4. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
\cfrac{\cfrac{\cfrac{\text{Nem valid lépés, mert } x \in Par(P(x))!}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(x)}\,(\exists a)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)}\,(\exists b) \qquad \cfrac{\ldots}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}\,(\wedge b)
$$

4. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \land R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)$

$$
(\land b)\ \dfrac{(\exists b)\ \dfrac{(\exists a)\ \dfrac{(\land a)\ \dfrac{\dfrac{\text{Nem jó!}}{P(x), R(x) \vdash_0 P(y)}}{P(x) \land R(x) \vdash_0 P(y)}}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 P(y)}}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad \dfrac{\dots}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \land R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \land \exists x R(x)}
$$

4. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)$

$$
(\exists a)\ \dfrac{(\wedge a)\ \dfrac{(\wedge b)\ \dfrac{(\exists b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x)} \qquad (\exists b)\ \dfrac{\dfrac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 R(x)}}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x R(x)}}{P(x), R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}}{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists x P(x) \wedge \exists x R(x)}
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:
$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$(\neg a)\ \dfrac{(\neg b)\ \dfrac{\dfrac{\dots}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(\dots) \vdash \neg\forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$
(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{(\text{bővítés})\;\dfrac{(\forall b)\;\dfrac{(\vee b) \text{ - mi lett volna ha a másikat választjuk? }\;\dfrac{(\neg a)\;\dfrac{(\neg b)\;\dfrac{\dfrac{\cdots}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \qquad \dfrac{\checkmark}{\cdots}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$
(\neg a)\,\dfrac{
(\neg b)\,\dfrac{
(\text{bővítés})\,\dfrac{
(\forall b)\,\dfrac{
(\vee b)\,\dfrac{
(\neg a)\,\dfrac{
(\neg b)\,\dfrac{
(\text{bővítés})\,\dfrac{
(\exists b)\,\dfrac{
(\supset b)\,\dfrac{
(\neg a)\,\dfrac{
(\neg b)\,\dfrac{
\dfrac{\checkmark}{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x)}
\qquad
\dfrac{\checkmark}{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash \neg P(x)}
}{\neg P(x), P(x) \vdash \neg\neg R(x)}
}{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}
}{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}
}{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
\qquad
\dfrac{\checkmark}{\cdots}
}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)}
}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}
}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}
}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}
}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}
\qquad
\dfrac{\checkmark}{\cdots}
}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}
}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}
$$