

上篇：电路分析基础

第1章 电路的基本概念与基本定律

1.1 电路的组成与电路模型

1.2 电路的基本物理量

1.3 基尔霍夫定律

1.4 无源元件

1.5 有源元件

重点:

1. 电压、电流的参考方向

2. 基尔霍夫定律

3. 电路元件特性
(电阻、电源、受控源)

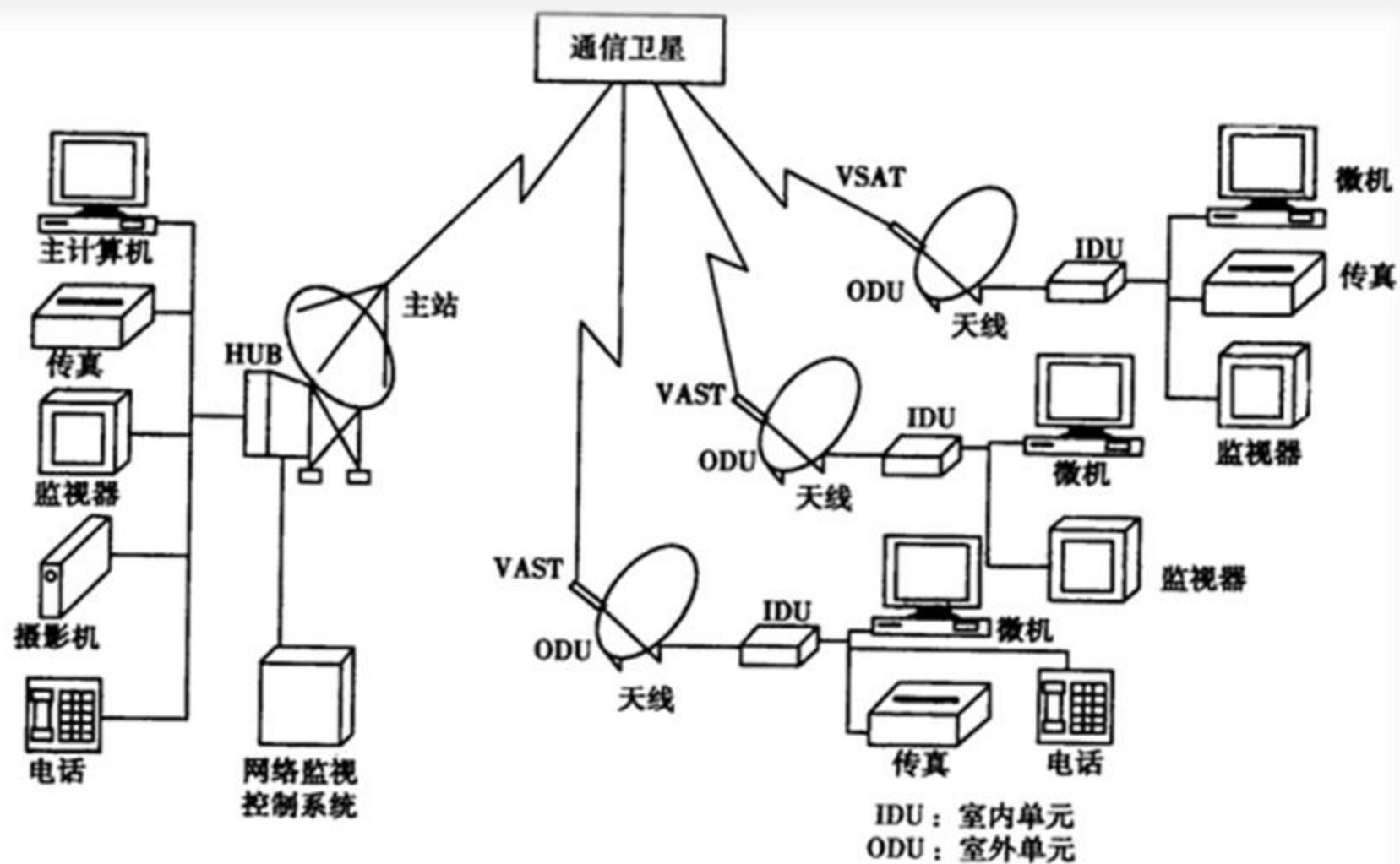
电路分析的基础

1.1 电路的组成与电路模型

一、什么是电路？

由电工设备和电气器件按预期目标连接构成的电流的通路







二、电路的组成:

电源



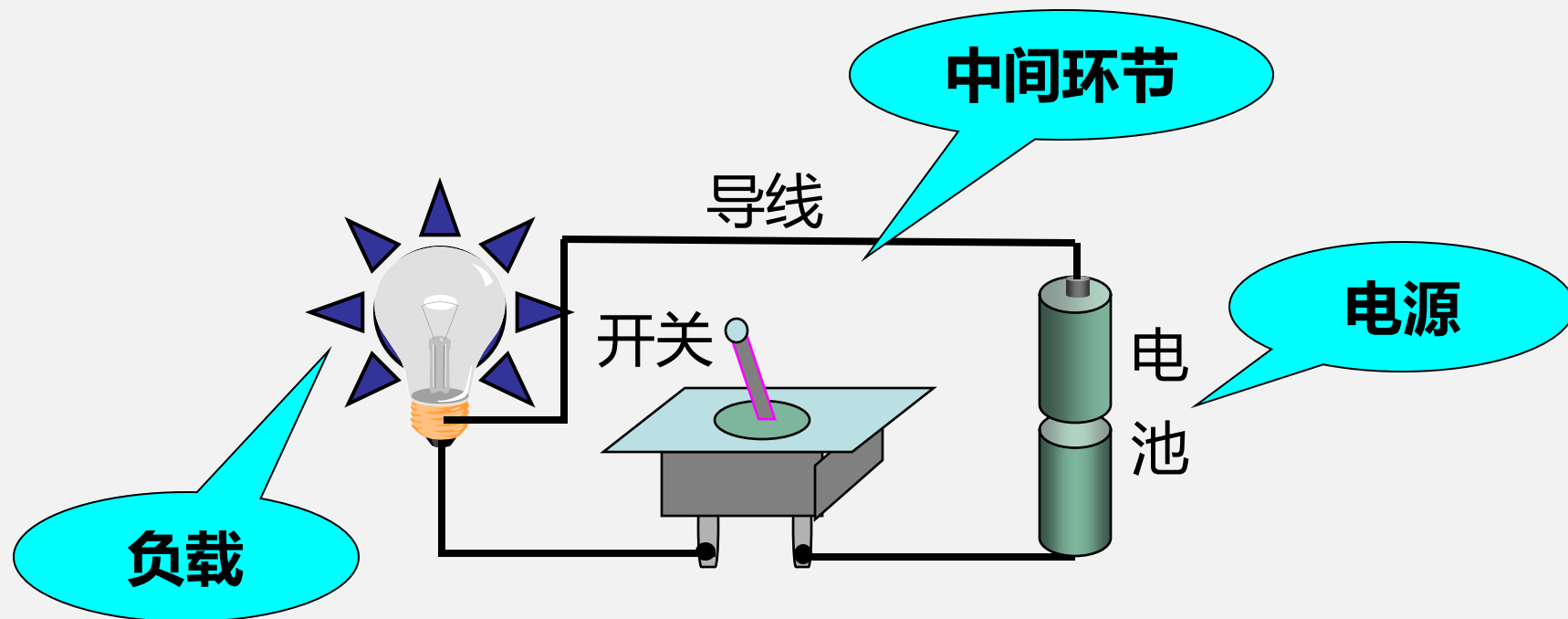
负载



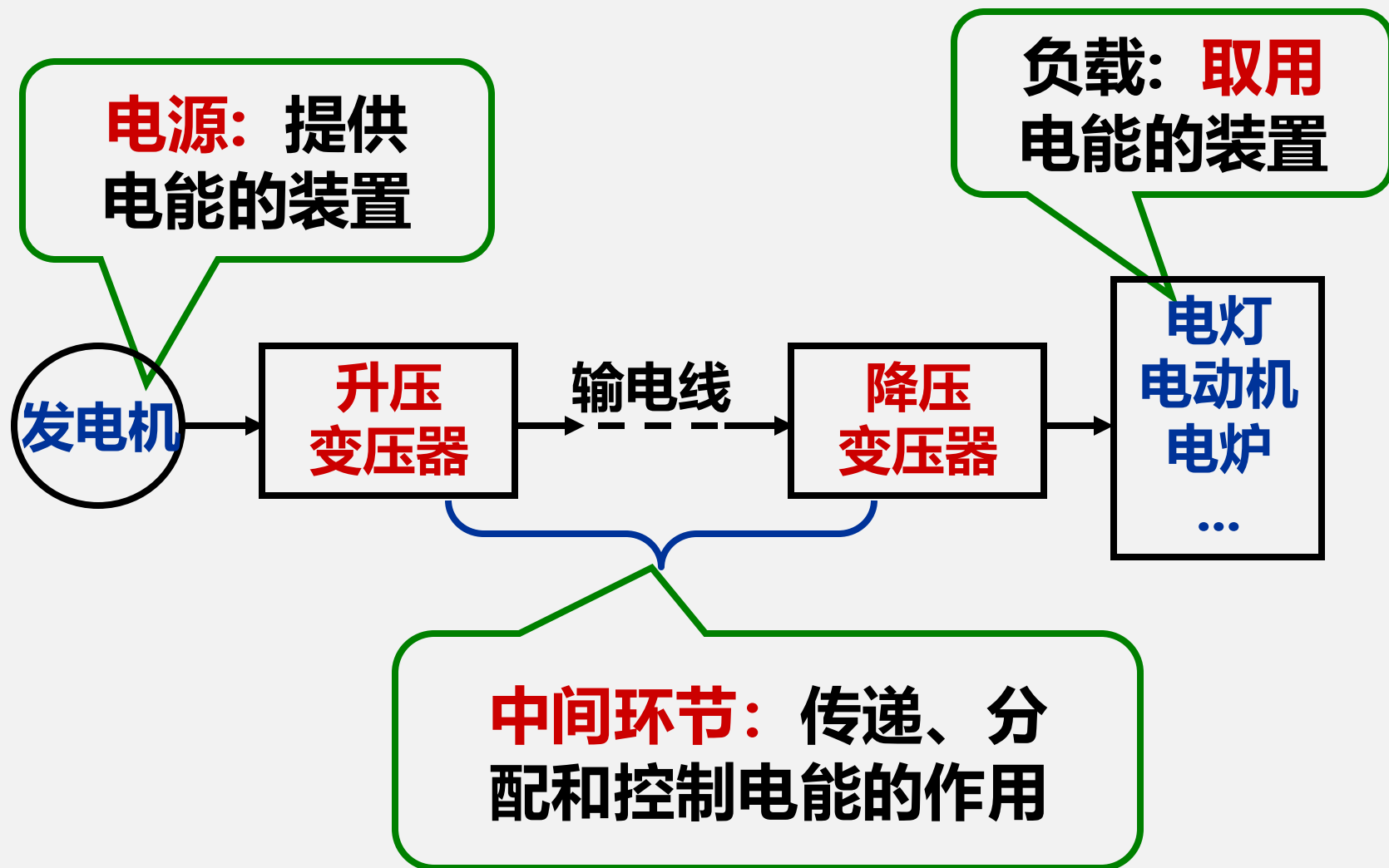
中间环节



◆电路的组成举例1： 手电筒电路

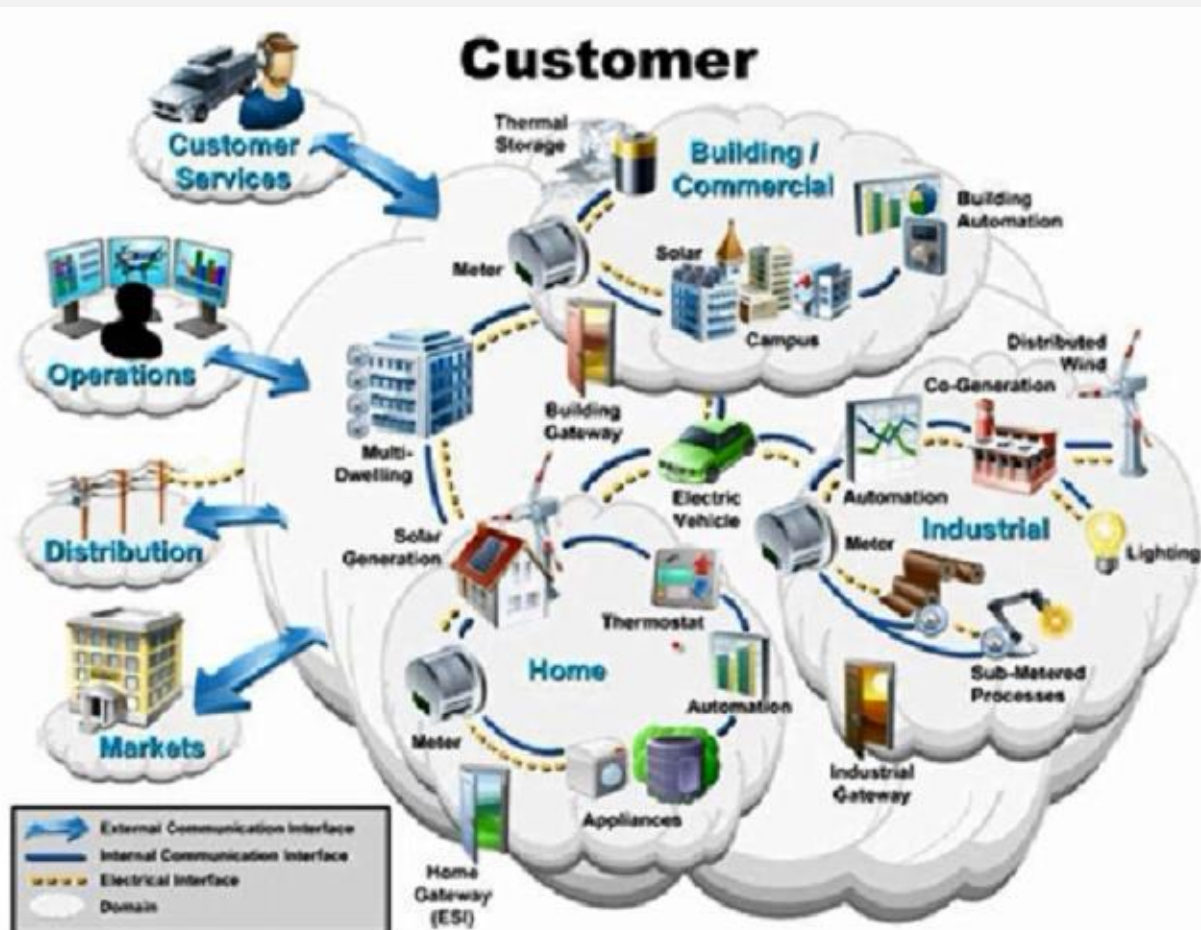


◆ 电路的组成举例2：远距离输电电路



三、电路的作用

(1) 实现电能的传输、分配与转换（强电电路）



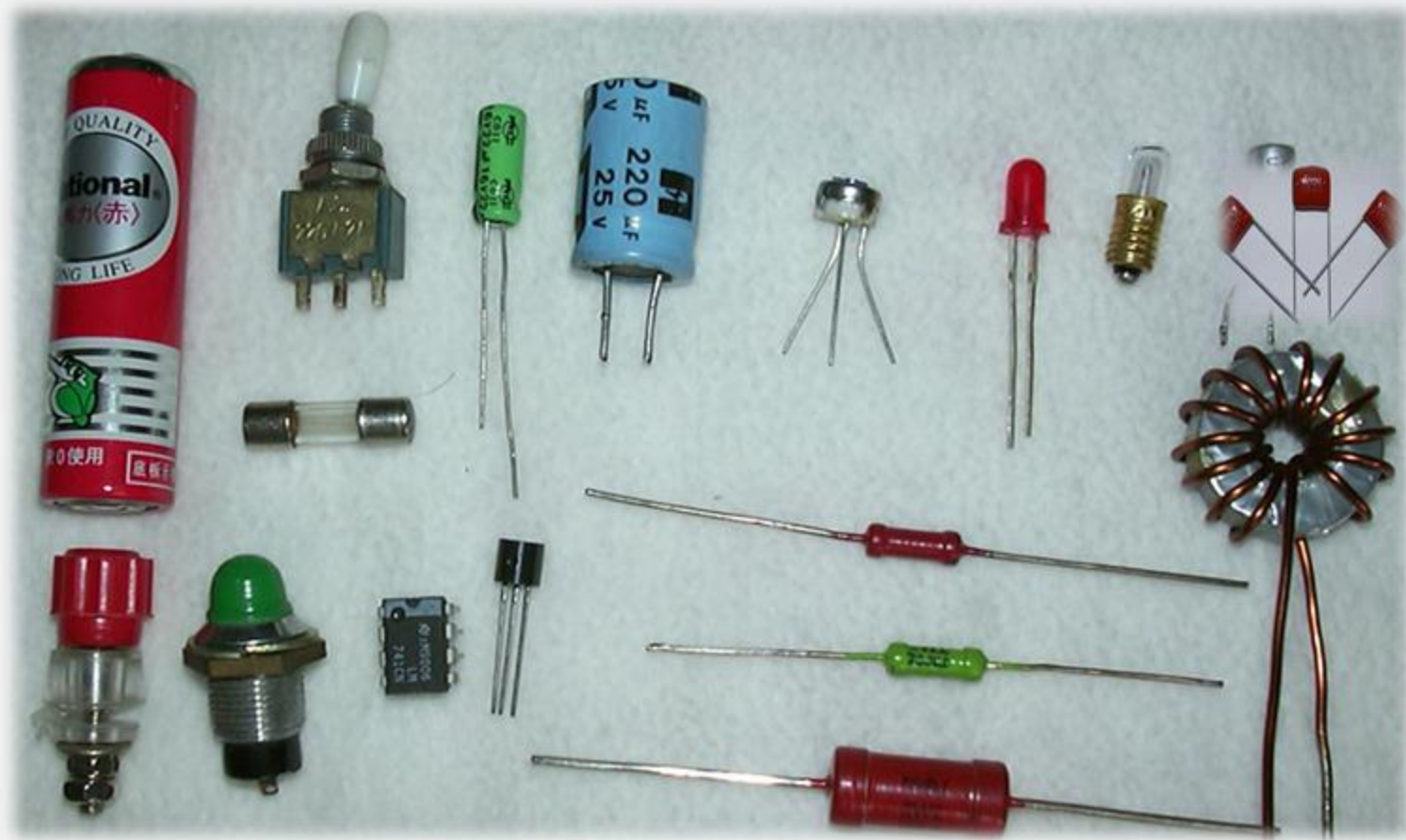
三、电路的作用

(2)实现信号的传递、变换与处理（弱电电路）



四、电路元件和电路模型

电子元器件种类繁多，功能各异。



四、电路元件和电路模型

电子元器件种类繁多，功能各异。



理想电路元件：具有某种单一电磁性能的元素

常见的理想电路元件：

电阻元件：表示消耗电能的元件

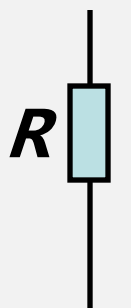
电容元件：表示储存电场能量的元件

电感元件：表示储存磁场能量的元件

电源元件：表示提供电能的元件

二端元件

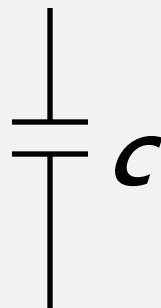
无源元件



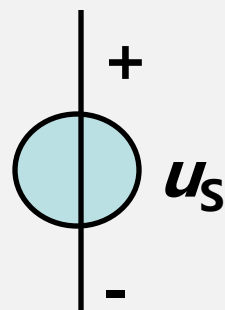
电阻



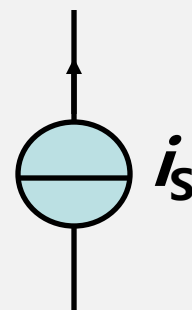
电感



电容



电压源



电流源

有源元件

实际电器件根据其**电磁性能**可以用一个或多个
理想电路元件表示——建模

具有**相同电磁性能**的实际电器件，都可用**同一电路模型**表示。

建模时必须**考虑电路工作条件！**

线圈的建模



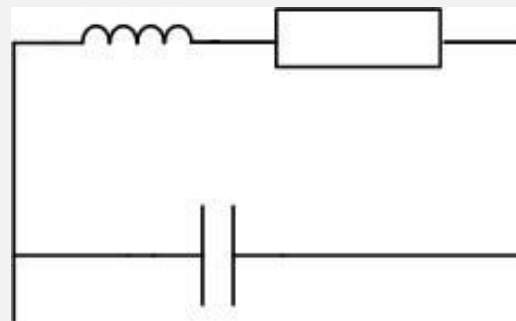
直流：



交流低频：



交流高频：

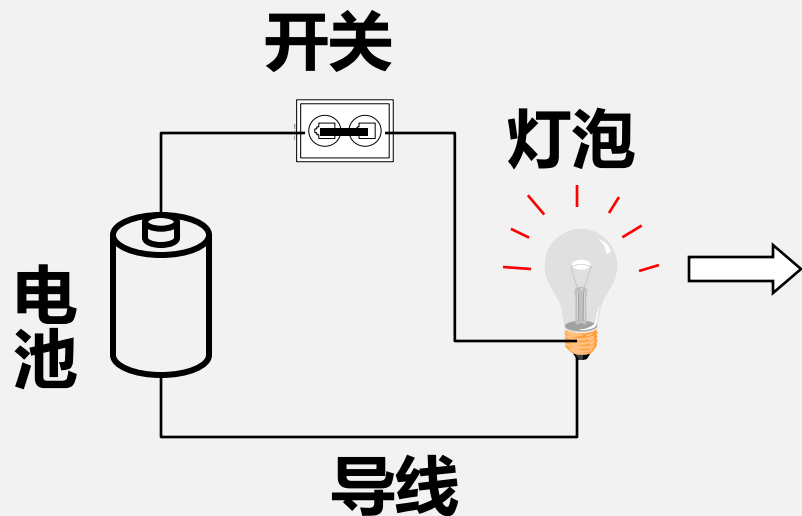


实际电路

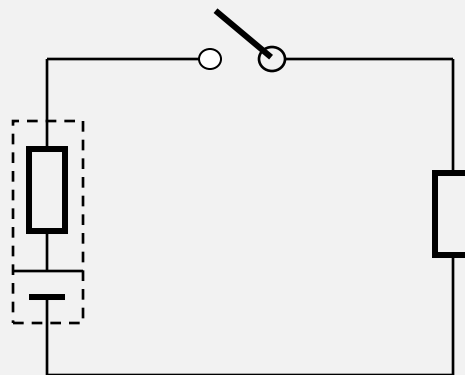


电路模型?

