Diszkrét matematika

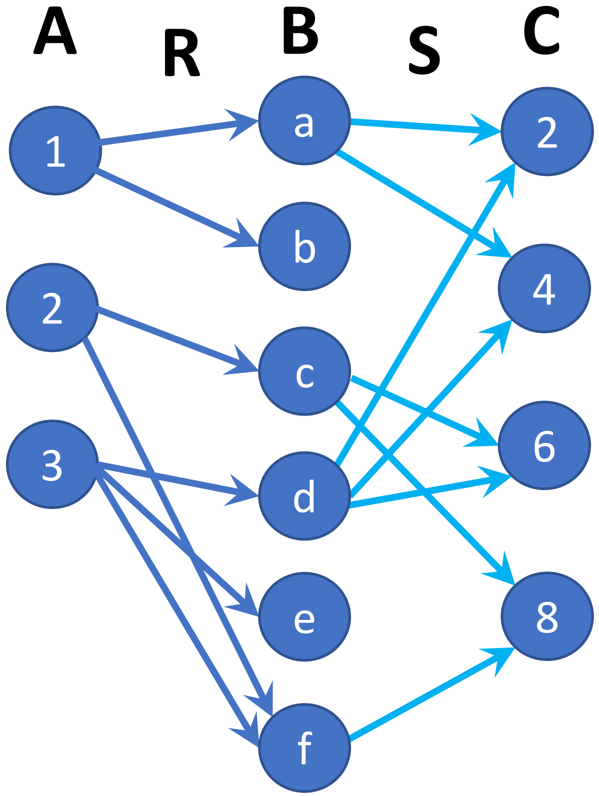
3. gyakorlat:

Relációk kompozíciója

(A diasort készítette Németh Gábor Árpád, Koch-Gömöri Richárd feladait, Gonda János néhány megoldását, Nagy Gábor előadás diasorában lévő definíciókat (aki Mérai László előadás diasorát használta fel) is felhasználva)

1. feladat:

Legyen A = {1, 2, 3}, B = {a, b, c, d, e, f}, C = {2, 4, 6, 8} továbbá $R \subseteq A \times B$, $S \subseteq B \times C$,
R = {(1, a), (1, b), (2, c), (2, f), (3, d), (3, e), (3, f)} és
S = {(a, 2), (a, 4), (c, 6), (c, 8), (d, 2), (d, 4),(d, 6), (f, 8)}.
Határozza meg $S \circ R$ kompozíciót.



Legyenek R és S binér relációk. Ekkor az $R \circ S$ kompozíció (összetétel, szorzat) reláció:

$$R \circ S = \{(x, y) \mid \exists z : (x, z) \in S, (z, y) \in R\}.$$

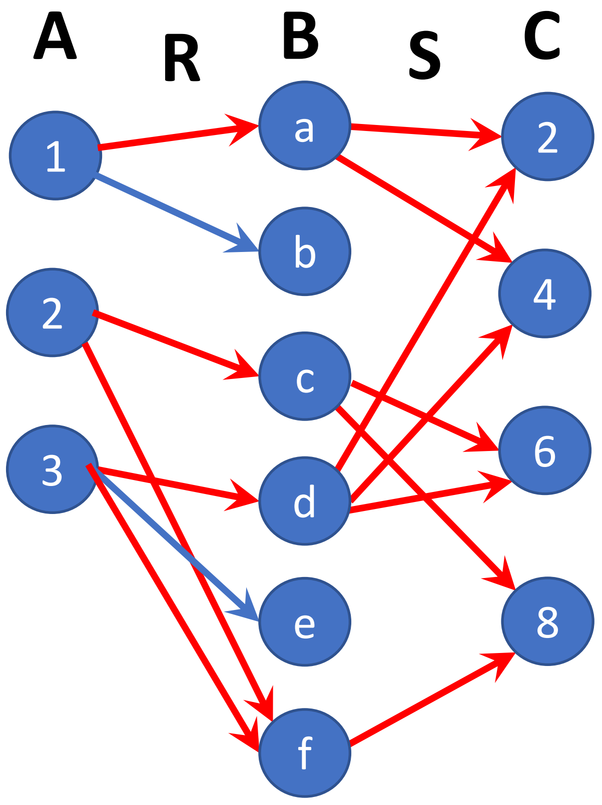
…tehát $S \circ R$ –nek az 1. eleme S reláció 1. eleme, 2. eleme R reláció 2. eleme lesz (úgy, hogy S 2. eleme és R. 1. eleme közös)

De itt most $S \circ R$ a kérdés, aminek…

- az 1. eleme R releáció 1. eleme,
- 2. eleme S reláció 2. eleme lesz

1. feladat:

Legyen A = {1, 2, 3}, B = {a, b, c, d, e, f}, C = {2, 4, 6, 8} továbbá R ⊆ A × B, S ⊆ B × C,
R = {(1, a), (1, b), (2, c), (2, f), (3, d), (3, e), (3, f)} és
S = {(a, 2), (a, 4), (c, 6), (c, 8), (d, 2), (d, 4),(d, 6), (f, 8)}.
Határozza meg S ∘ R kompozíciót.



Legyenek R és S binér relációk. Ekkor az $R \circ S$ kompozíció (összetétel, szorzat) reláció:

