# Exercices du thème 3.2 : L’optimisation

**PROBLÈME 1**

La compagnie *StockOpt* aura besoin de 2000 unités d’un produit au cours de la prochaine année. L’utilisation de ce produit est à peu près stable au cours de l’année. Le coût pour passer une commande est de 40,50 $ et la compagnie doit assumer un coût unitaire annuel de stockage équivalent à 20 % du coût unitaire d’achat. Ce coût unitaire de stockage sera imputé au stock moyen qui est estimé à la moitié d’une commande complète (en supposant que le stock s’écoule à un taux constant et que l’arrivée d’une commande se produit au moment où le stock est écoulé).

1. En supposant que le coût unitaire d’achat est de 36 $ (donc un coût unitaire de stockage de 7,20$), donner un modèle permettant de trouver la taille optimale d’une commande. Donner la solution optimale à ce modèle.
2. Supposons maintenant que le coût unitaire d’achat varie en fonction de la quantité commandée de la façon suivante :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Quantité commandée | | |
| 1 à 499 | 500 à 999 | 1000 et plus |
| Coût unitaire d’achat | 38 $ | 36 $ | 34 $ |

À titre d’exemple, pour une commande de 600 unités, le coût d’achat serait de 36 $ pour chacune de ces 600 unités.

Déterminer la taille optimale d’une commande en indiquant clairement votre démarche.

**PROBLÈME 2**

L’entreprise *PriOpt* Inc. désire, pour la prochaine année, fixer le prix de vente du bien qu’elle produit (noté bien V pour la suite). Le département de marketing de l’entreprise a estimé que la relation entre le prix de vente et la demande annuelle était exprimée par la fonction suivante :

Quantité demandée de V = 1000 – prix de V.

Cette fonction de demande étant valide que pour un prix du bien V inférieur à 1000$. On estime qu’au-delà de ce seuil, la demande pour le bien V est nulle.

Le coût pour produire chaque unité du bien V est de 400 $. De plus, dans le but de satisfaire la demande et de ne pas accumuler de stock, l’entreprise produit exactement la quantité demandée.

1. Formuler un modèle permettant de déterminer le prix du bien V qui maximise leprofit annuel sur la vente de ce bien. Résoudre le modèle à l’aide du Solveur d’Excel et présenter clairement la solution optimale.

Supposons maintenant que *PriOpt* désire lancer le bien N et fixer son prix de vente. Puisque le bien N est complémentaire au bien V, la quantité demandée du bien N variera non seulement en fonction du prix du bien N mais aussi du prix du bien V selon la fonction suivante :

Quantité demandée de N = 2000 – prix de V – (4 × prix de N).

Cette fonction n’est valide que pour des prix de V et de N inférieurs à 1000$ et 250$ respectivement.

Le coût pour produire chaque unité du bien N est de 100 $. Comme pour le bien V, l’entreprise produit exactement la quantité demandée du bien N. Par ailleurs, la production d’une unité exige 20 heures pour le bien V et 5 heures pour le bien N. *PriOpt* dispose de 10 000 heures de main d’œuvre durant la prochaine année pour la production des deux biens.

1. Formuler un modèle permettant de déterminer le prix des deux biens qui maximise leprofit total annuel. Résoudre le modèle à l’aide du Solveur d’Excel et présenter clairement la solution optimale.

**PROBLÈME 3**

Une compagnie possède deux usines qui produisent des machines identiques. Le coût unitaire de production diffère cependant d’une usine à l’autre, et dépend comme suit de la quantité de machines produites mensuellement :

Coût unitaire de production à l’usine X :

Coût unitaire de production à l’usine Y :

où nombre de machines produites mensuellement à l’usine X,

nombre de machines produites mensuellement à l’usine Y.

Le coût fixe mensuel est de 300 000 $ pour l’usine X alors qu’il est de 200 000 $ pour l’usine Y. La capacité de production de l’usine X est de 250 machines alors qu’elle est de 300 machines pour l’usine Y. Enfin, l’entreprise s’est engagée auprès de quelques clients, elle doit donc produire au moins 400 machines par mois.