手电筒电路

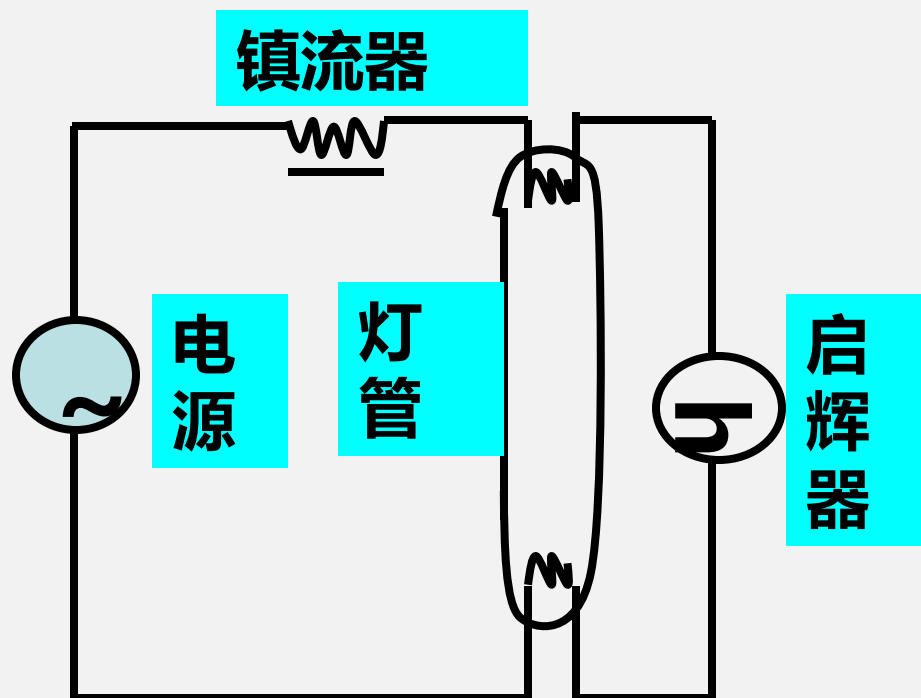


手电筒电路的电路模型

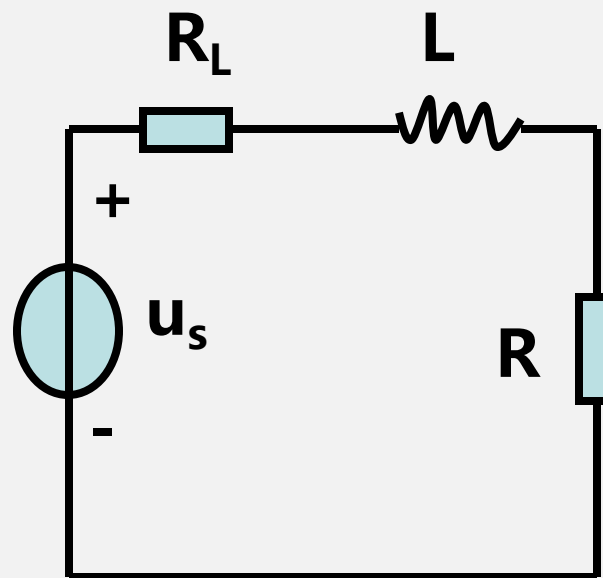


一般情况下，今后所说的“元件”是指理想电路元件，“电路”指的是**电路模型**。

例：日光灯电路



实际电路



电路模型

五、电路的分类

(1) 集总参数电路和分布参数电路

d 表示实际电路的尺寸 ; λ 表示其工作信号的波长

若 $d \ll \lambda$ 为集总参数电路

电路中的电压和电流与器件的几何尺寸和空间位置无关

否则 为分布参数电路

电路中的电压和电流除了是时间的函数外, 还是空间坐标的函数。

实际电路中哪些是集总参数电路，哪些是分布参数电路？

我国电力系统交流电的频率 $f=50\text{Hz}$,

对应的波长 $\lambda = c/f = 3 \times 10^8 / 50 = 6000 \text{ km}$

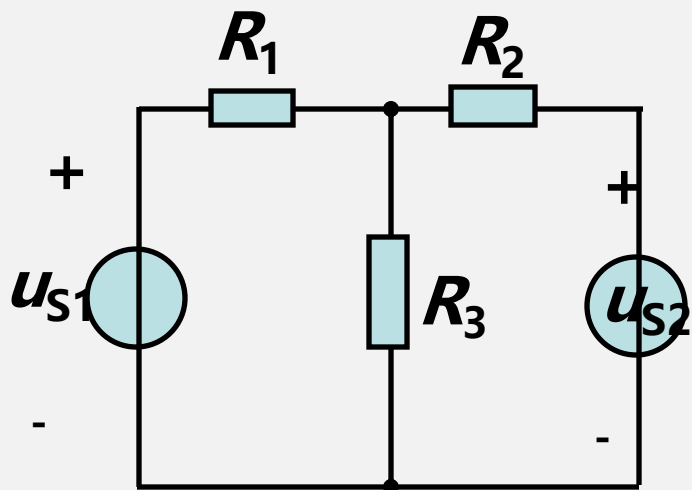
故大部分低频电路属于集总参数电路。

在电力系统中，远距离的电力传输线是比较典型的分布参数电路。

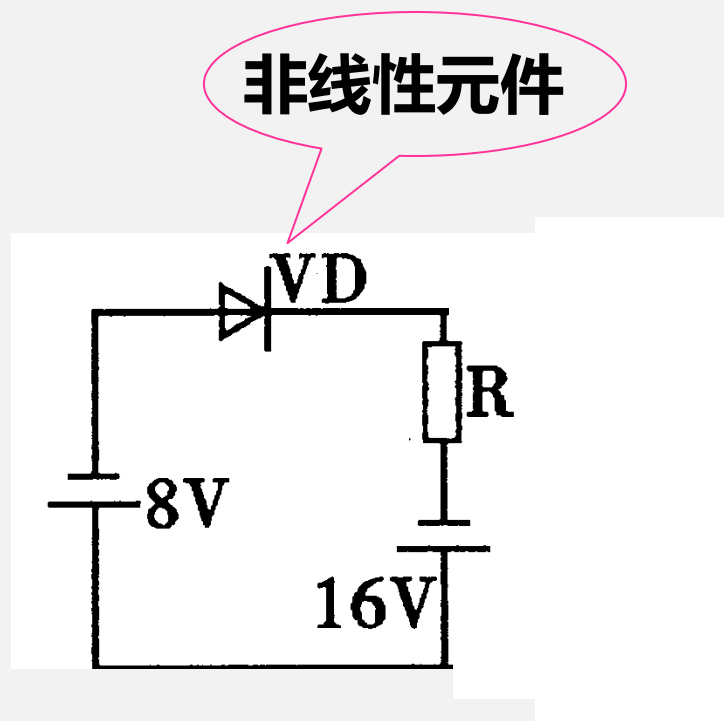
微波电路因频率高、波长短 ($\lambda < 1\text{m}$)，属于分布参数电路。

本课程主要研究集总参数电路。

(2) 线性电路和非线性电路



线性电路



非线性电路

(3) 时不变电路和时变电路

时不变电路：元件参数不随时间变化

1.2 电路的基本物理量

◆ 电 流

➤ 形成： 带电粒子的定向运动形成电流。

➤ 度量： 电流的大小用电流强度表示。

$$i(t) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

➤ 单位： 国际单位制单位:**A(安培)** 常用单位:**mA(10⁻³A)**, **μA(10⁻⁶A)**

前缀	p	n	μ	m	k	M	G
数量级	10 ⁻¹²	10 ⁻⁹	10 ⁻⁶	10 ⁻³	10 ³	10 ⁶	10 ⁹

➤ 分类

- 直流(DC)** 电流:大小和方向不随时间改变, 通常用 **I** 表示
- 交流(AC)** 电流: 大小和方向随时间改变,通常用 **i** 表示

电流的实际方向：正电荷移动的方向

在复杂电路或电流随时间变化时，电流的实际方向难以判断，需要设定电流的参考方向。

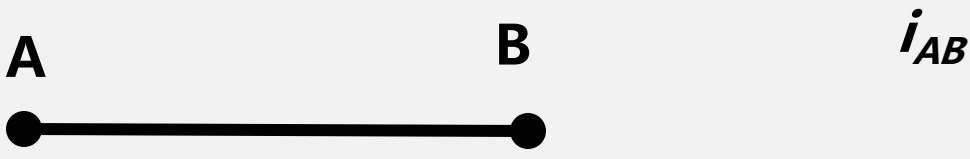
电流的参考方向：假定的电流正方向。

电流参考方向的两种表示：

- 用箭头表示：箭头的指向为电流的参考方向。
(图中标出箭头)

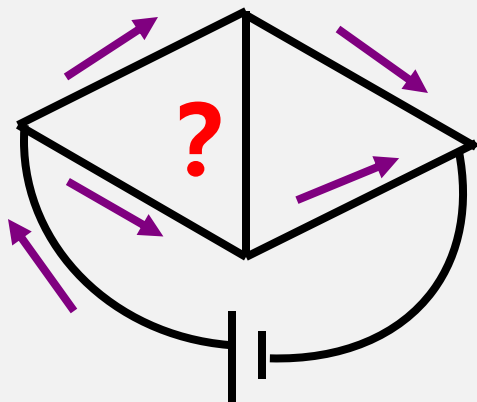


- 用双下标表示：如 i_{AB} ，电流的参考方向由A指向B。
(图中标出A、B)




为什么要引入电流的参考方向？

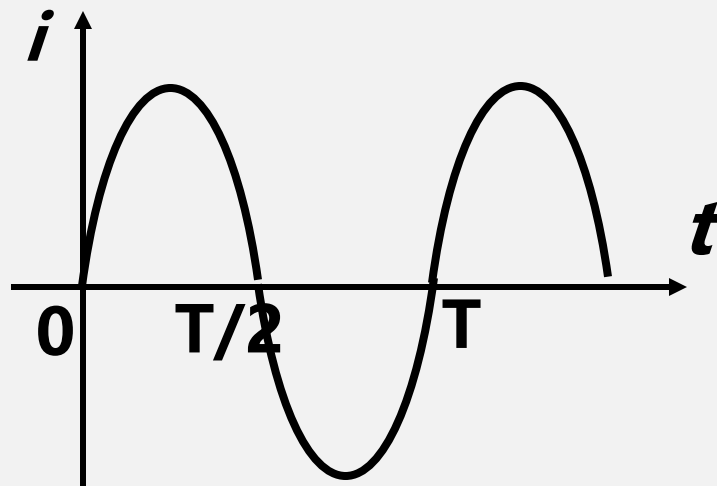
(a) 复杂电路的某些支路事先无法确定实际方向。



中间支路电流的实际方向无法确定，为分析方便，只能先任意标一方向（参考方向），根据计算结果，才能确定电流的实际方向。

(b) 实际电路中有些电流是交变的，无法标出实际方向。标出参考方向，再加上与之配合的表达式，才能表示出电流的大小和实际方向。


$$i = I_m \sin \omega t$$



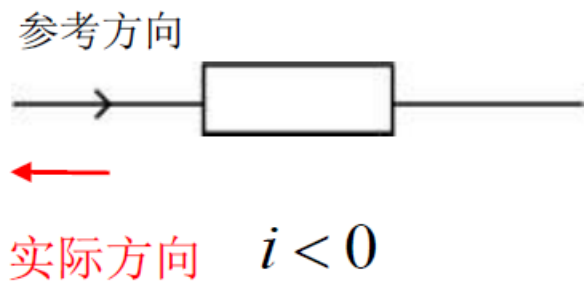
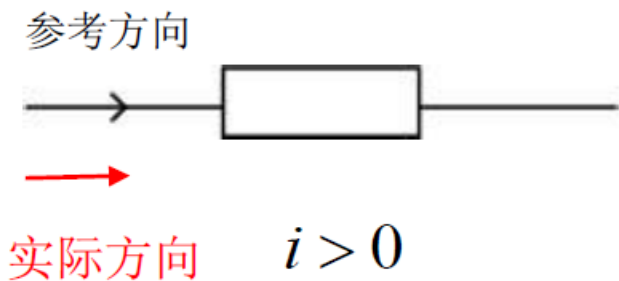
当 $0 < t < T/2$, $i > 0$

电流实际方向与参考方向相同

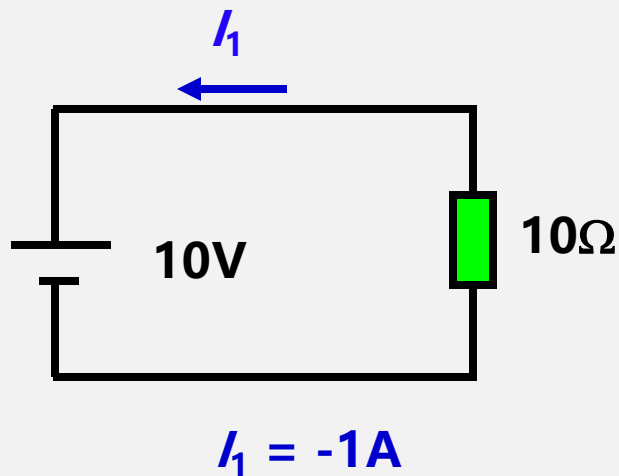
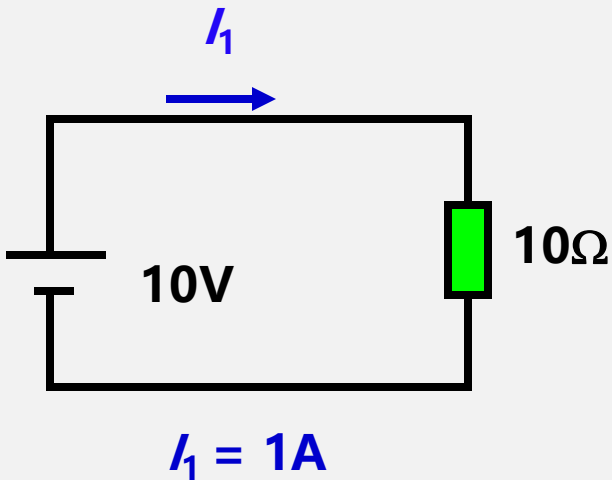
当 $T/2 < t < T$, $i < 0$

电流实际方向与参考方向相反

电流的参考方向可以任意选定

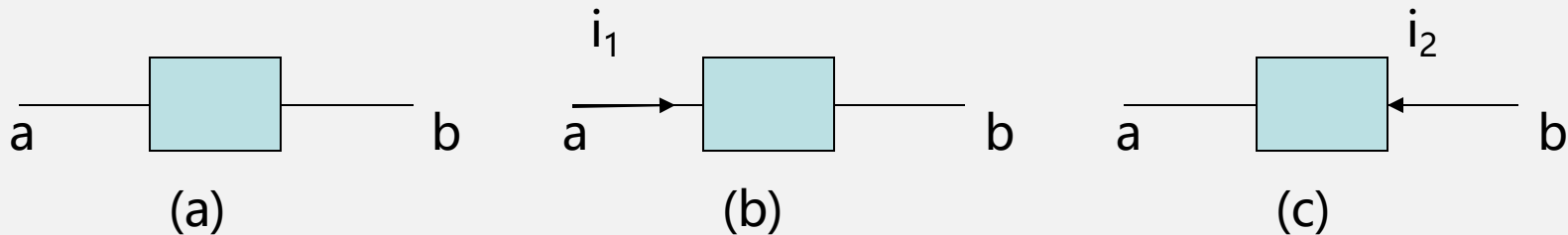


例



指定电流的参考方向后，才能写出电流的函数式，
根据电流的正负可判断电流的实际方向。

例 设2A的电流由a向b流过图示元件，试问如何表示这一电流？



解：有两种表示方式：

(1)用图 (b)中的电流 i_1 表示， i_1 的参考方向与实际方向一致，
故 $i_1=2\text{A}$ 。

(2)用图 (c)中的电流 i_2 表示， i_2 的参考方向与实际方向相反，
故 $i_2=-2\text{A}$ 。

由此可知，对电路中的同一电流规定**相反的参考方向时**，相应的电流表达式**差一个符号**。

◆ 电压

➤ 形成： 将单位正电荷由电路中的a点移到b点电场力所做的功。

➤ 度量：

$$u_{AB} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dw_{AB}}{dq}$$

➤ 单位：

V(伏特)

kV(10^3 V), mV(10^{-3} V), μ V(10^{-6} V)

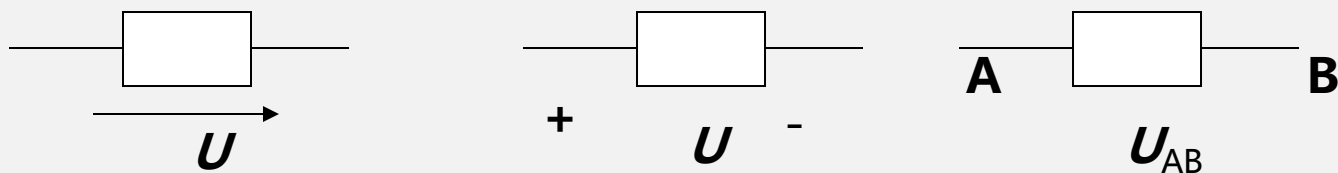
➤ 分类

{ **直流**电压 :大小和方向不随时间改变, 通常用 **U**表示
交流电压 : 大小和方向随时间改变, 通常用 **u**表示

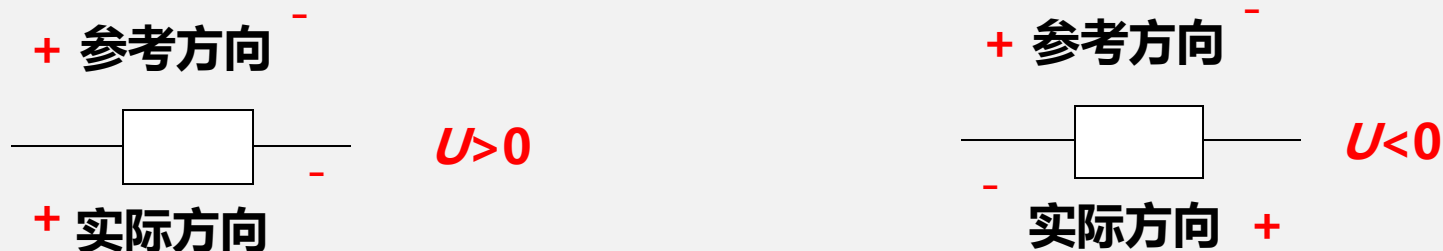
➤电压的方向:

实际方向: 从**高**电位端指向**低**电位端,即电位降低的方向

参考方向: 即电压**假定的正方向**, 通常用一个箭头
或 “+”、“-” 极性或 “双下标” 表示。



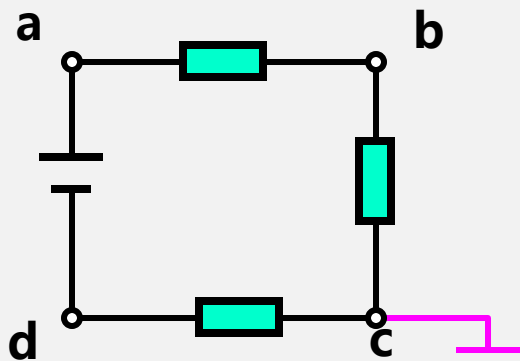
电压的参考方向可以任意选定



◆ 电位

选择电路中某一点作为**参考点**，电路中其他各点到参考点之间的电压称为该点的**电位**，用 V 表示。

参考点的电位为0。参考点可以任意选择，用符号 “ \perp ” 表示。



设c点为电位参考点，则 $V_c = 0$

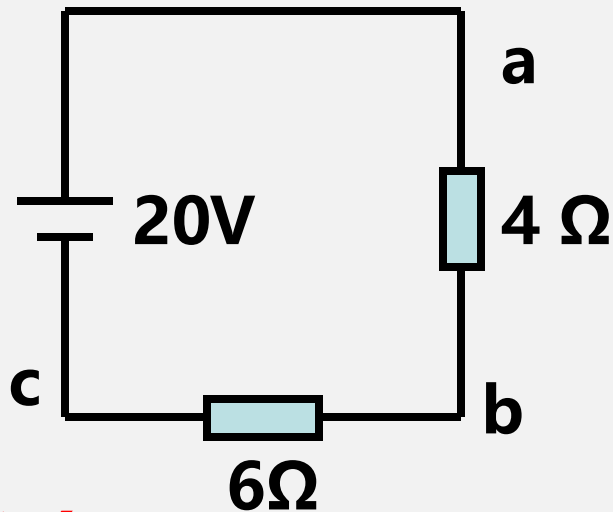
$$V_a = U_{ac}, \quad V_b = U_{bc}, \quad V_d = U_{dc}$$

电路中两点间的电压降就等于这两点的电位差

$$U_{ab} = V_a - V_b$$

思考题：

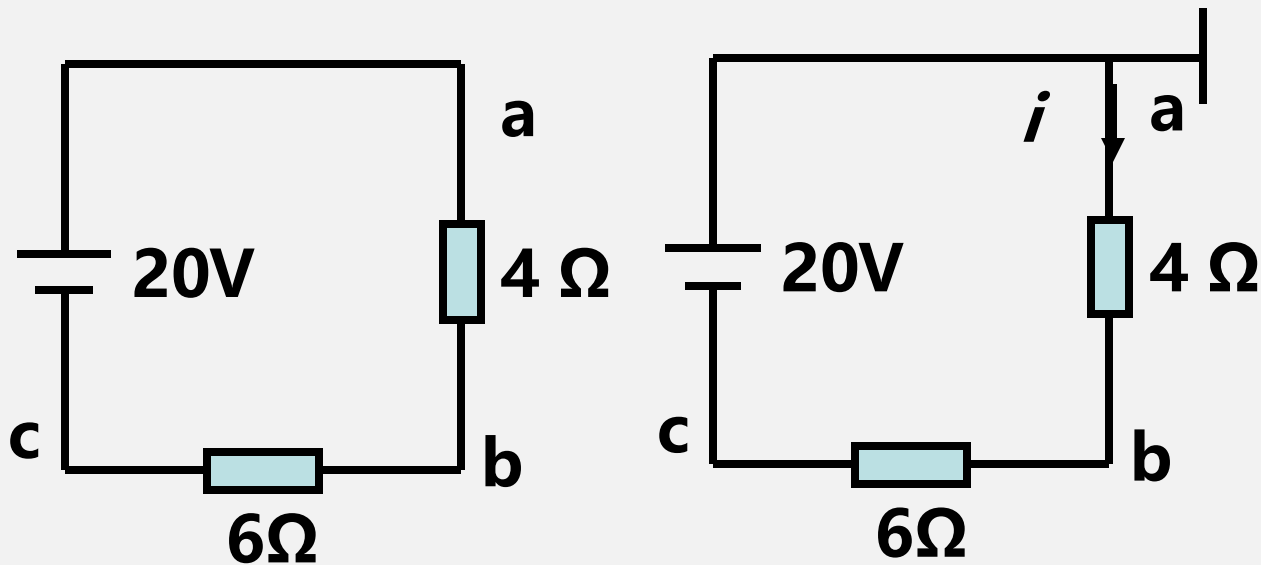
图示电路分别以a,b,c为参考点时的 V_a , V_b 和 U_{ab} 有变化么？



结论：

电路中电位**参考点可任意选择**；当选择不同的电位参考点，电路中各点电位均不同，但**任意两点间电压始终保持不变，与参考点的选择无关。**

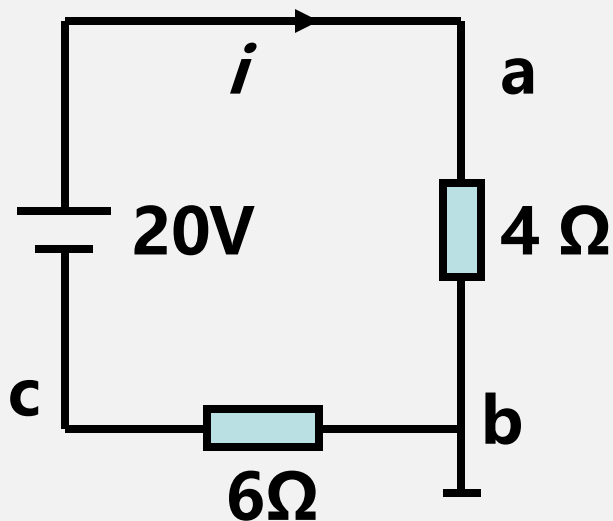
例 计算图示电路分别以a,b,c为参考点时的 V_a, V_b 和 U_{ab} .



