



# 话题一

## 数据的表示, Pt 3

- 薛浩
- [stickmind.com](http://stickmind.com)



## 目标

### 话题 1

计算机是如何表示数值的？

理解计算机  
算术运算的局限性

理解计算机如何  
高效地执行算术运算

理解计算机如何  
更紧凑更高效地编码数据

## 配套练习

### Lab 1

- 练习数字的表示、位操作、位掩码操作
- 阅读分析操作位和整型的 C 代码
- 进一步练习 Linux 环境的开发流程

### Assignment 1

- 处理加法计算的局限性
- 模拟细胞分裂的过程
- 在终端打印 Unicode 文本

## 常见操作符

- 基于字节级别的操作符
  - **Arithmetic operators:** +, -, \*, /, %
  - **Comparison operators:** ==, !=, <, >, <=, >=
  - **Logical Operators:** &&, ||, !
- 基于位级别的操作符:
  - **bitwise operators:** &, |, ~, ^, <<, >>



## 今日话题

- **Bitwise Boolean Operation**
- Bitwise Shift Operation
- Bitmask

推荐阅读：

- CSAPP, Ch2.1
- K&R, Ch2.9



# 布尔逻辑

- 1854年，英国数学家乔治·布尔（George Boole）发表了一篇具有里程碑意义的论文，详细介绍了后来被称为**布尔代数**的代数逻辑系统。
- 在计算机中，true 编码为 1，false 编码为 0

$\sim$		$\&$	0	1	$ $	0	1	$\sim$	0	1
0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0

**Figure 2.7 Operations of Boolean algebra.** Binary values 1 and 0 encode logic values TRUE and FALSE, while operations  $\sim$ ,  $\&$ ,  $|$ , and  $\sim$  encode logical operations NOT, AND, OR, and EXCLUSIVE-OR, respectively.



George Boole

# 位运算

AND	OR	XOR	NOT
0110	0110	0110	
& 1100	1100	^ 1100	~ 1100
-----	-----	-----	-----



## 辨析 逻辑运算符

- 在 C 语言中，逻辑运算（||，&&，!）很容易和位运算混淆。逻辑运算认为非 0 为 true，0 为 false。
- 逻辑运算是按**整体数值**来计算结果的，并不是在**位级别**上进行操作；这是区别于位运算最大的地方。



## 逻辑运算

	AND		OR		NOT
	0110		0110		
&&	1100		1100	!	1100
	----		----		----

## 逻辑操作

AND	OR	NOT
true	true	
&& true	true	! true
- - - -	- - - -	- - - -



**问题？**

`bits_playground.c`



## 今日话题

- Bitwise Boolean Operation
- **Bitwise Shift Operation**
- Bitmask

推荐阅读：

- CSAPP, Ch2.1
- K&R, Ch2.9



## 移位操作

- 移位运算也可以称为一种位运算，因为该操作符将值当作一系列的位来对待，而不是一个整体数值。
- 寄存器的位数是固定的，在移位过程中，总会有一些位被移出 (shifted out) 寄存器，也会有一些位被移进 (shifted in) 寄存器。

`x << k;` // 该表达式等于将 `x` 向左移动 `k` 个位后的值 (`x` 不变)

`x >>= k;` // 将 `x` 向右移动 `k` 个位 (`x` 改变)

- 在 C 语言中，`k` 为**负值**或大于等于**数据类型宽度**是**未定义行为** (Undefined Behavior)

