

4. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} (\exists a) \frac{\text{Nem valid lépés, mert } x \in \text{Par}(P(x))!}{\quad} \\ (\exists b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(x)}{\quad} \qquad \frac{\dots}{\quad} \\ (\wedge b) \frac{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \qquad \exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

4. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} \text{Nem jó!} \\ \hline P(x), R(x) \vdash_0 P(y) \\ (\wedge a) \hline P(x) \wedge R(x) \vdash_0 P(y) \\ (\exists a) \hline \exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 P(y) \\ (\exists b) \hline \exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \qquad \dots \qquad \exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xR(x) \\ (\wedge b) \hline \exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x) \end{array}$$

4. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)$

$$\begin{array}{c} \frac{\frac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}}{(\exists b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 P(x)}} \quad \frac{\frac{\checkmark}{P(x), R(x) \vdash_0 R(x)}}{(\exists b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 R(x)}} \\ \frac{(\wedge b) \frac{P(x), R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \quad P(x), R(x) \vdash_0 \exists xR(x)}}{(\wedge a) \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}} \\ (\exists a) \frac{P(x) \wedge R(x) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)}{\exists x(P(x) \wedge R(x)) \vdash_0 \exists xP(x) \wedge \exists xR(x)} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{c} \dots \\ \hline \neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x)) \end{array} \quad \begin{array}{c} \checkmark \\ \hline \neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(\dots) \vdash \neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \end{array} \\ (\neg b) \frac{\quad}{\quad} \\ \hline \begin{array}{c} \neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \\ (\neg a) \frac{\quad}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \end{array} \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \dots \qquad \qquad \qquad \checkmark \\ \hline (\neg b) \quad \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x)) \quad \neg\exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg\neg P(x)} \\ \hline (\neg a) \quad \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)} \\ \hline (\vee b) - \text{mi lett volna ha a másikat választjuk?} \quad \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \hline (\forall b) \quad \frac{\neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))} \\ \hline (\text{bővítés}) \quad \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)), \neg\exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))} \\ \hline (\neg b) \quad \frac{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg\neg\exists x(P(x) \supset R(x))}{\neg\forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))} \quad \frac{\checkmark}{\dots}
 \end{array}
 \end{array}$$

5. Feladat

Vizsgáljuk meg, hogy a következő levezetés helyes-e:

$$\{\neg\forall x(P(x) \vee R(x))\} \vdash_0 \exists x(P(x) \supset R(x))$$

$$\begin{array}{c}
 \checkmark \quad \frac{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash P(x)}{(\neg b)} \quad \frac{\neg P(x), P(x), \neg R(x) \vdash \neg P(x)}{\checkmark} \\
 \frac{\neg P(x), P(x) \vdash \neg \neg R(x)}{(\neg a)} \quad \frac{\neg P(x), P(x) \vdash R(x)}{(\supset b)} \\
 \frac{\neg P(x) \vdash P(x) \supset R(x)}{(\exists b)} \quad \frac{\neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{(\text{b\"ov\"it\'es})} \\
 \frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)), \neg P(x) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{(\neg b)} \quad \checkmark \quad \dots \\
 \frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \neg \neg P(x)}{(\neg a)} \quad \frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x)}{(\vee b)} \\
 \frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash P(x) \vee R(x)}{(\forall b)} \quad \frac{\neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{(\text{b\"ov\"it\'es})} \\
 \frac{\neg \forall x(P(x) \vee R(x)), \neg \exists x(P(x) \supset R(x)) \vdash \forall x(P(x) \vee R(x))}{(\neg b)} \quad \checkmark \quad \dots \\
 \frac{\neg \forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \neg \neg \exists x(P(x) \supset R(x))}{(\neg a)} \quad \frac{\neg \forall x(P(x) \vee R(x)) \vdash \exists x(P(x) \supset R(x))}{\checkmark}
 \end{array}$$