

Tablókalkulus

ELTE

2020/2021 1.félév

A tablók módszere

A tablókalkulus módszeréhez kapcsolható szemantikus eldöntésprobléma a $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ formulahalmaz és egy B formula esetén a

(a) $\neg(A_1 \supset A_2 \supset \dots \supset A_{n-1} \supset A_n \supset B)$ formula,

(b) $\{A_1, A_2, \dots, A_n, \neg B\}$ formulahalmaz

kielégíthetlenségének vizsgálata.

Ítéletlogika - Jelölt tábló

Az ítéletlogikában tanult igazságértékelés függvényhez hasonlóan fogjuk a jelölt táblót is felépíteni ítéletlogikában.

Jelölt tábló

Egy C formula jelölt táblója egy olyan bináris fa, amelynek csúcsai jelölt formulák. A gyökérbe elhelyezzük a C jelölt formulát. Előállítjuk a C közvetlen táblóját, majd folytatjuk a "feldolgozást" a kapott táblók közvetlen kiterjesztésével, amíg van nem "feldolgozott" jelölt formula.

Közvetlen tablók jelölt formulákra

$$\begin{array}{c} T\neg A \\ | \\ FA \end{array}$$

$$\begin{array}{c} F\neg A \\ | \\ TA \end{array}$$

$$\begin{array}{c} TA \wedge B \\ | \\ TA \\ | \\ TB \end{array}$$

$$\begin{array}{c} FA \wedge B \\ \swarrow \searrow \\ FA \quad FB \end{array}$$

$$\begin{array}{c} TA \vee B \\ \swarrow \searrow \\ TA \quad TB \end{array}$$

$$\begin{array}{c} FA \vee B \\ | \\ FA \\ | \\ FB \end{array}$$

$$\begin{array}{c} TA \supset B \\ \swarrow \searrow \\ FA \quad TB \end{array}$$

$$\begin{array}{c} FA \supset B \\ | \\ TA \\ | \\ FB \end{array}$$

1. Helyes-e a következő szemantikus következmény?

$$\{(X \supset Y) \wedge (X \supset Z), X\} \models_0 (Y \wedge Z)$$

Ítéletlogika - Feladatok

1. Helyes-e a következő szemantikus következmény?

$$\{(X \supset Y) \wedge (X \supset Z), X\} \models_0 (Y \wedge Z)$$

Induljunk ki a dedukciós tétel használatával:

Ítéletlogika - Feladatok

1. Helyes-e a következő szemantikus következmény?

$$\{(X \supset Y) \wedge (X \supset Z), X\} \models_0 (Y \wedge Z)$$

Induljunk ki a dedukciós tétel használatával:

Tautológia-e a következő formula?

Ítéletlogika - Feladatok

1. Helyes-e a következő szemantikus következmény?

$$\{(X \supset Y) \wedge (X \supset Z), X\} \models_0 (Y \wedge Z)$$

Induljunk ki a dedukciós tétel használatával:

Tautológia-e a következő formula?

$$((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \supset (X \supset (Y \wedge Z))$$

Vagyis létezik-e zárt tabló a formulához, van-e a formulának tablócafolata?

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \supset (X \supset (Y \wedge Z)) \quad (1)$$

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \supset (X \supset (Y \wedge Z)) \quad (1)$$

$$\quad \quad \quad |$$
$$T((X \supset Y) \wedge (X \supset Z))$$

$$\quad \quad \quad |$$
$$F(X \supset (Y \wedge Z))$$

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \supset (X \supset (Y \wedge Z)) \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ T((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(X \supset (Y \wedge Z)) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Y) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Z) \end{array}$$

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \supset (X \supset (Y \wedge Z)) \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ T((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(X \supset (Y \wedge Z)) \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Y) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Z) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{TX} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(Y \wedge Z) \end{array}$$

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \supset (X \supset (Y \wedge Z)) \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ T((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(X \supset (Y \wedge Z)) \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Y) \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Z) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{TX} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(Y \wedge Z) \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ \underline{FX} & \underline{TY} \end{array}$$

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \supset (X \supset (Y \wedge Z)) \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ T((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(X \supset (Y \wedge Z)) \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Y) \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Z) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{TX} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(Y \wedge Z) \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ \underline{FX} \not\vdash & \underline{TY} \end{array}$$

