离散数学 过程考核I

1. （10分）用等值演算法证明是重言式。
2. （15分）用等值演算法和真值表法求(*P*∨¬*Q*)→(*R*∧*Q*)的主析取范式与主合取范式。并写出编码形形式。
3. （10分）写出公式的等价式，要求该等价式中只出现联接词和。
4. （15分）用两种方法证明: 
5. （10分）证明下列命题推得的结论有效：如果今天是星期三，那么我有一次离散数学或数字逻辑测验；如果离散数学课老师有事，那么没有离散数学测验；今天是星期三且离散数学老师有事。所以，我有一次数字逻辑测验。
6. （10分）用谓词和量词将下列命题符号化，并化为前束范式。
7. 尽管有些人聪明，但未必一切人都聪明。
8. 所有的人都学习和工作。
9. （10分）证明下面推理：
10. （10分）证明：航海家都教育自己的孩子成为航海家，有一个人教育他的孩子去做飞行员，这个人一定不是航海家。（个体域为人类集合。）
11. （10分）证明：每个旅客或者坐头等舱或者坐经济舱；每个旅客当且仅当他富裕时坐头等舱；有些旅客富裕但并非所有的旅客都富裕。因此有些旅客坐经济舱。（个体域取全体旅客组成的集合）

离散数学 过程考核I 答案

1、（10分）

P ⋀(P→Q)→Q

⟺ ¬(P ⋀(¬P ⋁Q)) ⋁Q

⟺ ¬P ⋁¬(¬P ⋁Q)⋁Q

⟺ (¬P ⋁Q) ⋁¬(¬P ⋁Q)

⟺ 1

∴为重言式

2、（15分）用等值演算法和真值表法求(*P*∨¬*Q*)→(*R*∧*Q*)的主析取范式与主合取范式。并写出编码形形式。

(P ⋁¬Q)→(R ⋀Q)

⟺ ¬(P ⋁¬Q) ⋁(R ⋀Q)

⟺ (¬P ⋀Q) ⋁(R ⋀Q)

⟺ (¬P ⋀Q ⋀(R ⋁¬R)) ⋁((P ⋁¬P) ⋀Q ⋀R)

⟺ (P ⋀Q ⋀R) ⋁(¬P ⋀Q ⋀¬R) ⋁(P ⋀Q ⋀R) ⋁(¬P ⋀Q ⋀R)

⟺ m2 ⋁m3 ⋁m7

⟺ M0 ⋁M1 ⋁M4 ⋁M5 ⋁M6

3、（10分）写出公式的等价式，要求该等价式中只出现联接词和。

(¬A ⋀¬B) ⋁(¬C ⋁D)

⟺ ¬¬(¬A ⋀¬B) ⋁(C→D)

⟺ ¬ (¬(¬A) ⋁B) ⋁(C→D)

⟺ (¬A→B)→(C→D)

4、（15分）用两种方法证明: 

证明：

方法一、

① ¬(¬D) 结论的否定引入

② D ①置换

③ ¬(¬A ⋀D) 前提引入

④ A ⋁¬D ③置换

⑤ A ②④

⑥ A→B 前提引入

⑦ B ⑤⑥

⑧ (¬B ⋁C) ⋀¬C 前提引入

⑨ ¬C, ¬B ⋁C ⑧化简

⑩ C ⑦⑨

⑪ ¬C ⋁C ⑨⑩

5、（10分）证明下列命题推得的结论有效：如果今天是星期三，那么我有一次离散数学或数字逻辑测验；如果离散数学课老师有事，那么没有离散数学测验；今天是星期三且离散数学老师有事。所以，我有一次数字逻辑测验。

若明天是星期一或星期三，我就有课。若有课，今天我预习。我今天下午没有预习。所以，明天不是星期一和星期三。

p：明天是星期一；q：明天是星期三；r：我有课；s：我预习

前提：(p∨q)🡪r; r🡪s; ┑s

结论：┑p∧┑q

证明：

1. ┑s
2. r🡪s
3. ┑r
4. (p∨q)🡪r
5. ┑(p∨q)
6. ┑p∧┑q

推理正确。

6、（10分）用谓词和量词将下列命题符号化，并化为前束范式。

（1）尽管有些人聪明，但未必一切人都聪明。

（2）所有的人都学习和工作。

（1）F(x)：x是人；G(x)：x聪明

（2）F(x)：x是人；G(x)：x学习和工作 （学习和工作分开翻译也可）

答案不唯一，可酌情给分

7、（10分）证明下面推理：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 |  | 前提引入 |
| 2 | R(c) | 1，全称量词消去，c为个体域中任意个体。 |
| 3 |  | 前提引入 |
| 4 |  | 3，全称量词校区 |
| 5 |  | 2，4， |
| 6 |  | 前提引入 |
| 7 |  | 全称量词消去 |
| 8 | P(c) | 5,7 |
| 9 |  | 全称量词引入 |

8、（10分）证明：航海家都教育自己的孩子成为航海家，有一个人教育他的孩子去做飞行员，这个人一定不是航海家。（个体域为人类集合。）

S(x)：x是航海家。E(x)：x教育他的孩子成为航海家。

前提：

结论：

证明：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 |  | 前提引入 |
| 2 |  | 1，存在量词消去 |
| 3 |  | 前提引入 |
| 4 |  | 3，全称量词消去 |
| 5 |  | 2，4 |
| 5 |  | 2，5，合取引入 |
| 6 |  | 5，存在量词引入 |

9、（10分）证明：每个旅客或者坐头等舱或者坐经济舱；每个旅客当且仅当他富裕时坐头等舱；有些旅客富裕但并非所有的旅客都富裕。因此有些旅客坐经济舱。（个体域取全体旅客组成的集合）