$$R \circ S = \{(x, y) \mid \exists z : (x, z) \in S, (z, y) \in R\}.$$

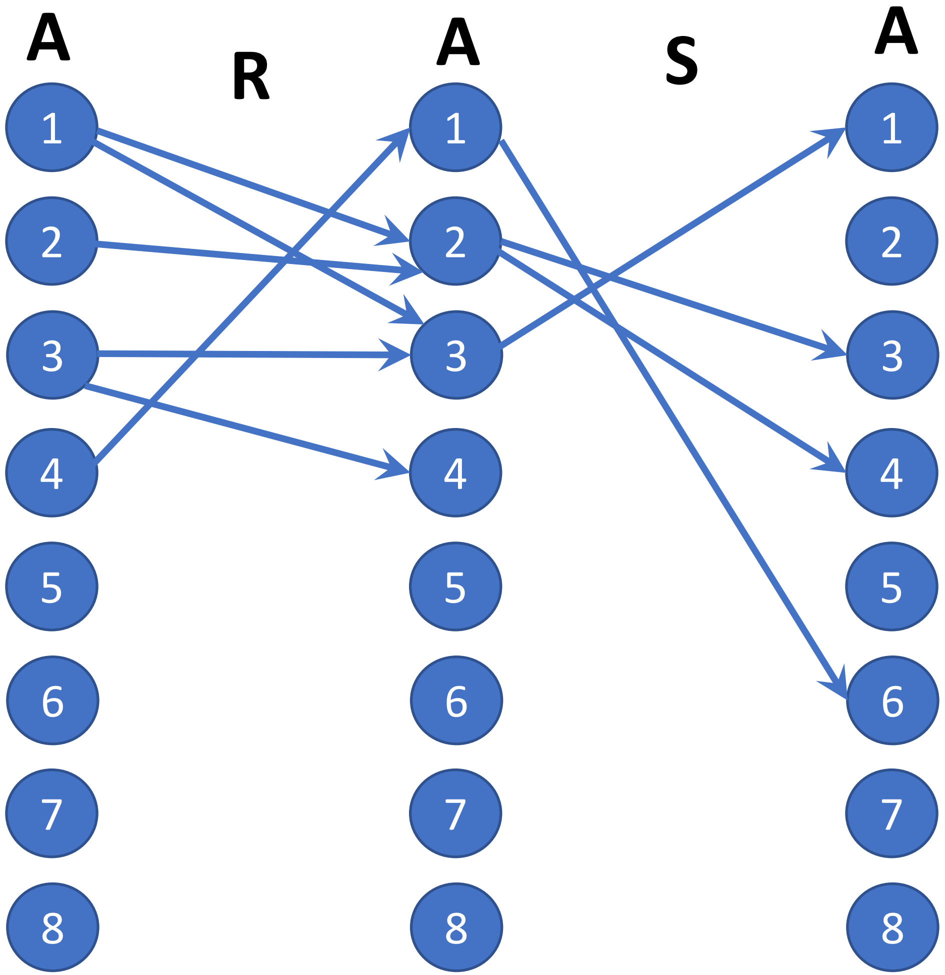
Tehát R és S relációkkal lefedett irányított utat keresünk…

- R első elemeiből (A halmaz),
- S második elemeibe (C halmaz)…

S ∘ R={(1, 2), (1, 4), (2, 6), (2, 8), (3, 2), (3, 4), (3, 6), (3, 8)}

2. feladat:

Legyen $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $S, R \subseteq A \times A$. Határozza meg $S \circ R$ kompozíciót.
(a) $R = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1)\}$ és $S = \{(1, 6), (2, 3), (2, 4), (3, 1)\}$

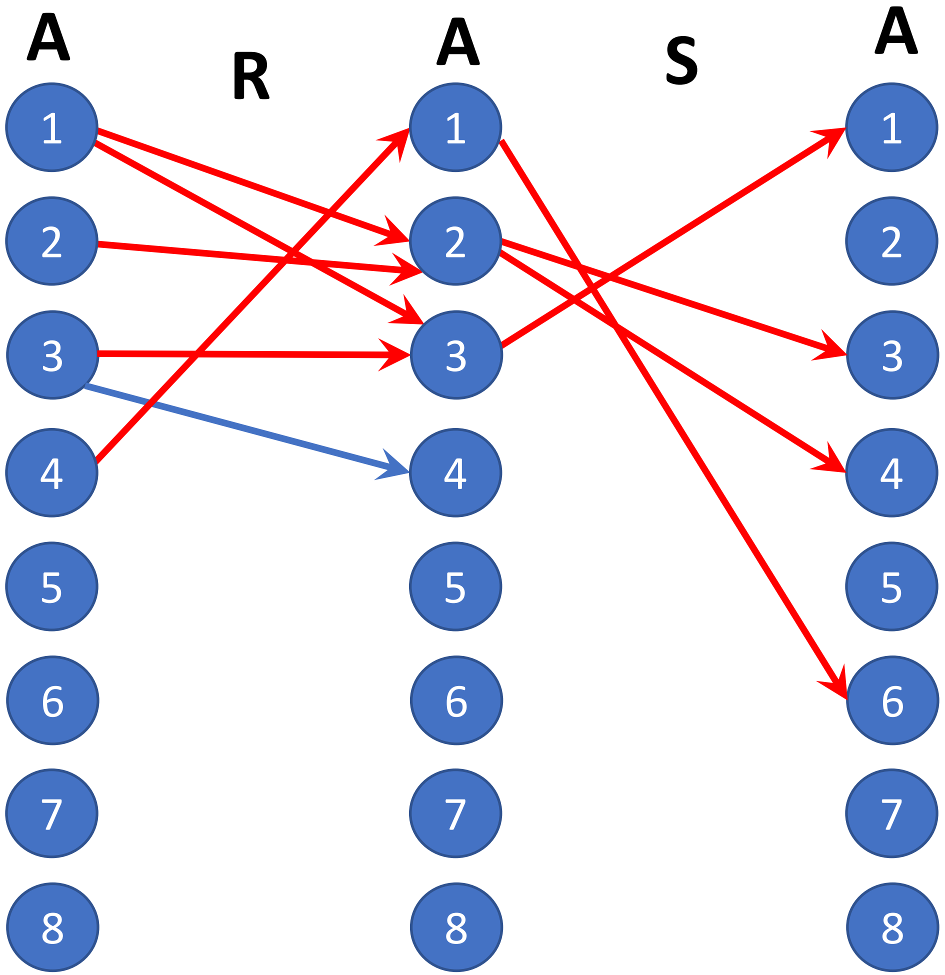


Kommutatív-e a kompozíció?

2. feladat:

Legyen $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $S, R \subseteq A \times A$. Határozza meg $S \circ R$ kompozíciót.

