

数据结构与算法



人工智能与大数据学院

本节课主要内容

- 第4章 数组和字符串

- ① 掌握数组的定义
- ② 掌握数组的顺序存储结构
- ③ 掌握特殊矩阵的压缩方法
- ④ 掌握串的基本操作实现

4.1 数组——特殊的线性表

1、数组的定义

和线性表一样，数组是由**相同数据类型**的数据元素组成的，每个元素由一个值和下标确定。

它用一组**连续的内存空间**，来存储一组类型相同的数据。

$a[0]$
$a[1]$
$a[2]$
$a[3]$
...
$a[n]$

4.1

数组——特殊的线性表

a_{00}	a_{01}	a_{02}	...	$a_{0, n-1}$
a_{10}	a_{11}	a_{12}	...	$a_{1, n-1}$
a_{20}	a_{21}	a_{22}	...	$a_{2, n-1}$
...	$a_{3, n-1}$
...
$a_{m-1,0}$	$a_{m-1,1}$	$a_{m-1,2}$...	$a_{m-1, n-1}$

数组是线性表的推广，它的每个数据元素也是个线性表

4.1 数组——特殊的线性表

2、数组的顺序存储结构 $a[m][n]$

(1) 以行序为主序的存储方式

存储地址计算方式：

$$LOC(i, j) = LOC(0, 0) + (n * i + j) * d$$

a_{00}	a_{01}	a_{02}	...	$a_{0, n-1}$
a_{10}	a_{11}	a_{12}	...	$a_{1, n-1}$
a_{20}	a_{21}	a_{22}	...	$a_{2, n-1}$
...	$a_{3, n-1}$
...
$a_{m-1,0}$	$a_{m-1,1}$	$a_{m-1,2}$...	$a_{m-1, n-1}$

例题：假设二维数组A有3行4列，按照行优先进行存储，每个元素占4个存储单元，第1个元素的存储单元地址为100，则A[2][2]的地址是？

4.1 数组——特殊的线性表

2、数组的顺序存储结构a[m][n]

(2) 以列序为主序的存储方式

存储地址计算方式：

$$LOC(i, j) = LOC(0, 0) + (i + m * j) * d$$

例题：假设二维数组A有3行4列，按照列优先进行存储，每个元素占4个存储单元，第1个元素的存储单元地址为100，则A[2][2]的地址是？

a ₀₀	a ₀₁	a ₀₂	...	a _{0, n-1}
a ₁₀	a ₁₁	a ₁₂	...	a _{1, n-1}
a ₂₀	a ₂₁	a ₂₂	...	a _{2, n-1}
...	a _{3, n-1}
...
a _{m-1,0}	a _{m-1,1}	a _{m-1,2}	...	a _{m-1, n-1}

4.1 数组——特殊的线性表

2、数组的顺序存储结构 $a[m][n]$

例题1：假设将100个数据元素的线性表存储在数组中，若第5个数据元素的地址为1000，第8个数据元素的地址为1030，请问最后一个元素的存储地址是？

例题2：假设数组 $A[60,70]$ 的基地址为2000，每个元素占2个存储单元，若以列序为主序顺序存储，则元素 $a[31,50]$ 的存储地址是？

4.1

数组——特殊的线性表

矩阵的压缩存储方法：

压缩存储，是指为多个值相同的元素只分配一个存储空间，对零元素不分配空间。

1. 特殊矩阵
2. 稀疏矩阵

4.1 数组——特殊的线性表

1. 特殊矩阵

若值相同的元素或零元素在矩阵中的分布有一定的规律，则称此类矩阵为特殊矩阵。

(1) 对称矩阵

如果n阶矩阵A中的元素满足

$$a_{ij} = a_{ji} \quad (0 \leq i, j \leq n - 1)$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 2 & 5 & 6 \\ 7 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

4.1 数组——特殊的线性表

(1) 对称矩阵

如果 n 阶矩阵 A 中的元素满足 $a_{ij} = a_{ji} \quad (0 \leq i, j \leq n - 1)$

只存储主对角线以上或以下的元素即可。
即 n^2 个元素压缩存储到 $n(n+1)/2$ 个空间中

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 2 & 5 & 6 \\ 7 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

4.1

数组——特殊的线性表

若以行序为主存储对角线以下（含对角线）的元素，并以一维数组 $M[n(n+1)/2]$ 作为 n 阶矩阵 A 的存储结构，则

a_{00}				
a_{10}	a_{11}			
a_{20}	a_{21}	a_{22}		
...	
$a_{n-1,0}$	$a_{n-1,1}$	$a_{n-1,2}$...	$a_{n-1,n-1}$

