# Exercices du thème 4- Partie 2

1. Dans un cours donné à 1000 étudiants, la note moyenne à l’examen final est de 67%, avec un écart-type de 9%. Répondez aux questions suivantes en supposant que les notes sont normalement distribuées.
2. Avec Excel, calculez la proportion des notes qui sont sous la note de passage, soit 50%.
3. Avec Excel, calculez la proportion des notes sont supérieures à 90%.
4. Avec Excel, calculez la proportion des notes entre 60% et 80%.
5. Donnez un intervalle (centré sur la moyenne) contenant 95% des notes (indice : consultez les propriétés de la loi normale dans les diapositives de la séance 5). Interprétez brièvement cet intervalle.
6. Les 3 phases d’un projet doivent s’effectuer de façon séquentielle, ce qui signifie que la phase 2 ne peut pas débuter avant que la phase 1 soit terminée et que la phase 3 ne peut pas débuter avant que la phase 2 soit terminée. On estime que la durée de chacune des phases du projet est une variable aléatoire dont la distribution peut être approchée par une loi normale. De plus, on suppose que la durée d’une phase est indépendante de celle des autres phases. Enfin, on sait que le coût de réalisation de chacune des phases se décompose en un coût fixe, indépendant de sa durée, et en un coût variable qui en dépend. Le tableau ci-dessous résume la situation.



1. Quelle est la probabilité pour que le projet soit complété en moins de 200 jours?
2. Quelle est la probabilité pour que le coût total du projet excède 3,5 millions de $?
3. Le concepteur du projet doit proposer un prix pour le projet. Quelle est la valeur minimale qu’il doit proposer afin «d’être certain à 99%» de réaliser un profit?
4. En vue d’une activité de financement, une équipe sportive du cégep local fait confectionner des chandails qu’elle pourra vendre à 30$ l’unité. Chaque chandail coûte 10$ en plus de charges fixes évaluées à 100$. L’objectif de cette activité est de collecter 3500$ qui serviront à contribuer à la rénovation des vestiaires du cégep. D’après les données sur les compagnes de financement des années passées, on estime que la demande pour ces chandails suit une loi normale de moyenne 180 et d’écart-type 30.
5. Quelle est la probabilité que le nombre de chandails vendus soit entre 150 et 210?
6. Quelle est la fonction Excel qui permet de calculer la probabilité que le nombre de chandails vendus dépasse 220 chandails?
7. Quel est la distribution du montant net collecté suite à la vente des chandails.
8. Quel est la probabilité que l’objectif de cette année soit atteint?
9. Quelle est le montant minimal qui sera collecté dans 90% des cas?

**Réponses** :

Voir le fichier **30-650-Thème4.2-Exercices-SOL\_Excel.xlsx** pour les calculs sous Excel.

1. Soit X = la note d’un étudiant. X suit une loi normale de moyenne 0,67 et d’écart-type 0,09.
2. On cherche donc la probabilité qu’une note soit inférieure à 0,5, donc 0,0295. La proportion des notes sous la note de passage est donc de 2,95%.

**Formule Excel :** =LOI.NORMALE.N(0.50,0.67,0.09,1)

1. 0,0053. Ainsi, 5.3% des notes sont supérieurs à 90%.

**Formule Excel :** =1-LOI.NORMALE.N(0.90,0.67,0.09,1)

1. 0,7073. Ainsi, 70,7% des notes se situent entre 60% et 80%.

**Formule Excel :** =LOI.NORMALE.N(0.8,0.67,0.09,1)-LOI.NORMALE.N(0.60,0.67,0.09,1)

1. Puisque X suit une loi normale, nous savons que 95% des observations se situent à moins de 1,96 écart-type de la moyenne (cf. diapo 9 de la séance 4). On obtient l’intervalle suivant : [0,67-1,96\*0,09 ; 0,67+1,96\*0,09] = [49,36% ; 84,64%]. Ainsi, 95% des notes vont se situer dans cet intervalle ou dit autrement en prenant une note au hasard on a 95% de chances qu’elle se trouve dans cet intervalle.
2. Quelle est la probabilité pour que le projet soit complété en moins de 200 jours?

X1 = Durée (en jours) de la phase 1 ~ N(60 ; 12)

X2 = Durée (en jours) de la phase 2 ~ N(70 ; 10)

X3 = Durée (en jours) de la phase 3 ~ N(50 ; 8)

X1, X2 et X3 sont des variables indépendantes.

Soit **D = Durée du projet (en jours) = X1 + X2 + X3**

Selon la propriété de ***la somme de variables aléatoires indépendantes de lois normale***, on peut affirmer que :

D ~ N(180 ; 17.55) où 



Prob (D < 200)= LOI.NORMALE.N(200; 180; 17.54;1)=0.8727

1. Quelle est la probabilité pour que le coût total du projet excède 3,5 millions de $?

Soit Yi = coût (en milliers de $) de la phase i; i = 1, 2, 3

Y1 = 15X1 + 318

Y2 = 14X2 + 212

Y3 = 16X3 + 220

Yi est **une transformation linéaire** de Xi~ Normale, donc :

Yi = a Xi + b

Yi ~ Normale

E(Yi) = a E(Xi) + b

V(Yi) = a2V(Xi)



Y1 ~ N(15(60)+318 = 1218 ; |15|×12 = 180)

Y2 ~ N(14(70)+212 = 1192 ; |14|×10 = 140)

Y3 ~ N(16(50)+220 = 1020 ; |16|×8 = 128)

**Y1, Y2 et Y3 sont des variables aléatoires indépendantes.**

W = Y1 + Y2 + Y3 = coût total du projet (en milliers de $)

Selon la propriété de **la somme de variables aléatoires indépendantes de lois normale**, on peut affirmer que :

W ~ N(3430 ; 261.5) où





Prob (W > 3500) = 1 - LOI.NORMALE.N(3500; 3430; 261.5; 1)= **0,3944**

1. Le concepteur du projet doit proposer un prix pour le projet. Quelle est la valeur minimale qu’il doit proposer afin «d’être certain à 99%» de réaliser un profit?

Pour réaliser un profit, il doit proposer un prix supérieur au coût total. Or, il est certain à 99% que le coût total du projet ne dépassera pas le quantile d’ordre 99% de la variable W. Donc il devrait proposer au minimum, un prix égal au quantile d’ordre 99% de la variable W, afin «d’être certain à 99%» de ne pas faire de perte.

Pour calculer le quantile, utilisons la formule :

LOI.NORMALE.INVERSE.N(0.99; 3430; 261.5) =

Donc pour être certain à 99%» de réaliser un profit, il devrait proposer au minimum un prix égal à **4 039 347,75$.**

1. Soit le nombre de chandails vendus.

(d’après les propriétés de la loi normale)

1. =9.12%
2. le montant net collecté suite à la vente des chandails

1. .
2. On cherche le montant M tel que c’est-à-dire , on cherche donc le quantile d’ordre 10%.