(a) $R = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1)\}$ és $S = \{(1, 6), (2, 3), (2, 4), (3, 1)\}$

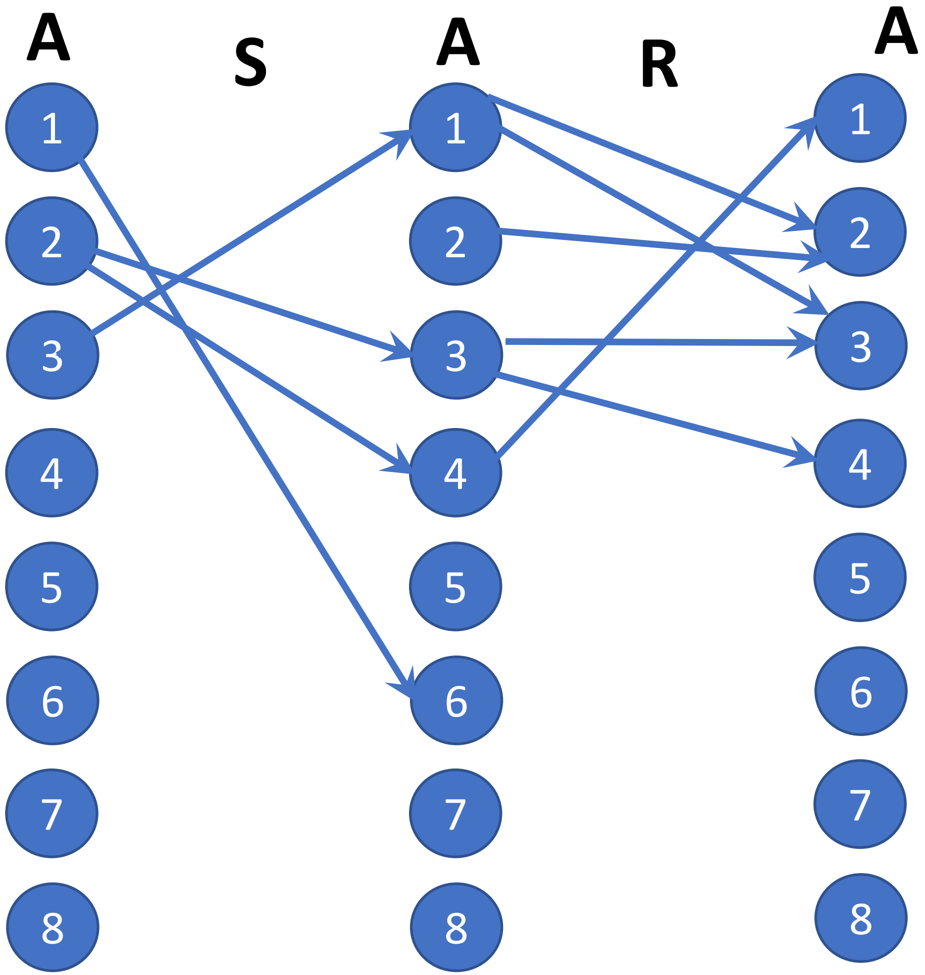


$S \circ R = \{(1, 3), (1, 4), (1,1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (4, 6)\}$

Kommutatív-e a kompozíció?

2. feladat:

Legyen A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}, $S, R \subseteq A \times A$. Határozza meg $S \circ R$ kompozíciót.
(a) R = {(1, 2), (1, 3), (2, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1)} és S = {(1, 6), (2, 3), (2, 4), (3, 1)}

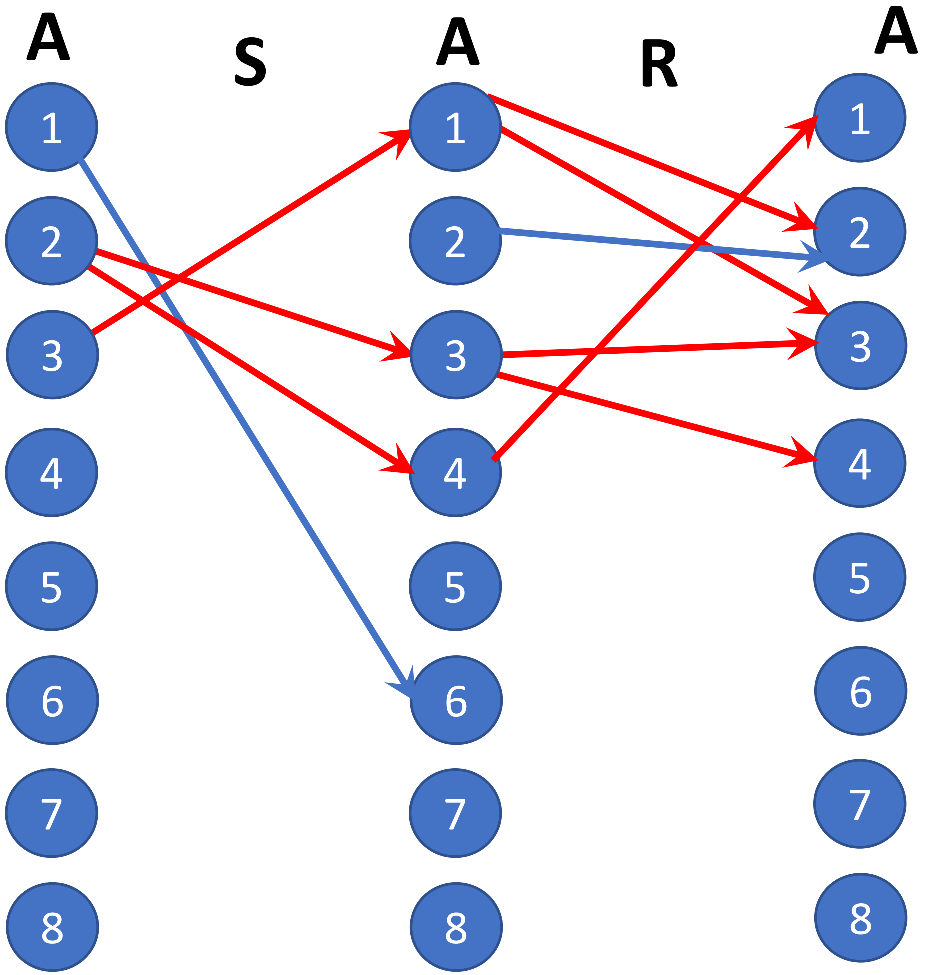


$S \circ R$={(1, 3), (1, 4), (1,1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (4, 6)}

Kommutatív-e a kompozíció?