$M[n(n+1)/2]$ 中矩阵元素 a_{ij} 的存储状况为：

a_{00}	a_{10}	a_{11}	a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{30}	...	$a_{n-1,n-1}$
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	-----	---------------

4.1 数组——特殊的线性表

$M[n(n+1)/2]$ 中矩阵元素 a_{ij} 的存储状况为 (行序为主序) :

a_{00}	a_{10}	a_{11}	a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{30}	...	$a_{n-1, n-1}$
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	-----	----------------

$M[k]$ 和矩阵元素 a_{ij} 的一一对应关系为 :

$$k = i(i+1)/2 + j; \quad (i \geq j)$$

4.1 数组——特殊的线性表

若以**列序**为主存储对角线以下（含对角线）的元素，并以一维数组 $M[n(n+1)/2]$ 作为 n 阶矩阵 A 的存储结构，则

a_{00}				
a_{10}	a_{11}			
a_{20}	a_{21}	a_{22}		
...	
$a_{n-1,0}$	$a_{n-1,1}$	$a_{n-1,2}$...	$a_{n-1,n-1}$

$M[n(n+1)/2]$ 中矩阵元素 a_{ij} 的存储状况为：

a_{00}	a_{10}	a_{20}	a_{30}	...	$a_{n-1,0}$	a_{11}	...	$a_{n-1,n-1}$
----------	----------	----------	----------	-----	-------------	----------	-----	---------------

4.1

数组——特殊的线性表

2. 稀疏矩阵

若矩阵中有很多元素是零，而且非零元素的分布没有规律，则称该矩阵为稀疏矩阵。

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

如果采用一般的存储方法表示稀疏矩阵，就会存储大量的零元素，造成存储空间的浪费。

4.1 数组——特殊的线性表

2. 稀疏矩阵

(1) 三元组顺序表

```
define MAXSIZE 20
```

```
typedef struct{
```

```
    int i, j;
```

非零元素的行、列下标

```
    elemtype v;
```

非零元素的值

```
}node;
```

```
typedef struct{
```

```
    int m, n, t;
```

稀疏矩阵的行数、列数、非零元素个数

```
    node data[MAXSIZE];
```

```
}mat;
```

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

4.1

数组——特殊的线性表

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$



i	j	v
3	3	3
1	2	2
2	3	4
3	2	6

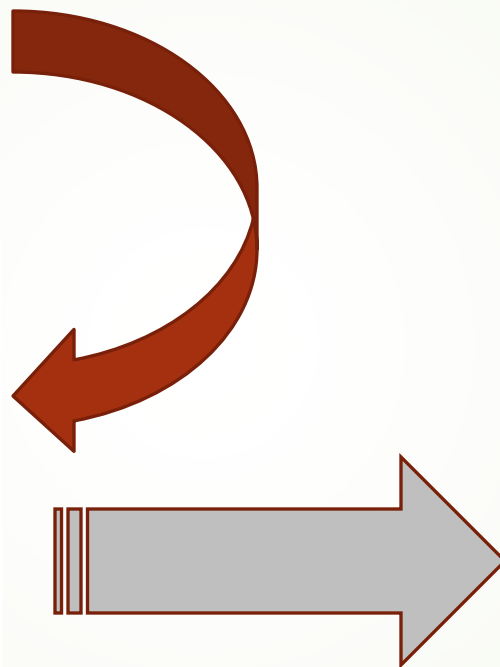
注：表中data[0]中的i，j，v分别存储稀疏矩阵的行数、列数、非零元素个数

4.1

数组——特殊的线性表

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

i	j	v
3	3	3
1	2	2
2	3	4
3	2	6



如何实现稀疏矩阵的转置运算，即计算转置矩阵??

4.1

数组——特殊的线性表

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

i	j	v
3	3	3
1	2	2
2	3	4
3	2	6

算法思路：

- ① 将行数和列数相互交换
- ② 将三元组中的i和j相互调换
- ③ 重排三元组之间的次序

4.1

数组——特殊的线性表

算法思路：

- ① 将行数和列数相互交换
- ② 将三元组中的*i*和*j*相互调换
- ③ 重排三元组之间的次序

如果用二维数组来表示矩阵，一般可用如下算法实现：

```
for (j=1; j<=n; j++)  
    for (i=1; i<=m; i++)  
        b[j][i]=a[i][j]
```

此时时间复杂度为 $O(m * n)$

4.1

数组——特殊的线性表

如果用二维数组来表示矩阵，一般可用如下算法实现：

```
for(j=1; j<=n; j++)  
    for(i=1; i<=m; i++)  
        b[j][i]=a[i][j]
```