解: (1) 以a为参考点时, $V_a=0$; $i=2A$

故 $V_b = -4i = -8V$, $U_{ab} = 4i = 8V$

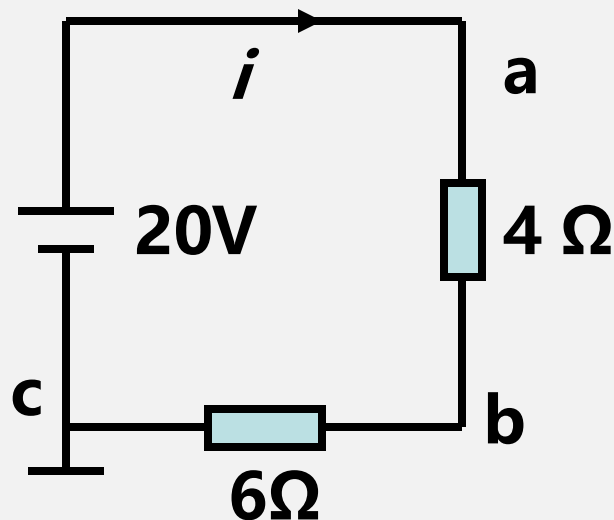
或 $U_{AB} = V_A - V_B = 0 - (-8) = 8V$



(2) 以b为参考点时, $V_b=0$; $i=2\text{A}$;

(3) 以c为参考点时, $V_c=0$; $i=2\text{A}$;

$$U_{ab}=V_a-V_b=8\text{V}$$



$$V_a=4i=8\text{V}, U_{ab}=V_a-V_b=8\text{V}$$

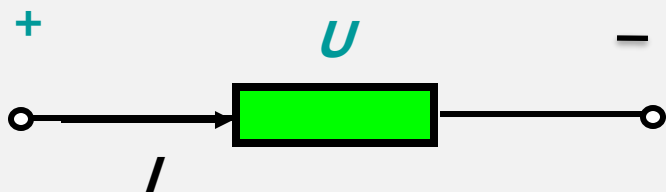
$$V_a=20\text{V}, V_b=6i=12\text{V},$$

结论： 电路中电位参考点可任意选择；当选择不同的电位参考时，电路中各点电位均不同，但任意两点间电压始终保持不变，与参考点的选择无关。

◆ 关联参考方向

u , i 若采用**相同的参考方向**称之为**关联参考方向**。

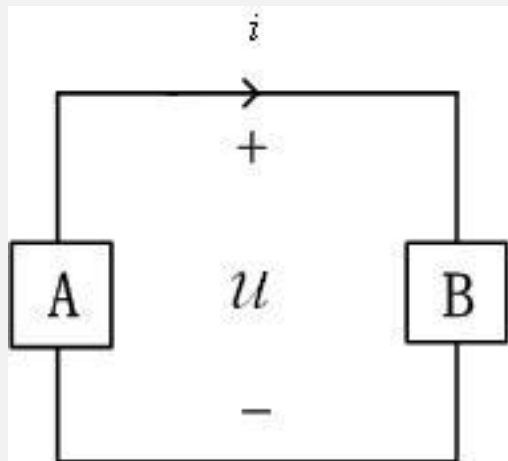
反之, 称为**非关联参考方向**。



关联参考方向



非关联参考方向



对A: 电压、电流参考方向**非关联**

对B: 电压、电流参考方向**关联**

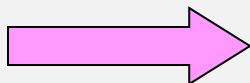
◆ 功率

定义：单位时间内所做的功。

$$p = \frac{dw}{dt}$$

当 u, i 关联参考方向

$$i = \frac{dq}{dt}; u = \frac{dw}{dq}$$



$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \frac{dq}{dt} = ui$$

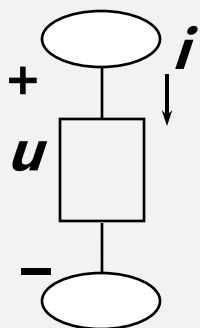
吸收
的功率

单位：瓦 (特) (W)

常用单位：kW(10^3 W), mW(10^{-3} W)

◆ 功率的计算和判断

(1) u, i 关联参考方向

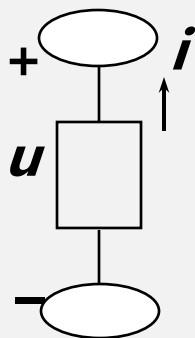


$$p_{\text{吸收}} = ui$$

$p > 0$ 吸收正功率 (吸收)

$p < 0$ 吸收负功率 (发出)

(2) u, i 非关联参考方向



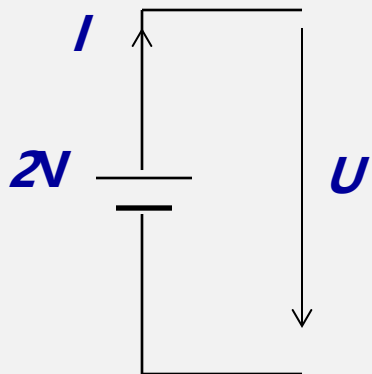
$$p_{\text{吸收}} = -ui$$

$p > 0$ 吸收正功率 (吸收)

$p < 0$ 吸收负功率 (发出)

非关联参考方向: $p_{\text{发出}} = ui$

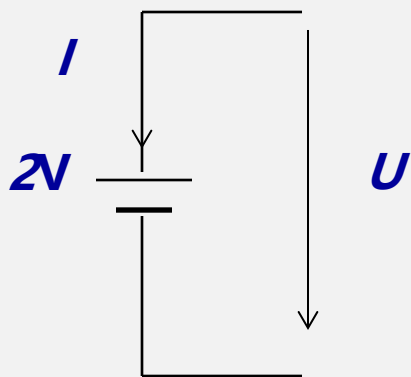
例：已知电压源发出功率10W，求电压源的电流。



解1: U, I 为非关联参考方向

$$p_{\text{发出}} = -UI = -10\text{W}$$

→ $I = -5\text{A}$

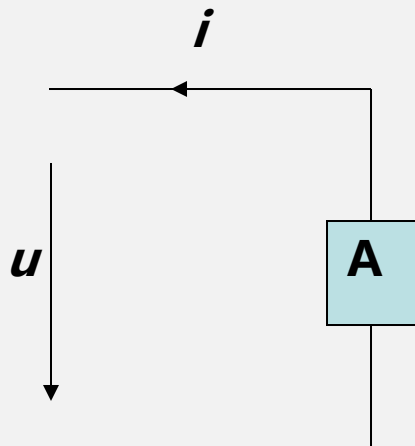


解2: U, I 为关联参考方向

$$p_{\text{吸收}} = UI = 10\text{W}$$

→ $I = 5\text{A}$

例 如图 $u=10\text{V}$, $i=10\text{A}$, 求元件A产生的功率 p 。

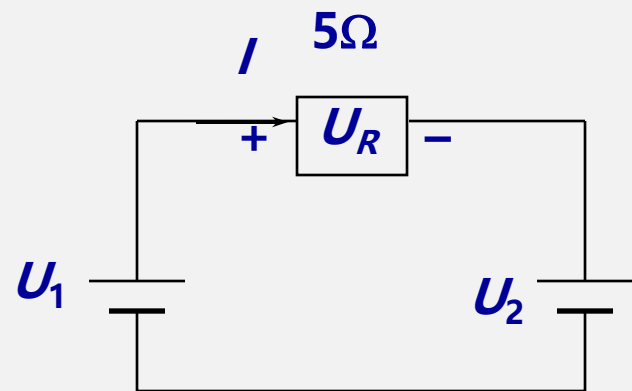


解： 由于元件A上的电压、电流为非关联参考方向，

所以 $p_{\text{发出}} = -ui = -100 \text{ W}$

即元件A产生的功率为100W

例: $U_1=10V$, $U_2=5V$ 。求各元件的功率。



解: 设电路中电流及电压参考方向如图

$$I = \frac{U_1 - U_2}{5} = 1A$$

$$U_R = 5V$$

$$P_R = U_R I = 5W$$

吸收5W

对电源 U_1 : 电压电流为**非关联**方向

$$P_{U_1 \text{吸收}} = -U_1 I = -10W$$

发出10W

$$\text{或 } P_{U_1 \text{发出}} = U_1 I = 10W$$

对电源 U_2 : 电压电流为**关联**方向

$$P_{U_2 \text{吸收}} = U_2 I = 5W$$

吸收5W

$$\sum P_{\text{吸收}} = \sum P_{\text{发出}}$$

功率
平衡

小结:

- (1) 分析电路前必须指定电压和电流的**参考方向**。
- (2) 参考方向一经指定，必须在图中相应位置**标注**（包括**方向和符号**）。
- (3) 参考方向不同时，其**表达式相差一个负号**，但电压、电流的**实际方向不变**。
- (4) 以后讨论均在**参考方向**下进行，不考虑实际方向。

1.3 基尔霍夫定律



基尔霍夫

基尔霍夫定律

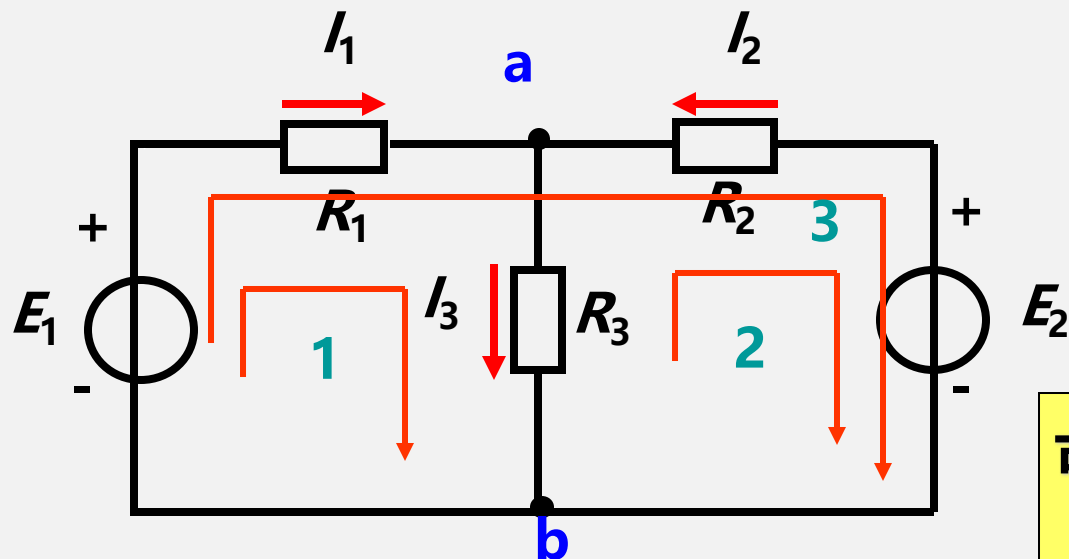
能够迅速求解任何复杂电路。基尔霍夫被誉为：

“**电路求解大师**”。

基尔霍夫**电流定律** (Kirchhoff' s Current Law—**KCL**)

基尔霍夫**电压定律** (Kirchhoff' s Voltage Law—**KVL**)

1.电路中的名词术语:支路、节点、回路、网孔



$$b=3$$

$$n=2$$

$$m=2$$

可以证明, 对平面电路
 $m=b-(n-1)$

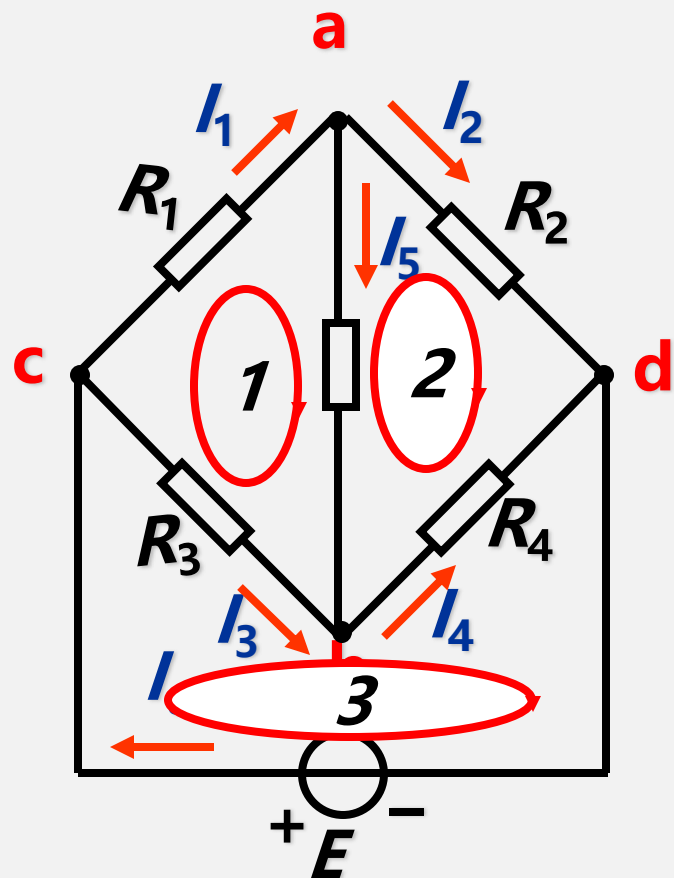
支路(b): 电路中的每一个分支。
同一条支路上的电流处处相等。

节点(n): 三条或三条以上支路的连接点。

回路(l): 电路中的任一闭合路径。

网孔(m): 平面电路中, 内部不含其他支路的回路。

判断图示电路的支路数、节点数和网孔数：



支路数: $b=6$

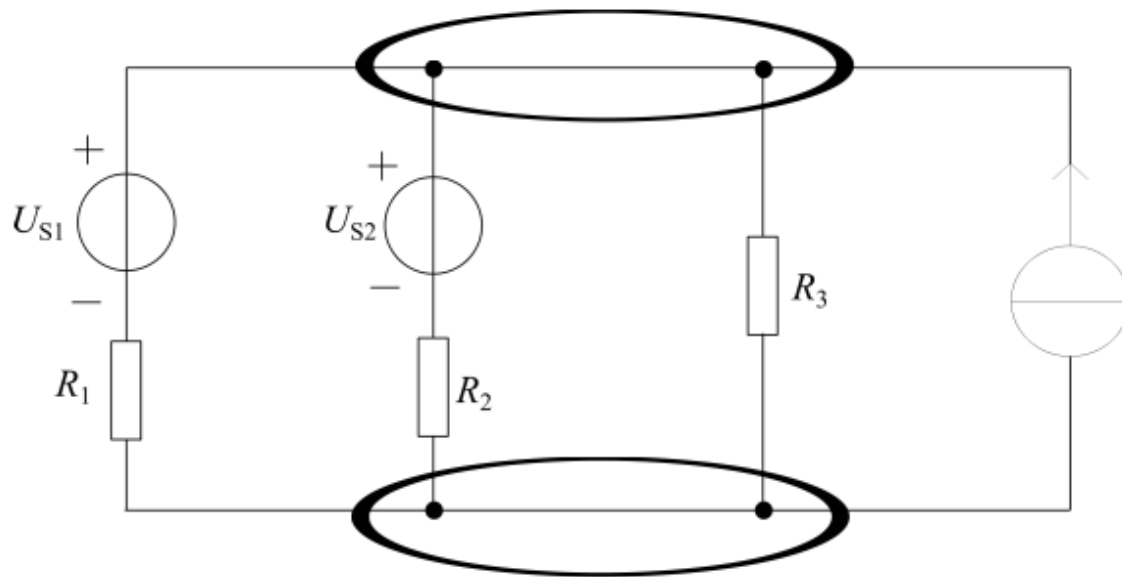
节点数: $n=4$

网孔数: $m=3$

显然满足 $m=b-(n-1)$

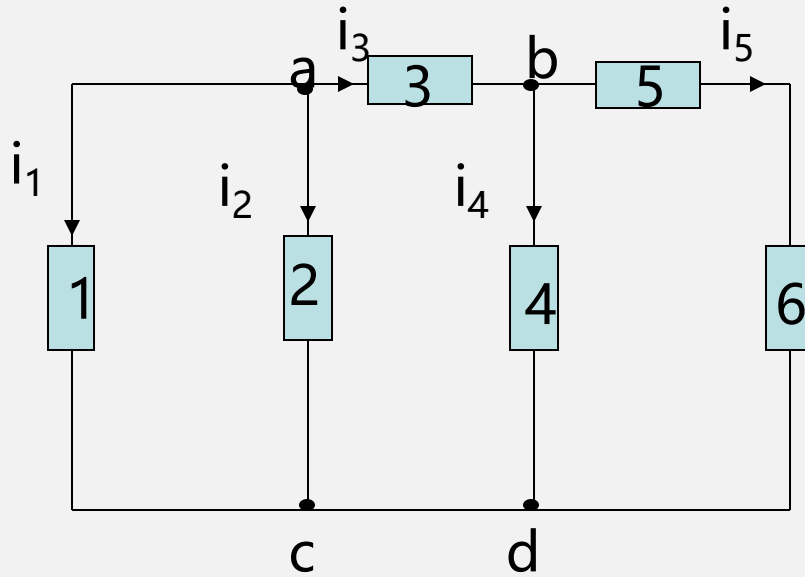
注意：

电路中用一根理想导线相连的点应看作是同一个节点。



$n=2!$

例



上图所示电路，共有：

支路 5条

节点 3个 (a、b、c和d应视为一个结点)

回路 6个

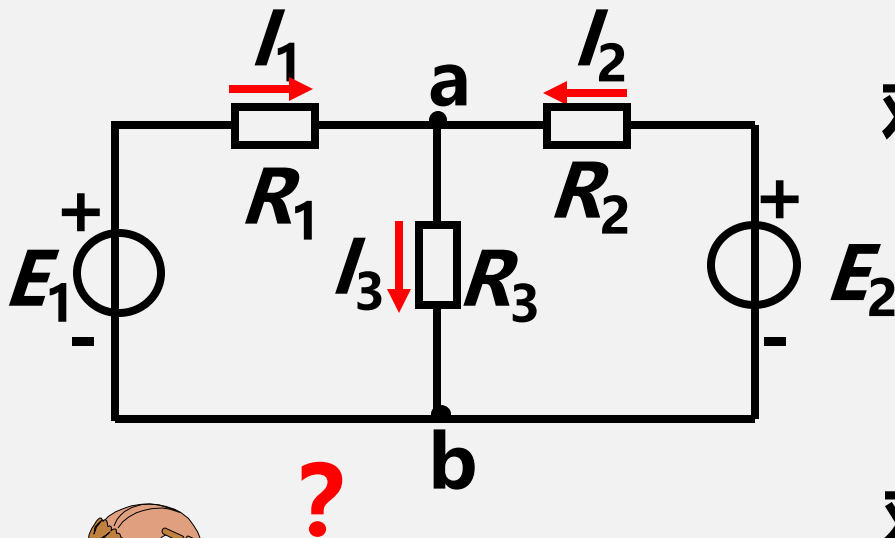
网孔 3个

2. 基尔霍夫电流定律 (KCL)