2. feladat:

Legyen $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $S, R \subseteq A \times A$. Határozza meg $S \circ R$ kompozíciót.
(a) $R = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1)\}$ és $S = \{(1, 6), (2, 3), (2, 4), (3, 1)\}$



$S \circ R = \{(1, 3), (1, 4), (1,1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (4, 6)\}$

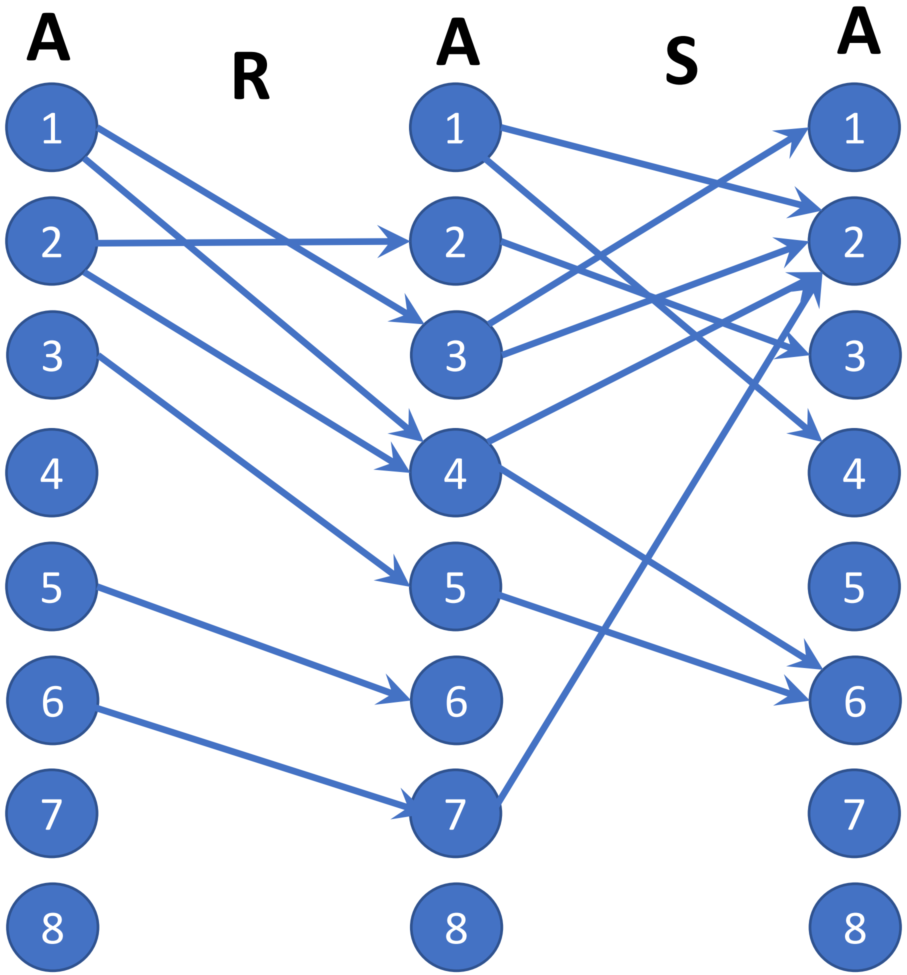
Kommutatív-e a kompozíció?

Egy frászt!
$R \circ S = \{(2,1), (2,3), (2,4), (3,2), (3,3)\}$

2. feladat:

Legyen $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $S, R \subseteq A \times A$. Határozza meg $S \circ R$ kompozíciót.

(b) $R = \{(1,3),(1,4),(2,2),(2,4),(3,5),(5,6),(6,7)\}$ és $S = \{(1,2),(1,4),(2,3),(3, 1),(3,2),(4,2),(4,6),(5,6),(7,2)\}$

