Rezolúció elsőrendben

Gyakorlat

Logika

2021/2022 1. félév

Alapok

Literál: egy atomi formula, vagy annak a negáltja pl.:
$P(x), \neg P(x), \neg P(f(g(h(x,a),b)))$
Prenex formula: Kvantált formula, ahol a kvantorok a formula elejébe vannak tömörítve. pl.: $\forall x \exists y \forall z (P(x) \wedge Q(x,y) \vee R(z))$
Skolem formula: Olyan Prenex formula, amiben csak univerzális kvantor van. pl.: $\forall x \forall y \forall z (P(x) \wedge Q(x,y) \vee R(z))$
Elsőrendű klóz: Olyan zárt Skolem formula, aminek a magja literálok diszjunkciós lánca. pl.: $\forall x \forall y \forall z (P(x) \vee \neg Q(x,y) \vee \neg R(z))$

Rezolúció elsőrendben

Adott a következő két elsőrendű klóz:

$P(x) \vee Q(x, y)$ és $\neg P(g(h(z)))$

Hogyan rezolváljunk?

1.	$P(x) \vee Q(x, y)$	
2.	$\neg P(g(h(z)))$	
3.	?	[res(1,2)]

A komplemens literálpár alapjait egymáshoz kell illeszteni, hogy rezolválni tudjuk őket.

Elsőrendű rezolúció - 1. példa

Legáltalánosabb illesztési algoritmus

$K = \{\neg P(g(x,y)), Q(g(z,z),\bar{a}) \vee P(z), \neg Q(g(v,g(\bar{a},\bar{b})),w)\}$

1.	$\neg P(g(x,y))$	$[\in K]$	
2.	$Q(g(z,z),\bar{a}) \vee P(z)$	$[\in K]$	
3.	$Q(g(g(x,y),g(x,y)),\bar{a})$	$[res(1,2)]$	$(z\|\|g(x,y))$

$k = 0$	$W_0 = \{P(g(x,y)), P(z)\}$
$D_0 = \{g(x,y), z\}$	$\sigma_0 = (z\|\|g(x,y))$
$k = 1$	$W_1 = \{P(g(x,y)), P(g(x,y))\}$
kész:	$\sigma = (z\|\|g(x,y))$

Elsőrendű rezolúció - 1. példa

Legáltalánosabb illesztési algoritmus

$K = \{\neg P(g(x,y)), Q(g(z,z),\bar{a}) \vee P(z), \neg Q(g(v, g(\bar{a},\bar{b})), w)\}$

1.	$\neg P(g(x,y))$	$[\in K]$	
2.	$Q(g(z,z),\bar{a}) \vee P(z)$	$[\in K]$	
3.	$Q(g(g(x,y),g(x,y)),\bar{a})$	$[res(1,2)]$	$(z\|\|g(x,y))$
4.	$\neg Q(g(v,g(\bar{a},\bar{b})),w)$	$[\in K]$	
5.	$\square$	$[res(3,4)]$	$(v\|\|g(x,y))\ (x\|\|\bar{a})\ ((y\|\|\bar{b})\ (w\|\|\bar{a}))$

