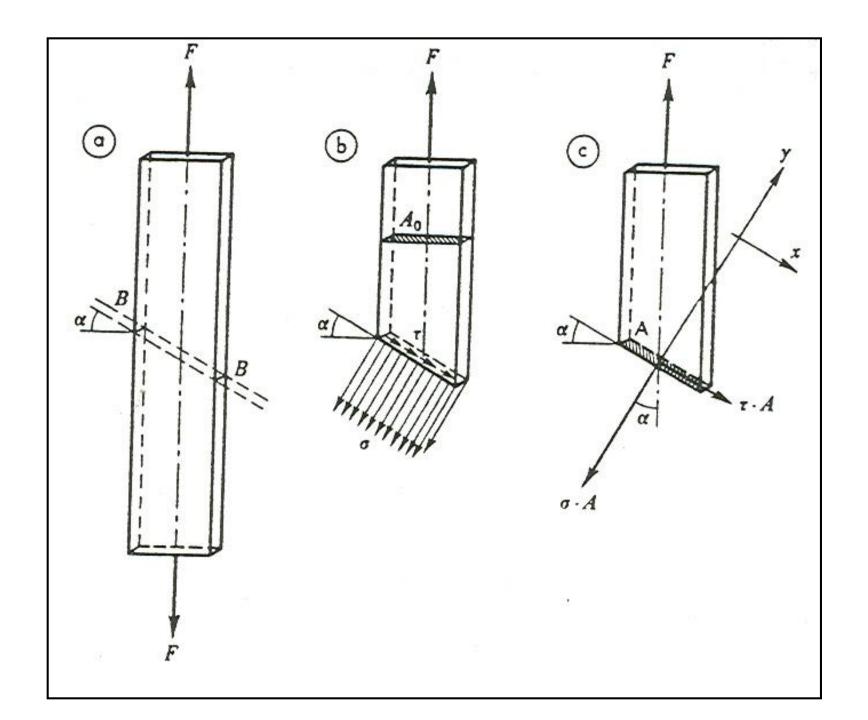
تنش های کششی را مثبت و تنش های فشاری را منفی می گیریم.

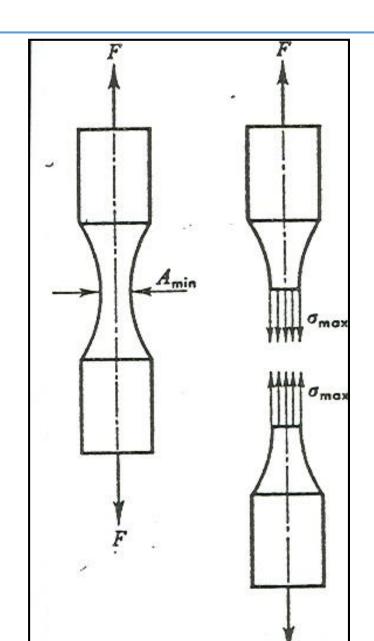




اگر نیرو عمود بر سطح نباشد، آن را به مولفه هایش تجزیه می نماییم. هریک از نیرو های تجزیه شده گویای نیروی محوری F_n و نیروی عرضی F_t می باشند.

نیروی محوری و عمود بر سطح مقطع جسم، تنش محوری σ را می دهد. F_n نیروی موجود در سطح مقطع جسم که باعث تنش برشی (سایشی) τ می گردد. F_t





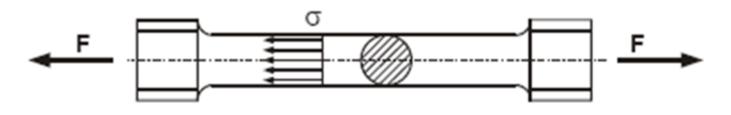
$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A_{\min}}$$

$$\left[\frac{N}{mm^2} \text{ or } \frac{N}{cm^2}\right]$$

کرنش عمودی در یک میله تحت بارگذاری محوری، با تغییر شکل در طول واحد آن میله تعریف می شود. (بدون بعد می باشد.)

طول نهایی قطعه ${
m L}$

طول اولیه قطعه ${
m L0}$



$$\Delta L = L - L_0 / mm$$

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta L}{L_0} \cdot 100 / \%.$$

$$\sigma = E * \epsilon$$

ضریب تناسب است که به ضریب ارتجاعی نیز معروف است که بستگی به جنس مواد دارد. ${
m E}$

این نسبت برای تغییرات در راستای نیرو می باشد.