此时时间复杂度为 $O(m * n)$

- ① 确定a中每一列第一个非零元素在b中的位置；
- ② 计算每个非零元素在b中的位置

此时时间复杂度为 $O(n * t)$ ，其中t为非零元素个数

适当增加存储单元，降低时间复杂度。

4.2

字符串——特殊的线性表

1、字符串的定义

字符串（简称串），是一种特殊的线性表，它的数据元素仅由一个字符组成。

串是由零个或多个字符组成的有限序列。一般记为

$$S = 'c_0c_1c_2 \dots c_{n-1}' \quad (n \geq 0)$$

其中 c_i 可以是字母、数字或其他字符

4.2

串——特殊的线性表

2、相关概念

- ① 串名
- ② 串的值
- ③ 串的长度
- ④ 子串和主串
- ⑤ 串的位置
- ⑥ 两个串相等
- ⑦ 空格串
- ⑧ 空串

$$S = 'c_0c_1c_2 \dots c_{n-1}' \quad (n \geq 0)$$

4.2 串——特殊的线性表

3、字符串的基本操作定义

字符串的基本操作常常以串或子串为单位，而不是以一个字符为单位。

假设本节中的s, t, v, a, b, c, d都是串名，并且a= 'HE' ,
b= 'FEI' ,
c= '' , d= 'HEFEI'

4.2 串——特殊的线性表

$a = \text{'HE'}$, $b = \text{'FEI'}$, $c = \text{' '}$, $d = \text{'HEFEI'}$

(1) 赋值操作:

$\text{Assign}(s, t)$: 将串 t 的值赋值给串 s

例如: 执行 $\text{Assign}(s, d)$ 之后, $s = \text{'HEFEI'}$

C语言中string.h头文件中, 函数 $\text{strcpy}(\text{str1}, \text{str2})$ 将字符串 str2 的值赋值给 str1 , 函数 $\text{strncpy}(\text{str1}, \text{str2}, n)$ 将字符串 str2 中前 n 个字节赋值给 str1

4.2 串——特殊的线性表

$a = \text{'HE'}$, $b = \text{'FEI'}$, $c = \text{' '}$, $d = \text{'HEFEI'}$

(2) 判相等函数:

$\text{Equal}(s, t)$: 若串 t 和串 s 相等, 则返回函数值1, 否则返回0

例如: 执行 $\text{Equal}(a, d)$ 之后, 结果为0

思考: $\text{Equal}(a, c)$, $\text{Equal}(a, \text{'HE '})$, $\text{Equal}(\text{' '}, \text{' '})$

4.2 串——特殊的线性表

a= 'HE' , b= 'FEI' , c= ' ' , d= 'HEFEI'

(3) 计算串的长度:

Len(s) : 返回串s中字符的个数

例如: 执行 Len(a)之后, 结果为2

思考: Len(c), len(' ')

4.2 串——特殊的线性表

$a = \text{'HE'}$, $b = \text{'FEI'}$, $c = \text{' '}$, $d = \text{'HEFEI'}$

(4) 串的连接函数:

$\text{Concat}(s, t)$: 将串 t 的字符序列紧接在串 s 的字符序列之后, 构成一个新的字符序列, 产生一个新串, 并返回

例如: 执行 $\text{Concat}(a, b)$ 之后, 结果为 'HEFEI'

思考 $\text{Equal}(d, \text{Concat}(a, b))$ 的结果?

4.2 串——特殊的线性表

$a = \text{'HE'}$, $b = \text{'FEI'}$, $c = \text{' '}$, $d = \text{'HEFEI'}$

(5) 求子串函数：

$\text{SubStr}(s, \text{start}, \text{len})$: 如果合理区间范围内 ($\text{start}: [0, \text{length}(s)-1]$, $\text{len}: [0, \text{length}(s)-\text{start}+1]$) , 则返回函数值为从串 s 中第 start 个字符起, 长度为 len 的连续字符序列, 否则返回一个特殊的串常量。

例如：执行 $\text{SubStr}(a, 0, 1)$ 之后, 结果为 'H'

4.2 串——特殊的线性表

练习题：

1、串 $s_1 = \text{'ABCDEFGH'}$ ，串 $s_2 = \text{'PQRST'}$ ，则

$\text{Concat}(\text{SubStr}(s_1, 2, \text{len}(s_2)), \text{SubStr}(s_1, \text{len}(s_2), 2))$ 的结果是 ？

2、串 $s_1 = \text{'HEFEI'}$ ，串 $s_2 = \text{'HELLO'}$ ，则

$\text{Equal}(\text{SubStr}(s_1, 0, \text{len}(\text{SubStr}(s_2, 1, 2))), \text{'HE'})$ 的结果是 ？

4.2 串——特殊的线性表

$a = \text{'HE'}$, $b = \text{'FEI'}$, $c = \text{' '}$, $d = \text{'HEFEI'}$

(6) 定位函数:

$\text{Index}(s, t)$: 若在主串 s 中存在和 t 相等的子串, 则函数值为 s 中第一个这样的子串在主串 s 中的位置, 否则函数值为 -1

例如: 执行 $\text{Index}(a, \text{'E'})$ 之后, 结果为 1 , 执行 $\text{Index}(d, \text{'E'})$ 的结果呢?