$k=0$	$W_0 = \{Q(g(g(x,y),g(x,y)),\bar{a}), Q(g(v,g(\bar{a},\bar{b})),w)\}$
$D_0 = \{g(x,y), v\}$	$\sigma_0 = (v\|\|g(x,y))$
$k=1$	$W_1 = \{Q(g(g(x,y),g(x,y)),\bar{a}), Q(g(g(x,y),g(\bar{a},\bar{b})),w)\}$
$D_1 = \{x, \bar{a}\}$	$\sigma_1 = (x\|\|\bar{a})$
$k=2$	$W_2 = \{Q(g(g(\bar{a},y),g(\bar{a},y)),\bar{a}), Q(g(g(\bar{a},y),g(\bar{a},\bar{b})),w)\}$
$D_2 = \{y, \bar{b}\}$	$\sigma_2 = (y\|\|\bar{b})$
$k=3$	$W_3 = \{Q(g(g(\bar{a},\bar{b}),g(\bar{a},\bar{b})),\bar{a}), Q(g(g(\bar{a},\bar{b}),g(\bar{a},\bar{b})),w)\}$
$D_3 = \{\bar{a}, w\}$	$\sigma_3 = (w\|\|\bar{a})$
$k=4$	$W_4 = \{Q(g(g(\bar{a},\bar{b}),g(\bar{a},\bar{b})),\bar{a}), Q(g(g(\bar{a},\bar{b}),g(\bar{a},\bar{b})),\bar{a})\}$
kész	$\sigma = (v\|\|g(x,y))(x\|\|\bar{a})(y\|\|\bar{b})(w\|\|\bar{a})$

Elsőrendű rezolúció 2. példa

Készítsünk egy elsőrendű rezolúciós levezetést a következő klózhalmazhoz:

$$K = \{Q(v) \vee P(z, f(\bar{a})), \neg Q(x), \neg P(f(\bar{a}), f(w)) \vee \neg P(y, y)\}$$

1.	$Q(v) \vee P(z, f(\bar{a}))$	$[\in K]$	
2.	$\neg Q(x)$	$[\in K]$	
3.	$P(z, f(\bar{a}))$	$[(res(1,2)]$	$(x \parallel v)$
4.	$\neg P(f(\bar{a}), f(w)) \vee \neg P(y, y)$	$[\in K]$	
5.	$\Box$	$[res(3,4)]$	$4.faktora : (y \parallel f(\bar{a}))(w \parallel \bar{a})$ $(z \parallel f(\bar{a}))$

Klóz faktor:

$k = 0$	$W_0 = \{P(f(\bar{a}), f(w)), P(y, y)\}$
$D_0 = \{f(\bar{a}), y\}$	$\sigma_0 = (y \parallel f(\bar{a}))$
$k = 1$	$W_1 = \{P(f(\bar{a}), f(w)), P(f(\bar{a}), f(\bar{a}))\}$
$D_1 = \{w, \bar{a}\}$	$\sigma_1 = (w \parallel \bar{a})$
$k = 2$	$W_2 = \{P(f(\bar{a}), f(\bar{a})), P(f(\bar{a}), f(\bar{a}))\}$
kész	$\sigma = (y \parallel f(\bar{a}))\ (w \parallel \bar{a})$

Vizsgálat rezolúcióval:

1. Kérdés *kielégíthetetlenség* vizsgálatává alakítása:
   - $\{F_1, ..., F_n\} \models G \Rightarrow \{F_1, ..., F_n, \neg G\}$ kielégíthetetlen?
   - F logikai törvény $\Rightarrow \neg F$ kielégíthetetlen?
2. Klózhalmaz készítése
   - Implikáció átírása: $A \supset B = \neg A \vee B$
   - Negálás bevitele atomi formuláig:
     - $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$
     - $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$
     - $\neg\neg A = A$
     - $\neg\forall x A = \exists x \neg A$
     - $\neg\exists x A = \forall x \neg A$
   - Prenex formula előállítása - kvantorkiemelési szabályok
   - Skolem formula előállítása - skolemizálás, egzisztenciális kvantor elhagyása.
   - Elsőrendű klózok előállítása - plusz átalakítások, $A \wedge B \rightarrow \{A, B\}$

Vizsgálat rezolúcióval:

1. Kérdés *kielégíthetetlenség* vizsgálatává alakítása:
   - $\{F_1, \dots, F_n\} \models G \Rightarrow \{F_1, \dots, F_n, \neg G\}$ kielégíthetetlen?
   - F tautológia $\Rightarrow \neg F$ kielégíthetetlen?