电路中任一节点上所有支路电流的代数和为零。

即 $\sum i = 0$

体现了电流的连续性



对节点 a: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$

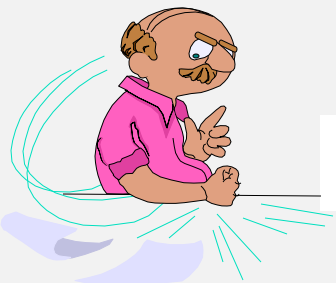
或 $I_1 + I_2 = I_3$

即 $\sum i_{\lambda} = \sum i_{\text{出}}$

对节点 b: $I_1 + I_2 = I_3$

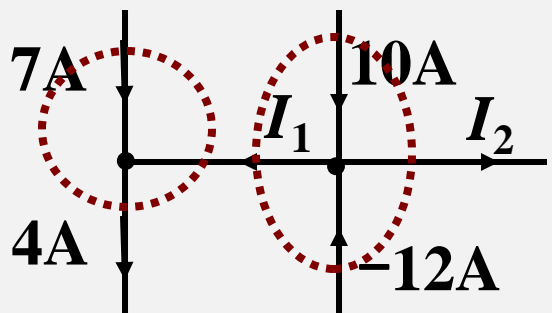
对具有n个节点的电路，独立的KCL方程数有几个？

$n-1$



例 求 I_1 和 I_2 。

设流出节点的电流为正，则



$$4 - 7 - I_1 = 0 \rightarrow I_1 = -3\text{A}$$

$$I_1 + I_2 - 10 - (-12) = 0 \rightarrow I_2 = 1\text{A}$$

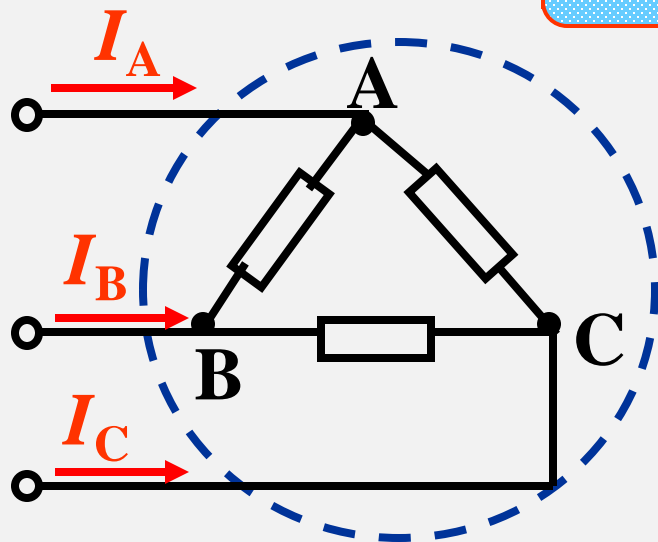
支路电流的参考方向与
实际方向相反

支路电流的参考
方向是流入节点

2.KCL推广

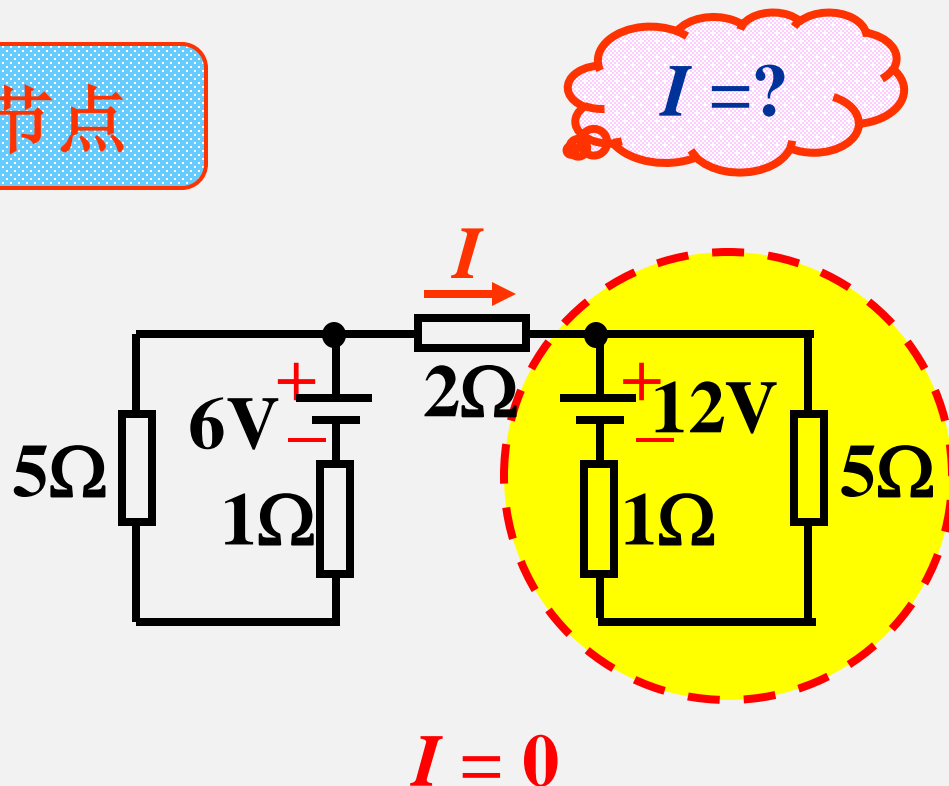
电流定律可以推广应用于包围部分电路的任一假设的闭合面。

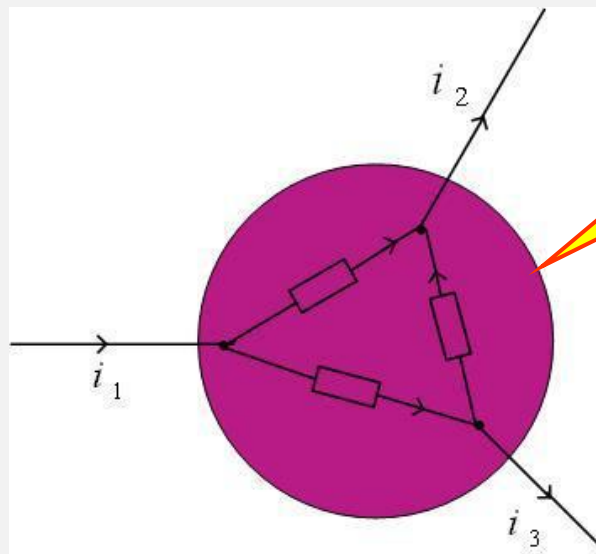
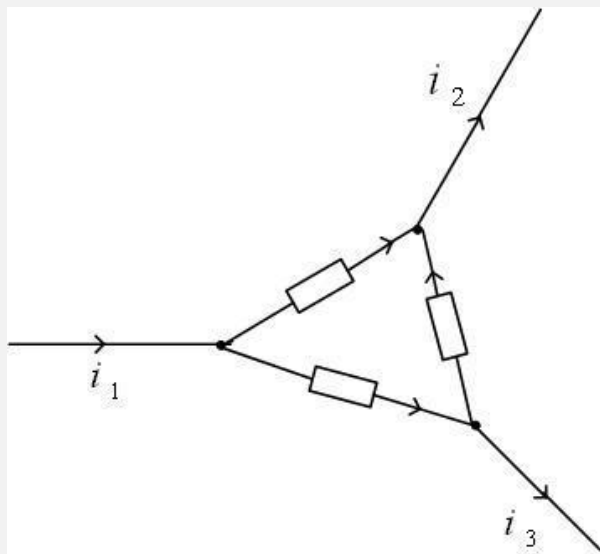
例:



$$I_A + I_B + I_C = 0$$

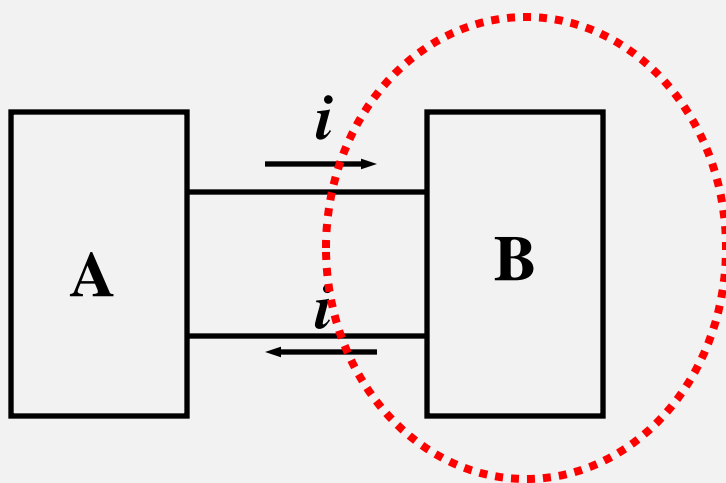
广义节点



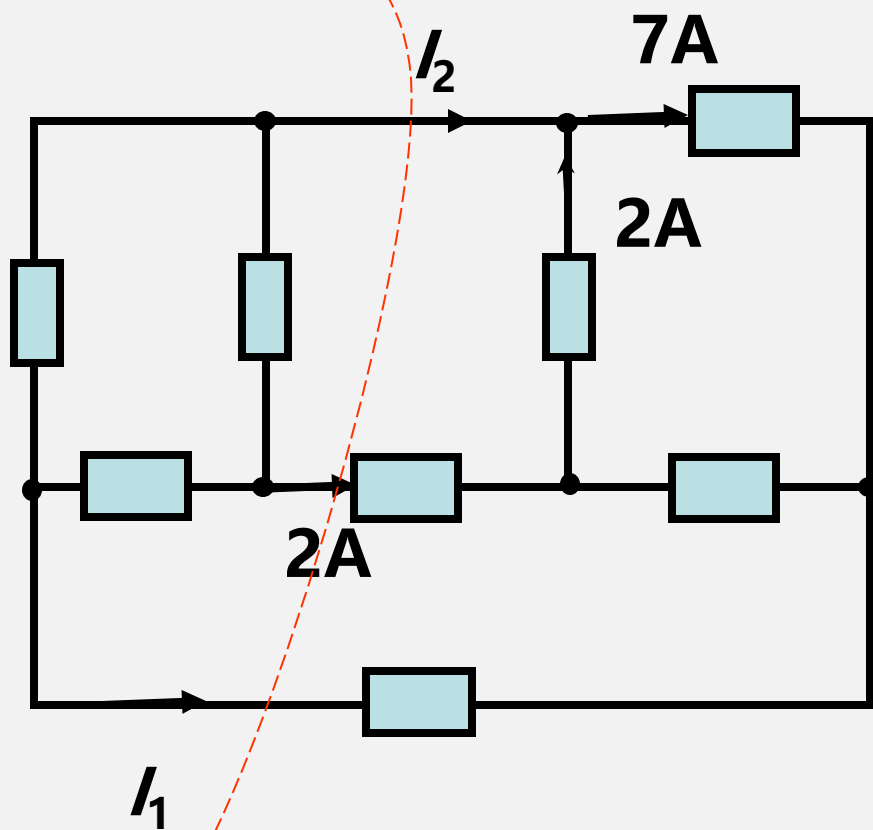


广义节点

$$i_1 = i_2 + i_3$$



两条支路电流
大小相等，方向相反



例：求 I_1, I_2

解：

$$I_2 = 7 - 2 = 5A$$

由平面KCL

$$I_1 + I_2 + 2 = 0$$

$$I_1 = -7A$$

3.基尔霍夫电压定律 (KVL)

沿任一绕行方向，回路中各支路电压降的代数和为零。

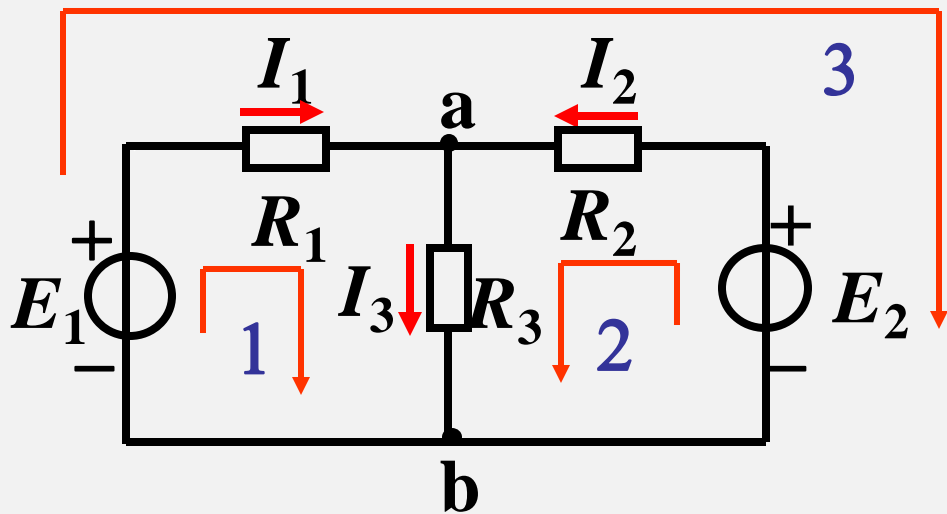
$$\text{即： } \sum u = 0$$

注意：

(1)列方程前要先指定回路绕行方向；

(2) 各支路电压项前符号的确定：

支路电压参考方向与回路绕行方向一致者取正，
相反者取负。



对回路1: $I_1 R_1 + I_3 R_3 - E_1 = 0$

对回路2: $I_2 R_2 + I_3 R_3 - E_2 = 0$

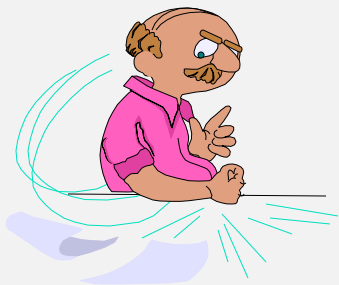
对回路3: $I_1 R_1 - I_2 R_2 + E_2 - E_1 = 0$

由其中任意2个方程可以推出第3个方程，说明**独立**的KVL方程为2个。

?

对于具有b条支路、n个结点的电路，
独立的KVL方程数为多少个？

$$b - (n - 1)$$



例:求图示电路中的 U_1, U_2, U_3

解: 设回路的绕行方向如图所示

$$U_1 - (6) - (2) = 0$$

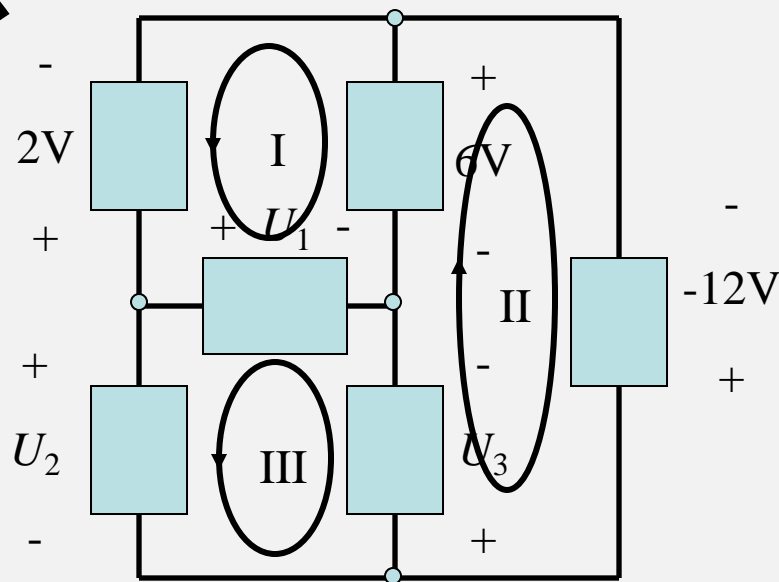
$$U_1 = 6 + 2 = 8\text{V}$$

$$U_3 - (6) - (-12) = 0$$

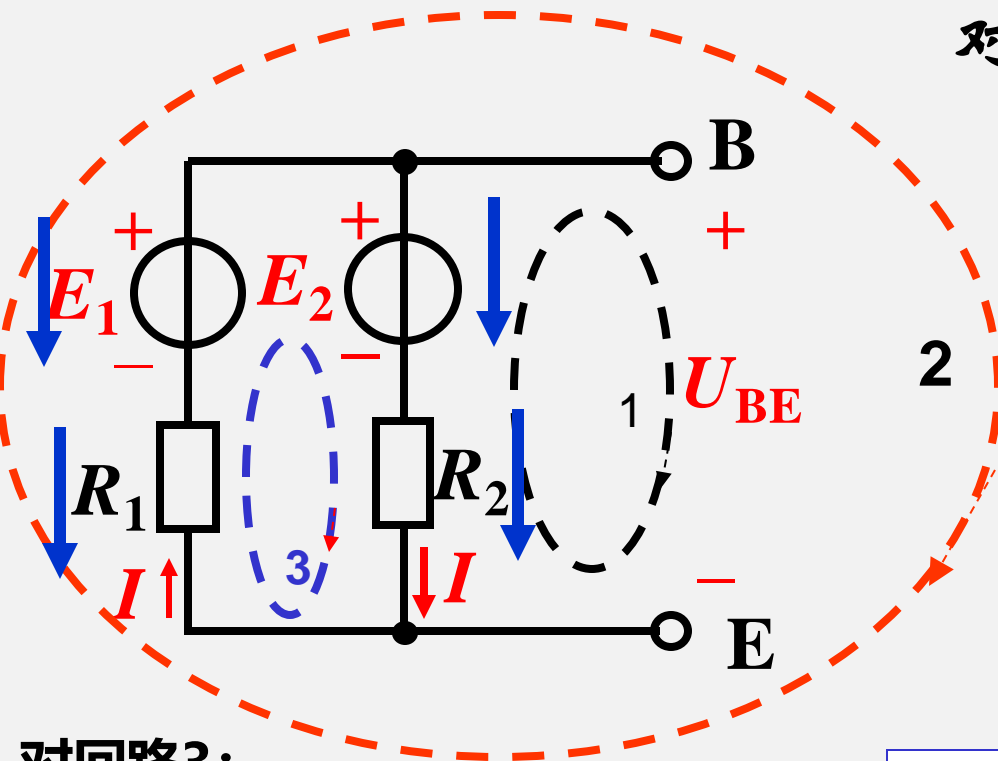
$$U_3 = 6 - 12 = -6\text{V}$$

$$U_2 + U_3 - U_1 = 0$$

$$U_2 = -U_3 + U_1 = -(-6) + (8) = 14\text{V}$$



KVL 推广：可推广应用于电路中任一假想回路



对回路1：

$$-IR_2 - E_2 + U_{BE} = 0$$

得： $U_{BE} = E_2 + IR_2$ (1)

对回路2：

$$IR_1 - E_1 + U_{BE} = 0$$

得： $U_{BE} = E_1 - IR_1$ (2)

对回路3：

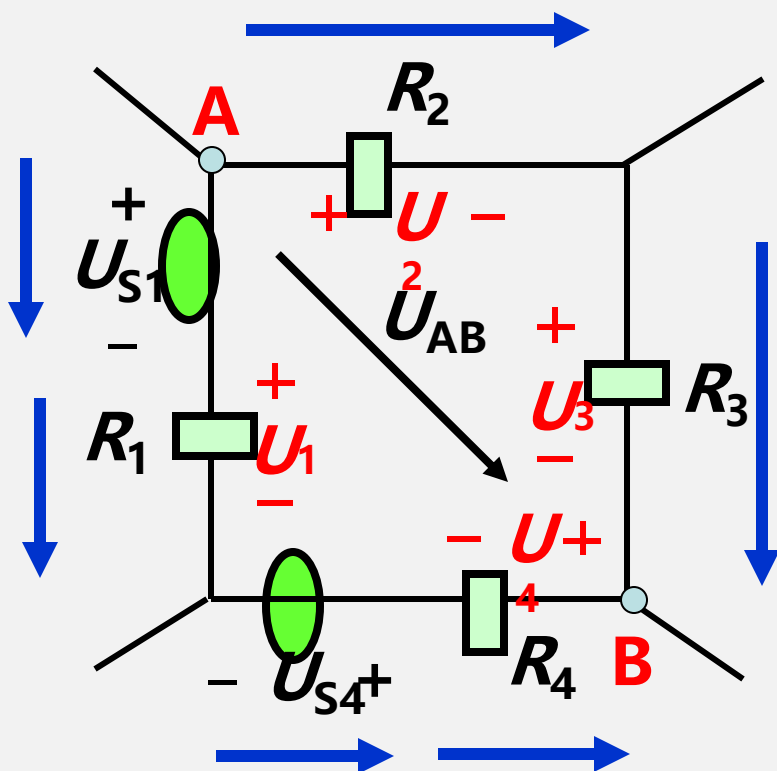
$$IR_1 - E_1 + E_2 + IR_2 = 0$$

$$E_2 + IR_2 = E_1 - IR_1$$

$$\therefore (1) = (2)$$

电路中任意两点间的电压等于这两点间任一条路径所经过的各元件电压的代数和。

求 U_{AB}



按照右边路径:

$$U_{AB} = U_2 + U_3 \quad (1)$$

按照左边路径:

$$U_{AB} = U_{S1} + U_1 - U_{S4} - U_4 \quad (2)$$

由KVL可以证明:

$$(1) = (2)$$

电路中两点间的电压与所选的路径无关!