On vous demande de :

* modéliser mathématiquement le problème ;
* résoudre le modèle à l’aide du Solveur d’Excel et présenter clairement la solution optimale.

**PROBLÈME 4**

La compagnie *OPTI-PRIX* aimerait décider du prix de vente d’une de ses produits qui lui permettrait de maximiser son profit. Après une analyse de marché, le département de marketing estime que la demande annuelle de ce produit pourrait être exprimée par la fonction suivante :

Quantité demandée =

Cette fonction de demande étant valide que pour un prix inférieur à 500$. On estime qu’au-delà de ce seuil, la demande pour le bien V est nulle.

Le département de la production a estimé que le coût pour produire chaque unité du produit serait de 150 $ et que la capacité de production est de 8000 unités par an. De plus, dans le but de satisfaire la demande et de ne pas accumuler de stock, les dirigeants de l’entreprise ont décidé de produire exactement la quantité demandée. Enfin, l’entreprise s’est engagée auprès de quelques clients, elle doit donc produire au moins 3500 unités durant la prochaine année.

1. Donner le modèle mathématique complet qui aiderait *OPTI-PRIX* à trouver le prix de vente qui maximise le profit annuel. Résoudre le modèle à l’aide du Solveur d’Excel et présenter clairement la solution optimale.

On aimerait décider, en plus du prix de vente du produit, de la taille optimale de commande d’une de ses composantes. On sait que chaque unité du produit nécessite l’utilisation de 5 unités de cette composante et que le coût unitaire de production de 150 $ considéré en 4.1 inclut le coût des composantes qui est de 50 $ (5 unités à un coût unitaire d’achat de 10 $). En plus de ce coût de production, on désire considérer le coût de commande et le coût de stockage des composantes dans le modèle. Le coût pour passer une commande est de 1500$ et on estime à 10 $ le coût pour stocker une composante pendant un an. Ce coût de stockage est calculé sur le stock moyen qui est estimé à la moitié d’une commande complète (en supposant que le stock s’écoule à un taux constant et que l’arrivée d’une commande se produit au moment où le stock est écoulé).

1. Donner le modèle mathématique complet qui aiderait *OPTI-PRIX* à trouver le prix de vente du produit et la taille de commande des composantes qui maximisent le profit annuel. Résoudre le modèle à l’aide du Solveur d’Excel et présenter clairement la solution optimale.

**SOLUTION DU PROBLÈME 1**

Définition des variables

*t* = taille d’une commande

Fonction-objectif

Min 

Contraintes



**Solution optimale**

Solution optimale : taille optimale est de 150 unités avec un coût total de 73 080 $. Cette solution a été obtenue avec le Solveur d’Excel, voir le fichier Excel 30-650-S10*-Pb1-Sol.xlsx (feuille 1.1)*.

On doit résoudre trois modèles d’optimisation (un par niveau de coût) :

MODÈLE 1 :

Définition des variables

*t* = taille d’une commande

Fonction-objectif

Min 

Contraintes



Solution optimale : taille optimale dans cet intervalle est de 146 unités avec un coût total de 77 110 $. Cette solution a été obtenue avec le Solveur d’Excel, voir le fichier Excel *30-650-S10-Pb1-Sol.xlsx (feuille 1.2 – Modèle 1*).

MODÈLE 2 :

Définition des variables

*t* = taille d’une commande

Fonction-objectif

Min 

Contraintes



Solution optimale : taille optimale dans cet intervalle est de 500 unités avec un coût total de 73 962 $. Cette solution a été obtenue avec le Solveur d’Excel, voir le fichier Excel *30-650-S10-Pb1-Sol.xlsx (feuille 1.2 Modèle 2).*

MODÈLE 3 :

Définition des variables

*t* = taille d’une commande

Fonction-objectif

Min 

Contraintes



Solution optimale : taille optimale dans cet intervalle est de 1000 unités avec un coût total de 71 481 $. Cette solution a été obtenue avec le Solveur d’Excel, voir le fichier Excel *30-650-Seance7-Pb1-Sol.xlsx (feuille 1.2 Modèle 3*)*.*

CONCLUSION

Pour trouver la solution optimale du problème complet, il suffit de prendre la solution des trois modèles qui permet de minimiser le coût total. Ainsi, la taille optimale est de 1000 unités pour un coût total de 71 481 $.