2. Klózhalmaz készítése
   - Implikáció átírása: $A \supset B = \neg A \vee B$
   - Negálás bevitele atomi formuláig
   - Prenex formula előállítása $(Q \in \{\forall, \exists\}, \circ \in \{\wedge, \vee\})$
     - ★ $QxA[x] \circ B = Qx(A[x] \circ B)$
       pl.: $\forall x P(x) \wedge Q(y, a) = \forall x(P(x) \wedge Q(y, a))$
     - ★ $\forall x A[x] \wedge \forall x B[x] = \forall x(A[x] \wedge B[x])$
       pl.: $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x, x) = \forall x(P(x) \wedge Q(x, x))$
     - ★ $\exists x A[x] \vee \exists x B[x] = \exists x(A[x] \vee B[x])$
       pl.: $\exists x P(x) \vee \exists x Q(x, x) = \exists x(P(x) \vee Q(x, x))$
     - ★ $Q_1 x A[x] \circ Q_2 x B[x] = Q_1 x Q_2 y(A[x] \circ B[x \| y])$
       pl.: $\forall x P(x) \vee \exists x Q(x, x) = \forall x \exists y(P(x) \vee Q(y, y))$
   - Skolem formula előállítása - skolemizálás, egzisztenciális kvantor elhagyása.
   - Elsőrendű klózok előállítása - plusz átalakítások, $A \wedge B \rightarrow \{A, B\}$

Vizsgálat rezolúcióval:

1. Kérdés *kielégíthetetlenség* vizsgálatává alakítása:
   - $\{F_1, ..., F_n\} \models G \Rightarrow \{F_1, ..., F_n, \neg G\}$ kielégíthetetlen?
   - F tautológia $\Rightarrow \neg F$ kielégíthetetlen?
2. Klózhalmaz készítése
   - Implikáció átírása: $A \supset B = \neg A \vee B$
   - Negálás bevitele atomi formuláig
   - Prenex formula előállítása - kvantorkiemelési szabályok
   - Skolem formula előállítása példákkal: (új konstans/függvény bevezetése!)
     - $\exists x P(x) \Rightarrow P(\bar{a})$
     - $\exists x \forall y Q(x, y) \Rightarrow \forall y Q(\bar{a}, y)$
     - $\forall x \exists y Q(x, y) \Rightarrow \forall x Q(x, f(x))$
     - $\forall x \exists y \forall z R(x, y, z) \Rightarrow \forall x \forall z R(x, f(x), z)$
     - $\exists x \exists y \forall z R(x, y, z) \Rightarrow \forall z R(\bar{a}, \bar{b}, z)$
     - $\forall x \forall y \exists z R(x, y, z) \Rightarrow \forall x \forall y R(x, y, g(x, y))$
     - $\exists x \forall y \exists z R(x, y, z) \Rightarrow \forall y R(\bar{a}, y, g(y))$
   - Elsőrendű klózok előállítása - plusz átalakítások, $A \wedge B \rightarrow \{A, B\}$

Vizsgálat rezolúcióval:

1. Kérdés *kielégíthetetlenség* vizsgálatává alakítása:
   - $\{F_1, ..., F_n\} \models G \Rightarrow \{F_1, ..., F_n, \neg G\}$ kielégíthetetlen?
   - F tautológia $\Rightarrow \neg F$ kielégíthetetlen?
2. Klózhalmaz készítése
   - Implikáció átírása: $A \supset B = \neg A \vee B$
   - Negálás bevitele atomi formuláig
   - Prenex formula előállítása - kvantorkiemelési szabályok
   - Skolem formula előállítása - skolemizálás, egzisztenciális kvantor elhagyása.
   - Elsőrendű klózok előállítása
     - $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
     - $A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$
     - KNF alak után: $A \wedge B \rightarrow \{A, B\}$

Elsőrendű rezolúció 3. példa

Bizonyítsuk elsőrendű rezolúcióval, hogy a következő szemantikus következmény teljesül:
$\{\exists x(\forall z\forall v(\neg Q(v) \supset \neg P(z,x)) \wedge \forall v P(x,v))\} \models \exists x Q(x) \wedge \exists x P(x,x)$

