

2. zárthelyi dolgozat - minta

Felhasználható idő: 105 perc, használható segédeszközök: üres papír és toll, vagy ezek digitális változata. A kombinatorika példák végeredményénél elegendő a képletet felírni, a pontos végeredményt nem kérjük kiszámolni.

1. feladat 5 pont

- (a) Hányféleképpen lehet sorba rakni 3 darab „A”, 4 darab „B” és 6 darab „C” betűt?
- (b) Hány 7-elemű részhalmaza van egy 44-elemű halmaznak?
- (c) Hányféleképpen ülhet le 8 ember egy kerekasztal köré? (a forgatással egymásba átvihető ültetések azonosnak számítanak)
- (d) Hányféleképpen lehet 10 tanuló között 3 különböző könyvet kiosztani, ha mindegyikük legfeljebb egy könyvet kaphat?
- (e) 5-ször eldobunk egy dobókockát. Hányféle dobássorozat alakulhat ki?

2. feladat 6 pont

Egy 11-fős társaság moziba megy. Hányféleképpen ülhetnek egy sorba, egymás mellé a 11 megvásárolt helyre, ha

- (a) Anna és Béla egymás mellett szeretnének ülni, mégpedig úgy, hogy Anna ül Béla jobbján?
2 pont
- (b) Anna, Béla és Cintia egymás mellett szeretnének ülni valamilyen sorrendben? **2 pont**
- (c) Anna és Béla nem szeretnének egymás mellett ülni? **2 pont**

3. feladat 7 pont

- (a) Határozzuk meg az $\left(2x^5 + \frac{1}{x}\right)^{13}$ kifejezésben az x^{21} és x^{30} tagok együtthatóját. **2 pont**
- (b) Hány 5-tel osztható hétjegyű szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből, ha minden számjegy csak egyszer használható? **2 pont**
- (c) Hány 3-mal osztható hatjegyű (tehát egyiket ki kell hagyni) szám képezhető a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyekből, ha minden számjegy csak egyszer használható? **3 pont**

4. feladat 8 pont

- (a) Egy cégnél 20 jelentkezőből kell kiválasztani 2 személyt A munkakörbe, és 2 személyt B munkakörbe. Xavért és Yvette-et (ők ketten a 20 jelentkező közül valók) mindenképpen alkalmazni szeretnénk. Hányféleképpen választhatunk ki 4 személyt úgy, hogy Xavér A munkakörbe, Yvette pedig B munkakörbe kerül? **2 pont**
- (b) Egy cégnél 20 jelentkezőből kell kiválasztani 4 személyt A munkakörbe, és 4 személyt B munkakörbe. Xavért és Yvette-et (ők ketten a 20 jelentkező közül valók) mindenképpen alkalmazni szeretnénk. Hányféleképpen választhatunk ki 8 személyt úgy, hogy Xavér és Yvette is felvételre kerül, de nem mindketten a B munkakörbe? **3 pont**
- (c) Hány olyan 19-jegyű szám van tízes számrendszerben, melyre igaz, hogy a jegyei felváltva párosak és páratlanok (az egyesek helyén páros szám áll), és még az is teljesül, hogy visszafelé olvasva ugyanaz, mint előre felé? (Példa ilyen számra a 2345678901098765432.) **3 pont**

5. feladat 7 pont

Tekintsük a következő fokszámsorozatokat: (1) 5,5,4,3,2,1,1 (2) 6,5,4,3,2,1,0

(3) 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4 (4) 5, 5, 5, 3, 2, 1, 1.

- (a) Lehetnek-e a fenti fokszámsorozatok valamely 7-pontú, egyszerű irányítatlan gráf fokszámsorozata? **5 pont**
- (b) Lehetnek-e a fenti fokszámsorozatok valamely 7-pontú, irányítatlan gráf fokszámsorozatai? **2 pont**

Minden lehetséges gráfot (összesen 4+4) kérünk lerajzolni, vagy ha nem lerajzolható, akkor ennek

bizonyítását.

6. feladat 7 pont

- (a) Adjunk meg olyan G gráfot, melyre igaz, hogy G -ben és a komplementerében is pontosan egy kör van (itt most két kör akkor számítana különbözőnek, ha nem pont ugyanazok az élei, tehát a csak körüljárásban vagy kezdőpontban eltérőeket nem számítjuk különbözőnek). **3 pont**
- (b) Igazoljuk, hogy egy véges, legalább kétcsúcsú fában a harmadfokú csúcsok száma kisebb, mint az elsőfokúaké. **4 pont**