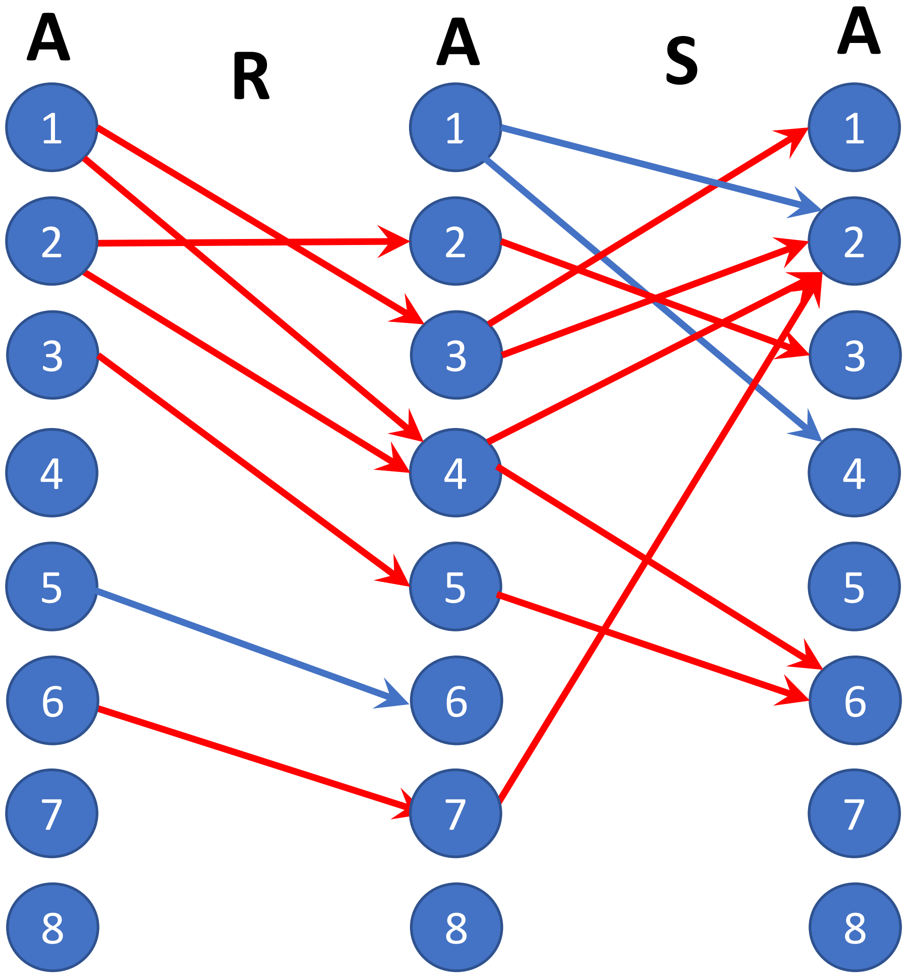


Kommutatív-e a kompozíció?

2. feladat:

Legyen $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $S,R \subseteq A \times A$. Határozza meg $S \circ R$ kompozíciót.

(b) $R = \{(1,3),(1,4),(2,2),(2,4),(3,5),(5,6),(6,7)\}$ és $S = \{(1,2),(1,4),(2,3),(3, 1),(3,2),(4,2),(4,6),(5,6),(7,2)\}$



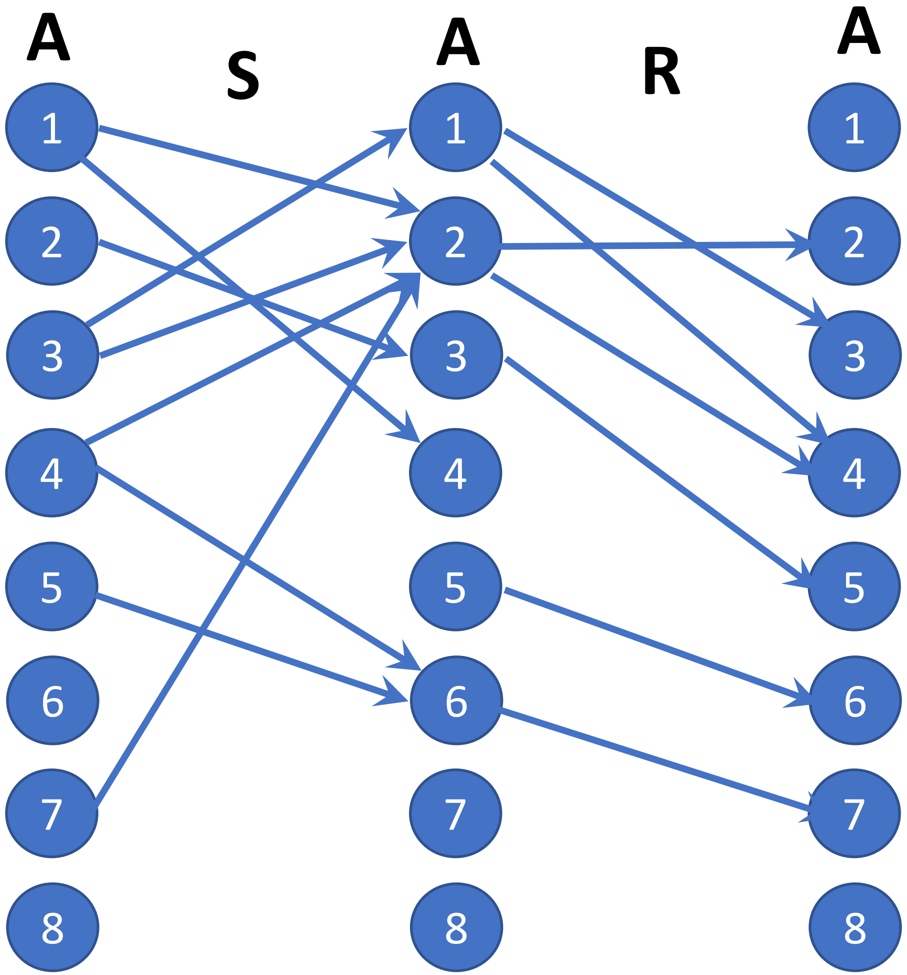
$S \circ R=\{(1,1),(1,2),(1,6),(2,3),(2,2),(2,6),(3,6),(6,2)\}$

Kommutatív-e a kompozíció?

2. feladat:

Legyen $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $S,R \subseteq A \times A$. Határozza meg $S \circ R$ kompozíciót.

(b) $R = \{(1,3),(1,4),(2,2),(2,4),(3,5),(5,6),(6,7)\}$ és $S = \{(1,2),(1,4),(2,3),(3, 1),(3,2),(4,2),(4,6),(5,6),(7,2)\}$