Alakítsuk kielégíthetetlenség vizsgálattá visszakövetkeztetéssel:
$\{\exists x(\forall z\forall v(\neg Q(v) \supset \neg P(z,x)) \wedge \forall v P(x,v)), \neg(\exists x Q(x) \wedge \exists x P(x,x))\}$

Készítsünk változóiban tiszta klózhalmazt:

$\exists x(\forall z\forall v(\neg Q(v) \supset \neg P(z,x)) \wedge \forall v P(x,v)) =$ (implikáció átírása)
$\exists x(\forall z\forall v(\neg\neg Q(v) \vee \neg P(z,x)) \wedge \forall v P(x,v)) =$ (negáció bevitele)
$\exists x(\forall z\forall v(Q(v) \vee \neg P(z,x)) \wedge \forall v P(x,v)) =$ (kvantor hatókörének kiterjesztése)
$\exists x\forall z(\forall v(Q(v) \vee \neg P(z,x)) \wedge \forall v P(x,v)) =$ (kvantor kiemelése)
$\exists x\forall z\forall v((Q(v) \vee \neg P(z,x)) \wedge P(x,v)) \Rightarrow$ ($\exists$ eliminálása)
$\forall z\forall v((Q(v) \vee \neg P(z,\bar{a})) \wedge P(\bar{a},v)) =$ (KNF alakra hozás)
$\forall z\forall v(Q(v) \vee \neg P(z,\bar{a})) \wedge \forall v P(\bar{a},v) =$ (változóiban tiszta KNF)
$\forall z\forall v(Q(v) \vee \neg P(z,\bar{a})) \wedge \forall w P(\bar{a},w)$

$K = \{Q(v) \vee \neg P(z,\bar{a}), P(\bar{a},w), \ldots\}$

Elsőrendű alaprezolúció 3. példa

$\{\exists x(\forall z \forall v(\neg Q(v) \supset \neg P(z,x)) \wedge \forall v P(x,v)), \neg(\exists x Q(x) \wedge \exists x P(x,x))\}$
kielégíthetetlen?

$\neg(\exists x Q(x) \wedge \exists x P(x,x)) =$ (negáció bevitele)
$\neg\exists x Q(x) \vee \neg\exists x P(x,x) =$ (negáció bevitele)
$\forall x \neg Q(x) \vee \forall x \neg P(x,x) =$ (kvantorok kiemelése)
$\forall x \forall y(\neg Q(x) \vee \neg P(y,y))$

$K = \{Q(v) \vee \neg P(z,\bar{a}), P(\bar{a},w), \neg Q(x) \vee \neg P(y,y)\}$

Elsőrendű rezolúció 3. példa

$$K = \{Q(v) \vee \neg P(z, \bar{a}), P(\bar{a}, w), \neg Q(x) \vee \neg P(y, y)\}$$

Rezolúciós levezetés:

1.	$Q(v) \vee \neg P(z, \bar{a})$	$[\in K]$	
2.	$\neg Q(x) \vee \neg P(y, y)$	$[\in K]$	
3.	$\neg P(z, \bar{a}) \vee \neg P(y, y)$	$[res(1, 2)]$	$(v \vert\vert x)$
4.	$P(\bar{a}, w)$	$[\in K]$	
5.	$\square$	$[res(3, 4)]$	3. faktora: $(z \parallel y)(y \parallel \bar{a})$ rezolválás: $(w \vert\vert \bar{a})$

Sikerült levezetni az üres klózt $\rightarrow$
a klózhalmaz kielégíthetetlen $\rightarrow$
a szemantikus következmény teljesül.

