Programozás
6. előadás

Tartalom

Programtranszformációk

Programtranszformáció: Az algoritmus ekvivalens átalakítása, melynek célja

- hatékonyabbra írás
- egyszerűsítés
- megvalósíthatóság

Programtranszformációk

Egyszerűsítés, hatékonyabbra írás:

Az origótól legmesszebb levő p_{Max} pont ($p_{1..N} \in Pont^N$, $Pont=X \times Y$)

Változó
i:**Egész**
maxÉrt:**Valós**

$Max:=1;\ maxÉrt:=gyök(p[1].x^2+p[1].y^2)$

$i=2..N$

$gyök(p[i].x^2+p[i].y^2)>maxÉrt$

I

N

$Max:=i$

$maxÉrt:=gyök(p[i].x^2+p[i].y^2)$

—

A négyzetgyök monoton függvény, emiatt a maximum meghatározásához nem szükséges.

Egyszerűsítés, hatékonyabbra írás:

Az origótól legmesszebb levő p_{Max} pont ($p_{1..N} \in Pont^N$, $Pont = X \times Y$)

Változó
i:**Egész**
maxÉrt:**Valós**

Max:=1; maxÉrt:=$p[1].x^2+p[1].y^2$		
i=2..N		
	I — $p[i].x^2+p[i].y^2$>maxÉrt — N	
	Max:=i	—
	maxÉrt:=$p[i].x^2+p[i].y^2$	

Itt még ugyanazt a képletet többször számítjuk ki (a ciklusban).

Programtranszformációk

Többszörös kiszámítás elkerülése:

Az origótól legmesszebb levő p_{Max} pont ($p_{1..N} \in Pont^N$, $Pont=X \times Y$)

Változó
i:**Egész**
maxÉrt,
táv:**Valós**

Max:=1; maxÉrt:=$p[1].x^2+p[1].y^2$

i=2..N

táv:=$p[i].x^2+p[i].y^2$

táv>maxÉrt

I	N
Max:=i	—
maxÉrt:=táv	

Programtranszformációk

Párhuzamos értékadás kifejtése:

a,b,c:=f(x),g(x),h(x)

Egymás utáni kiszámításra bontható, ha az összefüggés körmentes:

a:=f(x); b:=g(x); c:=h(x)

Programtranszformációk

Párhuzamos értékadás kifejtése:

a,b,c:=b,c,a

segédváltozóval egymás utáni kiszámításra bontható, ha az összefüggés kört tartalmaz:

segéd:=a; a:=b; b:=c; c:=segéd

Változó
segéd:TH

Programtranszformációk

Ciklusok összevonása:

Azonos lépésszámú ciklusok összevonhatóak, ha függetlenek egymástól.

Változó
i:**Egész**

```
S:=0
i=1..N
    S:=S+X[i]
P:=1
i=1..N
    P:=P*X[i]
```

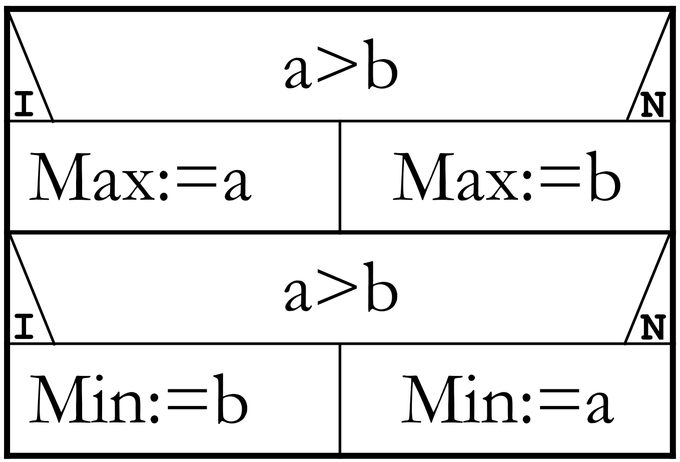
Változó
i:**Egész**

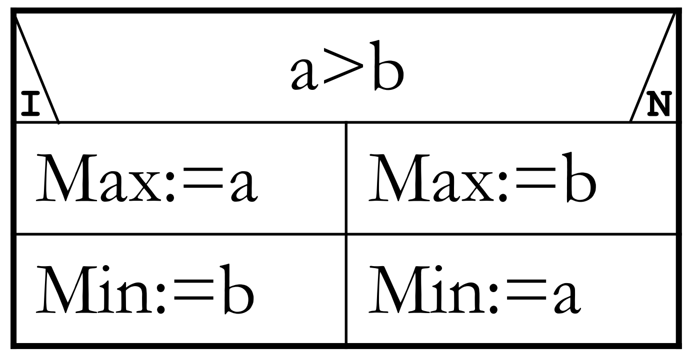
```
S:=0; P:=1
i=1..N
    S:=S+X[i]; P:=P*X[i]
```

Programtranszformációk

Elágazások összevonása:

Azonos feltételű elágazások összevonhatóak, ha függetlenek egymástól.





Függetlenek, ha az 1. feltétel egyik ágán sem változik meg sem az ‚a’ , sem a ‚b’ változó (kifejezés). Gondolja meg: mikor nem független a két elágazás, ha ‚feltétel(a,b)’ függvény a közös feltétel?

Programtranszformációk

Elágazások összevonása:

Kizáró feltételű, teljes (egyágú) elágazások is összevonhatók, ha függetlenek egymástól.

I	a>b	N
Max:=a		—

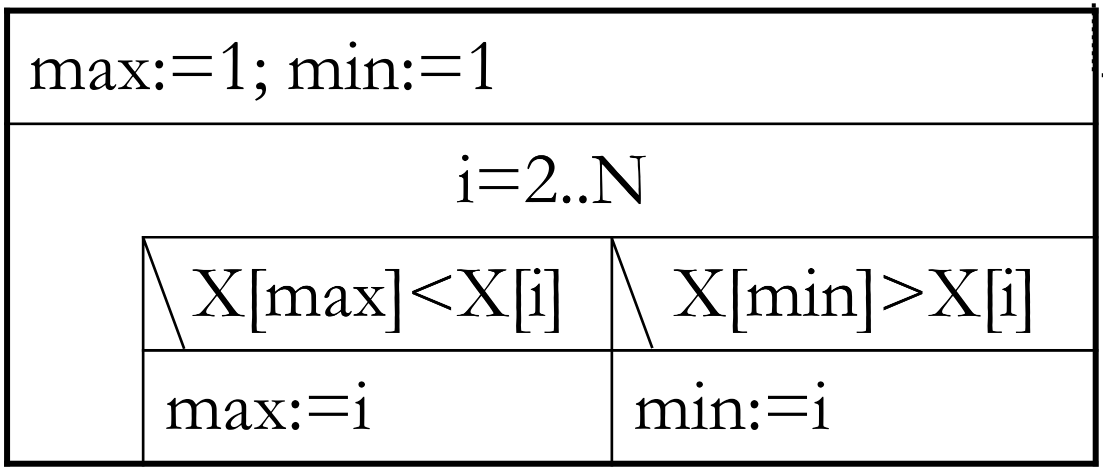
I	a≤b	N
Max:=b		—

I	a>b	N
Max:=a		Max:=b

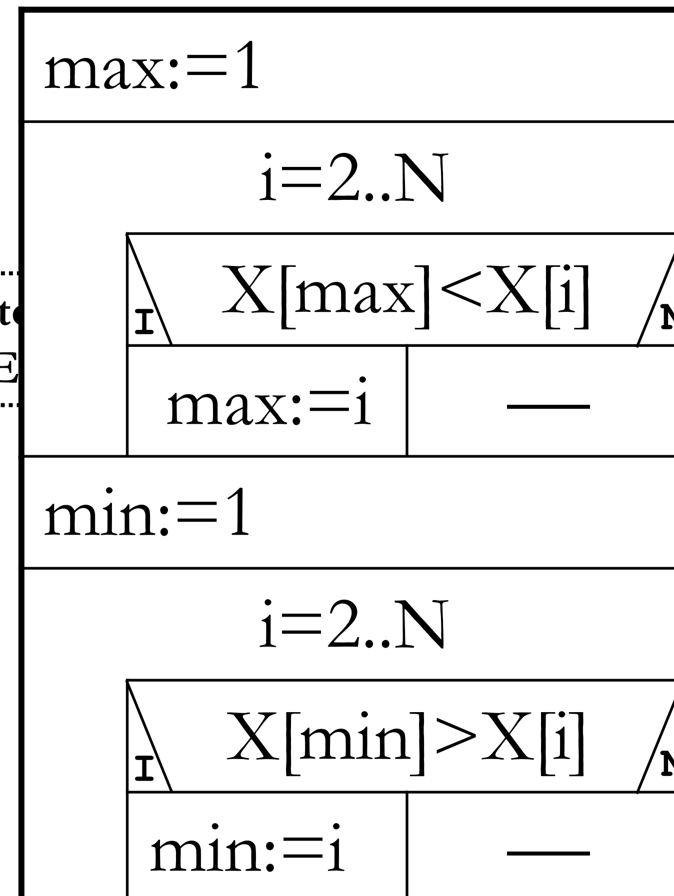
Programtranszformációk

Ciklusok és elágazások összevonása:

Azonos lépésszámú ciklusok, bennük kizáró feltételű elágazásokkal is összevonhatók, ha függetlenek egymástól.