知识点小结

基尔霍夫电流定律 (KCL) :

汇集于同一结点的各支路电流的代数和必为零。

$$\sum I = 0$$

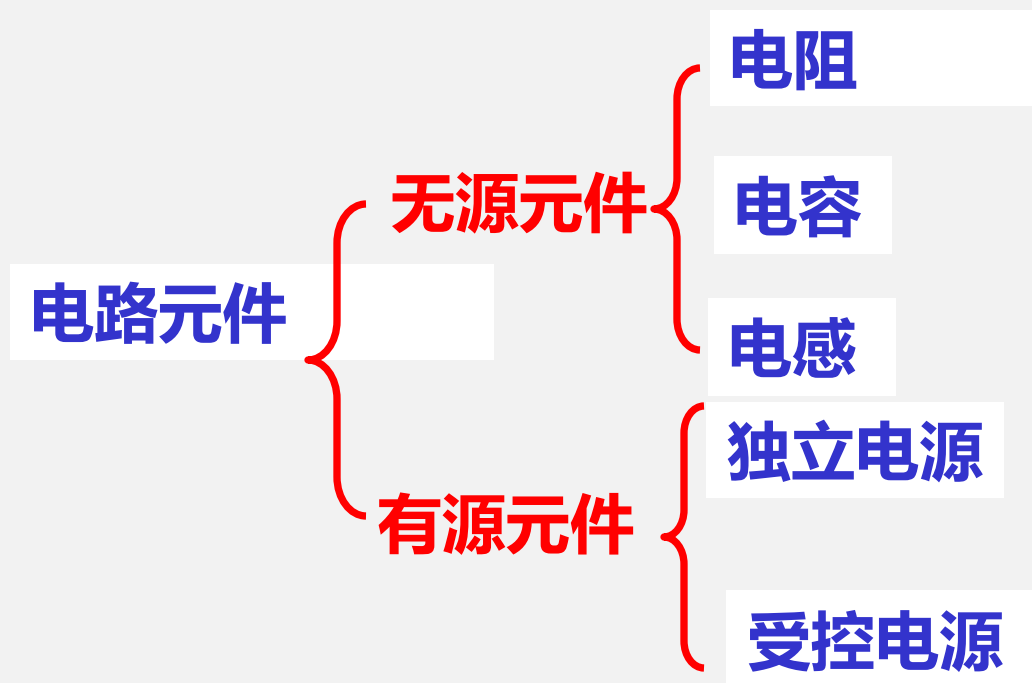
基尔霍夫电压定律 (KVL) :

任一回路中各元件电压降的代数和必为零。

$$\sum U = 0$$

基尔霍夫定律与元件的性质无关，只与电路的联接有关。

1.4 无源元件



当元件的电压、电流取关联参考方向时，任意时刻 t 都满足

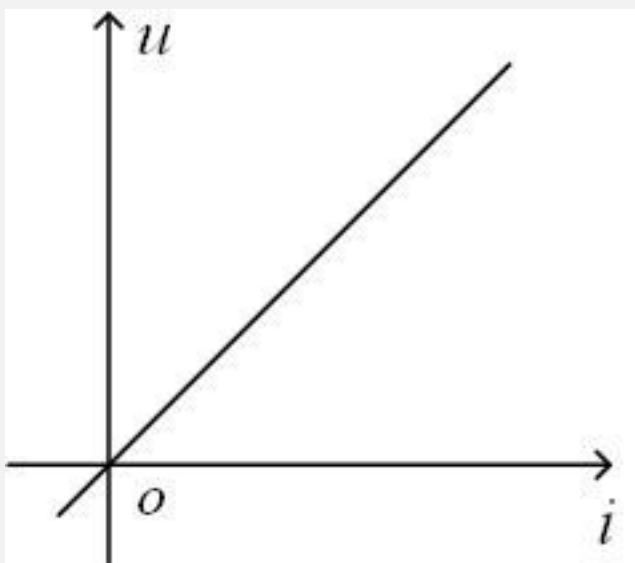
$$w(t) = \int_{-\infty}^t u(\tau)i(\tau)d\tau \geq 0 \quad \text{则} \text{为无源元件}$$

即在工作的全部时间范围内，总的输入能量不为负值的元件。

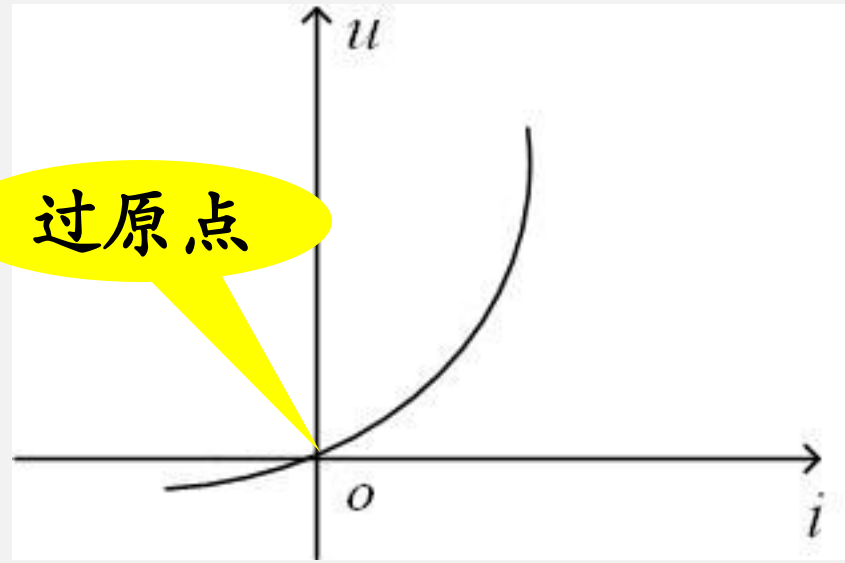
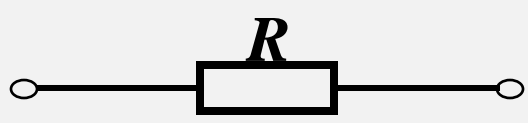
1.4.1 电阻元件：消耗电能的器件



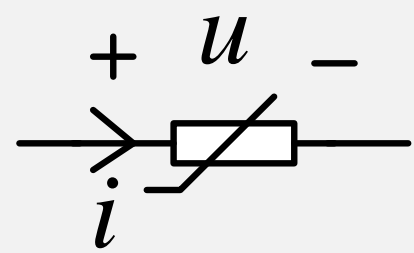
电阻元件的元件特性— u 与 i 的代数关系，即 $f(u, i) = 0$



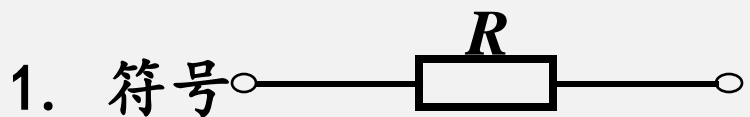
线性电阻



非线性电阻



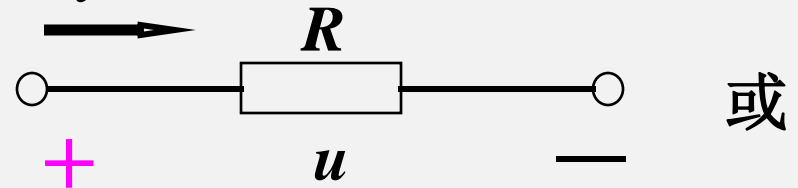
线性电阻元件：任何时刻端电压与其电流成正比的电阻元件。



R 为电阻元件的参数，称为**电阻**。
单位为 Ω 。

2. 欧姆定律 (Ohm's Law)

(1) 电压与电流为关联参考方向

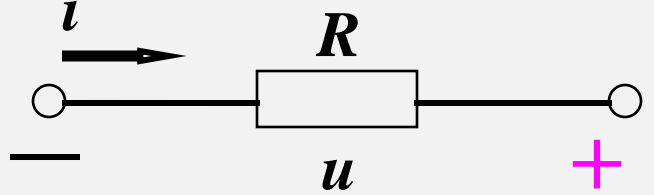


$$u = Ri$$

$$i = Gu$$

$G = 1/R$, 电导
单位：西门子(S)

(2) 电压与电流为非关联参考方向

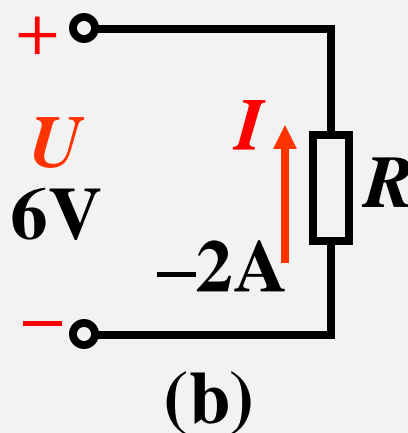
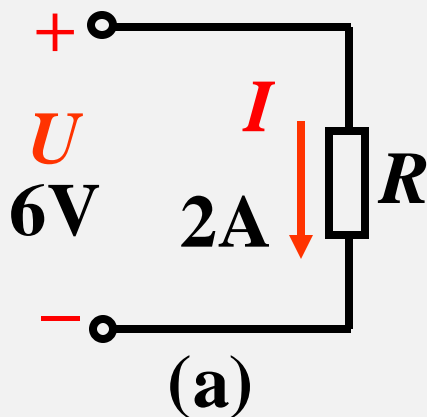


$$u = -Ri \quad \text{或} \quad i = -Gu$$

◆ **公式必须和参考方向配套使用！**

根据线性电阻的伏安特性可知，线性电阻是无记忆、双向性的元件。

例：应用欧姆定律对下图电路列出式子，并求电阻 R 。

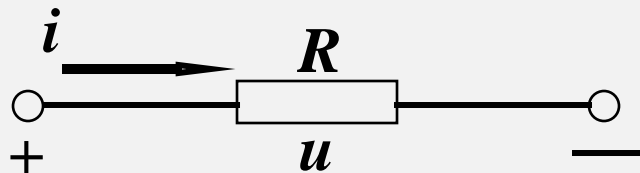


解：对图(a)有, $U = IR$ 所以: $R = \frac{U}{I} = \frac{6}{2} = 3\Omega$

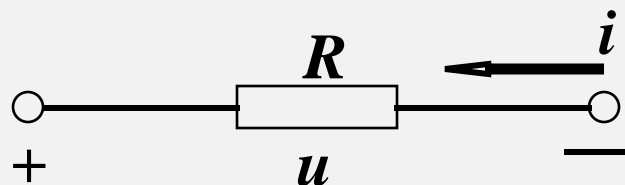
对图(b)有, $U = -IR$ 所以: $R = -\frac{U}{I} = -\frac{6}{-2} = 3\Omega$

电阻元件的功率和能量

功率:



$$p_{\text{吸}} = ui = i^2 R = u^2 / R$$



$$\begin{aligned} p_{\text{吸}} &= -ui = -(-Ri)i = i^2 R \\ &= -u(-u/R) = u^2 / R \end{aligned}$$

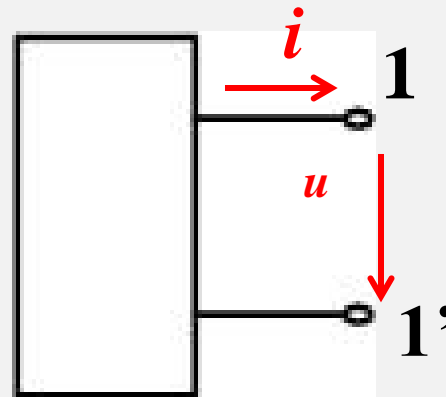
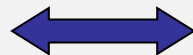
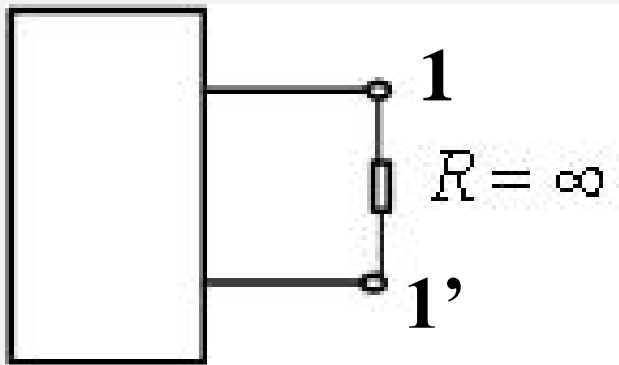
上述结果说明电阻元件在任何时刻总是吸收功率的。

电阻是耗能元件。

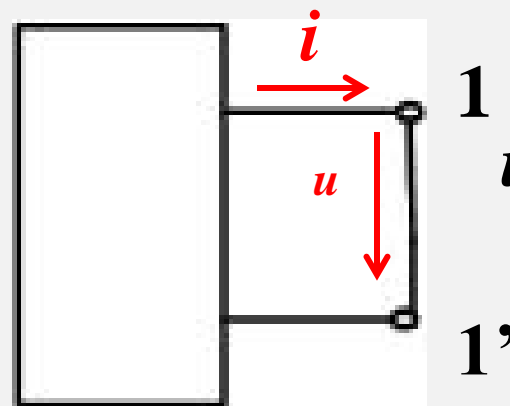
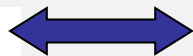
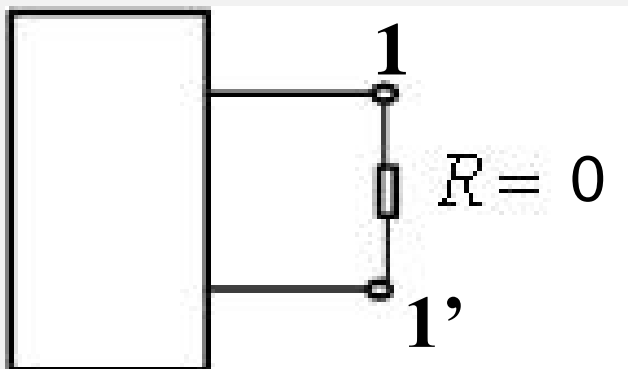
电阻从 t 到 t_0 消耗的电能:

$$W_R = \int_{t_0}^t p d\xi = \int_{t_0}^t u i d\xi$$

电阻的两种特殊情况：开路和短路

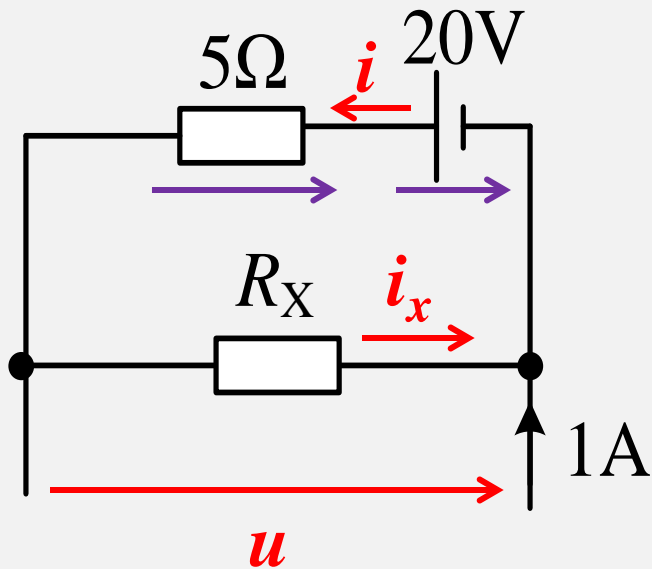


$i=0, u \neq 0$
开路



$u=0, i \neq 0$
短路

例：已知电源发出功率60W，求电阻 R_X 。



$$R_x = U/i_x$$

解： 非关联： $P_{\text{发出}} = 20i = 60\text{W}$

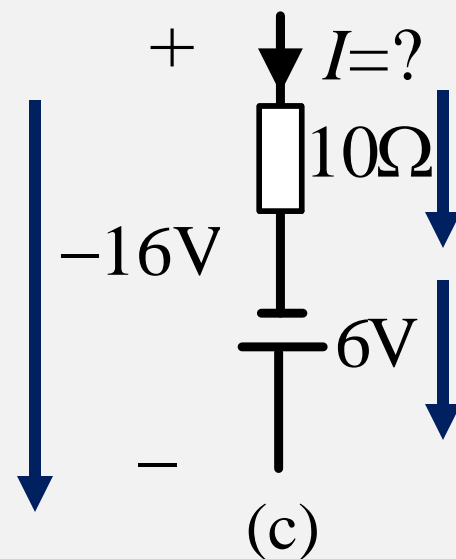
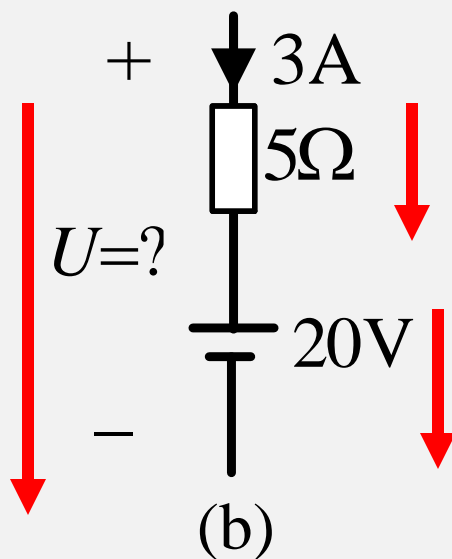
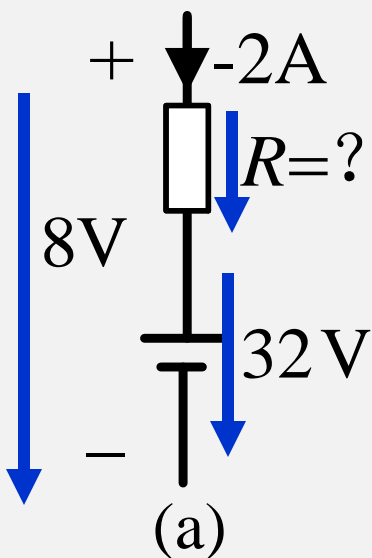
得： $i = 3\text{A}$

由KCL得： $i_x = i - 1 = 2\text{A}$

由KVL得： $U = -5i + 20 = 5\text{V}$

由欧姆定律得： $R_x = U/i_x = 2.5 \Omega$

例：电路如下图所示，求各未知量。



(a) 图: $8 = -2R + 32$ 解得 $R = 12\Omega$;

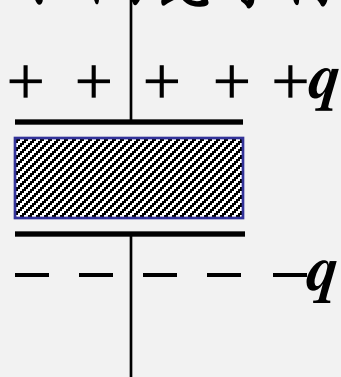
(b) 图: $U = 3 \times 5 + 20 = 35\text{V}$;

(c) 图: $-16 = 10I - 6$ 解得 $I = -1\text{A}$ 。

1.4.2 电容元件 (capacitor)

1. 电容器

实际电容器是由两块平行的金属极板、中间以绝缘介质(如云母、陶瓷等材料)隔开所形成的器件。



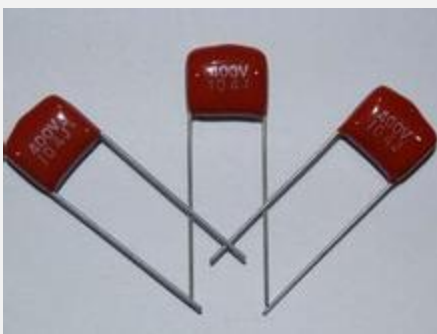
具有**存储电场能量**的作用

实际电容器除了标出**型号**、**电容值**之外，还需标出**电容器的耐压**。电解电容使用时还需注意其**正、负极性**。

实际电容器的种类



电解电容



云母电容



瓷片电容

2. 线性电容元件:

任何时刻，电容元件极板上的电荷 q 与电压 u 成正比

$$q = Cu$$

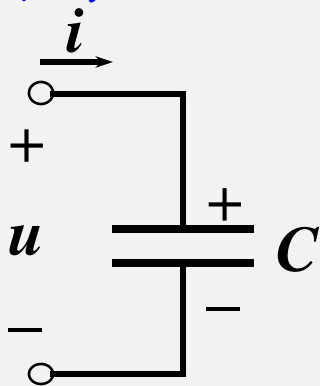
线性电容的电容量只与其本身的几何尺寸和内部介质有关，与外加电压无关。

C 称为电容器的电容量，简称**电容**

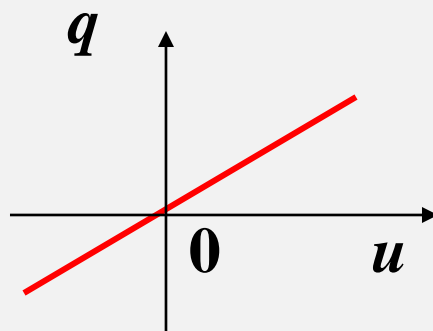
电容 C 的SI单位: **F** (法拉)

常用单位: μF (10^{-6}F), nF (10^{-9}F), pF (10^{-12}F)

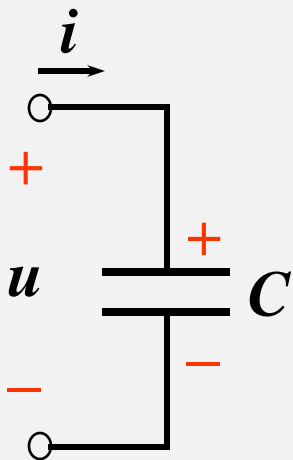
电路符号



库伏 ($q \sim u$) 特性



3.线性电容的电压、电流关系



$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}$$

(1) 任何时刻，电流的大小取决于电压的**变化率**，而与该时刻电压的大小无关。

∴电容是**动态元件**。

(2) 直流时，电容的电压恒定，所以**电流为零**。

∴电容**对直流相当于开路**。电容有**隔直流**的作用。

(3) 在交流电路中，交流的频率越高，电流通过的能力越强。

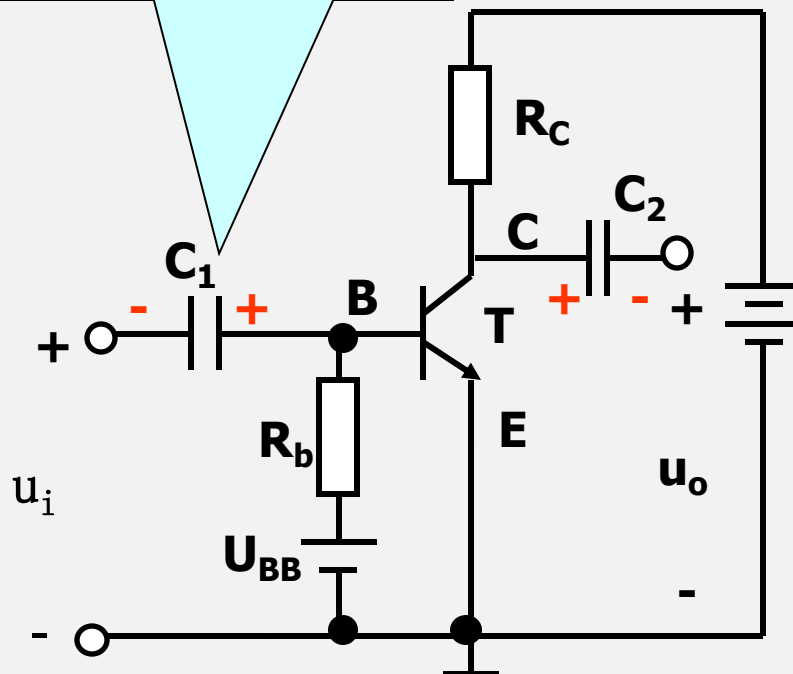
∴电容具有**通高频、阻低频**的特征

利用此特征，电容在电路中常用于信号的**耦合、旁路、滤波**等。

耦合电容

作用：隔直流、通交流

大小：几到几十微法，
采用电解电容。



由 $i = C \frac{du}{dt}$ 可得

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i d\xi = \frac{1}{C} \left(\int_{-\infty}^{t_0} i(\xi) d\xi + \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \right) \\ &= u(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi \end{aligned}$$

上式表明:

- (1) 任一时刻的电容电压 $u(t)$ 取决于从 $-\infty$ 到 t 所有时刻的电流值, 电容元件具有记忆电流 的作用。

\therefore 电容元件为 记忆元件。

- (2) 研究某一 t_0 以后的 $u(t)$ 值, 需知道 t_0 时刻开始的电流和 t_0 时刻的电压 $u(t_0)$ 。

$u(t_0)$ 称为电容电压的 初始值, 也称为 初始状态。

4.电容的功率与储能

$$p_{\text{吸}} = ui = u \cdot C \frac{du}{dt}$$

当电容充电时, $p > 0$, 表示该时刻电容**吸收功率**

当电容放电时, $p < 0$, 表示该时刻电容**发出功率**

上式表明:

电容在一段时间内**吸收能量**, 转化为电场能量**储存起来**。

在另外一段时间内将**能量释放**给电路。

因此, 电容是**储能元件**。

电容的储能

$$W_C(t) = \int_{-\infty}^t C u \frac{du}{d\xi} d\xi = \frac{1}{2} C u^2 \bigg|_{u(-\infty)}^{u(t)} \stackrel{u(-\infty)=0}{=} \frac{1}{2} C u^2(t) \geq 0$$

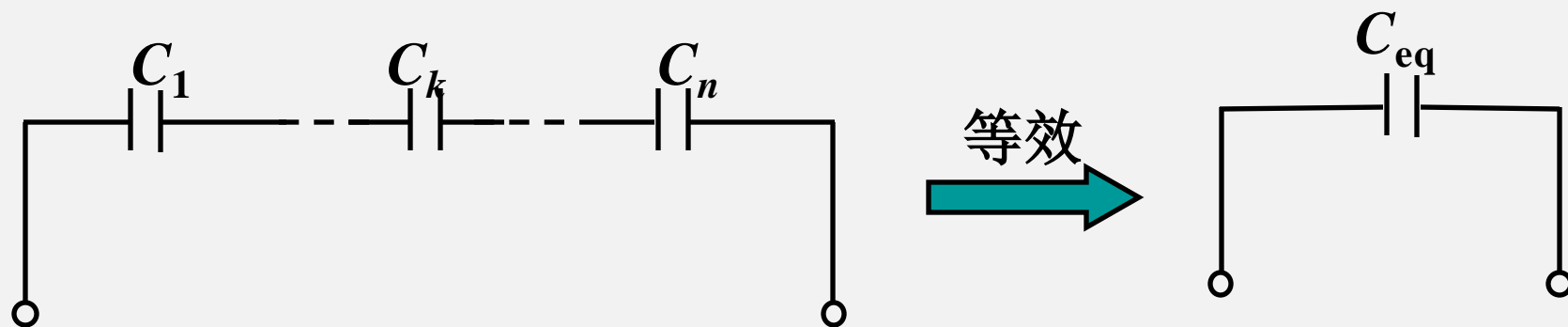
上式表明：

- (1) 电容的储能只与当时电压值有关，电压不能跃变，反映了储能不能跃变。
- (2) 电容的储能始终大于或等于0。因此电容是无源元件
- (3) 从 t_0 到 t 电容储能的变化量为

$$\Delta W_C = \frac{1}{2} C u^2(t) - \frac{1}{2} C u^2(t_0)$$

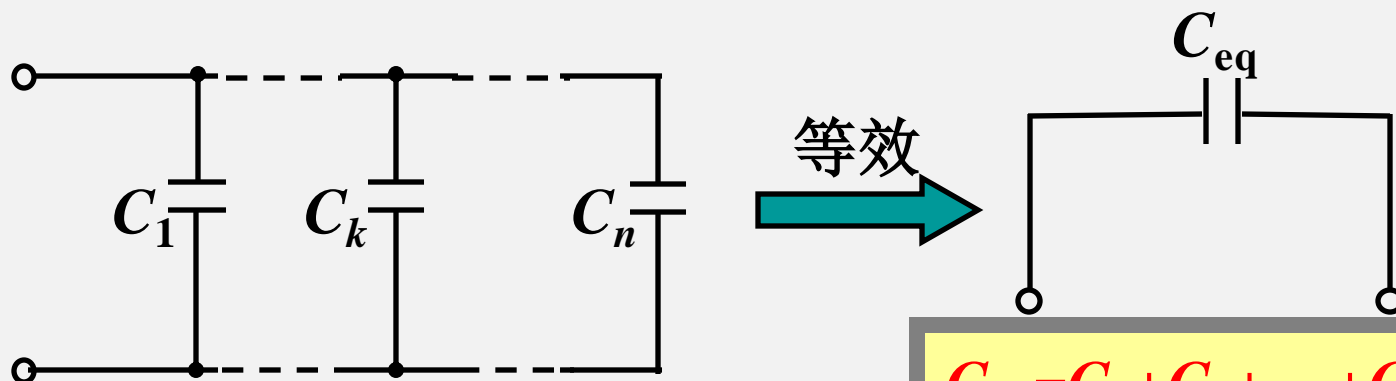
5. 电容串联和并联

串联



$$1/C_{eq} = 1/C_1 + 1/C_2 + \dots + 1/C_n$$

并联



$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \dots + C_k + \dots + C_n$$

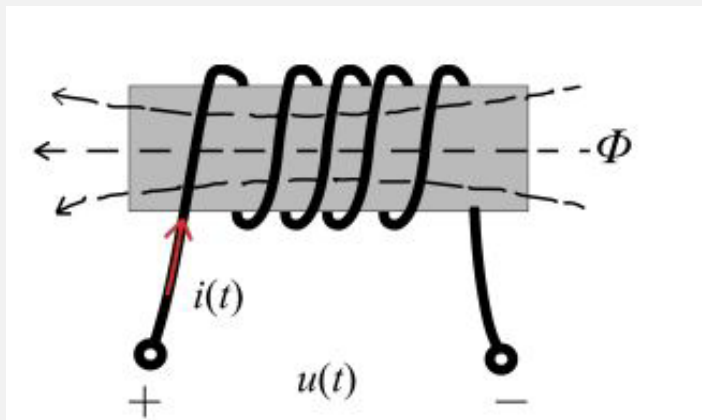
小结:

- (1) i 的大小取决于 u 的变化率, 与 u 的大小无关;
(微分形式)
- (2) 电容元件是一种记忆元件; (积分形式)
- (3) 当 u 为常数(直流)时, $du/dt = 0 \rightarrow i = 0$ 。电容在直流电路中相当于**开路**, 电容有**隔直**作用;
- (4) 表达式前的正、负号与 u , i 的参考方向有关。当 u , i 为**关联**方向时, $i = Cdu/dt$;
 u , i 为**非关联**方向时, $i = -Cdu/dt$ 。

1.4.3 电感元件 (inductor)

1.电感线圈

把金属导线绕在一骨架上，可构成一实际电感线圈。



当电流流过线圈时，将产生磁通。

电感线圈是一种抵抗电流变化，储存磁场能量的元件。

$$\psi = N\phi$$



实际电感线圈除了标出型号、电感值之外，还需标出其额定电流。

2. 线性电感元件:

任何时刻，电感元件的磁链 ψ 与流过它的电流 i 成正比

$$\psi = Li$$

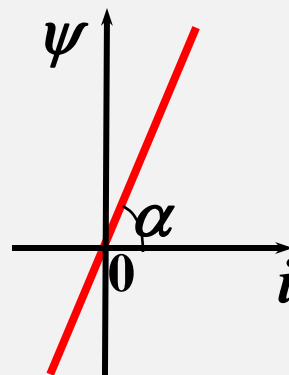
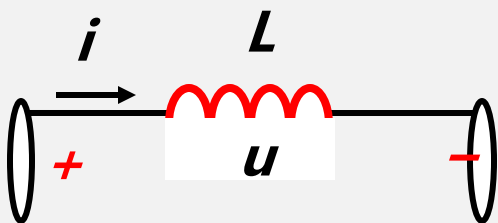
L 称为电感元件的电感值，简称**电感**

电感 L 的SI单位: **H** (亨利)

常用单位: mH(10^{-3} H), μ H (10^{-6} H)

韦安 ($\psi \sim i$) 特性

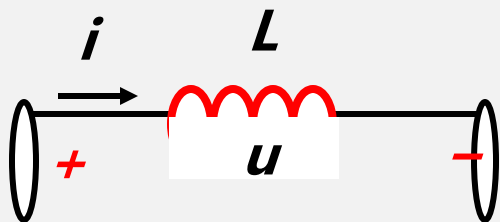
电路符号



3. 线性电感的电压、电流关系

u 、 i 取关联参考方向时:

根据电磁感应定律与楞次定律



$$u = \frac{d\psi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

电感元件VCR的微分形式

上式表明:

(1) 任何时刻, 电压的大小取决于电流的**变化率**, 而与该时刻电流的大小无关。

∴电感是**动态元件**。

(2) 直流时, 电感的电流恒定, 所以**电压为零**。

∴电感**对直流相当于短路**。

(3) 在交流电路中, 交流的频率越高, 电感的电压越大。

∴电感具有**通低频、阻高频**的特征。

利用此特征, 电感也可用来制成**滤波器**。

由 $u = L \frac{di}{dt}$ 可得

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u d\xi = \frac{1}{L} \left(\int_{-\infty}^{t_0} u d\xi + \int_{t_0}^t u d\xi \right) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u d\xi$$

上式表明：

电感元件VCR的积分形式

- (1) 任一时刻的电感电流 $i(t)$ 取决于从 $-\infty$ 到 t 所有时刻的电压值，电感元件具有记忆电压的作用。

∴ 电感元件为记忆元件。

- (2) 研究某一 t_0 以后的 $i(t)$ 值，需知道 t_0 时刻的电流 $i(t_0)$ 和从 t_0 时刻开始的电压 u 。

$i(t_0)$ 称为电感电流的初始值，也称为初始状态。

4. 电感的功率与储能

$$p_{\text{吸}} = ui = Li \frac{di}{dt}$$

当电流增大时, $p > 0$, 表示该时刻电感吸收功率

当电流减小时, $p < 0$, 表示该时刻电感发出功率

这表明:

电感在一段时间内吸收能量, 转化为磁场能量储存起来。
在另外一段时间内将能量释放给电路。

因此, 电感是储能元件。

电感的储能

$$W_L(t) = \int_{-\infty}^t Li \frac{di}{d\xi} d\xi = \frac{1}{2} Li^2 \bigg|_{i(-\infty)}^{i(t)} \stackrel{i(-\infty)=0}{=} \frac{1}{2} Li^2(t) \geq 0$$

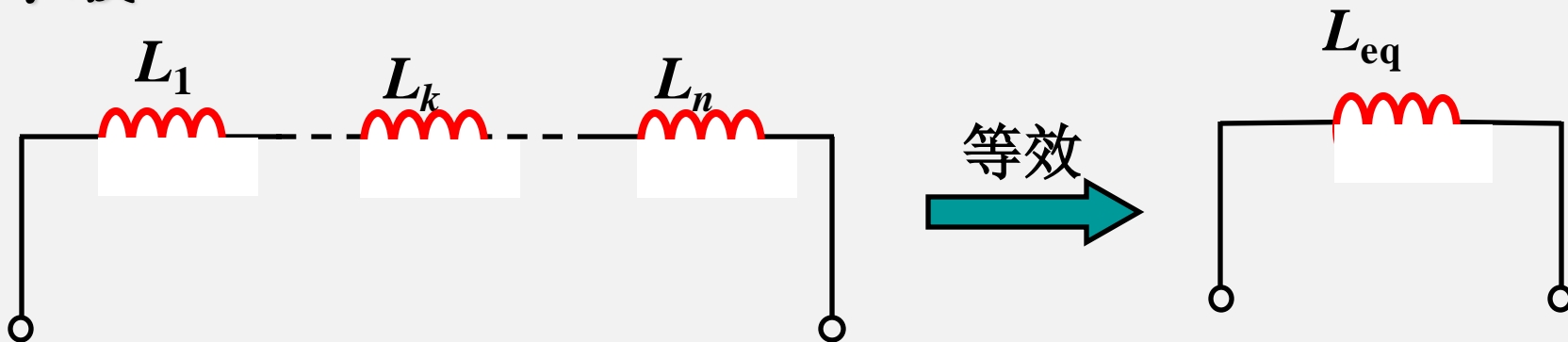
上式表明：

- (1) 电感的储能只与当时电流值有关，电流不能跃变，反映了储能不能跃变。
- (2) 电感的储能始终大于或等于0。
- (3) 从 t_0 到 t 电感储能的变化量为

$$\Delta W_L = \frac{1}{2} Li^2(t) - \frac{1}{2} Li^2(t_0)$$

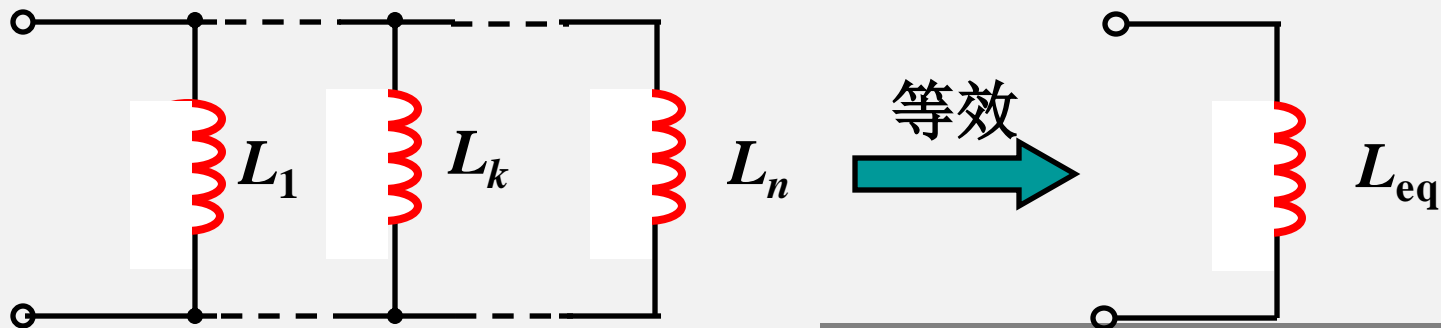
5.电感的串联和并联

串联



$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_k + \dots + L_n$$

并联



$$1/L_{eq} = 1/L_1 + 1/L_2 + \dots + 1/L_n$$

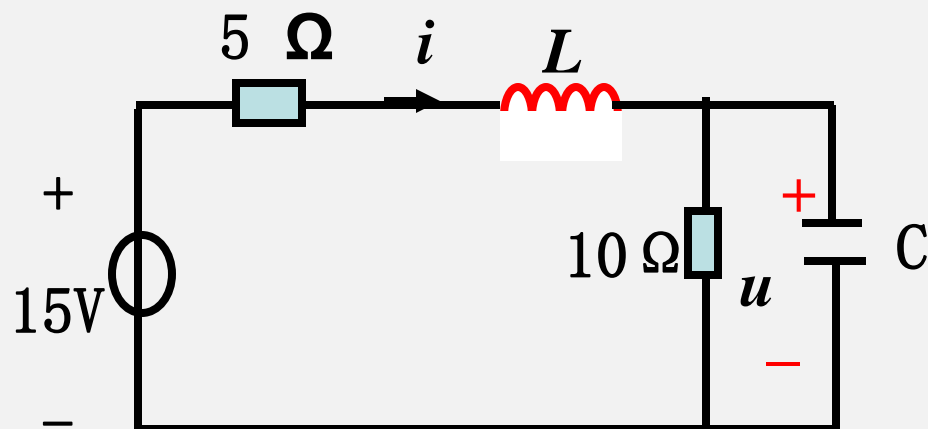
小结:

(1) u 的大小与 i 的**变化率**成正比, 与 i 的大小无关;
(微分形式)

(2) 电感元件是一种记忆元件; (积分形式)

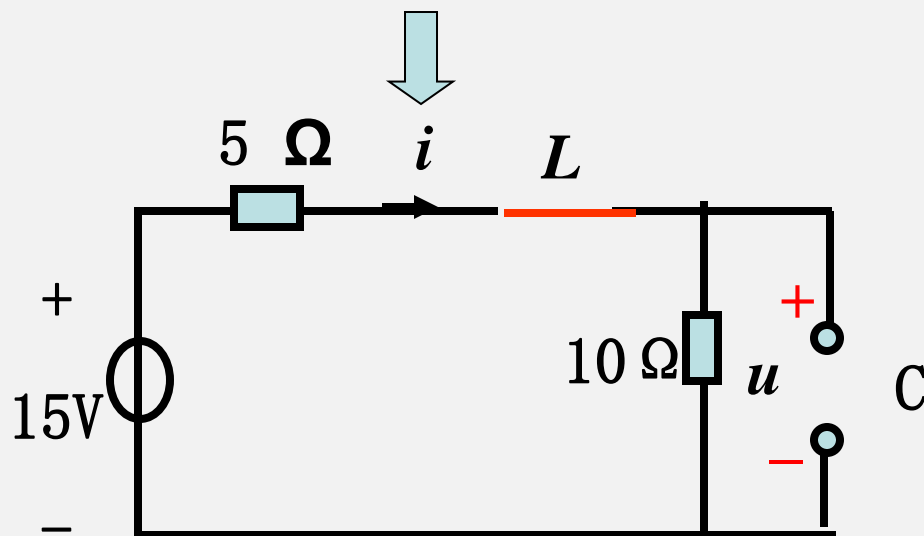
(3) 当 i 为常数(直流)时, $di/dt = 0 \rightarrow u = 0$ 。
电感在直流电路中相当于**短路**。

(4) 当 u, i 为**关联**方向时, $u = L di/dt$;
 u, i 为**非关联**方向时, $u = -L di/dt$ 。



求 i 和 u 。

解：根据电容对直流相当于开路，电感对直流相当于短路，原电路可等效为：



由此求得：

$$i = 1\text{A}$$

$$u = 10\text{V}$$

1.5 有源元件

1.5.1 独立电源

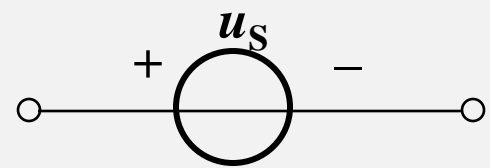
电源有两种——电压源和电流源

电压源：能够提供电压的电源



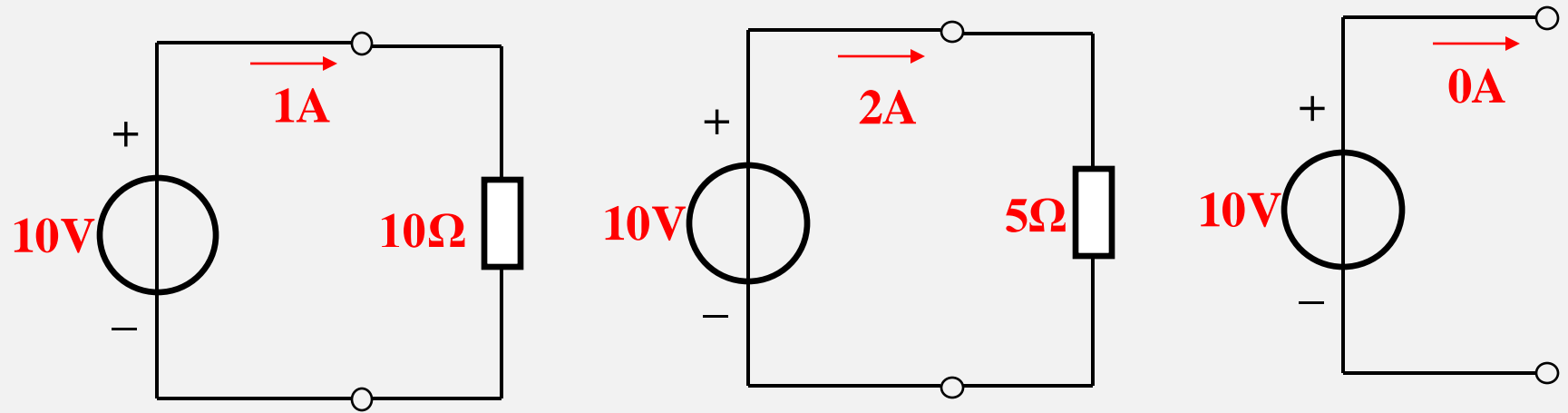
电压源可以是直流源，也可以是交流源，还可以是其他形式

电压源电路符号

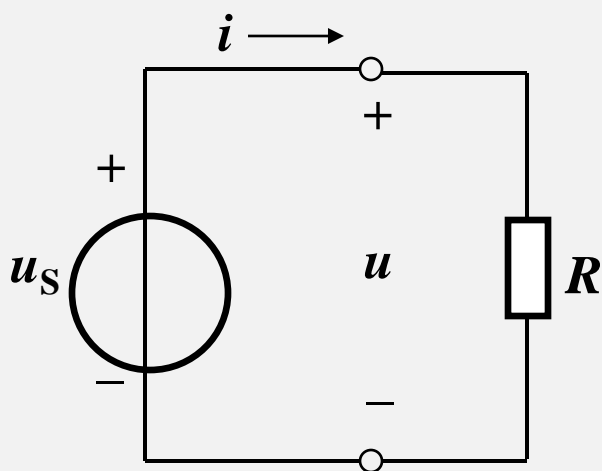


电压源符号的正负极代表的是电压的参考极性

电压源的特点：**电压由自身确定**
电流由外电路确定



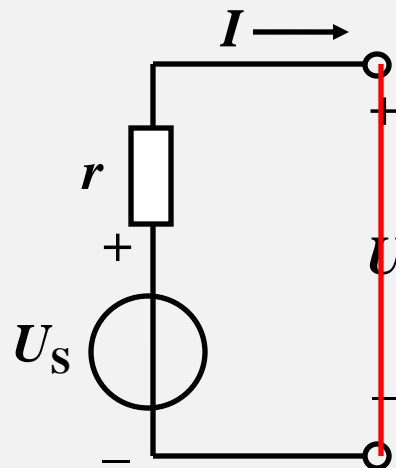
(3) 理想电压源的开路与短路



(1) 开路: $R \rightarrow \infty$, $i=0$, $u=u_S$ 。

(2) 短路: $R=0$, $i \rightarrow \infty$, 电路病态, 因此理想电压源不允许短路。

实际电压源

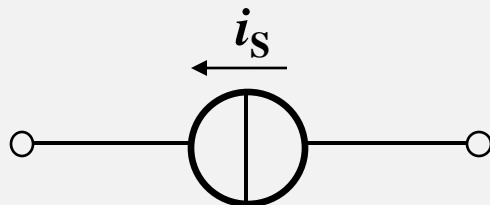


$$I = \frac{U_S}{r}$$

* 实际电压源也不允许短路。因其内阻小, 若短路, 电流很大, 可能烧毁电源。

电流源：能够提供电流的电源

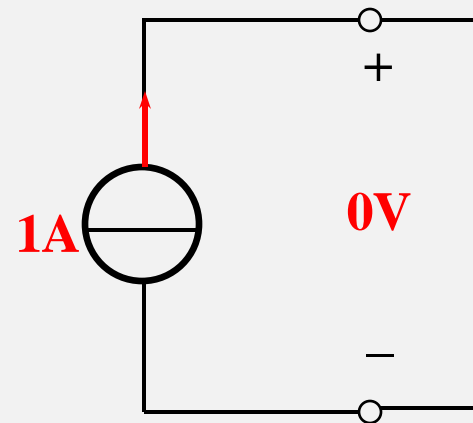
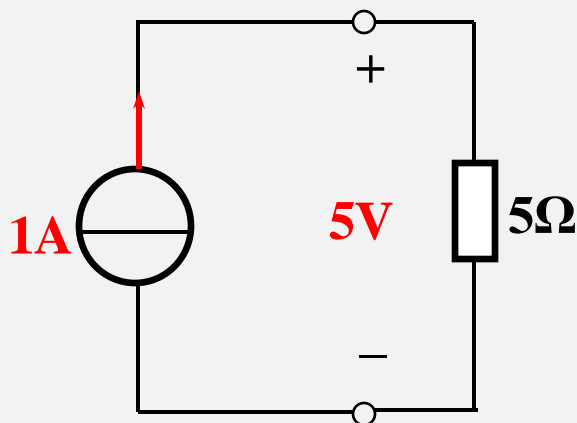
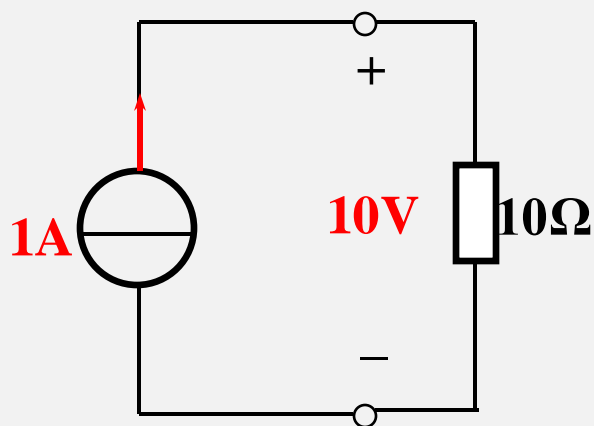
电路符号