Elsőrendű rezolúció 4. példa

Bizonyítsuk elsőrendű rezolúcióval, hogy a következő szemantikus következmény teljesül:
$\{\neg\exists x(\exists y P(x,y) \supset \forall y \exists z \neg Q(y,z))\} \models \exists x \exists y (P(x,y) \wedge Q(x,y))$

Alakítsuk kielégíthetetlenség vizsgálattá visszakövetkeztetéssel:
$\{\ \underline{\neg\exists x(\exists y P(x,y) \supset \forall y \exists z \neg Q(y,z)),}\ \neg\exists x \exists y (P(x,y) \wedge Q(x,y))\ \}$

Készítsünk változóiban tiszta klózhalmazt:

$\neg\exists x(\exists y P(x,y) \supset \forall y \exists z \neg Q(y,z)) =$ (implikáció átírása)
$\neg\exists x(\neg\exists y P(x,y) \vee \forall y \exists z \neg Q(y,z)) =$ (negáció bevitel)
$\forall x \neg(\neg\exists y P(x,y) \vee \forall y \exists z \neg Q(y,z)) =$ (negáció bevitel)
$\forall x(\neg\neg\exists y P(x,y) \wedge \neg\forall y \exists z \neg Q(y,z)) =$ (negáció bevitel)
$\forall x(\exists y P(x,y) \wedge \exists y \forall z \neg\neg Q(y,z)) =$ (negáció bevitel)
$\forall x(\exists y P(x,y) \wedge \exists y \forall z Q(y,z)) =$ (kvantor kiemelés)
$\forall x \exists y_1 \exists y_2 \forall z (P(x,y_1) \wedge Q(y_2,z)) \Rightarrow$ ($\exists$ eliminálása)
$\forall x \forall z (P(x,f(x)) \wedge Q(g(x),z)) =$ (KNF alakra hozás)
$\forall x P(x,f(x)) \wedge \forall y \forall z Q(g(y),z)$

$K = \{P(x,f(x)), Q(g(y),z), ...\}$

Elsőrendű rezolúció 4. példa

Bizonyítsuk elsőrendű rezolúcióval, hogy a következő szemantikus következmény teljesül:
$\{\neg\exists x(\exists y P(x,y) \supset \forall y \exists z \neg Q(y,z))\} \models \exists x \exists y (P(x,y) \wedge Q(x,y))$

Alakítsuk kielégíthetetlenség vizsgálattá visszakövetkeztetéssel:
$\{\neg\exists x(\exists y P(x,y) \supset \forall y \exists z \neg Q(y,z)), \underline{\neg\exists x \exists y (P(x,y) \wedge Q(x,y))}\ \}$

Készítsünk változóiban tiszta klózhalmazt:

$\neg\exists x \exists y (P(x,y) \wedge Q(x,y)) =$ (negáció bevitel)
$\forall x \neg\exists y (P(x,y) \wedge Q(x,y)) =$ (negáció bevitel)
$\forall x \forall y \neg(P(x,y) \wedge Q(x,y)) =$ (negáció bevitel)
$\forall x \forall y (\neg P(x,y) \vee \neg Q(x,y)) =$ (változóiban tisztává alakítás)
$\forall v \forall w (\neg P(v,w) \vee \neg Q(v,w)) =$ (változóiban tisztává alakítás)

$K = \{P(x, f(x)), Q(g(y), z), \neg P(v,w) \vee \neg Q(v,w)\ \}$

Elsőrendű rezolúciós 4. példa

$$K = \{P(x, f(x)), Q(g(y), z), \neg P(v, w) \vee \neg Q(v, w)\}$$

Rezolúciós levezetés:

1. $P(x, f(x))$ $[\in K]$
2. $Q(g(y), z)$ $[\in K]$
3. $\neg P(v, w) \vee \neg Q(v, w)$ $[\in K]$
4. $\neg Q(v, f(v))$ $[res(1, 3)]$ $(x||v)(w||f(v))$
5. $\square$ $[res(2, 4)]$ $(v||g(y)), (z||f(g(y)))$

