# Exercices du thème 4 –Partie 1

1. Pour la distribution discrète suivante :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0 | 0,3 |
| 1 | 0,2 |
| 2 | 0,1 |
| 3 | 0,4 |

1. Calculez (à la main et avec Excel) l’espérance de X.

*Rem : Avec Excel, la fonction SOMMEPROD() simplifie le calcul.*

1. Calculez (à la main et avec Excel) l’écart-type de X.

*Rem : Avec Excel, la fonction SOMMEPROD() simplifie le calcul.*

1. Selon les données de l’institut de la statistique du Québec, la distribution du nombre de personnes par ménage (groupe de personnes vivant sous un même toit) en 2011 était donnée par

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 1 | 0,322 |
| 2 | 0,348 |
| 3 | 0,146 |
| 4 | 0,124 |
| 5 | 0,042 |
| 6 | 0,018 |

Remarque : Le nombre de ménages de sept personnes et plus est négligeable et est considéré comme nul dans ce problème.

1. Quelle était la taille moyenne des ménages en 2011? Quel était l’écart-type?

Rem : on suggère de calculer avec Excel.

1. Quelle était en 2011 la probabilité qu’un ménage sélectionné au hasard compte au moins 3 personnes?
2. Quelle était en 2011 la probabilité qu’un ménage sélectionné au hasard compte 4 ou 5 membres?
3. Quelle était en 2011 la probabilité qu’un ménage sélectionné au hasard ne soit constitué que d’une seule personne? Cette probabilité concorde-t-elle avec la probabilité qu’un individu sélectionné au hasard en 2011 vive seul, en supposant que l’on ait accès à une liste de toute la population et non la liste des ménages ?
4. Un organisme de bienfaisance obtient un don lors de la sollicitation de 15% des gens. Les gens décident de donner ou non indépendamment les uns des autres. On s’intéresse au nombre de personnes parmi les 3 prochaines, qui feront un don. On peut considérer que X, le nombre de personnes faisant un don parmi les 3 suit une loi binomiale où n=3 et p =0,15. À l’aide de la loi binomiale, calculer la probabilité :
5. que les trois personnes fassent un don.
6. qu’aucune des trois personnes fassent un don.
7. qu’au moins un don soit recueilli.
8. que les trois personnes ne fassent pas le même choix
9. Chaque billet d’une loto est gagnant avec une probabilité de 5%. Vous achetez 10 billets.
10. Quelle est la probabilité qu’au moins un des billets soit gagnant?
11. Quelle est la probabilité que plus de deux des billets soient gagnants?
12. Un étudiant répond au hasard à un examen à choix multiples composé de 20 questions. Chaque question comporte quatre choix de réponses et toutes les questions ont la même pondération lors du calcul de la note finale.
13. Quelle est la probabilité que l’étudiant réponde correctement à exactement 5 questions?
14. Quelle est la probabilité qu’il réponde correctement à au plus 5 questions?
15. Quelle est la probabilité qu’il obtienne (au moins) la note de passage, si celle-ci est fixée à 60% ?
16. Quelle est la probabilité que sa note soit entre 50% et 60%, inclusivement?
17. Si trois étudiants répondent (indépendamment!) au hasard à cet examen, quelle est la probabilité qu’exactement un d’entre eux obtienne au moins 50% ?
18. Supposons qu’un québécois (adulte) sur quatre ait vu les publicités d’un produit. Votre agence a été mandatée pour évaluer l’efficacité de ces publicités. L’une de vos stratégies est de sonder la population au moyen d’un sondage d’opinion. Un échantillon de 50 québécois est recueilli au hasard.
19. Quelle est la loi de probabilité du nombre personnes ayant vu la publicité parmi les 50?
20. Quel est le nombre espéré de québécois aillant vu les publicités au sein de l’échantillon? Quel en est l’écart-type?
21. Quelle est la probabilité qu’au moins 8 personnes de l’échantillon aient vu les publicités?
22. Quelle est la probabilité qu’entre 20% et 30% des gens sondés, inclusivement, aient vu la publicité?

**Réponses** :

Note : voir le fichier Excel **30-650-Thème4.1-Exercices-SOL\_Excel.xlsx** pour les détails des calculs.

1. a) Espérance = 0\*0,3+1\*0,2+2\*0,1+3\*0,4 = 1,6

b) Variance = 1,64

Écart-type ≈1,2806.

2- a) Valeur espérée (moyenne) = 1\*0,322+2\*0,348+…+6\*0,018 = 2,27

Variance = 1.5571.

Écart-type1,2478.

1. 33%
2. 16,6%
3. 32,2%. Non, car la population de référence est différente dans les deux cas. Dans cet exercice, on parlait des ménages alors qu’on demande maintenant de calculer une probabilité où la population correspond aux individus. Si M est le nombre total de ménages, cela veut dire que M x 0,322 personnes vivent seules. La population totale est donc

1 x M x 0,322+ 2 x M x 0,348+ … + 6 x M x 0,018 = M x E(X). = M x 2,27. Par conséquent les chances de choisir au hasard une personne seule parmi la population est donc M x 0,322 / (M x 2,27) = 0,322/2,27 = 0,142. Ceci illustre que l’importance relative des ménages plus nombreux est gonflée dans la population des individus par rapport à ce qu’elle est dans la population des ménages.

1. a) P (X=3) = 0,003375.

b) P (X=0) = 0,614125.

c) 1-P(X=0) = 0,385875.

d) 1-P(X=0)-P(X=3) = 0,3825.

1. Soit X = le nombre de billets gagnants. Puisque le fait de gagner avec un billet est indépendant du résultat des autres billets, X suit une loi binomiale avec un nombre d’expériences de 10 et une probabilité de succès de 5%.

4. Soit X = le nombre de bonnes réponses. X suit une loi binomiale avec un nombre d’expériences de 20 et une probabilité de succès de 25%.
5. 0,2023
6. 0,6172
7. 0,00094
8. 0,0137
9. Soit Y = le nombre d’étudiants ayant plus de 50%. Y suit une loi binomiale avec un nombre d’expériences de 3 et une probabilité de succès de 1,4%. 0,0404
10. Soit X = le nombre de québécois ayant vu la publicité. X suit une loi binomiale avec un nombre d’expériences de 50 et une probabilité de succès de 25%.
11. , .
12. 0,9547
13. 0,6723 (probabilité qu’entre 10 et 15 personnes, inclusivement, ait vu la pub)