`x << 32;` // error

`x >> 36;` // error

`x << 40;` // error

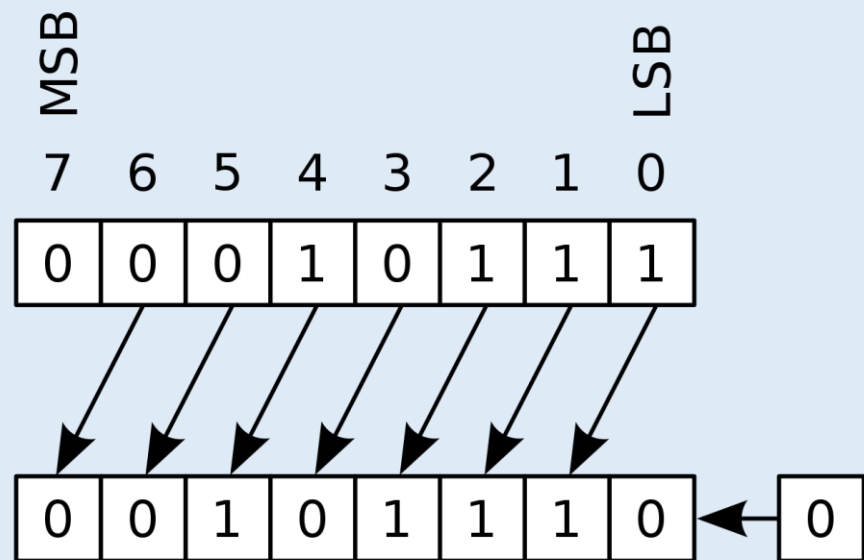
## 左移 Left Shift

- 将二进制位模式向左移动指定数量的位置。移动之后，低位（lower order）增加的部分**补充 0**，高位多余的部分将会丢失。

00**110111** << 2 // **110111**00

0110**0011** << 4 // **0011**0000

1001**0101** << 4 // **0101**0000



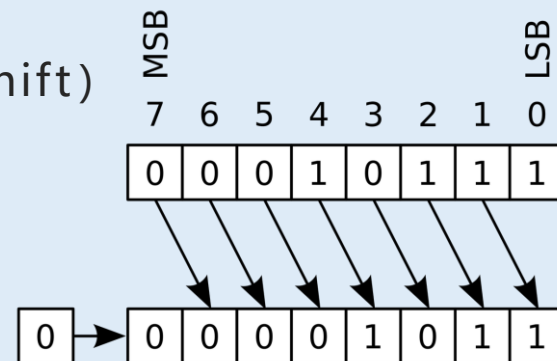
## 右移 Right Shift

- 将二进制位模式向右移动指定数量的位置。移动之后，低位多余的部分将会丢失，但是高位（higher order）并不会默认补充 0。

- 对于**无符号整型**，高位**补充 0**，这种右移操作称为**逻辑右移**（Logical Right Shift）

```
unsigned short ux = 16;      // 0000 0000 0001 0000
```

```
unsigned short uy = x >> 4; // 0000 0000 0000 0001
```



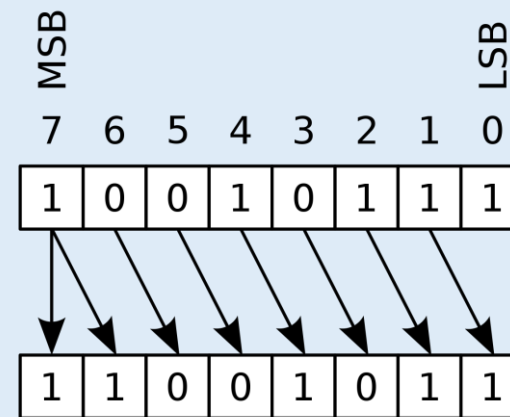
- 对于**有符号整型**，高位**补充符号位**，这种右移操作称为**算术右移**（Arithmetic Right Shift）

```
short x = 16;      // 0000 0000 0001 0000
```

```
short y = x >> 4; // 0000 0000 0000 0001
```

```
x = -16;      // 1111 1111 1111 0000
```

```
y = x >> 4; // 1111 1111 1111 1111
```