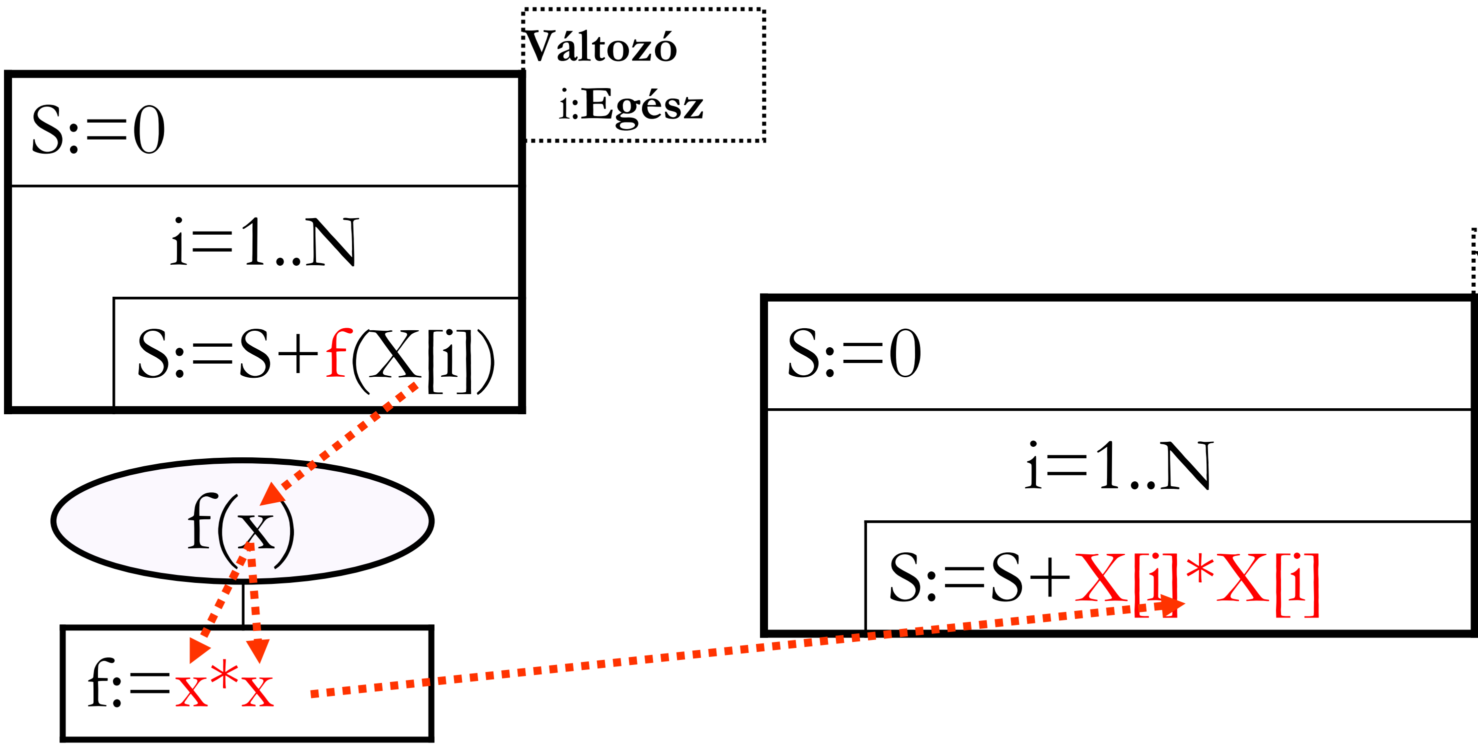
Válto
i:E



Vá
i:

Függvény behelyettesítése:

Függvényhívás helyére egy (egyszerű) függvény képlete (a függvény törzse) behelyettesíthető.



Programtranszformációk

Utasítás kiemelése ciklusból:

A ciklus magjából a ciklustól független utasítások kiemelhetők.

(A fordítók ilyen optimalizálást többnyire el tudnak végezni.)

Változó
i:**Egész**

S:=0
i=1..N
S:=S+h[i]*r^2*pi

Változó
i:**Egész**
rpi:**Valós**

S:=0; rpi:=r^2*pi
i=1..N
S:=S+h[i]*rpi

Programtranszformációk

„Keresés, eldöntés → kiválasztás” transzformáció:

A vizsgálandó sorozat végére helyezzünk egy T tulajdonságú elemet (=Telem) → biztosan találunk ilyet!

Változó
i:**Egész**

```
i:=1
  i≤N és nem T(X[i])
    i:=i+1
Van:=i≤N
```

Változó
i:**Egész**

```
i:=1; X[N+1]:=Telem
  nem T(X[i])
    i:=i+1
Van:=i≤N
```

Másolással összeépítés

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f: H_1 \to H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i (1 \le i \le N): Y_i = f(X_i)$

A **másolás** programozási tétellel összeépítés minden programozási tételre működik.

Csupán annyi a teendő, hogy a bemenetben szereplő $X_{1..N} \in H^N$ sorozat X_i elemei helyett i-edik feldolgozandó elemként az $f(X_i)$-t kell írni, pl.

$$\sum_{i=1}^{N} X_i \to \sum_{i=1}^{N} f(X_i) \quad \text{vagy} \quad \max_{i=1}^{N} X_i \to \max_{i=1}^{N} f(X_i)$$

… a kimenetben:

$$\underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, X_i \;\to\; \underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, f(X_i)$$

Másolással összeépítés

A **másolás** programozási tételnek volt azonban egy változata, ami új lehetőségeket teremt:

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$
  $X_{1..N} \in H_1^N$
  $f: H_1 \rightarrow H_2$
- Kimenet: $Y_{1..N} \in H_2^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): Y_{p(i)} = f(X_i)$

Utófeltétel: $\forall i(1 \leq i \leq N): Y_{p(i)} = X_i$,

ahol p(i) lehet pl. N–i+1, ami éppen a sorozat elemei sorrendje megfordítását jelenti.

Több programozási tétel megoldása kihasználta az elemek sorrendjét, pl. a lehetséges megoldások közül az elsőt adta meg, vagy az összes várt elemet a bemenet sorrendjében adta meg.

Ez az összeépítés lehetőséget teremt a hátulról feldolgozásra.