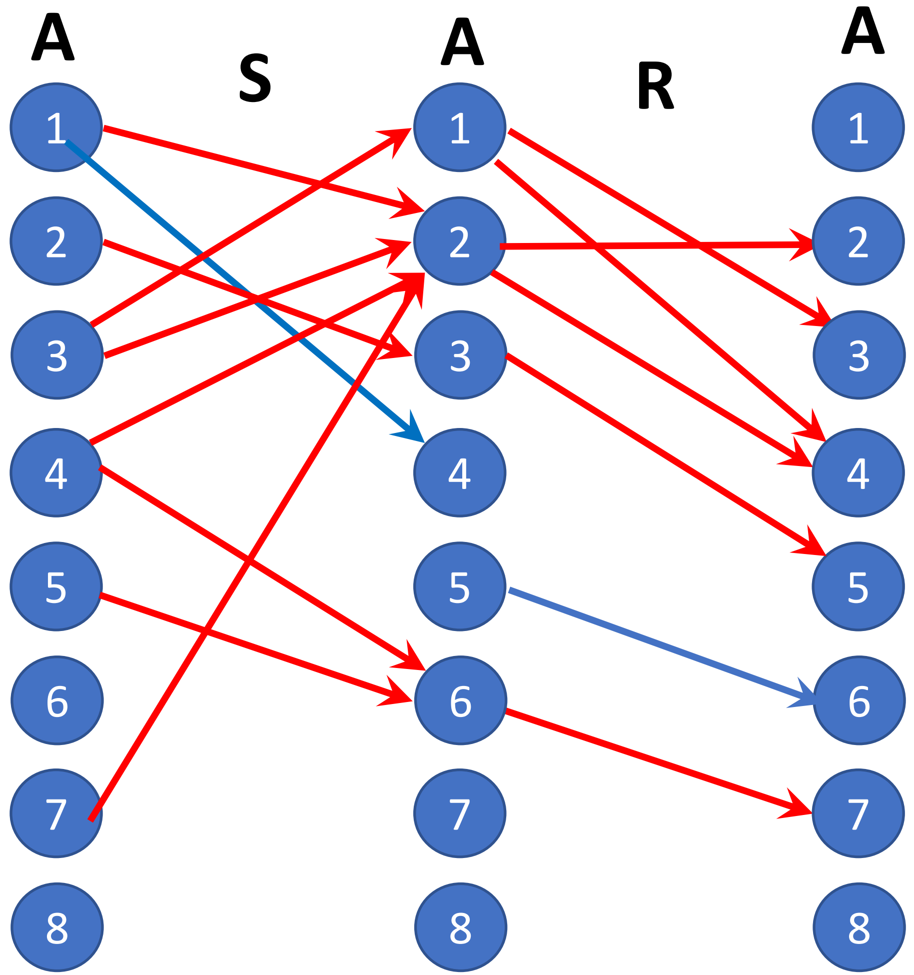
$S \circ R=\{(1,1),(1,2),(1,6),(2,3),(2,2),(2,6),(3,6),(6,2)\}$

Kommutatív-e a kompozíció?

2. feladat:

Legyen $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $S,R \subseteq A \times A$. Határozza meg $S \circ R$ kompozíciót.

(b) $R = \{(1,3),(1,4),(2,2),(2,4),(3,5),(5,6),(6,7)\}$ és $S = \{(1,2),(1,4),(2,3),(3, 1),(3,2),(4,2),(4,6),(5,6),(7,2)\}$



$S \circ R=\{(1,1),(1,2),(1,6),(2,3),(2,2),(2,6),(3,6),(6,2)\}$

Kommutatív-e a kompozíció?

NEM

$R \circ S =\{(1,2),(1,4),(2,5),(3,3),(3,4),(3,2),$
$(4,2),(4,4),(4,7),(5,7),(7,2),(7,4)\}$

2. feladat:

Legyen $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $S, R \subseteq A \times A$. Határozza meg $S \circ R$ kompozíciót. Kommutatív-e a kompozíció?

(c) $R = \{(2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 4), (4, 4), (5, 3)\}$ és $S = \{(2, 6), (3, 7), (5, 1), (5, 6), (5, 8), (6, 2), (7, 7)\}$

(d) $R = \{(6, 1), (6, 2), (7, 3), (8, 7)\}$ és $S = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 1), (5, 3), (5, 5), (7, 1), (7, 2)\}$

Házi feladat

3. feladat:

Legyenek R, S $\subseteq$ A $\times$ A szimmetrikus relációk. Bizonyítsuk be, hogy R $\circ$ S szimmetrikus akkor és csak akkor, ha R $\circ$ S = S $\circ$ R.

$R=R^{-1}$ és $S=S^{-1}$-ből *(tehát R és S relációk szimmetrikusak)*:

$R \circ S = (R \circ S)^{-1}$ iff $R \circ S = (R \circ S)^{-1} = (S^{-1} \circ R^{-1}) = S \circ R$

Tehát igaz

Megjegyzés: Az S és R reláció felcserélhető, ha R $\circ$ S = S $\circ$ R.

Legyen R reláció X-en. Ekkor azt mondjuk, hogy
R szimmetrikus, ha $\forall x, y \in X : xRy \Rightarrow yRx$;

Legyenek R és S binér relációk. Ekkor az $R \circ S$ kompozíció (összetétel, szorzat) reláció:

$$R \circ S = \{(x, y) \mid \exists z : (x, z) \in S, (z, y) \in R\}.$$

Def.: R reláció inverze: $R^{-1} = \{(y, x) : (x, y) \in \rho\}$

4. feladat:

Legyen $R, S \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Határozza meg az $S \circ R$ és $R \circ S$ kompozíciót!

(a) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 4x = y^2 + 6\}$ és $S = \{(x, y)) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x - 1 = y\}$

- $S \circ R$:

$$x \xrightarrow{R} z \xrightarrow{S} y$$

R-ből: $4x=z^2+6$

S-ből: $z-1=y$

A kettőből: $4x= (y+1)^2+6=$
y^2+2y+7

$S \circ R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 4x = y^2+2y+7\}$

- $R \circ S$:

$$x \xrightarrow{S} z \xrightarrow{R} y$$

S-ből: $x-1=z$

R-ből: $4z=y^2+6$

A kettőből: $4x-4= y^2+6$
$4x=y^2+10$

$R \circ S = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 4x = y^2+10\}$

Tehát $S \circ R \neq R \circ S$

4. feladat:

Legyen $R, S \subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Határozza meg az $S \circ R$ és $R \circ S$ kompozíciót!

(b) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x = 2y\}$ és $S = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^3\}$

- $S \circ R$:

$$x \xrightarrow{\mathbf{R}} z \xrightarrow{\mathbf{S}} y$$

R-ből: $x=2z$ *S-ből:* $z^3=y$

A kettőből: $x^3 = 8y$

$S \circ R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^3 = 8y\}$

- $R \circ S$:

$$x \xrightarrow{\mathbf{S}} z \xrightarrow{\mathbf{R}} y$$

S-ből: $x^3=z$ *R-ből:* $z=2y$

A kettőből: $x^3 = 2y$

$R \circ S = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^3 = 2y\}$

Tehát $S \circ R \neq R \circ S$

4. feladat:

Legyen R, S $\subseteq$ $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Határozza meg az S $\circ$ R és R $\circ$ S kompozíciót!