## 陷阱 操作符的优先级

- 由于加法操作符优先级比移位运算符高，所以表达式  $1 \ll 2 + 3 \ll 4$  在 C 语言中的解释是  
 $1 \ll (2 + 3) \ll 4$
- 为了避免不必要的麻烦，尽量多加一些括号，比如这样  $(1 \ll 2) + (3 \ll 4)$ 。

参考阅读: *K&R Ch2.11*





## 陷阱 整型字面量

- 对于语句 `long num = 1 << 32;`, 由于字面量默认是 int 类型, 最多只有 32 个位, 所以 `1 << 2` 是未定义行为。
- 需要将3上述语句修改为 `long num = 1L << 32;` 才会正常编译执行。



## 关键思想

- 算术移位补充**符号位**
- 逻辑移位补充**0**



**问题 ?**

shift.c



## 今日话题

- Bitwise Boolean Operation
- Bitwise Shift Operation
- **Bitmask**

推荐阅读：

- CSAPP, Ch2.1
- K&R, Ch2.9



## 应用：位掩码

- 位操作在嵌入式领域应用较为广泛
- 对一组位模式进行**选择性操作**，即屏蔽掉部分位，只对感兴趣的部分进行修改



## 位掩码 Bitmask

- 对一组位模式进行**选择性操作**，即屏蔽掉部分位，只对感兴趣的部分进行修改，这种操作称为**位掩码** (Bitmask)。
- 将指定的位设置为 1，即置 1 操作
  - $Y \mid 1 = 1$  按位或运算 | 搭配 1 可以将位设置为 1
  - $Y \mid 0 = Y$  按位或运算 | 搭配 0 可以保持位状态不变

10010101	10100101
11110000	00010000
-----	-----
11110101	10110101

以上示例也可以理解为，求两组位模式的**并集**。

## 位掩码 Bitmask

- 对一组位模式进行**选择性操作**，即屏蔽掉部分位，只对感兴趣的部分进行修改，这种操作称为**位掩码** (Bitmask)。
- 将指定的位设置为 0，即置 0 操作
  - $Y \& 1 = Y$  按位与运算 & 搭配 0 可以将位设置为 0
  - $Y \& 0 = 0$  按位与运算 & 搭配 1 可以保持位状态不变

10010101	10100101
& 00001111	11001111
-----	-----
00000101	10000101

以上示例也可以理解为，求两组位模式的**交集**。

## 位掩码 Bitmask

- 对一组位模式进行**选择性操作**，即屏蔽掉部分位，只对感兴趣的部分进行修改，这种操作称为**位掩码** (Bitmask) 。
- 查询某个位的状态**
  - 按位与运算 & 稍作变化就可以进行查询操作
  - 结果为 true，则查询的位是 1；结果为 false，则查询的位为 0

1001 <b>1</b> 101	1001 <b>0</b> 101	
& 0000 <b>1</b> 000	0000 <b>1</b> 000	
-----	-----	
0000 <b>1</b> 000	0000 <b>0</b> 000	-> 布尔值



## 位掩码 Bitmask

- 对一组位模式进行**选择性操作**，即屏蔽掉部分位，只对感兴趣的部分进行修改，这种操作称为**位掩码** (Bitmask)。
- 切换位的状态**
  - 有些情况下，我们需要关闭一部分位的同时打开另一部分。
  - 按位异或位操作  $\wedge$  可以实现精准的控制。

10011101	10010101	
$\wedge$ 00001111	11111111	$\sim$ 10010101
-----	-----	-----
10010010	01101010	01101010

# 综合应用：RGBA32 色轮

- RGBA32 值通常使用 8 个十六进制数字表示，每对十六进制数字分别表示红色、绿色、蓝色和 Alpha 通道的值。
- 通道可以使用一个 32 位无符号整数表示，位的排列方式是红色通道位于最高的 8 位，然后是绿色通道、蓝色通道，最低 8 位是 Alpha 通道。

Sample Length: Channel Membership:  Bit Number:	8								8								8								8							
	Red								Green								Blue								Alpha							
	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0



**问题？**