Másolás + keresés

Feladat:

Adott tulajdonságú utolsó elem keresése.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $T:\mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $Ind \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i (1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $Van \to 1 \le Ind \le N$ és $T(X_{Ind})$ és
  $\forall i (Ind < i \le N)$: nem $T(X_i)$

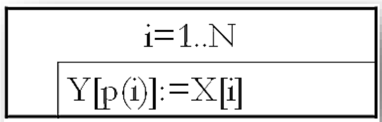
Specifikáció:

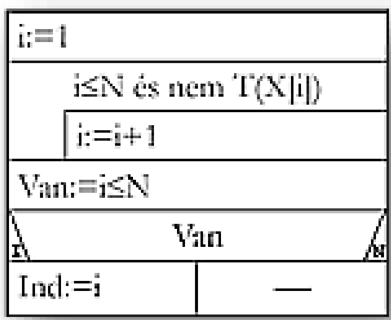
- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $T:\mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $Ind \in \mathbb{N}$, $Ért \in \mathbb{H}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i (1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $Van \to 1 \le Ind \le N$ és $T(X_{Ind})$ és $Ért = X_{Ind}$

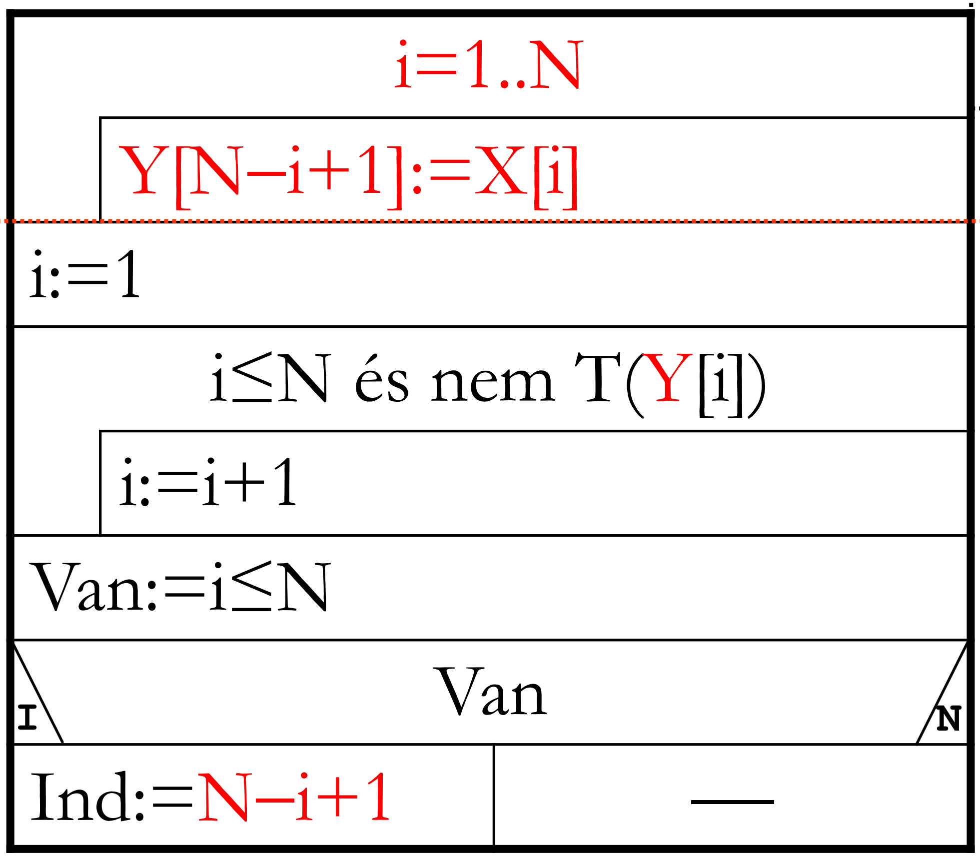
Másolás + keresés

Feladat:

Adott tulajdonságú utolsó elem keresése.



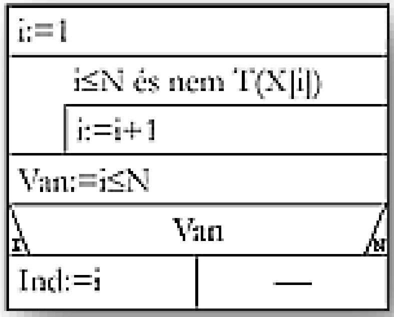




Változó
i:**Egész**
Y:**Tömb[…]**

Másolás + keresés

Vezessük be a j=N–i+1 jelölést! Így i=1 esetén j=N, i növelése esetén j csökken, i≤N helyett N–j+1≤N, azaz 1≤j lesz. Ezzel i-ről j-re áttérve a megoldás a hátulról keresésre:



j:=N

j≥1 és nem T(X[j])

j:=j–1

Van:=j≥1

Van (I)	Van (N)
Ind:=j	—

Változó
j:**Egész**

Kiválogatás + összegzés

Feladat:

Adott tulajdonságú elemek összege – **feltételes összegzés**.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{Z}^N$, $T:\mathbb{Z} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $S \in \mathbb{Z}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} X_i$

Specifikáció (összegzés):

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $S \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S = \sum_{i=1}^{N} X_i$

Kiválogatás + összegzés

Specifikáció$_a$:

- Utófeltétel$_a$: $(Db,Y)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, i$ és

$$S=\sum_{i=1}^{Db} X_{Y_i} \quad \leftrightarrow \quad S=\sum_{i=1}^{Db} X_{p(i)}\text{, ahol } p(i):=Y_i$$

Specifikáció:

- Bemenet: $N\in\mathbb{N}$, $X\in\mathbb{Z}^N$, $T:\mathbb{Z}\to\mathbb{L}$
- Kimenet: $S\in\mathbb{Z}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $S=\sum_{\substack{i=1\\T(X_i)}}^{N} X_i$

p megfelelő, hiszen
1. $\Re_p=[1..N]$
2. $p(i)<p(i+1) \rightarrow$ injektív

Specifikáció$_b$:

- Utófeltétel$_b$: $(Db,Y)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, X_i$ és

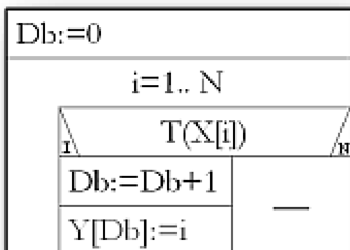
$$S=\sum_{i=1}^{Db} Y_i$$

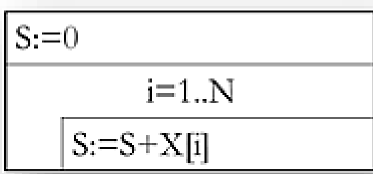
Kiválogatás + összegzés

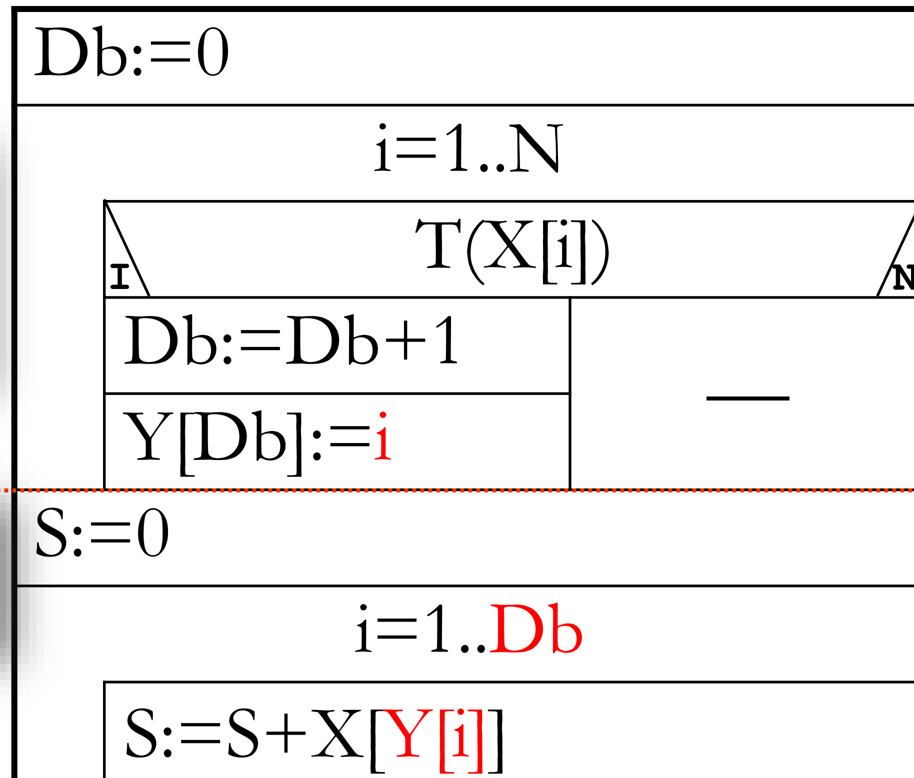
1. megoldási ötlet$_a$:

Válogassuk ki az adott tulajdonságúakat, majd utána adjuk össze őket!