تغییرات در راستای عمود بر نیروی محوری (ضریب پواسون):

$$\Delta I = I - I_0$$
 [mm]

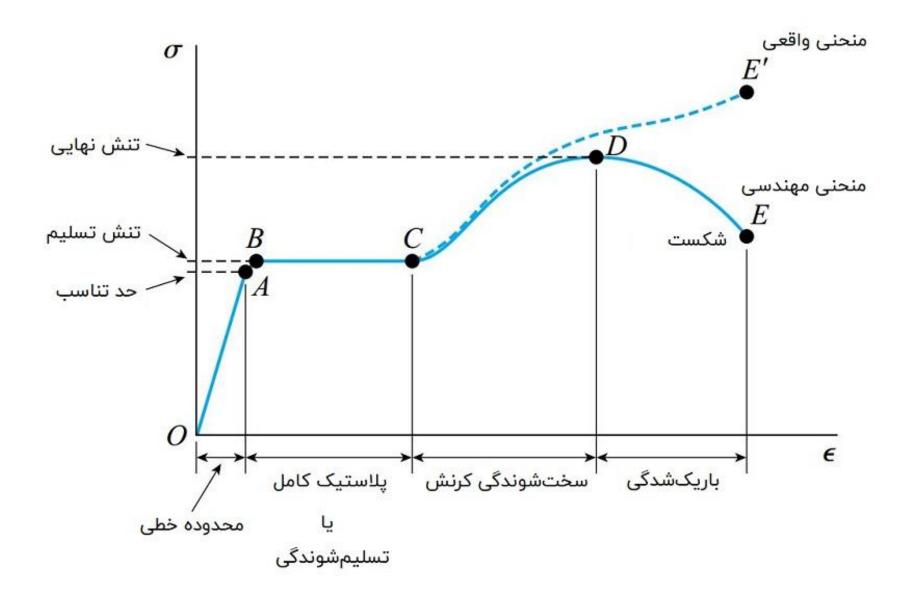
$$\varepsilon_{l} = \frac{\Delta l}{l_{0}} [\%]$$

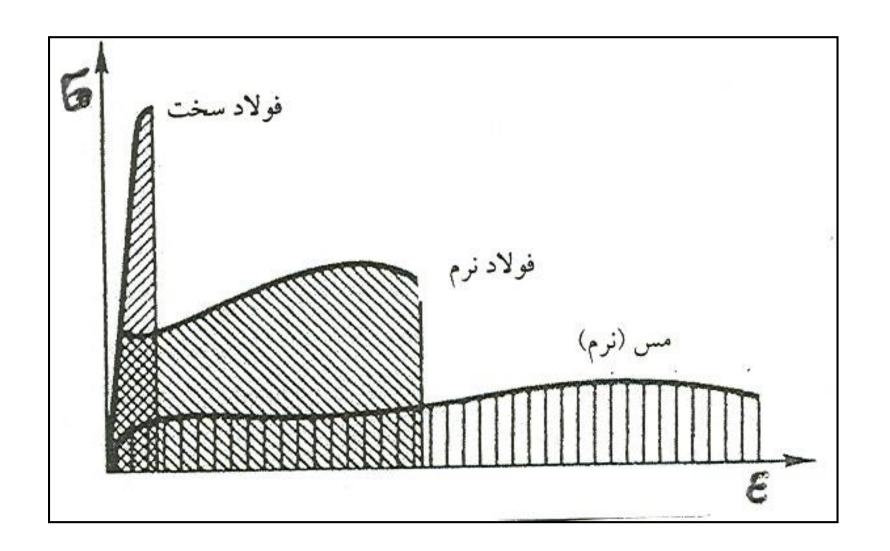
$$\varepsilon_{q} = \frac{\Delta d}{d_{0}} [\%]$$

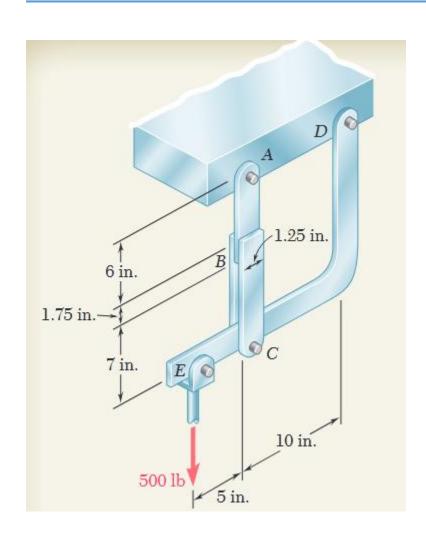
$$\nu = \frac{\epsilon_q}{\epsilon_l}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \, \sigma$$

$$\varepsilon = \frac{1}{E} \, \sigma \qquad \qquad \varepsilon_{\mathsf{q}} = -\frac{\nu}{E} \, \sigma$$







در شکل روبرو ضخامت قطعه بالایی بازوی ABC برابر π/Λ اینچ و ضخامت مابقی قسمت ها π/Λ اینچ است.

قطعات در ${f B}$ به هم چسبانده شده اند.

قطر پین A برابر C اینچ است و قطر پین C برابر A اینچ است.

