ابوالفضل اسحاق — 99101105 — تمرین 3 تئوری FCV

1) external parameter ها به عنوان یک توصیف کامل از موقعیت و جهت در 3D، و internal parameter ها به عنوان scale factor و سایر پارامترهای تاثیرگذار بر projection از 3D به 2D تعریف می‌شوند.

بطور خاص internal parameters شامل:

Focal length (f): فاصلهٔ مرکز projection دوربین از image plane / optical axis

Principal point (C): مختصات principal point (نقطهٔ تقاطع خط گذرنده از مرکز lens و image plane) روی image plane

Pixel Size (s): سایز فیزیکی هر پیکسل روی image sensor

σ_x, σ_y : scale factors

skew factor (γ)

و external parameters شامل:

Rotation Matrix (R): توصیف rotation دوربین در دنیای واقعی

Translation Vector (t): 〃 translation 〃 〃 〃

می‌شوند.

همچنین اگر کسی مکان دوربین را عوض کند translation vector (t) که از پارامترهای خارجی است تغییر می‌کند و اگر کسی لنز دوربین را عوض کند focal length (f) (و حتی سایر پارامترهای داخلی) که از پارامترهای داخلی است تغییر می‌کند.

2) ما می‌دانیم:

$$X_{camera} = R X_{world} + t$$

که X_{camera} و X_{world} به ترتیب مختصات در سیستم دوربین و دنیا هستند؛ پس:

$$X_{camera} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.3 \\ 0.6 & 0.1 & 0.2 \\ 0.4 & 0.5 & 0.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 25 \\ 40 \\ 50 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 37.5 + 10 \\ 29 + 20 \\ 70 + 30 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 47.5 \\ 49 \\ 100 \end{bmatrix}}$$

$$R = R_x R_y R_z$$

بـــا می دانیم.

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.3 \\ 0.6 & 0.1 & 0.2 \\ 0.4 & 0.5 & 0.8 \end{bmatrix}$$

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \overset{\phi=\frac{\pi}{4}}{=\!=} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \overset{\theta=\frac{\pi}{4}}{=\!=} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

$$R_2 = R_y R_x R_1$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.1 & 0.5 & 0.8 \\ 0.6 & 0.1 & 0.2 \\ 0.4 & 0.5 & 0.8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.029 & 0.553 & 0.512 \\ 0.707 & 0.424 & 0.707 \\ -0.170 & -0.153 & 0.087 \end{bmatrix}$$

حال می‌توانیم از فرمول کلی مختصات در سیستم دوربین را بدست بیاوریم.

$$X_{camera} = R_2 X_{world} + t$$

$$= \begin{bmatrix} 94.033 + 10 \\ 140.007 + 20 \\ -12.033 + 30 \end{bmatrix} = \boxed{\begin{bmatrix} 104.033 \\ 160.007 \\ 17.966 \end{bmatrix}}$$

اردیبهشت
پنجشنبه ۲۵
Thursday
۱۳۹۳/۰۲/۲۵
۱۴۳۵ رجب ۱۵
15 May 2014

13) چه توانستیم بدون از دست دادن تعمیم پذیری کار projection را در مبدأ مختصات در نظر بگیریم تا در محاسبات کارها ساده‌تر شود؛ برای یک خط در مختصات 3D می‌توانیم بنویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} x = m_x z + b \\ y = m_y z + c \end{array}\right\} \text{I}$$

فرض کنید image plane تصویر صفحهٔ $z=f$ باشد؛ پس برای مختصات تصویر را بدون homogeneous کردن داریم:

$$\left.\begin{array}{l} x_{image} = \left(\frac{f}{z_0}\right) x_0 \\ y_{image} = \left(\frac{f}{z_0}\right) y_0 \end{array}\right\} \text{II}$$

که (x_0, y_0, z_0) مختصات (هر نقطه روی خط) یک نقطه قبل projection است.

$$\Rightarrow x_{image} \times \left(\frac{z_0}{f}\right) = x_0 \xrightarrow[\text{I}]{\text{چون روی خط است}} x_{image}\left(\frac{z_0}{f}\right) = m_x z_0 + b$$

$$\Rightarrow x_{image}\left(\frac{z_0}{f}\right) - m_x z_0 = b \quad \text{III}$$