Elsőrendű rezolúció 5. példa

Bizonyítsuk elsőrendű rezolúcióval, hogy a következő szemantikus következmény teljesül:
$\{\forall x\exists y\forall z(\neg P(x,z) \supset \neg Q(y,g(z)), \forall x\forall y(P(g(x),y) \supset (\neg R(x) \supset \neg S(y)))\} \models$
$(\exists x\neg R(x) \wedge \exists y S(y)) \supset \exists v\exists w\neg Q(v,w)$

Alakítsuk kielégíthetetlenség vizsgálattá visszakövetkeztetéssel:
$\{\forall x\exists y\forall z(\neg P(x,z) \supset \neg Q(y,g(z)), \forall x\forall y(P(g(x),y) \supset (\neg R(x) \supset \neg S(y))),$
$\neg((\exists x R(x) \wedge \exists y S(y)) \supset \exists v\exists w\neg Q(v,w))\}$

Készítsünk változóiban tiszta klózhalmazt:

$\forall x\exists y\forall z(\neg P(x,z) \supset \neg Q(y,g(z)) =$ (implikáció alakítása)
$\forall x\exists y\forall z(\neg\neg P(x,z) \vee \neg Q(y,g(z)) =$ (negáció bevitele)
$\forall x\exists y\forall z(P(x,z) \vee \neg Q(y,g(z)) \Rightarrow$ ($\exists$ eliminálás)
$\forall x\forall z(P(x,z) \vee \neg Q(f(x),g(z))$

$K = \{\ P(x,z) \vee \neg Q(f(x),g(z)), \ldots\ \}$

Elsőrendű rezolúció 5. példa

Alakítsuk klózhalmazzá:
$\{\forall x \exists y \forall z(\neg P(x,z) \supset \neg Q(y,g(z)), \underline{\forall x \forall y(P(g(x),y) \supset (\neg R(x) \supset \neg S(y)))},$
$\neg((\exists x \neg R(x) \wedge \exists y S(y)) \supset \exists v \exists w \neg Q(v,w))\}$

Készítsünk változóiban tiszta klózhalmazt:

$\forall x \forall y(P(g(x),y) \supset (\neg R(x) \supset \neg S(y))) =$ (implikáció alakítása)
$\forall x \forall y(\neg P(g(x),y) \vee (\neg\neg R(x) \vee \neg S(y))) =$ (negáció bevitele)
$\forall x \forall y(\neg P(g(x),y) \vee R(x) \vee \neg S(y)) =$ (változóiban tisztává alakítás)
$\forall y \forall u(\neg P(g(y),u) \vee R(y) \vee \neg S(u))$

$K = \{\ P(x,z) \vee \neg Q(f(x),g(z)),\ \neg P(g(y),u) \vee R(y) \vee \neg S(u), \ldots\ \}$

Elsőrendű rezolúció 5. példa

Alakítsuk klózhalmazzá:
$\{\forall x \exists y \forall z(\neg P(x,z) \supset \neg Q(y,g(z)), \forall x \forall y(P(g(x),y) \supset (\neg R(x) \supset \neg S(y))), \underline{\neg((\exists x \neg R(x) \wedge \exists y S(y)) \supset \exists v \exists w \neg Q(v,w))}\}$

Készítsünk változóiban tiszta klózhalmazt:

$\neg((\exists x \neg R(x) \wedge \exists y S(y)) \supset \exists v \exists w \neg Q(v,w)) =$ (implikáció alakítása)
$\neg(\neg(\exists x \neg R(x) \wedge \exists y S(y)) \vee \exists v \exists w \neg Q(v,w)) =$ (negáció bevitele)
$\neg\neg(\exists x \neg R(x) \wedge \exists y S(y)) \wedge \neg \exists v \exists w \neg Q(v,w) =$ (negáció bevitele)
$(\exists x \neg R(x) \wedge \exists y S(y)) \wedge \forall v \forall w \neg\neg Q(v,w) =$ (negáció bevitele)
$(\exists x \neg R(x) \wedge \exists y S(y)) \wedge \forall v \forall w Q(v,w) =$ (kvantor kiemelés)
$\exists x \exists y \forall v \forall w(\neg R(x) \wedge S(y) \wedge Q(v,w)) \Rightarrow$ ($\exists$ eliminálása)
$\forall v \forall w(\neg R(\bar{a}) \wedge S(\bar{b}) \wedge Q(v,w)) =$ (KNF-re hozás)
$\neg R(\bar{a}) \wedge S(\bar{b}) \wedge \forall v \forall w Q(v,w)$

$K = \{P(x,z) \vee \neg Q(f(x),g(z)), \neg P(g(y),u) \vee R(y) \vee \neg S(u),$
$\neg R(\bar{a}), S(\bar{b}), Q(v,w)\}$
Levezetés következő órán!

Elsőrendű rezolúció 6. példa

$K = \{P(x,z) \vee \neg Q(f(x), g(z)), \neg P(g(y), u) \vee$
$R(f(u)), \neg S(t), \neg R(s), S(\bar{b}) \vee P(w, \bar{b}) \vee Q(v, w)\}$

1.	$P(x,z) \vee \neg Q(f(x), g(z))$	$[\in K]$	
2.	$S(\bar{b}) \vee P(w, \bar{b}) \vee Q(v, w)$	$[\in K]$	
3.	$P(x,z) \vee S(\bar{b}) \vee P(g(z), \bar{b})$	$[res(1,2)]$	$(v \parallel f(x))(w \parallel g(z))$
4.	$\neg S(t)$	$[\in K]$	
5.	$P(x,z) \vee P(g(z), \bar{b})$	$[res(3,4)]$	$(t \parallel \bar{b})$
6.	$\neg P(g(y), u) \vee R(f(u))$	$[\in K]$	
7.	$R(f(\bar{b}))$	$[res(5,6)]$	5. faktor: $((x \parallel g(z))(z \parallel \bar{b})$ $(y \parallel \bar{b})(u \parallel \bar{b})$
8.	$\neg R(s)$	$[\in K]$	
9.	$\square$	$[res(7,8)]$	$(s \parallel f(\bar{b}))$

Elsőrendű rezolúció 7. példa - nem illeszthető esetek

Készítsünk egy elsőrendű rezolúciós levezetést a következő klózhalmazhoz:

$K1 = \{Q(f(\bar{b})) \vee \neg P(z, g(\bar{a}, z)), P(y, y), \neg Q(x)\}$

1.	$Q(f(\bar{b})) \vee \neg P(z, g(\bar{a}, z))$	$[\in K1]$	
2.	$\neg Q(x)$	$[\in K1]$	
3.	$\neg P(z, g(\bar{a}, z))$	$[res(1,2)]$	$(x \parallel f(\bar{b}))$
4.	$P(y, y)$	$[\in K1]$	
5.	nincs	$[res(3,4)]$	$(y \parallel z)$ (nem lehet illeszteni)

$K2 = \{P(g(z)) \vee Q(\bar{a}), \neg P(f(g(x))), \neg Q(\bar{b}), \neg Q(f(\bar{a}))\}$

1.	$P(g(z)) \vee Q(\bar{a})$	$[\in K2]$
2.	$\neg P(f(g(x)))$	$[\in K2]$
3.	$\neg Q(\bar{b})$	$[\in K2]$
4.	$\neg Q(f(\bar{a}))$	$[\in K2]$
5.	$[res(1,2)]$	$g(z)$ és $(f(g(x))$ nem illeszthető - különböző fv.
5.	$[res(1,3)]$	$\bar{a}$ és $\bar{b}$ nem illeszthető - különböző konstans
5.	$[res(1,4)]$	$\bar{a}$ és $f(\bar{a})$ nem illeszthető - konst-fv