电压源符号的箭头方向代表的是电流的参考方向

电流源的特点：电流由自身确定

电压由外电路确定



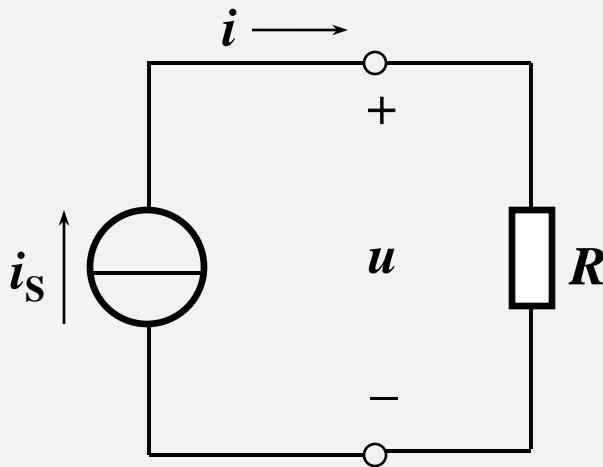
理想电流源的产生：

稳流电子设备，如光电池，晶体三极管

光电池在一定光线照射下光电池被激发产生一定值的电流；

晶体管的集电极电流与负载无关。

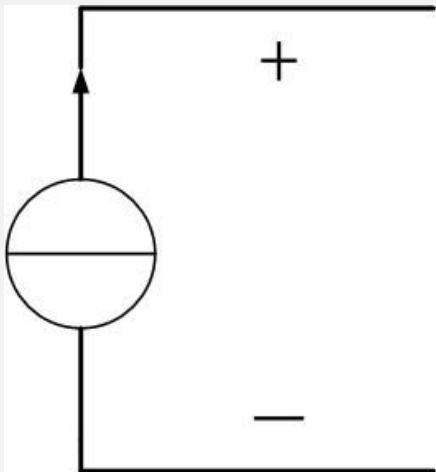
理想电流源的短路与开路：



(1) 短路： $R=0$ ， $i= i_S$ ， $u=0$ ， 电流源被短路。

(2) 开路： $R \rightarrow \infty$ ， $i= i_S$ ， $u \rightarrow \infty$ 。若强迫断开电流源回路，电路模型为病态，理想电流源不允许开路。

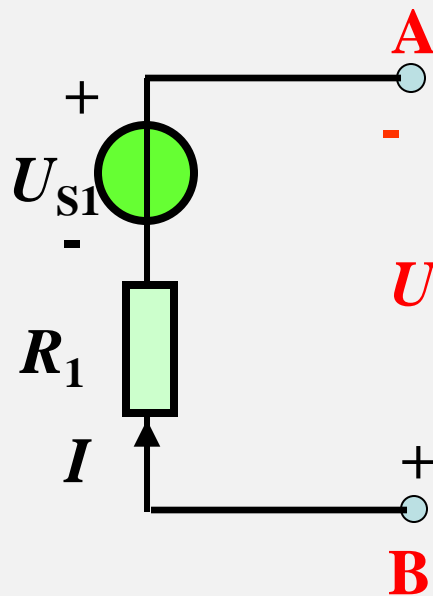
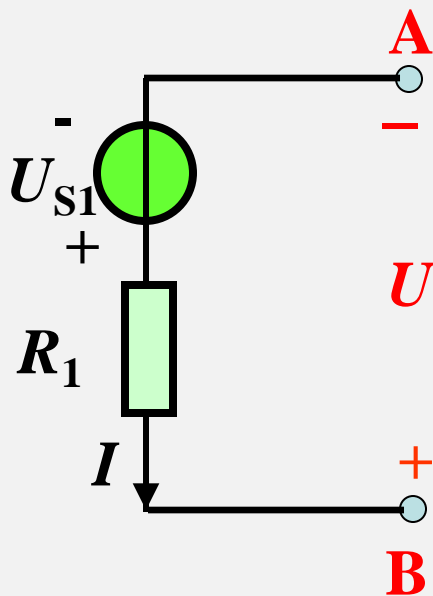
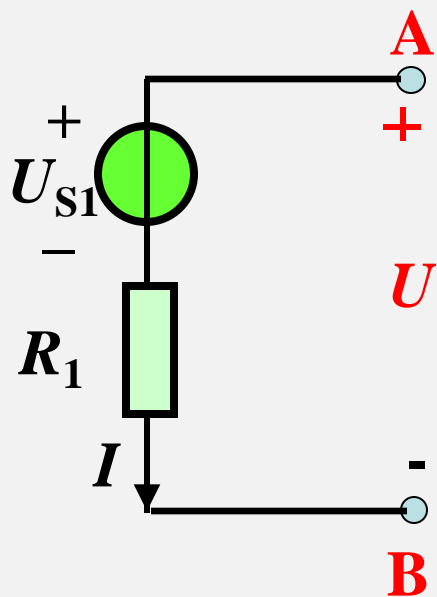
电流源不能开路



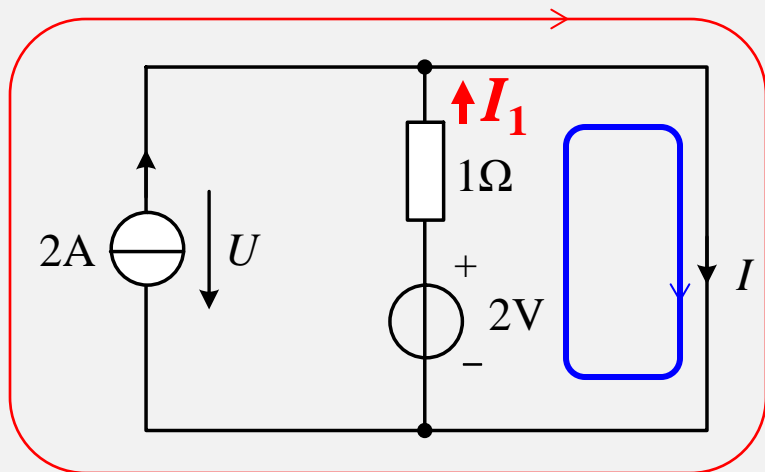
开路相当于无穷大的电阻

$R \rightarrow \infty$, $i = i_S$, 所以电流源两端的电压 $u \rightarrow \infty$

练习：写出各图的端口伏安关系式。



例 求 U 和 I 。

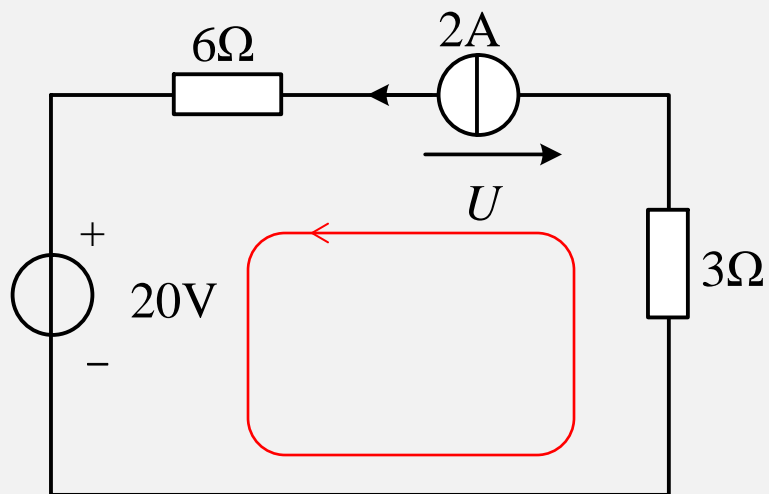


解：由 KVL 可得： $U=0$

列写 KVL 方程： $1 \times I_1 - 2 = 0$ ；求得 $I_1 = 2A$ ；

由 KCL 可得： $I = I_1 + 2 = 4A$

例 求电压 U 及各电源发出的功率。

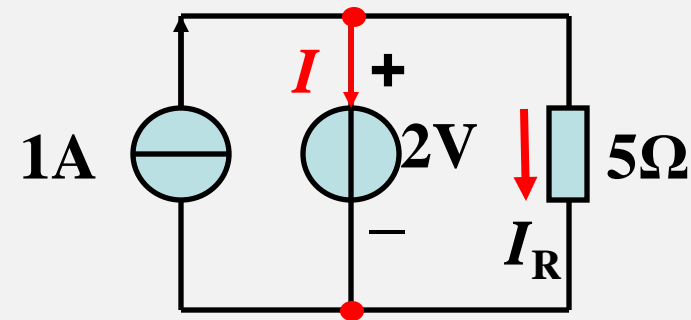


解：列写 KVL 方程： $6 \times 2 + 20 + 3 \times 2 - U = 0$ ；求得 $U = 38V$ ；

电压源功率： 关联： $P_{u\text{吸收}} = 2 \times 20 = 40W$ 发出功率 $-40W$

电流源功率： 非关联： $P_{i\text{发出}} = 2 \times U = 76W$ 发出功率 $76W$

例 求 I 及各元件的功率。



解： $I_R = 2/5 = 0.4\text{A}$

由KCL得 $I = 1 - I_R = 1 - 0.4 = 0.6\text{A}$

电流源功率：非关联： $P_{1\text{发出}} = 1 \times 2 = 2\text{W}$

发出功率2W

电压源功率：关联： $P_{2\text{吸收}} = 2 \times 0.6 = 1.2\text{W}$

吸收功率1.2W

电阻功率：关联： $P_{R\text{吸收}} = 2 \times 0.4 = 0.8\text{W}$

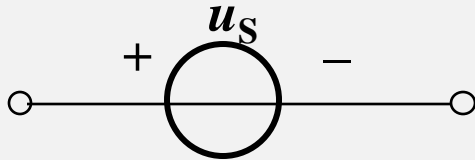
吸收功率0.8W

或 $P_{R\text{吸收}} = I_R^2 R = U_R^2 / R = 0.8\text{W}$

功率守恒

$\Sigma P_{\text{吸收}} = \Sigma P_{\text{发出}}$

电压源和电流源小结

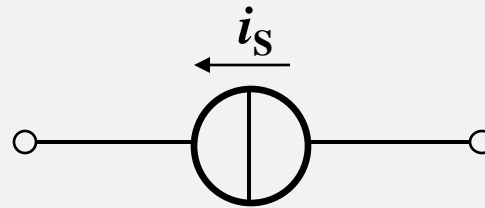


电压源的特点：

电压由自身确定

电流由外电路确定

电压源不能短路



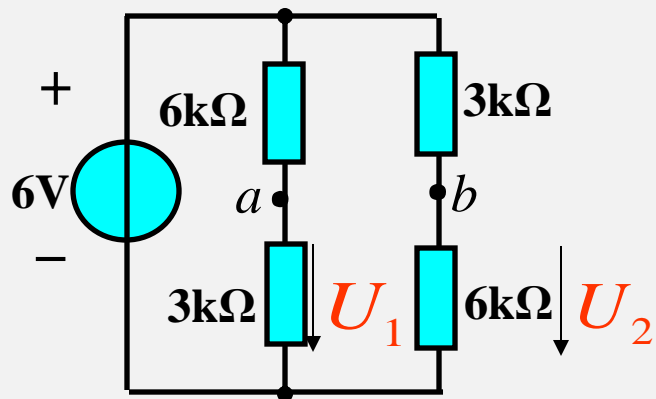
电流源的特点：

电流由自身确定

电压由外电路确定

电流源不能开路

例：电路如图所示，求 U_{ab}



$$U_1 = \frac{3}{3+6} \cdot 6 = 2V$$

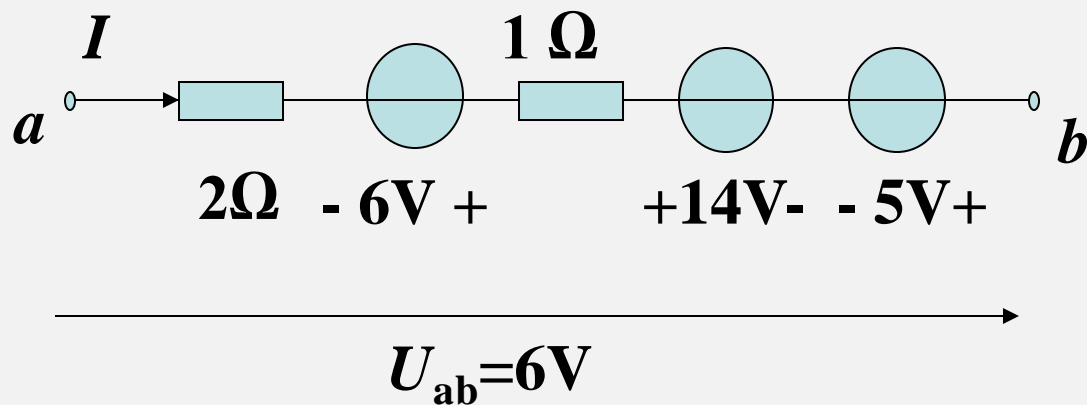
$$U_2 = \frac{6}{3+6} \cdot 6 = 4V$$

由KVL可得：

$$U_{ab} + U_2 - U_1 = 0$$

$$\therefore U_{ab} = U_1 - U_2 = -2V$$

例 求图示电路中电流 I 。

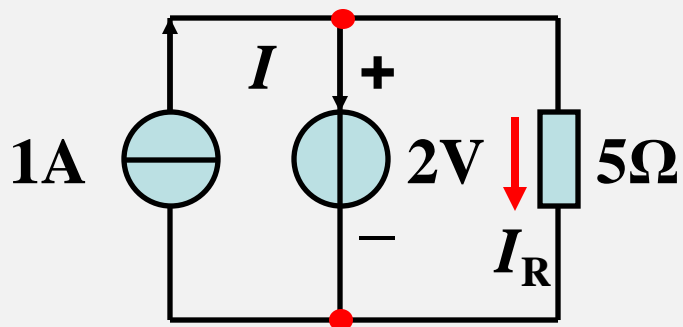


解： 由KVL和欧姆定律可得

$$U_{ab} = 2I - 6 + I + 14 - 5 = 6\text{V}$$

得 $I = 1\text{A}$

例 求 I 及各元件的功率。



解: $I_R = 2/5 = 0.4\text{A}$

由KCL得 $I = 1 - I_R = 1 - 0.4 = 0.6\text{A}$

电流源功率 $P_1 = -1 \times 2 = -2\text{W}$

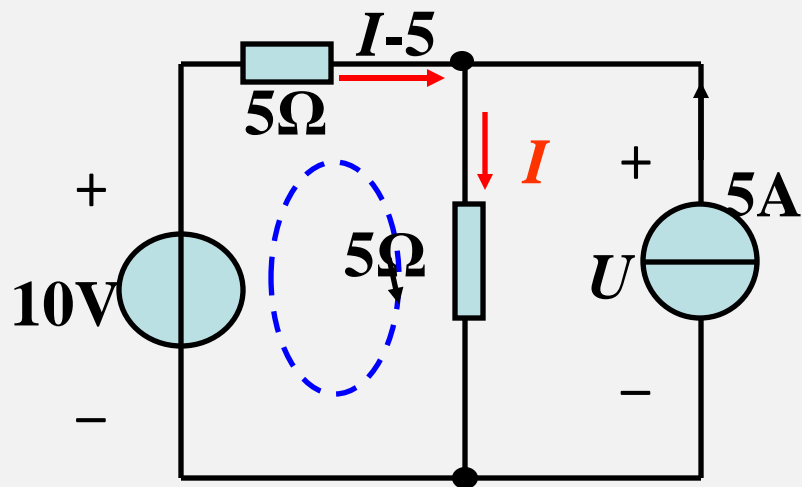
发出功率

电压源功率 $P_2 = 2 \times 0.6 = 1.2\text{W}$

吸收功率

电阻功率 $P_R = 2 \times 0.4 = 0.8\text{W}$ 吸收功率

例 求图中电压 U 。



解： 由KVL得

$$5(I-5)+5I=10V$$

$$\Rightarrow I=3.5A$$

$$U=5 \times 3.5 = 17.5V$$

1.5.2 受控电源

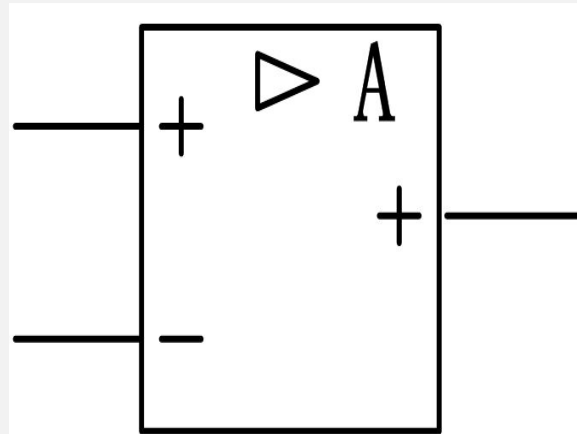
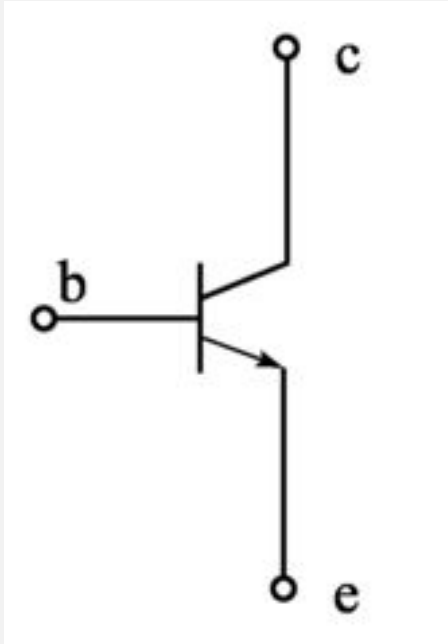
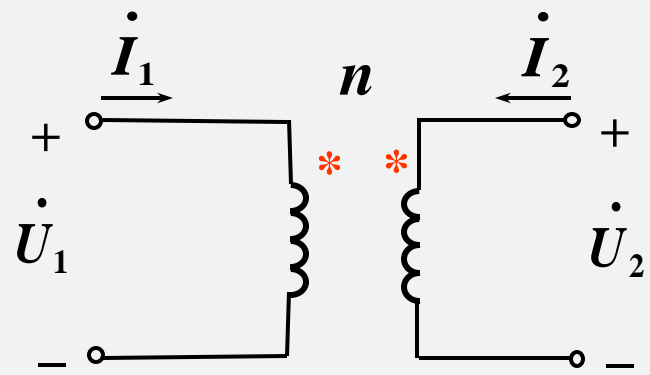
受控电源定义：