注意 ⚠ : t 不能为空串

4.2 串——特殊的线性表

$a = \text{'HE'}$, $b = \text{'FEI'}$, $c = \text{' '}$, $d = \text{'HEFEI'}$

(7) 替换函数:

$\text{Replace}(s, t, v)$: 以串 v 替换所有在串 s 中出现的和非空串 t 相等的、不重叠的子串。

例如: 执行 $\text{Replace}(d, \text{'E'}, \text{'e'})$ 之后, s 结果更新为 'HeFeI'

注意 ⚠ : t 不能为空串

4.2 串——特殊的线性表

练习题：

1、串 $s_1 = \text{'ABCDEFGH'}$ ，串 $s_2 = \text{'PQRST'}$ ，则

$\text{Concat}(\text{SubStr}(s_1, 0, \text{Index}(s_2, \text{'Q'})), \text{SubStr}(s_1, \text{len}(s_2), 2))$ 的结果是？

2、串 $s_1 = \text{'HEFEI'}$ ，串 $s_2 = \text{'HELLO'}$ ，则

$\text{Replace}(s_2, \text{'O'}, \text{'O!'})$ 之后串 s_2 的值？

4.2 串——特殊的线性表

$a = \text{'HE'}$, $b = \text{'FEI'}$, $c = \text{' '}$, $d = \text{'HEFEI'}$

(8) 插入函数:

$\text{Insert}(s, \text{pos}, t)$: 若 pos 的值在合理区间范围内 ($[0, \text{length}(s)]$) , 则在串 s 的第 pos 个字符之前插入串 t

例如: 执行 $\text{Insert}(d, 0, \text{'Hi, '})$ 之后, d 结果更新为 'Hi, HEFEI'

4.2 串——特殊的线性表

$a = \text{'HE'}$, $b = \text{'FEI'}$, $c = \text{' '}$, $d = \text{'HEFEI'}$

(9) 删除函数:

$\text{Delete}(s, \text{pos}, \text{len})$: 若 pos 的值在合理区间范围内 ($[0, \text{length}(s)-1]$) , 则从串 s 中删除第 pos 个字符起, 长度为 len 的子串

例如: 执行 $\text{Delete}(d, 2, 3)$ 之后, d 结果更新为 'HE'

4.2

串——特殊的线性表

判断如下程序段的实现功能(1)：

```
int abc(char *a){  
    int count=0,i;  
    for(i=0;a[i]!='\0';i++)  
        count++;  
    return count;  
}
```

4.2

串——特殊的线性表

判断如下程序段的实现功能(2)：

```
int abc(char *a){  
    int i=0;  
    while(a[i]!='\0')  
        i++;  
    return i;  
}
```


4.2

串——特殊的线性表

判断如下程序段的实现功能(3)：

```
void def(char *a, char *b){  
    int len1=abc(a);  
    int len2=abc(b);  
    int i;  
    for(i=0;i<len2;i++)  
        a[len1+i]=b[i];  
}
```

4. 2

串——特殊的线性表

判断如下程序段的实现功能(4)：

```
int uvw(char *a, char *b){  
    int len1=abc(a);  
    int len2=abc(b);  
    int i,j;  
    if(len1!=len2)  
        return 0;  
    for(i=0;i<len1;i++)  
        if(a[i]!=b[i])  
            return 0;  
    return 1;  
}
```

4. 2

串——特殊的线性表

判断如下程序段的实现功能(5)：

```
char *rst(char *a, int s, int m){  
    char *c;  
    c=malloc(sizeof(abc(a)));  
    int i=0;  
    for(i=0;i<m;i++)  
        c[i]=a[s+i];  
    return c;  
}
```

4.2

串——特殊的线性表

判断如下程序段的实现功能(6)：

```
int xyz(char *a, char *b){  
    int len1=abc(a);  
    int len2=abc(b);  
    int i=0;  
    if(len2==0)  
        return -1;  
    while(i<=(len1-len2)){  
        if(uvw(rst(a, i, len2),b))  
            return i;  
        i++;  
    }  
    return -1;  
}
```

4.2 串——特殊的线性表

课后作业：利用串的基本运算，编写一个算法，实现删除s1中所有s2子串