موارد زیر را تعیین نمایید:

الف) تنش برشی در پین A

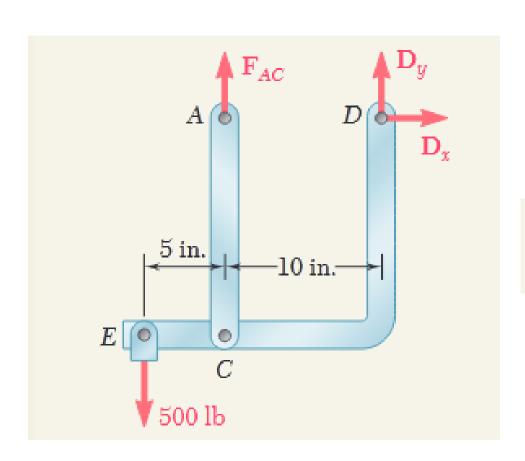
ب) تنش برشی در پین C

ج) بزرگترین تنش محوری در اتصال ABC

د) تنش برشی میانگین در سطح B

ه) تنش در بازو در نقطه C

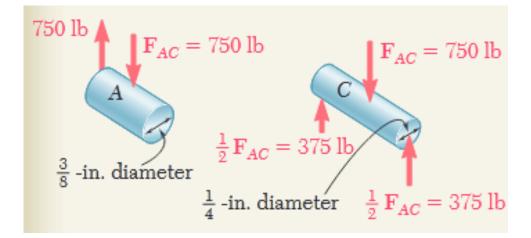
حل مثال ١:



دیاگرام آزاد بصورت روبرو می باشد: چون عضو ABC دو نیرویی است واکنش در A به صورت عمودی است.

$$+ \upgamma \ \Sigma M_{D} = 0 \ (500 \ \text{lb}) (15 \ \text{in.}) - F_{AC} (10 \ \text{in.}) = 0 \\ F_{AC} = +750 \ \text{lb} \qquad F_{AC} = 750 \ \text{lb} \qquad \textit{tension}$$

$$au_A = rac{F_{AC}}{A} = rac{750 ext{ lb}}{rac{1}{4}\pi (0.375 ext{ in.})^2} ag{ au_A} = 6790 ext{ psi}$$

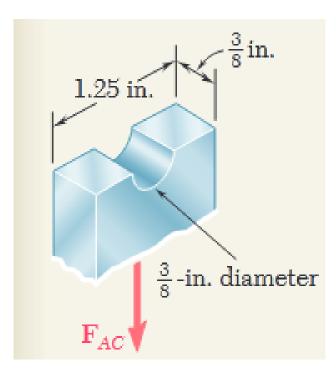


ب) تنش برشی در پین C با توجه به اینکه اتصال دوبل می باشد.

$$\tau_C = \frac{\frac{1}{2}F_{AC}}{A} = \frac{375 \text{ lb}}{\frac{1}{4}\pi (0.25 \text{ in.})^2}$$
 $\tau_C = 7640 \text{ psi}$

الف) تنش برشی در پین A

ج) بزرگترین تنش محوری در اتصال ABC بزرگترین تنش در کمترین سطح مقطع اتفاق می افتد. که این سطح مقطع در نقطه A است که سوراخی با قطر π/Λ اینچ وجود دارد.

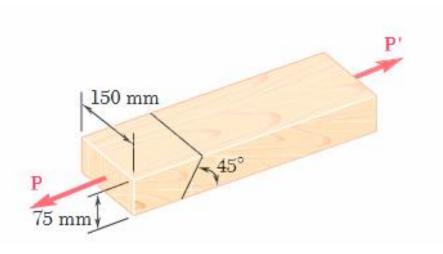


$$\sigma_A = \frac{F_{AC}}{A_{\text{net}}} = \frac{750 \text{ lb}}{(\frac{3}{8} \text{ in.})(1.25 \text{ in.} - 0.375 \text{ in.})} = \frac{750 \text{ lb}}{0.328 \text{ in}^2}$$
 $\sigma_A = 2290 \text{ psi}$

تمرین ۱:

قسمت د) و ه) مثال ۱ را بصورت تمرین حل نمایید.

دو قطعه چوبی از محل نشان داده شده با زاویه ۴۵ درجه به هم چسبانده شده اند، و تحت بار محوری ۱۲ کیلونیوتن قراردارند. تنش محوری و برشی را در این مقطع محاسبه نمایید.



هدف:

تعیین رفتار مواد تحت بار محوری کششی و بدست آوردن شاخص های مواد که به راحتی برای سایر انواع بار ها قابل انتقال هستند. روند آزمایش:

۱ – آماده سازی نمونه (پراب)

بخاطر تاثیر شکل نمونه بر نتایج آزمایشات فرم و ابعاد آن استاندارد می باشد:

-فرم (گرد و یا تخت)

- نسبت طول به قطر آن برای نمونه های کوتاه ۵ و برای نمونه های بلند ۱۰ می باشد.

- كلگى سيلندر ها (صاف يا رزوه اى)

- سطح روئين نمونه

۲ - نمونه را بطور آهسته و بدون برگشت تا مرحله شکست کشیده و روند نیرو و ازدیاد طول ثبت و رسم می گردد.