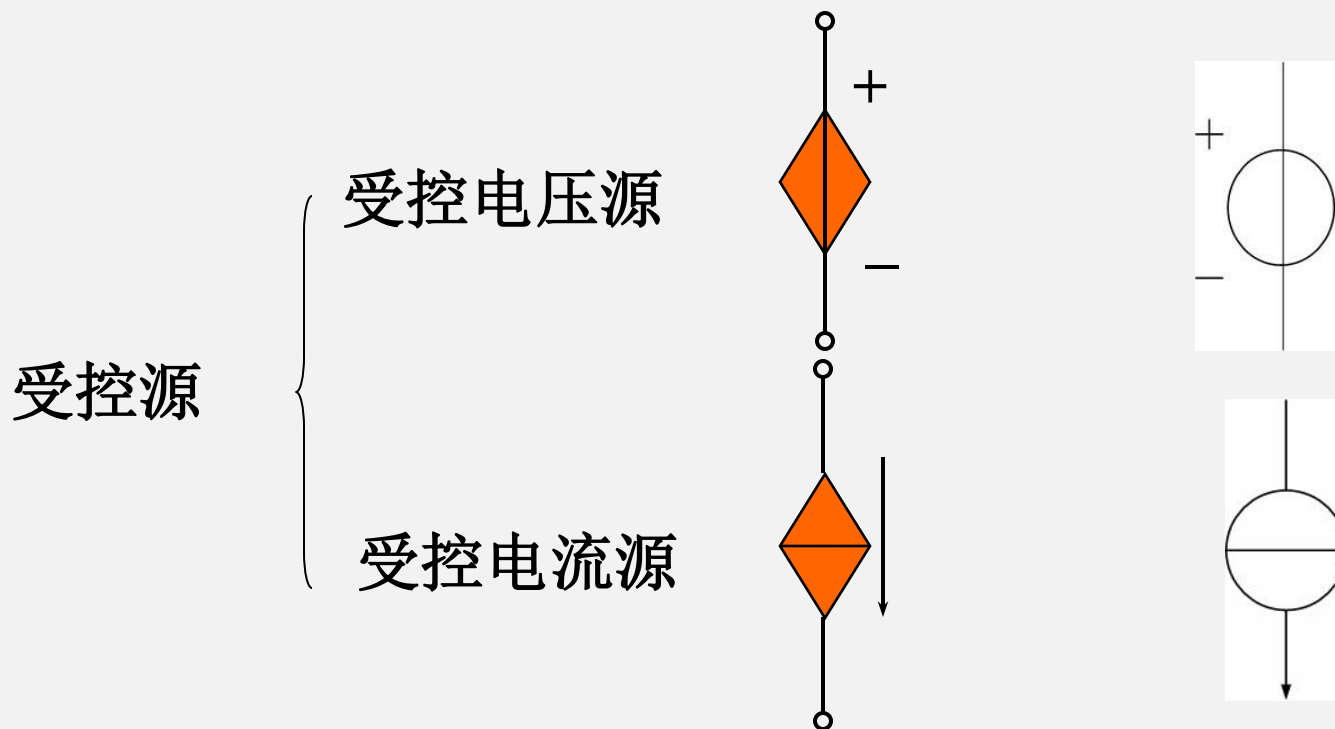
电压和电流受其他电压和电流控制的电源。

前面所学的理想电压源和理想电流源称为独立电源
其电压或电流由自身产生，不受其他电压电流控制。

注意：

受控源不是实际的电路器件，
而是由实际电路或器件抽象出来的电路模型



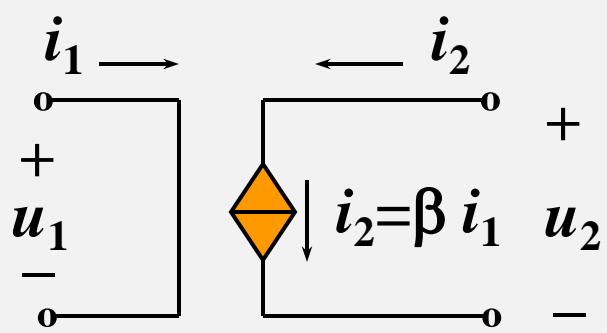


受控源是**双口元件**，有两条支路，一条为控制支路，另一条为受控支路。

控制量有电压和电流两种情况，所以受控源总计有四种类型

受控源可分为四种类型：CCCS、CCVS、VCCS、VCVS。

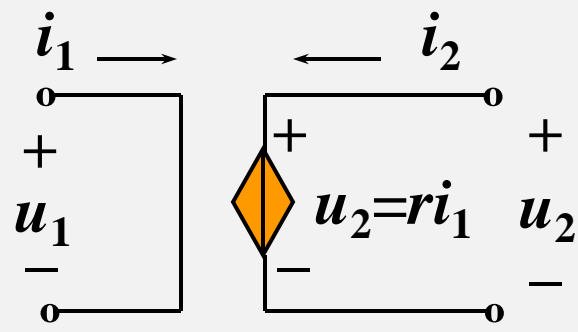
(a) 电流控制的电流源(CCCS)



$$\begin{cases} u_1=0 \\ i_2=\beta i_1 \end{cases}$$

β : 电流放大倍数

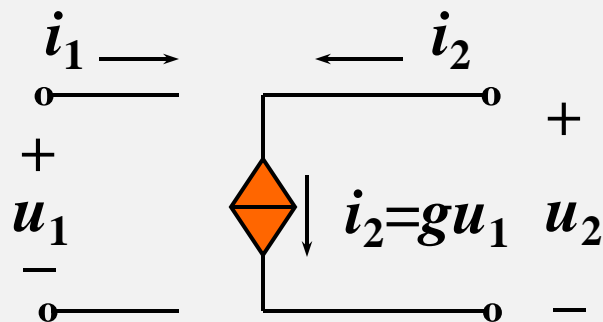
(b) 电流控制的电压源(CCVS)



$$\begin{cases} u_1=0 \\ u_2=r i_1 \end{cases}$$

r : 转移电阻

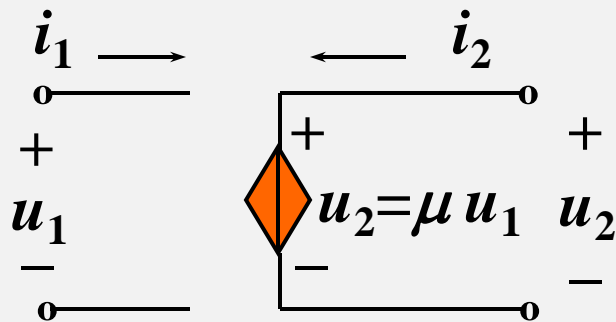
(c) 电压控制的电流源(VCCS)



$$\begin{cases} i_1=0 \\ i_2=gu_1 \end{cases}$$

g : 转移电导

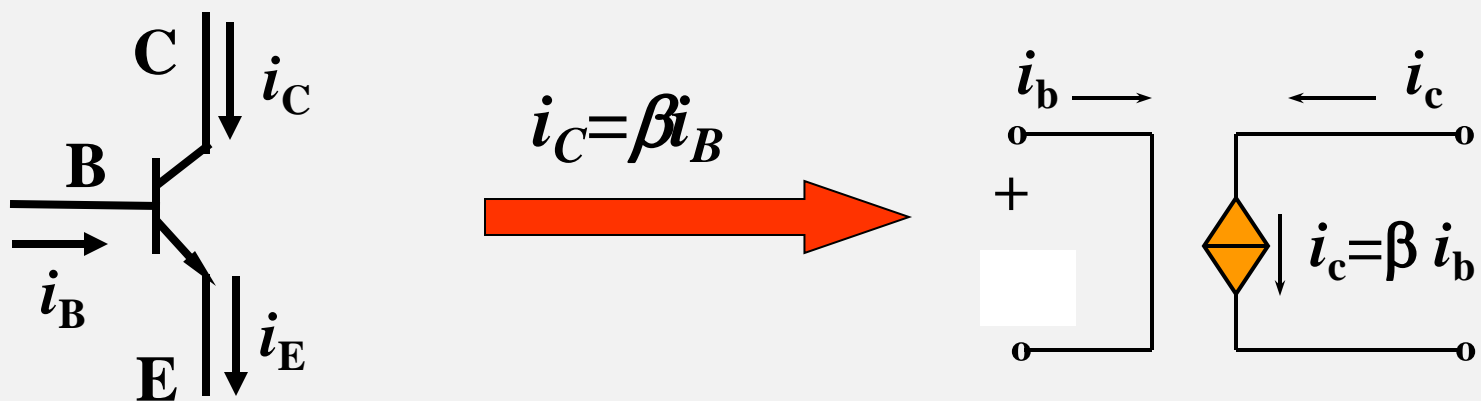
(d) 电压控制的电压源(VCVS)



$$\begin{cases} i_1=0 \\ u_2=\mu u_1 \end{cases}$$

μ : 电压放大倍数

当 μ, g, β, r 为常数时，被控制量与控制量满足线性关系，称为线性受控源。



引入受控源的作用

将具有电压电流控制关系的器件、设备转化为受控源模型
因而不再需要在电路中画出这些器件设备。

受控电源模型可以**简化电路分析**

受控源与独立源的比较

- (1) 独立源电压(或电流)由电源本身决定，与电路中其它电压、电流无关，而受控源电压(或电流)直接由控制量决定。
- (2) 独立源作为电路中“激励”，在电路中产生电压、电流，而受控源只是反映实际器件电压、电流的控制关系，在电路中不能作为“激励”。

受控源的功率

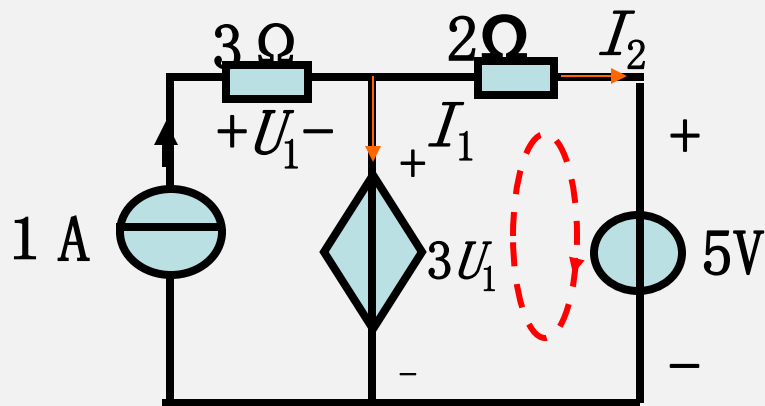
受控源是
有源元件

采用关联参考方向，受控源吸收的功率为

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2$$

由于对所有受控源来说都有 $u_1 i_1 = 0$ ， $\therefore p = u_2 i_2$

例 求图示电路中受控源的功率。



$$\text{解: } U_1 = 1 \times 3 = 3\text{V}$$

\therefore 受控源两端的电压为 $3 U_1 = 9\text{V}$

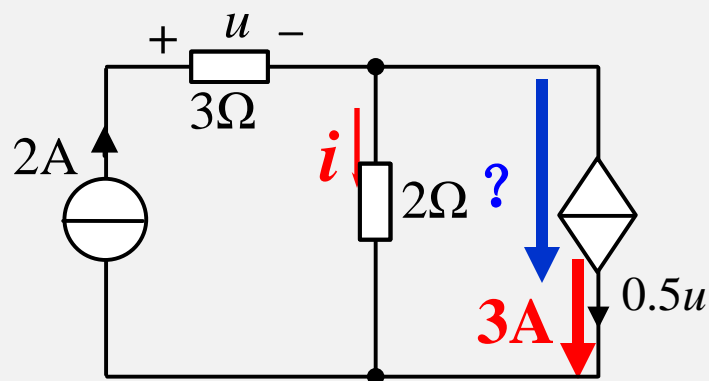
$$\text{由KVL得: } 2I_2 + 5 - 3U_1 = 0$$

$$\Rightarrow I_2 = 2\text{A}$$

$$\text{由KCL得: } I_1 = 1 - I_2 = -1\text{A}$$

$$P = 3U_1 \times I_1 = 9 \times (-1) = -9\text{W} < 0, \text{ 产生 } 9\text{ W 功率。}$$

例：电路如图所示，求受控源发出的功率。



解： $u = 2 \times 3 = 6\text{V}$

由KCL得： $i = 2 - 3 = -1\text{A}$

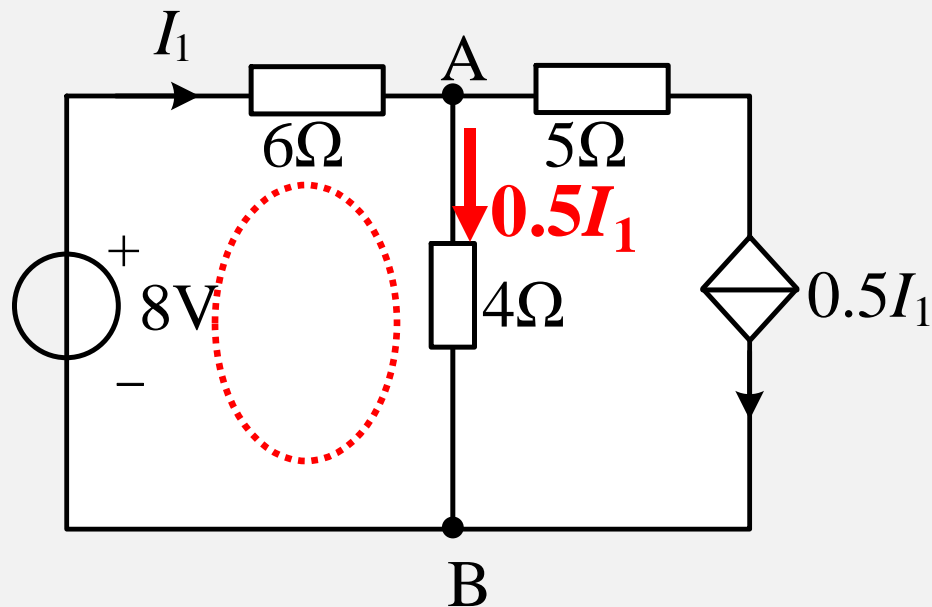
\therefore 受控源两端的电压为 $2i = -2\text{V}$

关联参考方向：

$$P_{\text{吸收}} = (-2) \times 3 = -6\text{W}$$

\therefore 发出功率为 **6W**。

例： 电路如图所示，求电流 I_1 和电压 U_{AB} 。



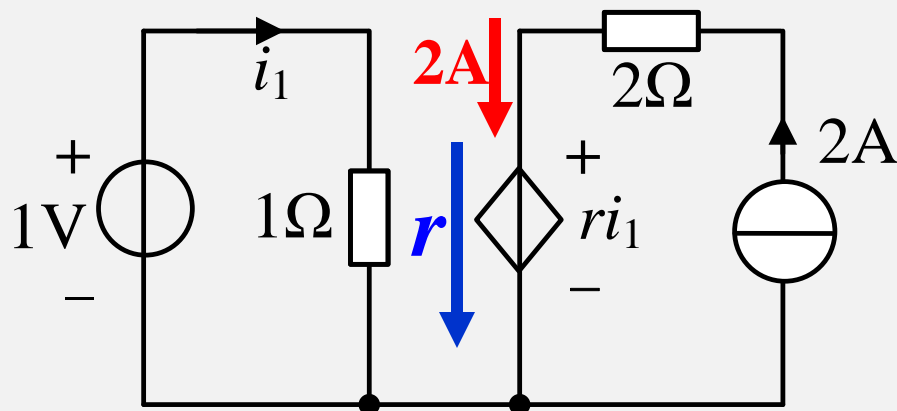
解： 列写KVL方程：

$$6I_1 + 4 \times 0.5I_1 - 8 = 0$$

$$\text{解得： } I_1 = 1\text{A}$$

$$U_{AB} = 4 \times 0.5I_1 = 2\text{V}$$

例：电路如图所示，已知受控源发出的功率为12W，求 r 的值。

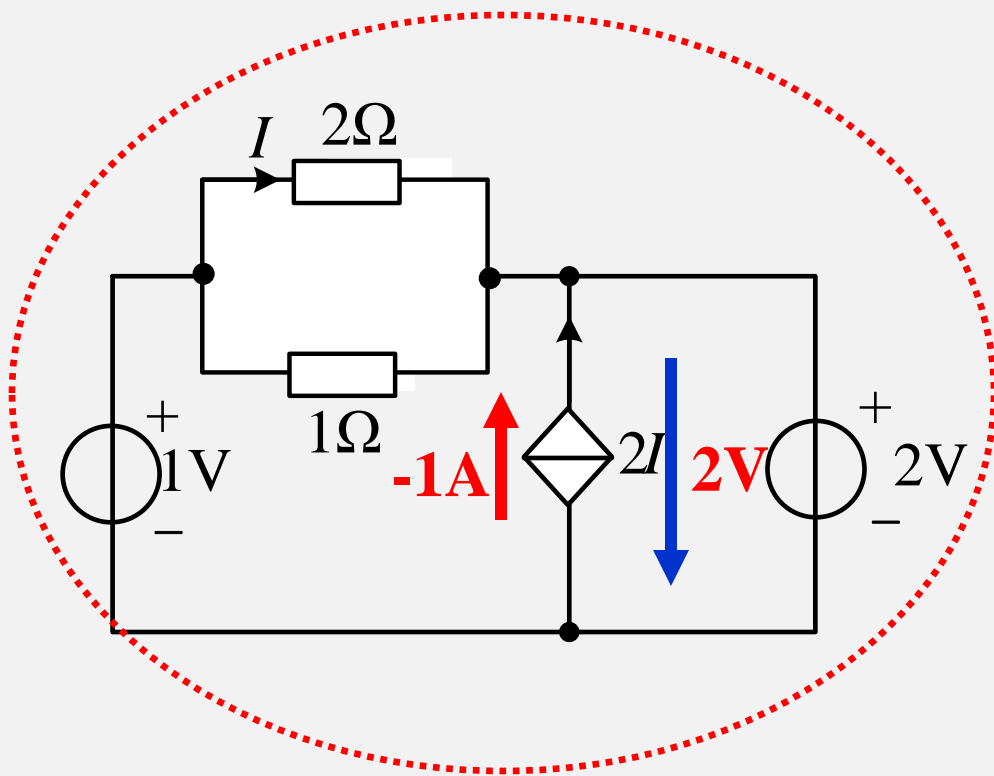


解： $i_1 = 1\text{A}$

关联参考方向： $P_{\text{吸收}} = 2 \times r = -12\text{ W}$

得： $r = -6\Omega$

例：电路如图所示，求受控源发出的功率。



解：由KVL得：

$$2I + 2 - 1 = 0$$

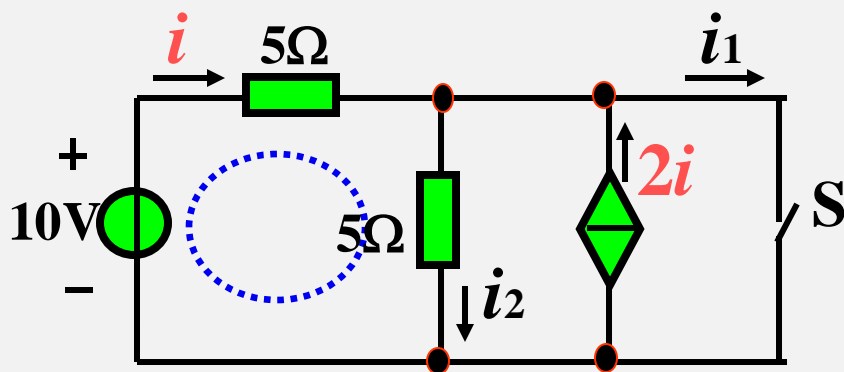
$$\text{得 } I = -0.5 \text{ A}$$

非关联参考方向：

$$P_{\text{发出}} = 2 \times (-1) = -2 \text{ W}$$

∴发出功率为 -2W 。

例 求下图电路开关S打开和闭合时的 i_1 和 i_2 。



解： S打开： $i_1=0$

由KCL与KVL得：

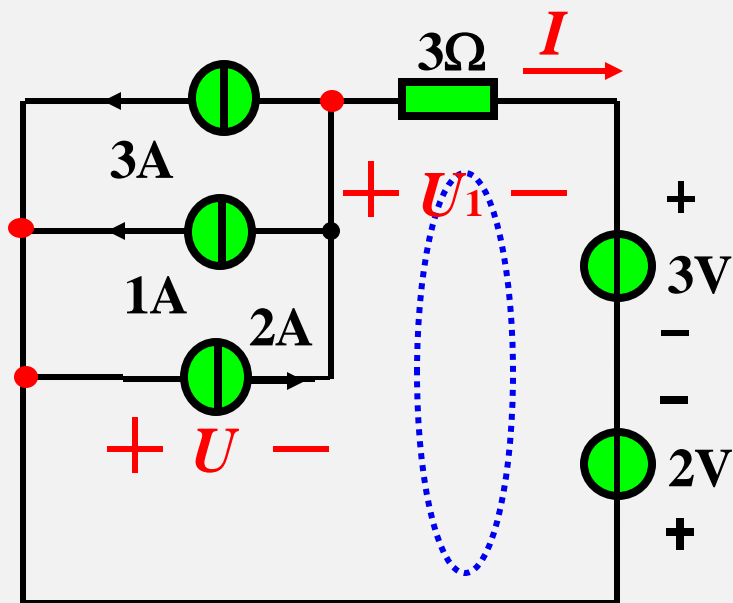
$$\begin{cases} i_2 = i + 2i \\ 5i + 5i_2 = 10 \end{cases} \Rightarrow i_2 = 1.5(\text{A})$$

S闭合： $i_2=0$

由KCL与欧姆定律得：

$$\begin{cases} i_1 = i + 2i \\ i = 10/5 = 2 \end{cases} \Rightarrow i_1 = 6(\text{A})$$

例 图示电路：求 U 和 I 。



解：由KCL得

$$3+1-2+I=0, \quad I=-2 \text{ (A)}$$

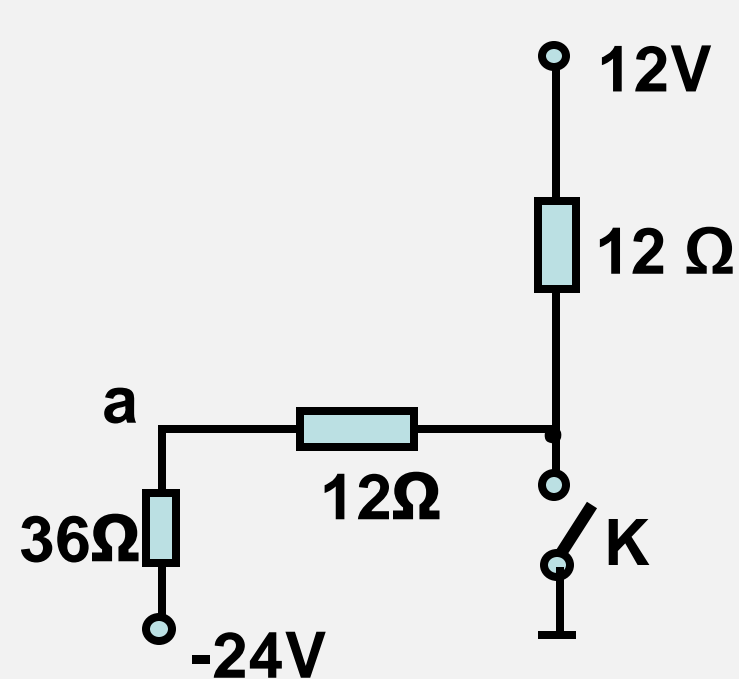
由KVL得

$$U+U_1+3-2=0$$

$$\text{又 } U_1=3I=-6 \text{ (V)}$$

$$\text{则： } U=5 \text{ (V)}$$

例 计算图示电路开关k断开以及闭合时a点的电位 V_a 分别为多大?



解: (1) k断开时, 三个电阻串联

$$v_a = \frac{36}{36 + 12 + 12} \times [12 - (-24)] + (-24) = -2.4V$$

(2) k闭合时,

$$v_a = \frac{12}{12 + 36} \times (-24) = -6V$$