Változó
i,Db:**Egész**
Y:Tömb[…]





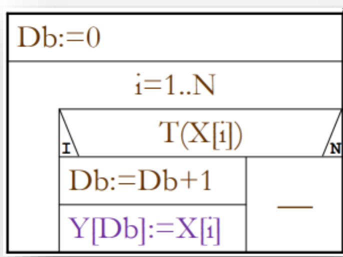


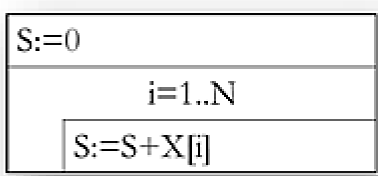
Kiválogatás + összegzés

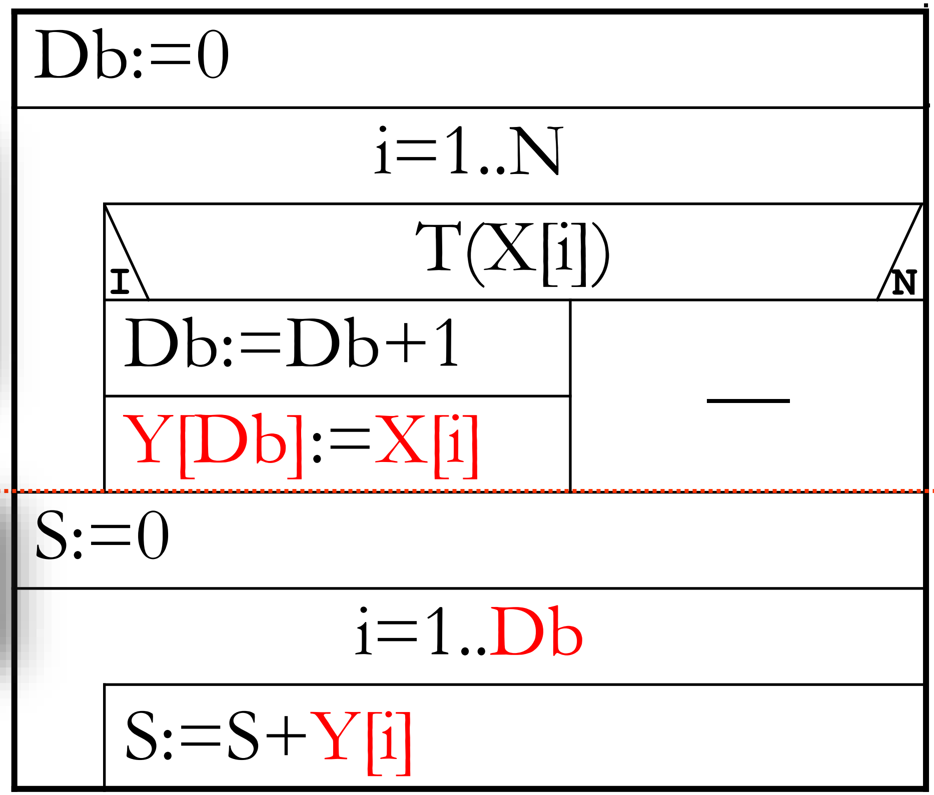
1. megoldási ötlet$_b$:

Válogassuk ki az adott tulajdonságúakat, majd utána adjuk össze őket!

Változó
i,Db:**Egész**
Y:Tömb[…]





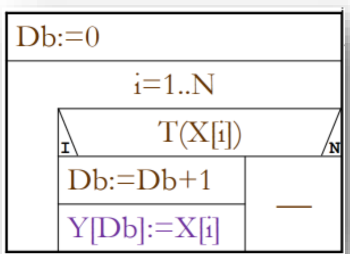


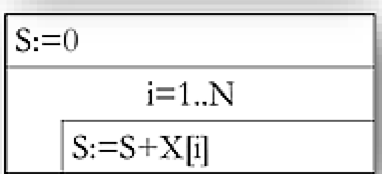
Kiválogatás + összegzés

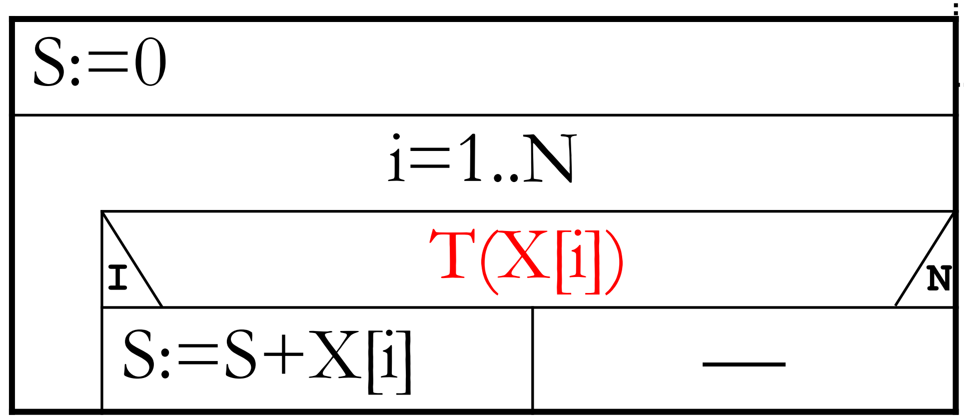
2. megoldási ötlet:

Kiválogatás helyett azonnal adjuk össze a megfelelő elemeket!

→ nincs érték-/index-feljegyzés (Y-ban) + nincs számlálás (Db-ben)







Változó
i:**Egész**

Kiválogatás + maximum-kiválasztás

Feladat:

Adott tulajdonságú elemek maximuma – **feltételes maximumkeresés**.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$,
  $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $MaxI \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i\ (1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $Van \to (1 \le MaxI \le N$ és $T(X_{MaxI})$ és
  $\forall i (1 \le i \le N): T(X_i) \to X_{MaxI} \ge X_i\ )$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$,
  $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$, $MaxÉrt \in H$
- Előfeltétel: $N > 0$
- Utófeltétel: $1 \le Max \le N$ és
  $\forall i\ (1 \le i \le N): X_{Max} \ge X_i$ és
  $Maxért = X_{Max}$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T: H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $Ind \in \mathbb{N}$, $Ért \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i\ (1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $Van \to 1 \le Ind \le N$ és $T(X_{Ind})$ és $Ért = X_{Ind}$

Kiválogatás + maximum-kiválasztás

Specifikáció$_2$:

- Utófeltétel$_2$: $(Van,MaxI)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\mathrm{MaxInd}}}\, X_i$

Specifikáció:

- Bemenet: $N\in\mathbb{N}$, $X_{1..N}\in\mathbb{H}^N$, $T:\mathbb{H}\to\mathbb{L}$
- Kimenet: $MaxI\in\mathbb{N}$, $Van\in\mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van=\exists i\ (1\le i\le N): T(X_i)$ és $Van\to(1\le MaxI\le N$ és $T(X_{MaxI})$ és $\forall i(1\le i\le N): T(X_i)\to X_{MaxI}\ge X_i)$

Specifikáció$_3$:

- Kimenet$_3$: $Van\in\mathbb{L}$, $MaxI\in\mathbb{N}$, $MaxÉrt\in\mathbb{H}$
- Utófeltétel$_3$: $(Van,MaxI,MaxÉrt)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\mathrm{Max}}}\, X_i$

Kiválogatás + maximum-kiválasztás

A megoldás felé:

Specifikáció’:

- Utófeltétel’: $(Db,Y)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\; i$ és

  $Van = Db>0$ és

  $Van \rightarrow (\, 1 \le MaxI \le N$ és $T(X_{MaxI})$ és

  $MaxI=\underset{i=1}{\overset{Db}{\text{MaxInd}}}\, X_{Y_i}\ )$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T: H \rightarrow \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db=\sum_{\substack{i=1\\T(X_i)}}^{N} 1$ és

  $\forall i (1 \le i \le Db)$: $T(X_{Y_i})$ és

  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$, $MaxÉrt \in H$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $1 \le Max \le N$ és

  $\forall i\ (1 \le i \le N)$: $X_{Max} \ge X_i$ és

  $Maxért = X_{Max}$

Kiolvasható az algoritmikus ötlet:

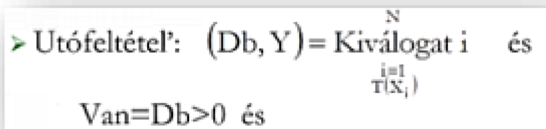
Válogassuk ki az adott tulajdonságúakat, majd válasszuk ki a maximumot, ha van értelme!