(d) R = $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2-6x+5=y\}$ és S = $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 = y \wedge 2y = x\}$

- S $\circ$ R:

$$x \xrightarrow{\textbf{R}} z \xrightarrow{\textbf{S}} y$$

R-ből: $x^2-6x+5=z$

S-ből: $z^2=y \wedge z=2y$

z=0 vagy z=1/2

$S=\{(0,0),(1/2,1/4)\}$

Kettőből együtt:

$x^2-6x+5=z=0$ vagy $x^2-6x+5=z=1/2$

- $x^2-6x+5=z=0$ esetén: x=1 és x=5
- $x^2-6x+5=z=1/2$ esetén: $x^2 - 6x + 9/2=0 \rightarrow x= 3\pm(3\sqrt{2})/2$

S $\circ$ R = $\left\{(1,0), (5,0), \left(3+\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{4}\right), \left(3-\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{4}\right)\right\}$

- R $\circ$ S:

Házi feladat

4. feladat:

Legyen R, S $\subseteq \mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Határozza meg az S $\circ$ R és R $\circ$ S kompozíciót!

(c) $R = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 1/x = y^2\}$ és $S = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid \sqrt{x-2} = 3y\}$

Házi feladat

4 és feledik feladat:

Tekintsük a következő relációkat:

$R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x + 7\}$;

$S = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x - 3\}$;

$T = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | x - y \in \{3,5\}\}$

Határozza meg a következő kompozíciókat:

a) $S \circ R$
b) $R \circ S$
c) $R^{-1} \circ R$
d) $R \circ R^{-1}$
e) R^3
f) $T \circ R$
g) $R \circ T$
h) T^2
i) $T \circ T^{-1}$
j) $T^{-1} \circ T$

4 és feledik feladat:

Tekintsük a következő relációkat:
$R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x + 7\};$
$S = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x - 3\};$
$T = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | x - y \in \{3,5\}\}$
Határozza meg a következő kompozíciókat:

- S ∘ R

Az 1. eleme (x) R reláció 1. eleme, 2. eleme (y) S reláció 2. eleme lesz (úgy, hogy R 2. eleme és S 1. eleme közös: z)

$$x \xrightarrow{R} z \xrightarrow{S} y$$

R-ből: x+7=z

S-ből: z-3=y

Az előző két egyenletből: y=x+4

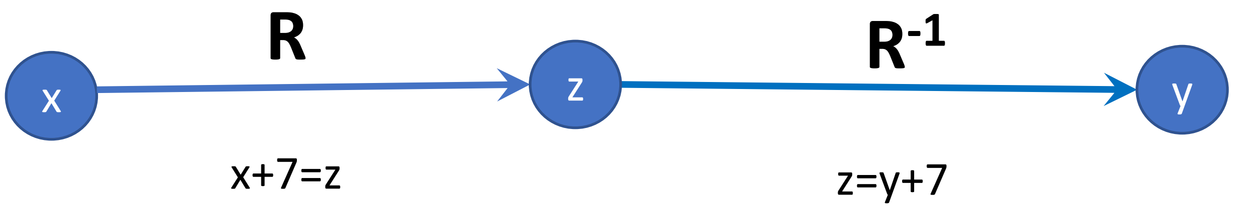
S ∘ R=$\{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x + 4\}$

4 és feledik feladat:

Tekintsük a következő relációkat:
$R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x + 7\}$;
$S = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x - 3\}$;
$T = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | x - y \in \{3,5\}\}$
Határozza meg a következő kompozíciókat:

- $R^{-1} \circ R$

Az 1. eleme (x) R reláció 1. eleme, 2. eleme (y) R^{-1} reláció 2. eleme lesz



Az előző két egyenletből: y=x

$R^{-1} \circ R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x\}$

4 és feledik feladat:

Tekintsük a következő relációkat:

$R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x + 7\}$;

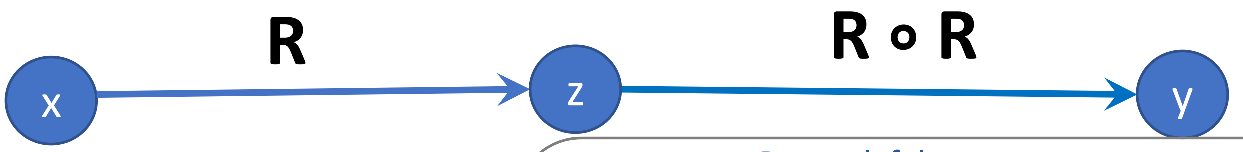
$S = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x - 3\}$;

$T = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | x - y \in \{3,5\}\}$

Határozza meg a következő kompozíciókat:

- R^3

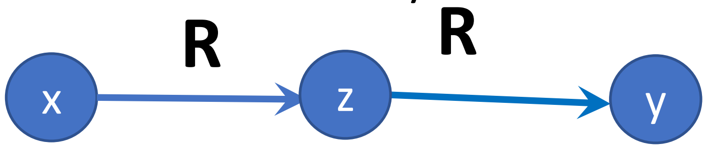
  $R^3 = (R \circ R) \circ R$



x+7=z

Bontsuk fel ezt:

x+7=z és y=z+7



A fenti felbontásból: y=x+14

$R \circ R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x + 14\}$

Ezekből: y=x+21

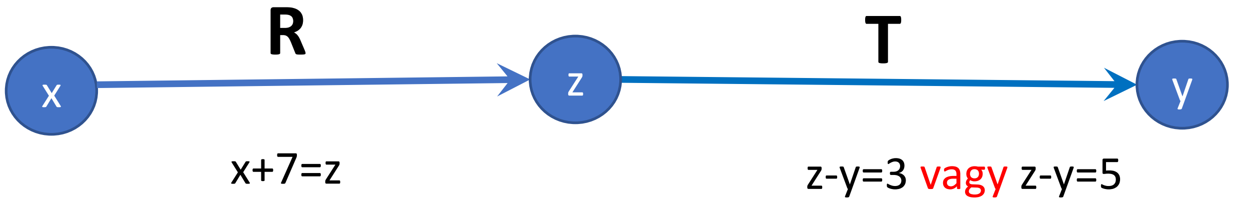
$R^3 = (R \circ R) \circ R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x + 21\}$

