Ítéletlogika alapjai

Gyakorlat

Logika

2022/2023 1. félév

Bevezető

A tárgy a következő problémákat járja körbe:

Hogyan tudunk állításokat formalizálni?
Állítások egy halmazából következik-e egy állítás?
Létezik-e módszer ennek bizonyítására?

A félév során ezen problémák megválaszolására az ítéletlogika és egy elsőrendű logika nyelvét fogjuk megismerni, majd szemantikus és szintaktikus módszerek segítségével különböző válaszokat adunk.

A félév során szó lesz a következő témakörökről:

- Igazságtábla és elsőrendű formula értéktáblája
- Tablókalkulus
- Bizonyításelmélet
- Természetes levezetés
- Rezolúció

Követelmény: elérhető Teamsben/Canvasben! Aki nincs rajta, jelezze!

Alapvető fogalmak

Egyszerű állítások

Esik az eső.	E ítéletváltozó
Felhős az ég.	F ítéletváltozó

Összetett állítások

Nem süt a Nap.	$\neg N$	- negációs ($\neg$) formula
Esik az eső és nem süt a Nap.	$E \wedge \neg N$	- konjunkciós ($\wedge$) formula
Süt a Nap vagy felhős az ég.	$N \vee F$	- diszjunkciós ($\vee$) formula
Ha esik az eső, akkor felhős az ég.	$E \supset F$	- implikációs ($\supset$) formula

A feladat

Betörtek egy házba. A nyomok alapján próbálják megállapítani, hogy az épület melyik részében járt a betörő. Helyszíni szemle alapján ilyen kapcsolatok véltek felfedezni a helyszínelők a szobák között:

1. A konyhában az ajtó be volt törve, így a betörő ott biztos járt.
2. Ha a konyhában járt, akkor biztos nem volt a fürdőben.
3. A hálóban vagy a fürdőben volt, illetve nem járt a spájzban vagy járt a hálóban.
4. Nem igaz az az állítás, hogy: a hallban járt és ha nem járt a nappaliban, akkor a spájzban volt.
5. Akkor és csak akkor volt az spájzban, ha volt az étkezőben is.
6. A spájzt feldúlta a betörő, és csak akkor járt a nappaliban, ha a hallban is.
7. A betörő csak akkor járt a fürdőben, ha nem volt a spájzban vagy járt a fürdőben.

Mely szobákban járt a betörő?

Formalizáljuk az állításokat!

1. A konyhában az ajtó be volt törve, így a betörő ott biztos járt.
2. Ha a konyhában járt, akkor biztos nem volt a fürdőben.
3. A hálóban vagy a fürdőben volt, illetve nem járt a spájzban vagy járt a hálóban.
4. Nem igaz az az állítás, hogy: a hallban járt és ha nem járt a nappaliban, akkor a spájzban volt.
5. Akkor és csak akkor volt az spájzban, ha volt az étkezőben is.
6. A spájzt feldúlta a betörő, és csak akkor járt a nappaliban, ha a hallban is.
7. A betörő csak akkor járt a fürdőben, ha nem volt a spájzban vagy járt a fürdőben.

Mik lehetnének az atomi állítások - ítéletváltozók?

- A– A konyhában járt a betörő
- B– A fürdőben járt a betörő
- C– A hálóban járt a betörő
- D– A spájzban járt a betörő
- E– Az étkezőben járt a betörő
- F– A nappaliban járt a betörő
- G– A hallban járt a betörő

Hogyan nézzenek ki a formulák?

1. A
2. $(A \supset \neg B)$
3. $((C \vee B) \wedge (\neg D \vee C))$
4. $\neg(G \wedge (\neg F \supset D))$
5. $((D \supset E) \wedge (E \supset D))$
6. $(D \wedge (F \supset G))$
7. $(B \supset (\neg D \vee B))$

Műveletek

Műveletek prioritása csökkenő sorrendben

$\neg, \wedge, \vee, \supset$

Műveletek zárójelezésének iránya

- $\wedge, \vee$ zárójelezésének iránya tetszőleges
  - Pl.: $A \wedge B \wedge \neg C \approx ((A \wedge B) \wedge \neg C)$
    $\approx (A \wedge (B \wedge \neg C))$
- $\supset$ zárójelezése jobbról balra történik!
  - Pl.: $A \supset \neg B \supset C \approx (A \supset (\neg B \supset C))$

Honnan lehetne elhagyni a zárójelet?

$$
\begin{array}{lcl}
((C \vee B) \wedge (\neg D \vee C)) & = & (C \vee B) \wedge (\neg D \vee C) \\
\neg(G \wedge (\neg F \supset D)) & = & \neg(G \wedge (\neg F \supset D)) \\
((D \supset E) \wedge (E \supset D)) & = & (D \supset E) \wedge (E \supset D) \\
((C \vee B) \supset (\neg D \vee C)) & = & C \vee B \supset \neg D \vee C \\
(B \supset (\neg D \vee B)) & = & B \supset \neg D \vee B
\end{array}
$$

És ennél a formulánál? $((A \wedge B) \vee (A \supset (\neg B \supset A))) = A \wedge B \vee (A \supset \neg B \supset A)$