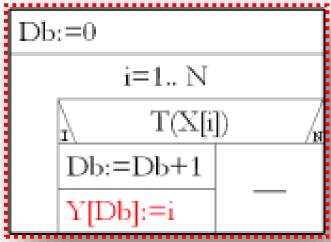
Kiválogatás + maximum-kiválasztás

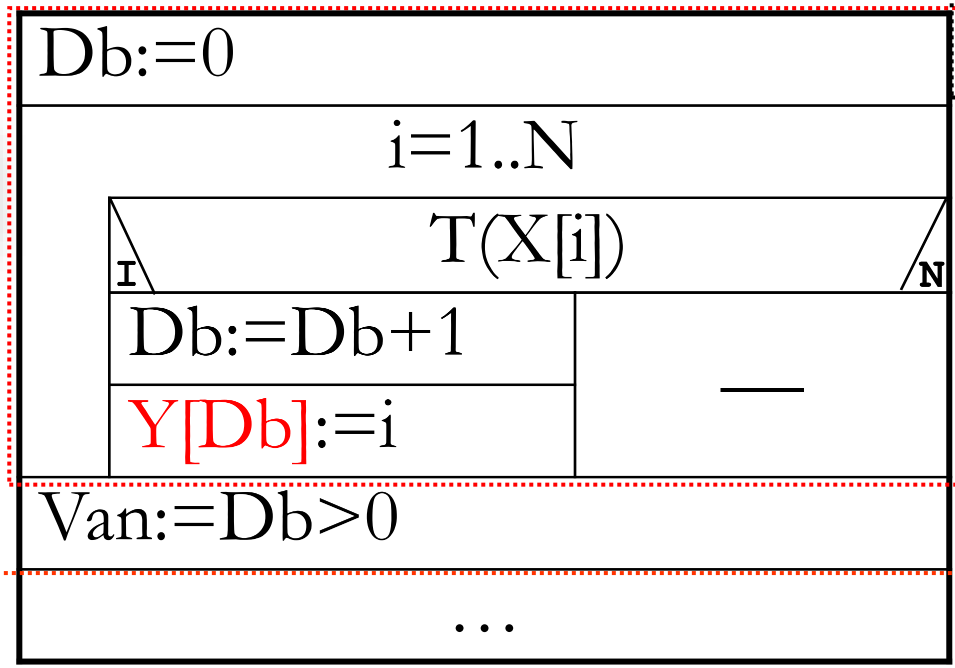
1. megoldás algoritmusa:

Válogassuk ki az adott tulajdonságúakat, majd …!

Változó
i,Db:**Egész**
Y:Tömb[…]


Utófeltétel': $(Db,Y)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$ és
Van=Db>0 és





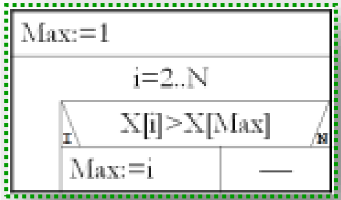
Kiválogatás + maximum-kiválasztás

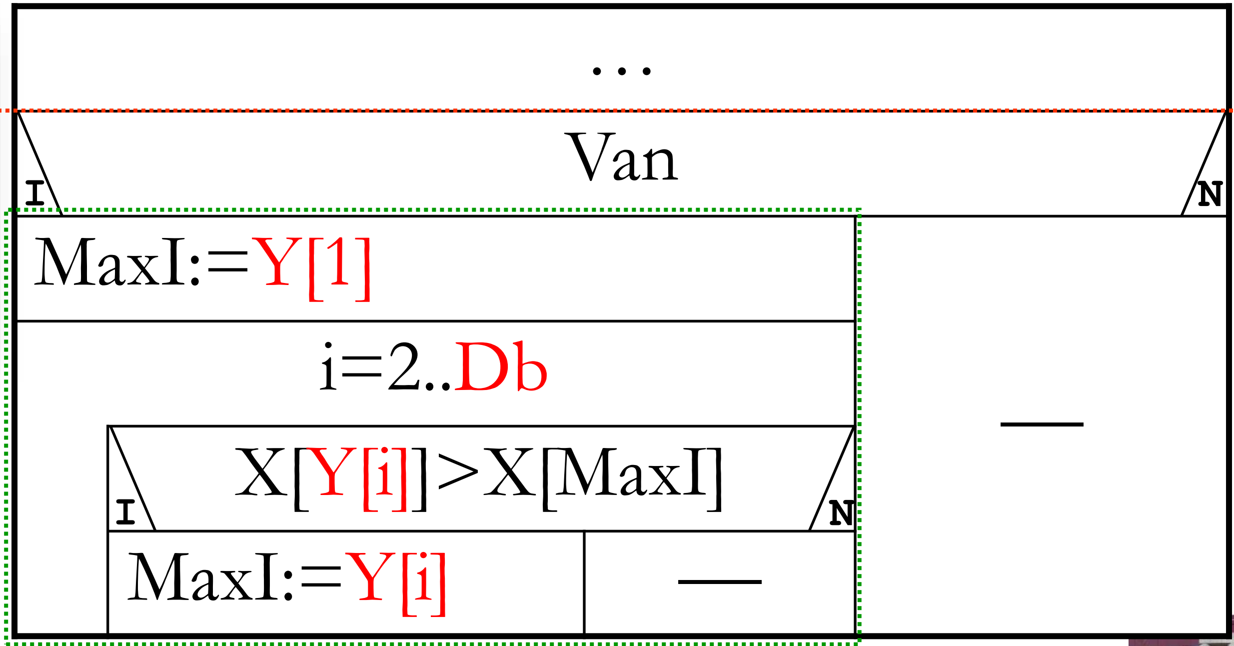
1. megoldása algoritmusa:

… , majd válasszuk ki a maximumot, ha van értelme!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$, $MaxÉrt \in H$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $1 \leq Max \leq N$ és $\forall i\ (1 \leq i \leq N)$: $X_{Max} \geq X_i$ és $Maxért=X_{Max}$





Kiválogatás + maximum-kiválasztás

2. megoldási ötlet (és algoritmusa)**:**

Induljunk ki a specifikációban észrevett tételekből: a kiválogatás helyett keressük meg az első T-tulajdonságút, …

- Utófeltétel': $(Db, Y) = \underset{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$ és
  $Van = Db > 0$ és
  $Van \rightarrow (1 \leq MaxI \leq N$ és $T(X_{MaxI})$ és
  $MaxI = \underset{i=1}{\overset{Db}{\text{MaxInd}}}\ X_{Y_i})$

i:=1
i≤N és nem T(X[i])
i:=i+1
Van:= i≤N

Változó
i:**Egész**

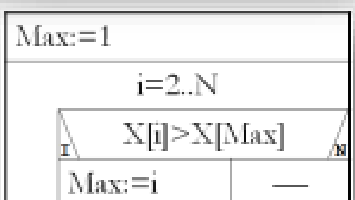
i:=1
i≤N és nem T(X[i])
i:=i+1
Van:=i≤N
…

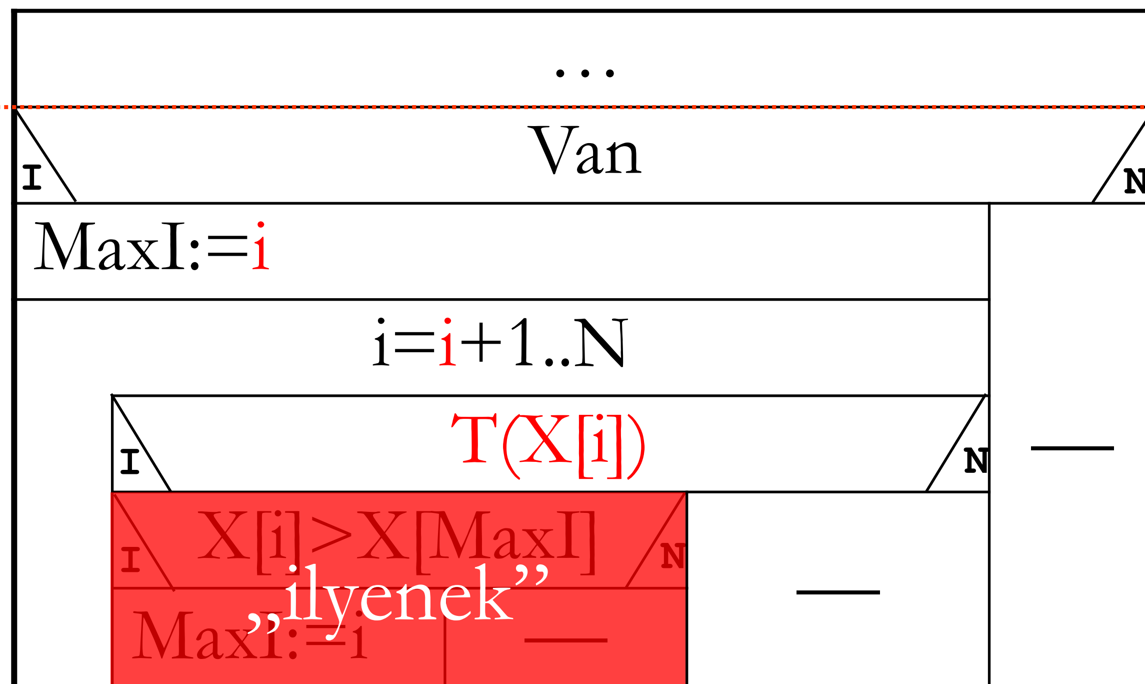
Kiválogatás + maximum-kiválasztás

2. megoldási ötlet (és algoritmusa):

… majd válasszuk ki az **ilyenek** maximumát!

