Logika első minta ZH

1 Rövid kérdések (12 pont)

1.1

Tegyük fel, hogy teljesül az $F1, \ldots Fn \models_0 B$ következmény. Melyik állítás NEM teljesül?

- a) Ha a közös igazságtábla egy sorában B igaz, akkor F1, ... Fn mindegyike igaz.
- b) Ha egy közös igazságtábla egy sorában B hamis, akkor F1, ... Fn valamelyike is hamis.
- c) Lehet olyan sor a közös igazságtáblában, hogy F1, ... Fn valamelyike hamis és B igaz.
- d) Lehet olyan sor a közös igazságtáblában, hogy F1, ... Fn valamelyike hamis és B hamis.

1.2

Ha egy A ítéletlogika formulát vizsgálok tablókalkulust használva, akkor a lentiek közül melyik eredmények adnák meg, hogy a formula kielégíthetetlen? (Több helyes válasz is lehetséges.)

- A TA-ből számítható tablónak nincs ellentmondásos ága.
- A FA-hoz készített tabló minden ága elentmondásra vezet.
- Az FA tautológia.
- A TA-hoz készített tabló minden ágára teljesül, hogy szerepel benne legalább egy ítéletváltozó és annak negáltja is.

1.3

Adott a következő formula: $\neg\exists x P(x) \wedge \forall x(P(x) \vee Q(x, \overline{a})) \supset P(z)$, ahol $\overline{a}$ konstans.

Mik lesznek a formula prímkomponensei? Mi lesz a formulához tartozó értéktábla első sora?

2 Kifejtős rész (40 pont)

2.1 Igazságtábla (8 pont)

a) Formalizáljuk a következő állításokat, az ítéletváltozók jelentéseit is adjuk meg! Mivel a mondatok összefüggnek, így ügyeljünk arra, hogy az azonos állításokat azonos ítéletváltozóval jelöljük!

1. Csak akkor eszek fagyit, amikor odakint meleg van.
2. Ha elmegyek a boltba, akkor eszek egy fagyit.
3. Meleg van odakint, de nem megyek el a boltba.

K. Nem eszek fagyit.

b) Közös, **teljesen kitöltött** igazságtábla segítéségével vizsgáljuk meg, hogy az első három formulának szemantikus következménye-e a 4. formula? Válaszunkat részletesen indokoljuk!

2.2 Tablókalkulus

2.2.1 (8 pont)

Mutassuk meg **tablókalkulus** segítségével, hogy a következő szemantikus következmény teljesül-e.

$$\{\neg(X \vee \neg Y), (Y \supset Z)\} \models \neg X \vee Z$$

2.2.2 (8 pont)

Mutassuk meg **tablókalkulus** segítségével, hogy a következő szemantikus következmény teljesül-e.

$$\{\forall x(\neg Q(x,y) \supset R(z)), \neg R(z)\} \models \forall x Q(x,y)$$

2.3 Elsőrendű értéktábla (8 pont)

a) Adott a következő interpretáció, adjuk meg a formula prímkomponenseit és készítsük el a formula **teljesen kitöltött** elsőrendű értéktábláját!

U = { 1,2,3,4 }
$|P(x)|^I$ - x páratlan
$|Q(x,y)|^I$ - x > y
$|f(x)|^I$ - x rákövetkezője, ahol f(4) == 1
$|g(x)|^I$ - (x mod 2) + 1
$|\bar{d}|^I$ - '1'

$$Q(z,\bar{d}) \supset \forall x(Q(z,x) \wedge P(g(x))) \supset \neg\forall y \exists x Q(f(x), g(y))$$

b) Mit tudunk mondani a formula szemantikus tulajdonságairól az értéktábla alapján!

3 Wason kiválasztás (1966) (8 pont)

Az alább látható 5 kártya mindegyike olyan, hogy az egyik oldalán 1 betű, míg a másik oldalán egy természetes szám található. Van az alábbi állítás:

Ha a kártya egyik oldalán páros szám van, akkor a másik oldalán magánhangzó.

Mely kártyákat kell minimum megfordítanom ahhoz, hogy biztosan belássam az állításról, hogy igaz, vagy hamis? Válaszát indokolja!

A	1	4	B	8