4 és feledik feladat:

Tekintsük a következő relációkat:
$R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x + 7\}$;
$S = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x - 3\}$;
$T = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | x - y \in \{3,5\}\}$
Határozza meg a következő kompozíciókat:

- T ∘ R

Az 1. eleme (x) R reláció 1. eleme, 2. eleme (y) T reláció 2. eleme lesz



Az előző két egyenletből: y=x+4 vagy y=x+2

T ∘ R=$\{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x + 4 \vee y = x + 2\}$

4 és feledik feladat:

Tekintsük a következő relációkat:
$R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x + 7\};$
$S = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x - 3\};$
$T = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | x - y \in \{3{,}5\}\}$
Határozza meg a következő kompozíciókat:

- T^2

Az 1. eleme (x) T reláció 1. eleme, 2. eleme (y) T reláció 2. eleme lesz

$$x \xrightarrow{\mathbf{T}} z \xrightarrow{\mathbf{T}} y$$

x-z=3 vagy x-z=5   z-y=3 vagy z-y=5

Az előző két egyenletből: y=x-6 vagy y=x-8 vagy y=x-10

T^2=$\{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | x - y = \in \{6{,}8{,}10\}\}$

4 és feledik feladat:

Tekintsük a következő relációkat:
$R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x + 7\};$
$S = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x - 3\};$
$T = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | x - y \in \{3{,}5\}\}$
Határozza meg a következő kompozíciókat:

- $T \circ T^{-1}$

Az 1. eleme (x) T^{-1} reláció 1. eleme, 2. eleme (y) T reláció 2. eleme lesz

$$x \xrightarrow{\mathbf{T^{-1}}} z \xrightarrow{\mathbf{T}} y$$

z-x=3 vagy z-x=5 z-y=3 vagy z-y=5

Az előző két egyenletből: y=x vagy y=x-2 vagy y=x+2

$T \circ T^{-1} = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | x - y = \in \{-2{,}0{,}2\}\}$

4 és feledik feladat:

Tekintsük a következő relációkat:

$R = \{(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x + 7\};$

$S = \{(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | y = x - 3\};$

$T = \{(x,y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} | x - y \in \{3,5\}\}$

Határozza meg a következő kompozíciókat:

- $R \circ S$
- $R \circ R^{-1}$
- $R \circ T$
- $T^{-1} \circ T$

Házi feladat

5. feladat:

Tekintsük a következő relációkat:

$\rho = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid |x - y| \leq 3\};$

$\varphi = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 6x - 1 = 4y + 5\};$

$\lambda = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 4 | 2x + 3y\};$

$\alpha = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 1{,}5x - 1{,}5 \leq y\}.$

Határozza meg a következő kompozíciókat:

$a)\ \ \rho \circ \varphi$

Olyan z egész számot keresünk, melyre…

$$x \xrightarrow{\varphi} z \xrightarrow{\rho} y$$

6x - 1 = 4z + 5

6x - 6 = 4z

| z-y | $\leq$ 3

| 4z-4y | $\leq$ 12

A kettőből: | 6x-6-4y | $\leq$ 12

| 3x-3-2y | $\leq$ 6

$\rho \circ \varphi = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid |\, 3x-3-2y \,| \leq 6\}$

5. feladat:

Tekintsük a következő relációkat:

$\rho = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid |x - y| \leq 3\}$;

$\varphi = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 6x - 1 = 4y + 5\}$;

$\lambda = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 4 \mid 2x + 3y\}$;

$\alpha = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 1{,}5x - 1{,}5 \leq y\}$.

Határozza meg a következő kompozíciókat:

d) $\alpha \circ \rho$

Olyan z egész számot keresünk, melyre…

$$x \xrightarrow{\rho} z \xrightarrow{\alpha} y$$

$| x - z | \leq 3$

$x - 3 \leq z \leq x + 3$

$1{,}5z - 1{,}5 \leq y$

$z \leq 1{,}5y + 1$

A kettőből származva teljesülnie kell: $x - 3 \leq z \leq 1{,}5y + 1$

$1{,}5x - 6 \leq y$

ha egy (x,y) pár teljesíti a fentieket, akkor a $z \leq x + 3$ is teljesül, tehát:

$\alpha \circ \rho = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 1{,}5x - 6 \leq y\}$

5. feladat:

Tekintsük a következő relációkat:

$\rho = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid |x - y| \leq 3\};$

$\varphi = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 6x - 1 = 4y + 5\};$

$\lambda = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 4 \mid 2x + 3y\};$

$\alpha = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 1{,}5x - 1{,}5 \leq y\}.$

Határozza meg a következő kompozíciókat:

$e)\ \ \rho \circ \alpha$

Olyan z egész számot keresünk, melyre…

$$x \xrightarrow{\alpha} z \xrightarrow{\rho} y$$

$1{,}5x - 1{,}5 \leq z$

$| z - y | \leq 3$

$y - 3 \leq z \leq y + 3$

A kettőből származva teljesülnie kell: $1{,}5x - 1{,}5 \leq z \leq y + 3$

$1{,}5x - 4{,}5 \leq y$

ha egy (x,y) pár teljesíti a fentieket, akkor a $y - 3 \leq z$ is teljesül, tehát:

$\rho \circ \alpha = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 1{,}5x - 4{,}5 \leq y\}$

5. feladat:

Tekintsük a következő relációkat:

$\rho = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid |x - y| \leq 3\};$

$\varphi = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 6x - 1 = 4y + 5\};$

$\lambda = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 4 | 2x + 3y\};$

$\alpha = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 1{,}5x - 1{,}5 \leq y\}.$

Határozza meg a következő kompozíciókat:

$b)$ $\varphi \circ \lambda$

$c)$ φ^3

Házi feladat