- Utófeltétel': $(Db,Y) = \underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$ és
  $Van = Db>0$ és
  $Van \rightarrow (1 \le MaxI \le N$ és $T(X_{MaxI})$ és
  $MaxI = \underset{i=1}{\overset{Db}{\text{MaxInd}}}\ X_{Y_i})$

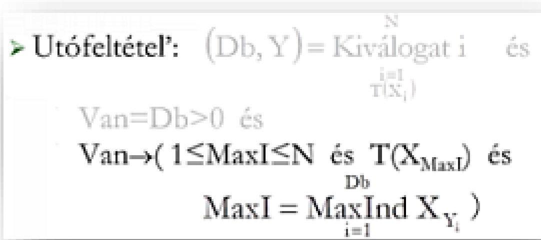




Kiválogatás + maximum-kiválasztás

2. megoldási ötlet (és algoritmusa)**:**

… majd válasszuk ki az **ilyenek** maximumát!

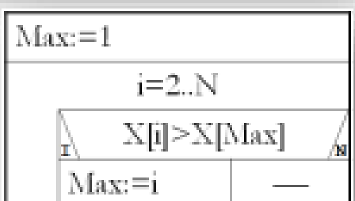


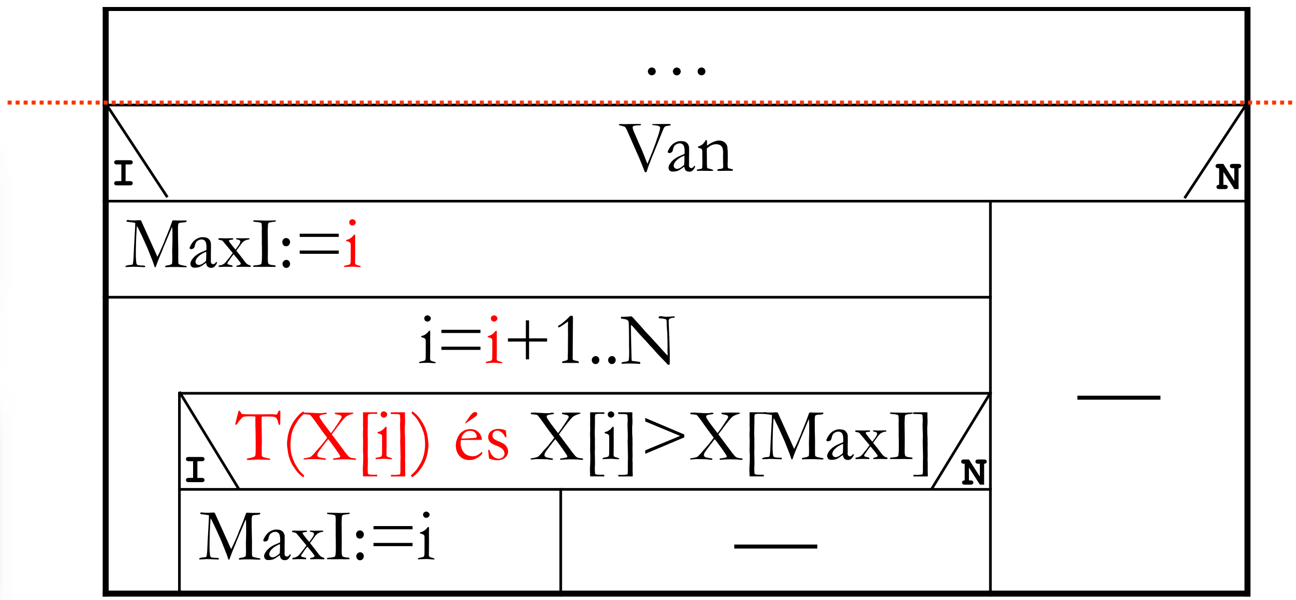
- Utófeltétel': $(Db,Y)=\underset{\substack{i=1\\T(X_i)}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\; i$ és

  Van=Db>0 és

  Van→($1\le MaxI\le N$ és $T(X_{MaxI})$ és

  $MaxI = \underset{i=1}{\overset{Db}{\text{MaxInd}}}\; X_{Y_i}$)



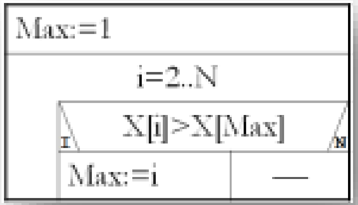


Kiválogatás + maximum-kiválasztás

3. megoldási ötlet (és algoritmusa)**:**

Kiválogatás, ill. keresés helyett azonnal válasszuk ki a maximumot!

Kell egy fiktív **0. elem** a maximum-kiválasztáshoz, amely **kisebb minden** „normál” elemnél.



X[0]:=-∞; MaxI:=0		
i=1..N		
	T(X[i]) és X[i]>X[MaxI] (I / N)	
	MaxI:=i	—
Van:=MaxI>0		

Változó
i:**Egész**

Maximum-kiválasztás + kiválogatás

Feladat:

Összes maximális elem kiválogatása.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, \boxed{MaxI_{1..N}} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: $\boxed{N>0}$
- Utófeltétel$_1$: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ X_i = X_{MaxI_1}}}^{N} 1$ és

  $\boxed{\forall i(1 \le i \le Db): \forall j(1 \le j \le N): X_{MaxI_i} \ge X_j}$ és

  $MaxI \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N$, $T: H \to L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és

  $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és

  $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}, MaxÉrt \in H$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $1 \le Max \le N$ és

  $\forall i\ (1 \le i \le N): X_{Max} \ge X_i$ és

  $Maxért = X_{Max}$

Maximum-kiválasztás + kiválogatás

Feladat:

Összes maximális elem kiválogatása.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $MaxI_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel$_2$: $MaxÉ = \underset{i=1}{\overset{N}{\text{MaxÉrt}}}\ X_i$ és

$$(Db, MaxI) = \underset{\substack{i=1 \\ X_i = MaxÉ}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$, $MaxÉrt \in H$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $1 \le Max \le N$ és $\forall i\ (1 \le i \le N)$: $X_{Max} \ge X_i$ és $Maxért = X_{Max}$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T: H \to L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $\forall i (1 \le i \le Db)$: $T(X_{Y_i})$ és $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$

Maximum-kiválasztás + kiválogatás

1. megoldási ötlet:

Határozzuk meg a maximumértéket, majd válogassuk ki a vele egyenlőeket!

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $MaxI_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $MaxÉ = \underset{i=1}{\overset{N}{\text{MaxÉrt}}}\, X_i$ és $(Db,MaxI) = \underset{\substack{i=1 \\ X_i=MaxÉ}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\, i$

MaxÉ:=X[1]		
i=2..N		
	X[i]>MaxÉ (I / N)	
	MaxÉ:=X[i]	—
...		