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \supset (X \supset (Y \wedge Z)) \quad (1)$$

$$T((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \quad (2)$$

$$F(X \supset (Y \wedge Z)) \quad (3)$$

$$T(X \supset Y) \quad (4)$$

$$T(X \supset Z)$$

$$\underline{TX}$$

$$F(Y \wedge Z) \quad (5)$$

$$\underline{FX} \downarrow$$

$$\underline{TY}$$

$$\underline{FY}$$

$$\underline{FZ}$$

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \supset (X \supset (Y \wedge Z)) \quad (1)$$

$$T((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \quad (2)$$

$$F(X \supset (Y \wedge Z)) \quad (3)$$

$$T(X \supset Y) \quad (4)$$

$$T(X \supset Z)$$

$$\underline{TX}$$

$$F(Y \wedge Z) \quad (5)$$

$$\underline{FX} \downarrow$$

$$\underline{TY}$$

$$\underline{FY} \downarrow$$

$$\underline{FZ}$$

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \supset (X \supset (Y \wedge Z)) \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ T((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(X \supset (Y \wedge Z)) \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Y) \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Z) \quad (6) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{TX} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(Y \wedge Z) \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \\ \underline{FX} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \searrow \\ \underline{TY} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \\ \underline{FY} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \searrow \\ \underline{FZ} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \\ \underline{FX} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \searrow \\ \underline{TZ} \end{array}$$

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \supset (X \supset (Y \wedge Z)) \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ T((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(X \supset (Y \wedge Z)) \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Y) \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Z) \quad (6) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{TX} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(Y \wedge Z) \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \\ \underline{FX} \downarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \searrow \\ \underline{TY} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \\ \underline{FY} \downarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \searrow \\ \underline{FZ} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \\ \underline{FX} \downarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \searrow \\ \underline{TZ} \downarrow \end{array}$$

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \supset (X \supset (Y \wedge Z)) \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ T((X \supset Y) \wedge (X \supset Z)) \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(X \supset (Y \wedge Z)) \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Y) \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \supset Z) \quad (6) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{TX} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(Y \wedge Z) \quad (5) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \\ \underline{FX} \downarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \searrow \\ \underline{TY} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \\ \underline{FY} \downarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \searrow \\ \underline{FZ} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \\ \underline{FX} \downarrow \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \searrow \\ \underline{TZ} \downarrow \end{array}$$

Mivel a tabló zárt, így a negált formula kielégíthetetlen, az eredeti implikációs lánc tautológia és a szemantikus következmény teljesül.

2. Tautológia-e a következő formula?

$$(\neg X \vee \neg Y) \supset \neg(X \wedge Y)$$

Vagyis létezik-e zárt tabló a formulához, van-e a formulának tablócafolata?

$$F((\neg X \vee \neg Y) \supset \neg(X \wedge Y)) \quad (1)$$

$$\quad \quad \quad |$$
$$T(\neg X \vee \neg Y)$$

$$\quad \quad \quad |$$
$$F(\neg(X \wedge Y))$$

$$F((\neg X \vee \neg Y) \supset \neg(X \wedge Y)) \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(\neg X \vee \neg Y) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(\neg(X \wedge Y)) \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \wedge Y) \end{array}$$

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((\neg X \vee \neg Y) \supset \neg(X \wedge Y)) \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(\neg X \vee \neg Y) \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(\neg(X \wedge Y)) \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \wedge Y) \quad (3) \end{array}$$

$$\underline{TX}$$
$$\underline{TY}$$
$$\begin{array}{cc} T\neg X & T\neg Y \end{array}$$

Ítéletlogika - Feladatok

$$F((\neg X \vee \neg Y) \supset \neg(X \wedge Y)) \quad (1)$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(\neg X \vee \neg Y) \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ F(\neg(X \wedge Y)) \quad (2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ T(X \wedge Y) \quad (3) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{TX} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{TY} \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} \swarrow & \searrow \\ T\neg X \quad (5) & T\neg Y \quad (6) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{FX} \text{↯} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} | \\ \underline{FY} \text{↯} \end{array}$$