

8. feladatsor: Összetett leszámhlási feladatok

1. feladat

A 2, 3, 4, 5, 7 számjegyek egyszeri felhasználásával képezzünk ötjegyű számokat.

- (a) Hány számot képezhetünk?
- (b) Hány páros van közöttük?
- (c) Hány olyan van, amely osztható négygyel?

2. feladat

Hány 5-tel osztható hatjegyű szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4, 5 számokból, ha minden számjegy csak egyszer szerepelhet?

3. feladat

Egy tíztagú társaság tagjai között 4 különböző könyvet sorsolnak ki úgy, hogy egy-egy személy csak egy könyvet nyerhet. Hányféleképpen végződhet a sorsolás?

4. feladat

Egy műhelyben egy műszak alatt elkészített 500 db zár 4%-a selejtes. Hányféleképpen lehet kiválasztani 10 zárat úgy, hogy a kiválasztottak közül

- (a) pontosan 5 selejtes legyen
- (b) legalább 2 selejtes legyen

5. feladat

Egy 32 létszámú osztály, amelynek Nagy Pál is tagja, diákbizottságot választ. A bizottság összetétele: 1 titkár és 4 bizottsági tag. Hány olyan eset lehetséges, amikor Nagy Pál

- (a) titkára a bizottságnak
- (b) nem titkárként tagja a bizottságnak
- (c) szerepel a bizottságban

6. feladat

Három kocsiból álló villamosra 9 ember száll fel úgy, hogy minden kocsira 3 ember jut. Hányféleképpen történhet ez?

7. feladat

Egy 32 lapos magyarkártya-csomagból egyszerre kiveszünk 5 lapot. Hány olyan húzás lehetséges, ahol a kihúzott lapok között

- (a) csak piros fordul elő
- (b) pontosan 1 piros van
- (c) van piros
- (d) 2 piros és 3 zöld van
- (e) minden szín előfordul
- (f) pontosan 1 ász és 4 piros található
- (g) mind ász vagy piros

8. feladat

Egy összejöveten 9 férfi és 12 nő vesz részt. Hányféleképpen táncolhat 7 pár?

9. feladat

Hányféleképpen lehet 24 egyforma golyót 8 különböző dobozba szétosztani úgy, hogy

- (a) a dobozokba akár 0 golyó is kerülhet
- (b) minden dobozban legyen legalább 1 golyó
- (c) minden dobozban legyen legalább 2 golyó

10. feladat

Egy bolha ugrál a számegyenesen, minden ugrásnál 1 egységet lép a pozitív vagy a negatív irányba. Hányféleképpen juthat el a 0-ból 10-be pontosan 18 ugrással?

11. feladat

Egy buszjegyen 9 számjegy található, amelyek közül érvényesítéskor 3-at vagy 4-et lyukasztunk ki. Hányféle lyukkombináció lehetséges?

12. feladat

Adott a síkon két egyenes, az egyik 5, a másik 7 pont. Hány olyan háromszög van, amelyek csúcsai az adott pontok közül valók?

13. feladat

- (a) Mennyi az 1, 2, 3 számjegyek permutációjával képezhető háromjegyű számok összege?
- (b) Mennyi az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyek felhasználásával képezhető hatjegyű számok összege?

14. feladat

Egy dobókockával háromszor dobunk egymás után. Hány dobássorozat fordulhat elő, amelyben a 6-os dobás is szerepel?

15. feladat

Az 52-lapos francia kártyában 4 ász és 4 király van. Szétosztjuk a lapokat úgy, hogy 4 játékosnak 13-13 lapot adunk. Hányféle olyan szétosztás lehetséges, melyek során a 4 játékos mindegyikének 1-1 ász és 1-1 király jut, ha a játékosok sorrendjét megkülönböztetjük?

16. feladat

Hányféleképpen lehet 100 rekeszben 30 golyót elhelyezni, ha minden rekeszben vagy pontosan 6 golyó van, vagy egy sem, és

- (a) a golyók egyformák
- (b) a golyók különbözőek és minden rekeszben figyelembe vesszük a golyók sorrendjét is
- (c) a golyók különbözőek de nem vesszük figyelembe a golyók sorrendjét a rekeszeken belül

17. feladat

Oldja meg a $\{0, 1, 2, \dots, 23\}$ halmazon a $0, 7 \cdot \binom{25}{x} = \binom{23}{x}$ egyenletet.

18. feladat

Legyen $n, k \in \mathbb{N}$. Igazolja a következő azonosságokat:

$$(a) \quad \binom{n+1}{k} = \binom{n}{k-1} + \binom{n}{k}; \quad (b) \quad k \cdot \binom{n}{k} = n \cdot \binom{n-1}{k-1}$$