Változó
MaxÉ:TH
i:**Egész**

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Max \in \mathbb{N}$, $MaxÉrt \in H$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $1 \le Max \le N$ és $\forall i\ (1 \le i \le N): X_{Max} \ge X_i$ és $Maxért = X_{Max}$

MaxÉrt:=X[1]		
i=2..N		
	X[i]>MaxÉrt (I / N)	
	MaxÉrt:=X[i]	—

Maximum-kiválasztás + kiválogatás

1. megoldási ötlet:

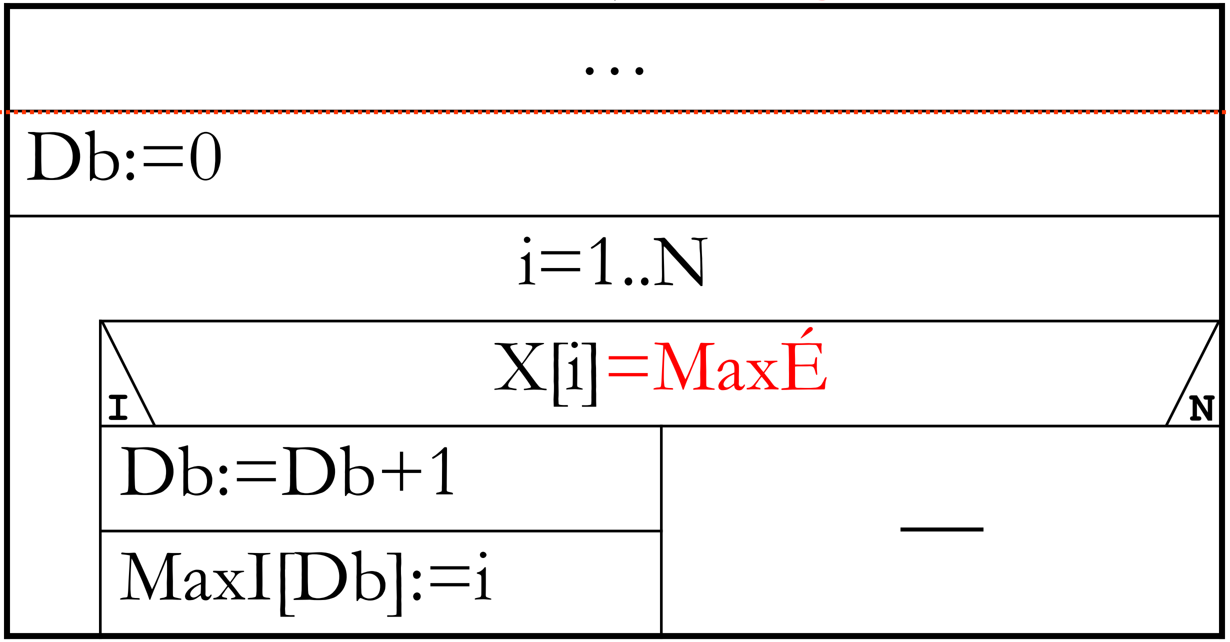
Határozzuk meg a maximumértéket, majd válogassuk ki a vele egyenlőeket!

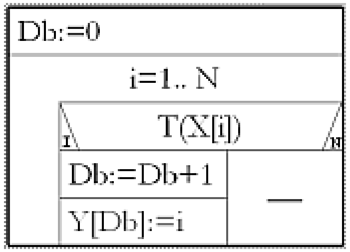
Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $MaxI_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $MaxÉ = \underset{i=1}{\overset{N}{\text{MaxÉrt}}}\ X_i$ és $(Db,MaxI) = \underset{\substack{i=1\\ X_i=MaxÉ}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N$, $T:H \to L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1\\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $\forall i(1 \le i \le Db): T(X_{Y_i})$ és $Y \subseteq (1,2,\ldots,N)$





Maximum-kiválasztás + kiválogatás

2. megoldási ötlet:

A pillanatnyi maximálissal egyenlőeket azonnal válogassuk ki!
Ha „feleslegeset” válogattunk ki, azt a következő maximumnál felülírjuk.

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $MaxI_{1..N} \in \mathbb{N}^N$
- Előfeltétel: $N>0$
- Utófeltétel: $MaxÉ = \underset{i=1}{\overset{N}{\text{MaxÉrt}}}\ X_i$ és $(Db,MaxI) = \underset{\substack{i=1\\X_i=MaxÉ}}{\overset{N}{\text{Kiválogat}}}\ i$

Változó
MaxÉ:TH
i:**Egész**

Db:=1; MaxI[1]:=1; MaxÉ:=X[1]

i=2..N

X[i]>MaxÉ	X[i]=MaxÉ
Db:=1	Db:=Db+1
MaxI[1]:=i	MaxI[Db]:=i
MaxÉ:=X[i]	—

Eldöntés + megszámolás

Feladat:

Van-e egy sorozatban legalább K darab adott tulajdonságú elem?

Specifikáció:

- Bemenet: $N,K \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $T:\mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $Van = db \geq K$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $T:\mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i (1 \leq i \leq N): T(X_i)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $T:\mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$

Eldöntés + megszámolás

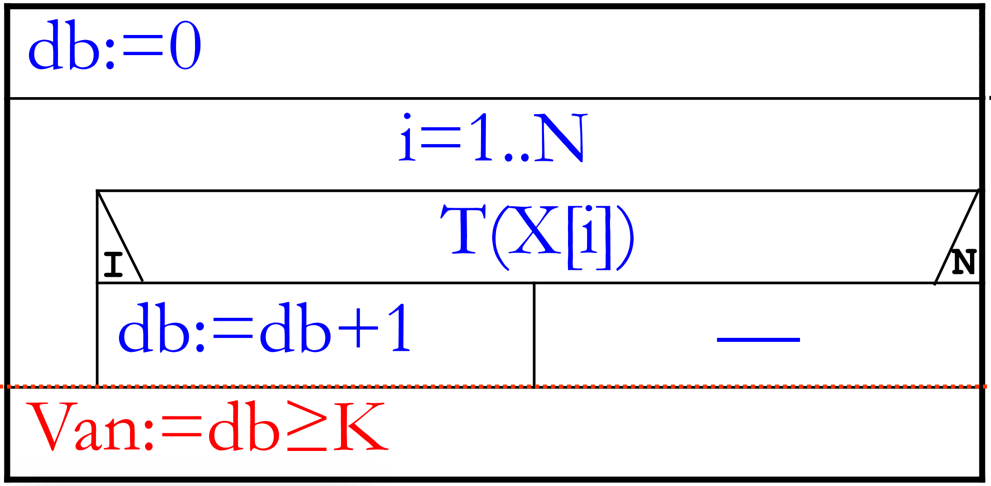
1. megoldási ötlet:

Számoljuk meg, hogy hány adott tulajdonságú van, majd nézzük meg, hogy ez legalább K-e! (Azaz valójában nincs: eldöntés tétel!)

Specifikáció:

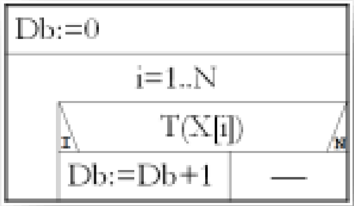
- Bemenet: $N,K \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N$, $T:H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$ és $Van = db \geq K$

Változó
db,
i:**Egész**

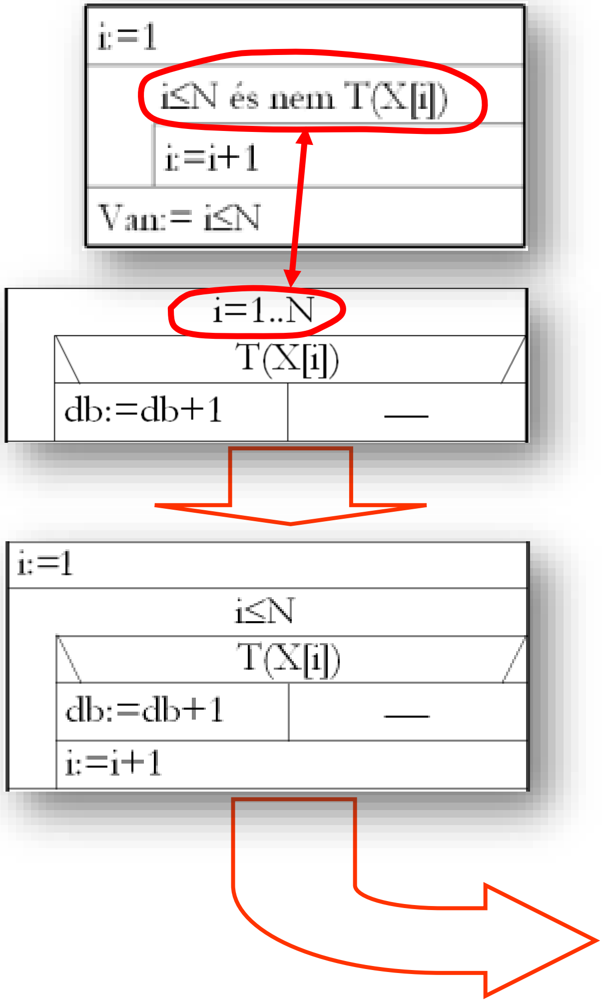


Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T:H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$



Eldöntés + megszámolás



2. megoldási ötlet:

Ha már találtunk K darab adott tulajdonságút, akkor ne nézzük tovább!