**SOLUTION DU PROBLÈME 2**

1. Définition de la variable de décision:

Pv = prix du bien V en $

Fonction objectif :

Max [ Pv(1000 – Pv) – 400(1000 – Pv) ]

Max -Pv2 + 1400Pv – 400 000

Contraintes :

Pv ≥ 0

Pv ≤ 1000

**Solution optimale**

Selon le fichier Excel 30-650*-S10-Pb2-Sol.xlsx (feuille 2.1)*, le profit maximal sera de 90 000 $ pour un prix de vente (Pv) de 700 $.

Définition des variables de décision :

Pv = prix du bien V en $

PN = prix du bien N en $

Fonction-objectif :

Max [ Pv(1000 – Pv) + PN(2000 – Pv – 4 PN) – 400(1000 – Pv) – 100(2000 – Pv - 4 PN)

Max –Pv2 - 4PN2 – Pv.PN + 1500Pv + 2400PN – 600 000

Contraintes :

20(1000 – Pv) + 5(2000 – Pv - 4PN) ≤ 10 000

Pv, PN ≥ 0

Pv ≤ 1000

PN ≤ 250

**Solution optimale**

Selon le fichier Excel *30-650-S10-Pb2-Sol.xlsx (feuille 2.2)*, le profit maximal sera de 144 000 $ pour un Pv = 640 $ et PN = 220 $.

**SOLUTION DU PROBLÈME 3**

Définition des variables de décision :

Nb de machines produites à l’usine X.

Nb de machines produites à l’usine Y.

Fonction-objectif :

Minimiser les coûts de production

Contraintes :

*Production minimale :*

*Capacité de production à l’usine X :*

*Capacité de production à l’usine Y :*

*Production minimale à l’usine X :*

*Production minimale à l’usine y :*

**Solution optimale**

Une fois arrondie, la solution optimale consiste à produire 141 unités à l’usine X et 259 unités à l’usine Y pour un coût total de d’environ 24 794 973 $. Voir le fichier Excel*30-650-S10-Pb3-Sol.xlsx.*

*Note : la solution a été arrondie. La bonne façon de faire serait d’imposer une contrainte de nombres entiers sur les cellules variables dans le Solveur d’Excel. Ce concept est trop avancé pour le niveau du cours 30-650 et sera vu dans un cours de 2e année au BAA.*

**SOLUTION DU PROBLÈME 4**

**4.1**

**Variable de décision**

*x* = prix de vente de produit

**Fonction-objectif**

Max profit = revenu – coût

**Contraintes**

*Production minimale :*

*Production maximale :*

*Prix minimum : (le prix doit être positif et 0,01 est le plus petit prix non nul)*

*Prix maximum :*

**Solution optimale**

La solution optimale consiste à fixer le prix de vente à 302,18$ pour un profit total annuel d’environ 766 356 $. Voir le fichier Excel ***30-650-Pb4-Sol.xlsx*** *(feuille 4.1).*

**4.2**

**Variable de décision**

*x* = prix de ventre de produit

**Fonction-objectif**

Max profit = revenu – coût

**Contraintes**

*Production minimale :*

*Production maximale :*

*Prix minimum :*

*Prix maximum :*

Taille minimum :

**Solution optimale**

La solution optimale consiste à fixer le prix de vente à environ 304$ et de commander 2732 unités de la composante à chaque foispour un profit total annuel d’environ 738 954**$.** Voir le fichier Excel*30-650-S10-Pb4-Sol.xlsx (feuille 4.2).*

*Note : la taille d’une commande a été arrondie. La bonne façon de faire serait d’imposer des contraintes de nombres entiers et d’ajuster le modèle. Ce concept est trop avancé pour le niveau du cours et ne sera pas abordé.*