به طریق مشابه:

$$y_{image}\left(\frac{z_0}{f}\right) - m_y z_0 = c \quad \text{IV}$$

از تقسیم دو تساوی III و IV داریم:

$$\frac{\text{III}}{\text{IV}} = \frac{x_{image}\left(\frac{z_0}{f}\right) - m_x z_0}{y_{image}\left(\frac{z_0}{f}\right) - m_y z_0} = \frac{b}{c}$$

وفات حضرت زینب (س) (۶۲ ه ق) - تغییر قبله مسلمانان از بیت المقدس به مکه معظمه (۲ ه ق) - روز بزرگداشت فردوسی

جمعه ۲۶
Friday
۱۳۹۳/۰۲/۲۶
۱۴۳۵ رجب ۱۶
16 May 2014

$$\Rightarrow x_{image} = \left[\frac{b}{c}\left[y_{image}\left(\frac{z_0}{f}\right) - m_y z_0\right] + m_x z_0\right]\left(\frac{f}{z_0}\right)$$

$$= \underbrace{\frac{b}{c}}_{m} y_{image} + \underbrace{f\left(m_x - \frac{b m_y}{c}\right)}_{b'}$$

$$\Rightarrow x_{image} = m\, y_{image} + b'$$

که تساوی بالا معادلهٔ یک خط است؛ پس اثبات کردیم که حاصل تصویر project کردن یک خط از 3D یک خط است.

زمین نیز مانند ما در جستجوی خوراک است و از این مردم می‌خورد و می‌آشامد. ابوالعلاء معری

گفتیم

۱۴ / با توجه به تغییری که در کوئز اعلام شد برای صورت سؤال جدید داریم :

Suppose we have the following essential matrix, compute all possible R, T.

$$E = H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

حل : می دانیم :

$$E = [t]_\times R$$

(برای توان گرفتن در تساوی SVD این ماتریس باید Transpose شود)

حال اگر از E، فاکتور SVD بگیریم :

$$E = U \Sigma V^T = [t]_\times R = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{U} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\Sigma} \underbrace{\begin{bmatrix} -0.707 & 0 & 0.707 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0.707 & 0 & 0.707 \end{bmatrix}}_{V^T}$$

برای راحتی محاسبات می توانیم فرض کنیم از صفحه‌ای بدون Rotation , translation (دوربین اول)

به صفحه‌ای با Rotation $= R$ و t (دوربین دوم) برویم یعنی ($P_1 = [I_{3\times 3} | 0] \to P_2 = [R | t]$)

(دوربین اول را فیکس می کنیم، به عنوان مبدا در نظر می گیریم.)

$$P_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = [R|t] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = t \to$$ t در صفحه دوربین دوم epipole است.

$\Rightarrow t^T E = 0 \to$ فضای پوچ چپ essential matrix در صفحه دوربین دوم epipole است. (I)

تجزیه SVD از E

$$\longrightarrow E = U \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} V^T, \quad U = [u_1, u_2, u_3]$$

ستون اول

با توجه به نتیجه (I)

$$\Rightarrow t = u_3 \text{ یا } -u_3 \qquad \to U = [u_1, u_2, t]$$

$$\Rightarrow E = U \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} V^T = [t]_\times R = U \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} U^T U Y V^T$$

می توانیم تساوی بالا را برقرار کنیم تا زمانی که Y را طوری انتخاب کنیم که :

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} Y$$

یعنی برای Y داریم:

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix} \quad \text{یا} \quad \begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

به این ترتیب $U^T U Y = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ -\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ خواهد شد و تساوی که برای

تجزیه SVD برقرار خواهد بود.

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

در نتیجه در کل داریم:

$$t = \begin{cases} u_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \text{یا} \\ -u_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \qquad R = UYV^T = \begin{cases} U \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix} V^T \\ \text{یا} \\ U \begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{2} \end{bmatrix} V^T \end{cases}$$

پس 4 صفحه برای صفحهٔ دوربین دوم می‌توانیم داشته باشیم با انتخاب هرکدام از $\{t\}$
و هرکدام از $\{R\}$.