Változó
db,
i:**Egész**

db:=0; i:=1

i≤N és db<K

T(X[i])

I | N

db:=db+1 | —

i:=i+1

Van:=db=K

Keresés + megszámolás

Feladat:

Egy sorozatban melyik a K. adott tulajdonságú elem (ha van egyáltalán)?

Specifikáció:

- Bemenet: $N,K \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T:H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $KI \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N): \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{i} 1 = K$ és

$$Van \to 1 \le KI \le N \text{ és } \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{KI} 1 = K \text{ és } T(X_{KI})$$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T:H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $Ind \in \mathbb{N}$, $Ért \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i\ (1 \le i \le N): T(X_i)$ és $Van \to 1 \le Ind \le N$ és $T(X_{Ind})$ és $Ért = X_{Ind}$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T:H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$

Keresés + megszámolás

1. megoldási ötlet(ek):

Az előbbi ötlet: „számoljuk meg, hogy hány adott tulajdonságú van, majd nézzük meg, hogy ez legalább K-e…” kevés, még hátra van a K. újbóli megkeresése…

A működőnek látszó ötlet: a megszámolás helyett kiválogatás kell… és a keresésre nincs szükség…
… de helypazarló és túl hosszadalmas!

Specifikáció:

- Bemenet: $N,K \in \mathbb{N}$, $X \in H^N$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$, $KI \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $Van = \exists i (1 \le i \le N): \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{i} 1 = K$ és

$$Van \rightarrow 1 \le KI \le N \text{ és } \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{KI} 1 = K \text{ és } T(X_{KI})$$

Specifikáció:

- Bemenet: $N,K \in N$, $X_{1..N} \in H^N$, $T:H \to L$
- Kimenet: $Van \in L$, $KI \in N$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N): \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{i} 1 = K$ és

  $Van \to 1 \le KI \le N$ és $\sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{KI} 1 = K$ és $T(X_{KI})$

Keresés + megszámolás

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in N$, $X_{1..N} \in H^N$, $T:H \to L$
- Kimenet: $Van \in L$, $Ind \in N$, $Ért \in H$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i\ (1 \le i \le N): T(X_i)$ és

  $Van \to 1 \le Ind \le N$ és $T(X_{Ind})$ és $Ért = X_{Ind}$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in N$, $X_{1..N} \in H^N$, $T:H \to L$
- Kimenet: $Db \in N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Db = \sum_{\substack{i=1 \\ T(X_i)}}^{N} 1$

i:=1

i≤N és nem T(X[i])

i:=i+1

Van:=i≤N

Van (I / N)

Ind:=i

Db:=0

i=1..N

T(X[i]) (I / N)

Db:=Db+1 | —

2. megoldási ötlet:

Ha már találtunk K darab adott tulajdonságút, akkor ne nézzük tovább: keresés a K.-ig.

Változó
db,
i:**Egész**

db:=0; i:=1

i≤N és db<K

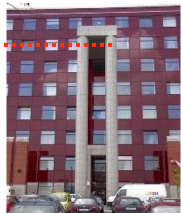
T(X[i]) (I / N)

I	N
db:=db+1	—

i:=i+1

Van:=db=K

...



Keresés + megszámolás

2. megoldási ötlet:

Ha megtaláltuk a K.-at, akkor jegyezzük föl az indexét!

Specifikáció:

- Bemenet: $N,K \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in H^N, T:H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}, KI \in \mathbb{N}$
- Előfeltétel: $K>0$
- Utófeltétel: $Van = \exists i (1 \le i \le N): \sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{i} 1 = K$ és

  $Van \to 1 \le KI \le N$ és $\sum_{\substack{j=1 \\ T(X_j)}}^{KI} 1 = K$ és $T(X_{KI})$

i:=1

i≤N és nem T(X[i])

i:=i+1

Van:=i≤N

I	Van	N
Ind:=i		—

...

I	Van	N
KI:=i–1		

Keresés + másolás

Feladat:

Egy sorozat első T tulajdonságú eleme előtti elemei kiválogatása (az összes, ha nincs T tulajdonságú).

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in \mathbb{H}^N, T:\mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}, Y_{1..N} \in \mathbb{H}^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $Van \to (\, 0 \le Db < N$ és $T(X_{Db+1})\,)$ és
  nem $Van \to Db = N$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db): (\,$ nem $T(X_i)$ és $Y_i = X_i\,)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}, X_{1..N} \in \mathbb{H}^N, T:\mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}, Ind \in \mathbb{N}, Ért \in \mathbb{H}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i\ (1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $Van \to 1 \le Ind \le N$ és $T(X_{Ind})$ és $Ért = X_{Ind}$

Specifikáció:

- Bemenet: $N,K \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T:H \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $Van \to (0 \le Db < N$ és $T(X_{Db+1}))$ és
  nem $Van \to Db = N$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db)$: (nem $T(X_i)$ és $Y_i = X_i$)

Keresés + másolás

1. megoldási ötlet:

Az első ötlet: „keressük meg az első adott tulajdonságú elemet, majd az előtte levőket másoljuk le…"

… hosszadalmas!

Specifikáció:

- Bemenet: $N,K \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T:H \to L$
- Kimenet: $Db \in \mathbb{N}$, $Y_{1..N} \in H^N$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N): T(X_i)$ és
  $Van \to (0 \le Db < N$ és $T(X_{Db+1}))$ és
  nem $Van \to Db = N$ és
  $\forall i(1 \le i \le Db)$: (nem $T(X_i)$ és $Y_i = X_i$)

Keresés + másolás

2. megoldási ötlet:

Keresés közben másoljuk le a szükséges elemeket:

```
i:=1
i≤N és nem T(X[i])
    i:=i+1
Van:=i≤N
Van
I: Ind:=i | N: —
```

```
i=1..N
    Y[i]:=f(X[i])
```

```
i:=1
i≤N és nem T(X[i])
    Y[i]:=X[i]
    i:=i+1
Db:=i–1
```

Változó
i:**Egész**

Eldöntés + eldöntés

Feladat:

Van-e két sorozatnak közös eleme?

Specifikáció:

- Bemenet: $N,M \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $Y_{1..M} \in \mathbb{H}^M$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \leq i \leq N): (\exists j(1 \leq j \leq M): X_i = Y_j)$
- Utófeltétel': $Van = \overset{N}{\underset{i=1}{\exists}} \left(\overset{M}{\underset{j=1}{\exists}} X_i = Y_j \right)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in \mathbb{H}^N$, $T: \mathbb{H} \to \mathbb{L}$
- Kimenet: $Van \in \mathbb{L}$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \leq i \leq N): T(X_i)$

Eldöntés + eldöntés

Megoldási ötlet:

Ha már találtunk 1 darab közös elemet, akkor ne nézzük tovább!

- Utófeltétel': $Van = \overset{N}{\underset{i=1}{\exists}} \left(\overset{M}{\underset{j=1}{\exists}} X_i = Y_j \right)$

Specifikáció:

- Bemenet: $N \in \mathbb{N}$, $X_{1..N} \in H^N$, $T{:}H \to L$
- Kimenet: $Van \in L$
- Előfeltétel: –
- Utófeltétel: $Van = \exists i(1 \le i \le N){:}\ T(X_i)$

```
i:=0
Van:=Hamis
    i<N és nem Van
        i:=i+1
        Van:=T(X[i])
```

```
i:=0; Van:=Hamis
    i<N és nem Van
        i:=i+1; j:=1
            j≤M és X[i]≠Y[j]
                j:=j+1
        Van:=j≤M
```

Változó
i,j:**Egész**

Áttekintés

- Másolással összeépítés
- Kiválogatás + összegzés
- Kiválogatás + maximum-kiválasztás
- Maximum-kiválasztás + kiválogatás
- Eldöntés + megszámolás
- Keresés + megszámolás
- Keresés + másolás
- Eldöntés + eldöntés